

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA  
DE OPTIMIZACION DE REDES  
DE GAS NATURAL**

**TESIS**  
**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERIA DE SISTEMAS**  
**PRESENTA:**  
**YANET VILLALOBOS MORALES**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.    OCTUBRE, 2002**

PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACION

DE REDES DE GAS NATURAL

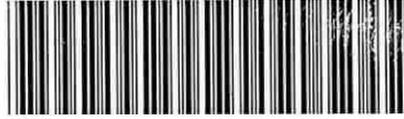
Y

V

SA

2002

EM  
Z5853  
.M2  
FIME  
2002  
.V4



1020148257



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



# UANL

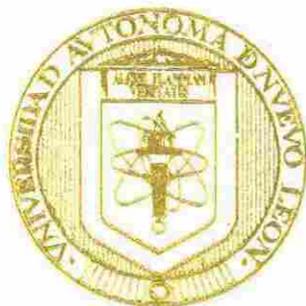
---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA  
DE OPTIMIZACION DE REDES  
DE GAS NATURAL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS  
EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERIA DE SISTEMAS

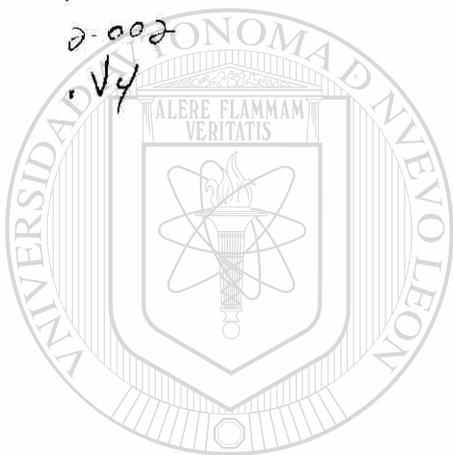
PRESENTA:

YANET VILLALOBOS MORALES

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.    OCTUBRE, 2002

971031

TH  
Z 5853  
.M2  
FIME  
2-002  
V4



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

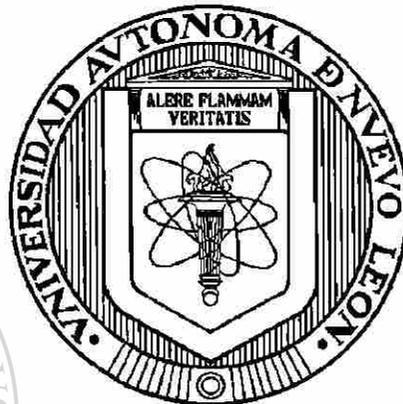


FONDO  
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE  
OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

---

**TESIS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN**  
**DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS**  
**INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**PRESENTA**

**YANET VILLALOBOS MORALES**

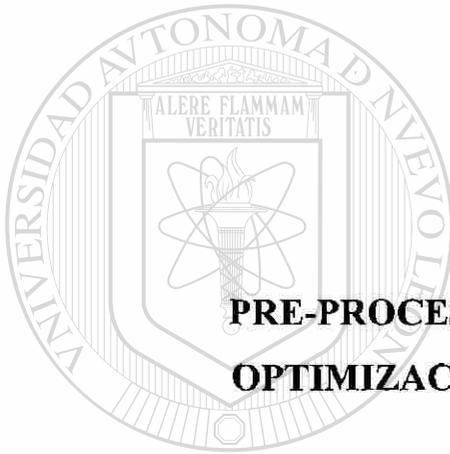
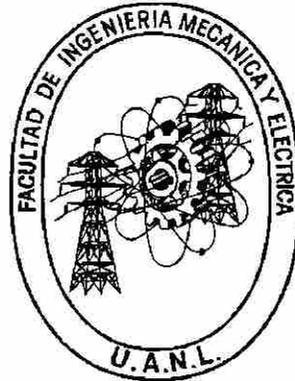
**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N. L.**

**OCTUBRE, 2002**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE  
OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

**TESIS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN**  
**DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS** ®  
**INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**PRESENTA**

**YANET VILLALOBOS MORALES**

**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N. L.**

**OCTUBRE, 2002**

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**”, realizada por la alumna Yanet Villalobos Morales, matrícula 915738 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias del Posgrado en Ingeniería de Sistemas.



El Comité de Tesis

Asesor

Dr. Roger Z. Ríos Mercado

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Coasesor

Dra. Ada M. Álvarez Socarrás

Coasesor

Dr. César E. Villarreal Rodríguez

Vo. Bo.

Dr. G. Alan Castilló Rodríguez

Subdirector

División de Estudios de Posgrado

## Dedicatoria

Quiero dedicar este logro de una meta más en mi vida profesional, a los seres que me han dado mucho y que siempre han apoyado mis decisiones, con todo cariño y amor:

a mis *Padres*:

*Ventura y Francisco*

y *Hermanos*:

*Jesús Manuel, Jorge Angel y Omar (q.e.p.d)*

Porqué de ellos he aprendido a ser perseverante, responsable y a luchar siempre para lograr mis objetivos. Gracias a ellos y a Dios he logrado cumplir uno de mis sueños.

a mi *Novio*:

*Omar*

Por llegar en el mejor momento a mi vida como un lucerito a iluminar mi camino y mi estancia en la Maestría. Por su compañía, apoyo incondicional, comprensión y todo su amor.

## Agradecimientos

Primeramente quiero darle gracias a Dios por acompañarme y darme siempre fuerzas para luchar por mis sueños. Por ayudarme a no darme por vencida en los momentos difíciles que surgieron durante el estudio de la maestría.

A mi tío Alejandro Villalobos y toda su familia por ser mi segundo hogar y por todo el apoyo brindado durante el estudio de la licenciatura y maestría. Gracias por brindarme su ayuda y estar siempre pendiente de mí. Y a todos mis familiares y amigos que de una u otra forma me han brindado su apoyo y ayuda, mil gracias.

A mi inseparable amiga Yezmín quien empezó conmigo esta interesante aventura, por ser un gran apoyo y un gran ejemplo para mí.

A toda la banda del PISIS por su compañía y por compartir conmigo sus conocimientos e inolvidables momentos. En especial a mis compañeros y amigos: Karim, Conrado y Humberto de quienes he aprendido mucho, me brindaron su amistad y que hicieron mi estancia más placentera en el Posgrado.

Eternamente agradecida con mi asesor y maestro Dr. Roger Z. Ríos Mercado, quien siempre estuvo pendiente de mi trabajo y que en momentos difíciles me dio una palmadita de apoyo y excelentes consejos. Gracias por compartir conmigo parte de sus valiosos conocimientos, por toda su paciencia en las correcciones de la tesis y sobre todo por no perder la fe en mí.

A mis coasesores y maestros: Dra. Ada Álvarez Socarrás y Dr. César Villarreal Rodríguez por sus valiosos comentarios y sugerencias que enriquecieron el contenido de esta tesis.

A mis apreciables amigos Abraham y Ángeles que siempre estuvieron pendientes de mí a pesar de la distancia y por su desinteresada amistad. Gracias porque nunca dejaron de echarme porras y creer en mí.

A aquellas personas del Posgrado que me brindaron una sonrisa y que de una u otra forma me ayudaron durante el estudio de la maestría. En especial a Lupita Mata, Lupita Ruiz, Verónica Escareño, Felipe de Jesús Medrano, Claudia López, Eric Tarango, Sr. Rodolfo Guerra, Sr. Rubén Flores, M.C. Ramón Cantú, Ing. Delia Armendáriz, Ing. Juan A. Franco.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por abrirme sus puertas y permitirme desarrollarme profesionalmente. A mi segunda casa la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por otorgarme la beca para realizar la Maestría y por todo el apoyo brindado durante el desarrollo de la misma.

A los proyectos CONACyT J33187-A y PAYCyT CA363-00 por darme la oportunidad de participar como Asistente de Investigación y apoyarme económicamente para el estudio de la Maestría.

# RESUMEN

Yanet Villalobos Morales

Candidato para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Título del Estudio:

## **PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

Número de Páginas: 140

### **Objetivos y Método de Estudio**

El desarrollo de esta tesis se enfoca a un problema de minimización de consumo de combustible en una red de gas natural en estado estable. Dada una red de gasoductos, al fluir el gas por ésta se pierden energía y presión debido a la fricción que existe entre el gas y las paredes internas de la tubería y a la transferencia de calor que existe entre el gas y sus alrededores. Para sobreponer esta pérdida de energía y mantener al gas en movimiento, estaciones compresoras son instaladas en varios puntos de la red. Típicamente, las estaciones consumen un 3-5% del gas que está siendo transportado resultando en un costo por consumo de combustible relativamente alto. El problema de toma de decisiones consiste en determinar la manera de operar los compresores y la red, con el objetivo de transportar el gas desde centros de almacenamiento o producción (donde se inyecta gas al sistema) a los diferentes centros de distribución (donde se requiere el gas) al menor costo posible.

La estructura matemática que define a este problema de minimización de consumo de combustible (PMCC) es compleja desde el punto de vista de optimización,

por tal motivo, este problema se encuentra clasificado dentro del tipo de problemas difíciles de resolver o NP-completos (Garey y Johnson, 1979). Una implicación directa de este resultado es que el tiempo empleado por cualquier algoritmo para encontrar la solución óptima global al problema crece exponencialmente con el tamaño de los datos del problema. Otra dificultad adicional es que la compleja estructura del problema hace que los algoritmos típicos existentes para problemas de optimización no lineal, como el Gradiente Reducido Generalizado empleado en el presente trabajo, encuentran diversas dificultades numéricas en su proceso de búsqueda, ocasionando inclusive que no pueda encontrarse una solución factible, ya no digamos óptima.

Para solventar estas dificultades y ayudar al desempeño del algoritmo, se le aplica a éste una fase de pre-procesamiento. En esta fase se utilizan algunas técnicas comunes que proveen una mejor reformulación del problema haciéndolo más apto a ser resuelto.

Los objetivos centrales de la tesis son:

1. Desarrollar una evaluación computacional de varias funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo con datos de nueve compresores centrífugos reales. La finalidad de esto es disminuir el tiempo computacional que se emplea al evaluar un punto en la función objetivo original.
2. Desarrollar una evaluación computacional de algunas técnicas de pre-procesamiento que al aplicarse al PMCC mejoren el desempeño del algoritmo de optimización en la búsqueda de soluciones factibles iniciales, utilizando topologías y datos de compresores centrífugos reales de la industria del gas natural.

Para lograr estos objetivos se siguió la siguiente metodología. Para el primer objetivo, en primera instancia se estudió profundamente la estructura matemática del modelo. Esto permitió aprender a identificar ciertas propiedades importantes a ser explotadas en la siguiente fase. La experimentación se realizó en una estación de trabajo Sun Ultra 10. Posteriormente, se llevó a cabo la evaluación de las funciones de

aproximación. En esta fase nos apoyamos en el paquete de Matlab versión 6 (The MathWorks, 2000) en una estación de trabajo Sun Ultra 10.

Para el segundo objetivo, se llevó a cabo un estudio de las diversas técnicas de pre-procesamiento existentes. Posteriormente, se modeló matemáticamente el PMCC mediante el uso de GAMS, versión 2.50, (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992) en el cual se utilizó uno de los optimizadores que implementa el algoritmo del gradiente reducido generalizado (Bazaraa, Sherali y Shetty, 1993).

### **Contribuciones y Conclusiones**

Las contribuciones científicas de esta tesis fueron:

1. Evaluación computacional de la aproximación a la función objetivo de seis funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo.
2. Evaluación de técnicas comunes de pre-procesamiento.
3. Implementación computacional de códigos usando el paquete de Matlab y lenguaje C que efectúan diversas tareas que son utilizadas en las evaluaciones.

Desde el marco científico, se mostró que existen formas más efectivas de manejar la función de consumo de combustible, lo cual fue corroborado en la evaluación computacional de las funciones de aproximación a la función objetivo. La aportación más significativa fue la de mostrar que las técnicas de pre-procesamiento lograron mejorar significativamente el desempeño del algoritmo de optimización. Estos resultados fueron avalados estadísticamente.

**Profesor asesor:** \_\_\_\_\_



**Dr. Roger Z. Ríos Mercado**

# ÍNDICE

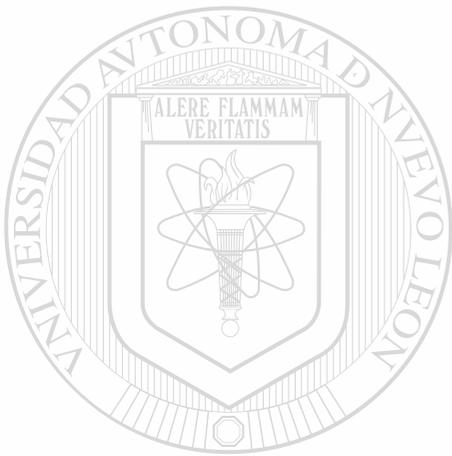
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Resumen	vi
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Descripción y Relevancia del Problema	1
1.2 Antecedentes Científicos	3
1.3 Objetivo de la Tesis	6
1.4 Descripción de la Tesis	7
<b>2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	
2.1 Suposiciones	9
2.2 Definición del Problema	11
2.3 Descripción de un Compresor	14
2.4 Función de Consumo de Combustible de un Compresor Centrifugo	19
2.5 Modelo Matemático	21
<b>3. TÉCNICAS DE PRE-PROCESAMIENTO</b>	
3.1 Introducción	24
3.2 Importancia y Relevancia	26
3.3 Técnicas Comunes de Pre-Procesamiento	27
3.3.1 Acotamiento de Variables	28
3.3.2 Asignación de Valores Iniciales de Variables	29
3.3.3 Escalamiento	30
<b>4. EVALUACIÓN COMPUTACIONAL</b>	
4.1 Aproximación a la Función de Consumo de Combustible	32
4.1.1 Motivación	32
4.1.2 Diseño Experimental	34
4.1.3 Resultados	35
4.1.4 Conclusión	37
4.2 Evaluación de Técnicas de Pre-Procesamiento	38
4.2.1 Descripción de la Base de Datos	38
4.2.2 Metodología General	41

## ÍNDICE (Continuación)

4.2.3	Experimentos	42
4.2.3.1	Impacto del Acotamiento y Asignación de Valores Iniciales	42
4.2.3.2	Impacto del Escalamiento	45
5.	<b>CONCLUSIONES Y APORTACIONES</b>	
5.1	Conclusiones	53
5.2	Aportaciones	54
5.3	Recomendaciones para Trabajos Futuros	57
	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	59
	<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	61
	<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	62
	<b>APÉNDICE A: DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS</b>	63
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Descripción de la base de datos empleada en la evaluación</li><li>• Parámetros (gas, ducto)</li><li>• Topologías (dibujos)</li></ul>	
	<b>APÉNDICE B: GRÁFICAS DE LOS COMPRESORES UTILIZADOS EN LAS EVALUACIONES</b>	66
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dominio de operación del compresor (H,Q,S)</li><li>• Dominio de operación del compresor (<math>x_{ij}, p_i, p_j</math>)</li><li>• Eficiencia</li></ul>	
	<b>APÉNDICE C: DESCRIPCIÓN DE GAMS/CONOPT</b>	76
	<b>APÉNDICE D: TABLAS DE RESULTADOS Y MODELOS EN GAMS</b>	81
	<b>APÉNDICE E: PROGRAMAS UTILIZADOS EN LAS EVALUACIONES (C y MATLAB)</b>	112

## ÍNDICE (Continuación)

<b>APÉNDICE F: PRUEBA DE HIPÓTESIS UTILIZANDO ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA</b>	129
<b>FICHA AUTOBIOGRÁFICA</b>	140



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Descripción y Relevancia del Problema

Uno de los servicios principales en la industria del gas natural es la transportación del gas a través de una sistema de redes de gasoductos. Al fluir el gas por la red, se pierden energía y presión debido a la fricción que existe entre el gas y las paredes internas de la tubería y a la transferencia de calor que existe entre el gas y sus alrededores. Para sobreponer esta pérdida de energía y mantener al gas en movimiento, se instalan estaciones compresoras en varios puntos de la red. Típicamente, las estaciones consumen un 3-5% del gas que está siendo transportado resultando en un costo por consumo de combustible relativamente alto (Wu, 1998). Este costo de transportación es significativo porque la cantidad de gas que se transporta anualmente en cualquier sistema es enorme. Por otro lado, reportes de expertos de la industria del gas natural (Schroeder, 1996) muestran que la optimización rigurosa de operaciones debería ahorrar al menos un 20% del combustible consumido en la transportación del gas. De acuerdo a Luongo, Gilmour y Schroeder (1989), los costos de operación de estaciones compresoras prendidas representan entre un 25% y 50% del presupuesto de operación total de la compañía. Todo esto hace al problema de minimizar el consumo de combustible en una red de gasoductos significativamente importante.

El problema de toma de decisiones aquí consiste en figurarse la manera de operar los compresores y la red, con el objetivo de transportar el gas desde centros de almacenamiento o producción (donde se inyecta gas al sistema) a los diferentes centros de distribución (donde se requiere el gas) al menor costo posible.

Numerosas simulaciones basadas en modelos en estado estable o modelos en estado transiente, han sido usadas para intentar proveer soluciones a este tipo de problema. La industria del gas ha desarrollado, a través de los años, redes más grandes y sistemas más complejos. Una red típica hoy en día puede consistir de cientos de ductos, docenas de estaciones compresoras, y muchos otros accesorios, tales como válvulas y reguladores. Dentro de cada estación pueden existir varias unidades compresoras. Una red puede transportar miles de MMCFD (1MMCFD =  $10^6$  pies cúbicos por día) de gas. Hoy, con la ayuda de las computadoras digitales, numerosas cantidades de simulaciones de redes de gas trabajan exitosamente. Esto abre las puertas al desarrollo de algoritmos de optimización. A través de los años, muchos investigadores han intentado resolver este problema con variación en el grado de éxito. Las dificultades de tales problemas de optimización provienen de varios aspectos. Primero, las estaciones compresoras son muy sofisticadas. Éstas pueden consistir de docenas de unidades compresoras con diferentes configuraciones y características. Por otra parte, el comportamiento de una unidad compresora es no lineal, esto es, el conjunto de restricciones que definen las condiciones de operación factible de un compresor junto con las restricciones en los ductos constituyen un sistema complejo de restricciones no lineales.

Todas estas características hacen que el problema sea difícil de resolver y dificulten el éxito de algoritmos de optimización existentes.

En esta tesis se pretenden analizar y evaluar algunas técnicas que pueden contribuir notablemente a un mejor desempeño de los algoritmos de optimización que pueden aplicarse al problema de minimización de consumo de combustible al cual nos referiremos por las siglas PMCC.

## 1.2 Antecedentes Científicos

El primer trabajo en el desarrollo de algoritmos de optimización para redes de gas natural es atribuido a Wong y Larson (1968). En este trabajo, se usan técnicas de programación dinámica (DP, por sus siglas en inglés) para resolver problemas de optimización en redes sencillas de gas natural. Las principales ventajas de DP son que se garantiza que el óptimo global es encontrado y que la no linealidad puede ser fácilmente manejada. Una desventaja que se tiene al usar DP en este tipo de problemas es su limitación a redes con estructuras sencillas, por ejemplo redes tipo línea recta (Figura 1) y tipo árbol (Figura 2). Otra desventaja es que los cálculos se incrementan exponencialmente según la dimensión del problema. La aplicabilidad de DP en problemas con topologías simples obedece al hecho que ha sido demostrado (Osiadacz, 1987) que es posible predeterminar los flujos de antemano lo cual reduce el problema a encontrar los valores óptimos de presiones. En redes con ciclos, esta propiedad no aplica por lo que deben considerarse presiones y flujos en el proceso de optimización. Para mayor información sobre programación dinámica aplicada a este tipo de problema véase Ríos-Mercado (2002).

Otro tipo de metodología para resolver este tipo de problemas fue la empleada por Percell y Ryan (1987). Ellos aplican el método de optimización no lineal del Gradiente Reducido Generalizado (GRG). Las ventajas que presenta este método es que permite la dimensionalidad del problema y que puede aplicarse a redes con ciclos (Figura 3). Sin embargo, ya que este método se basa en un proceso de búsqueda de gradiente que satisface condiciones de optimalidad local, no garantiza el encontrar un óptimo global en un problema no convexo como el aquí estudiado.



Figura 1. Red en línea

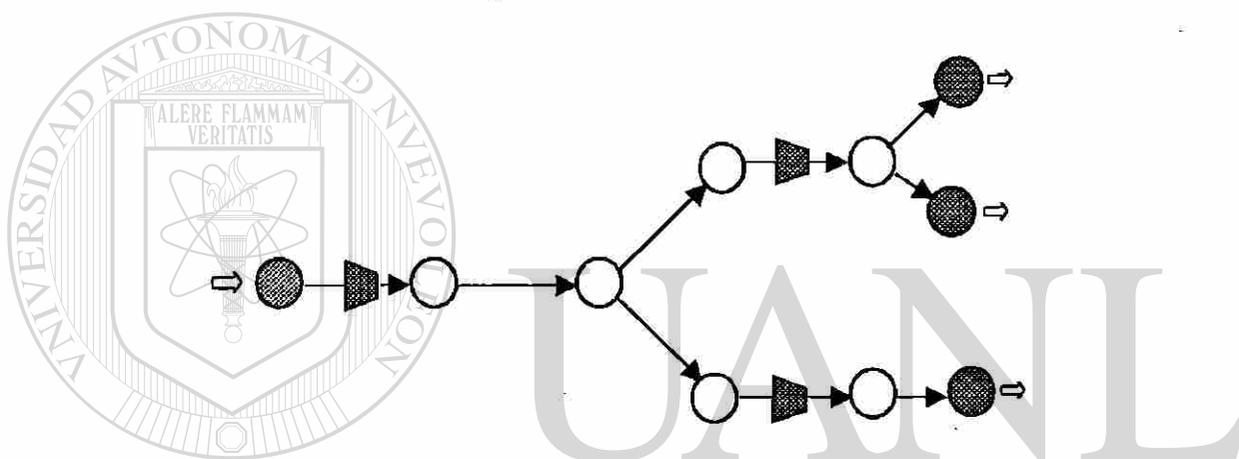


Figura 2. Red tipo árbol

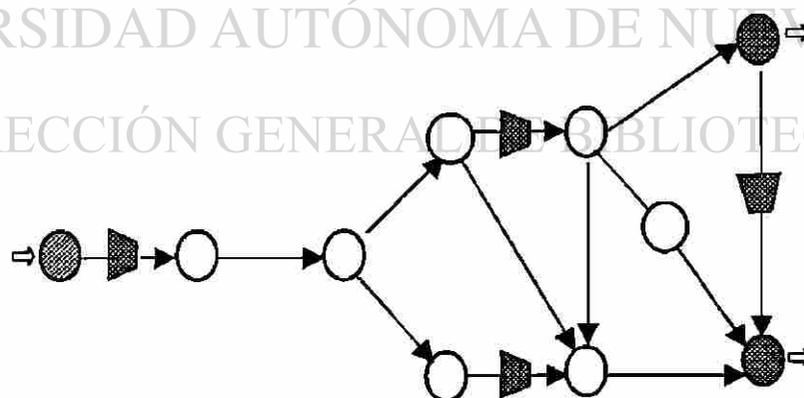


Figura 3. Red con ciclos

En estudios más recientes, Wu (1998) realizó su investigación doctoral sobre la minimización de consumo de combustible en redes de transporte de gas natural y simulación en estado estable. En este trabajo, se establece un modelo matemático completo del flujo en estado estable para redes de gas natural. Uno de los productos de ese trabajo, publicado en Ríos-Mercado et al. (2003), fue haciendo uso de los resultados de teoría de grafos y análisis funcional, la demostración de existencia de la solución única para un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que surgen de los flujos en una red de transporte. Basado en estos resultados, se derivó un método de descomposición de la red del que se obtuvo grandes reducciones de tamaño, ayudando a simplificar la dificultad del problema. En Wu et al. (2000), se desarrolló un procedimiento de acotamiento inferior, el cual fue probado en algunas topologías con buenos resultados.

En otro trabajo de investigación doctoral, Kim (1999) trabajó en un procedimiento de solución heurística para el PMCC en topologías con ciclos. Esta metodología de solución heurística se basa en un procedimiento iterativo de dos etapas. En particular, en cada iteración, como primera etapa, las variables de flujo de gas son fijas y las variables de presiones óptimas son encontradas utilizando DP. En el segundo estado, las variables de presiones son fijas y se intenta encontrar un conjunto de variables de flujo, las cuales mejoran la función objetivo al explotar la estructura fundamental de la red.

En el presente trabajo se pretenden abordar aspectos del PMCC que no han sido estudiados en estos trabajos recientes desde el punto de vista que aquí se hace. Este trabajo cuenta con dos aportaciones importantes que ayudan a mejorar el desempeño del algoritmo. Una de ellas, es la evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible utilizando datos de nueve compresores centrífugos diferentes. Anteriormente se había realizado esta misma evaluación con la desventaja de que sólo se utilizaron datos de un sólo compresor. La otra aportación, que es la principal y de mayor peso en esta tesis, es la evaluación computacional de algunas técnicas de pre-

procesamiento que se utilizan con la finalidad de ayudar al algoritmo a encontrar soluciones factibles iniciales al PMCC.

### 1.3 Objetivo de la Tesis

Como se ha visto, el PMCC es un problema de optimización, cuyo objetivo es la minimización del consumo de combustible incurrido por las estaciones compresoras en una red de gas natural. La resolución de este tipo de problema es de gran interés tanto para la industria del gas así como para el consumidor, ya que éste último es quien recibe a fin de cuentas el impacto económico generado en el transporte.

En la búsqueda de una solución para este importante problema, se pueden utilizar herramientas existentes como la programación no lineal (NLP) y programación dinámica (DP). Éstos métodos suponen que se parte de una solución factible inicial que en la práctica es en ocasiones muy difícil de obtener debido a la complejidad que presenta la estructura matemática del modelo.

Inclusive, en algunos métodos clásicos de NLP, como el método del gradiente reducido, aunque técnicamente el algoritmo puede iniciar la búsqueda en un punto inicial no factible, el algoritmo de solución encuentra dificultades numéricas debido a la compleja estructura matemática del PMCC. Esto ocasiona que el algoritmo no converja a un óptimo local, afectando significativamente el tiempo computacional empleado.

Reconociendo la dificultad existente que presenta el algoritmo del gradiente reducido generalizado (GRG) en encontrar soluciones factibles iniciales para el PMCC, la parte medular del trabajo se enfoca en el estudio y evaluación de técnicas de pre-procesamiento, que básicamente consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional.

Por otro parte, también con el objetivo de facilitar el trabajo de los algoritmos de optimización, se pretende desarrollar una evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible utilizando datos de nueve compresores centrífugos diferentes, con la finalidad de encontrar una función en la cual sea más fácil de evaluar cualquier punto.

Los objetivos de la tesis se resumen en los siguientes puntos:

1. Desarrollar una evaluación computacional de algunas técnicas de pre-procesamiento que al aplicarse al PMCC mejoren el desempeño del algoritmo de optimización en la búsqueda de soluciones factibles iniciales.
2. Desarrollar una evaluación computacional de 6 aproximaciones polinomiales a la función objetivo con datos de nueve compresores centrífugos.

#### 1.4 Descripción de la Tesis

El resto del trabajo está organizado como sigue. En el Capítulo 2, se presenta la descripción del problema. Se plantean las suposiciones empleadas así como el modelo matemático. Se presenta además una descripción detallada de la estructura matemática de un compresor centrífugo, la cual incluye el dominio factible de operación y la función que representa el consumo de combustible.

En el Capítulo 3, se describen las diferentes técnicas de pre-procesamiento utilizadas en la evaluación. Se discute su importancia y relevancia, así como las posibles ventajas y desventajas, y el impacto potencial en la calidad de las soluciones obtenidas.

En el Capítulo 4, se presenta el trabajo experimental. Primeramente se presenta la evaluación computacional de la aproximación a la función objetivo. Enseguida se realiza

una extensa evaluación de las técnicas de pre-procesamiento en una diversidad de instancias de prueba. Entre los resultados principales de esta evaluación se observó que la fase de pre-procesamiento impacta de una manera positiva el comportamiento del algoritmo.

Por último, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo realizado así como las aportaciones que se hicieron en este trabajo de investigación, las cuales consistieron en:

1. Evaluación computacional de la fase de pre-procesamiento al algoritmo.
2. Evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible.
3. Implementación computacional de códigos usando el paquete de Matlab y lenguaje C que efectúan diversas tareas que son utilizadas en las evaluaciones.

En este capítulo se encuentran también algunas recomendaciones que se consideran importantes y de gran interés para investigadores que aborden el problema en un futuro.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPÍTULO 2

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Suposiciones

La operación real de sistemas de transporte de gas natural es bastante compleja. Debido a esto, es necesario hacer algunas consideraciones que permiten estudiar el problema. Cabe aclarar que aún con estas suposiciones la estructura matemática de este tipo de problema es bastante complicada ya que la función objetivo es no lineal y no convexa, el dominio de operación factible del compresor define un conjunto no convexo y las restricciones de flujo en los ductos definen un conjunto no lineal y no convexo. Todas estas características hacen que, aún con las suposiciones, el problema sea difícil de resolver. Las suposiciones que se consideraron para nuestro estudio fueron las siguientes:

**S1. Sistema en estado estable.** Bajo este sistema consideramos que los valores característicos del flujo de gas en el sistema son independientes del tiempo. En este caso, el sistema de restricciones, particularmente aquellas que describen el flujo del gas a través de los ductos pueden ser descritas usando ecuaciones algebraicas no lineales. Existe otro tipo de sistema cuando en el análisis se considera el tiempo, este tipo de sistema es considerado en estado transitorio. En un sistema transitorio las variables del sistema, tales como flujos y presiones, están en función del tiempo. Para modelarlo se tiene que hacer uso de ecuaciones diferenciales parciales en función del tiempo que describen la relación que existe entre estas variables. El sistema en estado transitorio ha sido abordado con muy poco grado de éxito desde la perspectiva de

optimización debido a la gran complejidad que se tiene en la estructura matemática del modelo para este tipo de sistema y representa sin duda uno de los grandes retos en materia de investigación en los años por venir.

S2. *La red es dirigida.* Consideramos que el sentido del flujo en cada ducto se conoce con anterioridad.

S3. *Temperatura ambiente constante.* Se considera un proceso isotérmico, es decir, que la temperatura en el sistema se mantiene constante en cada ducto. Esto se hace con la finalidad de hacer más tratable la restricción de flujo en los ductos.

S4. *Número fijo de compresores en cada estación compresora.* El número de compresores operando en cada estación se considera como un parámetro conocido. Aunque en la práctica puede ser posible considerar este dato como una variable de decisión, esto convertiría al problema en un programa entero mixto no lineal, lo cual requiere una metodología de solución enteramente diferente.

---

S5. *Todas las unidades compresoras en una estación compresora son centrífugas, idénticas e instaladas en paralelo.* El hecho de considerar idénticas y conectadas en paralelo, nos permite suponer que el flujo que entra a la estación compresora se reparte equitativamente entre el número de compresores que tenga la estación lo cual facilita el análisis. Este tipo de configuración es además común en la industria. El tipo centrífugo de compresores es también de los más popularmente utilizados en el medio industrial.

## 2.2 Definición del Problema

Consideramos nuestro sistema en estado estable, en el cual los valores característicos del flujo del gas en el sistema son independientes del tiempo. El problema se modela matemáticamente como un problema de optimización no lineal. Los elementos del modelo se dan a continuación:

### (a) Parámetros

- **Conjunto de nodos ( $N$ )**, dividido a su vez en tres subconjuntos: *nodos fuente* ( $N_f$ ) (centros de suministro donde se inyecta el gas al sistema), *nodos demanda* ( $N_d$ ) (centros de distribución donde se requiere el gas) y *nodos de paso* ( $N_p$ ).  $N = N_f \cup N_d \cup N_p$ , con  $|N| = n$ .
- **Conjunto de arcos en la red ( $A$ )**, dividido en dos subconjuntos: *ductos* ( $A_p$ ) (arcos por donde se transporta el gas) y *compresores* ( $A_c$ ) (arcos donde se encuentra una estación compresora).  $A = A_p \cup A_c$ .
- **Límites de presión en cada nodo.** Presión mínima en el nodo  $i$  ( $p_i^L$ ), presión máxima en el nodo  $i$  ( $p_i^U$ ).
- **Flujo neto en cada nodo ( $b_i$ ).** Cantidad de flujo que se inyecta en los nodos suministro ( $b_i > 0$  si  $i \in N_f$ ) y cantidad de flujo que se requiere en los nodos de distribución ( $b_i < 0$  si  $i \in N_d$ ).
- **Propiedades físicas de cada ducto.** Constante del ducto ( $K$ ), factor de fricción ( $f$ ), longitud del ducto ( $L$ ), diámetro interior del ducto ( $d$ ). Los valores de estos parámetros se encuentran en el Apéndice A. Para más información sobre estos parámetros puede verse Wu (1998).

- **Propiedades físicas del gas.** Factor de compresibilidad ( $Z$ ), gravedad específica ( $S_2$ ), temperatura promedio ( $T$ ) y la constante del gas ( $R$ ). Los valores de estos parámetros se encuentran en el Apéndice A. Para más información sobre estos parámetros puede verse Wu (1998).

**(b) Variables de decisión**

Las variables que miden el desempeño de la función objetivo son:

$$x_{ij} := \text{Flujo de masa en el arco } (i,j); \quad (i,j) \in A$$

$$p_i := \text{Presión del gas en el nodo } i; \quad i \in N$$

**(c) Objetivo del problema.** La medida de desempeño adecuada para nuestro problema y la cual esta en función de las variables de decisión es: “*el consumo total de combustible en la red*”, denotada por  $g(x_{ij}, p_i, p_j)$ , la cual será descrita en detalle en la siguiente Sección 2.4.

**(d) Restricciones del problema.** Las limitaciones que se imponen a los valores que pueden tomar las variables de decisión se enumeran en cinco restricciones, de las cuales las dos primeras son típicas de un problema de flujo en redes y las tres restantes son propias del problema. Cada una de ellas se describe a continuación:

- **Balance de flujo de masa en cada nodo de la red.** En cada nodo, la diferencia entre la cantidad que sale y la que entra es igual al flujo nodal neto dado por  $b_i$ ,  $i \in N$ . Un valor positivo (negativo) de  $b_i$  indica que el nodo  $i$  es fuente (demanda). Se supone que es una red balanceada, donde:  $\sum_{i \in N} b_i = 0$

$$\sum_{\{j|(i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in A\}} x_{ji} = b_i \quad i \in N \quad (1)$$

- **Capacidad del flujo de gas en cada ducto.** Flujo máximo que puede pasar por cada ducto. En la práctica, éste es típicamente fijado por el distribuidor a un valor un poco menos que la capacidad actual para compensar por posibles desbalances.

$$0 \leq x_{ij} \leq U_{ij} \quad (i,j) \in A_p \quad (2)$$

donde:  $U_{ij}$  representa la capacidad del ducto.

- **Flujo de gas a través de cada ducto.** Restricción de igualdad no lineal la cual representa la relación entre la caída de presiones y el flujo. Esta restricción se conoce como la ecuación de Osiadacz (1987) y es válida para gases de alta presión como es el caso.

$$p_i^2 - p_j^2 = R_{ij} x_{ij}^2 \quad (i,j) \in A_p \quad (3)$$

donde  $R_{ij}$  es la resistencia del ducto la cual se representa por la siguiente ecuación:

$$R_{ij} = \frac{KZS_g T f L}{d^5} \quad (4)$$

- **Rango de presión permisible.** Estos límites inferior y superior de la presión para cada nodo de la red son dados por el distribuidor. La restricción que los define se muestra a continuación:

$$p_i^L \leq p_i \leq p_i^U \quad i \in N \quad (5)$$

- **Límites de operación en cada compresor.** Estos límites definen el dominio en el cual el compresor puede operar en la industria.

$$(x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{(i,j)} \quad (i,j) \in A_c \quad (6)$$

donde la estructura del dominio de operación  $D_{(i,j)}$  se expone en más detalle en la Sección 2.3.

## 2.3 Descripción de un Compresor

Las estaciones compresoras en una red de gas natural, operan para compensar la caída de presión debido a la resistencia a la fricción que existe a través de los ductos. Las estaciones compresoras se componen de varios compresores conectados en paralelo o en serie. Como se mencionó anteriormente, en este trabajo de investigación supondremos que el número de compresores es fijo en cada estación. Para las evaluaciones realizadas en este trabajo se consideró sólo un compresor operando en cada estación de la red. Además, se hizo la suposición de que los compresores son tipo centrífugo ya que son los más ampliamente usados en la industria porque su construcción es sencilla, libre de mantenimiento y permite un funcionamiento continuo durante largos períodos. También se hizo la suposición que estos compresores son idénticos. En este estudio, utilizamos el modelo desarrollado por Wu (1998) para unidades compresoras centrífugas.

De acuerdo a Wu, las suposiciones de arriba son muy típicas en la industria del gas natural, porque las unidades conectadas en paralelo facilitan el incremento o decremento de la capacidad de la estación compresora. Bajo las suposiciones consideradas, Wu analizó el modelo de la estación compresora, y construyó un dominio factible ( $D_{(i,j)}$ ) para ella. Las siguientes ecuaciones son acreditadas al trabajo realizado por Wu.

Las variables originales que describen los límites de operación de una unidad compresora son: cabeza adiabática ( $H$ ), velocidad del compresor ( $S$ ), tasa de entrada de flujo volumétrico ( $Q$ ) y la eficiencia adiabática ( $\eta$ ).

La relación entre estas variables puede ser descrita por las siguientes ecuaciones.

$$\frac{H}{S^2} = A_H + B_H \left(\frac{Q}{S}\right) + C_H \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_H \left(\frac{Q}{S}\right)^3 \quad (7)$$

$$\eta = A_H + B_H \left(\frac{Q}{S}\right) + C_H \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_H \left(\frac{Q}{S}\right)^3 \quad (8)$$

$$S^L \leq S \leq S^U \quad (9)$$

$$r_1 \leq \frac{Q}{S} \leq r_2 \quad (10)$$

$$Q^L \leq Q \leq Q^U \quad (11)$$

donde  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$  son coeficientes los cuales dependen del tipo de compresor y son típicamente estimados usando el método de mínimos cuadrados de un conjunto de datos de  $(Q, H, S, \eta)$  coleccionados de compresores reales.  $S^L$  y  $S^U$  representan la velocidad mínima y máxima del compresor, respectivamente,  $r_1$  y  $r_2$  representan la razón mínima y máxima de  $Q/S$ .  $Q^L = S^L * r_1$  y  $Q^U = S^U * r_2$ , son parámetros que indican los límites de la tasa de flujo volumétrico mínima y máxima, respectivamente. Para cada  $Q$  en este rango,  $H$  es acotada inferiormente por cualquiera de las dos  $S^L$  ó  $r_2$ , y acotada superiormente por cualquiera de las dos  $S^U$  ó  $r_1$ . Esto se puede ver en la Figura 4.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las ecuaciones (7), (9) y (10) definen el dominio de operación factible de un compresor centrífugo. Las Figuras 4 y 5 muestran el dominio y eficiencia del compresor, respectivamente. En la Figura 4, se gráfica los valores de  $H$  contra los valores que puede tomar  $Q$ , mostrando las líneas de control para  $S$  (entre velocidad mínima ( $S^L$ ) y velocidad máxima ( $S^U$ )) y las líneas de control de  $Q/S$  (entre flujo volumétrico mínimo y la velocidad mínima ( $r_1$ ) y el flujo volumétrico máximo y la velocidad máxima ( $r_2$ )) generados por la ecuación (7).

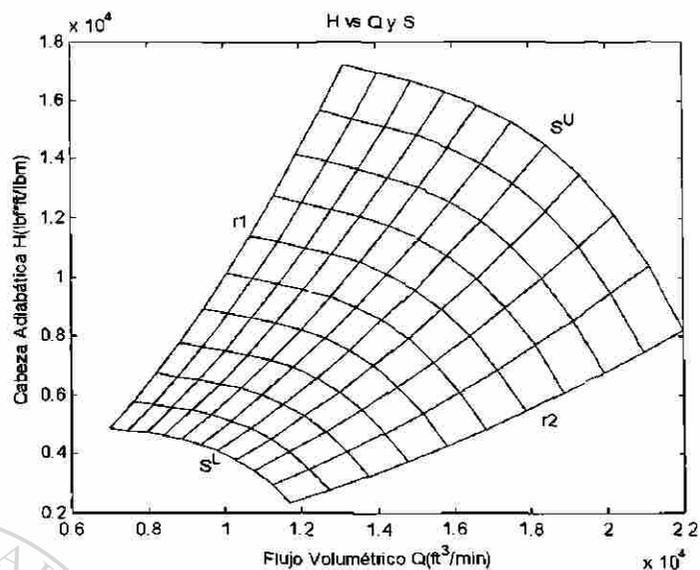


Figura 4. Dominio de operación en  $Q$ ,  $S$  y  $H$  (para un compresor centrífugo)

En la Figura 4 puede observarse que el dominio no es convexo, una de las características que hacen al problema difícil de resolver. En el Apéndice B, se muestran las gráficas de los dominios y eficiencia de cada uno de los nueve compresores que fueron utilizados para este estudio de investigación.

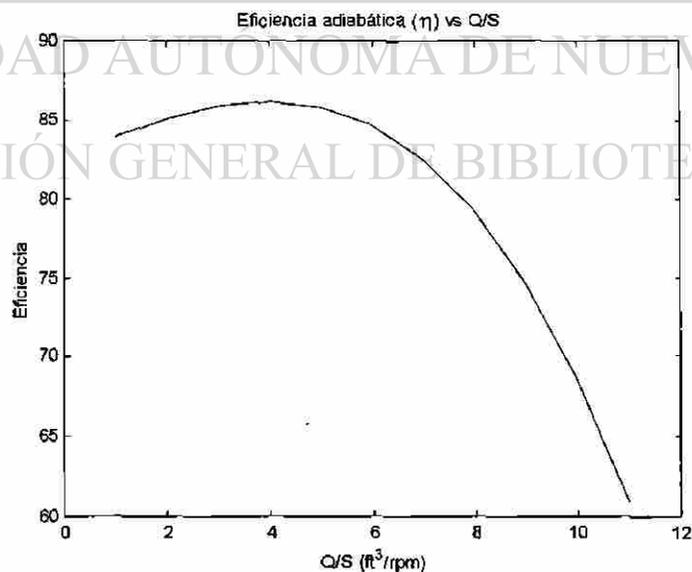


Figura 5. Eficiencia adiabática como función de  $Q/S$

Ahora bien, desde el punto de vista de modelación de redes, es preferible trabajar en términos de tasas de flujo de masa y presiones porque la tasa de flujo de masa se conserva en cada nodo de la red. Por lo tanto, existe una transformación del dominio original del compresor ( $H$ ,  $Q$  y  $S$ ) a un dominio  $D_{(i,j)}$  de las variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ , donde  $x_{ij}$  es la tasa de flujo de masa a través del compresor,  $p_i$  es la presión de succión y  $p_j$  es la presión de descarga en el compresor. La relación que existe entre  $(H, Q)$  y variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ , se representa por las siguientes ecuaciones:

$$H = \frac{ZRT}{m} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right] \quad (12)$$

$$Q = ZRT \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \quad (13)$$

donde  $m = (k-1)/k$ ,  $k = 1.297$  es la razón de calor específico,  $Z$ ,  $R$  y  $T$  son los parámetros del gas definidos en la Sección 2.2. Los valores utilizados en este estudio pueden ser encontrados en el Apéndice A.

El dominio de operación factible para un compresor  $D_{(i,j)}$  esta dado por:

$$D_{(i,j)} = \left\{ (x_{ij}, p_i, p_j) : p_i^L \leq p_i \leq p_i^U, (10), (12), (13), (15) \text{ y } (16) \text{ se cumplen} \right\}$$

La Figura 6 muestra el dominio completo  $D_{(i,j)}$ , donde la banda mas oscura en el centro de la gráfica corresponde a la superficie del dominio cuando  $p_i$  es fija. La Figura 7 muestra el dominio de operación factible  $D_{(i,j)}$  en función de las variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$  cuando  $p_i$  es fija.

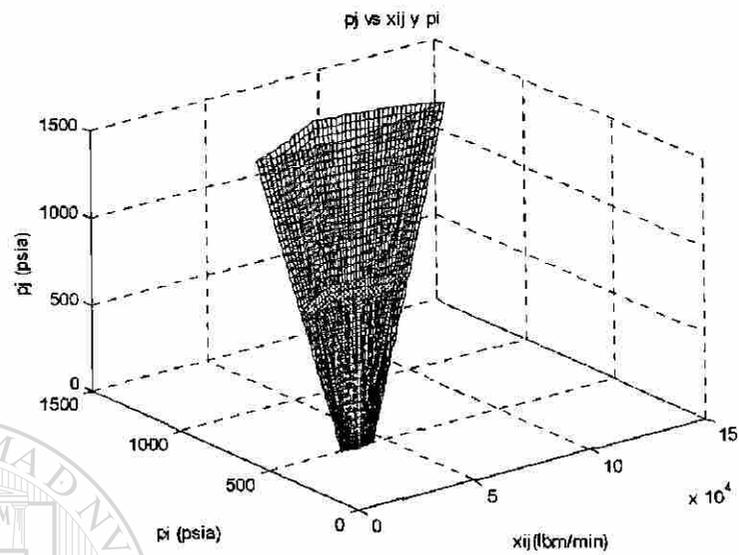


Figura 6. Dominio factible para un compresor ( $D_{(i,j)}$ )

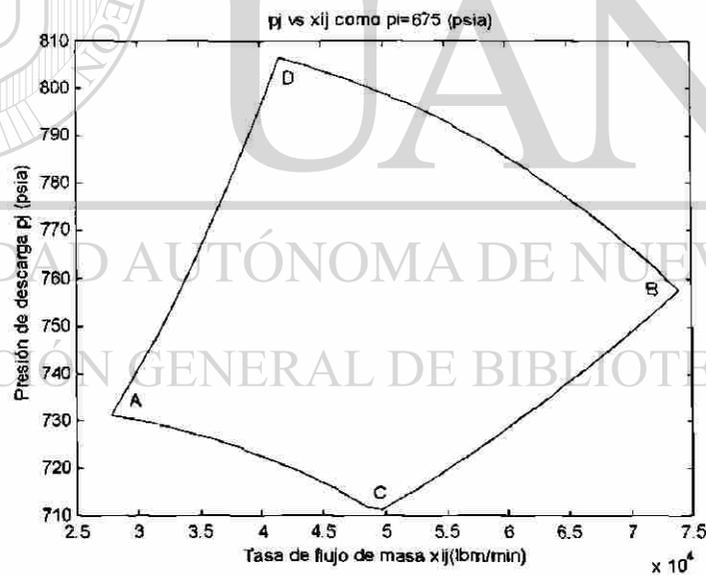


Figura 7. Superficie del dominio  $D_{(i,j)}$  para  $p_i$  fija

Como puede observarse, al igual que en la Figura 4, el dominio de operación  $D_{(i,j)}$  como función de  $(x_{ij}, p_b, p_f)$  es también no convexo muy similar al dominio  $(H, Q, S)$ . Este comportamiento es común en los compresores centrífugos.

## 2.4 Función de Consumo de Combustible de un Compresor Centrífugo

La función de consumo de combustible para un compresor centrífugo se define (Wu, 1998) como:

$$g(x_{ij}, p_i, p_j) = \frac{c x_{ij} \left( \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right)}{\eta(x_{ij}, p_i, p_j)} \quad (14)$$

con:

$$c = \frac{\alpha ZRT}{m} \quad (15)$$

donde  $\alpha$  es una constante positiva, la cual por simplicidad se supone igual a 1 en este trabajo, porque el gas que se está manejando es de alta presión. La eficiencia adiabática  $\eta$  es dada en la ecuación (11). Los valores de los demás parámetros se encuentran en el Apéndice A.

La función de consumo de combustible, expresa la potencia que necesita el compresor para transportar cierta cantidad de flujo de gas ( $x_{ij}$ ) a través del ducto y el comportamiento de esta función depende de las características del compresor. Sin embargo, generalmente la función de consumo ( $g$ ) incrementa con respecto a la razón de  $p_j/p_i$  y a la tasa del flujo volumétrico  $Q$ , o  $x_{ij}/p_i$ , y disminuye con respecto a la presión de succión  $p_i$ . La gráfica que muestra la superficie de la función  $g(x_{ij}, p_i, p_j)$  cuando  $p_i$  es fija se muestra en la Figura 8.

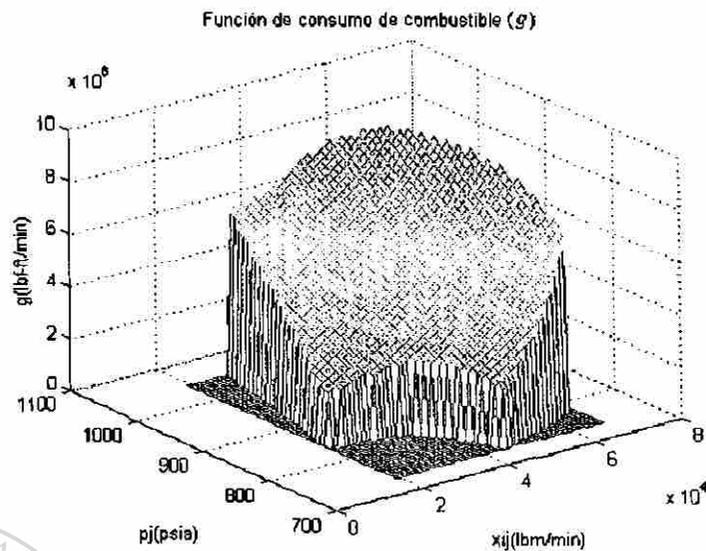


Figura 8. Gráfica de consumo de combustible (g) para  $p_i$  fija

Nótese que esta evaluación no es directa. Para evaluar un punto en esta función tenemos que resolver las siguientes ecuaciones no lineales:

- (a) Calcular  $H$  y  $Q$  de (12) y (13) respectivamente,
- (b) Obtener  $S$  de (7), lo cual implica encontrar las raíces de una función,
- (c) Evaluar (8) para obtener el denominador y
- (d) Evaluar (14).

Como se puede notar, hacer este procedimiento cada vez que se desee evaluar la función objetivo requiere de un tiempo CPU relativamente alto. Como los algoritmos típicos para problemas de optimización no lineal tienen que evaluar la función objetivo un número muy grande de veces, el tiempo computacional empleado puede llegar a ser relativamente alto. Una forma de evitar este problema es usar funciones de aproximación en las cuales sea más fácil evaluar cualquier punto. Una aportación de esta tesis de investigación es la evaluación computacional de seis funciones polinomiales aproximadas a la función de consumo de combustible en la cual se utilizaron datos de nueve compresores centrífugos diferentes. Estas funciones ya habían sido evaluadas con la

desventaja de que sólo se utilizaron datos de un compresor centrífugo. Los resultados de esta evaluación se muestran en el Capítulo 4.

## 2.5 Modelo Matemático

Resumiendo, la representación matemática de nuestro problema es la siguiente.

### Notación

#### Índices y conjuntos

$N$  = Conjunto de nodos en la red

$A_p$  = Subconjunto de ductos

$A_c$  = Subconjunto de compresores

$A$  = Conjunto de arcos en la red ( $A = A_p \cup A_c$ )

#### Parámetros

$U_{ij}$  = Capacidad del ducto  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A_p$

$R_{ij}$  = Resistencia del ducto  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A_p$

$b_i$  = Flujo neto en el nodo  $i$ ;  $i \in N$  donde:

$$b_i = \begin{cases} > 0 & \text{si } i \in N_f \\ < 0 & \text{si } i \in N_d \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

#### Variables

$x_{ij}$  = Flujo de masa en el arco  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A$

$p_i$  = Presión en el nodo  $i$ ;  $i \in N$

### Formulación

$$\min \sum_{\{(i,j) \in Ac\}} g_{(i,j)}(x_{ij}, p_i, p_j) \quad (16)$$

Sujeta a

$$\sum_{\{j|(i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in A\}} x_{ji} = b_i, \quad i \in N \quad (17)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq U_{ij} \quad (i,j) \in Ap \quad (18)$$

$$p_i^2 - p_j^2 = R_{ij} x_{ij}^2 \quad (i,j) \in Ap \quad (19)$$

$$p_i^L \leq p_i \leq p_i^U \quad i \in N \quad (20)$$

$$(x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{(i,j)} \quad (i,j) \in Ac \quad (21)$$

donde  $D_{(i,j)}$  esta dado por:

$$H_{ij} = \frac{ZRT}{m} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right] \quad (22)$$

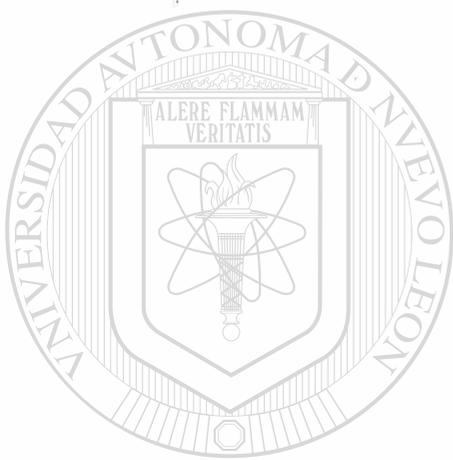
$$Q_{ij} = ZRT \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \quad (23)$$

$$\frac{H_{ij}}{S_{ij}^2} = A_H + B_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right) + C_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right)^2 + D_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right)^3 \quad (24)$$

$$S_{ij}^L \leq S_{ij} \leq S_{ij}^U \quad (25)$$

$$r_1 \leq \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \leq r_2 \quad (26)$$

La función objetivo del modelo matemático, como ya se mencionó antes, es una función no lineal y no convexa. Las primeras dos restricciones (17) y (18) son lineales y son clásicas en un modelo de flujo en redes. Las siguientes tres restricciones (19), (20) y (21) son propias del problema en cuestión y son las que en unión con la función objetivo hacen que el modelo sea difícil de resolver, ya que estas son no lineales y definen un conjunto no convexo.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPÍTULO 3

## TÉCNICAS DE PRE-PROCESAMIENTO

### 3.1 Introducción

En la práctica, muchos problemas de optimización incluyen con frecuencia un comportamiento no lineal que debe ser considerado explícitamente. A veces es posible reformular las no linealidades para que se ajusten al formato de un programa lineal, el cual es más fácil de resolver. Sin embargo, muchas veces es necesario usar una formulación de optimización no lineal. Una suposición importante con optimización lineal, es que todas sus funciones (función objetivo y funciones de restricción) son lineales, donde el objetivo es maximizar o minimizar una función lineal de las variables de decisión. Aunque, en esencia, esta suposición se cumple para muchos problemas prácticos, es frecuente que no sea así, ya que existen en la práctica problemas que no se pueden resolver utilizando optimización lineal porque tienen una estructura matemática diferente. Al contrario del caso del Método Simplex para optimización lineal (Murty, 1983), no existe un algoritmo eficiente que se pueda utilizar para resolver todos los problemas de optimización no lineal. De hecho algunos de estos problemas no se pueden resolver satisfactoriamente por ningún método, aunque se han hecho grandes avances en ciertas clases importantes de problemas que incluyen optimización cuadrática, optimización convexa y algunos tipos especiales de optimización no convexa etc., al cual pertenece el PMCC.

Se dispone de una gran variedad de algoritmos que casi siempre tienen un buen desempeño en estos casos. Algunos de estos algoritmos incorporan procedimientos de alta eficiencia para la optimización no restringida en una parte de cada iteración, y algunos emplean una sucesión de aproximaciones lineales o cuadráticas al problema original.

En los últimos años se ha tenido gran interés en el desarrollo de paquetes de computadora (software) confiables y de alta calidad para el uso general en la aplicación del mejor de estos algoritmos por computadora. Por ejemplo, en el Systems Optimization Laboratory de la Universidad de Stanford (EUA) se han desarrollado varios paquetes poderosos, como CONOPT (Drud, 1985 y 1992) y MINOS (Murtagh y Saunders, 1983). Estos paquetes son de uso común en otros centros para la solución de problemas del tipo que presenta nuestro problema en estudio. Las considerables mejoras que se han logrado, tanto en algoritmos como en el software, permiten hoy en día que algunos problemas de gran tamaño estén dentro de la factibilidad computacional.

Como el problema es no convexo, la búsqueda del algoritmo es hacia un óptimo local. Los diferentes métodos existentes para resolver problemas de optimización no lineal son muy sensibles a diferentes parámetros algorítmicos que influyen en diversas formas en estas metodologías. En este problema, dadas las características de la estructura matemática, al aplicar este método de solución (GRG) surgieron dificultades de diversos tipos que nos impidieron encontrar soluciones factibles. Para ayudar al algoritmo en su proceso de búsqueda hacia el óptimo local, es necesario aplicarle antes una fase de pre-procesamiento que le ayude a corregir este tipo de dificultades y le ayude a encontrar soluciones factibles iniciales que sirvan para iniciar el proceso de búsqueda hacia la optimización. Las técnicas que se utilizan en la fase de pre-procesamiento ayudan a simplificar la formulación del modelo de tal forma que desde el punto de vista computacional el modelo sea más fácil de resolver.

### 3.2 Importancia y Relevancia

Dada una formulación de un problema de optimización, el pre-procesamiento se refiere a operaciones elementales que pueden ser desarrolladas para mejorar o simplificar la formulación mediante el acotamiento de variables y asignación de valores iniciales, por mencionar algunas. El pre-procesamiento puede ser interpretado como una fase entre formulación y solución. Este puede acrecentar enormemente la velocidad de un algoritmo sofisticado el cual, pudiera por ejemplo, estar imposibilitado para reconocer el hecho de que alguna variable puede ser fijada y entonces eliminada del modelo (Nemhauser y Wolsey, 1989).

Ocasionalmente un problema pequeño puede ser resuelto en la fase de pre-procesamiento o por la combinación de pre-procesamiento con algún proceso enumerativo. Aunque esta aproximación ha sido abordada como una técnica de solución en el desarrollo primitivo de programación entera, bajo el nombre de enumeración implícita, este no es el papel importante de estas técnicas simples. Su principal propósito es preparar una formulación rápida y más efectiva para un algoritmo más sofisticado.

---

Desafortunadamente, ha tomado mucho tiempo a los investigadores reconocer el hecho de que existe generalmente la necesidad para ambas fases en la solución de problemas prácticos (Nemhauser y Wolsey, 1989).

Para resolver el PMCC, primeramente se formuló matemáticamente como un programa no lineal donde la función objetivo representa el consumo de combustible incurrido por todas las estaciones compresoras que se encuentran en la red. Posteriormente se aplicó el GRG (Bazaraa, Sherali y Shetty, 1993). Para la modelación y para el uso del método se utilizó GAMS, software de modelación algebraica con interfaces a varias librerías de optimización (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992). Sin embargo debido a la complejidad del problema, donde se tiene una función objetivo no convexa, y restricciones que definen un conjunto no convexo, al aplicar este método de

solución surgieron dificultades de diversos tipos. Por ejemplo, la principal dificultad que se presentó en nuestro problema al aplicar el algoritmo fue que no se encontraba ninguna solución factible inicial (en problemas donde se sabía que sí eran factibles) para diversos valores de flujo de masa para los nueve compresores utilizados en la evaluación.

Como ya se había mencionado anteriormente cualquier algoritmo de optimización requiere un punto inicial para iniciar su proceso de búsqueda para la optimización. Debido a que para este problema aun no se cuenta con un procedimiento eficiente que encuentre soluciones factibles iniciales, fue necesario emplear algunas técnicas comunes de pre-procesamiento que básicamente consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional con la finalidad de que ayuden al algoritmo a encontrar dichas soluciones iniciales para el problema en cuestión. Esto fue lo que motivo el desarrollo del presente trabajo.

### 3.3 Técnicas Comunes de Pre-Procesamiento

Existe una diversidad de técnicas de pre-procesamiento para problemas de optimización. Entre las más comunes se encuentra el acotamiento de las variables. Esto se realiza con la finalidad de hacer la región factible o espacio de búsqueda más reducido, con la finalidad de que el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo para encontrar la solución óptima local sea menor.

Otra técnica comúnmente usada es la asignación de valores iniciales a las variables. Si esto no se hace, el propio algoritmo toma un punto arbitrario como punto inicial lo cual provoca que en ocasiones, si el punto no es bien seleccionado, el algoritmo de optimización batalle en encontrar una solución inicial factible con la cual empezar el proceso. Es por eso la motivación de proporcionarle un buen punto inicial al algoritmo, con la finalidad de que al inicio de la búsqueda el punto proporcionado se encuentre

dentro ó cerca de la región de factibilidad para que le ayude a dirigirse más rápido hacia la mejor solución (óptimo local).

Otra de las técnicas empleadas en este tipo de problemas es el escalamiento. Éste consiste en tener restricciones con coeficientes con el mismo grado de magnitud, ya que los algoritmos internamente trabajan matricialmente con estos elementos y al ir efectuando operaciones con números que varían considerablemente en magnitud se introducen inestabilidades numéricas que a la postre provocan la falla del algoritmo o bien que no se pueda encontrar soluciones factibles en problemas donde sí existen.

Estas técnicas de pre-procesamiento mencionadas no son las únicas, pero son de las más relevantes y conforman el estudio principal de este trabajo de investigación. Para entender el significado e importancia de la aplicación de cada una de ellas, se explican más detalladamente a continuación.

### 3.3.1 Acotamiento de Variables

Las cotas tienen dos propósitos en modelos no lineales (Drud, 1985 y 1992). Algunas cotas representan restricciones reales del problema, por ejemplo, que la variable debe ser no negativa. Estas cotas son llamadas cotas del modelo. Otras cotas ayudan al algoritmo a prevenir que se mueva lejos de la ruta de alguna solución óptima y que entre en regiones con singularidades en las funciones no lineales o en valores no razonables de funciones o derivadas. Estas cotas son llamadas cotas algorítmicas. En algunos casos las cotas pueden hacer lento el proceso de solución. También muchas cotas pueden, por ejemplo, introducir degeneración.

Existen dos razones por las cuales las cotas son importantes en modelos no lineales (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992). La primera es que las cotas previenen de que el algoritmo realice operaciones no definidas, tales como la división por cero. La

segunda razón es que éstas pueden garantizar que las variables permanezcan en una región apropiada. Algunas veces se obtienen valores en soluciones parciales enormemente grandes y recursos considerables pueden ser desperdiciados. La estrategia más segura es acotar todas las variables superior e inferiormente y para el PMCC podemos conocer las cotas de todas las variables.

### 3.3.2 Asignación de Valores Iniciales de Variables

El asignar buenos valores iniciales es importante por muchas razones (Drud, 1985 y 1992). Valores iniciales que satisfacen o cercanamente satisfacen muchas de las restricciones hacen que se reduzca el trabajo involucrado en encontrar una solución inicial factible.

Los valores iniciales que además son cercanos al óptimo también reducen la distancia al punto final y por lo tanto indirectamente el esfuerzo computacional. El progreso del algoritmo de optimización se basa en una buena información direccional y por lo tanto de buenas derivadas. Las derivadas en un modelo no lineal dependen del punto actual y del punto inicial en el cual las primeras derivadas son calculadas. Finalmente, los modelos no convexos pueden tener múltiples soluciones, pero el modelador está buscando una en una parte particular del espacio de búsqueda, es decir en una vecindad apropiada donde sea más probable encontrar la solución deseada.

Típicamente, cuando se deja que el punto inicial sea asignado arbitrariamente por un algoritmo optimizador, los valores iniciales con los que inicia tienen de antemano el valor cero proyectado en los límites. Por ejemplo, si una variable del modelo es libre o tiene una cota inferior de cero, entonces para ésta su valor inicial es cero. Desafortunadamente, cero es en muchos de los casos un valor inicial malo para una variable no lineal. Un valor inicial de cero es especialmente malo si la variable aparece en un término de producto ya que la derivada inicial se hace cero, y esto hace parecer que la

función no depende de la variable. Si en el problema existe una variable que tiene una cota inferior positiva pequeña, por ejemplo, si esta variable aparece como argumento de la función logarítmica o como un denominador, entonces de antemano el valor inicial de la variable es esa cota inferior y ésta también es mala ya que este punto tendrá primeras y segundas derivadas muy grandes.

Una posibilidad es inicializar todas las variables en 1, o utilizar un factor de escala si se combina con alguna opción de escalamiento. Otra posibilidad es seleccionar valores razonables para algunas variables que del contexto se conoce que son importantes, y entonces usar algunas de las ecuaciones del modelo para derivar valores para las otras variables.

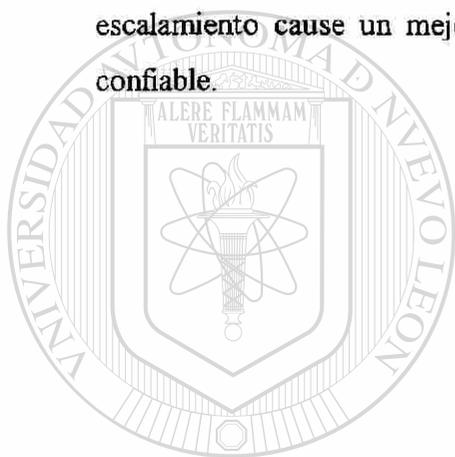
### 3.3.3 Escalamiento

Existen una diversidad de factores que pueden influenciar la eficiencia y éxito de un optimizador no lineal, incluyendo la forma en la cual el modelo es formulado y la selección de las unidades (o escalamiento) para las variables (Fourer, Gay y Kernighan, 1990). El escalamiento consiste en que los valores de las variables deberían diferir a lo mucho por unos pocos grados de magnitud. Los optimizadores pueden introducir error cuando algunas variables están en el orden de millones y otras en milésimas, por ejemplo en la ecuación siguiente:

$$\eta - (0.08609) * r_a = 1850536.25;$$

Esta ecuación tiene que ser escalada por un factor de escalamiento apropiado de tal forma que los coeficientes de las variables tengan un grado de magnitud parecido. Algunos optimizadores automáticamente escalan el problema para tratar de no permitir esta situación, pero se puede ayudar considerablemente analizando con buen juicio las unidades en las cuales las variables son expresadas.

Las variables llegan a ser bien escaladas si éstas son medidas con las unidades apropiadas. En la mayoría de los casos se debe seleccionar la unidad de medida para las variables tal que su valor esperado esté alrededor de la unidad. Las ecuaciones llegan a ser bien escaladas si los términos individuales son medidos en las unidades apropiadas. Después de que se han seleccionado las unidades para las variables, el siguiente paso es seleccionar la unidad de medida para las ecuaciones, tal que los valores esperados de los términos individuales estén alrededor de la unidad. Si se siguen estas reglas, se garantiza que las ecuaciones de balance usualmente tendrán coeficientes alrededor de 1. Si el problema estaba mal escalado originalmente, entonces es muy probable que la técnica de escalamiento cause un mejoramiento dramático en el costo y un proceso de solución confiable.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPÍTULO 4

## EVALUACIÓN COMPUTACIONAL

### 4.1 Aproximación a la Función de Consumo de Combustible

#### 4.1.1 Motivación

Evaluar un punto en la función objetivo del PMCC requiere resolver ecuaciones no lineales y esto implica un tiempo computacional relativamente alto. Como los algoritmos típicos de optimización no lineal tienen que evaluar cientos o miles de veces la función objetivo, no es recomendable utilizar este tipo de funciones desde el punto de vista computacional. Por otro lado la función es suave y tiene algunas propiedades de monotonicidad, por tal motivo, surge la motivación de crear funciones aproximadas a la función objetivo, las cuales sean más fáciles de evaluar. Investigadores que han trabajado en este tema, han sugerido funciones de aproximación simples de la función objetivo. En un estudio anterior (Wu, 1998) se proponen seis funciones polinomiales para intentar aproximar a la función objetivo. Estas funciones se muestran a continuación:

$$g_1(x_{ij}, p_i, p_j) = A_1 x_{ij} + B_1 p_i + C_1 p_j + D_1$$

$$g_2(x_{ij}, p_i, p_j) = A_2 x_{ij}^2 + B_2 x_{ij} p_i + C_2 x_{ij} p_j + D_2 p_i^2 + E_2 p_i p_j + F_2 p_j^2 + G_2 x_{ij} + I_2 p_j + J_2$$

$$g_3(x_{ij}, p_i, p_j) = p_i \left( A_3 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + B_3 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_3 \right)$$

$$g_4(x_{ij}, p_i, p_j) = p_i \left( A_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right)^2 + B_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_4 \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^2 + D_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + E_4 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + F_4 \right)$$

$$g_5(x_{ij}, p_i, p_j) = x_{ij} \left( A_5 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + B_5 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_5 \right)$$

$$g_6(x_{ij}, p_i, p_j) = x_{ij} \left( A_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right)^2 + B_6 \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^2 + C_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + D_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + E_6 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + F_6 \right)$$

donde los coeficientes  $A_i, \dots, F_i, i = 1, \dots, 6$ ; son constantes conocidas.

Las funciones más frecuentemente usadas ( $g_1, g_2$ ), son polinomios de grados uno y dos en las variables ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ). Ya que la función objetivo ( $g$ ) referenciada con el número (17), puede ser vista como una función de  $x_{ij}/p_i$  y  $p_j/p_i$  puede resultar ventajoso usar las cuatro funciones restantes.

En ese mismo estudio, se llevó a cabo una evaluación computacional de estas seis funciones polinomiales para aproximar a la función objetivo. Sin embargo, una limitante de ese trabajo fue que en la evaluación se usaron datos de un sólo compresor centrífugo. La evaluación consistió en el cálculo del error máximo relativo de cada una de las funciones. Los resultados de dicha evaluación se muestran en la Tabla I. En esta tabla, en la columna del lado izquierdo se encuentran las funciones de aproximación y en la columna del lado derecho se encuentra el error máximo relativo (%) de cada función de aproximación. Como puede apreciarse la función  $g_6$  es la que mejor se aproximó a la función objetivo, ya que presentó el mínimo error en la aproximación comparada con las otras funciones. La presión de succión que se utilizó en el compresor empleado estuvo en un rango de 60-800 psia.

Función	Error máximo relativo (%)
$g1$	66.15
$g2$	57.60
$g3$	66.15
$g4$	5.85
$g5$	10.06
$g6$	2.67

Tabla 1. Evaluación de las funciones de aproximación

Para generalizar este resultado fue necesario efectuar esta evaluación sobre un grupo más amplio de compresores (nueve en total) con datos tomados de la industria (Kim, 1999). Esto constituye una de las valiosas aportaciones de esta tesis.

#### 4.1.2 Diseño Experimental

Este experimento consiste en una evaluación computacional de las seis funciones polinomiales mencionadas anteriormente. Para llevar a cabo el experimento se utilizaron datos de nueve compresores centrífugos (Kim, 1999). El objetivo del experimento es determinar cual de las seis funciones polinomiales es la que mejor se aproxima a la función objetivo, con la finalidad de que en trabajos posteriores esta función pueda ser utilizada en lugar de la función objetivo original. Como se había mencionado anteriormente (Sección 2.4) evaluar un punto en la función objetivo implica un tiempo computacional relativamente alto y desde el punto de vista computacional no es recomendable utilizar este tipo de función. Para llevar a cabo este experimento se usó el paquete de Matlab versión 6 (The MathWorks, 2000) en una estación de trabajo Sun Ultra 10 bajo el sistema operativo Solaris 7. En primera instancia, se estimaron los coeficientes de cada función de aproximación mediante el método de mínimos cuadrados

utilizando una muestra de 8000 puntos del dominio  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ . Posteriormente se procedió a efectuar la evaluación de las funciones. Para esto se generó una malla de  $20 \times 20 \times 20$  del dominio  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ . En cada punto de la malla se evaluaron todas las funciones, registrando el error relativo de cada función de aproximación con respecto a la función original. Esta evaluación se hizo en cada uno de los nueve compresores. El error relativo se calcula como:

$$\frac{|g_{real} - g_{aprox.}|}{g_{real}}$$

Los datos de los compresores se toman de Kim (1999). Los programas en Matlab están disponibles en la página: <http://yalma.fime.uanl.mx/~pisis>. En el Apéndice E se presenta una muestra de éstos.

### 4.1.3 Resultados

Las Tablas 2 y 3 exhiben los resultados del experimento mostrando el error máximo relativo y el error promedio relativo de cada función, respectivamente. En las dos tablas cada fila corresponde a una unidad compresora y cada columna a una función de aproximación.

Las funciones  $g_2$  y  $g_4$  no se muestran ya que se alejan demasiado de la función original. Como se puede observar los resultados de las funciones  $g_1$  y  $g_3$  en las dos tablas son iguales ya que al calcular los coeficientes de las funciones mediante el método de mínimos cuadrados sus valores fueron iguales en las dos funciones y el término independiente ( $D_1$ ) de la función  $g_1$  tiene un valor de cero. Los resultados obtenidos en este experimento confirman que la función  $g_6$  es la que mejor se aproxima a la función objetivo. El error máximo relativo de ésta función es menor al 6% y el error promedio relativo es menor al 1% en ocho de los nueve compresores probados.

Nombre del compresor	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
SNARLIN-K1	18.320	18.320	11.197	1.708
RAKEEY-K1	18.608	18.608	11.109	1.844
RAKEEY-K2	19.075	19.075	12.282	2.923
HAMPER -K1	29.565	29.565	22.464	19.258
BELLVAN-K1	21.756	21.756	11.165	1.863
BELLVAN -K2	21.756	21.756	11.165	1.863
BELLVAN-K3	44.302	44.302	12.146	2.760
BETHANY-K1	39.479	39.479	12.157	6.109
BETHANY-K2	14.881	14.881	9.750	1.659

Tabla 2. Error máximo relativo (%) de las funciones de aproximación.

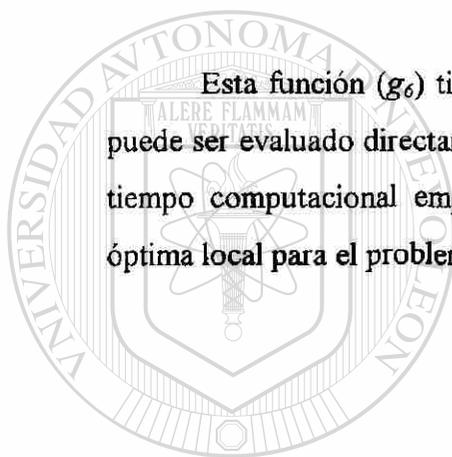
Nombre del compresor	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
SNARLIN-K1	4.537	4.537	4.748	0.515
RAKEEY-K1	4.605	4.605	4.756	0.518
RAKEEY-K2	5.029	5.029	5.104	0.977
HAMPER -K1	6.220	6.220	8.418	5.437
BELLVAN-K1	4.973	4.973	4.701	0.484
BELLVAN -K2	4.973	4.973	4.701	0.484
BELLVAN-K3	8.492	8.492	3.004	0.372
BETHANY-K1	8.757	8.757	3.741	1.741
BETHANY-K2	3.952	3.952	3.819	0.518

Tabla 3. Error promedio relativo (%) de las funciones de aproximación

#### 4.1.4 Conclusión

En este experimento, se realizó una aproximación a la función de consumo de combustible (función objetivo) del problema en cuestión, donde se utilizaron seis funciones polinomiales y un grupo de nueve compresores centrífugos diferentes. Según los resultados obtenidos en este experimento, se confirmó que la función  $g_6$  es la que mejor aproxima a la función objetivo en todos los compresores. Por lo tanto, se puede concluir con más seguridad que esta función puede representar fielmente a la función objetivo en trabajos posteriores que se realicen sobre este problema.

Esta función ( $g_6$ ) tiene la ventaja de que cualquier punto del dominio  $(x_j, p_b, p_f)$  puede ser evaluado directamente en la función. Esto hace que se reduzca notablemente el tiempo computacional empleado por el optimizador en la búsqueda de una solución óptima local para el problema en estudio.



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## 4.2 Evaluación de Técnicas de Pre-Procesamiento

En esta sección procedemos a evaluar el impacto del uso de las técnicas de pre-procesamiento descritas en el Capítulo 3. Primeramente describimos la base de datos utilizada para esta evaluación, a continuación definimos el diseño experimental de las diversas pruebas y finalmente presentamos los resultados y conclusiones del trabajo.

### 4.2.1 Descripción de la Base de Datos

#### Red en línea

Esta red está formada por 6 nodos, tres arcos ductos y dos estaciones compresoras en la red. Los arcos forman una línea recta (llamada una red “gun barrel” en la industria del gas natural) como se muestra en la Figura 9. Los datos de la red son tomados del archivo de la red en línea de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. Esta red tiene un nodo suministro (nodo 1) y un nodo demanda (nodo 6). Se probaron varias instancias con diferentes valores de flujo en los nodos 1 y 6 en unidades MMSCFD, ver Tabla 17 del Apéndice D. Para todos los otros nodos el  $b_i = 0$ . El rango de presión mínima y máxima para cada nodo es [200, 800] psia respectivamente. El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ . Para cada ducto,  $L = 50$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(2,3), (4,5)\}$ . Cada estación compresora tiene un compresor centrífugo.

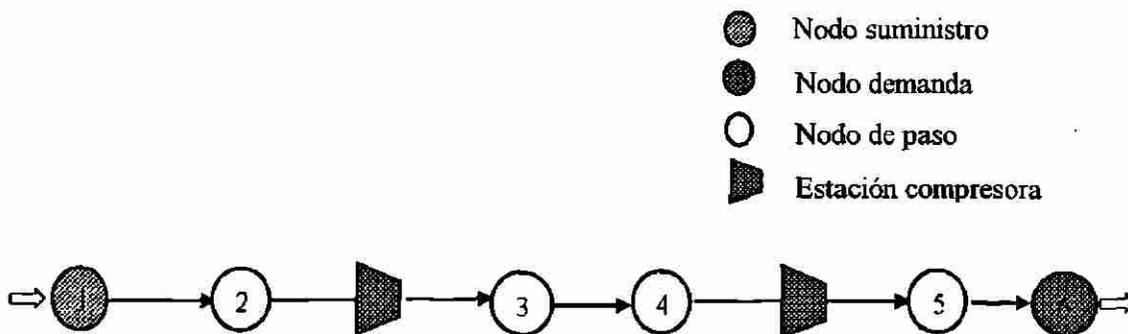


Figura 9. Red en línea

### Red tipo árbol

Esta red está formada por 10 nodos, seis arcos ductos y tres estaciones compresoras, cada una con un compresor centrífugo, como puede observarse en la Figura 10. Los datos de la red son tomados de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. La red tiene un nodo suministro (nodo 1) y cinco nodos demanda (nodos 5,6,7,9 y 10). Se probaron varias instancias con diferentes valores de flujo en unidades MMSCFD, ver Tabla 20 del Apéndice D. Para todos los otros nodos el  $b_i = 0$ . Los límites de presión mínima son dados (en psia) por  $p_1^L = p_2^L = p_4^L = p_{10}^L = 200$ ,  $p_3^L = p_5^L = p_6^L = p_7^L = p_8^L = p_9^L = 250$ . La presión máxima para cada nodo es  $p_i^U = 1500$  psia para todo  $i \in N$ . El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(2,3), (4,5), (5,6), (5,7), (8,9), (9,10)\}$ . Para cada ducto,  $L = 50$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(1,2), (3,4), (3,8)\}$ .

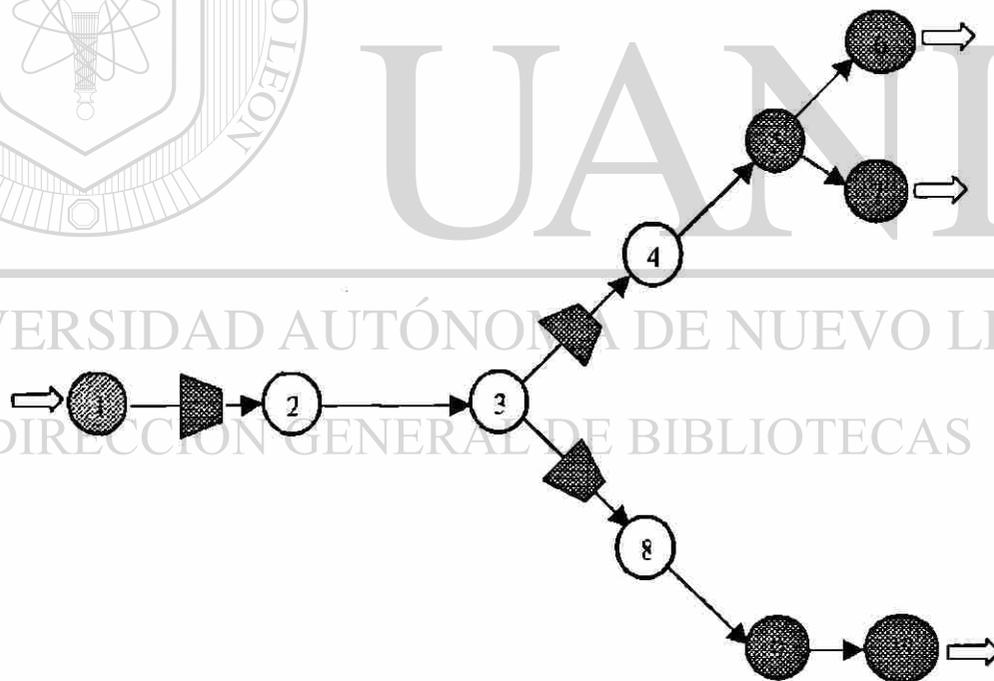


Figura 10. Red tipo árbol

### Red con ciclo

El tercer tipo es una red con 8 nodos, cinco arcos ductos y tres estaciones compresoras, como puede observarse en la Figura 11. Los datos de la red son tomados de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. La red tiene un nodo suministro (nodo 1) y dos nodos demanda (nodos 5, 8). Se probaron varias instancias para diferentes valores de flujo en unidades MMSCFD, ver Tabla 23 del Apéndice D. Para todos los otros nodos  $b_i = 0$ . Los límites de presión mínima y máxima son:  $p_i^L = 300$  y  $p_i^U = 1200$  psia respectivamente para todo  $i \in N$ . El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(1,3), (2,6), (4,5), (6,5), (7,8)\}$ . Para cada ducto,  $L = 40$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(1,2), (3,4), (7,8)\}$ . Cada estación compresora tiene un compresor centrífugo.

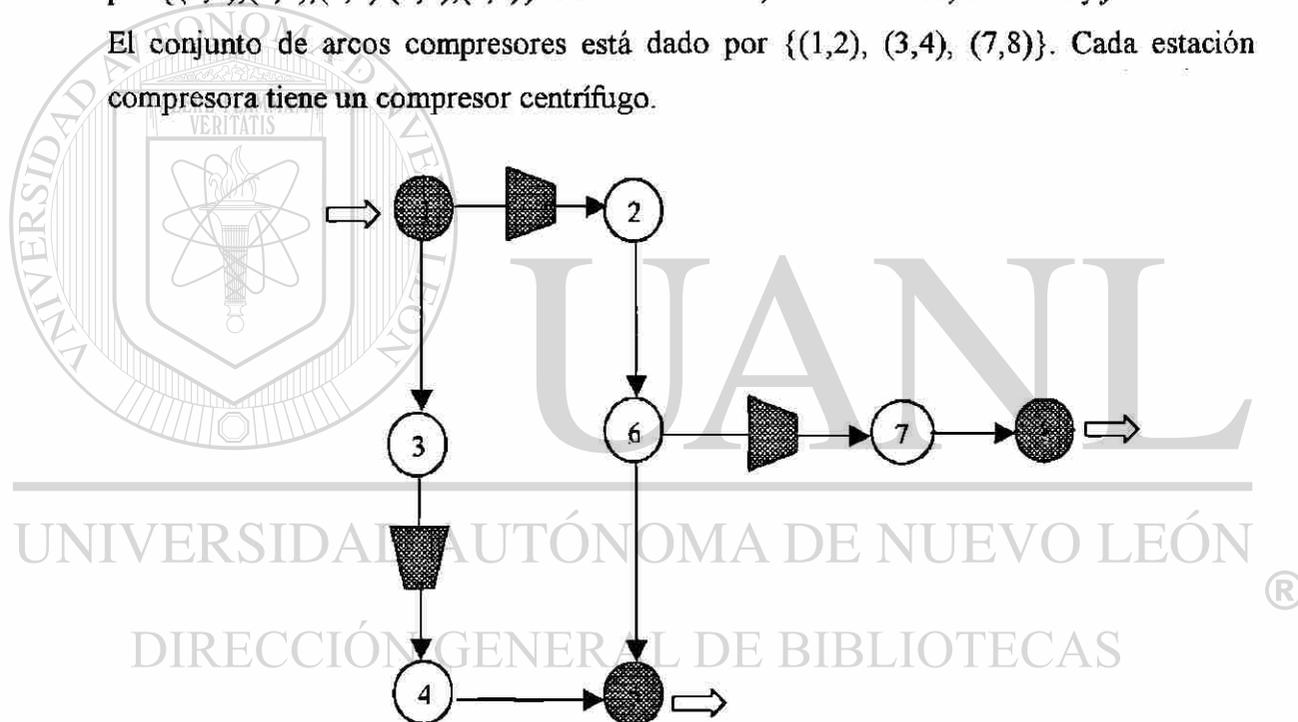


Figura 11. Red con ciclo

## 4.2.2 Metodología General

En primera instancia se modeló matemáticamente el PMCC mediante el uso de GAMS, versión 2.50, (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992), en una estación de trabajo Sun Ultra 10. Para la evaluación se utilizó la función objetivo original, ya que para las topologías utilizadas el tiempo utilizado por el algoritmo no se vio afectado y por tal razón no fue necesario utilizar la función aproximada. Una vez modelado se procedió a llevar a cabo la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento. Los factores que se evaluaron de la fase de pre-procesamiento en éste experimento fueron: (a) acotamiento de las variables de decisión; (b) asignación de un valor inicial a las variables de decisión y (c) escalamiento de las ecuaciones.

Esta evaluación se efectuó en tres topologías reales de la industria del gas natural con datos de nueve compresores centrífugos (Kim, 1999), para los cuales se utilizaron diferentes valores de flujo. Para hacer la comparación entre las técnicas de pre-procesamiento utilizadas, se llevo a cabo una prueba de hipótesis utilizando estadística no paramétrica. Los detalles de esta prueba pueden encontrarse en el Apéndice F.

En el experimento primeramente se realizó en conjunto la evaluación de las técnicas señaladas por los incisos (a) y (b). En la primera técnica las cotas que se le dieron a las variables de decisión fueron las cotas superior e inferior ya que para el PMCC las cotas de todas las variables pueden ser conocidas de antemano. En la segunda técnica el punto inicial que se le dio a las variables fue el punto medio de sus respectivas cotas. En la segunda parte del experimento se realizó la evaluación de la tercera técnica señalada por el inciso c, con la única finalidad de mejorar los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de los primeros dos incisos.

Para llevar a cabo la evaluación de la técnica de escalamiento de las ecuaciones (inciso (c)), primeramente al modelo que ya existía en GAMS con las dos técnicas usadas en la primera parte de este experimento (llamado escenario E1), se le agregó la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (8), (llamado escenario E2). Para

mejorar aún mas los resultados del escenario E2 se le volvió aplicar escalamiento a la ecuación del dominio del compresor (7), (llamado escenario E3). Para estas evaluaciones se registraron las instancias donde se encontraron soluciones, tanto óptimas como factibles, registrando el número de iteraciones en aquellas instancias donde se encontraron soluciones óptimas, con la finalidad de poder hacer una comparación entre un escenario y otro.

### 4.2.3 Experimentos

Se realizaron dos tipos de experimentos. El primero fue evaluar el impacto de cotas en las variables y punto inicial al algoritmo, y el segundo fue el evaluar el impacto del escalamiento de ecuaciones.

Como se aprecia más adelante, se observó un impacto positivo en el mejoramiento de la cantidad de soluciones óptimas locales encontradas y en la reducción del número de iteraciones que el algoritmo utiliza para encontrarlas.

#### 4.2.3.1 Impacto de las Cotas en las Variables y Punto Inicial

##### Objetivo

El objetivo de esta parte del experimento consiste en mostrar una evaluación computacional de dos técnicas comunes de pre-procesamiento: acotamiento de las variables y asignación de valores iniciales a las variables, las cuales fueron aplicadas al problema en cuestión, con la finalidad de ayudar al algoritmo en su proceso de búsqueda de soluciones óptimas locales y factibles.

##### Experimento

En primera instancia se modeló matemáticamente el problema mediante el uso de GAMS. Una vez modelado se procedió a llevar a cabo la evaluación de estas técnicas de

pre-procesamiento en tres topologías reales de la industria del gas natural (Figuras 9, 10 y 11), con datos de nueve compresores centrífugos diferentes en los cuales se utilizaron diferentes valores de flujo. Todas las variables de decisión fueron acotadas en su cota superior e inferior y el valor inicial que se le dio a cada variable fue el punto medio de sus respectivas cotas.

## Resultados

Las Tablas 14, 15 y 16 (Apéndice D) muestran los resultados obtenidos al no aplicar ninguna técnica de pre-procesamiento a las topologías en línea, tipo árbol y con ciclo, respectivamente. Como puede verse, en ninguna de las instancias se encontró una solución factible.

A continuación se muestran las tablas de los resultados (Tablas 4, 5 y 6) al aplicar estas dos técnicas de pre-procesamiento en las tres topologías empleadas en la evaluación.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	12	11
Rakeey-k1	10	10
Rakeey-k2	17	14
Hamper-k1	19	12
Bellvan-k1	10	10
Bellvan-k2	10	10
Bellvan-k3	17	12
Bethany-k1	18	14
Bethany-k2	16	12
<b>Total</b>	<b>129</b>	<b>105</b>

Tabla 4. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red en línea

El promedio de iteraciones en este escenario es de 92 iteraciones (ver Tabla 17 del Apéndice D). Como puede observarse en la Tabla 4, al aplicar estas técnicas de pre-procesamiento en la topología de red en línea, el número de soluciones óptimas locales encontradas representa el 81% del total probadas. El 19% restante esta repartido en soluciones factibles, soluciones no factibles y en algunas instancias donde el algoritmo alcanzó el límite de iteraciones preestablecido sin encontrar una solución. Este resultado

es alentador comparado con el obtenido al emplear el algoritmo sin pre-procesamiento donde no se encontraron soluciones factibles para ninguno de los compresores.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	18	17
Rakeey-k1	15	14
Rakeey-k2	16	7
Hamper-k1	11	1
Bellvan-k1	9	9
Bellvan-k2	9	9
Bellvan-k3	17	9
Bethany-k1	12	8
Bethany-k2	5	5
<b>Total</b>	<b>112</b>	<b>79</b>

Tabla 5. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red tipo árbol

En la Tabla 5 vemos similares resultados para la red tipo árbol. El promedio de iteraciones en este escenario es de 70.9 iteraciones (ver Tabla 20 del Apéndice D). En este tipo de topología, como puede observarse, al aplicar las técnicas de pre-procesamiento el número de soluciones óptimas locales encontradas por el algoritmo representa el 70% del total probadas, el 30% restante es únicamente para soluciones factibles. Este resultado es también muy alentador, ya que no encontramos soluciones no factibles, ni tampoco hubo instancias donde se alcanzara el límite de iteraciones sin encontrar una solución.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	23	21
Rakeey-k1	19	18
Rakeey-k2	25	20
Hamper-k1	31	15
Bellvan-k1	15	15
Bellvan-k2	15	15
Bellvan-k3	22	22
Bethany-k1	20	18
Bethany-k2	19	19
<b>Total</b>	<b>189</b>	<b>163</b>

Tabla 6. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red con ciclo.

Finalmente en la Tabla 6 vemos los resultados para la topología con ciclo. El promedio de iteraciones en este escenario es de 83.8 iteraciones (ver Tabla 23 del Apéndice D). En este tipo de topología como puede observarse al aplicar las técnicas de pre-procesamiento el número de soluciones óptimas locales encontradas por el algoritmo representa el 86% del total probadas, el 14% restante es únicamente también para soluciones factibles, que se encuentran repartidas en los nueve compresores como puede observarse en la tabla.

## Conclusiones

De una forma clara y contundente pudo observarse, en las tres topologías utilizadas, que las técnicas de pre-procesamiento de acotamiento en las variables y el punto inicial impactaron de una manera positiva en el desarrollo del algoritmo. Al aplicar éstas nos dimos cuenta que el algoritmo ya no tiene tanta dificultad para encontrar soluciones factibles para el problema.

Como se puede ver en cada tabla, para cada topología se encontró un buen porcentaje de soluciones óptimas locales. Estos resultados avalan el uso de estas técnicas de pre-procesamiento en el algoritmo.

### 4.2.3.2 Impacto del Escalamiento

#### Motivación

Después de realizar la primera parte del experimento, donde se aplicaron dos técnicas comunes de pre-procesamiento, nos dimos cuenta de la enorme utilidad de aplicar esta fase de pre-procesamiento al algoritmo, ya que se logró obtener una gran cantidad de soluciones óptimas locales. Analizando los resultados obtenidos, observamos que la parte restante donde el algoritmo no encontró soluciones óptimas

locales estaba repartida en soluciones factibles (mayoría), soluciones no factibles y soluciones donde se alcanzaba el límite de iteraciones. Como nuestro objetivo al realizar la fase de pre-procesamiento es encontrar el mayor número de soluciones óptimas locales que sea posible, surgió la necesidad de estudiar otra técnica de pre-procesamiento, la cual ayudara a mejorar las soluciones obtenidas hasta el momento.

La causa principal de que el algoritmo siguiera encontrando soluciones no factibles después de aplicar las dos técnicas de pre-procesamiento anteriores, se debía principalmente a que algunas de las ecuaciones del modelo tenían un mal escalamiento, es decir, los coeficientes de las ecuaciones variaban considerablemente en magnitud, lo que provocaba este tipo de inestabilidades numéricas que provocaban el fallo en el algoritmo. Por tal motivo, fue necesario realizar un mejor escalamiento a algunas de las ecuaciones. Como se mencionó en el Capítulo 3, el escalamiento se refiere a tener ecuaciones con coeficientes del mismo grado de magnitud.

### **Objetivo**

Como se pudo observar en los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de acotamiento y punto inicial el algoritmo encontró en la mayoría de las instancias probadas soluciones óptimas en las tres topologías. El objetivo de este experimento es el probar la hipótesis de que la técnica del escalamiento mejora la calidad de las soluciones obtenidas con respecto a la anterior.

### **Experimento**

Al modelo que ya existía en GAMS con las dos técnicas usadas en la primera parte de este experimento (llamado escenario E1), se le agregó la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (8), (llamado escenario E2), y al escenario E2 se le volvió aplicar escalamiento a la ecuación del dominio (7), (llamado escenario E3) con la finalidad de obtener mejores resultados. Se volvió a utilizar el algoritmo y se registraron las instancias donde se encontraban soluciones, tanto óptimas como factibles,

registrando el número de iteraciones en aquellas instancias donde se encontraba soluciones óptimas, con la finalidad de poder hacer una comparación entre un escenario y otro.

Para llevar esto a cabo, se utilizaron factores de escalamiento apropiados para cada instancia en cada uno de los compresores utilizados en la evaluación. Esta evaluación se realizó para las mismas topologías de la sección anterior. En esta parte del experimento se llevo a cabo la evaluación de la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (escenario E2) y ecuación del dominio (escenario E3).

Para ilustrar como se trabaja con el escalamiento, a continuación se presentan ejemplos de cada caso de las soluciones obtenidas al realizar la evaluación de las técnicas de acotamiento y punto inicial para la red en línea cuando se le aplica el escalamiento a una de las ecuaciones del modelo que presentaba un mal escalamiento en los coeficientes (ecuación de la eficiencia). El primer escalamiento que se hizo para esta topología fue al compresor Bellvan-k3 porque la ecuación de la eficiencia en este compresor era la que tenía el peor escalamiento en los valores de los coeficientes. Esta ecuación fue escalada en la mayoría de las instancias de este compresor con factores de  $1.0e+05$ . Las ecuaciones de los demás compresores también fueron escaladas con los factores apropiados con la finalidad de encontrar mayor cantidad de soluciones óptimas para el problema. Los resultados completos obtenidos al aplicar estas técnicas pueden verse en las tablas del Apéndice D en donde se aplica el escalamiento a las tres topologías utilizadas en la evaluación.

En el compresor Snarlin-k1 para la topología en línea el algoritmo terminó con una solución no factible. En este compresor la ecuación de la eficiencia no tenía tan mal escalamiento, pero también se le aplicó y la solución fue mejorada. La ecuación de la eficiencia en el arco compresor (2,3) en el modelo en GAMS para esta instancia tenía los siguientes coeficientes:

$$\text{EFICIENCIA}(2,3).. \text{ETA}(2,3) + (0.9381)*\text{RA}(2,3) =E= 126;$$

La cual representa, en language GAMS a la ecuación:  $\eta_{23} + 0.9381*Q_{23}/S_{23} = 126$ , referenciada por (8).

donde ETA denota la eficiencia y  $Q_{23}/S_{23}$  es la razón del flujo volumétrico y velocidad del compresor.

Cuando se le aplica el factor de escalamiento de  $1.0e+02$ , que tiene la notación siguiente:

$$\text{eficiencia.scale}(i,j) \text{Ac}(i,j) = 1.0e+02 ;$$

la ecuación de la eficiencia queda así:

$$\text{EFICIENCIA}(2,3).. 0.01*\text{ETA}(2,3) + (0.0094)*\text{RA}(2,3) =E= 1.26;$$

Aquí los coeficientes de la ecuación son divididos entre el factor de escalamiento. Una vez efectuado el escalamiento, se vuelve a utilizar el algoritmo con esta nueva ecuación ya escalada y el algoritmo encuentra una solución óptima local en 77 iteraciones.

En el compresor Hamper-k1 en la misma topología en línea, por ejemplo, se obtuvieron varias soluciones factibles y una solución donde se alcanzó el límite de iteraciones. Aquí fue necesario aplicar diferentes valores en los factores de escalamiento para las diferentes instancias donde se tenía este tipo de soluciones con la finalidad de obtener un mayor número de soluciones óptimas locales. Un valor que se le dio al factor de escalamiento fue  $1.0e+04$ . Se realizó el mismo procedimiento anterior y el algoritmo encontró una solución óptima local en 107 iteraciones.

También se observó que al aplicar las dos técnicas de pre-procesamiento, en algunas instancias de los diferentes compresores se logró mejorar el número de iteraciones empleadas por el algoritmo para encontrar la solución. Un caso de este tipo se muestra en el siguiente ejemplo:

En el compresor Rakeey-k2 con valor de flujo de 450 MMCFD se registró una solución óptima local en 1922 iteraciones. Al aplicarle un factor de escalamiento de  $1.0e+03$  se obtuvo una solución óptima local en 73 iteraciones que disminuyen notablemente el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo.

Para la topología tipo árbol la ecuación que presentó un peor escalamiento fue en el compresor Rakeey-k2 y los factores utilizados en las diferentes instancias fueron de orden  $1.0e04$  y  $1.0e05$ . Para la red con ciclo la ecuación de la eficiencia con peor escalamiento se presentó en el compresor Bellvan-k1 y los factores de escalamiento utilizados fueron de orden  $1.0e04$ ,  $1.0e05$  y  $1.0e06$ .

En el escalamiento de la ecuación del dominio para las tres topologías se utilizaron factores de escalamiento de orden  $1.0e03$ ,  $1.0e04$ ,  $1.0e05$  y  $1.0e06$  en la mayoría de los compresores ya que presentaba un peor escalamiento en sus coeficientes. Cabe aclarar que probablemente al escalar otra de las ecuaciones que presentaban un mal escalamiento pudieran haber mejorado las soluciones en las diferentes topologías. En el Apéndice D se pueden encontrar las tablas completas de los tres escenarios que se llevaron a cabo en esta evaluación para cada topología. Estas tablas muestran para qué valores de flujo el algoritmo encontró soluciones y el número de iteraciones que tardó el algoritmo en encontrar la solución. También en este mismo apéndice se encuentran tres programas en GAMS, uno para cada topología, con la finalidad de mostrar la modelación del problema en este modelador algebraico.

## Resultados

Los resultados obtenidos al aplicar el escalamiento a estas dos restricciones para las topologías en línea (Figura 9), tipo árbol (Figura 10) y con ciclo (Figura 11), se muestran en las Tablas 7, 8 y 9 respectivamente. En cada fila se muestra el número de soluciones óptimas locales para cada compresor en cada escenario.

Tipo de Compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	12	11	12	12
Rakeey-k1	10	10	10	10
Rakeey-k2	17	14	17	16
Hamper-k1	19	12	16	17
Bellvan-k1	10	10	10	10
Bellvan-k2	10	10	10	10
Bellvan-k3	17	12	14	17
Bethany-k1	18	14	14	13
Bethany-k2	16	12	15	15
<b>Total</b>	<b>129</b>	<b>105</b>	<b>118</b>	<b>120</b>

Tabla 7. Comparación de técnicas (escenarios) en la red en línea.

Tipo de Compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	17	17	17	18
Rakeey-k1	15	14	15	15
Rakeey-k2	16	7	8	8
Hamper-k1	11	1	1	3
Bellvan-k1	9	9	9	9
Bellvan-k2	9	9	9	9
Bellvan-k3	17	9	14	14
Bethany-k1	12	8	9	9
Bethany-k2	5	5	5	5
<b>Total</b>	<b>112</b>	<b>79</b>	<b>87</b>	<b>90</b>

Tabla 8. Comparación de técnicas (escenarios) en la red tipo árbol.

Tipo de compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	23	21	23	23
Rakeey-k1	19	18	19	19
Rakeey-k2	25	20	23	25
Hamper-k1	31	15	16	20
Bellvan-k1	15	15	15	15
Bellvan-k2	15	15	15	15
Bellvan-k3	22	22	22	22
Bethany-k1	20	18	16	17
Bethany-k2	19	19	18	17
<b>Total</b>	<b>189</b>	<b>163</b>	<b>167</b>	<b>173</b>

Tabla 9. Comparación de técnicas (escenarios) en la red con ciclo.

Como puede apreciarse en las Tablas 7, 8 y 9, los resultados obtenidos al aplicar las tres técnicas de pre-procesamiento son muy alentadores en las tres topologías, ya que se logra encontrar en la mayoría de las instancias probadas soluciones óptimas locales en los nueve compresores utilizados. Haciendo una comparación entre los tres escenarios respecto al número de soluciones óptimas locales encontradas en una de las topologías, se observa que cuando se compara el escenario E1 con el escenario E2 se logra un mejoramiento hasta de un 10%. Al comparar los escenarios E2 y E3 se obtiene una mejora de un 3% y por último comparando el escenario E1 con el escenario E3 se logra obtener una mejora hasta de un 12%. Como puede verse en las tres tablas, el mejor escenario es el E3, ya que en éste se logra obtener el mayor número de instancias con soluciones óptimas locales. Esto se logró porque se le aplicó un mejor escalamiento a una de las ecuaciones del modelo (ecuación del dominio, ver Tablas 19, 22 y 25).

En la prueba de hipótesis realizada (ver Apéndice F) se prueban las hipótesis de que el promedio de iteraciones que tarda el algoritmo en encontrar una solución óptima local es mayor en el escenario E1 que en el escenario E2 y otra hipótesis de que el promedio de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3 en cada topología.

Resumiendo lo anterior, queremos probar las hipótesis:

- a)  $H_0$  : El promedio de iteraciones en el escenario E1 es menor ó igual que en el escenario E2  
 $H_1$  : El promedio de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2
- b)  $H_0$  : El promedio de iteraciones en el escenario E2 es menor ó igual que en el escenario E3  
 $H_1$  : El promedio de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3

Se utilizó un nivel de significancia ( $\alpha$ ) del 5%. Los resultados de ésta prueba de hipótesis se muestran a continuación en forma resumida en la Tabla 10, donde se muestra el valor P (probabilidad de ocurrencia) para cada hipótesis. Para más detalle sobre esta prueba puede verse el Apéndice F.

Red en línea		Red tipo árbol		Red con ciclo	
E1 y E2	E2 y E3	E1 y E2	E2 y E3	E1 y E2	E2 y E3
$P = 0.0154$	$P = 0.0158$	$P = 0.0212$	$P \cong 0$	$P = 0.008$	$P \cong 0$

Tabla 10. Resultados de prueba de hipótesis

Como puede apreciarse en la tabla, la prueba fue significativa para cada topología, a un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ . Es decir, se concluye que hay evidencia suficiente para rechazar  $H_0$ , en favor de la hipótesis alternativa que indica que el promedio de iteraciones en E1 es mayor que en E2.

Similarmente vemos que el promedio de iteraciones en E2 es mayor que en el escenario E3 para las tres topologías.

### Conclusiones

Como pudo observarse, la fase de pre-procesamiento es de gran importancia para algoritmos que presentan dificultades en su proceso de búsqueda. En particular en este problema se obtuvieron muy buenos resultados en cada una de las evaluaciones realizadas en este experimento al aplicar algunas de las técnicas más comunes de la fase de pre-procesamiento. Los resultados obtenidos avalan categóricamente el uso de estas técnicas, gracias a éstas se logró obtener una gran cantidad de soluciones óptimas locales en la mayoría de los compresores utilizados en cada topología y se logró también reducir el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo. Lo anterior fue demostrado estadísticamente, utilizando una prueba de hipótesis para confirmar científicamente los resultados obtenidos en ésta evaluación.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y APORTACIONES

### 5.1 Conclusiones

Este trabajo de investigación consistió en el estudio de un problema de optimización cuyo objetivo era la minimización del consumo de combustible incurrido por las estaciones compresoras en una red de gas natural. La resolución de este tipo de problema en la industria del transporte del gas natural es de gran interés, ya que las estaciones compresoras consumen de 3-5% del gas transportado, ocasionando que su costo de transportación sea considerablemente alto.

Al analizar la estructura matemática del problema se observan diversas características que lo hacen difícil de resolver, entre ellas figuran la no convexidad de la función objetivo, del dominio de operación factible del compresor y de las ecuaciones que definen el flujo en los ductos.

Una dificultad que se observó al estudiar el PMCC se presentó al evaluar un punto en la función objetivo ya que implicaba resolver restricciones no lineales que desde el punto de vista computacional representaban un tiempo relativamente alto. Por tal motivo, se realizó una evaluación computacional de seis funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo en las cuales el punto se evaluaba directamente en la función. Para esta evaluación se utilizaron nueve compresores centrífugos diferentes. Los resultados obtenidos mostraron que una de las ecuaciones ( $g_6$ ) es la que mejor se aproximó a la función objetivo en todos los compresores. Avalándonos en estos

resultados podemos reemplazar esta función por la original, estando seguros que el tiempo computacional empleado por el algoritmo se reducirá notablemente.

Otra dificultad del problema es que cuando se intenta utilizar un algoritmo de optimización, se presentan dificultades para encontrar soluciones factibles al PMCC. Es por ello que gran parte del trabajo se enfocó en el estudio y evaluación de técnicas de pre-procesamiento. Las técnicas de pre-procesamiento consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional.

Los resultados obtenidos en la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento, avalan categóricamente su uso. Las técnicas aplicadas tuvieron un impacto positivo en el algoritmo. Se logró obtener una gran cantidad de instancias con soluciones óptimas locales para diferentes topologías reales de la industria del gas natural en varios compresores centrífugos. El algoritmo por sí sólo (sin la fase de pre-procesamiento) no pudo encontrar soluciones factibles para la mayoría de instancias del problema. También se logró que el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo se redujera notablemente. Los resultados fueron avalados por pruebas de hipótesis utilizando estadística no paramétrica.

Esta investigación puede considerarse una extensión de los trabajos que hasta el momento han abordado este tipo de problema, ya que se tomaron de referencia algunos de los resultados obtenidos en esos trabajos para tratar de resolver el PMCC desde este punto de vista.

## 5.2 Aportaciones

Entre las contribuciones del presente trabajo, cito primero la implementación computacional de códigos, usando lenguaje C, Matlab y GAMS, que efectúan diversas tareas como:

(a) Captura de datos numéricos de una muestra tomada a un compresor. Esta base de datos es fundamental si se desea analizar cierto compresor para este problema ya que para cualquier evaluación que se quiera realizar se tiene que partir de una base de datos tomados de la industria de dicho compresor en términos de las variables  $H$ ,  $Q$ ,  $S$  y  $\eta$ , para hacer los cálculos necesarios.

(b) Cálculo de los coeficientes de las ecuaciones no lineales que describen el dominio factible de operación del compresor usando el método de mínimos cuadrados. Estos coeficientes tuvieron que ser calculados con anticipación por dos motivos: primero porque se deseaba conocer gráficamente el dominio de operación de cada compresor y segundo porque estos coeficientes son utilizados en el modelo de los trabajos posteriores. También fueron calculados los coeficientes de la ecuación que define la eficiencia de un compresor.

(c) Trazado de gráficas del dominio factible del compresor y eficiencia de un compresor. Estas gráficas nos ayudaron a visualizar el dominio factible de operación y eficiencia de cada tipo de compresor utilizado en las evaluaciones.

(d) Evaluación de la función de consumo de combustible de un compresor.

(e) Obtención de los coeficientes de funciones polinomiales de aproximación de la función de consumo de combustible usando el método de mínimos cuadrados.

(f) Construcción de instancias del problema de diversos tamaños y topologías mediante el modelador algebraico (GAMS).

Una muestra de estos programas puede encontrarse en el Apéndice E y los códigos originales en la página del PISIS (<http://yalma.fime.unal.mx/~pisis>).

Entre las aportaciones científicas figura primeramente la evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible. En esta evaluación, se realizó una aproximación a la función de consumo de combustible (función objetivo) del problema en cuestión, donde se utilizaron seis funciones polinomiales y un grupo de nueve compresores centrífugos diferentes. Según los resultados obtenidos en este experimento, se confirmó lo que ya había sido probado en un trabajo anterior para un sólo compresor (Wu, 1998). Se avaló que una de las funciones se aproximaba mejor a la función objetivo en todos los compresores. Por lo tanto, se concluye que esa función puede representar fielmente a la función objetivo original en trabajos posteriores que se realicen sobre este problema. Este trabajo fue publicado en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002a) y presentado en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002b).

La aportación más valiosa de este trabajo de investigación fue la evaluación computacional de la fase de pre-procesamiento donde se utilizaron algunas de las técnicas más comunes y se lograron muy buenos resultados para el problema en diferentes topologías para varios tipos de compresores. De los trabajos existentes que han abordado el tema, ninguno ha tratado explícitamente la fase de pre-procesamiento al algoritmo antes de optimizar el problema sino que todos asumen que se parte de una solución factible inicial. Con esta aplicación, se logró encontrar además de soluciones factibles, soluciones óptimas locales en un menor número de iteraciones comparando con el método convencional del gradiente reducido, lo cual reduce el tiempo computacional empleado por el algoritmo. Los resultados de este trabajo han sido presentados en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002b) y en poster en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002c).

### 5.3 Recomendaciones para Trabajos Futuros

Una primera recomendación sería ampliar el estudio a un mayor número de instancias. En el presente estudio nos basamos en una instancia por cada una de tres topologías distintas y ciertamente esta base de datos puede ser ampliada.

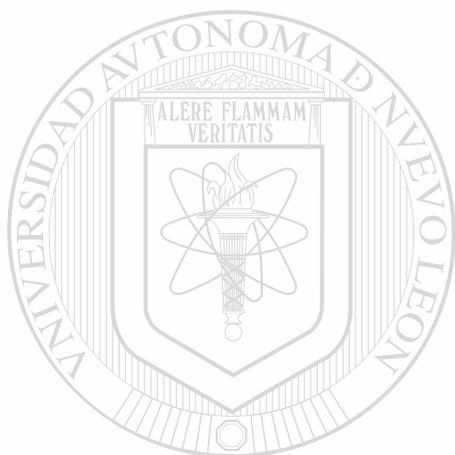
Otra recomendación es que a partir de las soluciones obtenidas en la evaluación realizada con las técnicas de pre-procesamiento, se realice un estudio más completo de la fase de optimización del algoritmo, utilizando éstas como puntos iniciales. Sería de gran utilidad que la evaluación se llevara a cabo entre varios algoritmos no lineales disponibles en el área de optimización para analizar su comportamiento y en base a los parámetros evaluados en cada uno de ellos elegir el que mejor desempeño presente para el problema.

Una de las áreas de oportunidad más importantes es el desarrollar heurísticas que encuentren soluciones factibles iniciales que sirvan como puntos iniciales para la optimización del algoritmo. Esto podría ayudar a seleccionar en forma más metódica el punto de inicio, en lugar de tener que partir de un punto arbitrario.

Así mismo, otra área de oportunidad es el emplear técnicas de búsqueda local como GRASP (Díaz et al., 1996) y Búsqueda Tabú (Glover y Laguna, 1997) para mejorar las soluciones obtenidas por los métodos convencionales.

Entre las áreas de investigación de mayor interés figuran el considerar otras variaciones del problema como manejar el número de compresores en la estación compresora como una variable de decisión (entera), lo cual hace que el problema se convierta en un problema entero mixto no lineal, lo cual es desde luego un proyecto de mayor complejidad.

El tema tratado en este trabajo de investigación es de gran importancia. Se espera que los resultados obtenidos en esta investigación sean de gran utilidad para los trabajos posteriores que aborden este importante problema de la industria del gas natural.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- J. Abadie y J. Carpentier (1969). Generalization of the Wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. En R. Fletcher, editor, *Optimization*, 37-47. Academic Press, New York, EUA.
- M. S. Bazaraa, H. D. Sherali y M. Shetty (1993). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley, New York, EUA.
- A. Brooke, D. Kendrick y A. Meeraus (1992). *GAMS: A User's Guide, Release 2.25*. The Scientific Press, South San Francisco, EUA.
- A. Díaz, F. Glover, H. M. Ghaziri, J. L. González, M. Laguna, P. Moscato y F. T. Tseng (1996). *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. Paraninfo, Madrid, España.
- A. Drud (1985). A GRG code for large sparse dynamic nonlinear optimization problems. *Mathematical Programming*, 31:153-191.
- A. Drud (1992). CONOPT: A large scale GRG code. *ORSA Journal on Computing*, 6 (2): 207-216.
- R. Fourer, D. M. Gay y B. W. Kernighan (1990). A modeling language for mathematical programming. *Management Science*, 36(5):519-554.
- M. R. Garey y D. S. Johnson (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, New York, EUA.
- F. Glover y M. Laguna (1997). *Tabu Search*. Kluwer, Boston, EUA.
- 
- F. S. Hillier y G. J. Lieberman (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. McGraw-Hill, México.
- S. Kim (1999). *Minimum-Cost Fuel Consumption on Natural Gas Transmission Network Problem*. Disertación doctoral, Departamento de Ingeniería Industrial, Texas A&M University, College Station, EUA.
- C. A. Luongo, B. J. Gilmour y D. W. Schroeder (1989). Optimization in natural gas transmission networks: A tool to improve operational efficiency. Presentado en 3rd SIAM Conference on Optimization, Boston, EUA, Abril.
- B. A. Murtagh y M. A. Saunders (1983). MINOS 5.0 User's Guide. Reporte técnico SOL 83-20, Departamento de Investigación de Operaciones, Stanford University, Stanford, EUA.
- K. G. Murty (1983). *Linear Programming*, Wiley, New York, EUA.
- G. L. Nemhauser y L. A. Wolsey (1989). *Integer Programming*. En G. L. Nemhauser, A. H. G. Rinnooy Kan y M. J. Todd, editores, *Optimization, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 1. Capítulo 6, 447-521. Elsevier, Amsterdam, Holanda.

A. J. Osiadacz (1987). *Simulation and Analysis of Gas Networks*. Gulf Publishing Company, Houston, EUA.

P. B. Percell y M. J. Ryan (1987). Steady-state optimization of natural-gas pipeline network operation. En *Proceedings of the 19th PSIG Annual Meeting*. Tulsa, EUA, Octubre.

R. Z. Ríos-Mercado (2002). Natural gas pipeline optimization. En P. M. Pardalos y M.G. Resende, editores, *Handbook of Applied Optimization*, Capítulo 18.8.3, 813-825. Oxford University Press, New York, EUA.

R. Z. Ríos-Mercado, S. Wu, L. R. Scott y E. A. Boyd (2003). A reduction technique for natural gas transmission network optimization problems. *Annals of Operations Research* (por aparecer).

D. W. Schroeder (1996). Hydraulic analysis in the natural gas industry. En J. J. W. Chen y A. Mital, editores, *Advances in Industrial Engineering Applications and Practice I*, 960-965. IJIE, Cincinnati, EUA.

The MathWorks, Inc (2000). *MATLAB: Using Matlab Graphics*. Natick, Massachusetts, EUA.

Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002a). Approximating the fuel consumption function on natural gas centrifugal compressors. En *Proceedings of the 2002 NSF Design Service, Manufacturing Grantees Research Conference*, San Juan, Puerto Rico, Enero.

Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002b). Minimización de consumo de combustible en una red de gas natural. Escuela Nacional de Optimización y Análisis Numérico (ENOAN 2002), Morelia, Mich., Marzo.

Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002c). Pre-procesamiento de un algoritmo de optimización para la minimización de consumo de combustible en una red de gas natural. VII Simposio de Ciencia y Tecnología, Monterrey, N.L., Mayo.

P. J. Wong y R. R. Larson (1968). Optimization of natural-gas pipeline systems via dynamic programming. *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC13(5):475-481.

S. Wu (1998). *Steady-State Simulation and Fuel Cost Minimization of Gas Pipeline Networks*. Disertación doctoral, Departamento de Matemáticas, University of Houston, Houston, EUA.

S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd y L. R. Scott (2000). Model relaxations for the fuel cost minimization of steady-state gas pipeline networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 31(2-3):197-220.

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
1. Evaluación de las funciones de aproximación	34
2. Error máximo relativo (%) de las funciones de aproximación	36
3. Error promedio relativo (%) de las funciones de aproximación	36
4. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red en línea	43
5. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red tipo árbol	44
6. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red con ciclo	44
7. Comparación de técnicas en la red en línea	50
8. Comparación de técnicas en la red tipo árbol	50
9. Comparación de técnicas en la red con ciclo	50
10. Resultados de prueba de hipótesis	52
11. Archivos empleados de la base de datos para la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento	63
12. Parámetros del gas	63
13. Parámetros de los ductos	63
14. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red en línea	84
15. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red tipo árbol	84
16. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red con ciclo	85
17. Resultados para la red en línea bajo el escenario E1	86
18. Resultados para la red en línea bajo el escenario E2	87
19. Resultados para la red en línea bajo el escenario E3	88
20. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E1	89
21. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E2	90
22. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E3	93
23. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E1	93
24. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E2	94
25. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E3	96

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
1. Red en línea	1
2. Red tipo árbol	1
3. Red con ciclo	1
4. Dominio de operación en $Q, S$ y $H$	16
5. Eficiencia adiabática como función de $Q/S$	16
6. Dominio factible para un compresor ( $D_{(i,j)}$ )	18
7. Superficie del dominio $D_{(i,j)}$ para $p_i$ fija	18
8. Gráfica de consumo de combustible ( $g$ ) para $p_i$ fija	20
9. Red en línea	38
10. Red tipo árbol	39
11. Red con ciclo	40
12. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Snarlin-k1	67
13. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Snarlin-k1	67
14. Eficiencia del compresor Snarlin-k1	67
15. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Rakeey-k1	68
16. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Rakeey-k1	68
17. Eficiencia del compresor Rakeey-k1	68
18. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Rakeey-k2	69
19. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Rakeey-k2	69
20. Eficiencia del compresor Rakeey-k2	69
21. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Hamper-k1	70
22. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Hamper-k1	70
23. Eficiencia del compresor Hamper-k1	70
24. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k1	71
25. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k1	71
26. Eficiencia del compresor Bellvan-k1	71
27. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k2	72
28. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k2	72
29. Eficiencia del compresor Bellvan-k2	72
30. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k3	73
31. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k3	73
32. Eficiencia del compresor Bellvan-k3	73
33. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k1	74
34. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bethany-k1	74
35. Eficiencia del compresor Bethany-k1	74
36. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k2	75
37. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bethany-k2	75
38. Eficiencia del compresor Bethany-k2	75



**APÉNDICE A**  
**DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS**

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Apéndice A. Descripción de la Base de Datos

En este apéndice describimos la base de datos y parámetros utilizados en la realización de nuestros experimentos.

Nombre del archivo	Tipo de red	Tipo de compresor	Número de nodos	Número de ductos	Número de compresores
Srtgee1.txt	En línea	Snarlin-k1	6	3	2
Srtgee2.txt	Tipo árbol	Snarlin-k1	10	6	3
Srtgee5.txt	Con ciclo	Snarlin-k1	8	5	3

Tabla 11. Archivos empleados de la base de datos para la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento.

Las Tablas 12 y 13 muestran los parámetros utilizados del gas y de los ductos.

<b>k</b>	1.287
<b>Z</b>	0.95
<b>R</b>	85.2 lbf-ft/lbm-°R
<b>S<sub>g</sub></b>	0.6248

Tabla 12. Parámetros del gas.

Red	L(millas)	d(ft)	T(°R)	K
En Línea	50	3	519.67	4.1040e07
Tipo árbol	50	3	519.67	4.1040e07
Con ciclo	40	3	519.67	4.1040e07

Tabla 13. Parámetros de los ductos.

Las Figuras 9, 10 y 11 ilustran el tipo de topología que fue utilizada en las evaluaciones de las técnicas de pre-procesamiento.

Donde:

-  Nodo suministro
-  Nodo demanda
-  Nodo de paso
-  Estación compresora

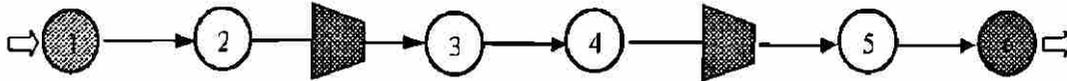


Figura 9. Red en línea

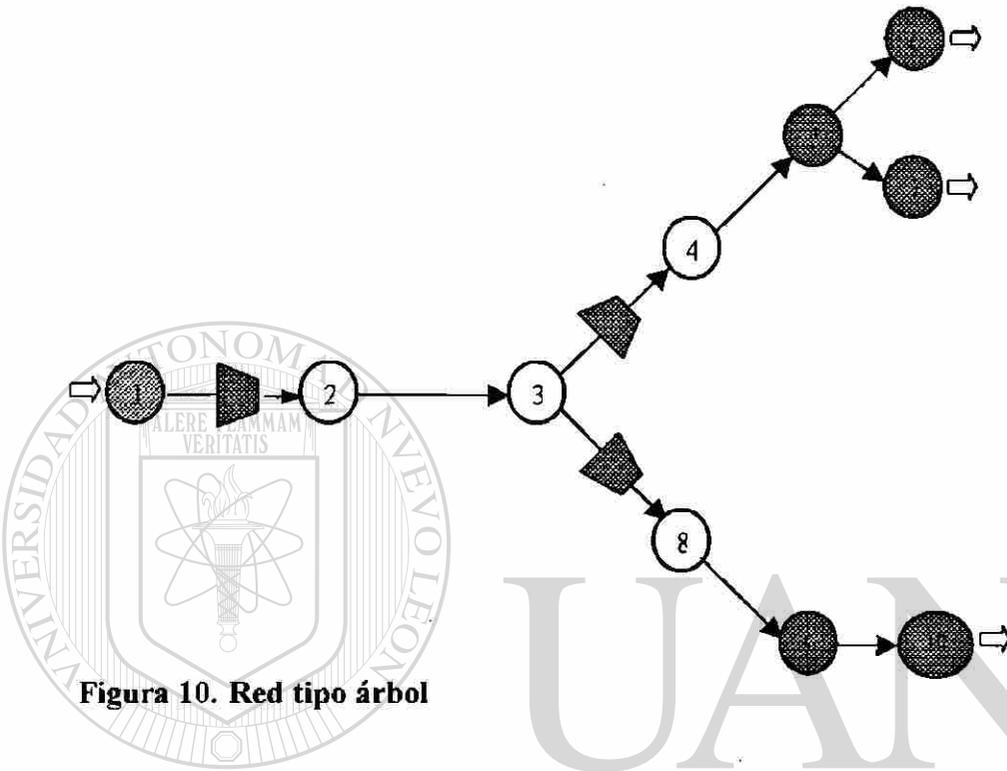


Figura 10. Red tipo árbol

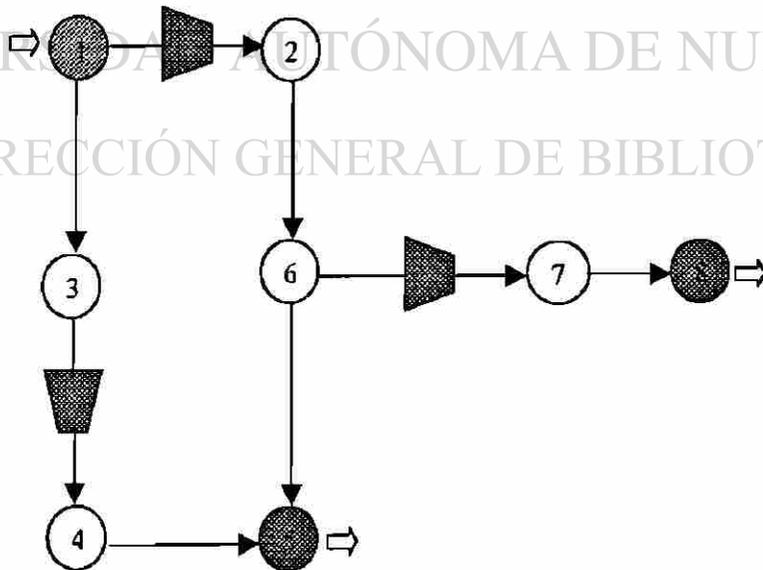
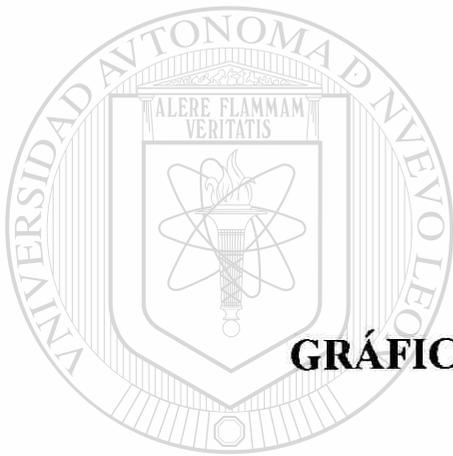


Figura 11. Red con ciclo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**APÉNDICE B**  
**GRÁFICAS DE LOS COMPRESORES**

UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Apéndice B. Gráficas de los Compresores

En este apéndice mostramos las gráficas en los dos dominios de operación y eficiencia de los nueve compresores utilizados en las evaluaciones. Éstas fueron obtenidas mediante el uso de los Programas 3, 4 y 5 (en Matlab) los cuales se encuentran disponibles en la página del PISIS (<http://yalma.fime.uanl.mx>).

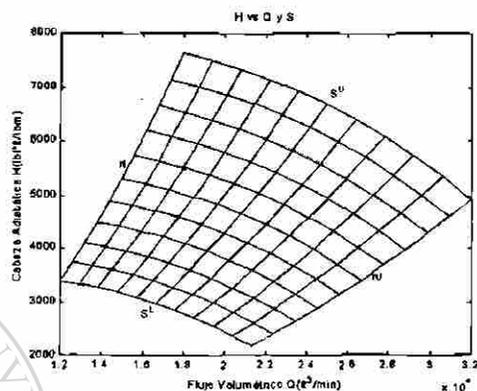


Figura 12. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Snarlin-k1

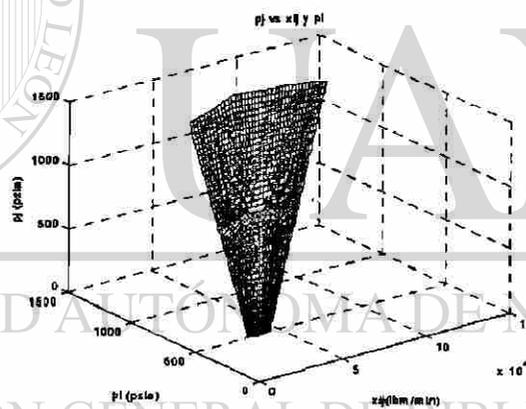


Figura 13. Gráfica del dominio de operación ( $x_{i^p}, p_i, p_r$ ) del compresor Snarlin-k1

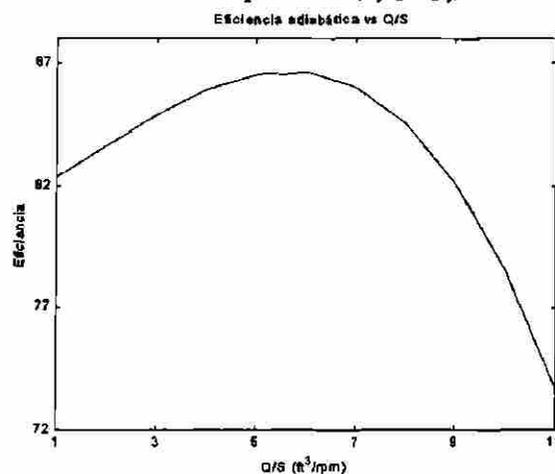


Figura 14. Gráfica de la eficiencia del compresor Snarlin-k1

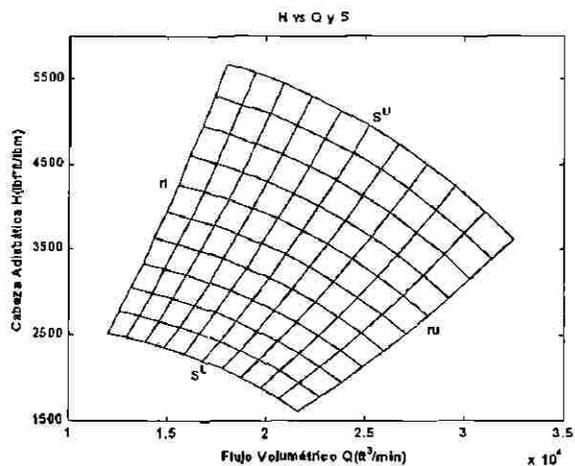


Figura 15. Gráfica del dominio de operación  $(H, Q, S)$  del compresor Rakeey-k1

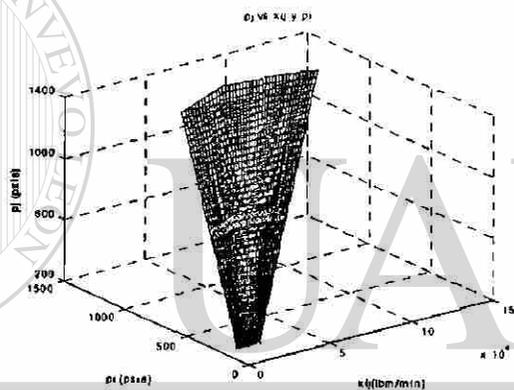


Figura 16. Gráfica del dominio de operación  $(x_i, p_i, p_j)$  del compresor Rakeey-k1

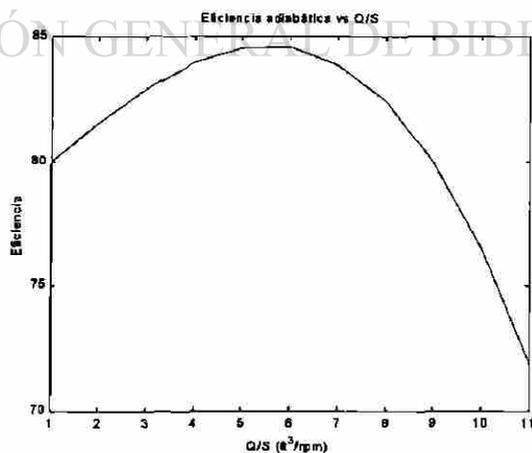


Figura 17. Gráfica de la eficiencia del compresor Rakeey-k1

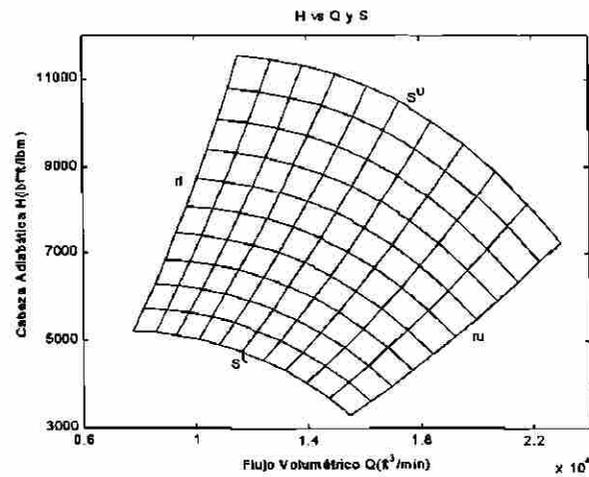


Figura 18. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Rakeey-k2

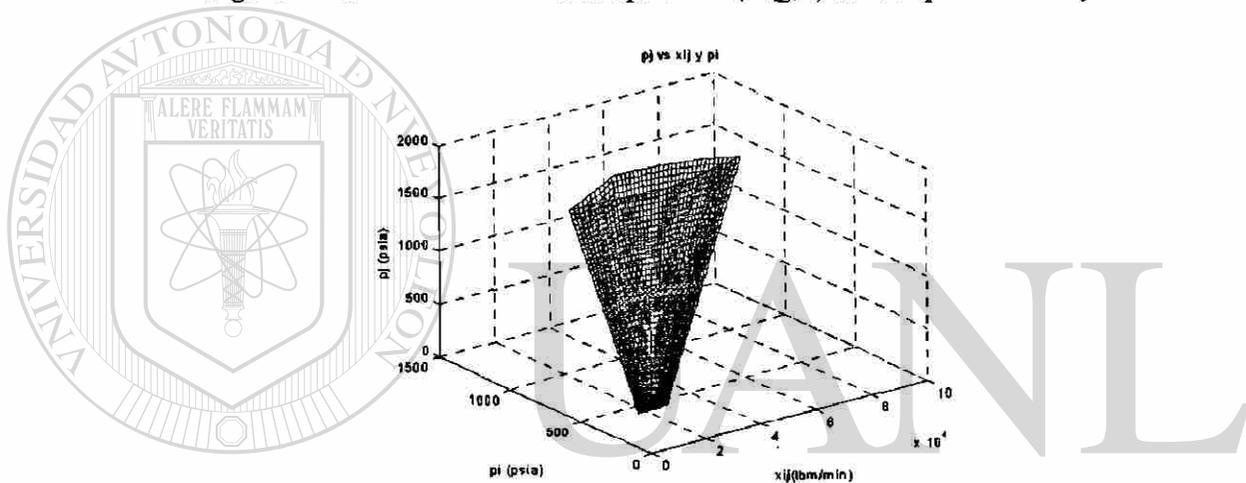


Figura 19. Gráfica del dominio de operación ( $x_i, p_i, p_i$ ) del compresor Rakeey-k2

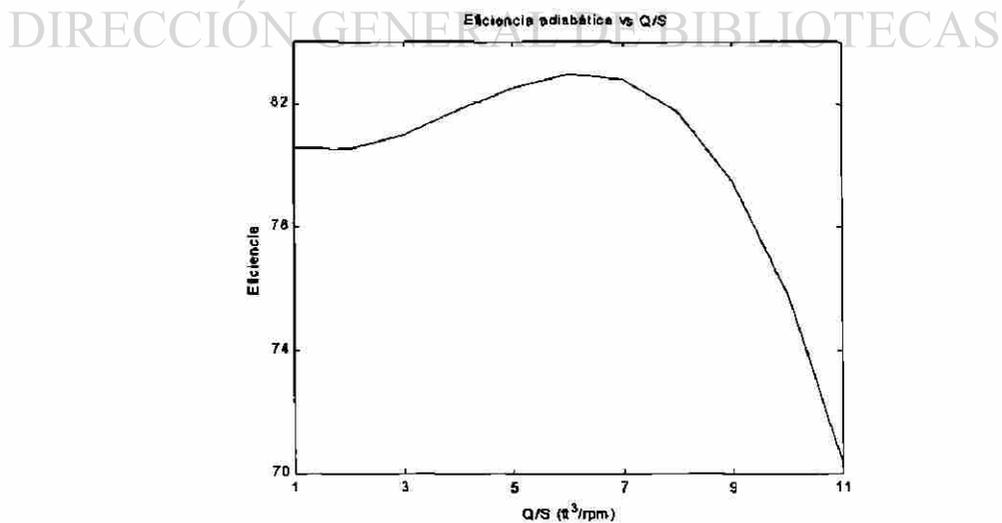


Figura 20. Gráfica de la eficiencia del compresor Rakeey-k2

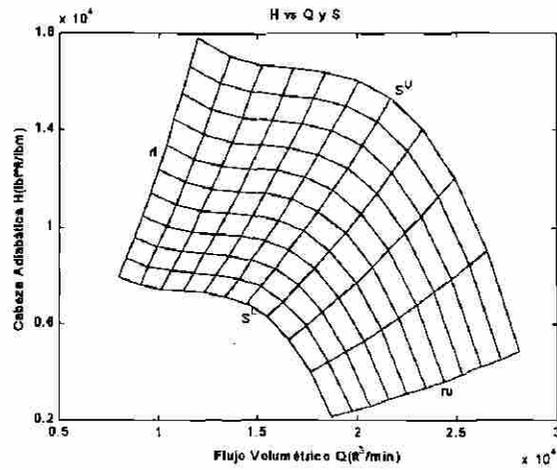


Figura 21. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Hamper-k1

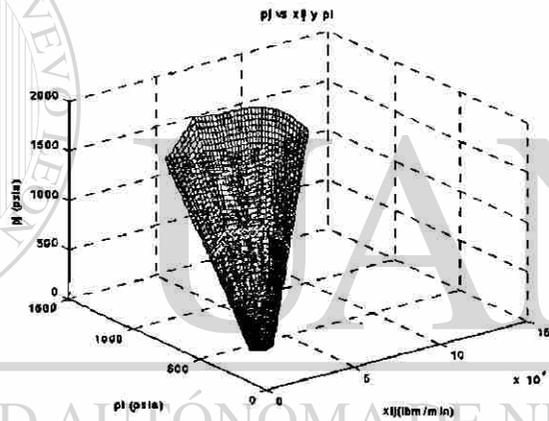


Figura 22. Gráfica del dominio de operación ( $x_i, p_i, p_j$ ) del compresor Hamper-k1

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

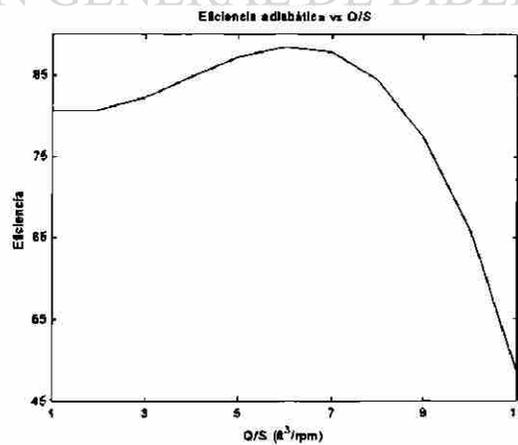


Figura 23. Gráfica de la eficiencia del compresor Hamper-k1

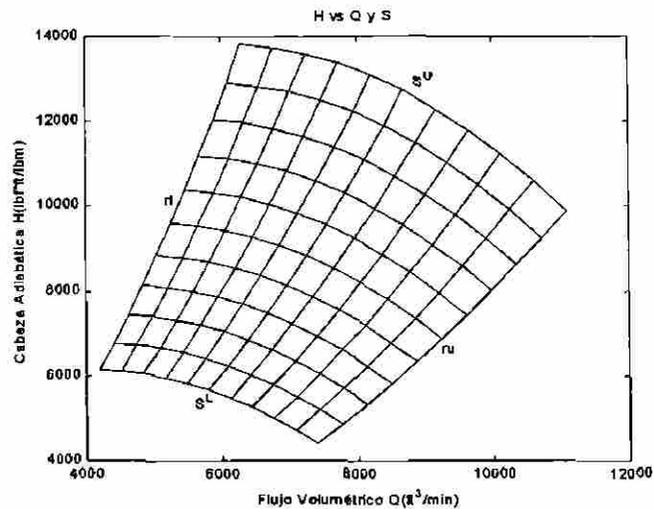


Figura 24. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k1

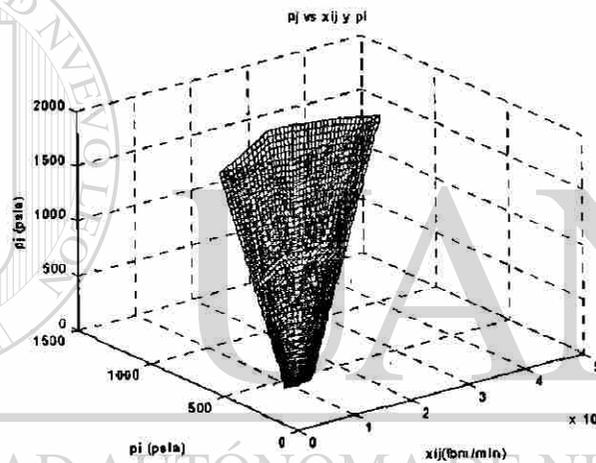


Figura 25. Gráfica del dominio de operación ( $x_i, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k1

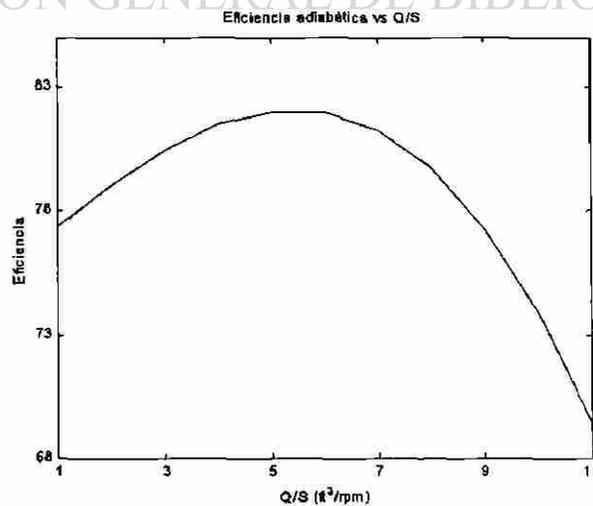


Figura 26. Gráfica de la eficiencia del compresor Bellvan-k1

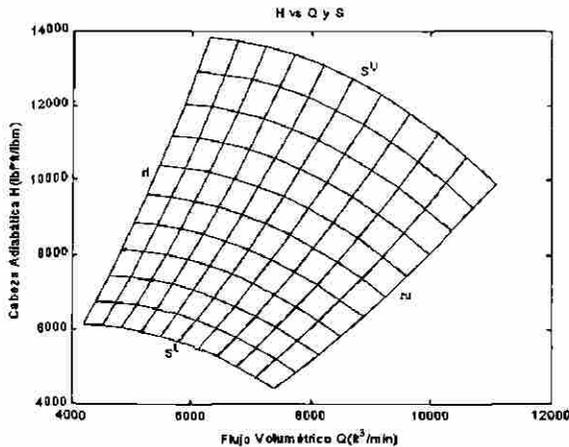


Figura 27. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k2

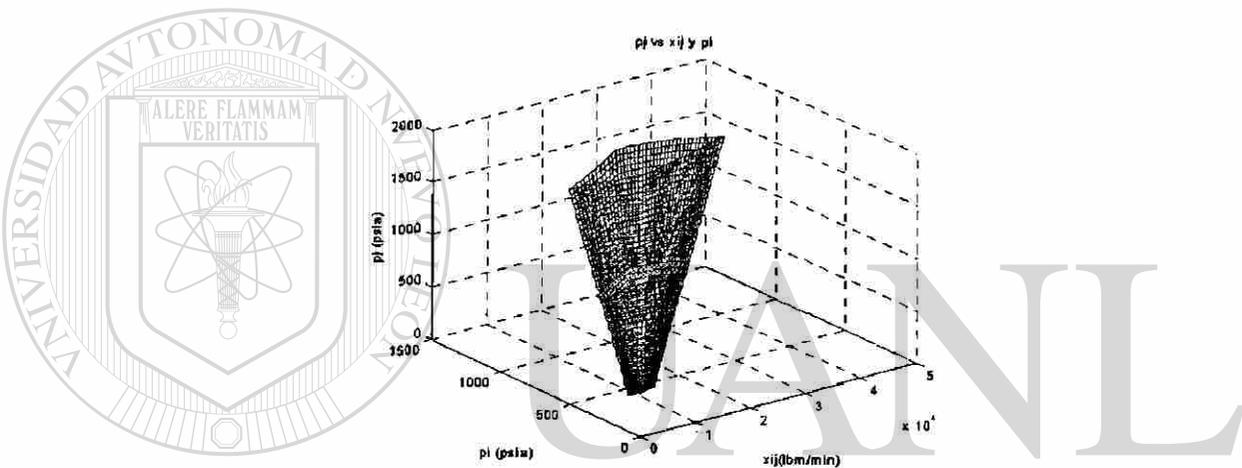


Figura 28. Gráfica del dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k2

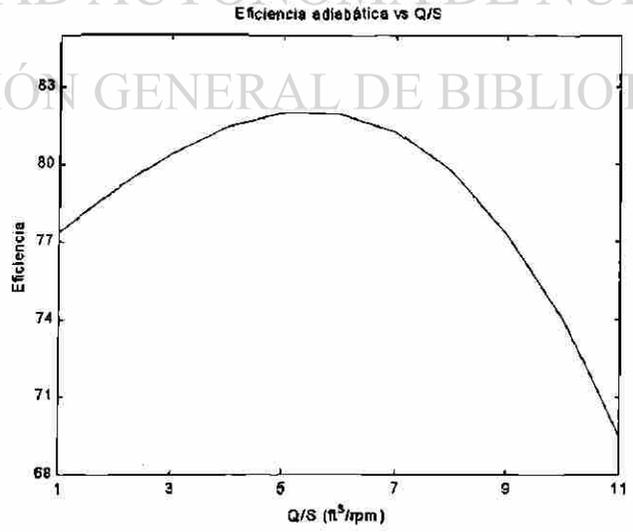


Figura 29. Gráfica de la eficiencia del compresor Bellvan-k2

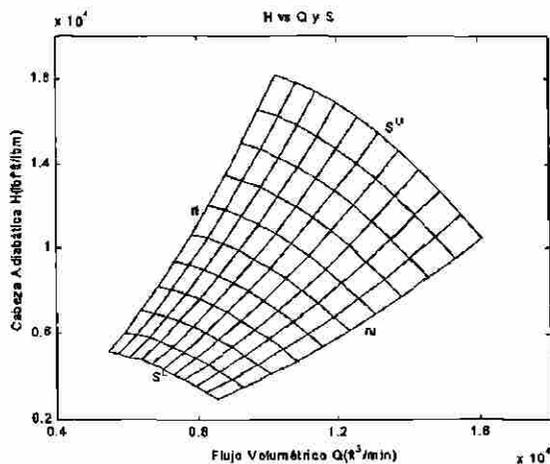


Figura 30. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k3

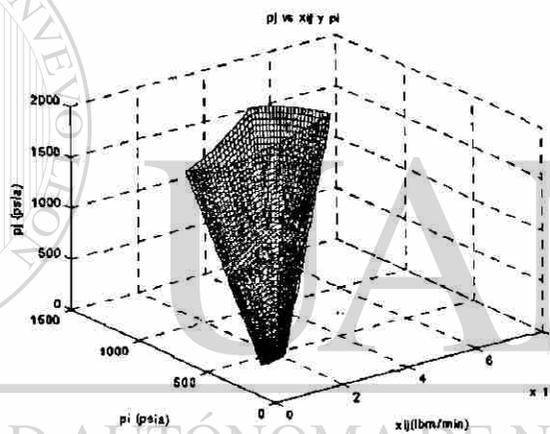


Figura 31. Gráfica del dominio de operación ( $x_j, p_i, p_j$ ) del compresor Bellvan-k3

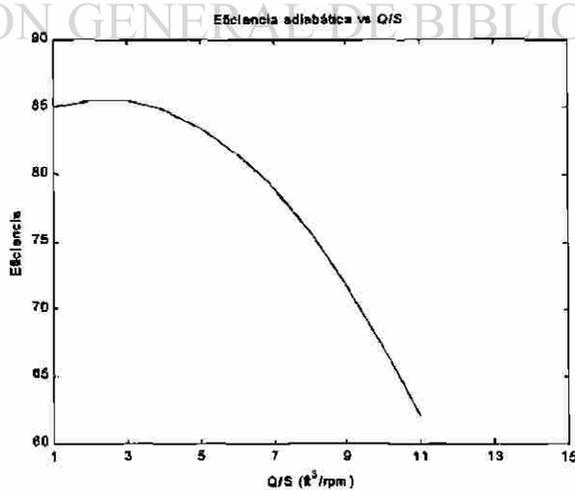


Figura 32. Gráfica de la eficiencia del compresor Bellvan-k3

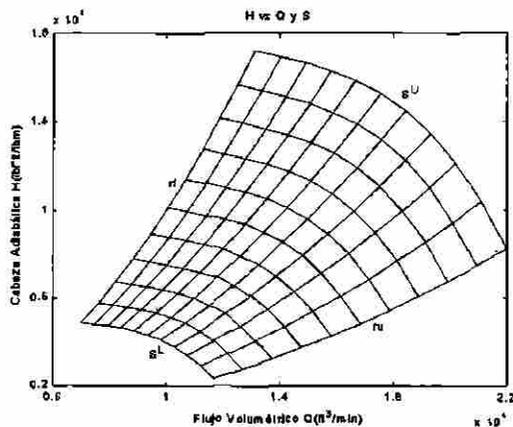


Figura 33. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k1

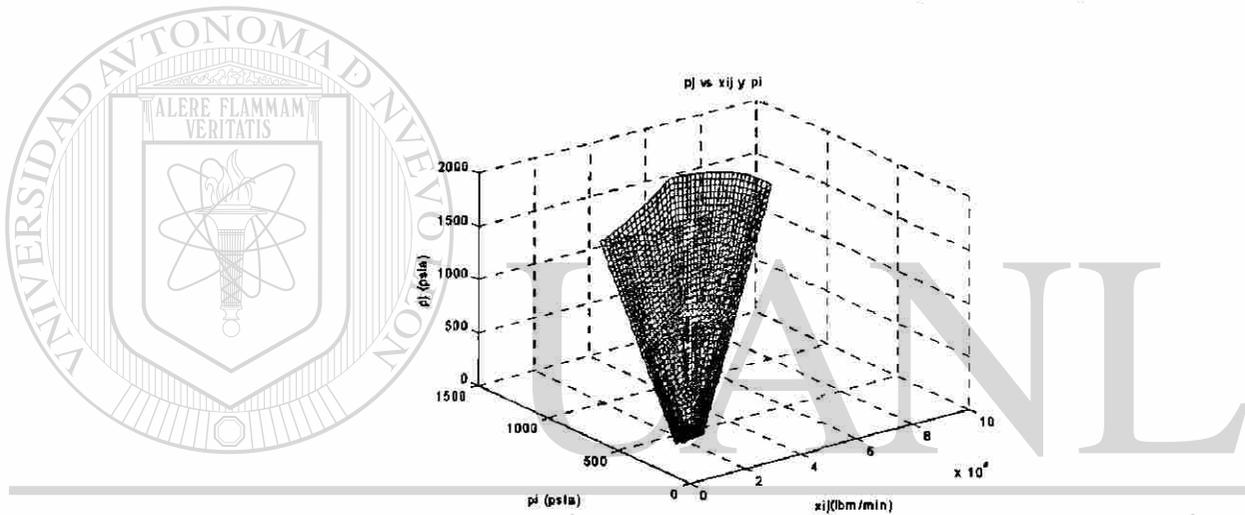


Figura 34. Gráfica del dominio de operación ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) del compresor Bethany-k1

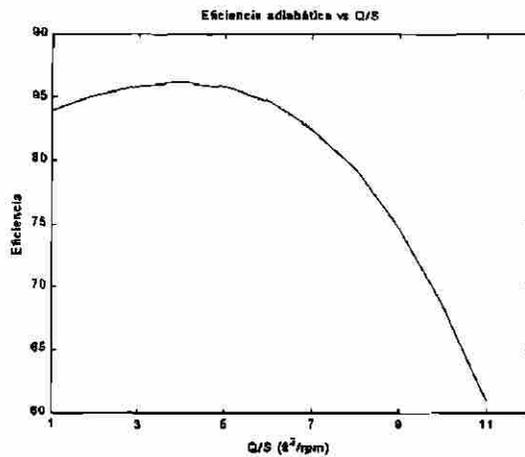


Figura 35. Gráfica de la eficiencia del compresor Bethany-k1

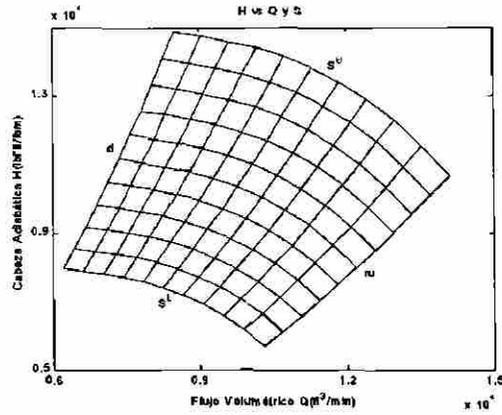


Figura 36. Gráfica del dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k2

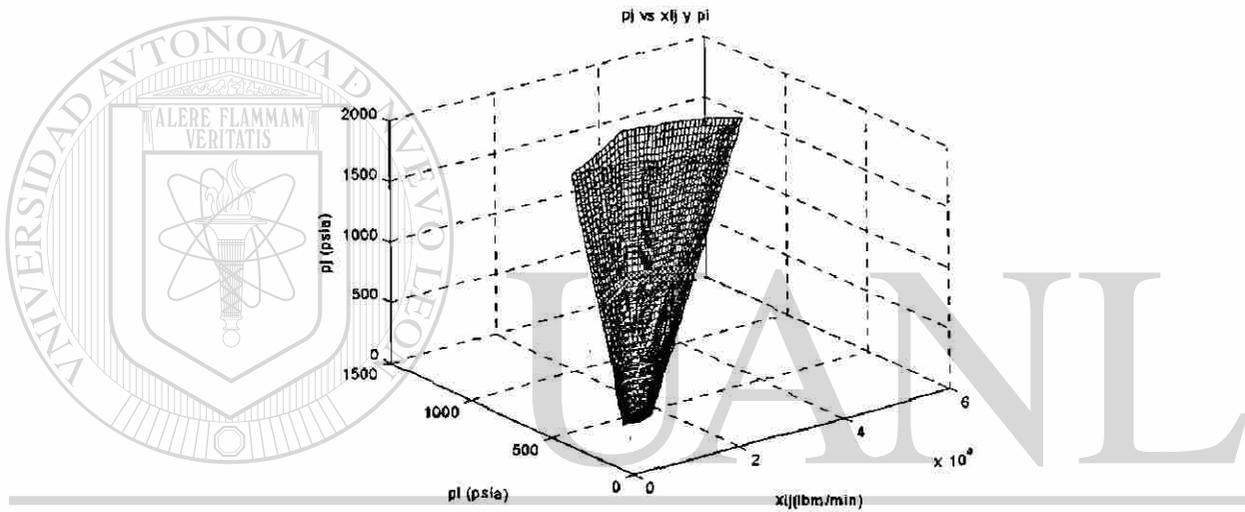


Figura 37. Gráfica del dominio de operación ( $x_i, p_i, p_r$ ) del compresor Bethany-k2

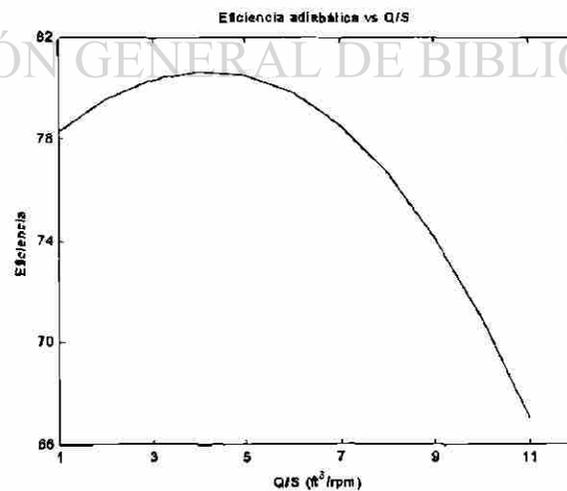


Figura 38. Gráfica de la eficiencia del compresor Bethany-k2



**APÉNDICE C**  
**DESCRIPCIÓN DE GAMS/CONOPT**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Apéndice C. Descripción de GAMS/CONOPT

Modelos no lineales creados con el modelador algebraico GAMS deben ser resueltos con un algoritmo de optimización no lineal (NLP). Actualmente, existen tres algoritmos estándar disponibles en GAMS estos son: CONOPT, MINOS y SNOPT. El algoritmo CONOPT Drud, (1985 y 1992) que es el que se usa en este estudio de investigación, se encuentra en dos versiones, la versión antigua CONOPT y la versión nueva CONOPT2 que fue la que utilizamos para llevar a cabo las evaluaciones de las técnicas de pre-procesamiento.

Todos los algoritmos para NLP, intentan encontrar un óptimo local. Es casi imposible predecir que tan difícil es resolver un modelo particular con un algoritmo particular, especialmente para modelos NLP. GAMS no puede seleccionar el mejor algoritmo automáticamente. La única forma confiable para encontrar cual algoritmo usar para cada clase de modelo en particular es haciendo experimentos.

CONOPT2 tiene un pre procesador en el cual las variables y ecuaciones recursivas son resueltas y quitadas del modelo. Si se tiene un modelo donde muchas de las ecuaciones pueden ser resueltas una por una, entonces CONOPT2 tomará ventaja de esta propiedad. Similarmente variables intermedias usadas únicamente para definir términos objetivo son eliminadas del modelo y las restricciones son trasladadas dentro de la función objetivo.

CONOPT2 es una herramienta de ayuda que toma los errores fuera del programa de la computadora durante el desarrollo del modelo. CONOPT2 ha sido diseñado para modelos grandes y dispersos. Esto significa que el número de variables y ecuaciones pueden ser grandes. CONOPT2 es diseñado para modelos con funciones suaves, pero también puede ser aplicado a modelos los cuales no tienen funciones diferenciables en GAMS llamados modelos DNLP. Sin embargo, esto no garantiza en absoluto el resultado para esta clase de modelo y algunas veces se obtendrán mensajes con

terminaciones como esta “convergencia demasiado lenta” ó “no hay cambio en la función objetivo aunque el gradiente reducido es mayor que la tolerancia”, lo cual indica que la terminación no fue exitosa. Si es posible, se debería tratar de reformular el modelo DNLP a uno equivalente o aproximadamente de forma equivalente.

## Mensajes en GAMS

GAMS/CONOPT despliega varios tipos de mensajes al terminar. Entre éstos hay cuatro relevantes a la terminación, que son:

- *Solución Óptima: No existen variables super básicas:* Esta solución es una solución extrema óptima localmente, y es determinada por las restricciones únicamente, comúnmente es usualmente muy acertada.
- *Solución Óptima: El gradiente reducido es menor que la tolerancia:* La solución es una solución interior óptima localmente. El componente más grande del gradiente reducido es menor que la tolerancia de optimalidad  $rtredg$ .

• *Solución Óptima: El error en el valor de la función objetivo óptimo estimado del gradiente reducido y el Hessiano estimado es menor que la tolerancia mínima en el objetivo.* La solución es una solución interior interior localmente óptima. El componente más grande del gradiente reducido es mayor que la tolerancia de optimalidad  $rtredg$ . Sin embargo, cuando el gradiente reducido es escalado con información del Hessiano estimado de la función objetivo reducida la solución parece óptima. El objetivo debe ser grande o el objetivo reducido debe tener segundas derivadas grandes por eso es aconsejable escalar el modelo.

- *Solución Óptima: Convergencia demasiado lenta. El cambio en el objetivo ha sido menor que xx.xx para xx iteraciones consecutivas:* CONOPT2 se detiene con una solución que parece óptima. El proceso de solución es detenido porque el progreso es

lento. En esta solución el modelo puede tener derivadas grandes por eso es aconsejable escalar este.

- *Solución Factible: La convergencia es demasiado lenta. El cambio en la función objetivo ha sido menor que xx.xx para xx iteraciones consecutivas:* La función no ha mostrado cambios significativos después de que se han ejecutado cierto número de iteraciones.

- *Solución Factible: Las tolerancias son mínimas y no existe un cambio en la función objetivo aunque el gradiente reducido es mayor que la tolerancia.* CONOPT2 para con una solución factible. Los criterios de optimalidad no han sido satisfechos.

- *Solución no acotada. Una variable ha alcanzado "infinito". El valor más grande permitido (rtmaxv) es xx.xx.* El mensaje anterior indica que algunas variable llegan a ser muy grandes antes de que una solución factible a sido encontrada.

Existen algunos otros mensajes enviados por GAMS. Éstos pueden ser vistos en los manuales de GAMS.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

**El Algoritmo CONOPT**

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

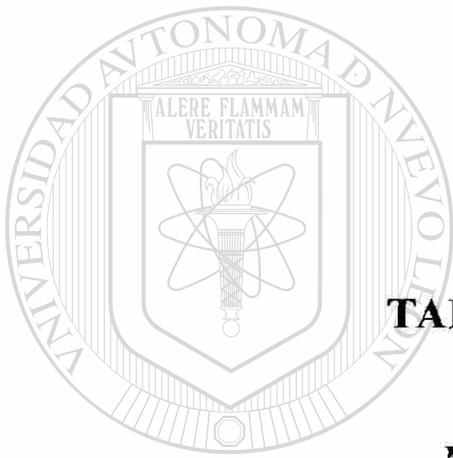
Este método está basado en el algoritmo GRG (Gradiente Reducido Generalizado), sugerido originalmente por Abadie y Carpentier (1969). La implementación actual tiene muchas modificaciones, que hacen a este algoritmo eficiente para modelos grandes y modelos escritos en el lenguaje modelador GAMS. Los detalles sobre el algoritmo pueden ser encontrados en Drud (1985 y 1992). Enseguida se presentan los pasos generales del algoritmo GRG.

### Algoritmo GRG

1. Inicializar y encontrar una solución factible inicial.
2. Calcular el Jacobiano  $J$  de las restricciones.
3. Seleccionar un conjunto de “n” variables básicas,  $x_b$ , tal que  $B$ , la submatriz de la columna básica de  $J$ , sea no singular. Factorizar  $B$ . Las variables restantes,  $x_n$ , son llamadas variables no básicas.
4. Resolver  $B^T u = df/dx_b$  para los multiplicadores  $u$ .
5. Calcular el gradiente reducido,  $r = df/dx - J^T u$ .  $r$  será por definición cero para las variables básicas.
6. Si  $r$  proyectado en las cotas es pequeño, entonces el algoritmo se detiene. El punto actual es cercano al óptimo.
7. Seleccionar un conjunto de variables super básicas,  $x_s$ , como un subconjunto de las variables no básicas que útilmente pueden ser cambiadas, y encontrar una dirección de búsqueda,  $d_s$ , para las variables super básicas basadas en  $r_s$  y posiblemente sobre cierta información de segundo orden.
8. Desarrollar una línea de búsqueda a lo largo de la dirección  $d$ . Para cada paso,  $x_s$  es cambiada en la dirección de  $d_s$  y  $x_b$  es subsecuentemente ajustada a satisfacer  $g(x_b, x_s) = b$  en un proceso pseudo-Newton usando el factor  $B$  del paso 3.
9. Ir al paso 2

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El algoritmo termina cuando la dirección de búsqueda ( $d$ ) es igual a cero y la solución ( $x$ ) cumple con las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker. Una información más detallada de los fundamentos de GRG y GAMS/CONOPT puede encontrarse en Drud, (1985 y 1992).



**APÉNDICE D**  
**TABLAS DE RESULTADOS**  
**Y**  
**MODELOS EN GAMS**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## Apéndice D. Tablas de Resultados y Modelos en GAMS.

### D.1 Tablas de Resultados

En este apéndice se muestran las tablas completas de los resultados de la evaluación computacional de las técnicas de pre-procesamiento. Las primeras Tablas (13, 14 y 15) muestran los resultados cuando no se le aplica las técnicas de pre-procesamiento al algoritmo, a cada una de las topologías utilizadas. Las demás tablas en cada topología muestran tres escenarios diferentes. En el primer escenario (E1) se evaluaron las siguientes técnicas de pre-procesamiento: acotamiento a las variables de decisión y asignación de un punto inicial (al punto medio de las cotas de cada variable). En el segundo escenario (E2), en adición a proporcionar cotas a las variables y proporcionarle un punto inicial al algoritmo, se le aplicó escalamiento a una restricción del modelo (eficiencia del compresor). Por último, en el tercer escenario (E3), además de aplicar todo lo del escenario (E2) se le aplicó escalamiento a otra restricción del modelo (dominio del compresor). Al final de este Apéndice D se encuentran algunos ejemplos de modelos en GAMS. Al final de cada ejemplo puede verse como fueron aplicadas estas técnicas.

Como se había mencionado anteriormente cada compresor se probó para diferentes valores de flujo. Cada tabla muestra el tipo de solución encontrada por el algoritmo, registrando, en aquellas instancias en donde encuentra soluciones óptimas, el número de iteraciones que utilizó el algoritmo para encontrar esa solución. En cada fila se muestran los resultados para cada compresor

El significado del estado final del algoritmo en este problema se describe a continuación.

- **So: Solución óptima.** El algoritmo puede terminar con dos tipos diferentes de soluciones óptimas locales. Estas pueden ser un punto extremo o un punto interior de la región factible.

- **Sftm:** *Solución factible “tolerancia mínima”*. Aquí el algoritmo termina porque la tolerancia entre la solución anterior y la actual es mínima y no hay un progreso significativo en la solución.

- **Sfcl:** *Solución factible “convergencia demasiado lenta”*. Aquí el algoritmo termina porque el proceso de solución es muy lento, es decir, que la función objetivo no ha mostrado cambios significativos en cada iteración. Después de que se han ejecutado un número de iteraciones que tiene por default el algoritmo y no hay un cambio significativo en la solución el algoritmo termina con este tipo de solución.

- **Snf:** *Solución no factible*. Ésta solución puede aparecer por varias razones. Una de ellas es cuando el algoritmo no puede avanzar hacia la región de factibilidad, es decir, se estanca dentro de una región infactible. Otra posible causa es que alguna de las variables alcance un valor infinito el cual no está permitido ya que el algoritmo tiene un parámetro del cual no deben de pasar las variables.

---

- **Lia:** *Límite de iteraciones alcanzado*. Este mensaje aparece cuando el algoritmo alcanza el número de iteraciones que tiene por default el algoritmo (10,000 iteraciones) sin encontrar alguna solución.

Compresor	Valores de Flujo												
	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
Snarlin-k1							Snf						
Rakeey-k1								Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k2			Snf										
Hamper-k1			Snf										
Bellvan-k1			Snf										
Bellvan-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf			
Bellvan-k3	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf			
Bethany-k1		Snf											
Bethany-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf

Compresor	Valores de Flujo								
	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	
Snarlin-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Rakeey-k1	Snf	Snf	Snf	Snf					
Rakeey-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf			
Hamper-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	
Bellvan-k1									
Bellvan-k2									
Bellvan-k3	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Bethany-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf		
Bethany-k2	Snf	Snf	Snf	Snf					

Tabla 14. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red en línea

Compresor	Valores de Flujo											
	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Snarlin-k1						Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k1								Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k2			Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Hamper-k1				Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bellvan-k1			Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	
Bellvan-k2			Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	
Bellvan-k3	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bethany-k1							Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bethany-k2		Snf	Snf	Snf	Snf	Snf						

Compresor	Valores de Flujo											
	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	
Snarlin-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	
Rakeey-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf						
Hamper-k1	Snf	Snf										
Bellvan-k1												
Bellvan-k2												
Bellvan-k3	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf							
Bethany-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf						
Bethany-k2												

Tabla 15. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red tipo árbol.

	Valores de Flujo											
Compresor	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
Snarlin-k1								Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k1												Snf
Rakeey-k2						Snf						
Hamper-k1			Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bellvan-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bellvan-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bellvan-k3		Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bethany-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bethany-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf

	Valores de Flujo											
Compresor	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	
Snarlin-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Rakeey-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Hamper-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bellvan-k1	Snf	Snf	Snf									
Bellvan-k2	Snf	Snf	Snf									
Bellvan-k3	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf
Bethany-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Bethany-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf					

	Valores de Flujo										
Compresor	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700	
Snarlin-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Rakeey-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Rakeey-k2	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf				
Hamper-k1	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	Snf	
Bellvan-k1											
Bellvan-k2											
Bellvan-k3											
Bethany-k1											
Bethany-k2											

Tabla 16. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red con ciclo

Compresor	Valores de Flujo											
	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
Snarlin-k1 # iteraciones							So 38	So 35	So 35	So 36	So 37	So 37
Rakeey-k1 # iteraciones								So 36	So 34	So 37	So 38	So 41
Rakeey-k2 # iteraciones			So 84	So 53	So 75	Sftm	So 87	So 1922	So 70	So 162	So 99	So 84
Hamper-k1 # iteraciones			So 37	So 42	So 55	So 61	So 123	So 127	So 136	So 122	So 189	Sftm
Bellvan-k1 # iteraciones	So 21	So 24	So 43	So 34	So 28	So 28	So 51	So 36	So 34	So 32		
Bellvan-k2 # iteraciones	So 21	So 24	So 43	So 34	So 28	So 28	So 51	So 36	So 34	So 32		
Bellvan-k3 # iteraciones		So 33	So 32	So 70	Lia	Sftm	So 65	So 98	Sftm	Snf	Sfcl	So 48
Bethany-k1 # iteraciones			So 26	So 36	So 49	So 38	So 344	So 434	Sftm	So 108	So 167	So 189
Bethany-k2 # iteraciones		So 23	So 35	So 23	So 38	So 33	So 34	So 34	So 38	So 272	Snf	Lia

Compresor	Valores de Flujo									
	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	
Snarlin-k1 # iteraciones	Snf	So 160	So 48	So 52	So 69	So 36				
Rakeey-k1 # iteraciones	So 40	So 55	So 38	So 46	So 41					
Rakeey-k2 # iteraciones	So 77	So 85	So 166	Sftm	Sftm	So 54	So 62			
Hamper-k1 # iteraciones	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Lia	Sftm	Sftm	So 52	So 44	
Bellvan-k1 # iteraciones										
Bellvan-k2 # iteraciones										
Bellvan-k3 # iteraciones	So 46	So 46	So 47	So 40	So 41	So 25				
Bethany-k1 # iteraciones	So 351	Sftm	So 261	Sftm	Sftm	So 396	So 49	So 33		
Bethany-k2 # iteraciones	Sftm	Lia	So 40	So 39	So 41					

Tabla 17. Resultados para la red en línea bajo el escenario E1

Donde:

So: Solución óptima

Sftm: Solución factible "tolerancia mínima"

Sfcl: Solución factible "convergencia demasiado lenta"

Snf: Solución no factible

Lia: Límite de iteraciones alcanzado

Resumen de Tabla 17. Total de instancias: 129, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 9568, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 104, total de instancias con solución óptima: 105, promedio de iteraciones: 92

*\*Nota:* Para calcular éste promedio no fue considerada la instancia marcada por la flecha ya que para ésta instancia no se encontró una solución óptima en el escenario E2. Esto se hace con la finalidad de calcular el promedio con el mismo número de instancias en los dos escenarios (E1 y E2) para hacer la comparación de éstos en la prueba de hipótesis.

Compresor	Valores de Flujo											
	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
Snarlin-k1 # iteraciones							So 36	So 35	So 35	So 36	So 37	So 37
Rakeey-k1 # iteraciones								So 36	So 34	So 37	So 38	So 44
Rakeey-k2 # iteraciones			So 49	So 60	So 53	So 91	So 98	So 73	So 83	So 124	So 64	So 168
Hamper-k1 # iteraciones			So 39	So 42	So 53	So 59	So 162	So 131	So 277	So 122	So 160	So 149
Bellvan-k1 # iteraciones	So 19	So 24	So 40	So 33	So 27	So 26	So 34	So 36	So 34	So 32		
Bellvan-k2 # iteraciones	So 19	So 24	So 40	So 33	So 27	So 26	So 34	So 36	So 34	So 32		
Bellvan-k3 # iteraciones		So 34	So 32	So 70	Sftm	Sftm	So 196	So 86	Sftm	So 229	So 49	So 48
Bethany-k1 # iteraciones			So 46	So 36	So 44	Sftm	So 67	So 539	So 120	So 100	So 163	So 85
Bethany-k2 # iteraciones		So 40	So 35	So 23	So 38	So 33	So 33	So 34	So 38	So 190	Sfcl	So 480

Compresor	Valores de Flujo									
	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100	
Snarlin-k1 # iteraciones	So 77	So 98	So 69	So 50	So 73	So 36				
Rakeey-k1 # iteraciones	So 46	So 47	So 38	So 46	So 41					
Rakeey-k2 # iteraciones	So 74	So 74	So 183	So 72	So 88	So 57	So 60			
Hamper-k1 # iteraciones	So 632	Lia	So 185	So 351	Sftm	So 107	Sftm	So 52	So 44	
Bellvan-k1 # iteraciones										
Bellvan-k2 # iteraciones										
Bellvan-k3 # iteraciones	So 66	So 46	So 47	So 40	So 45	So 25				
Bethany-k1 # iteraciones	So 253	Sfcl	So 114	Sftm	Sftm	So 73	So 49	So 33		
Bethany-k2 # iteraciones	So 50	So 40	So 40	So 39	So 38					

Tabla 18. Resultados para la red en línea bajo el escenario E2

Resumen de Tabla 18. Total de instancias: 129, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 6987, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 104, total de instancias con solución óptima: 117, promedio de iteraciones: 67.2

*\*Nota:* Cuando se realiza la prueba de hipótesis para hacer la comparación de los escenarios (E1 y E2), (E2 y E3) se hace en referencia a las instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1. Para calcular el promedio del escenario E2 sólo se toman en cuenta aquellas instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1 (se excluyen las instancias señaladas en negrita) ya que éstas no fueron consideradas para calcular el promedio en ese escenario. Para la otra comparación (E2 y E3) se excluyen además de las instancias marcadas en negrita las que están señaladas por la flecha ya que éstas no se consideran para calcular el promedio en el escenario E3 porque no son instancias con soluciones óptimas locales.

Para la comparación de los escenarios E2 y E3 los resultados son los siguientes:

Total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 6987, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 102, total de instancias con solución óptima: 118 promedio de iteraciones: 68.5

Compresor	Valores de Flujo											
	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
Snarlin-k1 # iteraciones							So 36	So 35	So 35	So 36	So 37	So 37
Rakeey-k1 # iteraciones								So 36	So 34	So 37	So 38	So 42
Rakeey-k2 # iteraciones			So 22	So 60	So 53	Sftm	So 69	So 105	So 83	So 294	So 231	So 398
Hamper-k1 # iteraciones			So 27	So 38	So 52	So 33	So 88	So 106	So 126	So 74	So 66	So 150
Bellvan-k1 # iteraciones	So 27	So 29	So 42	So 34	So 30	So 21	So 35	So 33	So 33	So 29		
Bellvan-k2 # iteraciones	So 27	So 29	So 42	So 34	So 30	So 21	So 35	So 33	So 33	So 29		
Bellvan-k3 # iteraciones		So 31	So 32	So 70	So 184	So 99	So 173	So 82	So 94	So 138	So 48	So 48
Bethany-k1 # iteraciones			So 37	So 34	So 45	Sftm	So 250	So 399	So 88	So 51	So 56	So 60
Bethany-k2 # iteraciones		So 31	So 25	So 23	So 31	So 33	So 33	So 34	So 38	So 240	Sfel	So 372

Compresor	Valores de Flujo								
	700	750	800	850	900	950	1000	1050	1100
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	<b>50</b>	39	51	37	37	36			
Rakeey-k1	So	So	So	So	So				
# iteraciones	40	90	37	72	37				
Rakeey-k2	So	So	So	So	So	So	So		
# iteraciones	93	79	113	<b>183</b>	<b>61</b>	69	71		
Hamper-k1	Sftm	Sftm	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones			<b>201</b>	<b>262</b>	<b>599</b>	<b>110</b>	<b>174</b>	<b>52</b>	<b>42</b>
Bellvan-k1									
# iteraciones									
Bellvan-k2									
# iteraciones									
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	46	46	39	38	44	25			
Bethany-k1	Sftm	Sftm	So	Sftm	So	Sftm	So	So	
# iteraciones			104		<b>250</b>		49	33	
Bethany-k2	So	So	So	So	So				
# iteraciones	<b>50</b>	<b>40</b>	36	39	35				

Tabla 19. Resultados para la red en línea bajo el escenario E3.

Resumen de Tabla 19. Total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 6489, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 102, total de instancias con solución óptima: 120, promedio de iteraciones: 63,6

*\*Nota:* Para calcular este promedio se excluyen las instancias marcadas en negrita ya que tomamos como referencia para las comparaciones las instancias que fueron encontradas con solución óptima en el escenario E1.

Compresor	Valores de Flujo											
	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Snarlin-k1						Sftm	So	So	So	So	So	So
# iteraciones							50	54	96	57	70	52
Rakeey-k1								So	So	So	So	So
# iteraciones								57	52	47	45	50
Rakeey-k2			So	So	So	So	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones			54	133	268	83	91					
Hamper-k1				Sftm	Sftm	Sftm	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones							140					
Bellvan-k1			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			39	37	37	31	27	51	60	28	52	
Bellvan-k2			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			39	37	37	31	27	51	60	28	52	
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So	So	So	So	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones	35	49	39	42	45	40	45	36	173			
Bethany-k1							So	So	So	So	So	Sftm
# iteraciones							51	78	282	74	267	
Bethany-k2		So	So	So	So	So						
# iteraciones		38	53	50	42	41						

	Valores de Flujo										
Compresor	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	53	59	49	57	54	56	54	56	74	53	100
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So	Sftm	So	So	
# iteraciones	47	51	60	49	65	40	65		58	65	
Rakeey-k2	Sftm	Sftm	Sftm	Sfcl	So	So					
# iteraciones					103	111					
Hamper-k1	Sftm	Sftm									
# iteraciones											
Bellvan-k1											
# iteraciones											
Bellvan-k2											
# iteraciones											
Bellvan-k3	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm						
# iteraciones											
Bethany-k1	Sftm	Sftm	So	So	So	Sftm					
# iteraciones			365	116	64						
Bethany-k2											
# iteraciones											

Tabla 20. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E1.

Resumen de Tabla 20. Total de instancias: 112, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 5527, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 78, total de instancias con solución óptima: 79, promedio de iteraciones: 70.9

*\*Nota:* Para calcular éste promedio no fue considerada la instancia marcada por la flecha ya que para ésta instancia no se encontró una solución óptima en el escenario E2. Esto se hace con la finalidad de calcular el promedio con el mismo número de instancias en los dos escenarios (E1 y E2) para hacer la comparación de éstos en la prueba de hipótesis.

	Valores de Flujo											
Compresor	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Snarlin-k1						Sftm	So	So	So	So	So	So
# iteraciones							50	51	82	57	70	52
Rakeey-k1								So	So	So	So	So
# iteraciones								57	52	46	45	50
Rakeey-k2			So	So	So	So	So	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones			54	374	226	85	76	82				
Hamper-k1				Sftm	Sftm	Sftm	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones							489					
Bellvan-k1			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			39	30	34	31	26	37	39	28	41	
Bellvan-k2			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			39	30	34	31	26	37	39	28	41	
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	Sftm	Sftm
# iteraciones	35	49	39	42	45	40	45	36	196	599		
Bethany-k1							So	So	So	So	So	Sftm
# iteraciones							51	78	335	77	123	
Bethany-k2		So	So	So	So	So						
# iteraciones		45	55	54	42	51						

Compresor	Valores de Flujo										
	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	53	59	52	54	74	56	54	56	47	53	94
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	47	51	60	49	59	40	70	60	58	61	
Rakeey-k2	Sftm	So	Sftm	Sfcl	So	Sftm					
# iteraciones		93			100						
Hamper-k1	Sftm	Sftm									
# iteraciones											
Bellvan-k1											
# iteraciones											
Bellvan-k2											
# iteraciones											
Bellvan-k3	Sftm	So	So	So	So						
# iteraciones		<b>119</b>	<b>80</b>	<b>105</b>	<b>563</b>						
Bethany-k1	So	Sftm	So	So	So	Sftm					
# iteraciones	<b>105</b>		665	157	64						
Bethany-k2											
# iteraciones											

Tabla 21. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E2.

Resumen de Tabla 21. Total de instancias: 112, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 6097, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 78, total de instancias con solución óptima: 87, promedio de iteraciones: 78.2

*\*Nota:* Cuando se realiza la prueba de hipótesis para hacer la comparación de los escenarios (E1 y E2) y (E2 y E3) se hace en referencia a las instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1. Es decir, para calcular el promedio del escenario E2 para la primera comparación sólo se toman en cuenta aquellas instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1 (se excluyen las instancias señaladas en negrita) ya que éstas no fueron consideradas para calcular el promedio en ese escenario. Para la otra comparación (E2 y E3) para calcular el promedio se excluyen las mismas instancias marcadas en negrita ya que para el escenario E3 no hubo otras instancias que no estuvieran en el escenario E1 con solución óptima.

Compresor	Valores de Flujo											
	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Snarlin-k1						So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones						69	49	44	44	52	46	43
Rakeey-k1								So	So	So	So	So
# iteraciones								48	49	46	44	51
Rakeey-k2			So	So	So	So	So	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones			54	58	62	76	78	86				
Hamper-k1				Sftm	Sftm	So	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm
# iteraciones						59	521					
Bellvan-k1			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			43	22	22	33	26	31	37	28	28	
Bellvan-k2			So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones			43	22	22	33	26	31	37	28	28	
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	Sftm	Sftm
# iteraciones	35	49	39	42	45	40	37	28	134	61		
Bethany-k1							So	So	So	So	So	Sftm
# iteraciones							51	78	306	74	723	
Bethany-k2		So	So	So	So	So						
# iteraciones		45	48	51	42	85						

Compresor	Valores de Flujo											
	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	51	50	55	55	56	56	54	56	47	53	47	
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	44	45	60	47	59	40	57	44	54	40		
Rakeey-k2	Sftm	So	Sftm	Sftm	So	Sftm						
# iteraciones		117			91							
Hamper-k1	So	Sftm										
# iteraciones	85											
Bellvan-k1												
# iteraciones												
Bellvan-k2												
# iteraciones												
Bellvan-k3	Sftm	So	So	So	So	So						
# iteraciones		84	97	97	114							
Bethany-k1	Sftm	Sftm	So	So	So	So						
# iteraciones			137	92	63	80						
Bethany-k2												
# iteraciones												

Tabla 22. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E3.

Resumen de Tabla 22. Total de instancias: 112, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 5566, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 78, total de instancias con solución óptima: 90, promedio de iteraciones: 67.5

*\*Nota:* Para calcular este promedio se excluyen las instancias marcadas en negrita ya que tomamos como referencia para la comparación (E2 y E3) las instancias que fueron encontradas con solución óptima en el escenario E1.

Compresor	Valores de Flujo											
	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
Snarlin-k1 # iteraciones								Snf	So 142	So 128	Sftm	So 125
Rakeey-k1 # iteraciones												So 168
Rakeey-k2 # iteraciones						Sftm	So 62	So 89	So 114	So 173	So 203	So 141
Hamper-k1 # iteraciones			So 67	So 52	So 129	Sftm 114	So 85	So 181	So 101	So 86	Sftm	Sftm
Bellvan-k1 # iteraciones	So 137	So 141	So 119	So 155	So 100	So 48	So 48	So 50	So 70	So 77	So 58	So 48
Bellvan-k2 # iteraciones	So 137	So 141	So 119	So 155	So 100	So 48	So 48	So 50	So 70	So 77	So 58	So 48
Bellvan-k3 # iteraciones		So 60	So 89	So 46	So 48	So 90	So 70	So 48	So 143	So 58	So 60	So 65
Bethany-k1 # iteraciones	So 63	So 75	So 81	So 72	So 97	So 68	So 132	Sftm	So 76	So 67	Sftm	So 61
Bethany-k2 # iteraciones	So 52	So 41	So 67	So 56	So 81	So 82	So 83	So 82	So 70	So 157	So 65	So 104

Compresor	Valores de Flujo											
	1700	180	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	
Snarlin-k1 # iteraciones	So 128	So 41	So 51	So 45	So 50	So 43	So 44	So 51	So 135	So 46	So 47	
Rakeey-k1 # iteraciones	Sftm	So 39	So 50	So 42	So 45	So 52	So 45	So 51	So 72	So 45	So 49	
Rakeey-k2 # iteraciones	Sftm	Sftm	So 75	So 183	So 93	So 281	So 135	So 140	So 105	So 78	So 102	
Hamper-k1 # iteraciones	So 77	Sftm	Sftm	So 81	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	
Bellvan-k1 # iteraciones	So 50	So 46	So 49									
Bellvan-k2 # iteraciones	So 50	So 46	So 49									
Bellvan-k3 # iteraciones	So 93	So 82	So 60	So 66	So 55	So 83	So 94	So 99	So 58	So 51	So 70	
Bethany-k1 # iteraciones	So 127	So 80	So 71	So 111	So 58	So 123	So 46	So 39				
Bethany-k2 # iteraciones	So 107	So 99	So 101	So 96	So 81	So 74	So 98					

Compresor	Valores de Flujo									
	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	140	130	53	77	76	54	46			
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	41	155	49	45	124	46	49			
Rakeey-k2	Sftm	Sftm	So	So	So	So	So			
# iteraciones			93	151	104	93	109			
Hamper-k1	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	So	So	So	So	So
# iteraciones						71	72	73	90	89
Bellvan-k1										
# iteraciones										
Bellvan-k2										
# iteraciones										
Bellvan-k3										
# iteraciones										
Bethany-k1										
# iteraciones										
Bethany-k2										
# iteraciones										

Tabla 23. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E1.

Resumen de Tabla 23. Total de instancias: 188, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 13241, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 158, total de instancias con solución óptima: 163, promedio de iteraciones: 83.8

*\*Nota:* Para calcular este promedio se excluyen las instancias marcadas en negrita ya que éstas no fueron encontradas en el escenario E2 como soluciones óptimas y por lo tanto no fueron consideradas para calcular el promedio en ese escenario.

Compresor	Valores de Flujo											
	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
Snarlin-k1								So	So	So	So	So
# iteraciones								77	142	126	64	57
Rakeey-k1												So
# iteraciones												167
Rakeey-k2						So						
# iteraciones						217	60	90	66	101	146	86
Hamper-k1			So	So	So	Sftm	So	So	So	So	Sftm	Sftm
# iteraciones			67	52	129	114	74	74	101	86		
Bellvan-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	133	59	57	50	100	48	53	50	61	75	58	48
Bellvan-k2	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	133	59	57	50	100	48	53	50	61	75	58	48
Bellvan-k3		So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones		70	84	46	48	91	70	95	76	61	60	106
Bethany-k1	So	So	So	So	Sftm	So	So	Sftm	So	So	Sftm	So
# iteraciones	63	73	90	72		81	173		76	147		60
Bethany-k2	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	52	41	68	56	81	82	75	58	70	135	65	75

Compresor	Valores de Flujo										
	1700	180	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	73	48	48	46	49	43	44	161	87	46	47
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	SSo
# iteraciones	76	45	47	42	44	41	40	40	41	46	49
Rakeey-k2	So	So	So	So	So	So	So	Sftm	So	So	So
# iteraciones	139	143	117	103	93	157	107		108	78	105
Hamper-k1	Sftm	Sftm	Sftm	So	Sftm						
# iteraciones				89							
Bellvan-k1	So	So	So								
# iteraciones	50	54	49								
Bellvan-k2	So	So	So								
# iteraciones	50	54	49								
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	89	72	80	66	59	83	94	99	58	50	82
Bethany-k1	So	Sftm	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	110		73	88	58	75	46	39			
Bethany-k2	So	Sftm	So	So	So	So	So				
# iteraciones	102		95	86	70	69	69				

Compresor	Valores de Flujo									
	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	163	138	53	77	75	67	46			
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	42	67	49	45	115	56	46			
Rakeey-k2	So	Sftm	So	So	So	So	So			
# iteraciones	139		98	122	109	97	110			
Hamper-k1	Sftm	Sftm	Sftm	So						
# iteraciones				75	92	70	72	73	87	89
Bellvan-k1										
# iteraciones										
Bellvan-k2										
# iteraciones										
Bellvan-k3										
# iteraciones										
Bethany-k1										
# iteraciones										
Bethany-k2										
# iteraciones										

Tabla 24. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E2.

Resumen de Tabla 24. Total de instancias: 188, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 11990, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 158, total de instancias con solución óptima: 167, promedio de iteraciones: 75.9

*\*Nota:* Cuando se realiza la prueba de hipótesis para hacer la comparación de los escenarios (E1 y E2) y (E2 y E3) se hace en referencia a las instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1. Es decir, para calcular el promedio

del escenario E2 para la primera comparación sólo se toman en cuenta aquellas instancias con solución óptima que fueron encontradas en el escenario E1 (se excluyen las instancias señaladas en negrita) ya que éstas no fueron consideradas para calcular el promedio en ese escenario. Para la otra comparación (E2 y E3) para calcular el promedio además de excluir las instancias en negrita se excluyen las instancias marcadas por la flecha ya que para el escenario E3 no se encontraron esas instancias con solución óptima y no fueron tomadas para el promedio.

Compresor	Valores de Flujo											
	500	600	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
Snarlin-k1								So	So	So	So	So
# iteraciones								47	58	124	64	58
Rakeey-k1												So
# iteraciones												118
Rakeey-k2						So						
# iteraciones						200	60	89	73	102	129	86
Hamper-k1			So	So	So	Sftm	So	So	So	So	So	So
# iteraciones			63	50	129	107	79	73	98	78	158	208
Bellvan-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	70	42	51	56	50	44	62	46	44	50	40	38
Bellvan-k2	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	70	42	51	56	50	44	62	46	44	50	40	38
Bellvan-k3		So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones		62	59	46	48	74	70	113	87	58	57	104
Bethany-k1	So	So	So	So	Sftm	So	So	So	So	So	Sftm	So
# iteraciones	61	80	80	63		58	145	94	73	143		61
Bethany-k2	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So
# iteraciones	49	41	55	56	64	60	75	59	70	93	61	75

Compresor	Valores de Flujo											
	1700	180	1900	2000	2100	2200	2300	2400	2500	2600	2700	
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	54	48	47	46	42	42	43	169	87	46	47	
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	63	40	47	42	44	41	42	40	42	45	49	
Rakeey-k2	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	135	166	141	237	95	127	106	108	129	71	95	
Hamper-k1	So	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	Sftm	So	Sftm	Sftm	Sftm	So	
# iteraciones	78						185				120	
Bellvan-k1	So	So	So									
# iteraciones	41	37	49									
Bellvan-k2	So	So	So									
# iteraciones	41	37	49									
Bellvan-k3	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	So	
# iteraciones	80	72	58	66	55	60	63	65	58	47	79	
Bethany-k1	So	Sftm	So	So	So	So	So	So				
# iteraciones	74		73	95	58	60	46	39				
Bethany-k2	So	Sftm	So	So	So	So	So					
# iteraciones	101		77	50	70	69	59					

Compresor	Valores de Flujo									
	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
Snarlin-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	110	92	53	62	73	54	88			
Rakeey-k1	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	41	67	49	45	91	46	46			
Rakeey-k2	So	So	So	So	So	So	So			
# iteraciones	<b>103</b>	<b>87</b>	<b>105</b>	101	106	130	110			
Hamper-k1	Sftm	So	So	Sftm	Sftm	So	So	So	So	So
# iteraciones		<b>71</b>	<b>101</b>			70	72	78	128	85
Bellvan-k1		↗	↗							
# iteraciones										
Bellvan-k2										
# iteraciones										
Bellvan-k3										
# iteraciones										
Bethany-k1										
# iteraciones										
Bethany-k2										
# iteraciones										

Tabla 25. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E3.

Resumen de Tabla 25. Total de instancias: 188, total de iteraciones en las instancias con solución óptima: 10972, total de instancias con solución óptima que fueron tomadas para el promedio: 157, total de instancias con solución óptima: 174, promedio de iteraciones: 69.9

**\*Nota:** Para calcular este promedio se hace referencia a las instancias con solución óptima encontradas en el escenario E1. Las instancias marcadas en negrita son las instancias con solución óptima encontradas en este escenario que pertenecen al escenario E1 y que son excluidas para calcular el promedio. Aparte de excluir las instancias en negritase excluyen las instancias marcadas con flecha ya que éstas no fueron encontradas en el escenario E2 como soluciones óptimas y por lo tanto no fueron consideradas para calcular el promedio en ese escenario.

## D.2 Modelos en GAMS

En esta sección mostramos algunos ejemplos de modelos en GAMS.

Todos los archivos de GAMS utilizados se encuentran disponibles en la pagina de internet del PISIS (<http://yalma.fime.uanl.mx/~pisis>)

### 1. Modelo para la red en línea, utilizando datos del compresor Snarlin-k1, aplicando las técnicas de acotamiento a las variables, punto inicial y escalamiento.

```
$Title Optimización inteligente de redes de Transporte de gas natural
$inlinecom{ }
```

```
Sets
i      nodos en la red / 1, 2, 3, 4, 5, 6 /
ir(i)  nodos oferta /1/
id(i)  nodos demanda /6/

prop   propiedades del ducto /longitud, diametro, friccion, capacidad/

alias(i,j),
```

```
Sets
A(i,j)  arcos en la red /1.2, 2.3, 3.4, 4.5, 5.6/
Ac(i,j) arcos compresores en la red /2.3, 4.5/
Ap(i,j) arcos ductos en la red /1.2, 3.4, 5.6/;
```

Scalar {Estos escalares son usados para calcular las ecuaciones que ligan a las variables originales (H,Q,S) con (x<sub>ij</sub>, p<sub>i</sub>, p<sub>j</sub>)}

```
{Propiedades del gas}
gas_K /133050/ {constante del ducto}
gas_e /1.287/  {exponente isoentropico}
gas_R /85.2/   {constante del gas en (lbf-ft/lbm-°R)}
gas_Z /0.95/  {factor de compresibilidad del gas}
gas_Sg /0.6248/ {gravedad especifica}
gas_T /519.67/ {temperatura promedio en la succion (^°R)}
fac /33.1944/  {factor de conversion de MMCS D a (lbm-min)}
```

Table datducto(i,j,prop) {Propiedades del ducto: longitud(mi), diametro(ft), friccion}

	longitud	diametro	friccion	capacidad
1.2	50	3	0.0085	1200
3.4	50	3	0.0085	1200
5.6	50	3	0.0085	1200;

## Parameter

qu(i,j)	{limite superior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft <sup>3</sup> /min)}
ql(i,j)	{limite inferior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft <sup>3</sup> /min)}
su(i,j)	{limite superior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
sl(i,j)	{limite inferior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
AH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estación compresora (i,j)}
BH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estación compresora (i,j)}
CH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estación compresora (i,j)}
DH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estación compresora (i,j)}
AE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
BE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
CE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
DE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
pu(i)	{limite superior de presion en el nodo i (psia)}
pl(i)	{limite inferior de presion en el nodo i (psia)}
rl(i,j)	{valor minimo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
ru(i,j)	{valor maximo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
diam(i,j)	{conversion del diametro del ducto (i,j) de ft a pulgadas}
cf(i,j)	{conversion de la capacidad del flujo del gas en el ducto (i,j) en MMSCFD --> {lbm/min}}
C	{constante del gas}
c1(i,j)	{resistencia del ducto (i,j) con unidades de {psia <sup>2</sup> /MMSCFD <sup>2</sup> }
r(i,j)	{convercion la resistencia del ducto (i,j) de {psia <sup>2</sup> /MMSCFD <sup>2</sup> --> psia <sup>2</sup> /(lbm/min <sup>2</sup> )}
ncomp(i,j)	{numero de compresores usados en la estacion (i,j)}
gas_m	{proporcion del radio especifico}
gase	{propiedades del gas}
PHI_SURGE	{ecuacion para calcular el hmin}
PHI_STONE	{ecuacion para calcular el hmax}
hu(i,j)	{limite superior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)}
hl(i,j)	{limite inferior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)};

---

```

qu(i,j) = 32000;
ql(i,j) = 12000;
su(i,j) = 5250;
sl(i,j) = 3500;
AH(i,j) = 0.000294;
BH(i,j) = -0.000000914;
CH(i,j) = 0.00000112;
DH(i,j) = -0.000000674;
AE(i,j) = 126;
BE(i,j) = -45.7;
CE(i,j) = 14.2;
DE(i,j) = -1.33;
pu(i) = 800;
pl(i) = 200;
rl(i,j) = ql(i,j)/sl(i,j);
ru(i,j) = qu(i,j)/su(i,j);
diam(i,j) = datducto(i,j,'diametro')*12;
cf(i,j)$Ap(i,j) = datducto(i,j,'capacidad')*fac;
C = gas_K*gas_Z*gas_T*gas_Sg;
c1(i,j)$Ap(i,j) = C*((datducto(i,j,'longitud')*datducto(i,j,'friccion'))/(diam(i,j)**5));
r(i,j) = c1(i,j)/(fac**2);
ncomp(i,j)$Ac(i,j) = 1;
gas_m = (gas_e - 1)/gas_e;
gase = (gas_Z*gas_R*gas_T)/gas_m;

```

$$\begin{aligned} \text{PHI\_SURGE}(i,j)\$Ac(i,j) &= \text{AH}(i,j) + \text{BH}(i,j)*\text{rl}(i,j) + \text{CH}(i,j)*(\text{rl}(i,j)**2) + \text{DH}(i,j)*(\text{rl}(i,j)**3); \\ \text{PHI\_STONE}(i,j)\$Ac(i,j) &= \text{AH}(i,j) + \text{BH}(i,j)*\text{ru}(i,j) + \text{CH}(i,j)*(\text{ru}(i,j)**2) + \text{DH}(i,j)*(\text{ru}(i,j)**3); \\ \text{hl}(i,j) &= (\text{sl}(i,j)**2)*\text{PHI\_STONE}(i,j); \\ \text{hu}(i,j) &= (\text{su}(i,j)**2)*\text{PHI\_SURGE}(i,j); \end{aligned}$$

## Parameter

$o(ir)$  {Cantidad de flujo de los nodos oferta (MMSCFD)}  
/1 400/

$d(id)$  {Cantidad de flujo de los nodos demanda (MMSCFD)}  
/6 400/;

{Conversion de unidades: MMSCFD --> lbm/min}

$o(ir) = o(ir)*\text{fac};$   
 $d(id) = d(id)*\text{fac};$

## Parameter

$b(i)$  {rhs de las ecuaciones de balance del flujo de masa (lbm/min)};  
 $b(i) = 0;$  {Inicializamos  $b(i)$ }  
 $b(ir) = o(ir);$  {Conjunto de  $b(i)$  para los nodos oferta}  
 $b(id) = -d(id);$  {Conjunto de  $b(i)$  para los nodos demanda}

display rl,ru,gas\_m,diam,C,gase,cf,c1,r,b,hl,hu;

## Variables

$Y$  {Funcion Objetivo Min la sum de los costos del combustible en todas las estaciones}

$x(i,j)$  {Flujo de masa en cada arco (i,j) en la red unidades(lbm/min)}

$p(i)$  {Presion en el nodo i unidades (lbf/in<sup>2</sup>)}

$s(i,j)$  {Velocidad del flujo en la estacion (i,j) unidades (rpm)}

$q(i,j)$  {Flujo volumetrico en la estacion (i,j) unidades (ft<sup>3</sup>/min)}

$h(i,j)$  {Cabeza adiabatica en la estacion (i,j) unidades (lbf\*fi/lbm)}

$g(i,j)$  {Costo de combustible en la estacion (i,j) unidades (lbf\*fi/min)}

$eta(i,j)$  {Eta eficiencia en la estacion (i,j)}

$ra(i,j)$  {razon del cociente Q/S};

Positive Variable x,p,s,q,h,g,eta,ra;

## Equations

costtotal {Function Objetivo}

cost(i,j) {Costo en la estacion (i,j)}

balance(i)	{Balance de flujo en cada nodo i}
flujogas(i,j)	{Ecuacion de flujo de gas en cada ducto (i,j)}
cabeza(i,j)	{Cabeza adiabatica H en la estacion (i,j)}
flvolum(i,j)	{Flujo volumetrico Q en cada estacion (i,j)}
dominio(i,j)	{Dominio de la estacion compresora (i,j)}
eficiencia(i,j)	{Eficiencia de la estacion compresora (i,j)}
razon(i,j)	{Razon del cociente Q/S}
presion(i,j)	{restriccion de la presion de succion y la presion de descarga};

$$\begin{aligned}
 \text{costtotal}.. & Y = e = \text{sum}((i,j)\$Ac(i,j), g(i,j)); \\
 \text{cost}(i,j)\$Ac(i,j).. & g(i,j)*\text{eta}(i,j) = e = 1 * (x(i,j)*h(i,j)); \\
 \text{balance}(i).. & \text{sum}(j\$A(i,j), x(i,j)) - \text{sum}(j\$A(j,i), x(j,i)) = e = b(i); \\
 \text{flujogas}(i,j)\$Ap(i,j).. & (p(i)**2 - p(j)**2) = e = r(i,j) * ((x(i,j))**2); \\
 \text{cabeza}(i,j)\$Ac(i,j).. & p(j)**\text{gas}_m = e = p(i)**\text{gas}_m * ((1/\text{gase})*(h(i,j))+1); \\
 \text{flvolum}(i,j)\$Ac(i,j).. & n\text{comp}(i,j)*144*p(i)*q(i,j) = e = (\text{gas}_Z*\text{gas}_R*\text{gas}_T)*x(i,j); \\
 \text{dominio}(i,j)\$Ac(i,j).. & h(i,j) = e = \\
 & (AH(i,j) + BH(i,j)*ra(i,j) + CH(i,j)*(ra(i,j)**2) + DH(i,j)*(ra(i,j)**3)) * (s(i,j)**2); \\
 \text{eficiencia}(i,j)\$Ac(i,j).. & \text{eta}(i,j) = e = \\
 & AE(i,j) + BE(i,j)*ra(i,j) + CE(i,j)*(ra(i,j)**2) + DE(i,j)*(ra(i,j)**3); \\
 \text{razon}(i,j)\$Ac(i,j).. & s(i,j)*ra(i,j) = e = q(i,j); \\
 \text{presion}(i,j)\$Ac(i,j).. & p(i) = l = p(j);
 \end{aligned}$$

Model mincosto /all /;

{ Los limites de presion dados en psia (lb/in<sup>2</sup>) }

$$\begin{aligned}
 p.\text{up}(i) &= pu(i); \\
 p.\text{lo}(i) &= pl(i); \\
 p.l(i) &= (p.\text{up}(i) + p.\text{lo}(i)) / 2.0 ;
 \end{aligned}$$

{ Limites de operacion en cada compresor (ft<sup>3</sup>/min) }

$$\begin{aligned}
 q.\text{up}(i,j) &= qu(i,j); \\
 q.\text{lo}(i,j) &= ql(i,j); \\
 q.l(i,j) &= (q.\text{up}(i,j) + q.\text{lo}(i,j)) / 2.0 ;
 \end{aligned}$$

{ Limites de operacion en cada compresor (ft<sup>3</sup>/min) }

$$\begin{aligned}
 h.\text{up}(i,j) &= hu(i,j); \\
 h.\text{lo}(i,j) &= hl(i,j); \\
 h.l(i,j) &= (h.\text{up}(i,j) + h.\text{lo}(i,j)) / 2.0 ;
 \end{aligned}$$

```

{ Limites de la razon del flujo volumetrico y velocidad}
ra.up(i,j) = ru(i,j);
ra.lo(i,j) = rl(i,j);
ra.l(i,j) = (ra.lo(i,j) + ra.up(i,j)) / 2.0 ;

{ Capacidad de flujo de gas en el ducto(i,j) y en la estacion (i,j) (lbm/min) }
x.up(i,j)$Ap(i,j) = cf(i,j);
x.l(i,j)$Ap(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0 ;
x.up(i,j)$Ac(i,j) = (ncomp(i,j)*qu(i,j) * p.up(i)* 144)/(gas_Z * gas_R * gas_T);
x.lo(i,j)$Ac(i,j) = (ql(i,j) * p.lo(i)* 144)/(gas_Z * gas_R * gas_T);
x.l(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0;

{ Limites de velocidad en cada compresor (rpm)}
s.up(i,j) = su(i,j);
s.lo(i,j) = sl(i,j);
s.l(i,j) = (s.lo(i,j) + s.up(i,j)) / 2.0 ;

{ Eficiencia del compresor (0-100 %) }
eta.up(i,j) = 100;
eta.lo(i,j) = 50;
eta.l(i,j) = (eta.lo(i,j) + eta.up(i,j)) / 2.0 ;

{ Costo de combustible del compresor(i,j)}
g.up(i,j)$Ac(i,j) = (x.up(i,j)*h.up(i,j))/eta.lo(i,j);
g.lo(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j)*h.lo(i,j))/eta.up(i,j);
g.l(i,j) = (g.lo(i,j) + g.up(i,j))/2.0;

{ CONOPT, SNOPT, MINOS, MINOS5 }

Option nlp = CONOPT2;

mincosto.scaleopt = 1;

eficiencia.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e+01;

dominio.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e01;

Solve mincosto using nlp minimizing Y;

Display x.l, x.m, p.l, s.l, q.l, h.l, g.l, eta.l, ra.l;

```

## 2. Modelo para la red tipo árbol, utilizando datos del compresor Rakeey-k2, aplicando las técnicas de acotamiento a las variables y punto inicial.

```

$title Optimizacion inteligente de redes de Transporte de gas natural
$inlinecom{ }

```

Sets

```

i      nodos en la red /1*10/
ir(i)  nodos oferta /1/
id(i)  nodos demanda /5, 6, 7, 9, 10/
prop   propiedades del ducto /longitud, diametro, friccion, capacidad/
alias(i,j);

```

## Sets

A(i,j) arcos en la red /1.2, 2.3, 3.4, 3.8, 4.5, 5.6, 5.7, 8.9, 9.10/

Ac(i,j) arcos compresores en la red /1.2, 3.4, 3.8/

Ap(i,j) arcos ductos en la red /2.3, 4.5, 5.6, 5.7, 8.9, 9.10/;

Scalar {Estos escalares son usados para calcular las ecuaciones que ligan a las variables originales (H,Q,S) con (xij, pi, pj)}

{Propiedades del gas}

gas\_K /133050/ {constante del ducto}  
 gas\_e /1.287/ {exponente isoentropico}  
 gas\_R /85.2/ {constante del gas en (lbf-ft/lbm-R)}  
 gas\_Z /0.95/ {factor de compresibilidad del gas}  
 gas\_Sg /0.6248/ {gravedad especifica}  
 gas\_T /519.67/ {temperatura promedio en la succion (^R)}  
 fac /33.1944/ {factor de conversion de MMSCFD a (lbm-min)}

Table datducto(i,j,prop) {Propiedades del ducto: longitud(mi), diametro(ft), friccion, capacidad(MMSCFD)}

	longitud	diámetro	fricción	capacidad
2.3	50	3	0.0085	3000
4.5	50	3	0.0085	3000
5.6	50	3	0.0085	3000
5.7	50	3	0.0085	3000
8.9	50	3	0.0085	3000
9.10	50	3	0.0085	3000;

Parameter

qu(i,j) {limite superior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft<sup>3</sup>/min)}  
 ql(i,j) {limite inferior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft<sup>3</sup>/min)}  
 su(i,j) {limite superior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}  
 sl(i,j) {limite inferior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}  
 AH(i,j) {Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}  
 BH(i,j) {Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}  
 CH(i,j) {Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}  
 DH(i,j) {Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}  
 AE(i,j) {Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}  
 BE(i,j) {Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}  
 CE(i,j) {Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}  
 DE(i,j) {Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}  
 rl(i,j) {valor minimo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}  
 ru(i,j) {valor maximo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}  
 diam(i,j) {conversion del diametro del ducto (i,j) de ft a pulgadas}  
 cf(i,j) {conversion de la capacidad del flujo del gas en el ducto (i,j) en MMSCFD --> {lbm/min}}  
 C {constante del gas}  
 cl(i,j) {resistencia del ducto (i,j) con unidades de {psia<sup>2</sup>/MMSCFD<sup>2</sup>}}  
 r(i,j) {convercion la resistencia del ducto (i,j) de {psia<sup>2</sup>/MMSCFD<sup>2</sup> --> psia<sup>2</sup>/(lbm/min<sup>2</sup>)}}  
 ncomp(i,j) {numero de compresores usados en la estacion (i,j)}  
 gas\_m {proporcion del radio especifico}  
 gase {propiedades del gas}  
 PHI\_SURGE {ecuacion para calcular el hmin}  
 PHI\_STONE {ecuacion para calcular el hmax}  
 hu(i,j) {limite superior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)}  
 hl(i,j) {limite inferior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)};

```

qu(i,j) = 23000;
ql(i,j) = 7800;
su(i,j) = 5200;
sl(i,j) = 3500;
AH(i,j) = 0.00043364;
BH(i,j) = -0.000021123;
CH(i,j) = 0.000020026;
DH(i,j) = -0.0000053597;
AE(i,j) = 180.59;
BE(i,j) = -110.53;
CE(i,j) = 39.717;
DE(i,j) = -4.6045;
rl(i,j) = ql(i,j)/sl(i,j);
ru(i,j) = qu(i,j)/su(i,j);
diam(i,j) = datducto(i,j,'diametro')*12;
cf(i,j)$Ap(i,j) = datducto(i,j,'capacidad')*fac;
C = gas_K*gas_Z*gas_T*gas_Sg;
cl(i,j)$Ap(i,j) = C*((datducto(i,j,'longitud')*datducto(i,j,'friccion'))/(diam(i,j)**5));
r(i,j) = cl(i,j)/(fac**2);
ncomp(i,j)$Ac(i,j) = 1;
gas_m = (gas_e - 1)/gas_e;
gase = (gas_Z*gas_R*gas_T)/gas_m;
PHI_SURGE(i,j)$Ac(i,j) = AH(i,j) + BH(i,j)*rl(i,j) + CH(i,j)*(rl(i,j)**2) + DH(i,j)*(rl(i,j)**3);
PHI_STONE(i,j)$Ac(i,j) = AH(i,j) + BH(i,j)*ru(i,j) + CH(i,j)*(ru(i,j)**2) + DH(i,j)*(ru(i,j)**3);
hl(i,j) = (sl(i,j)**2)*PHI_STONE(i,j);
hu(i,j) = (su(i,j)**2)*PHI_SURGE(i,j);

```

## Parameter

o(ir) {Cantidad de flujo de los nodos oferta (MMSCFD)}  
/I 1500/

d(id) {Cantidad de flujo de los nodos demanda (MMSCFD)}

/5 300

6 300

7 300

9 300

10 300/;

## Parameter

b(i) {rhs de las ecuaciones de balance del flujo de masa (lbm/min)};

b(i) = 0; {Inicializamos b(i)}

b(ir) = o(ir); {Conjunto de b(i) para los nodos oferta}

b(id) = -d(id); {Conjunto de b(i) para los nodos demanda}

## Parameter

pu(i) {limite superior de presion en el nodo i (psia)}

pl(i) {limite inferior de presion en el nodo i (psia)};

pu(i) = 1500;

pl('1') = 200;

pl('2') = 200;

pl('3') = 250;

pl('4') = 200;

pl('5') = 250;

pl('6') = 250;

$p1('7') = 250;$   
 $p1('8') = 250;$   
 $p1('9') = 250;$   
 $p1('10') = 200;$

display rl,ru,gas\_m,diam,C,gase,cf,c1,r,b,hl,hu;

#### Variables

**Y** {Funcion Objetivo Mın la sum de los costos del combustible en todas las estaciones}  
**x(i,j)** {Flujo de masa en cada arco (i,j) en la red unidades(lbm/min)}  
**p(i)** {Presion en el nodo i unidades (lbf/in<sup>2</sup>)}  
**s(i,j)** {Velocidad del flujo en la estacion (i,j) unidades (rpm)}  
**q(i,j)** {Flujo volumetrico en la estacion (i,j) unidades (ft<sup>3</sup>/min)}  
**h(i,j)** {Cabeza adiabatica en la estacion (i,j) unidades (lbf\*ft/lbm)}  
**g(i,j)** {Costo de combustible en la estacion (i,j) unidades (lbf\*ft/min)}  
**eta(i,j)** {Eta eficiencia en la estacion (i,j)}  
**ra(i,j)** {razon del cociente Q/S};

Positive Variable x,p,s,q,h,g,eta,ra;

#### Equations

**costtotal** {Funcion Objetivo}  
**cost(i,j)** {Costo en la estacion (i,j)}  
**balance(i)** {Balance de flujo en cada nodo i}  
**flujogas(i,j)** {Ecuacion de flujo de gas en cada ducto (i,j)}  
**cabeza(i,j)** {Cabeza adiabatica H en la estacion (i,j)}  
**fivolum(i,j)** {Flujo volumetrico Q en cada estacion (i,j)}  
**dominio(i,j)** {Dominio de la estacion compresora (i,j)}  
**eficiencia(i,j)** {Eficiencia de la estacion compresora (i,j)}  
**razon(i,j)** {Razon del cociente Q/S};

costtotal..  $Y = e = \text{sum}((i,j) \$Ac(i,j), g(i,j));$

cost(i,j)\$Ac(i,j)..  $g(i,j) * \text{eta}(i,j) = e = 1 * (x(i,j) * h(i,j));$

$\text{balance}(i).. \quad \text{sum}(j\$A(i,j), x(i,j)) - \text{sum}(j\$A(j,i), x(j,i)) = e= b(i);$   
 $\text{flujogas}(i,j)\$Ap(i,j).. \quad (p(i)**2 - p(j)**2) = e= r(i,j) * ((x(i,j))**2);$   
 $\text{cabeza}(i,j)\$Ac(i,j).. \quad p(i)**\text{gas}_m = e= p(i)**\text{gas}_m * ((1/\text{gase})*(h(i,j))+1);$   
 $\text{flvolum}(i,j)\$Ac(i,j).. \quad \text{ncomp}(i,j)*144*p(i)*q(i,j) = e= (\text{gas}_Z*\text{gas}_R*\text{gas}_T)*x(i,j);$   
 $\text{dominio}(i,j)\$Ac(i,j).. \quad h(i,j) = e=$   
 $(AH(i,j) + BH(i,j)*ra(i,j) + CH(i,j)*(ra(i,j)**2) + DH(i,j)*(ra(i,j)**3)) * (s(i,j)**2);$   
 $\text{eficiencia}(i,j)\$Ac(i,j).. \quad \text{eta}(i,j) = e=$   
 $AE(i,j) + BE(i,j)*ra(i,j) + CE(i,j)*(ra(i,j)**2) + DE(i,j)*(ra(i,j)**3);$   
 $\text{razon}(i,j)\$Ac(i,j).. \quad s(i,j)*ra(i,j) = e= q(i,j);$

Model mincosto /all /;

{ Los limites de presion dados en psia (lbf/in<sup>2</sup>) }

$p.\text{up}(i) = pu(i);$   
 $p.\text{lo}(i) = pl(i);$   
 $p.l(i) = (p.\text{up}(i) + p.\text{lo}(i)) / 2.0 ;$

{ Limites de operacion en cada compresor (ft<sup>3</sup>/min) }

$q.\text{up}(i,j) = qu(i,j);$   
 $q.\text{lo}(i,j) = ql(i,j);$   
 $q.l(i,j) = (q.\text{up}(i,j) + q.\text{lo}(i,j)) / 2.0 ;$

{ Limites de operacion en cada compresor (ft<sup>3</sup>/min) }

$h.\text{up}(i,j) = hu(i,j);$   
 $h.\text{lo}(i,j) = hl(i,j);$   
 $h.l(i,j) = (h.\text{up}(i,j) + h.\text{lo}(i,j)) / 2.0 ;$

{ Limites de la razon del flujo volumetrico y velocidad }

$ra.\text{up}(i,j) = ru(i,j);$   
 $ra.\text{lo}(i,j) = rl(i,j);$   
 $ra.l(i,j) = (ra.\text{lo}(i,j) + ra.\text{up}(i,j)) / 2.0 ;$

{ Capacidad de flujo de gas en en ducto (lbm/min) }

$x.\text{up}(i,j)\$Ap(i,j) = cf(i,j);$   
 $x.l(i,j)\$Ap(i,j) = (x.\text{lo}(i,j) + x.\text{up}(i,j)) / 2.0 ;$   
 $x.\text{up}(i,j)\$Ac(i,j) = (\text{ncomp}(i,j)*qu(i,j) * p.\text{up}(i)* 144)/(\text{gas}_Z * \text{gas}_R * \text{gas}_T);$   
 $x.\text{lo}(i,j)\$Ac(i,j) = (ql(i,j) * p.\text{lo}(i)* 144)/(\text{gas}_Z * \text{gas}_R * \text{gas}_T);$   
 $x.l(i,j)\$Ac(i,j) = (x.\text{lo}(i,j) + x.\text{up}(i,j)) / 2.0;$

{ Limites de velocidad en cada compresor (rpm) }

$s.\text{up}(i,j) = su(i,j);$   
 $s.\text{lo}(i,j) = sl(i,j);$   
 $s.l(i,j) = (s.\text{lo}(i,j) + s.\text{up}(i,j)) / 2.0 ;$

{ Eficiencia del compresor (0-100 %) }

$\text{eta}.\text{up}(i,j) = 100 ;$   
 $\text{eta}.\text{lo}(i,j) = 50;$   
 $\text{eta}.\text{l}(i,j) = (\text{eta}.\text{lo}(i,j) + \text{eta}.\text{up}(i,j)) / 2.0 ;$

```
{ Costo de combustible del compresor(i,j)
g.up(i,j)$Ac(i,j) = (x.up(i,j)*h.up(i,j))/eta.lo(i,j);
g.lo(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j)*h.lo(i,j))/eta.up(i,j);
g.l(i,j) = (g.lo(i,j) + g.up(i,j))/2.0;
```

```
{ CONOPT, SNOPT, MINOS, MINOS5 }
```

```
Option nlp = CONOPT2;
```

```
mincosto.scaleopt = 1;
```

```
Solve mincosto using nlp minimizing Y;
```

```
Display x.l, x.m, p.l, s.l, q.l, h.l, g.l, eta.l, ra.l;
```

### 3. Modelo para la red con ciclo, utilizando datos del compresor Bellvan-k1, aplicando las técnicas de acotamiento a las variables, punto inicial, escalamiento de las ecuaciones de la eficiencia y del dominio.

```
$Title Optimizacion inteligente de redes de Transporte de gas natural
```

```
$Inlinecom{ }
```

```
Sets
```

```
  i      nodos en la red /1*8/
```

```
  ir(i)  nodos oferta /1/
```

```
  id(i)  nodos demanda /5, 8/
```

```
  prop   propiedades del ducto /longitud, diametro, friccion, capacidad/
```

```
  alias(i,j);
```

```
Sets
```

```
  A(i,j)  arcos en la red /1.2, 1.3, 2.6, 3.4, 4.5, 6.5, 6.7, 7.8/
```

```
  Ac(i,j) arcos compresores en la red /1.2, 3.4, 6.7/
```

```
  Ap(i,j) arcos ductos en la red /1.3, 2.6, 4.5, 6.5, 7.8/;
```

```
Scalar {Estos escalares son usados para calcular las ecuaciones que ligan a las variables
originales (H,Q,S) con (x_ij, p_i, p_j)}
```

```
{Propiedades del gas}
```

```
gas_K /133050/ {constante del ducto}
```

```
gas_e /1.287/ {exponente isoentropico}
```

```
gas_R /85.2/ {constante del gas en (lbf-ft/lbm-°R)}
```

```
gas_Z /0.95/ {factor de compresibilidad del gas}
```

```
gas_Sg /0.6248/ {gravedad especifica}
```

```
gas_T /519.67/ {temperatura promedio en la succion (^°R)}
```

```
fac /33.1944/ {factor de conversion de MMCSd a (lbf-min)}
```

Table datducto(i,j,prop) {Propiedades del ducto: longitud(mi), diametro(ft), friccion, capacidad (MMSCFD)}

	longitud	diametro	friccion	capacidad
1.3	40	3	0.0085	2500
2.6	40	3	0.0085	2500
4.5	40	3	0.0085	2500
6.5	40	3	0.0085	2500
7.8	40	3	0.0085	2500;

Parameter

qu(i,j)	{limite superior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft <sup>3</sup> /min)}
ql(i,j)	{limite inferior del flujo volumetrico del compresor (i,j) unidades (ft <sup>3</sup> /min)}
su(i,j)	{limite superior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
sl(i,j)	{limite inferior de velocidad del compresor (i,j) unidades (ft/min)}
AH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
BH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
CH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
DH(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion del Dominio de operacion de la estacion compresora (i,j)}
AE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
BE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
CE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
DE(i,j)	{Coeficiente para la ecuacion de eta del compresor (i,j)}
pu(i)	{limite superior de presion en el nodo i (psia)}
pl(i)	{limite inferior de presion en el nodo i (psia)}
rl(i,j)	{valor minimo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
ru(i,j)	{valor maximo del cociente Q/S en la estacion (i,j)}
diam(i,j)	{conversion del diametro del ducto (i,j) de ft a pulgadas}
cf(i,j)	{conversion de la capacidad del flujo del gas en el ducto (i,j) en MMSCFD --> {lbm/min}}
C	{constante del gas}
cl(i,j)	{resistencia del ducto (i,j) con unidades de {psia <sup>2</sup> /MMSCFD <sup>2</sup> }
r(i,j)	{conversion la resistencia del ducto (i,j) de {psia <sup>2</sup> /MMSCFD <sup>2</sup> --> psia <sup>2</sup> /(lbm/min <sup>2</sup> )}
ncomp(i,j)	{numero de compresores usados en la estacion (i,j)}
gas_m	{proporcion del radio especifico}
gase	{propiedades del gas}
PHI_SURGE	{ecuacion para calcular el hmin}
PHI_STONE	{ecuacion para calcular el hmax}
hu(i,j)	{limite superior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)}
hl(i,j)	{limite inferior de cabeza adiabatica del compresor (i,j) unidades (lbf-ft/lbm)}

qu(i,j)	= 11100;
ql(i,j)	= 4200;
su(i,j)	= 6300;
sl(i,j)	= 4200;
AH(i,j)	= 0.00022289;
BH(i,j)	= -0.00026112;
CH(i,j)	= 0.00013082;
DH(i,j)	= -0.000044737;
AE(i,j)	= 81.094;
BE(i,j)	= -70.282;
CE(i,j)	= 106.5;
DE(i,j)	= -39.94;
pu(i)	= 1200;
pl(i)	= 300;

```

rl(i,j) = ql(i,j)/sl(i,j);
ru(i,j) = qu(i,j)/su(i,j);
diam(i,j) = datducto(i,j,'diametro')*12;
cf(i,j)$Ap(i,j) = datducto(i,j,'capacidad')*fac;
C = gas_K*gas_Z*gas_T*gas_Sg;
cl(i,j)$Ap(i,j) = C*((datducto(i,j,'longitud')*datducto(i,j,'friccion'))/(diam(i,j)**5));
r(i,j) = cl(i,j)/(fac**2);
ncomp(i,j)$Ac(i,j) = 1;
gas_m = (gas_e - 1)/gas_e;
gase = (gas_Z*gas_R*gas_T)/gas_m;
PHI_SURGE(i,j)$Ac(i,j) = AH(i,j) + BH(i,j)*rl(i,j) + CH(i,j)*(rl(i,j)**2) + DH(i,j)*(rl(i,j)**3);
PHI_STONE(i,j)$Ac(i,j) = AH(i,j) + BH(i,j)*ru(i,j) + CH(i,j)*(ru(i,j)**2) + DH(i,j)*(ru(i,j)**3);
hl(i,j) = (sl(i,j)**2)*PHI_STONE(i,j);
hu(i,j) = (su(i,j)**2)*PHI_SURGE(i,j);

```

## Parameter

```

o(ir) {Cantidad de flujo de los nodos oferta (MMSCFD)}
/1 1400/

```

```

d(id) {Cantidad de flujo de los nodos demanda (MMSCFD)}
/5 600
8 800/;

```

```
{Conversion de unidades: MMSCFD --> lbm/min}
```

```

o(ir) = o(ir)*fac;
d(id) = d(id)*fac;

```

## Parameter

```

b(i) {rhs de las ecuaciones de balance del flujo de masa (lbm/min)};
b(i) = 0; {Inicializamos b(i)}
b(ir) = o(ir); {Conjunto de b(i) para los nodos oferta}
b(id) = -d(id); {Conjunto de b(i) para los nodos demanda}

```

```
display rl,ru,gas_m,diam,C,gase,cf,cl,r,b,hl,hu;
```

## Variables

```

Y {Funcion Objetivo Min la sum de los costos del combustible en todas las estaciones}
x(i,j) {Flujo de masa en cada arco (i,j) en la red unidades(lbm/min)}
p(i) {Presion en el nodo i unidades (lbf/in^2)}
s(i,j) {Velocidad del flujo en la estacion (i,j) unidades (rpm)}
q(i,j) {Flujo volumetrico en la estacion (i,j) unidades (ft^3/min)}
h(i,j) {Cabeza adiabatica en la estacion (i,j) unidades (lbf*ft/lbm)}
g(i,j) {Costo de combustible en la estacion (i,j) unidades (lbf*ft/min)}
eta(i,j) {Eta eficiencia en la estacion (i,j)}
ra(i,j) {razon del cociente Q/S};

```

Positive Variable x,p,s,q,h,g,eta,ra;

## Equations

```

costtotal {Function Objetivo}
cost(i,j) {Costo en la estacion (i,j)}
balance(i) {Balance de flujo en cada nodo i}
flujogas(i,j) {Ecuacion de flujo de gas en cada ducto (i,j)}

```

cabeza(i,j)        { Cabeza adiabatica H en la estacion (i,j) }  
 flvolum(i,j)       { Flujo volumetrico Q en cada estacion (i,j) }  
 dominio(i,j)       { Dominio de la estacion compresora (i,j) }  
 eficiencia(i,j)    { Eficiencia de la estacion compresora (i,j) }  
 razon(i,j)         { Razon del cociente Q/S; }

costtotal..        Y = e= sum((i,j)\$Ac(i,j), g(i,j));  
 cost(i,j)\$Ac(i,j).. g(i,j)\*eta(i,j) = e= 1 \* (x(i,j)\*h(i,j));  
 balance(i)..       sum(j\$A(i,j), x(i,j)) - sum(j\$A(j,i), x(j,i)) = e= b(i);  
 flujogas(i,j)\$Ap(i,j).. (p(i)\*\*2 - p(j)\*\*2) = e= r(i,j) \* ((x(i,j))\*\*2);  
 cabeza(i,j)\$Ac(i,j).. p(j)\*\*gas\_m = e= p(i)\*\*gas\_m\*((1/gase)\*(h(i,j))+1);  
 flvolum(i,j)\$Ac(i,j).. ncomp(i,j)\*144\*p(i)\*q(i,j) = e= (gas\_Z\*gas\_R\*gas\_T)\*x(i,j);  
 dominio(i,j)\$Ac(i,j).. h(i,j) = e=  
 (AH(i,j) + BH(i,j)\*ra(i,j) + CH(i,j)\*(ra(i,j)\*\*2) + DH(i,j)\*(ra(i,j)\*\*3)) \* (s(i,j)\*\*2);  
 eficiencia(i,j)\$Ac(i,j).. eta(i,j) = e=  
 AE(i,j) + BE(i,j)\*ra(i,j) + CE(i,j)\*(ra(i,j)\*\*2) + DE(i,j)\*(ra(i,j)\*\*3);  
 razon(i,j)\$Ac(i,j).. s(i,j)\*ra(i,j) = e= q(i,j);  
 Model mincosto /all /;  
 { Los limites de presion dados en psia (lbf/in^2) }  
 p.up(i) = pu(i);  
 p.lo(i) = pl(i);  
 p.l(i) = (p.up(i) + p.lo(i)) / 2.0 ;  
 { Limites de operacion en cada compresor (ft^3/min) }  
 q.up(i,j) = qu(i,j);  
 q.lo(i,j) = ql(i,j);  
 q.l(i,j) = (q.up(i,j) + q.lo(i,j)) / 2.0 ;  
 { Limites de operacion en cada compresor (ft^3/min) }  
 h.up(i,j) = hu(i,j);  
 h.lo(i,j) = hl(i,j);  
 h.l(i,j) = (h.up(i,j) + h.lo(i,j)) / 2.0 ;  
 { Limites de la razon del flujo volumetrico y velocidad }  
 ra.up(i,j) = ru(i,j);  
 ra.lo(i,j) = rl(i,j);  
 ra.l(i,j) = (ra.lo(i,j) + ra.up(i,j)) / 2.0 ;  
 { Capacidad de flujo de gas en en ducto (lbm/min) }  
 x.up(i,j)\$Ap(i,j) = cf(i,j);  
 x.l(i,j)\$Ap(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0 ;  
 x.up(i,j)\$Ac(i,j) = (ncomp(i,j)\*qu(i,j) \* p.up(i)\* 144)/(gas\_Z \* gas\_R \* gas\_T);  
 x.lo(i,j)\$Ac(i,j) = (ql(i,j) \* p.lo(i)\* 144)/(gas\_Z \* gas\_R \* gas\_T);  
 x.l(i,j)\$Ac(i,j) = (x.lo(i,j) + x.up(i,j)) / 2.0;

```
{ Limites de velocidad en cada compresor (rpm)}
s.up(i,j) = su(i,j);
s.lo(i,j) = sl(i,j);
s.l(i,j) = (s.lo(i,j) + s.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Eficiencia del compresor (0-100 %)}
eta.up(i,j) = 100;
eta.lo(i,j) = 50;
eta.l(i,j) = (eta.lo(i,j) + eta.up(i,j)) / 2.0 ;
```

```
{ Costo de combustible del compresor(i,j)}
g.up(i,j)$Ac(i,j) = (x.up(i,j)*h.up(i,j))/eta.lo(i,j);
g.lo(i,j)$Ac(i,j) = (x.lo(i,j)*h.lo(i,j))/eta.up(i,j);
g.l(i,j) = (g.lo(i,j) + g.up(i,j))/2.0;
```

```
{ CONOPT, SNOPT, MINOS, MINOS5 }
```

```
Option nlp = CONOPT2;
```

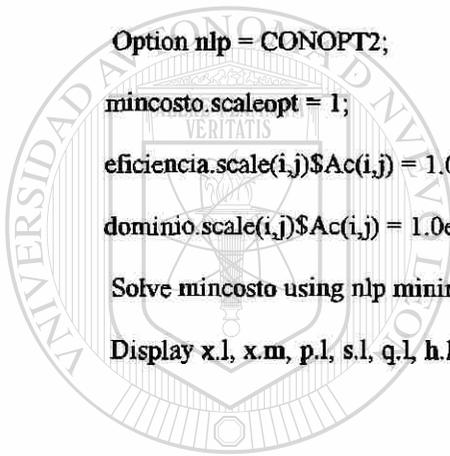
```
mincosto.scaleopt = 1;
```

```
eficiencia.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e+01 ;
```

```
dominio.scale(i,j)$Ac(i,j) = 1.0e02;
```

```
Solve mincosto using nlp minimizing Y;
```

```
Display x.l, x.m, p.l, s.l, q.l, h.l, g.l, eta.l, ra.l;
```



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



**APÉNDICE E**  
**PROGRAMAS UTILIZADOS EN LAS EVALUACIONES**  
**(C y MATLAB)**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Apéndice E. Programas Utilizados en las Evaluaciones (C y MATLAB)

En este apéndice pueden encontrarse algunos de los programas más importantes realizados durante las evaluaciones. En cada programa se explica la función para la cual fue elaborado y cuales son los pasos necesarios para ejecutarlo.

### Programa 1

Este programa se ejecuta para la lectura de datos de H, Q, S y  $\eta$  de un compresor, con la finalidad de que estos datos queden en un archivo de matlab el cual se utiliza para realizar todos los calculos necesarios para evaluar el compresor. Este programa generará dos archivos a partir de un archivo .txt los cuales corresponden a uno de sólo lectura y otro de escritura. Para que el programa pueda ser ejecutado el archivo .txt debe tener el siguiente formato:

1) El inicio del archivo comienza con líneas de comentarios, las cuales deben comenzar con una C (mayúscula). 2) Después de los comentarios debe tener dos líneas para especificaciones. Una de ellas es para la velocidad mínima y velocidad máxima separadas por un espacio y la segunda para flujo volumétrico mínimo y flujo máximo también separados por un espacio. 3) Por último después de estas dos líneas deberán seguir los datos numéricos correspondientes a las características de cada una de las muestras (una fila por muestra) tomadas de dicho compresor. Dichas características se darán en el siguiente orden 1)Cabeza Adiabática, 2)Flujo Volumétrico, 3)Velocidad y 4)Eficiencia adiabática, todas separadas por un espacio. Para ejecutar este programa se debe de teclear a.out y el nombre del archivo sin extensión separados por un espacio y pulsar la tecla enter para leer el archivo de solo lectura. Para observar el archivo de escritura debera teclear la letra "m" y el nombre del archivo con extensión .mlb separados por un espacio y pulsar la tecla enter.

```
#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>

main(int argc, char **argv) {

int i=0;
char c;
double s_min, s_max;
double f_min, f_max;
double head[50], flow[50], speed[50], effad[50];
int npuntos;
FILE *fpt;
FILE *fnum;
char name[50];
if (argc !=2) {
printf("sólo dame el nombre del archivo sin extensión\n");
```

```

printf("error en el número de parámetros...\n");
exit(1);
} /*checa si el número de argumentos es el correcto*/

strcpy(name,argv[1]);
strcat(name, ".txt");
fpt = fopen(name,"r");

if (fpt==NULL)
{
printf("no se puede abrir el archivo indicado\n");
exit(1);
}

while ((c = getc(fpt))!=EOF)
{
if(c=='C')
{
while(getc(fpt)!="\n");
continue;
}
ungetc(c,fpt);
break;
}
/* Lectura de datos del archivo */

fscanf(fpt, "%lf %lf", &s_min, &s_max);
fscanf(fpt, "%lf %lf", &f_min, &f_max);
while(fscanf(fpt, "%lf %lf %lf %lf\n", &head[i], &flow[i], &speed[i], &effad[i])=)
/* printf(" %6.2lf %6.2lf %6.2lf %6.2lf\n", head[i], flow[i], speed[i], ef$
i++;
}
npuntos = i;
printf("Numero de puntos=%d\n", npuntos);
printf("Velocidad Minima(ft/min)= %.2lf, Velocidad Maxima(ft/min)= %.2lf$
printf("Flujo Minimo(ft^3/min)= %.2lf, Flujo Maximo(ft^3/min)= %.2lf\n", $
printf(" head(lbf*ft/min) flow(ft^3/min) speed(ft/min) effad(%) \\\$
for (i = 0; i<=npuntos-1; i++)
printf(" %6.2lf %6.2lf %6.2lf %6.2lf\n", hea$

fclose(fpt);
/*concatena el nombre del archivo con la extensión.mlb*/

strcpy(name2,argv[1]);
strcat(name2, ".mlb");
fnum = fopen(name2, "w");

```

```

if(fnum==NULL)
{
printf("No se puede abrir el archivo indicado\n");
exit(1);
}
}
fprintf(fnum,"%6.2lf %6.2lf\n",s_min,s_max);
fprintf(fnum,"%6.2lf %6.2lf\n",f_min,f_max);
fprintf(fnum,"%d\n", npuntos);
for (i = 0; i<=npuntos-1; i++)
    fprintf(fnum,"%6.2lf %6.2lf %6.2lf %6.2lf\n", head[i], flow[i],
speed[i], effad[i]);

fclose(fnum);
}

```

## Programa 2

Este programa calcula los coeficientes  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ , de las ecuaciones que describen el dominio de operación y eficiencia en un compresor. Para encontrarlos se utiliza el Método de Mínimos Cuadrados (MMC). Este archivo abre el archivo que se genera en C con extensión .mlb para leerlo y realizar las operaciones del Método de Mínimos Cuadrados (MMC).

donde:

$H$  Cabeza adiabática ( $\text{lb}^*\text{ft}/\text{lbm}$ )

$Q$  Flujo volumetrico ( $\text{ft}^3/\text{min}$ )

$S$  Velocidad ( $\text{ft}/\text{min}$ )

$E$  Eficiencia Adiabática (%)

$A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$  y  $D_H$  son los valores de los coeficientes para la aproximación del ajuste de la curva que da como resultado el MMC, para la ecuación que describe el dominio de operación de un compresor.  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$  son los valores de los coeficientes que da como resultado el MMC para la ecuación que describe la eficiencia en un compresor. Para ejecutar este programa se le tiene que proporcionar el nombre del archivo que contiene los datos del compresor.

```

file = input('Dame el nombre del archivo sin extensión ','s')
file1 = [file, '.mlb']
fid=fopen(file1, 'r');
v=fscanf(fid, '%f', 4);
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
n=fscanf(fid, '%f', 1);
M=fscanf(fid, '%f', [4, n]);

```

```

fclose(fid)
b=M';
H=b(:,1);
Q=b(:,2);
S=b(:,3);
E=b(:,4);
y=H./(S.^2);
x=Q./S;
x2=x.*x;
x3=x2.*x;
X=[ones(n,1) x x2 x3];
a=X'*X;
b=X'*y;
c=X'*E;
bsol=a\b;
AH = bsol(1)
BH = bsol(2)
CH = bsol(3)
DH = bsol(4)
efic=a\b;
AE = efic(1)
BE = efic(2)
CE = efic(3)
DE = efic(4)
% Los coeficientes generados y los límites de velocidad y flujo volumetrico son
guardados % en un archivo .txt de escritura, ya que después son utilizados en trabajos
posteriores.
file2 = [file, '.txt']
fid=fopen(file2,'w');
fprintf(fid,'Smin Smax Qmin Qmax\n');
fprintf(fid,'%6.2f %6.2f %6.2f %6.2f\n', v(1),v(2),v(3),v(4));
fprintf(fid,'AH BH CH DH\n');
fprintf(fid,'%2.8f %2.8f %2.8f %2.8f\n', bsol(1),bsol(2),bsol(3),bsol(4));
fprintf(fid,'AE BE CE DE\n');
fprintf(fid,'%2.8f %2.8f %2.8f %2.8f\n', efic(1),efic(2),efic(3), efic(4));
fclose(fid)

```

### Programa 3

Este programa gráfica el dominio del compresor en el dominio  $(Q,H,S)$ . Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa del método de mínimos cuadrados (MMC) (metmc.m), ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ , los cuales se necesitan para ejecutar este programa.

```

file = input('Dame el nombre del archivo sin extensión ', 's')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%4s ', 4);
v = fscanf(fid, '%f', 4);
datos2 = fscanf(fid, '%2s', 4);
bsol = fscanf(fid, '%f', 4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
surge = QL / SL;
stonewall = QU / SU;
ranS = SU - SL;
numint = 10;
global ps w pd
propS = surge:(stonewall-surge)/numint:stonewall;
speed = SL:ranS/numint:SU;
for k = 1:length(speed)
    Q(k,:) = speed(k)*propS;
    QS = propS;
    H(k,:) = (AH*ones(size(QS)) + BH*QS + CH*QS.^2 + DH*QS.^3)*speed(k).^2;
    S(k,:) = speed(k)*ones(size(QS));
end
figure(1)
for k = 1:length(speed)
    plot(Q(k,:), H(k,:), 'b-')
    hold on
end
for k = 1:length(Q)
    plot(Q(:,k), H(:,k), 'r-')
    %hold on
end
hold off
xlabel('Flujo Volumétrico Q(ft3/min)')
ylabel('Cabeza Adiabática H(lbf*ft/lbm)')
title('H vs Q y S')
gtext('SL')
gtext('SU')
gtext('rl')
gtext('ru')
figure(2)

```

```

for k = 1:length(speed)
    plot3(Q(k,:), H(k,:), S(k,:), 'b-')
    hold on
end
for k = 1:length(Q)
    plot3(Q(:,k), H(:,k), S(:,k), 'r-')
    hold on
end
xlabel('Flujo volumétrico Q(ft^3/min)')
ylabel('Cabeza Adiabática H(lbf*ft/lbm)')
zlabel('S(ft/min)')
hold off

```

#### Programa 4

Este programa gráfica el dominio del compresor en el dominio  $(x_{ij}, p_i, p_j)$  que para los programas en matlab lo manejamos como  $(w, ps, pd)$ , donde  $w$  representa el flujo de masa,  $ps$  la presión de succión y  $pd$  la presión de descarga. Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa del método de mínimos cuadrados (MMC) (`metmc.m`), ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ , los cuales se necesitan para ejecutar este programa.

```

file = input('Dame el nombre del archivo sin extension ', 's')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%4s', 4);
v = fscanf(fid, '%f', 4);
datos2 = fscanf(fid, '%2s', 4);
bsol = fscanf(fid, '%f', 4);
datos3 = fscanf(fid, '%2s', 4);
efic = fscanf(fid, '%f', 4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
AE = efic(1);
BE = efic(2);
CE = efic(3);
DE = efic(4);
surge = QL/SL;

```

```

stone = QU/SU;
% Compute the data for W, ps, pd.
k=1.287;      Z=0.95;          R=85.2;
Ts=519.67;   m=(k-1)/k;
psmin=200;   psmax=1200;
nn=40;
for i=1:nn+1
for j=1:nn+1
    ps(i,j)=psmin + (j-1)*(psmax-psmin)/nn;
    rhos= 144.0*ps(i,j)/(Z*R*Ts);
    w(i,j)= rhos*( QL +(i-1)*( QU - QL)/nn);

    qq=w(i,j)/rhos;
    rr=qq/ SL;
    hSmin= SL ^2*([1 rr rr^2 rr^3]*[AH BH CH DH]);
    rr=stone;
    hstone=qq^2*([1 rr rr^2 rr^3]*[ AH BH CH DH])/rr^2;
    rr=qq/ SU;
    hSmax= SU ^2*([1 rr rr^2 rr^3]*[ AH BH CH DH]);
    rr=surge;
    hsurge=qq^2*([1 rr rr^2 rr^3]*[ AH BH CH DH])/rr^2;
    hlow(i,j) = max([hSmin hstone]);
    hup(i,j) = min([hSmax hsurge]);
    pdlow(i,j)= ps(i,j)*(1 + (m/(Z*R*Ts))*hlow(i,j))^(1/m);
    pdup(i,j) = ps(i,j)*(1 + (m/(Z*R*Ts))*hup(i,j))^(1/m);
end
end
for k = 1:nn+1
    pd = pdlow(i,j) + (k-1)*(pdup(i,j) - pdlow(i,j))/nn;
end

```

```

figure(1)
plot(w(:,nn/2)', pdlow(:,nn/2)', 'g')
hold on;
plot(w(:,nn/2)', pdup(:,nn/2)', 'm')
gtext('A')
gtext('B')
gtext('C')
gtext('D')
xlabel('tasa de flujo de masa xij(lbm/min)')
ylabel('presión de descarga pj (psia)')
title(['pj vs xij como pi=', num2str(ps(1,nn/2)), ' (psia)'])
print s6_wpspd_fl -dpsec;
figure(2)
surfl(w(:,nn/2-1:nn/2+1), ps(:,nn/2-1:nn/2+1), pdlow(:,nn/2-1:nn/2+1))
hold on;
plot3(w', ps', pdlow', 'y:')

```

```

plot3(w, ps, pdlow,'c:')
plot3(w, ps, pdup,'m-')
plot3(w', ps', pdup', 'b-')
surfl(w(:,nn/2-1:nn/2+1), ps(:,nn/2-1:nn/2+1), pdup(:,nn/2-1:nn/2+1))
%surfl(w(:,nn-3:nn+1), ps(:,nn-3:nn+1), pdllow(:,nn-3:nn+1))
%surfl(w(:,nn-3:nn+1), ps(:,nn-3:nn+1), pduup(:,nn-3:nn+1))
xlabel('xij(lbm/min)')
ylabel('pi (psia)')
zlabel('pj (psia)')
whitebg
title('pj vs xij y pi')

```

### Programa 5

Este programa gráfica la eficiencia del compresor. Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa del método de mínimos cuadrados (MMC) (metmc.m), ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ , los cuales se necesitan para ejecutar este programa.

```

file = input('Dame el nombre del archivo sin extensión ','s')
file1 = [file, '.txt']
fid=fopen(file1,'r');
datos = fscanf(fid,'%4s', 4);
v=fscanf(fid,'%f',4);
datos2 = fscanf(fid,'%2s',4);
bsol = fscanf(fid,'%f',4);
datos3 = fscanf(fid,'%2s',4);
efic = fscanf(fid,'%f',4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
AE = efic(1);
BE = efic(2);
CE = efic(3);
DE = efic(4);
surge = QL/SL;
stonewall = QU/SU;
numint = 10;
propQS = surge:(stonewall-surge)/numint:stonewall;

```

```

    QS = propQS;
    n = AE*ones(size(QS)) + BE*QS + CE*QS.^2 + DE*QS.^3;
    for k = 1:numint
        plot(n)
        hold on
    end
    xlabel('Q/S (ft^3/rpm)')
    ylabel('Eficiencia')
    title('Eficiencia adiabática vs Q/S')

```

### Programa 6

Este programa gráfica la figura de la función objetivo fijando la presión de succión ( $p_s$ ). Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa del método de mínimos cuadrados (MMC) (metmc.m), ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ , los cuales se necesitan para ejecutar este programa.

```

global Zr R Ts m al K SL SU QL QU
global AH BH CH DH AE BE CE DE a b
% surge se representará por la letra "a"
% stonewall se representará por la letra "b"
file = input('Dame el nombre del archivo sin extension ', 's')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%4s', 4);
v = fscanf(fid, '%f', 4);
datos2 = fscanf(fid, '%2s', 4);
bsol = fscanf(fid, '%f', 4);
datos3 = fscanf(fid, '%2s', 4);
efic = fscanf(fid, '%f', 4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
AE = efic(1);
BE = efic(2);
CE = efic(3);
DE = efic(4);
a = QL/SL;

```

```

b = QU/SU;
K = 1.287;
Zr = 0.95;
R = 85.2;
Ts = 519.67;
al = 1;
m = (K-1)/K;
psmin=200;
psmax=1200;
ps = (psmin+psmax)/2;
nw=50;
npd=50;
ranS = SU-SL;
ranQ = QU-QL;
wmin = (QL*ps*144)/(Zr*R*Ts);
wmax = (QU*ps*144)/(Zr*R*Ts);
ranw = wmax-wmin;
wc = (ps*144*SL*b)/(Zr*R*Ts);
wd = (ps*144*SU*a)/(Zr*R*Ts);
w = wmin + (i-1)*(wmax-wmin)/nw;
q = (Zr*R*Ts*wc)/(ps*144);
qq = (Zr*R*Ts*wd)/(ps*144);
Ha = (AH + BH*(q/SL) + CH*(q/SL)2 + DH*(q/SL)3)*SL2;
H1 = (AH + BH*a + CH*a2 + DH*a3)*(qq/a)2;
%H2 = (AH + BH*b + CH*b2 + DH*b3)*(q/b)2;
%Hb = (AH + BH*(qq/SU) + CH*(qq/SU)2 + DH*(qq/SU)3)*SU2;
pdlow = (((Ha*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
%pdlow = (((H2*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
pdup = (((H1*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
%pdup = (((Hb*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;

ranpd=pdup-pdlow;
x=wmin:ranw/nw:wmax;
y=pdlow:ranpd/npd:pdup;
Z = zeros(length(x),length(y));
[X,Y] = meshgrid(x,y);
for i=1:nw+1
    for j=1:npd+1
        if factible(ps,x(j),y(i)) == 1
            Z(i,j) = g_unit(ps,x(j),y(i));
        end
    end
end
end
end
mesh(X,Y,Z)
xlabel('xij(lbm/min)')
ylabel('pj(psia)')
zlabel('g(lbf-ft/min)')

```

title('Función de consumo de combustible (g)')

### Programa 7

Este programa encuentra la diferencia que existe al comparar la función objetivo dándole un punto (w,ps,pd) con cada una de las 6 funciones polinomiales que se utilizan para aproximar la función de costo de combustible. Para fines prácticos: surge se representará por la letra "a" stonewall se representará por la letra "b". Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa de MMC (metmc.m) ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ , los cuales se necesitan para ejecutar este programa.

```

global Zr R Ts m al k SL SU
global AH BH CH DH AE BE CE DE
global A1 B1 C1 D1 A2 B2 C2 D2 E2 F2 G2 H2 I2 J2 A3 B3 C3
global A4 B4 C4 D4 E4 F4 A5 B5 C5 A6 B6 C6 D6 E6 F6
file = input('Dame el archivo sin extensión ', 's')
file1 = [file, 'pm.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%5s', 3);
psmed = fscanf(fid, '%f', 1);
wmed = fscanf(fid, '%f', 1);
pdmed = fscanf(fid, '%f', 1);
fclose(fid)
file = input('Dame el nombre del archivo sin extensión ', 's')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%4s', 4);
v = fscanf(fid, '%f', 4);
datos2 = fscanf(fid, '%2s', 4);
bsol = fscanf(fid, '%f', 4);
datos3 = fscanf(fid, '%2s', 4);
efic = fscanf(fid, '%f', 4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
AE = efic(1);
BE = efic(2);
CE = efic(3);

```

```

DE = efic(4);
a = QL/SL;
b = QU/SU;
%K = 1.287;
%Zr = 0.95;
%R = 85.2;
%Ts = 519.67;
%al = 1;
%m = (K-1)/K;
psmin=200;
psmax=1200;
nps=10;
nw=10;
npd=10;
sc=1;
% Compute the data for w, ps, pd
for i=1:nps+1
    ps = psmin + (i-1)*(psmax-psmin)/nps;
    wmin = (QL*ps*144)/(Zr*R*Ts);
    wmax = (QU*ps*144)/(Zr*R*Ts);
    wc = (ps*144*SL*b)/(Zr*R*Ts);
    wd = (ps*144*SU*a)/(Zr*R*Ts);
    for i=1:nw+1
        w = wmin + (i-1)*(wmax-wmin)/nw;
        q = (Zr*R*Ts*w)/(ps*144);
        Ha = (AH + BH*(q/SL) + CH*(q/SL)2 + DH*(q/SL)3)*SL2;
        H1a = (AH + BH*a + CH*a2 + DH*a3)*(q/a)2;
        H1a = (AH + BH*b + CH*b2 + DH*b3)*(q/b)2;
        Hb = (AH + BH*(q/SU) + CH*(q/SU)2 + DH*(q/SU)3)*SU2;
        %Obteniendo el límite inferior de Pd
        if w < wc
            pdlow = (((Ha*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
        else
            pdlow = (((H2*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
        end
        %Obteniendo el límite superior de Pd
        if w < wd
            pdup = (((H1*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
        else
            pdup = (((Hb*m)/(Zr*R*Ts) + 1)(1/m))*ps;
        end
        if pdup > pdlow + 0.00001
            for k=1:npd+1
                pd = pdlow + (k-1)*(pdup-pdlow)/npd;
                P = [ps w pd];
                P1 = [P1; P];
                obj(sc)=g_unit(ps,w,pd);
            end
        end
    end
end

```

```

        sc=sc+1;
    end
else
    pd = pdlow;
    P = [ps w pd];
    P1 = [P1; P];
    obj(sc)=g_unit(ps,w,pd)
    sc=sc+1;
end
end
end
end

%P1 es una matriz que se va formando cada vez que se entra al for%
[fil,col] = size(P1);
sum1 = 0; sum2 = 0; sum3 = 0; sum4 = 0; sum5 = 0; sum6 = 0;
dif11 = 0; dif22 = 0; dif33 = 0; dif44 = 0; dif55 = 0; dif66 = 0;
fil
for i=1:fil
    ps = P1(i,1);
    w = P1(i,2);
    pd = P1(i,3);
    f11=f1(ps,w,pd);
    dif1=abs(obj(i)-f11)/abs(obj(i)+1);
    f22=f2(ps,w,pd);
    dif2=abs(obj(i)-f22)/abs(obj(i)+1);
    f33=f3(ps,w,pd);
    dif3=abs(obj(i)-f33)/abs(obj(i)+1);
    f44=f4(ps,w,pd);
    dif4=abs(obj(i)-f44)/abs(obj(i)+1);
    f55=f5(ps,w,pd);
    dif5=abs(obj(i)-f55)/abs(obj(i)+1);
    f66=f6(ps,w,pd);
    dif6=abs(obj(i)-f66)/abs(obj(i)+1);
    sum1 = sum1 + dif1;
    sum2 = sum2 + dif2;
    sum3 = sum3 + dif3;
    sum4 = sum4 + dif4;
    sum5 = sum5 + dif5;
    sum6 = sum6 + dif6;
    if dif1 > dif11
        dif11 = dif1;
    end
    if dif2 > dif22
        dif22 = dif2;
    end
    if dif3 > dif33
        dif33 = dif3;
    end
end
end

```

```

    if dif4 > dif44
        dif44 = dif4;
    end
    if dif5 > dif55
        dif55 = dif5;
    end
    if dif6 > dif66
        dif66 = dif6;
    end
    errores = [dif1 dif2 dif3 dif4 dif5 dif6];
    diferrores = [diferrores; errores];
end
prom1 = sum1/fil
prom2 = sum2/fil
prom3 = sum3/fil
prom4 = sum4/fil
prom5 = sum5/fil
prom6 = sum6/fil
dif1;
dif2;
dif3;
dif4;
dif5;
dif6;

```

### Programa 8

Este programa encuentra los coeficientes para aproximar las 6 funciones polinomiales que sirven para aproximar la función de consumo de combustible del compresor. Se utiliza el método de mínimos cuadrados (MMC) para encontrar los coeficientes de cada función, para los cuales se hizo una rutina por cada función en la cual se encuentran estos coeficientes. Para ejecutar este programa, primero se debe ejecutar el programa de MMC (metmc.m) ya que este guarda en otro archivo con el mismo nombre del compresor los datos de  $S^L$ ,  $S^U$ ,  $Q^L$ ,  $Q^U$  y los valores encontrados de  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$ . Para fines prácticos del programa: surge se representará por la letra "a" y stonewall se representará por la letra "b".

```

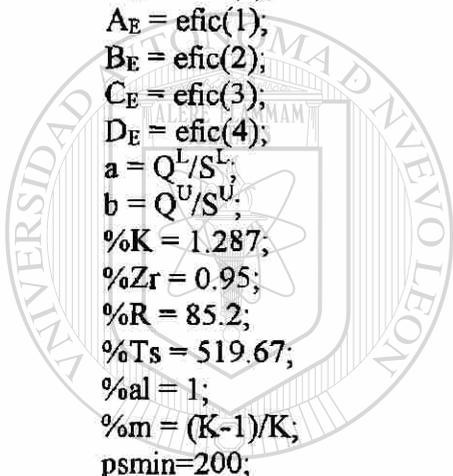
global Zr R Ts m al K SL SU
global AH BH CH DH AE BE CE DE
global A1 B1 C1 D1 A2 B2 C2 D2 E2 F2 G2 H2 I2 J2 A3 B3 C3
global A4 B4 C4 D4 E4 F4 A5 B5 C5 A6 B6 C6 D6 E6 F6
file = input('Dame el nombre del archivo sin extension ', 's')
file1 = [file, '.txt']
fid = fopen(file1, 'r');
datos = fscanf(fid, '%4s', 4);

```

```

v = fscanf(fid,'%f',4);
datos2 = fscanf(fid,'%2s',4);
bsol = fscanf(fid,'%f',4);
datos3 = fscanf(fid,'%2s',4);
efic = fscanf(fid,'%f',4);
fclose(fid)
SL = v(1);
SU = v(2);
QL = v(3);
QU = v(4);
AH = bsol(1);
BH = bsol(2);
CH = bsol(3);
DH = bsol(4);
AE = efic(1);
BE = efic(2);
CE = efic(3);
DE = efic(4);
a = QL/SL;
b = QU/SU;
%K = 1.287;
%Zr = 0.95;
%R = 85.2;
%Ts = 519.67;
%al = 1;
%m = (K-1)/K;
psmin=200;
psmax=1200;
nps=10;
nw=10;
npd=10;
% Compute the data for w, ps, pd
for i=1:nps+1
    ps = psmin + (i-1)*(psmax-psmin)/nps;
    wmin = (QL*ps*144)/(Zr*R*Ts);
    wmax = (QU*ps*144)/(Zr*R*Ts);
    wc = (ps*144*SL*b)/(Zr*R*Ts);
    wd = (ps*144*SU*a)/(Zr*R*Ts);
    for i=1:nw+1
        w = wmin + (i-1)*(wmax-wmin)/nw;
        q = (Zr*R*Ts*w)/(ps*144);
        Ha = (AH + BH*(q/SL) + CH*(q/SL)2 + DH*(q/SL)3)*SL2;
        H1 = (AH + BH*a + CH*a2 + DH*a3)*(q/a)2;
        H1a = (AH + BH*b + CH*b2 + DH*b3)*(q/b)2;
        Hb = (AH + BH*(q/SU) + CH*(q/SU)2 + DH*(q/SU)3)*SU2;
        %Obteniendo el límite inferior de Pd
        if w < wc

```



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

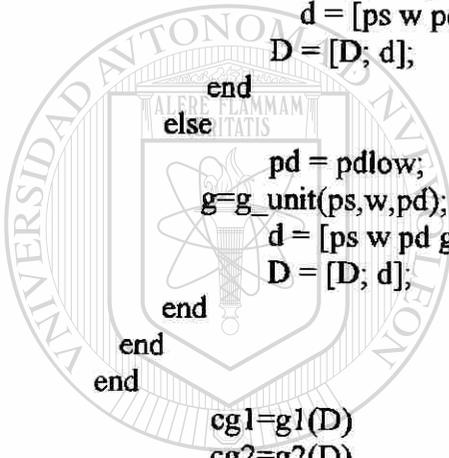


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

```

pdlow = (((Ha*m)/(Zr*R*Ts) + 1)^(1/m))*ps;
else
pdlow = (((H1a*m)/(Zr*R*Ts) + 1)^(1/m))*ps;
end
%Obteniendo el límite superior de Pd
if w < wd
pdup = (((H1*m)/(Zr*R*Ts) + 1)^(1/m))*ps;
else
pdup = (((Hb*m)/(Zr*R*Ts) + 1)^(1/m))*ps;
end
if pdup>pdlow+0.00001
for k=1:npd+1
pd = pdlow + (k-1)*(pdup-pdlow)/npd;
g=g_unit(ps,w,pd);
d = [ps w pd g];
D = [D; d];
end
else
pd = pdlow;
g=g_unit(ps,w,pd);
d = [ps w pd g];
D = [D; d];
end
end
end
cg1=g1(D)
cg2=g2(D)
cg3=g3(D)
cg4=g4(D)
cg5=g5(D)
cg6=g6(D)

```



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS





**APÉNDICE F**  
**PRUEBA DE HIPÓTESIS UTILIZANDO ESTADÍSTICA**  
**NO PARAMÉTRICA**

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## **Apéndice F. Prueba de Hipótesis Utilizando Estadística No Paramétrica**

En este apéndice se describe la prueba de hipótesis la cual se hizo utilizando estadística no paramétrica. La importancia de realizar esta prueba de hipótesis es con la finalidad de mostrar científicamente utilizando las herramientas de la estadística el impacto positivo que tiene la aplicación de las técnicas de pre-procesamiento al algoritmo de optimización utilizado en la evaluación computacional de la fase de pre-procesamiento.

Para realizar la prueba de hipótesis haremos uso de la estadística no paramétrica en donde se desconoce que tipo de distribución tiene la población.

Los procedimientos no paramétricos o de distribución libre se utilizan con frecuencia en el análisis de datos. Las desventajas asociadas con las pruebas no paramétricas son que no se utiliza toda la información proporcionada por la muestra, por lo que una prueba no paramétrica será menos eficiente que el procedimiento paramétrico cuando ambos métodos son aplicables. En consecuencia para alcanzar la misma potencia, una prueba no paramétrica requerirá un tamaño de muestra más grande que la correspondiente prueba paramétrica.

En resumen, si son aplicables tanto la prueba paramétrica como la no paramétrica al mismo conjunto de datos, se debe aplicar la prueba paramétrica más eficiente. Sin embargo, se debe reconocer que las suposiciones de normalidad con frecuencia no se pueden justificar y que no siempre se tienen las mediciones cuantitativas. Es una fortuna que los estadísticos proporcionen un número de procedimientos no paramétricos útiles.

## Metodología

Para el problema en estudio, queremos probar la hipótesis de que las diversas técnicas de pre-procesamiento tienen un impacto positivo en el desempeño del algoritmo, o dicho estadísticamente que el número de iteraciones empleado por el algoritmo de optimización se reduce significativamente. Para cada topología utilizada en la evaluación se realizarán dos pruebas de hipótesis. En la primera prueba, queremos probar la hipótesis de que el número de iteraciones que tarda el optimizador en encontrar un óptimo local en cada una de las instancias para cada compresor en el escenario E1 es mayor que lo que se tarda en encontrar esa solución en el escenario E2. La otra prueba consiste en probar que en el escenario E3 el número de iteraciones que tarda el algoritmo en encontrar la solución es menor que en el escenario E2.

Recordemos que en cada uno de los escenarios se aplican las siguientes técnicas:

### E1

- \*Punto inicial
- \*Cotas a las variables

### E2

- \*Punto inicial
- \*Cotas a las variables
- \*Escalamiento de la ecuación de la eficiencia

### E3

- \*Punto inicial
- \*Cotas a las variables
- \*Escalamiento de la ecuación de la eficiencia y ecuación del dominio

El método no paramétrico que utilizaremos para la prueba de hipótesis que deseamos probar se conoce como *Prueba de los signos* (Walpole y Myers, 1992). Ésta prueba se utiliza para probar la hipótesis de una mediana poblacional. En el caso de muchos procedimientos no paramétricos, la media se reemplaza por la mediana como el parámetro de ubicación pertinente bajo prueba. La contraparte poblacional, representada por  $\mu$  tiene una definición análoga. Dada una variable aleatoria  $X$ ,  $\mu$  se define de tal forma que:

$$P(X > \mu) = P(X < \mu) = 0.5$$

Por supuesto, si la distribución es simétrica, la media y la mediana poblacionales son iguales. Al probar la hipótesis nula  $H_0$  de que  $\mu = \mu_0$  contra una alternativa apropiada, sobre la base de una muestra aleatoria de tamaño  $n$  datos, se reemplaza cada valor muestral que excede a  $\mu_0$  con un signo más (+) y cada valor muestral menor que  $\mu_0$  con un signo menos (-). Si la hipótesis nula es verdadera y la población es simétrica, la suma de los signos más debe ser aproximadamente igual a la suma de los signos menos. Cuando un signo aparece con mayor frecuencia de lo que debería, con base en el azar únicamente, se rechaza la hipótesis de que la mediana poblacional  $\mu$  es igual que  $\mu_0$ .

El estadístico de prueba apropiado para la prueba de los signos es la variable aleatoria binomial  $X$ , que representa el número de signos más (+) en la muestra aleatoria. Si la hipótesis nula de que  $\mu = \mu_0$  es verdadera, la probabilidad de que un valor muestral resulte en un signo más o un signo menos es igual a  $1/2$ . Por lo tanto, para probar la hipótesis nula  $\mu = \mu_0$ , en realidad se está probando la hipótesis nula de que el número de signos más (+) es un valor de una variable aleatoria que tiene una distribución binomial con el parámetro  $p = 1/2$ . Los valores  $p$  para ambas alternativas unilateral y bilateral puede entonces calcularse utilizando esta distribución binomial.

Por ejemplo para nuestra prueba de hipótesis utilizamos la alternativa unilateral, que se representa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu &= \mu_0 \\ H_1 : \mu &> \mu_0 \end{aligned}$$

Aquí se rechaza  $H_0$  en favor de  $H_1$  sólo si la proporción de signos más es bastante más grande que  $1/2$ , esto es, cuando  $x$  es grande. De aquí que, si el valor calculado de  $P$ :

$$P = P(X \geq x \text{ cuando } p = 1/2)$$

es menor que  $\alpha$ , se rechaza  $H_0$  en favor de  $H_1$ , donde  $\alpha$  es el nivel de significancia igual a 0.05.

## Resultados

Para llevar a cabo la prueba, ésta puede ser resumida en los siguientes seis pasos. Enseguida se muestra la prueba de hipótesis para las tres topologías utilizadas en las evaluaciones.

- **Prueba de hipótesis para la red en línea (E2 mejor que E1)**

Para probar la hipótesis de que el promedio de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2, establecemos la siguiente prueba.

$$H_0 : \mu - \mu_0 = 0 \text{ vs } H_1 : \mu - \mu_0 > 0 \text{ con un } \alpha = 0.05$$

**Estadístico de prueba:** Variable binomial  $X$  con  $p = 1/2$

**Cálculos:** Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo “+” y cada diferencia negativa por un símbolo “-” y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las Tablas 17 y 18 del Apéndice D, tenemos que:

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 62$$

$$x = 40$$

Utilizando la aproximación de la curva normal, sabiendo que la aproximación es excelente cuando  $n$  es grande:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

donde:

$$\mu = np$$

$$\sigma = \sqrt{npq}$$

Sustituyendo en fórmulas se tiene:

$$\mu = 31$$

$$\sigma = 3.93$$

$$Z = 2.16$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 40) \cong P(Z > 2.16) = 1 - 0.9846 = 0.0154$$

**Conclusión:** Como  $P < \alpha$  se rechaza  $H_0$ , concluyendo que hay evidencia suficiente para rechazar  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa que indica que el promedio de iteraciones en E1 es mayor que en E2. Esto puede confirmarse viendo las Tablas 17 y 18 en el Apéndice D, comparando el número de iteraciones obtenido en la Tabla 17 y el número de iteraciones obtenido en la Tabla 18 para cada compresor de la red en línea.

• **Prueba de hipótesis para la red en línea (E3 mejor que E2)**

Para probar la hipótesis de que el promedio de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3, establecemos una prueba similar a la anterior. Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo “+” y cada diferencia negativa por un símbolo “-” y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las

Tablas 18 y 19 del Apéndice D, tenemos lo siguiente.

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 74$$

$$x = 47$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 37$$

$$\sigma = 4.41$$

$$Z = 2.15$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 47) \cong P(Z > 2.15) = 1 - 0.9842 = 0.0158$$

**Conclusión:** Como  $P < \alpha$  se rechaza  $H_0$ , concluyendo que hay evidencia suficiente para rechazar  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa que indica que el promedio de iteraciones en E2 es mayor que en E3. Esto puede confirmarse viendo las Tablas 18 y 19 en el Apéndice D, comparando el número de iteraciones obtenido en la Tabla 18 y el número de iteraciones obtenido en la Tabla 19 para cada compresor de la red en línea.

- **Prueba de hipótesis para la red tipo árbol (E2 mejor que E1)**

Para probar la hipótesis de que el número de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2, se establece la prueba de hipótesis para la topología en línea. Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo “+” y cada diferencia negativa por un símbolo “-” y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las Tablas 20 y 21 del Apéndice D, tenemos lo siguiente.

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 39$$

$$x = 24$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 19.5$$

$$\sigma = 3.12$$

$$Z = 1.28$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 24) \cong P(Z > 1.28) = 1 - 0.8997 = 0.1003$$

**Conclusión:** Como  $P > \alpha$ , no se rechaza  $H_0$  inicialmente. Esto puede confirmarse viendo las Tablas 20 y 21 en el Apéndice D, comparando el número de iteraciones obtenido en la Tabla 20 y el número de iteraciones obtenido en la Tabla 21 para cada compresor de la red tipo árbol.

Si se utilizan ocho de los nueve compresores, quitando el último compresor, establecemos de nuevo la prueba.

Realizando otra vez la prueba tenemos que:

$$n = 35$$

$$x = 24$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 17.5$$

$$\sigma = 2.95$$

$$Z = 2.03$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 24) \cong P(Z > 2.03) = 1 - 0.9788 = 0.0212$$

**Conclusión:** Como  $P < \alpha$ , se rechaza  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa donde el número de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2 utilizando los primeros ocho compresores de la evaluación.

• **Prueba de hipótesis para la red tipo árbol (E3 mejor que E1)**

Para probar la hipótesis de que el número de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3, la prueba se define con los mismos pasos de las pruebas anteriores. Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo "+" y cada diferencia negativa por un símbolo "-" y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las Tablas 21 y 22 del Apéndice D, tenemos lo siguiente.

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 54$$

$$x = 43$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 27$$

$$\sigma = 3.67$$

$$Z = 4.21$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 43) \cong P(Z > 4.21) \cong 0$$

6) **Conclusión:** Como  $P < \alpha$  se rechaza  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa que indica que el número de iteraciones en E2 es mayor que en E3. Esto puede confirmarse viendo las Tablas 21 y 22 en el Apéndice D, comparando el número de iteraciones obtenido en la Tabla 21 y el número de iteraciones obtenido en la Tabla 22 para cada compresor de la red tipo árbol.

- **Prueba de hipótesis para la red con ciclo (E2 mejor que E1)**

Para probar la hipótesis de que el número de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2, se define de la misma forma que en las topologías anteriores. Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo “+” y cada diferencia negativa por un símbolo “-” y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las Tablas 23 y 24 del Apéndice D, tenemos lo siguiente.

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 99$$

$$x = 62$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 49.5$$

$$\sigma = 4.97$$

$$Z = 2.41$$

Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 62) \cong P(Z > 2.41) = 1 - 0.9920 = 0.008$$

**Conclusión:** Como  $P < \alpha$ , se rechaza  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa donde el número de iteraciones en E1 es mayor que en E2. Esto puede confirmarse viendo las tablas 23 y 24 en el Apéndice D, comparando el número de iteraciones obtenido en la Tabla 23 y el número de iteraciones obtenido en la Tabla 24 para cada compresor de la red con ciclo.

- **Prueba de hipótesis para la red con ciclo (E3 mejor que E2)**

Para probar la hipótesis de que el número de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3, se puede definir de la misma manera que el inciso anterior. Después de reemplazar cada diferencia positiva con un símbolo “+” y cada diferencia negativa por un símbolo “-“ y descartar las diferencias cero en su compresor correspondiente de las Tablas 25 y 26 del Apéndice D, tenemos lo siguiente.

Dado que  $n$  es el total de signos positivos y negativos y  $x$  el total de signos positivos:

$$n = 115$$

$$x = 89$$

Utilizando la aproximación de la curva normal:

$$\mu = 57.5$$

$$\sigma = 5.36$$

$$Z = 5.78$$

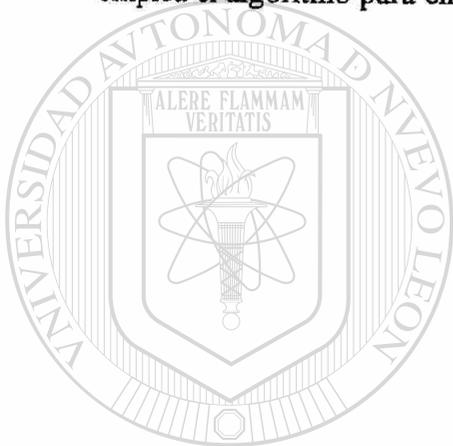
Por lo tanto calculando el valor de la probabilidad  $P$ :

$$P = P(X \geq 89) \cong P(Z > 5.78) \cong 0$$

**Conclusión:** Como  $P < \alpha$ , se rechaza  $H_0$ , aceptando la hipótesis alternativa que indica que el número de iteraciones en E2 es mayor que en E3. Esto puede confirmarse viendo las Tablas 25 y 26 del Apéndice D de la topología con ciclo.

## Conclusión

Según los resultados obtenidos en las pruebas de hipótesis realizadas para cada topología, queda comprobado científicamente haciendo uso de las herramientas estadísticas, que los resultados obtenidos en la evaluación computacional de las técnicas de pre-procesamiento avalan categóricamente la gran importancia de utilizarlas en cualquier algoritmo de optimización que presente problemas en su proceso de búsqueda, ya que tienen un impacto positivo en la disminución del número de iteraciones que emplea el algoritmo para encontrar una solución óptima local.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## **FICHA AUTOBIOGRÁFICA**

**Yanet Villalobos Morales**

**Candidato para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica**

**Tesis**

**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE REDES  
DE GAS NATURAL**

Nació en Mapimí, Dgo, México. Es hija del Sr. Francisco Villalobos y de la Sra. Ventura Morales. Recibió el título de Ing. Mecánico Administrador de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) en la Universidad Autónoma de Nuevo León (1995-2000), con Mención Honorífica, por haber obtenido uno de los mejores promedios de la generación. Recibió una beca de la FIME para estudiar la Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas. Dentro de la Maestría participó como Asistente de Investigación en el proyecto de CONACyT J33187-A del cual recibió beca de manutención.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

