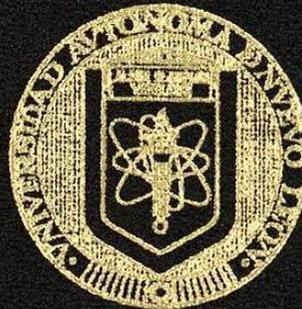


**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



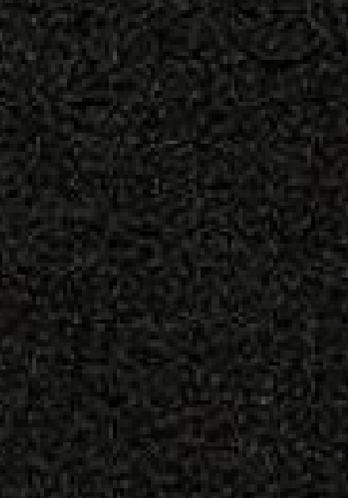
**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA  
DE OPTIMIZACION DE REDES  
DE GAS NATURAL**

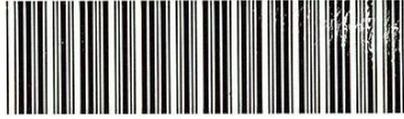
**TESIS**  
**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS**  
**EN INGENIERIA DE SISTEMAS**  
**PRESENTA:**  
**YANET VILLALOBOS MORALES**

**SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.    OCTUBRE, 2002**

2002  
FM  
Z5853  
.M2  
FIME  
2002  
.V4

PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACION  
DE REDES DE GAS NATURAL





1020148257

Handwritten mark or signature.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA  
DE OPTIMIZACION DE REDES  
DE GAS NATURAL

**TESIS**

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS  
EN INGENIERIA DE SISTEMAS

PRESENTA:

**YANET VILLALOBOS MORALES**

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.    OCTUBRE, 2002

971031

TH  
Z 5853  
.M2  
FINE  
2-002  
.V4

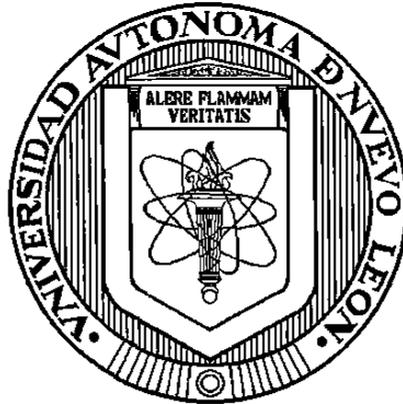


FONDO  
TESIS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE  
OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

**TESIS**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**PRESENTA**

**YANET VILLALOBOS MORALES**

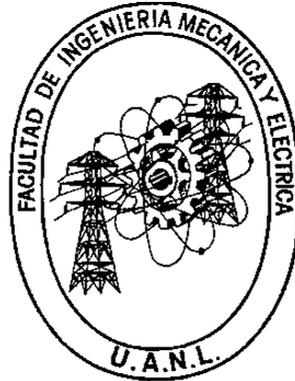
**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N. L.**

**OCTUBRE, 2002**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**

**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE  
OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

**TESIS**

**EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA DE SISTEMAS**

**PRESENTA**

**YANET VILLALOBOS MORALES**

**SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, N. L.**

**OCTUBRE, 2002**

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “**PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**”, realizada por la alumna Yanet Villalobos Morales, matrícula 915738 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias del Posgrado en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



---

Asesor  
Dr. Roger Z. Ríos Mercado



---

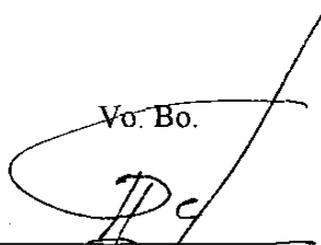
Coasesor  
Dra. Ada M. Álvarez Socarrás



---

Coasesor  
Dr. César E. Villarreal Rodríguez

Vo. Bo.



---

Dr. G. Alan Castillo Rodríguez  
Subdirector  
División de Estudios de Posgrado

## **Dedicatoria**

Quiero dedicar este logro de una meta más en mi vida profesional, a los seres que me han dado mucho y que siempre han apoyado mis decisiones, con todo cariño y amor:

a mis *Padres*:

*Ventura y Francisco*

y *Hermanos*:

*Jesús Manuel, Jorge Angel y Omar (q. e. p. d)*

Porqué de ellos he aprendido a ser perseverante, responsable y a luchar siempre para lograr mis objetivos. Gracias a ellos y a Dios he logrado cumplir uno de mis sueños.

a mi *Novio*:

*Omar*

Por llegar en el mejor momento a mi vida como un lucerito a iluminar mi camino y mi estancia en la Maestría. Por su compañía, apoyo incondicional, comprensión y todo su amor.

## Agradecimientos

Primeramente quiero darle gracias a Dios por acompañarme y darme siempre fuerzas para luchar por mis sueños. Por ayudarme a no darme por vencida en los momentos difíciles que surgieron durante el estudio de la maestría.

A mi tío Alejandro Villalobos y toda su familia por ser mi segundo hogar y por todo el apoyo brindado durante el estudio de la licenciatura y maestría. Gracias por brindarme su ayuda y estar siempre pendiente de mí. Y a todos mis familiares y amigos que de una u otra forma me han brindado su apoyo y ayuda, mil gracias.

A mi inseparable amiga Yezmín quien empezó conmigo esta interesante aventura, por ser un gran apoyo y un gran ejemplo para mí.

A toda la banda del PISIS por su compañía y por compartir conmigo sus conocimientos e inolvidables momentos. En especial a mis compañeros y amigos: Karim, Conrado y Humberto de quienes he aprendido mucho, me brindaron su amistad y que hicieron mi estancia más placentera en el Posgrado.

Eternamente agradecida con mi asesor y maestro Dr. Roger Z. Ríos Mercado, quien siempre estuvo pendiente de mi trabajo y que en momentos difíciles me dio una palmadita de apoyo y excelentes consejos. Gracias por compartir conmigo parte de sus valiosos conocimientos, por toda su paciencia en las correcciones de la tesis y sobre todo por no perder la fe en mí.

A mis coasesores y maestros: Dra. Ada Álvarez Socarrás y Dr. César Villarreal Rodríguez por sus valiosos comentarios y sugerencias que enriquecieron el contenido de esta tesis.

A mis apreciables amigos Abraham y Ángeles que siempre estuvieron pendientes de mí a pesar de la distancia y por su desinteresada amistad. Gracias porque nunca dejaron de echarme porras y creer en mí.

A aquellas personas del Posgrado que me brindaron una sonrisa y que de una u otra forma me ayudaron durante el estudio de la maestría. En especial a Lupita Mata, Lupita Ruiz, Verónica Escareño, Felipe de Jesús Medrano, Claudia López, Eric Tarango, Sr. Rodolfo Guerra, Sr. Rubén Flores, M.C. Ramón Cantú, Ing. Delia Armendáriz, Ing. Juan A. Franco.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León por abrirme sus puertas y permitirme desarrollarme profesionalmente. A mi segunda casa la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por otorgarme la beca para realizar la Maestría y por todo el apoyo brindado durante el desarrollo de la misma.

A los proyectos CONACyT J33187-A y PAYCyT CA363-00 por darme la oportunidad de participar como Asistente de Investigación y apoyarme económicamente para el estudio de la Maestría.

# RESUMEN

Yanet Villalobos Morales  
Candidato para el grado de Maestro en Ciencias en Ingeniería de Sistemas  
Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Título del Estudio:

## **PRE-PROCESAMIENTO DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE REDES DE GAS NATURAL**

Número de Páginas: 140

### **Objetivos y Método de Estudio**

El desarrollo de esta tesis se enfoca a un problema de minimización de consumo de combustible en una red de gas natural en estado estable. Dada una red de gasoductos, al fluir el gas por ésta se pierden energía y presión debido a la fricción que existe entre el gas y las paredes internas de la tubería y a la transferencia de calor que existe entre el gas y sus alrededores. Para sobreponer esta pérdida de energía y mantener al gas en movimiento, estaciones compresoras son instaladas en varios puntos de la red. Típicamente, las estaciones consumen un 3-5% del gas que está siendo transportado resultando en un costo por consumo de combustible relativamente alto. El problema de toma de decisiones consiste en determinar la manera de operar los compresores y la red, con el objetivo de transportar el gas desde centros de almacenamiento o producción (donde se inyecta gas al sistema) a los diferentes centros de distribución (donde se requiere el gas) al menor costo posible.

La estructura matemática que define a este problema de minimización de consumo de combustible (PMCC) es compleja desde el punto de vista de optimización,

por tal motivo, este problema se encuentra clasificado dentro del tipo de problemas difíciles de resolver o NP-completos (Garey y Johnson, 1979). Una implicación directa de este resultado es que el tiempo empleado por cualquier algoritmo para encontrar la solución óptima global al problema crece exponencialmente con el tamaño de los datos del problema. Otra dificultad adicional es que la compleja estructura del problema hace que los algoritmos típicos existentes para problemas de optimización no lineal, como el Gradiente Reducido Generalizado empleado en el presente trabajo, encuentran diversas dificultades numéricas en su proceso de búsqueda, ocasionando inclusive que no pueda encontrarse una solución factible, ya no digamos óptima.

Para solventar estas dificultades y ayudar al desempeño del algoritmo, se le aplica a éste una fase de pre-procesamiento. En esta fase se utilizan algunas técnicas comunes que proveen una mejor reformulación del problema haciéndolo más apto a ser resuelto.

Los objetivos centrales de la tesis son:

1. Desarrollar una evaluación computacional de varias funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo con datos de nueve compresores centrífugos reales. La finalidad de esto es disminuir el tiempo computacional que se emplea al evaluar un punto en la función objetivo original.
2. Desarrollar una evaluación computacional de algunas técnicas de pre-procesamiento que al aplicarse al PMCC mejoren el desempeño del algoritmo de optimización en la búsqueda de soluciones factibles iniciales, utilizando topologías y datos de compresores centrífugos reales de la industria del gas natural.

Para lograr estos objetivos se siguió la siguiente metodología. Para el primer objetivo, en primera instancia se estudió profundamente la estructura matemática del modelo. Esto permitió aprender a identificar ciertas propiedades importantes a ser explotadas en la siguiente fase. La experimentación se realizó en una estación de trabajo Sun Ultra 10. Posteriormente, se llevo a cabo la evaluación de las funciones de

aproximación. En esta fase nos apoyamos en el paquete de Matlab versión 6 (The MathWorks, 2000) en una estación de trabajo Sun Ultra 10.

Para el segundo objetivo, se llevó a cabo un estudio de las diversas técnicas de pre-procesamiento existentes. Posteriormente, se modeló matemáticamente el PMCC mediante el uso de GAMS, versión 2.50, (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992) en el cual se utilizó uno de los optimizadores que implementa el algoritmo del gradiente reducido generalizado (Bazaraa, Sherali y Shetty, 1993).

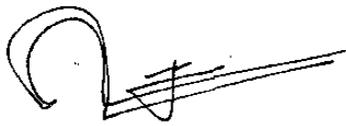
### **Contribuciones y Conclusiones**

Las contribuciones científicas de esta tesis fueron:

1. Evaluación computacional de la aproximación a la función objetivo de seis funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo.
2. Evaluación de técnicas comunes de pre-procesamiento.
3. Implementación computacional de códigos usando el paquete de Matlab y lenguaje C que efectúan diversas tareas que son utilizadas en las evaluaciones.

Desde el marco científico, se mostró que existen formas más efectivas de manejar la función de consumo de combustible, lo cual fue corroborado en la evaluación computacional de las funciones de aproximación a la función objetivo. La aportación más significativa fue la de mostrar que las técnicas de pre-procesamiento lograron mejorar significativamente el desempeño del algoritmo de optimización. Estos resultados fueron avalados estadísticamente.

**Profesor asesor:** \_\_\_\_\_



**Dr. Roger Z. Ríos Mercado**

# ÍNDICE

Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Resumen	vi
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Descripción y Relevancia del Problema	1
1.2 Antecedentes Científicos	3
1.3 Objetivo de la Tesis	6
1.4 Descripción de la Tesis	7
<b>2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	
2.1 Suposiciones	9
2.2 Definición del Problema	11
2.3 Descripción de un Compresor	14
2.4 Función de Consumo de Combustible de un Compresor Centrífugo	19
2.5 Modelo Matemático	21
<b>3. TÉCNICAS DE PRE-PROCESAMIENTO</b>	
3.1 Introducción	24
3.2 Importancia y Relevancia	26
3.3 Técnicas Comunes de Pre-Procesamiento	27
3.3.1 Acotamiento de Variables	28
3.3.2 Asignación de Valores Iniciales de Variables	29
3.3.3 Escalamiento	30
<b>4. EVALUACIÓN COMPUTACIONAL</b>	
4.1 Aproximación a la Función de Consumo de Combustible	32
4.1.1 Motivación	32
4.1.2 Diseño Experimental	34
4.1.3 Resultados	35
4.1.4 Conclusión	37
4.2 Evaluación de Técnicas de Pre-Procesamiento	38
4.2.1 Descripción de la Base de Datos	38
4.2.2 Metodología General	41

## ÍNDICE (Continuación)

4.2.3	Experimentos	42
4.2.3.1	Impacto del Acotamiento y Asignación de Valores Iniciales	42
4.2.3.2	Impacto del Escalamiento	45
5.	<b>CONCLUSIONES Y APORTACIONES</b>	
5.1	Conclusiones	53
5.2	Aportaciones	54
5.3	Recomendaciones para Trabajos Futuros	57
	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	59
	<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	61
	<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	62
	<b>APÉNDICE A: DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS</b>	63
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Descripción de la base de datos empleada en la evaluación</li><li>• Parámetros (gas, ducto)</li><li>• Topologías (dibujos)</li></ul>	
	<b>APÉNDICE B: GRÁFICAS DE LOS COMPRESORES UTILIZADOS EN LAS EVALUACIONES</b>	66
	<ul style="list-style-type: none"><li>• Dominio de operación del compresor (H,Q,S)</li><li>• Dominio de operación del compresor (<math>x_{ij}, p_i, p_j</math>)</li><li>• Eficiencia</li></ul>	
	<b>APÉNDICE C: DESCRIPCIÓN DE GAMS/CONOPT</b>	76
	<b>APÉNDICE D: TABLAS DE RESULTADOS Y MODELOS EN GAMS</b>	81
	<b>APÉNDICE E: PROGRAMAS UTILIZADOS EN LAS EVALUACIONES (C y MATLAB)</b>	112

## ÍNDICE (Continuación)

<b>APÉNDICE F: PRUEBA DE HIPÓTESIS UTILIZANDO ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA</b>	129
<b>FICHA AUTOBIOGRÁFICA</b>	140

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Descripción y Relevancia del Problema

Uno de los servicios principales en la industria del gas natural es la transportación del gas a través de una sistema de redes de gasoductos. Al fluir el gas por la red, se pierden energía y presión debido a la fricción que existe entre el gas y las paredes internas de la tubería y a la transferencia de calor que existe entre el gas y sus alrededores. Para sobreponer esta pérdida de energía y mantener al gas en movimiento, se instalan estaciones compresoras en varios puntos de la red. Típicamente, las estaciones consumen un 3-5% del gas que está siendo transportado resultando en un costo por consumo de combustible relativamente alto (Wu, 1998). Este costo de transportación es significativo porque la cantidad de gas que se transporta anualmente en cualquier sistema es enorme. Por otro lado, reportes de expertos de la industria del gas natural (Schroeder, 1996) muestran que la optimización rigurosa de operaciones debería ahorrar al menos un 20% del combustible consumido en la transportación del gas. De acuerdo a Luongo, Gilmour y Schroeder (1989), los costos de operación de estaciones compresoras prendidas representan entre un 25% y 50% del presupuesto de operación total de la compañía. Todo esto hace al problema de minimizar el consumo de combustible en una red de gasoductos significativamente importante.

El problema de toma de decisiones aquí consiste en figurarse la manera de operar los compresores y la red, con el objetivo de transportar el gas desde centros de almacenamiento o producción (donde se inyecta gas al sistema) a los diferentes centros de distribución (donde se requiere el gas) al menor costo posible.

Numerosas simulaciones basadas en modelos en estado estable o modelos en estado transiente, han sido usadas para intentar proveer soluciones a este tipo de problema. La industria del gas ha desarrollado, a través de los años, redes más grandes y sistemas más complejos. Una red típica hoy en día puede consistir de cientos de ductos, docenas de estaciones compresoras, y muchos otros accesorios, tales como válvulas y reguladores. Dentro de cada estación pueden existir varias unidades compresoras. Una red puede transportar miles de MMCFD ( $1\text{MMCFD} = 10^6$  pies cúbicos por día) de gas. Hoy, con la ayuda de las computadoras digitales, numerosas cantidades de simulaciones de redes de gas trabajan exitosamente. Esto abre las puertas al desarrollo de algoritmos de optimización. A través de los años, muchos investigadores han intentado resolver este problema con variación en el grado de éxito. Las dificultades de tales problemas de optimización provienen de varios aspectos. Primero, las estaciones compresoras son muy sofisticadas. Éstas pueden consistir de docenas de unidades compresoras con diferentes configuraciones y características. Por otra parte, el comportamiento de una unidad compresora es no lineal, esto es, el conjunto de restricciones que definen las condiciones de operación factible de un compresor junto con las restricciones en los ductos constituyen un sistema complejo de restricciones no lineales.

Todas estas características hacen que el problema sea difícil de resolver y dificulten el éxito de algoritmos de optimización existentes.

En esta tesis se pretenden analizar y evaluar algunas técnicas que pueden contribuir notablemente a un mejor desempeño de los algoritmos de optimización que pueden aplicarse al problema de minimización de consumo de combustible al cual nos referiremos por las siglas PMCC.

## 1.2 Antecedentes Científicos

El primer trabajo en el desarrollo de algoritmos de optimización para redes de gas natural es atribuido a Wong y Larson (1968). En este trabajo, se usan técnicas de programación dinámica (DP, por sus siglas en inglés) para resolver problemas de optimización en redes sencillas de gas natural. Las principales ventajas de DP son que se garantiza que el óptimo global es encontrado y que la no linealidad puede ser fácilmente manejada. Una desventaja que se tiene al usar DP en este tipo de problemas es su limitación a redes con estructuras sencillas, por ejemplo redes tipo línea recta (Figura 1) y tipo árbol (Figura 2). Otra desventaja es que los cálculos se incrementan exponencialmente según la dimensión del problema. La aplicabilidad de DP en problemas con topologías simples obedece al hecho que ha sido demostrado (Osładacz, 1987) que es posible predeterminedar los flujos de antemano lo cual reduce el problema a encontrar los valores óptimos de presiones. En redes con ciclos, esta propiedad no aplica por lo que deben considerarse presiones y flujos en el proceso de optimización. Para mayor información sobre programación dinámica aplicada a este tipo de problema véase Ríos-Mercado (2002).

Otro tipo de metodología para resolver este tipo de problemas fue la empleada por Percell y Ryan (1987). Ellos aplican el método de optimización no lineal del Gradiente Reducido Generalizado (GRG). Las ventajas que presenta este método es que permite la dimensionalidad del problema y que puede aplicarse a redes con ciclos (Figura 3). Sin embargo, ya que este método se basa en un proceso de búsqueda de gradiente que satisface condiciones de optimalidad local, no garantiza el encontrar un óptimo global en un problema no convexo como el aquí estudiado.



Figura 1. Red en línea

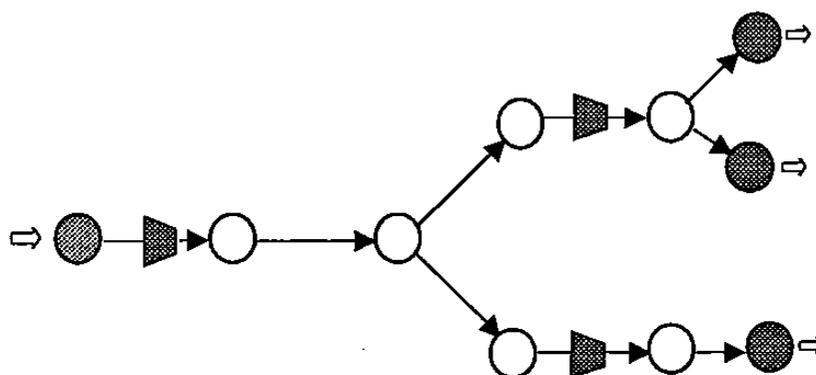


Figura 2. Red tipo árbol

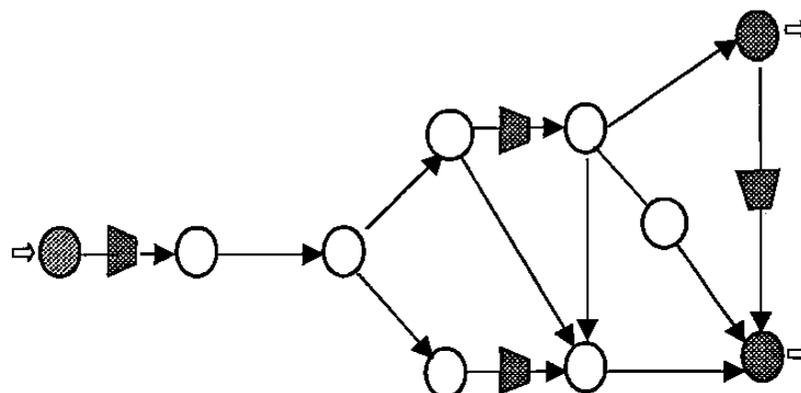


Figura 3. Red con ciclos

En estudios más recientes, Wu (1998) realizó su investigación doctoral sobre la minimización de consumo de combustible en redes de transporte de gas natural y simulación en estado estable. En este trabajo, se establece un modelo matemático completo del flujo en estado estable para redes de gas natural. Uno de los productos de ese trabajo, publicado en Ríos-Mercado et al. (2003), fue haciendo uso de los resultados de teoría de grafos y análisis funcional, la demostración de existencia de la solución única para un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales que surgen de los flujos en una red de transporte. Basado en estos resultados, se derivó un método de descomposición de la red del que se obtuvo grandes reducciones de tamaño, ayudando a simplificar la dificultad del problema. En Wu et al. (2000), se desarrolló un procedimiento de acotamiento inferior, el cual fue probado en algunas topologías con buenos resultados.

En otro trabajo de investigación doctoral, Kim (1999) trabajó en un procedimiento de solución heurística para el PMCC en topologías con ciclos. Esta metodología de solución heurística se basa en un procedimiento iterativo de dos etapas. En particular, en cada iteración, como primera etapa, las variables de flujo de gas son fijas y las variables de presiones óptimas son encontradas utilizando DP. En el segundo estado, las variables de presiones son fijas y se intenta encontrar un conjunto de variables de flujo, las cuales mejoran la función objetivo al explotar la estructura fundamental de la red.

En el presente trabajo se pretenden abordar aspectos del PMCC que no han sido estudiados en estos trabajos recientes desde el punto de vista que aquí se hace. Este trabajo cuenta con dos aportaciones importantes que ayudan a mejorar el desempeño del algoritmo. Una de ellas, es la evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible utilizando datos de nueve compresores centrífugos diferentes. Anteriormente se había realizado esta misma evaluación con la desventaja de que sólo se utilizaron datos de un sólo compresor. La otra aportación, que es la principal y de mayor peso en esta tesis, es la evaluación computacional de algunas técnicas de pre-

procesamiento que se utilizan con la finalidad de ayudar al algoritmo a encontrar soluciones factibles iniciales al PMCC.

### 1.3 Objetivo de la Tesis

Como se ha visto, el PMCC es un problema de optimización, cuyo objetivo es la minimización del consumo de combustible incurrido por las estaciones compresoras en una red de gas natural. La resolución de este tipo de problema es de gran interés tanto para la industria del gas así como para el consumidor, ya que éste último es quien recibe a fin de cuentas el impacto económico generado en el transporte.

En la búsqueda de una solución para este importante problema, se pueden utilizar herramientas existentes como la programación no lineal (NLP) y programación dinámica (DP). Éstos métodos suponen que se parte de una solución factible inicial que en la práctica es en ocasiones muy difícil de obtener debido a la complejidad que presenta la estructura matemática del modelo.

Inclusive, en algunos métodos clásicos de NLP, como el método del gradiente reducido, aunque técnicamente el algoritmo puede iniciar la búsqueda en un punto inicial no factible, el algoritmo de solución encuentra dificultades numéricas debido a la compleja estructura matemática del PMCC. Esto ocasiona que el algoritmo no converja a un óptimo local, afectando significativamente el tiempo computacional empleado.

Reconociendo la dificultad existente que presenta el algoritmo del gradiente reducido generalizado (GRG) en encontrar soluciones factibles iniciales para el PMCC, la parte medular del trabajo se enfoca en el estudio y evaluación de técnicas de pre-procesamiento, que básicamente consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional.

Por otro parte, también con el objetivo de facilitar el trabajo de los algoritmos de optimización, se pretende desarrollar una evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible utilizando datos de nueve compresores centrífugos diferentes, con la finalidad de encontrar una función en la cual sea más fácil de evaluar cualquier punto.

Los objetivos de la tesis se resumen en los siguientes puntos:

1. Desarrollar una evaluación computacional de algunas técnicas de pre-procesamiento que al aplicarse al PMCC mejoren el desempeño del algoritmo de optimización en la búsqueda de soluciones factibles iniciales.
2. Desarrollar una evaluación computacional de 6 aproximaciones polinomiales a la función objetivo con datos de nueve compresores centrífugos.

## **1.4 Descripción de la Tesis**

El resto del trabajo está organizado como sigue. En el Capítulo 2, se presenta la descripción del problema. Se plantean las suposiciones empleadas así como el modelo matemático. Se presenta además una descripción detallada de la estructura matemática de un compresor centrífugo, la cual incluye el dominio factible de operación y la función que representa el consumo de combustible.

En el Capítulo 3, se describen las diferentes técnicas de pre-procesamiento utilizadas en la evaluación. Se discute su importancia y relevancia, así como las posibles ventajas y desventajas, y el impacto potencial en la calidad de las soluciones obtenidas.

En el Capítulo 4, se presenta el trabajo experimental. Primeramente se presenta la evaluación computacional de la aproximación a la función objetivo. Enseguida se realiza

una extensa evaluación de las técnicas de pre-procesamiento en una diversidad de instancias de prueba. Entre los resultados principales de esta evaluación se observó que la fase de pre-procesamiento impacta de una manera positiva el comportamiento del algoritmo.

Por último, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo realizado así como las aportaciones que se hicieron en este trabajo de investigación, las cuales consistieron en:

1. Evaluación computacional de la fase de pre-procesamiento al algoritmo.
2. Evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible.
3. Implementación computacional de códigos usando el paquete de Matlab y lenguaje C que efectúan diversas tareas que son utilizadas en las evaluaciones.

En este capítulo se encuentran también algunas recomendaciones que se consideran importantes y de gran interés para investigadores que aborden el problema en un futuro.

## CAPÍTULO 2

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Suposiciones

La operación real de sistemas de transporte de gas natural es bastante compleja. Debido a esto, es necesario hacer algunas consideraciones que permiten estudiar el problema. Cabe aclarar que aún con estas suposiciones la estructura matemática de este tipo de problema es bastante complicada ya que la función objetivo es no lineal y no convexa, el dominio de operación factible del compresor define un conjunto no convexo y las restricciones de flujo en los ductos definen un conjunto no lineal y no convexo. Todas estas características hacen que, aún con las suposiciones, el problema sea difícil de resolver. Las suposiciones que se consideraron para nuestro estudio fueron las siguientes:

S1. *Sistema en estado estable.* Bajo este sistema consideramos que los valores característicos del flujo de gas en el sistema son independientes del tiempo. En este caso, el sistema de restricciones, particularmente aquellas que describen el flujo del gas a través de los ductos pueden ser descritas usando ecuaciones algebraicas no lineales. Existe otro tipo de sistema cuando en el análisis se considera el tiempo, este tipo de sistema es considerado en estado transitorio. En un sistema transitorio las variables del sistema, tales como flujos y presiones, están en función del tiempo. Para modelarlo se tiene que hacer uso de ecuaciones diferenciales parciales en función del tiempo que describen la relación que existe entre estas variables. El sistema en estado transitorio ha sido abordado con muy poco grado de éxito desde la perspectiva de

optimización debido a la gran complejidad que se tiene en la estructura matemática del modelo para este tipo de sistema y representa sin duda uno de los grandes retos en materia de investigación en los años por venir.

S2. *La red es dirigida.* Consideramos que el sentido del flujo en cada ducto se conoce con anterioridad.

S3. *Temperatura ambiente constante.* Se considera un proceso isotérmico, es decir, que la temperatura en el sistema se mantiene constante en cada ducto. Esto se hace con la finalidad de hacer más tratable la restricción de flujo en los ductos.

S4. *Número fijo de compresores en cada estación compresora.* El número de compresores operando en cada estación se considera como un parámetro conocido. Aunque en la práctica puede ser posible considerar este dato como una variable de decisión, esto convertiría al problema en un programa entero mixto no lineal, lo cual requiere una metodología de solución enteramente diferente.

S5. *Todas las unidades compresoras en una estación compresora son centrífugas, idénticas e instaladas en paralelo.* El hecho de considerar idénticas y conectadas en paralelo, nos permite suponer que el flujo que entra a la estación compresora se reparte equitativamente entre el número de compresores que tenga la estación lo cual facilita el análisis. Este tipo de configuración es además común en la industria. El tipo centrífugo de compresores es también de los más popularmente utilizados en el medio industrial.

## 2.2 Definición del Problema

Consideramos nuestro sistema en estado estable, en el cual los valores característicos del flujo del gas en el sistema son independientes del tiempo. El problema se modela matemáticamente como un problema de optimización no lineal. Los elementos del modelo se dan a continuación:

### (a) *Parámetros*

- **Conjunto de nodos ( $N$ )**, dividido a su vez en tres subconjuntos: *nodos fuente* ( $N_f$ ) (centros de suministro donde se inyecta el gas al sistema), *nodos demanda* ( $N_d$ ) (centros de distribución donde se requiere el gas) y *nodos de paso* ( $N_p$ ).  $N = N_f \cup N_d \cup N_p$ , con  $|N| = n$
- **Conjunto de arcos en la red ( $A$ )**, dividido en dos subconjuntos: *ductos* ( $A_p$ ) (arcos por donde se transporta el gas) y *compresores* ( $A_c$ ) (arcos donde se encuentra una estación compresora).  $A = A_p \cup A_c$
- **Límites de presión en cada nodo.** Presión mínima en el nodo  $i$  ( $p_i^L$ ), presión máxima en el nodo  $i$  ( $p_i^U$ ).
- **Flujo neto en cada nodo ( $b_i$ ).** Cantidad de flujo que se inyecta en los nodos suministro ( $b_i > 0$  si  $i \in N_f$ ) y cantidad de flujo que se requiere en los nodos de distribución ( $b_i < 0$  si  $i \in N_d$ ).
- **Propiedades físicas de cada ducto.** Constante del ducto ( $K$ ), factor de fricción ( $f$ ), longitud del ducto ( $L$ ), diámetro interior del ducto ( $d$ ). Los valores de estos parámetros se encuentran en el Apéndice A. Para más información sobre estos parámetros puede verse Wu (1998).

- **Propiedades físicas del gas.** Factor de compresibilidad ( $Z$ ), gravedad específica ( $S_g$ ), temperatura promedio ( $T$ ) y la constante del gas ( $R$ ). Los valores de estos parámetros se encuentran en el Apéndice A. Para más información sobre estos parámetros puede verse Wu (1998).

**(b) Variables de decisión**

Las variables que miden el desempeño de la función objetivo son:

$$x_{ij} := \text{Flujo de masa en el arco } (i,j); \quad (i,j) \in A$$

$$p_i := \text{Presión del gas en el nodo } i; \quad i \in N$$

- (c) Objetivo del problema.** La medida de desempeño adecuada para nuestro problema y la cual esta en función de las variables de decisión es: “*el consumo total de combustible en la red*”, denotada por  $g(x_{ij}, p_i, p_j)$ , la cual será descrita en detalle en la siguiente Sección 2.4.

- (d) Restricciones del problema.** Las limitaciones que se imponen a los valores que pueden tomar las variables de decisión se enumeran en cinco restricciones, de las cuales las dos primeras son típicas de un problema de flujo en redes y las tres restantes son propias del problema. Cada una de ellas se describe a continuación:

- **Balance de flujo de masa en cada nodo de la red.** En cada nodo, la diferencia entre la cantidad que sale y la que entra es igual al flujo nodal neto dado por  $b_i$ ,  $i \in N$ . Un valor positivo (negativo) de  $b_i$  indica que el nodo  $i$  es fuente (demanda). Se supone que es una red balanceada, donde:  $\sum_{i \in N} b_i = 0$

$$\sum_{\{j|(i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in A\}} x_{ji} = b_i \quad i \in N \quad (1)$$

- **Capacidad del flujo de gas en cada ducto.** Flujo máximo que puede pasar por cada ducto. En la práctica, éste es típicamente fijado por el distribuidor a un valor un poco menos que la capacidad actual para compensar por posibles desbalances.

$$0 \leq x_{ij} \leq U_{ij} \quad (i,j) \in A_p \quad (2)$$

donde:  $U_{ij}$  representa la capacidad del ducto.

- **Flujo de gas a través de cada ducto.** Restricción de igualdad no lineal la cual representa la relación entre la caída de presiones y el flujo. Esta restricción se conoce como la ecuación de Osiadacz (1987) y es válida para gases de alta presión como es el caso.

$$p_i^2 - p_j^2 = R_{ij} x_{ij}^2 \quad (i,j) \in A_p \quad (3)$$

donde  $R_{ij}$  es la resistencia del ducto la cual se representa por la siguiente ecuación:

$$R_{ij} = \frac{KZS_g T f L}{d^5} \quad (4)$$

- **Rango de presión permisible.** Estos límites inferior y superior de la presión para cada nodo de la red son dados por el distribuidor. La restricción que los define se muestra a continuación:

$$p_i^L \leq p_i \leq p_i^U \quad i \in N \quad (5)$$

- **Límites de operación en cada compresor.** Estos límites definen el dominio en el cual el compresor puede operar en la industria.

$$(x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{(i,j)} \quad (i,j) \in A_c \quad (6)$$

donde la estructura del dominio de operación  $D_{(i,j)}$  se expone en más detalle en la Sección 2.3.

## 2.3 Descripción de un Compresor

Las estaciones compresoras en una red de gas natural, operan para compensar la caída de presión debido a la resistencia a la fricción que existe a través de los ductos. Las estaciones compresoras se componen de varios compresores conectados en paralelo o en serie. Como se mencionó anteriormente, en este trabajo de investigación supondremos que el número de compresores es fijo en cada estación. Para las evaluaciones realizadas en este trabajo se consideró sólo un compresor operando en cada estación de la red. Además, se hizo la suposición de que los compresores son tipo centrífugo ya que son los más ampliamente usados en la industria porque su construcción es sencilla, libre de mantenimiento y permite un funcionamiento continuo durante largos períodos. También se hizo la suposición que estos compresores son idénticos. En este estudio, utilizamos el modelo desarrollado por Wu (1998) para unidades compresoras centrífugas.

De acuerdo a Wu, las suposiciones de arriba son muy típicas en la industria del gas natural, porque las unidades conectadas en paralelo facilitan el incremento o decremento de la capacidad de la estación compresora. Bajo las suposiciones consideradas, Wu analizó el modelo de la estación compresora, y construyó un dominio factible ( $D_{(i,j)}$ ) para ella. Las siguientes ecuaciones son acreditadas al trabajo realizado por Wu.

Las variables originales que describen los límites de operación de una unidad compresora son: cabeza adiabática ( $H$ ), velocidad del compresor ( $S$ ), tasa de entrada de flujo volumétrico ( $Q$ ) y la eficiencia adiabática ( $\eta$ ).

La relación entre estas variables puede ser descrita por las siguientes ecuaciones.

$$\frac{H}{S^2} = A_H + B_H \left( \frac{Q}{S} \right) + C_H \left( \frac{Q}{S} \right)^2 + D_H \left( \frac{Q}{S} \right)^3 \quad (7)$$

$$\eta = A_H + B_H \left( \frac{Q}{S} \right) + C_H \left( \frac{Q}{S} \right)^2 + D_H \left( \frac{Q}{S} \right)^3 \quad (8)$$

$$S^L \leq S \leq S^U \quad (9)$$

$$r_1 \leq \frac{Q}{S} \leq r_2 \quad (10)$$

$$Q^L \leq Q \leq Q^U \quad (11)$$

donde  $A_H$ ,  $B_H$ ,  $C_H$ ,  $D_H$ ,  $A_E$ ,  $B_E$ ,  $C_E$  y  $D_E$  son coeficientes los cuales dependen del tipo de compresor y son típicamente estimados usando el método de mínimos cuadrados de un conjunto de datos de  $(Q, H, S, \eta)$  coleccionados de compresores reales.  $S^L$  y  $S^U$  representan la velocidad mínima y máxima del compresor, respectivamente,  $r_1$  y  $r_2$  representan la razón mínima y máxima de  $Q/S$ .  $Q^L = S^L * r_1$  y  $Q^U = S^U * r_2$ , son parámetros que indican los límites de la tasa de flujo volumétrico mínima y máxima, respectivamente. Para cada  $Q$  en este rango,  $H$  es acotada inferiormente por cualquiera de las dos  $S^L$  ó  $r_2$ , y acotada superiormente por cualquiera de las dos  $S^U$  ó  $r_1$ . Esto se puede ver en la Figura 4.

Las ecuaciones (7), (9) y (10) definen el dominio de operación factible de un compresor centrífugo. Las Figuras 4 y 5 muestran el dominio y eficiencia del compresor, respectivamente. En la Figura 4, se gráfica los valores de  $H$  contra los valores que puede tomar  $Q$ , mostrando las líneas de control para  $S$  (entre velocidad mínima ( $S^L$ ) y velocidad máxima ( $S^U$ )) y las líneas de control de  $Q/S$  (entre flujo volumétrico mínimo y la velocidad mínima ( $r_1$ ) y el flujo volumétrico máximo y la velocidad máxima ( $r_2$ )) generados por la ecuación (7).

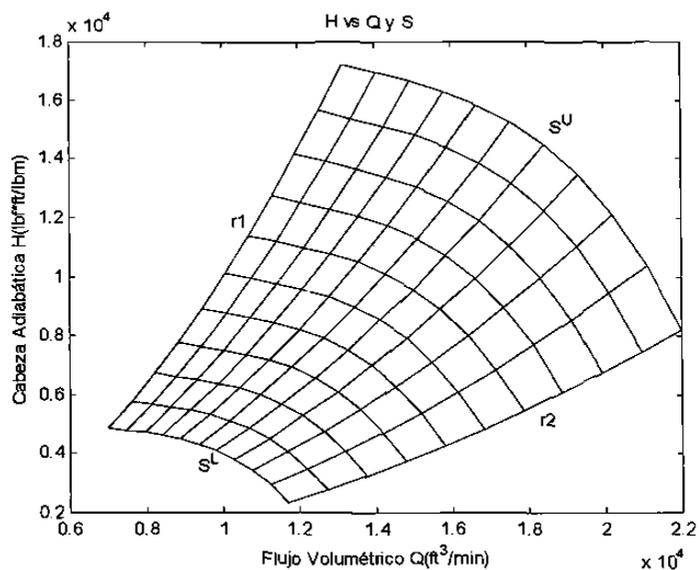


Figura 4. Dominio de operación en  $Q$ ,  $S$  y  $H$  (para un compresor centrífugo)

En la Figura 4 puede observarse que el dominio no es convexo, una de las características que hacen al problema difícil de resolver. En el Apéndice B, se muestran las gráficas de los dominios y eficiencia de cada uno de los nueve compresores que fueron utilizados para este estudio de investigación.

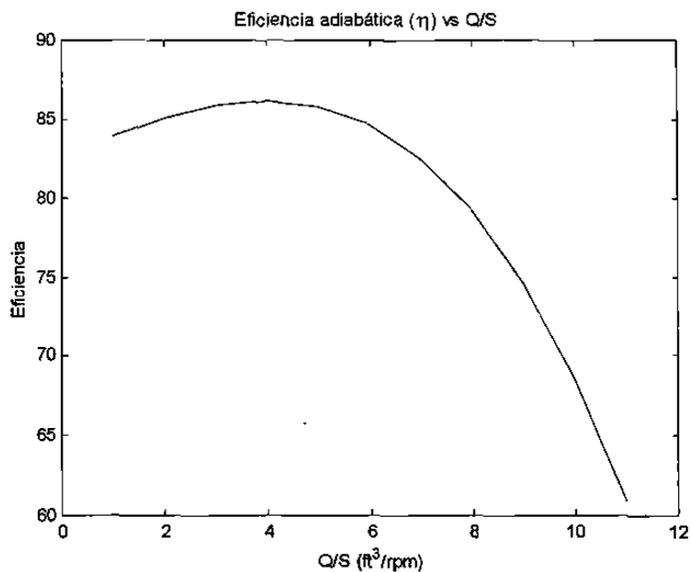


Figura 5. Eficiencia adiabática como función de  $Q/S$

Ahora bien, desde el punto de vista de modelación de redes, es preferible trabajar en términos de tasas de flujo de masa y presiones porque la tasa de flujo de masa se conserva en cada nodo de la red. Por lo tanto, existe una transformación del dominio original del compresor ( $H$ ,  $Q$  y  $S$ ) a un dominio  $D_{(i,j)}$  de las variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ , donde  $x_{ij}$  es la tasa de flujo de masa a través del compresor,  $p_i$  es la presión de succión y  $p_j$  es la presión de descarga en el compresor. La relación que existe entre  $(H, Q)$  y variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ , se representa por las siguientes ecuaciones:

$$H = \frac{ZRT}{m} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right] \quad (12)$$

$$Q = ZRT \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \quad (13)$$

donde  $m = (k-1)/k$ ,  $k = 1.297$  es la razón de calor específico,  $Z$ ,  $R$  y  $T$  son los parámetros del gas definidos en la Sección 2.2. Los valores utilizados en este estudio pueden ser encontrados en el Apéndice A.

El dominio de operación factible para un compresor  $D_{(i,j)}$  esta dado por:

$$D_{(i,j)} = \left\{ (x_{ij}, p_i, p_j) : p_i^L \leq p_i \leq p_i^U, (10), (12), (13), (15) \text{ y } (16) \text{ se cumplen} \right\}$$

La Figura 6 muestra el dominio completo  $D_{(i,j)}$ , donde la banda mas oscura en el centro de la gráfica corresponde a la superficie del dominio cuando  $p_i$  es fija. La Figura 7 muestra el dominio de operación factible  $D_{(i,j)}$  en función de las variables  $(x_{ij}, p_i, p_j)$  cuando  $p_i$  es fija.

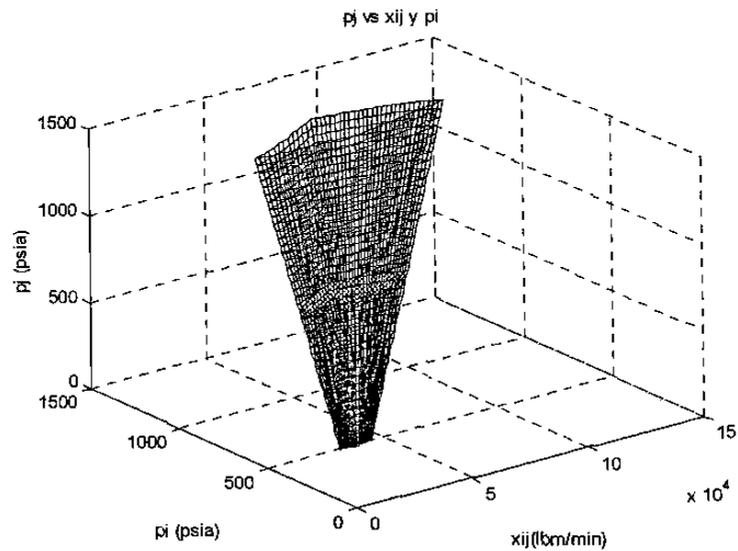


Figura 6. Dominio factible para una un compresor ( $D_{(i,j)}$ )

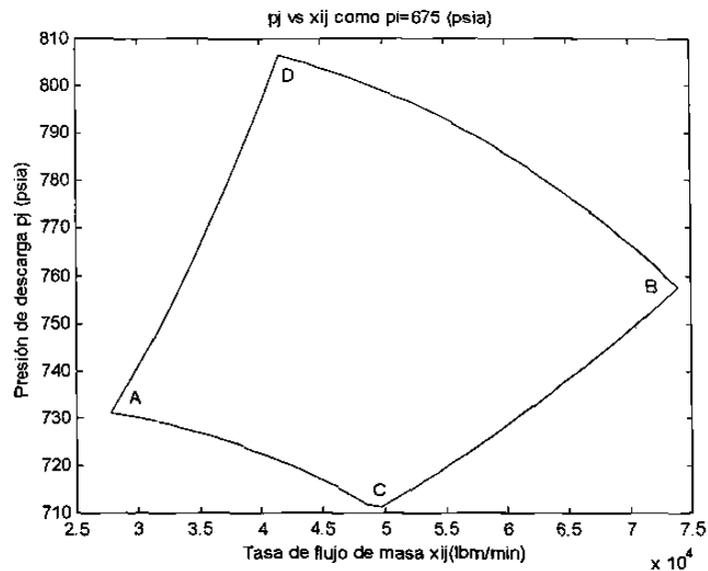


Figura 7. Superficie del dominio  $D_{(i,j)}$  para  $p_i$  fija

Como puede observarse, al igual que en la Figura 4, el dominio de operación  $D_{(i,j)}$  como función de  $(x_{ij}, p_b, p_f)$  es también no convexo muy similar al dominio  $(H, Q, S)$ . Este comportamiento es común en los compresores centrífugos.

## 2.4 Función de Consumo de Combustible de un Compresor Centrífugo

La función de consumo de combustible para un compresor centrífugo se define (Wu, 1998) como:

$$g(x_{ij}, p_i, p_j) = \frac{c x_{ij} \left( \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right)}{\eta(x_{ij}, p_i, p_j)} \quad (14)$$

con:

$$c = \frac{\alpha ZRT}{m} \quad (15)$$

donde  $\alpha$  es una constante positiva, la cual por simplicidad se supone igual a 1 en este trabajo, porque el gas que se está manejando es de alta presión. La eficiencia adiabática  $\eta$  es dada en la ecuación (11). Los valores de los demás parámetros se encuentran en el Apéndice A.

La función de consumo de combustible, expresa la potencia que necesita el compresor para transportar cierta cantidad de flujo de gas ( $x_{ij}$ ) a través del ducto y el comportamiento de esta función depende de las características del compresor. Sin embargo, generalmente la función de consumo ( $g$ ) incrementa con respecto a la razón de  $p_j/p_i$  y a la tasa del flujo volumetrico  $Q$ , o  $x_{ij}/p_i$ , y disminuye con respecto a la presión de succión  $p_i$ . La gráfica que muestra la superficie de la función  $g(x_{ij}, p_i, p_j)$  cuando  $p_i$  es fija se muestra en la Figura 8.

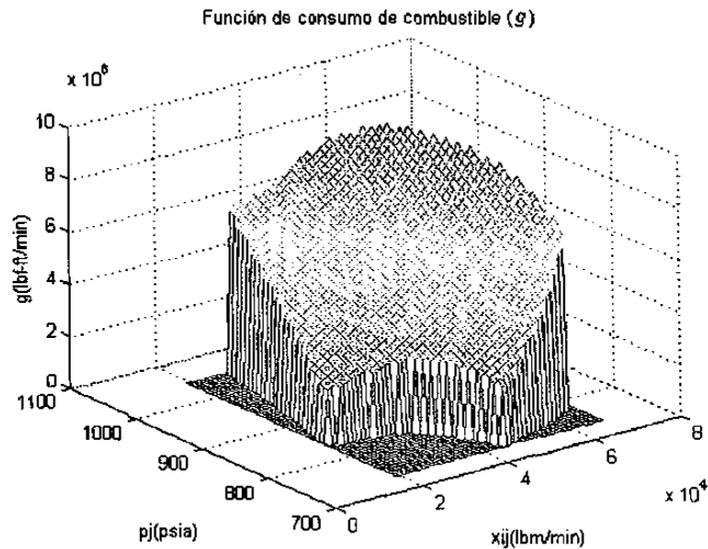


Figura 8. Gráfica de consumo de combustible ( $g$ ) para  $p_i$  fija

Nótese que esta evaluación no es directa. Para evaluar un punto en esta función tenemos que resolver las siguientes ecuaciones no lineales:

- (a) Calcular  $H$  y  $Q$  de (12) y (13) respectivamente,
- (b) Obtener  $S$  de (7), lo cual implica encontrar las raíces de una función,
- (c) Evaluar (8) para obtener el denominador y
- (d) Evaluar (14).

Como se puede notar, hacer este procedimiento cada vez que se desee evaluar la función objetivo requiere de un tiempo CPU relativamente alto. Como los algoritmos típicos para problemas de optimización no lineal tienen que evaluar la función objetivo un número muy grande de veces, el tiempo computacional empleado puede llegar a ser relativamente alto. Una forma de evitar este problema es usar funciones de aproximación en las cuales sea más fácil evaluar cualquier punto. Una aportación de esta tesis de investigación es la evaluación computacional de seis funciones polinomiales aproximadas a la función de consumo de combustible en la cual se utilizaron datos de nueve compresores centrífugos diferentes. Estas funciones ya habían sido evaluadas con la

desventaja de que sólo se utilizaron datos de un compresor centrífugo. Los resultados de esta evaluación se muestran en el Capítulo 4.

## 2.5 Modelo Matemático

Resumiendo, la representación matemática de nuestro problema es la siguiente.

### Notación

#### Índices y conjuntos

$N$  = Conjunto de nodos en la red

$A_p$  = Subconjunto de ductos

$A_c$  = Subconjunto de compresores

$A$  = Conjunto de arcos en la red ( $A = A_p \cup A_c$ )

#### Parámetros

$U_{ij}$  = Capacidad del ducto  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A_p$

$R_{ij}$  = Resistencia del ducto  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A_p$

$b_i$  = Flujo neto en el nodo  $i$ ;  $i \in N$  donde:

$$b_i = \begin{cases} > 0 & \text{si } i \in N_f \\ < 0 & \text{si } i \in N_d \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

#### Variables

$x_{ij}$  = Flujo de masa en el arco  $(i,j)$ ;  $(i,j) \in A$

$p_i$  = Presión en el nodo  $i$ ;  $i \in N$

### Formulación

$$\min \sum_{\{(i,j) \in Ac\}} g_{(i,j)}(x_{ij}, p_i, p_j) \quad (16)$$

Sujeta a

$$\sum_{\{j|(i,j) \in A\}} x_{ij} - \sum_{\{j|(j,i) \in A\}} x_{ji} = b_i, \quad i \in N \quad (17)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq U_{ij} \quad (i,j) \in Ap \quad (18)$$

$$p_i^2 - p_j^2 = R_{ij} x_{ij}^2 \quad (i,j) \in Ap \quad (19)$$

$$p_i^L \leq p_i \leq p_i^U \quad i \in N \quad (20)$$

$$(x_{ij}, p_i, p_j) \in D_{(i,j)} \quad (i,j) \in Ac \quad (21)$$

donde  $D_{(i,j)}$  esta dado por:

$$H_{ij} = \frac{ZRT}{m} \left[ \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^m - 1 \right] \quad (22)$$

$$Q_{ij} = ZRT \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \quad (23)$$

$$\frac{H_{ij}}{S_{ij}^2} = A_H + B_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right) + C_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right)^2 + D_H \left( \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \right)^3 \quad (24)$$

$$S_{ij}^L \leq S_{ij} \leq S_{ij}^U \quad (25)$$

$$r_1 \leq \frac{Q_{ij}}{S_{ij}} \leq r_2 \quad (26)$$

La función objetivo del modelo matemático, como ya se mencionó antes, es una función no lineal y no convexa. Las primeras dos restricciones (17) y (18) son lineales y son clásicas en un modelo de flujo en redes. Las siguientes tres restricciones (19), (20) y (21) son propias del problema en cuestión y son las que en unión con la función objetivo hacen que el modelo sea difícil de resolver, ya que estas son no lineales y definen un conjunto no convexo.

# CAPÍTULO 3

## TÉCNICAS DE PRE-PROCESAMIENTO

### 3.1 Introducción

En la práctica, muchos problemas de optimización incluyen con frecuencia un comportamiento no lineal que debe ser considerado explícitamente. A veces es posible reformular las no linealidades para que se ajusten al formato de un programa lineal, el cual es más fácil de resolver. Sin embargo, muchas veces es necesario usar una formulación de optimización no lineal. Una suposición importante con optimización lineal, es que todas sus funciones (función objetivo y funciones de restricción) son lineales, donde el objetivo es maximizar o minimizar una función lineal de las variables de decisión. Aunque, en esencia, esta suposición se cumple para muchos problemas prácticos, es frecuente que no sea así, ya que existen en la práctica problemas que no se pueden resolver utilizando optimización lineal porque tienen una estructura matemática diferente. Al contrario del caso del Método Simplex para optimización lineal (Murty, 1983), no existe un algoritmo eficiente que se pueda utilizar para resolver todos los problemas de optimización no lineal. De hecho algunos de estos problemas no se pueden resolver satisfactoriamente por ningún método, aunque se han hecho grandes avances en ciertas clases importantes de problemas que incluyen optimización cuadrática, optimización convexa y algunos tipos especiales de optimización no convexa etc., al cual pertenece el PMCC.

Se dispone de una gran variedad de algoritmos que casi siempre tienen un buen desempeño en estos casos. Algunos de estos algoritmos incorporan procedimientos de alta eficiencia para la optimización no restringida en una parte de cada iteración, y algunos emplean una sucesión de aproximaciones lineales o cuadráticas al problema original.

En los últimos años se ha tenido gran interés en el desarrollo de paquetes de computadora (software) confiables y de alta calidad para el uso general en la aplicación del mejor de estos algoritmos por computadora. Por ejemplo, en el Systems Optimización Laboratory de la Universidad de Stanford (EUA) se han desarrollado varios paquetes poderosos, como CONOPT (Drud, 1985 y 1992) y MINOS (Murtagh y Saunders, 1983). Estos paquetes son de uso común en otros centros para la solución de problemas del tipo que presenta nuestro problema en estudio. Las considerables mejoras que se han logrado, tanto en algoritmos como en el software, permiten hoy en día que algunos problemas de gran tamaño estén dentro de la factibilidad computacional.

Como el problema es no convexo, la búsqueda del algoritmo es hacia un óptimo local. Los diferentes métodos existentes para resolver problemas de optimización no lineal son muy sensibles a diferentes parámetros algorítmicos que influyen en diversas formas en estas metodologías. En este problema, dadas las características de la estructura matemática, al aplicar este método de solución (GRG) surgieron dificultades de diversos tipos que nos impidieron encontrar soluciones factibles. Para ayudar al algoritmo en su proceso de búsqueda hacia el óptimo local, es necesario aplicarle antes una fase de pre-procesamiento que le ayude a corregir este tipo de dificultades y le ayude a encontrar soluciones factibles iniciales que sirvan para iniciar el proceso de búsqueda hacia la optimización. Las técnicas que se utilizan en la fase de pre-procesamiento ayudan a simplificar la formulación del modelo de tal forma que desde el punto de vista computacional el modelo sea más fácil de resolver.

## 3.2 Importancia y Relevancia

Dada una formulación de un problema de optimización, el pre-procesamiento se refiere a operaciones elementales que pueden ser desarrolladas para mejorar o simplificar la formulación mediante el acotamiento de variables y asignación de valores iniciales, por mencionar algunas. El pre-procesamiento puede ser interpretado como una fase entre formulación y solución. Este puede acrecentar enormemente la velocidad de un algoritmo sofisticado el cual, pudiera por ejemplo, estar imposibilitado para reconocer el hecho de que alguna variable puede ser fijada y entonces eliminada del modelo (Nemhauser y Wolsey, 1989).

Ocasionalmente un problema pequeño puede ser resuelto en la fase de pre-procesamiento o por la combinación de pre-procesamiento con algún proceso enumerativo. Aunque esta aproximación ha sido abordada como una técnica de solución en el desarrollo primitivo de programación entera, bajo el nombre de enumeración implícita, este no es el papel importante de estas técnicas simples. Su principal propósito es preparar una formulación rápida y más efectiva para un algoritmo más sofisticado.

Desafortunadamente, ha tomado mucho tiempo a los investigadores reconocer el hecho de que existe generalmente la necesidad para ambas fases en la solución de problemas prácticos (Nemhauser y Wolsey, 1989).

Para resolver el PMCC, primeramente se formuló matemáticamente como un programa no lineal donde la función objetivo representa el consumo de combustible incurrido por todas las estaciones compresoras que se encuentran en la red. Posteriormente se aplicó el GRG (Bazaraa, Sherali y Shetty, 1993). Para la modelación y para el uso del método se utilizó GAMS, software de modelación algebraica con interfaces a varias librerías de optimización (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992). Sin embargo debido a la complejidad del problema, donde se tiene una función objetivo no convexa, y restricciones que definen un conjunto no convexo, al aplicar este método de

solución surgieron dificultades de diversos tipos. Por ejemplo, la principal dificultad que se presentó en nuestro problema al aplicar el algoritmo fue que no se encontraba ninguna solución factible inicial (en problemas donde se sabía que sí eran factibles) para diversos valores de flujo de masa para los nueve compresores utilizados en la evaluación.

Como ya se había mencionado anteriormente cualquier algoritmo de optimización requiere un punto inicial para iniciar su proceso de búsqueda para la optimización. Debido a que para este problema aun no se cuenta con un procedimiento eficiente que encuentre soluciones factibles iniciales, fue necesario emplear algunas técnicas comunes de pre-procesamiento que básicamente consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional con la finalidad de que ayuden al algoritmo a encontrar dichas soluciones iniciales para el problema en cuestión. Esto fue lo que motivo el desarrollo del presente trabajo.

### **3.3 Técnicas Comunes de Pre-Procesamiento**

Existe una diversidad de técnicas de pre-procesamiento para problemas de optimización. Entre las más comunes se encuentra el acotamiento de las variables. Esto se realiza con la finalidad de hacer la región factible o espacio de búsqueda más reducido, con la finalidad de que el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo para encontrar la solución óptima local sea menor.

Otra técnica comúnmente usada es la asignación de valores iniciales a las variables. Si esto no se hace, el propio algoritmo toma un punto arbitrario como punto inicial lo cual provoca que en ocasiones, si el punto no es bien seleccionado, el algoritmo de optimización batalle en encontrar una solución inicial factible con la cual empezar el proceso. Es por eso la motivación de proporcionarle un buen punto inicial al algoritmo, con la finalidad de que al inicio de la búsqueda el punto proporcionado se encuentre

dentro ó cerca de la región de factibilidad para que le ayude a dirigirse más rápido hacia la mejor solución (óptimo local).

Otra de las técnicas empleadas en este tipo de problemas es el escalamiento. Éste consiste en tener restricciones con coeficientes con el mismo grado de magnitud, ya que los algoritmos internamente trabajan matricialmente con estos elementos y al ir efectuando operaciones con números que varían considerablemente en magnitud se introducen inestabilidades numéricas que a la postre provocan la falla del algoritmo o bien que no se pueda encontrar soluciones factibles en problemas donde sí existen.

Estas técnicas de pre-procesamiento mencionadas no son las únicas, pero son de las más relevantes y conforman el estudio principal de este trabajo de investigación. Para entender el significado e importancia de la aplicación de cada una de ellas, se explican más detalladamente a continuación.

### **3.3.1 Acotamiento de Variables**

Las cotas tienen dos propósitos en modelos no lineales (Drud, 1985 y 1992). Algunas cotas representan restricciones reales del problema, por ejemplo, que la variable debe ser no negativa. Estas cotas son llamadas cotas del modelo. Otras cotas ayudan al algoritmo a prevenir que se mueva lejos de la ruta de alguna solución óptima y que entre en regiones con singularidades en las funciones no lineales o en valores no razonables de funciones o derivadas. Estas cotas son llamadas cotas algorítmicas. En algunos casos las cotas pueden hacer lento el proceso de solución. También muchas cotas pueden, por ejemplo, introducir degeneración.

Existen dos razones por las cuales las cotas son importantes en modelos no lineales (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992). La primera es que las cotas previenen de que el algoritmo realice operaciones no definidas, tales como la división por cero. La

segunda razón es que éstas pueden garantizar que las variables permanezcan en una región apropiada. Algunas veces se obtienen valores en soluciones parciales enormemente grandes y recursos considerables pueden ser desperdiciados. La estrategia más segura es acotar todas las variables superior e inferiormente y para el PMCC podemos conocer las cotas de todas las variables.

### 3.3.2 Asignación de Valores Iniciales de Variables

El asignar buenos valores iniciales es importante por muchas razones (Drud, 1985 y 1992). Valores iniciales que satisfacen o cercanamente satisfacen muchas de las restricciones hacen que se reduzca el trabajo involucrado en encontrar una solución inicial factible.

Los valores iniciales que además son cercanos al óptimo también reducen la distancia al punto final y por lo tanto indirectamente el esfuerzo computacional. El progreso del algoritmo de optimización se basa en una buena información direccional y por lo tanto de buenas derivadas. Las derivadas en un modelo no lineal dependen del punto actual y del punto inicial en el cual las primeras derivadas son calculadas. Finalmente, los modelos no convexos pueden tener múltiples soluciones, pero el modelador está buscando una en una parte particular del espacio de búsqueda, es decir en una vecindad apropiada donde sea más probable encontrar la solución deseada.

Típicamente, cuando se deja que el punto inicial sea asignado arbitrariamente por un algoritmo optimizador, los valores iniciales con los que inicia tienen de antemano el valor cero proyectado en los límites. Por ejemplo, si una variable del modelo es libre o tiene una cota inferior de cero, entonces para ésta su valor inicial es cero. Desafortunadamente, cero es en muchos de los casos un valor inicial malo para una variable no lineal. Un valor inicial de cero es especialmente malo si la variable aparece en un término de producto ya que la derivada inicial se hace cero, y esto hace parecer que la

función no depende de la variable. Si en el problema existe una variable que tiene una cota inferior positiva pequeña, por ejemplo, si esta variable aparece como argumento de la función logarítmica o como un denominador, entonces de antemano el valor inicial de la variable es esa cota inferior y ésta también es mala ya que este punto tendrá primeras y segundas derivadas muy grandes.

Una posibilidad es inicializar todas las variables en 1, o utilizar un factor de escala si se combina con alguna opción de escalamiento. Otra posibilidad es seleccionar valores razonables para algunas variables que del contexto se conoce que son importantes, y entonces usar algunas de las ecuaciones del modelo para derivar valores para las otras variables.

### 3.3.3 Escalamiento

Existen una diversidad de factores que pueden influenciar la eficiencia y éxito de un optimizador no lineal, incluyendo la forma en la cual el modelo es formulado y la selección de las unidades (o escalamiento) para las variables (Fourer, Gay y Kernighan, 1990). El escalamiento consiste en que los valores de las variables deberían diferir a lo mucho por unos pocos grados de magnitud. Los optimizadores pueden introducir error cuando algunas variables están en el orden de millones y otras en milésimas, por ejemplo en la ecuación siguiente:

$$\eta - (0.08609)*ra = 1850536.25;$$

Esta ecuación tiene que ser escalada por un factor de escalamiento apropiado de tal forma que los coeficientes de las variables tengan un grado de magnitud parecido. Algunos optimizadores automáticamente escalan el problema para tratar de no permitir esta situación, pero se puede ayudar considerablemente analizando con buen juicio las unidades en las cuales las variables son expresadas.

Las variables llegan a ser bien escaladas si éstas son medidas con las unidades apropiadas. En la mayoría de los casos se debe seleccionar la unidad de medida para las variables tal que su valor esperado esté alrededor de la unidad. Las ecuaciones llegan a ser bien escaladas si los términos individuales son medidos en las unidades apropiadas. Después de que se han seleccionado las unidades para las variables, el siguiente paso es seleccionar la unidad de medida para las ecuaciones, tal que los valores esperados de los términos individuales estén alrededor de la unidad. Si se siguen estas reglas, se garantiza que las ecuaciones de balance usualmente tendrán coeficientes alrededor de 1. Si el problema estaba mal escalado originalmente, entonces es muy probable que la técnica de escalamiento cause un mejoramiento dramático en el costo y un proceso de solución confiable.

# **CAPÍTULO 4**

## **EVALUACIÓN COMPUTACIONAL**

### **4.1 Aproximación a la Función de Consumo de Combustible**

#### **4.1.1 Motivación**

Evaluar un punto en la función objetivo del PMCC requiere resolver ecuaciones no lineales y esto implica un tiempo computacional relativamente alto. Como los algoritmos típicos de optimización no lineal tienen que evaluar cientos o miles de veces la función objetivo, no es recomendable utilizar este tipo de funciones desde el punto de vista computacional. Por otro lado la función es suave y tiene algunas propiedades de monotonía, por tal motivo, surge la motivación de crear funciones aproximadas a la función objetivo, las cuales sean más fáciles de evaluar. Investigadores que han trabajado en este tema, han sugerido funciones de aproximación simples de la función objetivo. En un estudio anterior (Wu, 1998) se proponen seis funciones polinomiales para intentar aproximar a la función objetivo. Estas funciones se muestran a continuación:

$$\begin{aligned}
g_1(x_{ij}, p_i, p_j) &= A_1 x_{ij} + B_1 p_i + C_1 p_j + D_1 \\
g_2(x_{ij}, p_i, p_j) &= A_2 x_{ij}^2 + B_2 x_{ij} p_i + C_2 x_{ij} p_j + D_2 p_i^2 + E_2 p_i p_j + F_2 p_j^2 + G_2 x_{ij} + I_2 p_j + J_2 \\
g_3(x_{ij}, p_i, p_j) &= p_i \left( A_3 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + B_3 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_3 \right) \\
g_4(x_{ij}, p_i, p_j) &= p_i \left( A_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right)^2 + B_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_4 \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^2 + D_4 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + E_4 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + F_4 \right) \\
g_5(x_{ij}, p_i, p_j) &= x_{ij} \left( A_5 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + B_5 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + C_5 \right) \\
g_6(x_{ij}, p_i, p_j) &= x_{ij} \left( A_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right)^2 + B_6 \left( \frac{p_j}{p_i} \right)^2 + C_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + D_6 \left( \frac{x_{ij}}{p_i} \right) + E_6 \left( \frac{p_j}{p_i} \right) + F_6 \right)
\end{aligned}$$

donde los coeficientes  $A_i, \dots, F_i, i = 1, \dots, 6$ ; son constantes conocidas.

Las funciones más frecuentemente usadas ( $g_1, g_2$ ), son polinomios de grados uno y dos en las variables ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ). Ya que la función objetivo ( $g$ ) referenciada con el número (17), puede ser vista como una función de  $x_{ij}/p_i$  y  $p_j/p_i$  puede resultar ventajoso usar las cuatro funciones restantes.

En ese mismo estudio, se llevó a cabo una evaluación computacional de estas seis funciones polinomiales para aproximar a la función objetivo. Sin embargo, una limitante de ese trabajo fue que en la evaluación se usaron datos de un sólo compresor centrífugo. La evaluación consistió en el cálculo del error máximo relativo de cada una de las funciones. Los resultados de dicha evaluación se muestran en la Tabla I. En esta tabla, en la columna del lado izquierdo se encuentran las funciones de aproximación y en la columna del lado derecho se encuentra el error máximo relativo (%) de cada función de aproximación. Como puede apreciarse la función  $g_6$  es la que mejor se aproximó a la función objetivo, ya que presentó el mínimo error en la aproximación comparada con las otras funciones. La presión de succión que se utilizó en el compresor empleado estuvo en un rango de 60-800 psia.

Función	Error máximo relativo (%)
<i>g1</i>	66.15
<i>g2</i>	57.60
<i>g3</i>	66.15
<i>g4</i>	5.85
<i>g5</i>	10.06
<i>g6</i>	<b>2.67</b>

Tabla 1. Evaluación de las funciones de aproximación

Para generalizar este resultado fue necesario efectuar esta evaluación sobre un grupo más amplio de compresores (nueve en total) con datos tomados de la industria (Kim, 1999). Esto constituye una de las valiosas aportaciones de esta tesis.

#### 4.1.2 Diseño Experimental

Este experimento consiste en una evaluación computacional de las seis funciones polinomiales mencionadas anteriormente. Para llevar a cabo el experimento se utilizaron datos de nueve compresores centrífugos (Kim, 1999). El objetivo del experimento es determinar cual de las seis funciones polinomiales es la que mejor se aproxima a la función objetivo, con la finalidad de que en trabajos posteriores esta función pueda ser utilizada en lugar de la función objetivo original. Como se había mencionado anteriormente (Sección 2.4) evaluar un punto en la función objetivo implica un tiempo computacional relativamente alto y desde el punto de vista computacional no es recomendable utilizar este tipo de función. Para llevar a cabo este experimento se usó el paquete de Matlab versión 6 (The MathWorks, 2000) en una estación de trabajo Sun Ultra 10 bajo el sistema operativo Solaris 7. En primera instancia, se estimaron los coeficientes de cada función de aproximación mediante el método de mínimos cuadrados

utilizando una muestra de 8000 puntos del dominio  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ . Posteriormente se procedió a efectuar la evaluación de las funciones. Para esto se generó una malla de  $20 \times 20 \times 20$  del dominio  $(x_{ij}, p_i, p_j)$ . En cada punto de la malla se evaluaron todas las funciones, registrando el error relativo de cada función de aproximación con respecto a la función original. Esta evaluación se hizo en cada uno de los nueve compresores. El error relativo se calcula como:

$$\frac{|g_{real} - g_{aprox.}|}{g_{real}}$$

Los datos de los compresores se toman de Kim (1999). Los programas en Matlab están disponibles en la página: <http://yalma.fime.uanl.mx/~pisis>. En el Apéndice E se presenta una muestra de éstos.

### 4.1.3 Resultados

Las Tablas 2 y 3 exhiben los resultados del experimento mostrando el error máximo relativo y el error promedio relativo de cada función, respectivamente. En las dos tablas cada fila corresponde a una unidad compresora y cada columna a una función de aproximación.

Las funciones  $g_2$  y  $g_4$  no se muestran ya que se alejan demasiado de la función original. Como se puede observar los resultados de las funciones  $g_1$  y  $g_3$  en las dos tablas son iguales ya que al calcular los coeficientes de las funciones mediante el método de mínimos cuadrados sus valores fueron iguales en las dos funciones y el término independiente ( $D_1$ ) de la función  $g_1$  tiene un valor de cero. Los resultados obtenidos en este experimento confirman que la función  $g_6$  es la que mejor se aproxima a la función objetivo. El error máximo relativo de ésta función es menor al 6% y el error promedio relativo es menor al 1% en ocho de los nueve compresores probados.

Nombre del compresor	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
SNARLIN-K1	18.320	18.320	11.197	1.708
RAKEEY-K1	18.608	18.608	11.109	1.844
RAKEEY-K2	19.075	19.075	12.282	2.923
HAMPER -K1	29.565	29.565	22.464	19.258
BELLVAN-K1	21.756	21.756	11.165	1.863
BELLVAN -K2	21.756	21.756	11.165	1.863
BELLVAN-K3	44.302	44.302	12.146	2.760
BETHANY-K1	39.479	39.479	12.157	6.109
BETHANY-K2	14.881	14.881	9.750	1.659

Tabla 2. Error máximo relativo (%) de las funciones de aproximación.

Nombre del compresor	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$
SNARLIN-K1	4.537	4.537	4.748	0.515
RAKEEY-K1	4.605	4.605	4.756	0.518
RAKEEY-K2	5.029	5.029	5.104	0.977
HAMPER -K1	6.220	6.220	8.418	5.437
BELLVAN-K1	4.973	4.973	4.701	0.484
BELLVAN -K2	4.973	4.973	4.701	0.484
BELLVAN-K3	8.492	8.492	3.004	0.372
BETHANY-K1	8.757	8.757	3.741	1.741
BETHANY-K2	3.952	3.952	3.819	0.518

Tabla 3. Error promedio relativo (%) de las funciones de aproximación

#### 4.1.4 Conclusión

En este experimento, se realizó una aproximación a la función de consumo de combustible (función objetivo) del problema en cuestión, donde se utilizaron seis funciones polinomiales y un grupo de nueve compresores centrífugos diferentes. Según los resultados obtenidos en este experimento, se confirmó que la función  $g_6$  es la que mejor aproxima a la función objetivo en todos los compresores. Por lo tanto, se puede concluir con más seguridad que esta función puede representar fielmente a la función objetivo en trabajos posteriores que se realicen sobre este problema.

Esta función ( $g_6$ ) tiene la ventaja de que cualquier punto del dominio ( $x_{ij}, p_i, p_j$ ) puede ser evaluado directamente en la función. Esto hace que se reduzca notablemente el tiempo computacional empleado por el optimizador en la búsqueda de una solución óptima local para el problema en estudio.

## 4.2 Evaluación de Técnicas de Pre-Procesamiento

En esta sección procedemos a evaluar el impacto del uso de las técnicas de pre-procesamiento descritas en el Capítulo 3. Primeramente describimos la base de datos utilizada para esta evaluación, a continuación definimos el diseño experimental de las diversas pruebas y finalmente presentamos los resultados y conclusiones del trabajo.

### 4.2.1 Descripción de la Base de Datos

#### Red en línea

Esta red está formada por 6 nodos, tres arcos ductos y dos estaciones compresoras en la red. Los arcos forman una línea recta (llamada una red “gun barrel” en la industria del gas natural) como se muestra en la Figura 9. Los datos de la red son tomados del archivo de la red en línea de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. Esta red tiene un nodo suministro (nodo 1) y un nodo demanda (nodo 6). Se probaron varias instancias con diferentes valores de flujo en los nodos 1 y 6 en unidades MMSCFD, ver Tabla 17 del Apéndice D. Para todos los otros nodos el  $b_i = 0$ . El rango de presión mínima y máxima para cada nodo es [200, 800] psia respectivamente. El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$ . Para cada ducto,  $L = 50$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(2,3), (4,5)\}$ . Cada estación compresora tiene un compresor centrífugo.

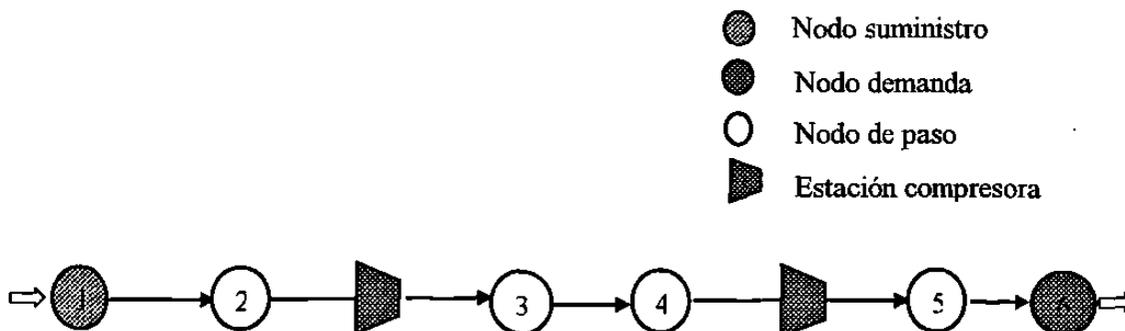


Figura 9. Red en línea

### Red tipo árbol

Esta red está formada por 10 nodos, seis arcos ductos y tres estaciones compresoras, cada una con un compresor centrífugo, como puede observarse en la Figura 10. Los datos de la red son tomados de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. La red tiene un nodo suministro (nodo 1) y cinco nodos demanda (nodos 5,6,7,9 y 10). Se probaron varias instancias con diferentes valores de flujo en unidades MMSCFD, ver Tabla 20 del Apéndice D. Para todos los otros nodos el  $b_i = 0$ . Los límites de presión mínima son dados (en psia) por  $p_1^L = p_2^L = p_4^L = p_{10}^L = 200$ ,  $p_3^L = p_5^L = p_6^L = p_7^L = p_8^L = p_9^L = 250$ . La presión máxima para cada nodo es  $p_i^U = 1500$  psia para todo  $i \in N$ . El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(2,3), (4,5), (5,6), (5,7), (8,9), (9,10)\}$ . Para cada ducto,  $L = 50$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(1,2), (3,4), (3,8)\}$ .

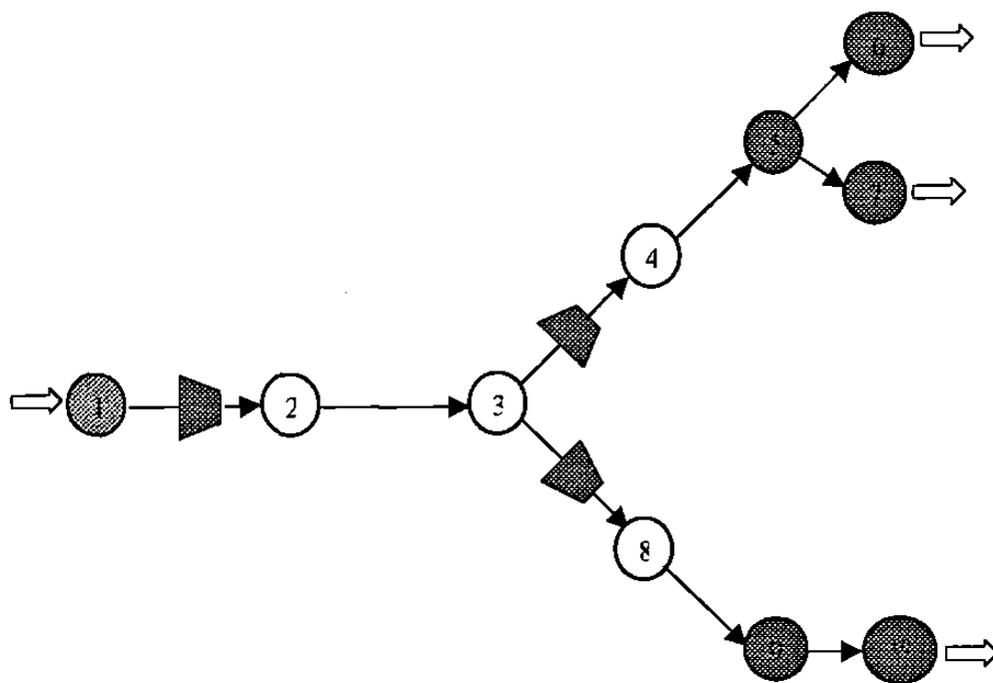


Figura 10. Red tipo árbol

### Red con ciclo

El tercer tipo es una red con 8 nodos, cinco arcos ductos y tres estaciones compresoras, como puede observarse en la Figura 11. Los datos de la red son tomados de la Tabla 11 que se encuentra en el Apéndice A. La red tiene un nodo suministro (nodo 1) y dos nodos demanda (nodos 5, 8). Se probaron varias instancias para diferentes valores de flujo en unidades MMSCFD, ver Tabla 23 del Apéndice D. Para todos los otros nodos  $b_i = 0$ . Los límites de presión mínima y máxima son:  $p_i^L = 300$  y  $p_i^U = 1200$  psia respectivamente para todo  $i \in N$ . El conjunto de arcos ductos está dado por  $\{(1,3), (2,6), (4,5), (6,5), (7,8)\}$ . Para cada ducto,  $L = 40$  millas,  $d = 3$  ft y  $f = 0.0085$ . El conjunto de arcos compresores está dado por  $\{(1,2), (3,4), (7,8)\}$ . Cada estación compresora tiene un compresor centrífugo.

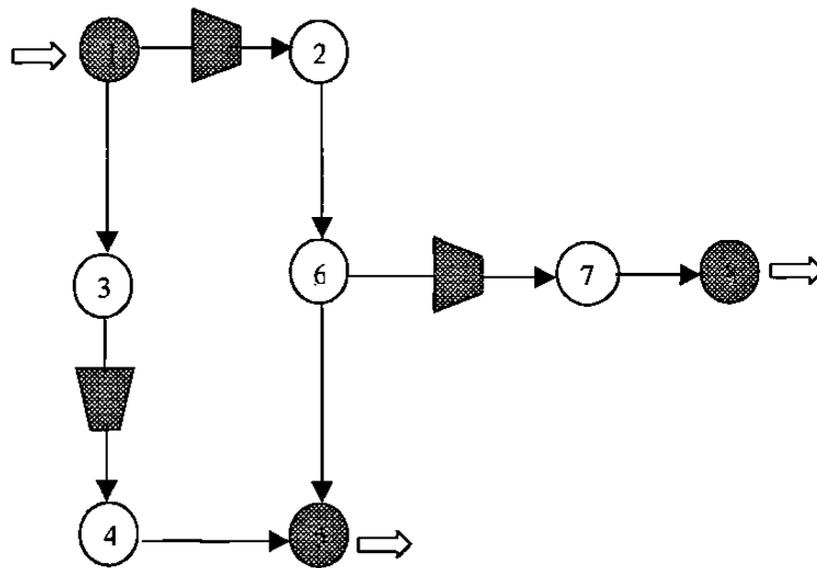


Figura 11. Red con ciclo

## 4.2.2 Metodología General

En primera instancia se modeló matemáticamente el PMCC mediante el uso de GAMS, versión 2.50, (Brooke, Kendrick y Meeraus, 1992), en una estación de trabajo Sun Ultra 10. Para la evaluación se utilizó la función objetivo original, ya que para las topologías utilizadas el tiempo utilizado por el algoritmo no se vio afectado y por tal razón no fue necesario utilizar la función aproximada. Una vez modelado se procedió a llevar a cabo la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento. Los factores que se evaluaron de la fase de pre-procesamiento en éste experimento fueron: (a) acotamiento de las variables de decisión; (b) asignación de un valor inicial a las variables de decisión y (c) escalamiento de las ecuaciones.

Esta evaluación se efectuó en tres topologías reales de la industria del gas natural con datos de nueve compresores centrífugos (Kim, 1999), para los cuales se utilizaron diferentes valores de flujo. Para hacer la comparación entre las técnicas de pre-procesamiento utilizadas, se llevo a cabo una prueba de hipótesis utilizando estadística no paramétrica. Los detalles de esta prueba pueden encontrarse en el Apéndice F.

En el experimento primeramente se realizó en conjunto la evaluación de las técnicas señaladas por los incisos (a) y (b). En la primera técnica las cotas que se le dieron a las variables de decisión fueron las cotas superior e inferior ya que para el PMCC las cotas de todas las variables pueden ser conocidas de antemano. En la segunda técnica el punto inicial que se le dio a las variables fue el punto medio de sus respectivas cotas. En la segunda parte del experimento se realizó la evaluación de la tercera técnica señalada por el inciso c, con la única finalidad de mejorar los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de los primeros dos incisos.

Para llevar a cabo la evaluación de la técnica de escalamiento de las ecuaciones (inciso (c)), primeramente al modelo que ya existía en GAMS con las dos técnicas usadas en la primera parte de este experimento (llamado escenario E1), se le agregó la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (8), (llamado escenario E2). Para

mejorar aún mas los resultados del escenario E2 se le volvió aplicar escalamiento a la ecuación del dominio del compresor (7), (llamado escenario E3). Para estas evaluaciones se registraron las instancias donde se encontraron soluciones, tanto óptimas como factibles, registrando el número de iteraciones en aquellas instancias donde se encontraron soluciones óptimas, con la finalidad de poder hacer una comparación entre un escenario y otro.

### **4.2.3 Experimentos**

Se realizaron dos tipos de experimentos. El primero fue evaluar el impacto de cotas en las variables y punto inicial al algoritmo, y el segundo fue el evaluar el impacto del escalamiento de ecuaciones.

Como se aprecia más adelante, se observó un impacto positivo en el mejoramiento de la cantidad de soluciones óptimas locales encontradas y en la reducción del número de iteraciones que el algoritmo utiliza para encontrarlas.

#### **4.2.3.1 Impacto de las Cotas en las Variables y Punto Inicial**

##### **Objetivo**

El objetivo de esta parte del experimento consiste en mostrar una evaluación computacional de dos técnicas comunes de pre-procesamiento: acotamiento de las variables y asignación de valores iniciales a las variables, las cuales fueron aplicadas al problema en cuestión, con la finalidad de ayudar al algoritmo en su proceso de búsqueda de soluciones óptimas locales y factibles.

##### **Experimento**

En primera instancia se modeló matemáticamente el problema mediante el uso de GAMS. Una vez modelado se procedió a llevar a cabo la evaluación de estas técnicas de

pre-procesamiento en tres topologías reales de la industria del gas natural (Figuras 9, 10 y 11), con datos de nueve compresores centrífugos diferentes en los cuales se utilizaron diferentes valores de flujo. Todas las variables de decisión fueron acotadas en su cota superior e inferior y el valor inicial que se le dio a cada variable fue el punto medio de sus respectivas cotas.

## Resultados

Las Tablas 14, 15 y 16 (Apéndice D) muestran los resultados obtenidos al no aplicar ninguna técnica de pre-procesamiento a las topologías en línea, tipo árbol y con ciclo, respectivamente. Como puede verse, en ninguna de las instancias se encontró una solución factible.

A continuación se muestran las tablas de los resultados (Tablas 4, 5 y 6) al aplicar estas dos técnicas de pre-procesamiento en las tres topologías empleadas en la evaluación.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	12	11
Rakeey-k1	10	10
Rakeey-k2	17	14
Hamper-k1	19	12
Bellvan-k1	10	10
Bellvan-k2	10	10
Bellvan-k3	17	12
Bethany-k1	18	14
Bethany-k2	16	12
<b>Total</b>	<b>129</b>	<b>105</b>

Tabla 4. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red en línea

El promedio de iteraciones en este escenario es de 92 iteraciones (ver Tabla 17 del Apéndice D). Como puede observarse en la Tabla 4, al aplicar estas técnicas de pre-procesamiento en la topología de red en línea, el número de soluciones óptimas locales encontradas representa el 81% del total probadas. El 19% restante esta repartido en soluciones factibles, soluciones no factibles y en algunas instancias donde el algoritmo alcanzó el límite de iteraciones preestablecido sin encontrar una solución. Este resultado

es alentador comparado con el obtenido al emplear el algoritmo sin pre-procesamiento donde no se encontraron soluciones factibles para ninguno de los compresores.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	18	17
Rakeey-k1	15	14
Rakeey-k2	16	7
Hamper-k1	11	1
Bellvan-k1	9	9
Bellvan-k2	9	9
Bellvan-k3	17	9
Bethany-k1	12	8
Bethany-k2	5	5
<b>Total</b>	<b>112</b>	<b>79</b>

Tabla 5. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red tipo árbol

En la Tabla 5 vemos similares resultados para la red tipo árbol. El promedio de iteraciones en este escenario es de 70.9 iteraciones (ver Tabla 20 del Apéndice D). En este tipo de topología, como puede observarse, al aplicar las técnicas de pre-procesamiento el número de soluciones óptimas locales encontradas por el algoritmo representa el 70% del total probadas, el 30% restante es únicamente para soluciones factibles. Este resultado es también muy alentador, ya que no encontramos soluciones no factibles, ni tampoco hubo instancias donde se alcanzara el límite de iteraciones sin encontrar una solución.

Tipo de compresor	# instancias probadas	óptimos locales
Snarlin-k1	23	21
Rakeey-k1	19	18
Rakeey-k2	25	20
Hamper-k1	31	15
Bellvan-k1	15	15
Bellvan-k2	15	15
Bellvan-k3	22	22
Bethany-k1	20	18
Bethany-k2	19	19
<b>Total</b>	<b>189</b>	<b>163</b>

Tabla 6. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red con ciclo.

Finalmente en la Tabla 6 vemos los resultados para la topología con ciclo. El promedio de iteraciones en este escenario es de 83.8 iteraciones (ver Tabla 23 del Apéndice D). En este tipo de topología como puede observarse al aplicar las técnicas de pre-procesamiento el número de soluciones óptimas locales encontradas por el algoritmo representa el 86% del total probadas, el 14% restante es únicamente también para soluciones factibles, que se encuentran repartidas en los nueve compresores como puede observarse en la tabla.

## **Conclusiones**

De una forma clara y contundente pudo observarse, en las tres topologías utilizadas, que las técnicas de pre-procesamiento de acotamiento en las variables y el punto inicial impactaron de una manera positiva en el desarrollo del algoritmo. Al aplicar éstas nos dimos cuenta que el algoritmo ya no tiene tanta dificultad para encontrar soluciones factibles para el problema.

Como se puede ver en cada tabla, para cada topología se encontró un buen porcentaje de soluciones óptimas locales. Estos resultados avalan el uso de estas técnicas de pre-procesamiento en el algoritmo.

### **4.2.3.2 Impacto del Escalamiento**

#### **Motivación**

Después de realizar la primera parte del experimento, donde se aplicaron dos técnicas comunes de pre-procesamiento, nos dimos cuenta de la enorme utilidad de aplicar esta fase de pre-procesamiento al algoritmo, ya que se logró obtener una gran cantidad de soluciones óptimas locales. Analizando los resultados obtenidos, observamos que la parte restante donde el algoritmo no encontró soluciones óptimas

locales estaba repartida en soluciones factibles (mayoría), soluciones no factibles y soluciones donde se alcanzaba el límite de iteraciones. Como nuestro objetivo al realizar la fase de pre-procesamiento es encontrar el mayor número de soluciones óptimas locales que sea posible, surgió la necesidad de estudiar otra técnica de pre-procesamiento, la cual ayudara a mejorar las soluciones obtenidas hasta el momento.

La causa principal de que el algoritmo siguiera encontrando soluciones no factibles después de aplicar las dos técnicas de pre-procesamiento anteriores, se debía principalmente a que algunas de las ecuaciones del modelo tenían un mal escalamiento, es decir, los coeficientes de las ecuaciones variaban considerablemente en magnitud, lo que provocaba este tipo de inestabilidades numéricas que provocaban el fallo en el algoritmo. Por tal motivo, fue necesario realizar un mejor escalamiento a algunas de las ecuaciones. Como se mencionó en el Capítulo 3, el escalamiento se refiere a tener ecuaciones con coeficientes del mismo grado de magnitud.

## **Objetivo**

Como se pudo observar en los resultados obtenidos al aplicar las técnicas de acotamiento y punto inicial el algoritmo encontró en la mayoría de las instancias probadas soluciones óptimas en las tres topologías. El objetivo de este experimento es el probar la hipótesis de que la técnica del escalamiento mejora la calidad de las soluciones obtenidas con respecto a la anterior.

## **Experimento**

Al modelo que ya existía en GAMS con las dos técnicas usadas en la primera parte de este experimento (llamado escenario E1), se le agregó la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (8), (llamado escenario E2), y al escenario E2 se le volvió aplicar escalamiento a la ecuación del dominio (7), (llamado escenario E3) con la finalidad de obtener mejores resultados. Se volvió a utilizar el algoritmo y se registraron las instancias donde se encontraban soluciones, tanto óptimas como factibles,

registrando el número de iteraciones en aquellas instancias donde se encontraba soluciones óptimas, con la finalidad de poder hacer una comparación entre un escenario y otro.

Para llevar esto a cabo, se utilizaron factores de escalamiento apropiados para cada instancia en cada uno de los compresores utilizados en la evaluación. Esta evaluación se realizó para las mismas topologías de la sección anterior. En esta parte del experimento se llevo a cabo la evaluación de la técnica del escalamiento a la ecuación de la eficiencia (escenario E2) y ecuación del dominio (escenario E3).

Para ilustrar como se trabaja con el escalamiento, a continuación se presentan ejemplos de cada caso de las soluciones obtenidas al realizar la evaluación de las técnicas de acotamiento y punto inicial para la red en línea cuando se le aplica el escalamiento a una de las ecuaciones del modelo que presentaba un mal escalamiento en los coeficientes (ecuación de la eficiencia). El primer escalamiento que se hizo para esta topología fue al compresor Bellvan-k3 porque la ecuación de la eficiencia en este compresor era la que tenía el peor escalamiento en los valores de los coeficientes. Esta ecuación fue escalada en la mayoría de las instancias de este compresor con factores de  $1.0e+05$ . Las ecuaciones de los demás compresores también fueron escaladas con los factores apropiados con la finalidad de encontrar mayor cantidad de soluciones óptimas para el problema. Los resultados completos obtenidos al aplicar estas técnicas pueden verse en las tablas del Apéndice D en donde se aplica el escalamiento a las tres topologías utilizadas en la evaluación.

En el compresor Snarlin-k1 para la topología en línea el algoritmo terminó con una solución no factible. En este compresor la ecuación de la eficiencia no tenía tan mal escalamiento, pero también se le aplicó y la solución fue mejorada. La ecuación de la eficiencia en el arco compresor (2,3) en el modelo en GAMS para esta instancia tenía los siguientes coeficientes:

$$\text{EFICIENCIA}(2,3).. \text{ETA}(2,3) + (0.9381)*\text{RA}(2,3) =E= 126;$$

La cual representa, en language GAMS a la ecuación:  $\eta_{23} + 0.9381*Q_{23}/S_{23} = 126$ , referenciada por (8).

donde ETA denota la eficiencia y  $Q_{23}/S_{23}$  es la razón del flujo volumétrico y velocidad del compresor.

Cuando se le aplica el factor de escalamiento de  $1.0e+02$ , que tiene la notación siguiente:

$$\text{eficiencia.scale}(i,j)\$Ac(i,j) = 1.0e+02 ;$$

la ecuación de la eficiencia queda así:

$$\text{EFICIENCIA}(2,3).. 0.01*\text{ETA}(2,3) + (0.0094)*\text{RA}(2,3) =E= 1.26;$$

Aquí los coeficientes de la ecuación son divididos entre el factor de escalamiento. Una vez efectuado el escalamiento, se vuelve a utilizar el algoritmo con esta nueva ecuación ya escalada y el algoritmo encuentra una solución óptima local en 77 iteraciones.

En el compresor Hamper-k1 en la misma topología en línea, por ejemplo, se obtuvieron varias soluciones factibles y una solución donde se alcanzó el límite de iteraciones. Aquí fue necesario aplicar diferentes valores en los factores de escalamiento para las diferentes instancias donde se tenía este tipo de soluciones con la finalidad de obtener un mayor número de soluciones óptimas locales. Un valor que se le dio al factor de escalamiento fue  $1.0e+04$ . Se realizó el mismo procedimiento anterior y el algoritmo encontró una solución óptima local en 107 iteraciones.

También se observó que al aplicar las dos técnicas de pre-procesamiento, en algunas instancias de los diferentes compresores se logró mejorar el número de iteraciones empleadas por el algoritmo para encontrar la solución. Un caso de este tipo se muestra en el siguiente ejemplo:

En el compresor Rakeey-k2 con valor de flujo de 450 MMCFD se registró una solución óptima local en 1922 iteraciones. Al aplicarle un factor de escalamiento de  $1.0e+03$  se obtuvo una solución óptima local en 73 iteraciones que disminuyen notablemente el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo.

Para la topología tipo árbol la ecuación que presentó un peor escalamiento fue en el compresor Rakeey-k2 y los factores utilizados en las diferentes intancias fueron de orden  $1.0e04$  y  $1.0e05$ . Para la red con ciclo la ecuación de la eficiencia con peor escalamiento se presentó en el compresor Bellvan-k1 y los factores de escalamiento utilizados fueron de orden  $1.0e04$ ,  $1.0e05$  y  $1.0e06$ .

En el escalamiento de la ecuación del dominio para las tres topologías se utilizaron factores de escalamiento de orden  $1.0e03$ ,  $1.0e04$ ,  $1.0e05$  y  $1.0e06$  en la mayoría de los compresores ya que presentaba un peor escalamiento en sus coeficientes. Cabe aclarar que probablemente al escalar otra de las ecuaciones que presentaban un mal escalamiento pudieran haber mejorado las soluciones en las diferentes topologías. En el Apéndice D se pueden encontrar las tablas completas de los tres escenarios que se llevaron a cabo en esta evaluación para cada topología. Estas tablas muestran para qué valores de flujo el algoritmo encontró soluciones y el número de iteraciones que tardó el algoritmo en encontrar la solución. También en este mismo apéndice se encuentran tres programas en GAMS, uno para cada topología, con la finalidad de mostrar la modelación del problema en este modelador algebraico.

## Resultados

Los resultados obtenidos al aplicar el escalamiento a estas dos restricciones para las topologías en línea (Figura 9), tipo árbol (Figura 10) y con ciclo (Figura 11), se muestran en las Tablas 7, 8 y 9 respectivamente. En cada fila se muestra el número de soluciones óptimas locales para cada compresor en cada escenario.

Tipo de Compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	12	11	12	12
Rakeey-k1	10	10	10	10
Rakeey-k2	17	14	17	16
Hamper-k1	19	12	16	17
Bellvan-k1	10	10	10	10
Bellvan-k2	10	10	10	10
Bellvan-k3	17	12	14	17
Bethany-k1	18	14	14	13
Bethany-k2	16	12	15	15
<b>Total</b>	<b>129</b>	<b>105</b>	<b>118</b>	<b>120</b>

Tabla 7. Comparación de técnicas (escenarios) en la red en línea.

Tipo de Compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	17	17	17	18
Rakeey-k1	15	14	15	15
Rakeey-k2	16	7	8	8
Hamper-k1	11	1	1	3
Bellvan-k1	9	9	9	9
Bellvan-k2	9	9	9	9
Bellvan-k3	17	9	14	14
Bethany-k1	12	8	9	9
Bethany-k2	5	5	5	5
<b>Total</b>	<b>112</b>	<b>79</b>	<b>87</b>	<b>90</b>

Tabla 8. Comparación de técnicas (escenarios) en la red tipo árbol.

Tipo de compresor	# instancias probadas	# soluciones óptimas locales		
		E1	E2	E3
Snarlin-k1	23	21	23	23
Rakeey-k1	19	18	19	19
Rakeey-k2	25	20	23	25
Hamper-k1	31	15	16	20
Bellvan-k1	15	15	15	15
Bellvan-k2	15	15	15	15
Bellvan-k3	22	22	22	22
Bethany-k1	20	18	16	17
Bethany-k2	19	19	18	17
<b>Total</b>	<b>189</b>	<b>163</b>	<b>167</b>	<b>173</b>

Tabla 9. Comparación de técnicas (escenarios) en la red con ciclo.

Como puede apreciarse en las Tablas 7, 8 y 9, los resultados obtenidos al aplicar las tres técnicas de pre-procesamiento son muy alentadores en las tres topologías, ya que se logra encontrar en la mayoría de las instancias probadas soluciones óptimas locales en los nueve compresores utilizados. Haciendo una comparación entre los tres escenarios respecto al número de soluciones óptimas locales encontradas en una de las topologías, se observa que cuando se compara el escenario E1 con el escenario E2 se logra un mejoramiento hasta de un 10%. Al comparar los escenarios E2 y E3 se obtiene una mejora de un 3% y por último comparando el escenario E1 con el escenario E3 se logra obtener una mejora hasta de un 12%. Como puede verse en las tres tablas, el mejor escenario es el E3, ya que en éste se logra obtener el mayor número de instancias con soluciones óptimas locales. Esto se logró porque se le aplicó un mejor escalamiento a una de las ecuaciones del modelo (ecuación del dominio, ver Tablas 19, 22 y 25).

En la prueba de hipótesis realizada (ver Apéndice F) se prueban las hipótesis de que el promedio de iteraciones que tarda el algoritmo en encontrar una solución óptima local es mayor en el escenario E1 que en el escenario E2 y otra hipótesis de que el promedio de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3 en cada topología.

Resumiendo lo anterior, queremos probar las hipótesis:

- a)  $H_o$  : El promedio de iteraciones en el escenario E1 es menor ó igual que en el escenario E2  
 $H_1$  : El promedio de iteraciones en el escenario E1 es mayor que en el escenario E2
- b)  $H_o$  : El promedio de iteraciones en el escenario E2 es menor ó igual que en el escenario E3  
 $H_1$  : El promedio de iteraciones en el escenario E2 es mayor que en el escenario E3

Se utilizó un nivel de significancia ( $\alpha$ ) del 5%. Los resultados de ésta prueba de hipótesis se muestran a continuación en forma resumida en la Tabla 10, donde se muestra el valor P (probabilidad de ocurrencia) para cada hipótesis. Para más detalle sobre esta prueba puede verse el Apéndice F.

Red en línea		Red tipo árbol		Red con ciclo	
E1 y E2	E2 y E3	E1 y E2	E2 y E3	E1 y E2	E2 y E3
$P = 0.0154$	$P = 0.0158$	$P = 0.0212$	$P \cong 0$	$P = 0.008$	$P \cong 0$

Tabla 10. Resultados de prueba de hipótesis

Como puede apreciarse en la tabla, la prueba fue significativa para cada topología, a un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ . Es decir, se concluye que hay evidencia suficiente para rechazar  $H_0$ , en favor de la hipótesis alternativa que indica que el promedio de iteraciones en E1 es mayor que en E2.

Similarmente vemos que el promedio de iteraciones en E2 es mayor que en el escenario E3 para las tres topologías.

## Conclusiones

Como pudo observarse, la fase de pre-procesamiento es de gran importancia para algoritmos que presentan dificultades en su proceso de búsqueda. En particular en este problema se obtuvieron muy buenos resultados en cada una de las evaluaciones realizadas en este experimento al aplicar algunas de las técnicas más comunes de la fase de pre-procesamiento. Los resultados obtenidos avalan categóricamente el uso de estas técnicas, gracias a éstas se logró obtener una gran cantidad de soluciones óptimas locales en la mayoría de los compresores utilizados en cada topología y se logró también reducir el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo. Lo anterior fue demostrado estadísticamente, utilizando una prueba de hipótesis para confirmar científicamente los resultados obtenidos en ésta evaluación.

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES Y APORTACIONES

### 5.1 Conclusiones

Este trabajo de investigación consistió en el estudio de un problema de optimización cuyo objetivo era la minimización del consumo de combustible incurrido por las estaciones compresoras en una red de gas natural. La resolución de este tipo de problema en la industria del transporte del gas natural es de gran interés, ya que las estaciones compresoras consumen de 3-5% del gas transportado, ocasionando que su costo de transportación sea considerablemente alto.

Al analizar la estructura matemática del problema se observan diversas características que lo hacen difícil de resolver, entre ellas figuran la no convexidad de la función objetivo, del dominio de operación factible del compresor y de las ecuaciones que definen el flujo en los ductos.

Una dificultad que se observó al estudiar el PMCC se presentó al evaluar un punto en la función objetivo ya que implicaba resolver restricciones no lineales que desde el punto de vista computacional representaban un tiempo relativamente alto. Por tal motivo, se realizó una evaluación computacional de seis funciones polinomiales aproximadas a la función objetivo en las cuales el punto se evaluaba directamente en la función. Para esta evaluación se utilizaron nueve compresores centrífugos diferentes. Los resultados obtenidos mostraron que una de las ecuaciones ( $g_6$ ) es la que mejor se aproximó a la función objetivo en todos los compresores. Avalándonos en estos

resultados podemos reemplazar esta función por la original, estando seguros que el tiempo computacional empleado por el algoritmo se reducirá notablemente.

Otra dificultad del problema es que cuando se intenta utilizar un algoritmo de optimización, se presentan dificultades para encontrar soluciones factibles al PMCC. Es por ello que gran parte del trabajo se enfocó en el estudio y evaluación de técnicas de pre-procesamiento. Las técnicas de pre-procesamiento consisten en, antes de optimizar el problema, transformarlo en uno equivalente que tenga mejores propiedades para ser resuelto desde el punto de vista computacional.

Los resultados obtenidos en la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento, avalan categóricamente su uso. Las técnicas aplicadas tuvieron un impacto positivo en el algoritmo. Se logró obtener una gran cantidad de instancias con soluciones óptimas locales para diferentes topologías reales de la industria del gas natural en varios compresores centrífugos. El algoritmo por sí sólo (sin la fase de pre-procesamiento) no pudo encontrar soluciones factibles para la mayoría de instancias del problema. También se logró que el esfuerzo computacional empleado por el algoritmo se redujera notablemente. Los resultados fueron avalados por pruebas de hipótesis utilizando estadística no paramétrica.

Esta investigación puede considerarse una extensión de los trabajos que hasta el momento han abordado este tipo de problema, ya que se tomaron de referencia algunos de los resultados obtenidos en esos trabajos para tratar de resolver el PMCC desde este punto de vista.

## **5.2 Aportaciones**

Entre las contribuciones del presente trabajo, cito primero la implementación computacional de códigos, usando lenguaje C, Matlab y GAMS, que efectúan diversas tareas como:

- (a) Captura de datos numéricos de una muestra tomada a un compresor. Esta base de datos es fundamental si se desea analizar cierto compresor para este problema ya que para cualquier evaluación que se quiera realizar se tiene que partir de una base de datos tomados de la industria de dicho compresor en términos de las variables  $H$ ,  $Q$ ,  $S$  y  $\eta$ , para hacer los cálculos necesarios.
- (b) Cálculo de los coeficientes de las ecuaciones no lineales que describen el dominio factible de operación del compresor usando el método de mínimos cuadrados. Estos coeficientes tuvieron que ser calculados con anticipación por dos motivos: primero porque se deseaba conocer gráficamente el dominio de operación de cada compresor y segundo porque estos coeficientes son utilizados en el modelo de los trabajos posteriores. También fueron calculados los coeficientes de la ecuación que define la eficiencia de un compresor.
- (c) Trazado de gráficas del dominio factible del compresor y eficiencia de un compresor. Estas gráficas nos ayudaron a visualizar el dominio factible de operación y eficiencia de cada tipo de compresor utilizado en las evaluaciones.
- (d) Evaluación de la función de consumo de combustible de un compresor.
- (e) Obtención de los coeficientes de funciones polinomiales de aproximación de la función de consumo de combustible usando el método de mínimos cuadrados.
- (f) Construcción de instancias del problema de diversos tamaños y topologías mediante el modelador algebraico (GAMS).

Una muestra de estos programas puede encontrarse en el Apéndice E y los códigos originales en la página del PISIS (<http://yalma.fime.unal.mx/~pisis>).

Entre las aportaciones científicas figura primeramente la evaluación computacional de la aproximación a la función de consumo de combustible. En esta evaluación, se realizó una aproximación a la función de consumo de combustible (función objetivo) del problema en cuestión, donde se utilizaron seis funciones polinomiales y un grupo de nueve compresores centrífugos diferentes. Según los resultados obtenidos en este experimento, se confirmó lo que ya había sido probado en un trabajo anterior para un sólo compresor (Wu, 1998). Se avaló que una de las funciones se aproximaba mejor a la función objetivo en todos los compresores. Por lo tanto, se concluye que esa función puede representar fielmente a la función objetivo original en trabajos posteriores que se realicen sobre este problema. Este trabajo fue publicado en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002a) y presentado en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002b).

La aportación más valiosa de este trabajo de investigación fue la evaluación computacional de la fase de pre-procesamiento donde se utilizaron algunas de las técnicas más comunes y se lograron muy buenos resultados para el problema en diferentes topologías para varios tipos de compresores. De los trabajos existentes que han abordado el tema, ninguno ha tratado explícitamente la fase de pre-procesamiento al algoritmo antes de optimizar el problema sino que todos asumen que se parte de una solución factible inicial. Con esta aplicación, se logró encontrar además de soluciones factibles, soluciones óptimas locales en un menor número de iteraciones comparando con el método convencional del gradiente reducido, lo cual reduce el tiempo computacional empleado por el algoritmo. Los resultados de este trabajo han sido presentados en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002b) y en poster en Villalobos Morales y Ríos Mercado (2002c).

### 5.3 Recomendaciones para Trabajos Futuros

Una primera recomendación sería ampliar el estudio a un mayor número de instancias. En el presente estudio nos basamos en una instancia por cada una de tres topologías distintas y ciertamente esta base de datos puede ser ampliada.

Otra recomendación es que a partir de las soluciones obtenidas en la evaluación realizada con las técnicas de pre-procesamiento, se realice un estudio más completo de la fase de optimización del algoritmo, utilizando éstas como puntos iniciales. Sería de gran utilidad que la evaluación se llevara a cabo entre varios algoritmos no lineales disponibles en el área de optimización para analizar su comportamiento y en base a los parámetros evaluados en cada uno de ellos elegir el que mejor desempeño presente para el problema.

Una de las áreas de oportunidad más importantes es el desarrollar heurísticas que encuentren soluciones factibles iniciales que sirvan como puntos iniciales para la optimización del algoritmo. Esto podría ayudar a seleccionar en forma más metódica el punto de inicio, en lugar de tener que partir de un punto arbitrario.

Así mismo, otra área de oportunidad es el emplear técnicas de búsqueda local como GRASP (Díaz et al., 1996) y Búsqueda Tabú (Glover y Laguna, 1997) para mejorar las soluciones obtenidas por los métodos convencionales.

Entre las áreas de investigación de mayor interés figuran el considerar otras variaciones del problema como manejar el número de compresores en la estación compresora como una variable de decisión (entera), lo cual hace que el problema se convierta en un problema entero mixto no lineal, lo cual es desde luego un proyecto de mayor complejidad.

El tema tratado en este trabajo de investigación es de gran importancia. Se espera que los resultados obtenidos en esta investigación sean de gran utilidad para los trabajos posteriores que aborden este importante problema de la industria del gas natural.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- J. Abadie y J. Carpentier (1969). Generalization of the Wolfe reduced gradient method to the case of nonlinear constraints. En R. Fletcher, editor, *Optimization*, 37-47. Academic Press, New York, EUA.
- M. S. Bazaraa, H. D. Sherali y M. Shetty (1993). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley, New York, EUA.
- A. Brooke, D. Kendrick y A. Meeraus (1992). *GAMS: A User's Guide, Release 2.25*. The Scientific Press, South San Francisco, EUA.
- A. Díaz, F. Glover, H. M. Ghaziri, J. L. González, M. Laguna, P. Moscato y F. T. Tseng (1996). *Optimización Heurística y Redes Neuronales*. Paraninfo, Madrid, España.
- A. Drud (1985). A GRG code for large sparse dynamic nonlinear optimization problems. *Mathematical Programming*, 31:153-191.
- A. Drud (1992). CONOPT: A large scale GRG code. *ORSA Journal on Computing*, 6 (2): 207-216.
- R. Fourer, D. M. Gay y B. W. Kernighan (1990). A modeling language for mathematical programming. *Management Science*, 36(5):519-554.
- M. R. Garey y D. S. Johnson (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Freeman, New York, EUA.
- F. Glover y M. Laguna (1997). *Tabu Search*. Kluwer, Boston, EUA.
- F. S. Hillier y G. J. Lieberman (1997). *Introducción a la Investigación de Operaciones*. McGraw-Hill, México.
- S. Kim (1999). *Minimum-Cost Fuel Consumption on Natural Gas Transmission Network Problem*. Disertación doctoral, Departamento de Ingeniería Industrial, Texas A&M University, College Station, EUA.
- C. A. Luongo, B. J. Gilmour y D. W. Schroeder (1989). Optimization in natural gas transmission networks: A tool to improve operational efficiency. Presentado en 3rd SIAM Conference on Optimization, Boston, EUA, Abril.
- B. A. Murtagh y M. A. Saunders (1983). MINOS 5.0 User's Guide. Reporte técnico SOL 83-20, Departamento de Investigación de Operaciones, Stanford University, Stanford, EUA.
- K. G. Murty (1983). *Linear Programming*, Wiley, New York, EUA.
- G. L. Nemhauser y L. A. Wolsey (1989). *Integer Programming*. En G. L. Nemhauser, A. H. G. Rinnooy Kan y M. J. Todd, editores, *Optimization, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 1. Capítulo 6, 447-521. Elsevier, Amsterdam, Holanda.

- A. J. Osiadacz (1987). *Simulation and Analysis of Gas Networks*. Gulf Publishing Company, Houston, EUA.
- P. B. Percell y M. J. Ryan (1987). Steady-state optimization of natural-gas pipeline network operation. En *Proceedings of the 19th PSIG Annual Meeting*. Tulsa, EUA, Octubre.
- R. Z. Ríos-Mercado (2002). Natural gas pipeline optimization. En P. M. Pardalos y M.G. Resende, editores, *Handbook of Applied Optimization*, Capítulo 18.8.3, 813-825. Oxford University Press, New York, EUA.
- R. Z. Ríos-Mercado, S. Wu, L. R. Scott y E. A. Boyd (2003). A reduction technique for natural gas transmission network optimization problems. *Annals of Operations Research* (por aparecer).
- D. W. Schroeder (1996). Hydraulic analysis in the natural gas industry. En J. J. W. Chen y A. Mital, editores, *Advances in Industrial Engineering Applications and Practice 1*, 960-965. IJIE, Cincinnati, EUA.
- The MathWorks, Inc (2000). *MATLAB: Using Matlab Graphics*. Natick, Massachusetts, EUA.
- Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002a). Approximating the fuel consumption function on natural gas centrifugal compressors. En *Proceedings of the 2002 NSF Design Service, Manufacturing Grantees Research Conference*, San Juan, Puerto Rico, Enero.
- Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002b). Minimización de consumo de combustible en una red de gas natural. Escuela Nacional de Optimización y Análisis Numérico (ENOAN 2002), Morelia, Mich., Marzo.
- Y. Villalobos Morales y R. Z. Ríos Mercado (2002c). Pre-procesamiento de un algoritmo de optimización para la minimización de consumo de combustible en una red de gas natural. VII Simposio de Ciencia y Tecnología, Monterrey, N.L., Mayo.
- P. J. Wong y R. R. Larson (1968). Optimization of natural-gas pipeline systems via dynamic programming. *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC13(5):475-481.
- S. Wu (1998). *Steady-State Simulation and Fuel Cost Minimization of Gas Pipeline Networks*. Disertación doctoral, Departamento de Matemáticas, University of Houston, Houston, EUA.
- S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd y L. R. Scott (2000). Model relaxations for the fuel cost minimization of steady-state gas pipeline networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 31(2-3):197-220.

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Página</b>
1. Evaluación de las funciones de aproximación	34
2. Error máximo relativo (%) de las funciones de aproximación	36
3. Error promedio relativo (%) de las funciones de aproximación	36
4. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red en línea	43
5. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red tipo árbol	44
6. Aplicación de cotas y solución inicial en topología de red con ciclo	44
7. Comparación de técnicas en la red en línea	50
8. Comparación de técnicas en la red tipo árbol	50
9. Comparación de técnicas en la red con ciclo	50
10. Resultados de prueba de hipótesis	52
11. Archivos empleados de la base de datos para la evaluación de las técnicas de pre-procesamiento	63
12. Parámetros del gas	63
13. Parámetros de los ductos	63
14. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red en línea	84
15. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red tipo árbol	84
16. Resultados sin aplicación de técnicas de pre-procesamiento para la red con ciclo	85
17. Resultados para la red en línea bajo el escenario E1	86
18. Resultados para la red en línea bajo el escenario E2	87
19. Resultados para la red en línea bajo el escenario E3	88
20. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E1	89
21. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E2	90
22. Resultados para la red tipo árbol bajo el escenario E3	93
23. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E1	93
24. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E2	94
25. Resultados para la red con ciclo bajo el escenario E3	96

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
1. Red en línea	1
2. Red tipo árbol	1
3. Red con ciclo	1
4. Dominio de operación en $Q, S$ y $H$	16
5. Eficiencia adiabática como función de $Q/S$	16
6. Dominio factible para un compresor ( $D_{(i,j)}$ )	18
7. Superficie del dominio $D_{(i,j)}$ para $p_i$ fija	18
8. Gráfica de consumo de combustible ( $g$ ) para $p_i$ fija	20
9. Red en línea	38
10. Red tipo árbol	39
11. Red con ciclo	40
12. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Snarlin-k1	67
13. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Snarlin-k1	67
14. Eficiencia del compresor Snarlin-k1	67
15. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Rakeey-k1	68
16. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Rakeey-k1	68
17. Eficiencia del compresor Rakeey-k1	68
18. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Rakeey-k2	69
19. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Rakeey-k2	69
20. Eficiencia del compresor Rakeey-k2	69
21. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Hamper-k1	70
22. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Hamper-k1	70
23. Eficiencia del compresor Hamper-k1	70
24. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k1	71
25. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Bellvan-k1	71
26. Eficiencia del compresor Bellvan-k1	71
27. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k2	72
28. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Bellvan-k2	72
29. Eficiencia del compresor Bellvan-k2	72
30. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bellvan-k3	73
31. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Bellvan-k3	73
32. Eficiencia del compresor Bellvan-k3	73
33. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k1	74
34. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Bethany-k1	74
35. Eficiencia del compresor Bethany-k1	74
36. Dominio de operación ( $H, Q, S$ ) del compresor Bethany-k2	75
37. Dominio de operación ( $x_{ij}, p_b, p_j$ ) del compresor Bethany-k2	75
38. Eficiencia del compresor Bethany-k2	75

**APÉNDICE A**  
**DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS**