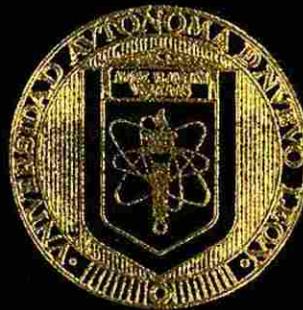


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



APUNTES PARA LA MATERIA DE  
COMUNICACIONES IMPARTIDA EN EL  
INSTITUTO TECNOLOGICO DE  
MATAMOROS

POR:

ING. CRISTO JESUS ALANIS BARRERA

T E S I S

EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA CON  
ESPECIALIDAD EN TELECOMUNICACIONES

MONTERREY, NUEVO LEON, NOVIEMBRE DE 2002

AROMAS PARA LA MENTE

COMUNICACIONES PARA LA MENTE

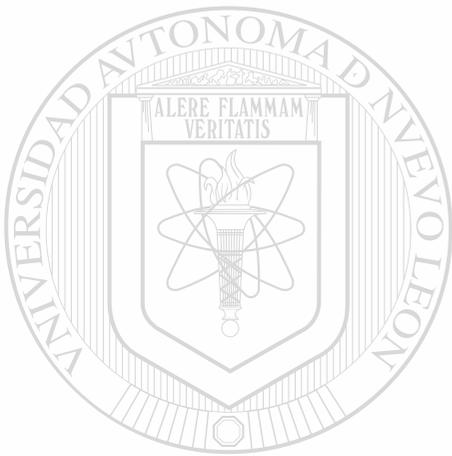
INSPIRACIONES PARA LA MENTE

MATAMOS

COMUNICACIONES PARA LA MENTE

TM  
Z5853  
.M2  
FIME  
2002  
.A426

2002



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**

**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**APUNTES PARA LA MATERIA DE  
COMUNICACIONES IMPARTIDA EN EL  
INSTITUTO TECNOLOGICO DE  
MATAMOROS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
POR:

**DIR. ING. CRISTO JESUS ALANIS BARRERA**

**T E S I S**

**EN OPCION AL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA CON  
ESPECIALIDAD EN TELECOMUNICACIONES**

**MONTERREY, NUEVO LEON, NOVIEMBRE DE 2002**

982065

TH

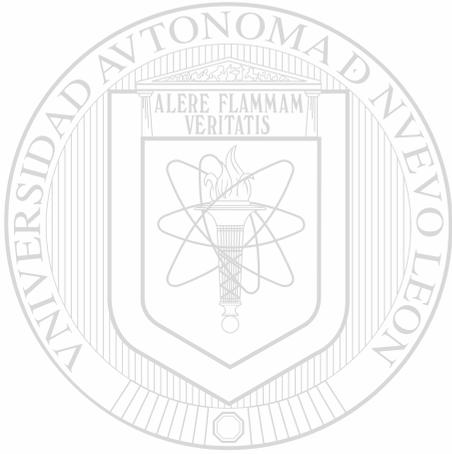
Z5853

.M

F 1 °

2002

.A426



# UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



FONDO  
TESIS

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Subdirección de Estudios de Postgrado

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis **Creación de apuntes para la materia de comunicaciones impartida en el Instituto Tecnológico de Matamoros**, realizada por el alumno **Cristo Jesus Alanis Barrera**, matricula **1069173** sea aceptada para su defensa como opción al grado de **Maestro en Ciencias de la ingeniería con especialidad en Telecomunicaciones**.



El comité de tesis

Asesor

M.C. Fernando Estrada Salazar

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Coasesor

M.C. Raul Alvarado Escamilla

Coasesor

Dr. Cesar Elizondo Gonzalez

Vo. Be.

División de estudios de postgrado  
Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodriguez

## AGRADECIMIENTOS

Quisiera en este trabajo agradecer en primer lugar, a todas las personas que de una manera u otra me ayudaron a que este sueño de obtener el grado de Maestro en Ciencias se hiciera realidad.

A mis amigos incondicionales de Monterrey: Paola, Victor y Hector.

A mi maestro y asesor MC. Fernando Estrada por haberme hecho ver la forma de dar clases muy diferente.

A mis padres y a mis hermanas por todo el apoyo que me han brindado a lo largo de mi vida, y en especial en este momento.

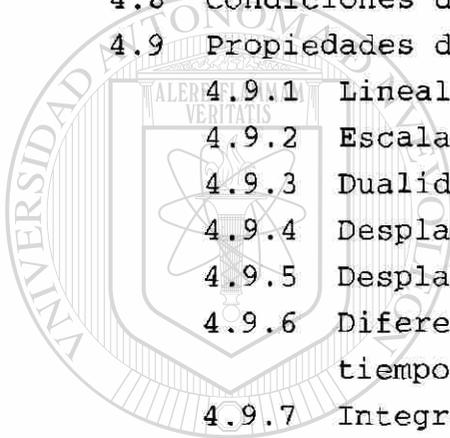
Quiero agradecerle a Dios por haberme dado paciencia y sabiduría para poder avanzar en esta parte del camino de mi vida.

Y un agradecimiento muy especial a una persona que ha estado conmigo en las buenas y en las malas durante todo este tiempo. ®

## ÍNDICE

	Página
<b>Capítulo I</b>	
<b>Introducción.....</b>	<b>3</b>
1.1 Descripción del problema.....	3
1.2 Objetivo de la tesis.....	4
1.3 Hipótesis.....	5
1.4 Límites del estudio.....	5
1.5 Justificación del estudio.....	5
1.6 Metodología.....	6
1.7 Revisión Bibliográfica.....	7
<b>Capítulo II</b>	
<b>Antecedentes.....</b>	<b>8</b>
<b>Capítulo III</b>	
<b>Introducción a las comunicaciones.....</b>	<b>9</b>
3.1 Historia de las comunicaciones.....	10
3.2 Mensajes y señales.....	13
3.3 Los elementos de un sistema de comunicación.....	15
3.4 Contaminaciones y limitaciones en los sistemas de comunicación.....	16
<b>Capítulo IV</b>	
<b>Análisis de Señales.....</b>	<b>21</b>
4.1 Señales de AC.....	22
4.2 Fasores y Espectros de línea.....	23
4.3 Propiedades de señales.....	29
4.3.1 Formas de onda físicas y matemáticas.	29
4.3.2 Funciones periódicas.....	31
4.3.3 Operador promedio.....	32
4.3.3.1 Valor de $c_d$ .....	33

4.3.3.2	Potencia.....	33
4.3.3.3	Valor de raíz media cuadrática (rms) y potencia normalizada.....	34
4.4	Serie de Fourier.....	37
4.5	Función de Muestreo.....	39
4.6	Teorema de Potencia de Parseval.....	41
4.7	Transformada de Fourier.....	43
4.8	Condiciones de Dirichlet.....	46
4.9	Propiedades de la Transformada de Fourier..	47
4.9.1	Linealidad.....	48
4.9.2	Escalado en tiempo.....	50
4.9.3	Dualidad.....	51
4.9.4	Desplazamiento en tiempo.....	52
4.9.5	Desplazamiento en frecuencia.....	53
4.9.6	Diferenciación en el dominio del tiempo.....	54
4.9.7	Integración en el dominio del tiempo.....	57
4.9.8	Multiplicación en el dominio del tiempo.....	58
4.10	Función de Dirac.....	60
4.10.1	Propiedades de la función de Dirac..	61
4.10.2	Aplicaciones de la función de Dirac.....	64
4.10.2.1	Función de dc.....	64
4.10.2.2	Función exponencial compleja.....	64
4.10.2.3	Funciones sinusoidales.....	65
4.11	Transformada de Fourier de funciones periódicas.....	66
4.12	Introducción a las ondeletas.....	68
4.12.1	Transformada de Fourier de tiempo reducido (STFT).....	73



UNANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



4.12.2	Análisis en múltiples resoluciones..	76
4.13	Transformada de ondeleta continua.....	78

## Capítulo V

<b>Acoplamiento de RF y filtros.....</b>	<b>82</b>
5.1 Circuitos resonantes.....	83
5.1.1 Resonancia serie.....	83
5.1.1.1 Factor de calidad Q.....	85
5.1.1.2 Aplicaciones del circuito resonante serie.....	87
5.1.2 Resonancia paralelo.....	88
5.1.2.1 Resonancia paralelo de dos ramas.....	89
5.2 Acoplamiento.....	90
5.2.1 Acoplamiento magnético.....	92
5.3 Redes acopladoras de impedancia.....	93
5.3.1 Red configuración L.....	93
5.3.2 Red configuración $\pi$ .....	94
5.3.3 Red configuración T.....	96
5.4 Filtros.....	98
5.4.1 Filtro pasa bajas.....	98
5.4.1.1 Filtro de m-derivada.....	101
5.4.2 Filtro pasa altas.....	105
5.4.3 Filtro pasa banda y rechaza banda...	109

## Capítulo VI

<b>Osciladores.....</b>	<b>111</b>
6.1 El oscilador básico.....	112
6.2 Oscilador sinusoidal.....	114
6.2.1 Red RC.....	114
6.2.2 Red LC.....	117
6.2.3 Cristales.....	121
6.3 Retroalimentación.....	123

6.4	Circuitos de osciladores.....	125
6.4.1	Oscilador Armstrong.....	127
6.4.2	Oscilador Hartley.....	130
6.4.2.1	Oscilador Hartley de alimentación serie.....	131
6.4.2.2	Oscilador Hartley de alimentación paralelo.....	132
6.4.3	Oscilador Colpitts.....	133
6.4.4	Oscilador de retroalimentación resistivo-capacitiva.....	135
6.4.5	Osciladores de cristal.....	136
6.4.5.1	Cuarzo y el efecto piezoeléctrico.....	137
6.4.5.2	Oscilador Armstrong controlado por cristal.....	139
6.4.5.3	Oscilador Pierce controlado por cristal.....	140

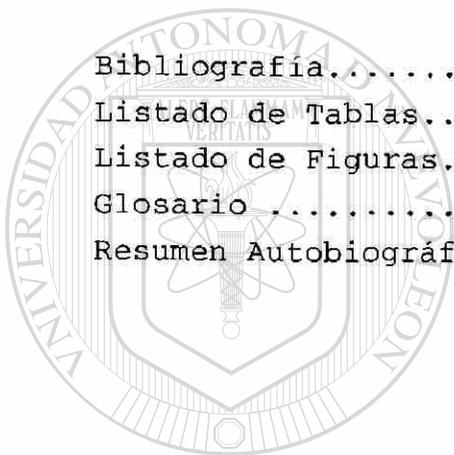
## Capítulo VII

<b>Modulación y demodulación.....</b>	<b>142</b>
7.1 Heterodinación.....	143
7.2 Modulación en amplitud.....	144
7.2.1 Descripción en dominio del tiempo...	145
7.2.2 Descripción en dominio de la frecuencia.....	148
7.3 Generación de ondas AM.....	150
7.3.1 Modulador de ley cuadrática.....	150
7.3.2 Modulador de interrupción.....	152
7.4 Detección de ondas AM.....	155
7.4.1 Detector de ley cuadrática.....	155
7.4.2 Detector de envolvente.....	159
7.5 Modulación de ángulo.....	161
7.6 Modulación en frecuencia.....	164
7.6.1 Modulación en frecuencia	

de un tono.....	164
7.6.2 Análisis espectral de una onda sinusoidal modulada en frecuencia...	166

**Capítulo VIII**

<b>Conclusiones y Recomendaciones.....</b>	<b>170</b>
8.1 Conclusiones.....	170
8.2 Recomendaciones.....	171
Bibliografía.....	172
Listado de Tablas.....	174
Listado de Figuras.....	175
Glosario .....	178
Resumen Autobiográfico.....	190



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# SÍNTESIS

El siguiente texto es una recopilación de documentos de diferentes fuentes la cual tiene la principal finalidad de tener una colección compacta y concisa de una introducción a las comunicaciones analógicas.

Aunque el contenido aquí mostrado no es tan completo como el de una referencia bibliográfica completa, fue diseñado de tal manera que se pudiera usar como apuntes a nivel licenciatura para un curso de comunicaciones básicas.

El primer capítulo trata de una introducción al mundo de las comunicaciones desde una perspectiva histórica tomando en consideración sus inicios, sus avances a través de los años y su impacto en nuestro mundo actual. Además incluye definiciones básicas que se utilizarán a lo largo del texto.

En el segundo capítulo se analizan las señales más comunes usadas en las comunicaciones, así como algunos métodos para el análisis matemático de las mismas. Finalizando con una introducción a la teoría detrás de una nueva técnica de análisis de señales conocida como ondeletas.

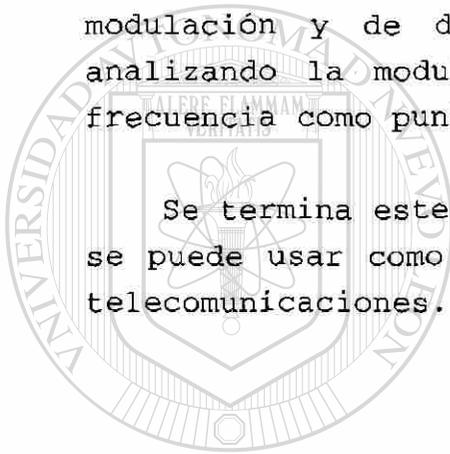
El siguiente capítulo describe los métodos de acoplamiento utilizados comúnmente en circuitos basados en radiocomunicaciones, así como un recordatorio de circuitos

resonantes, y sus aplicaciones como los filtros.

El capítulo cuatro trata de una aplicación práctica de los circuitos resonantes, el acoplamiento y los filtros, conocidos como osciladores. En éste capítulo se analizan diferentes configuraciones de osciladores, los cuales incluyen los más tradicionales.

Para concluir este tratado se incluye un capítulo de modulación y de demodulación a un nivel introductorio, analizando la modulación en amplitud y la modulación en frecuencia como punto central.

Se termina este tratado con un glosario de términos que se puede usar como un diccionario compacto de términos de telecomunicaciones.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

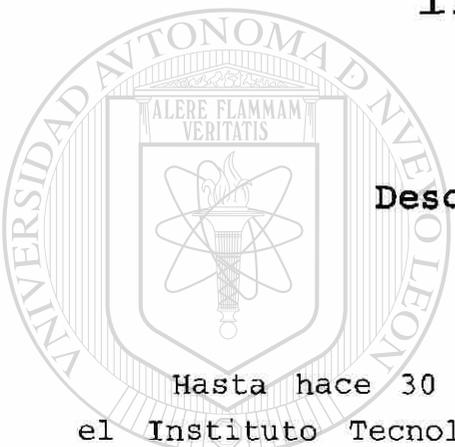


DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# CAPÍTULO I

## Introducción

### Descripción del problema



Hasta hace 30 años existía en Matamoros, Tamaulipas el Instituto Tecnológico Regional de Matamoros que solo ofrecía carreras a nivel técnico.

---

Debido al crecimiento demográfico de la ciudad y de su necesidad de profesionistas a nivel Licenciatura, se creó el Instituto Tecnológico de Matamoros, el cual a lo largo de estos 30 años ha proporcionado a Matamoros y a la región de profesionistas de nivel Licenciatura.

Actualmente el Instituto Tecnológico de Matamoros ofrece 10 carreras a nivel Licenciatura y un postgrado a nivel maestría.

Entre las carreras que ofrece actualmente el Instituto está la de Ingeniería en Electrónica, la cual tiene una duración de nueve semestres, con un total de 47 materias y 440 créditos.

La materia de Comunicaciones con clave ECC-9339, se ha impartido en séptimo semestre en el Instituto con una carga de 10 créditos desde la creación de la carrera de Ingeniería Electrónica.

El objetivo de la materia es dar a los alumnos de la carrera un punto de vista sobre el amplio mundo de las comunicaciones, el cual solo se limita a las comunicaciones análogas.

Desafortunadamente ninguno de los maestros involucrados en esta materia se ha dado a la tarea de diseñar apuntes para la misma.

Además de esto, todos los semestres se presentan los mismos problemas tanto en el personal docente como en el alumnado de conseguir los libros relacionados con la materia, lo cual genera costos adicionales para las personas que no quieran profundizarse en ésta materia, y esto sin mencionar lo difícil que es conseguir algunos textos que ya no se publican actualmente.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### **Objetivo de la tesis**

El objetivo de este trabajo es el diseño de unos apuntes que sirvan para los alumnos que lleven esta materia, siendo estos actualizados y de nivel adecuado para el programa y la carrera, los cuales son diseñados considerando las limitaciones del tiempo que se lleva el curso el cual es de un semestre.

## Hipótesis

La intención de este trabajo es el de lograr obtener una reducción en los gastos de los alumnos en cuanto a textos relacionados con la materia, ya que al existir uno con todo el contenido necesitado por el curso en formato electrónico e impreso no es necesario que compren textos adicionales.

## Límites del Estudio

Este trabajo solo se limita al diseño de apuntes para la materia de Comunicaciones, la cual es impartida en la carrera de Ingeniería Electrónica en el Instituto Tecnológico de Matamoros.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Justificación del Estudio

Con el diseño de los apuntes de la materia de Comunicaciones se pretende reducir gastos en compra de libros, además de que exista un compendio que se pueda usar como referencia rápida en complemento o en sustitución a los libros ya existentes.

## Metodología

Para llegar al objetivo de esta tesis es necesario llevar a cabo los siguientes puntos:

- Se realizará una encuesta para ver que tanto es lo que los alumnos gastan en materiales adicionales tales como libros o copias de libros.
- Se revisará el programa de la materia de Comunicaciones con otros catedráticos que hayan impartido la materia anteriormente o que impartan materias afines, para adquirir ideas en cuanto al contenido de los apuntes.
- Se recopilará información de diferentes fuentes, por mencionar algunas: libros, revistas, manuales de información técnica, información de Internet, etc., para el diseño de los apuntes que servirán para esta materia.
- Posteriormente, tomando en base el programa de Comunicaciones, se diseñará el índice de los apuntes.
- Tomando en cuenta la información recopilada para la creación de estos apuntes, se procederá al diseño de los mismos.
- Se imprimirán copias de estos apuntes adicionalmente de su publicación electrónica.
- Las impresiones y las versiones electrónicas se repartirán entre los alumnos al inicio del semestre y en el transcurso del semestre.
- Se realizarán encuestas al final para ver los resultados obtenidos.

## Revisión bibliográfica

Para la elaboración de este tratado, se utilizaron métodos tradicionales de información como lo son revistas y libros, además de utilizarse métodos mas modernos de información como documentos digitalizados, foros de discusión y el Internet.

Algunos de los textos utilizados como referencia para la creación de este tratado se encuentran en ediciones viejas, las cuales me fue un poco difícil encontrarlas debido a que no existen ediciones recientes.

Una de las grandes ventajas tenidas fue el uso de Internet el cual es una herramienta de información muy poderosa con la cual se pueden acceder millones de referencias en cuestión de segundos alrededor del mundo, de diferentes fuentes, tanto privadas, educativas, así como militares.

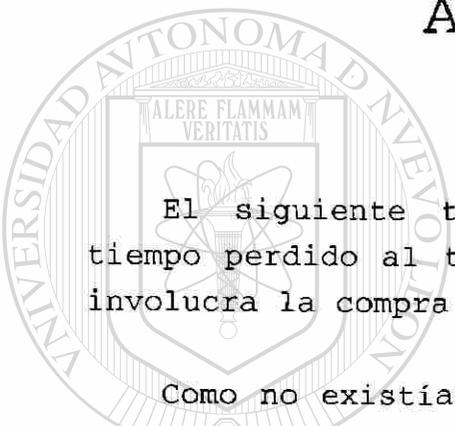
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPITULO II

### Antecedentes

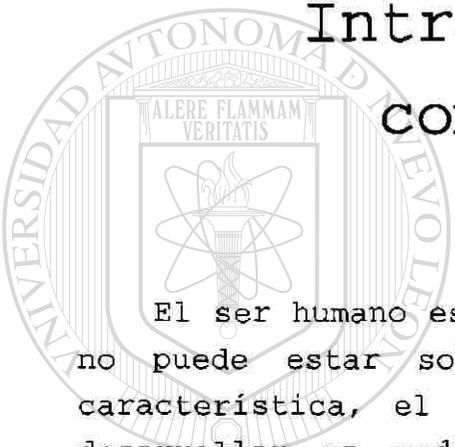


El siguiente tratado se hizo tomando en cuenta el tiempo perdido al tener que copiar apuntes y el costo que involucra la compra de textos por parte de los alumnos.

Como no existían textos relacionados con la materia de Comunicaciones se realizó como proyecto la creación de un texto para ser utilizado en esta materia tomando como idea los apuntes digitalizados distribuidos en diversas materias impartidas a nivel de posgrado, que hacen más eficiente el estudio de la materia, ya que no existen los problemas de no tener los apuntes por falta o por otras circunstancias.

## CAPITULO III

### Introducción a las comunicaciones



El ser humano es un ser social por naturaleza, el cual no puede estar solo por mucho tiempo. Debido a esta característica, el ser humano se vio en la necesidad de desarrollar un medio de eficiente con el cual pudiera intercambiar ideas, experiencias e información con otros seres humanos.

La manera en la cual el ser humano a desarrollado el arte de comunicarse ha ido evolucionando a lo largo de la historia de la humanidad, desde las primitivas pinturas rupestres hasta los modernos sistemas de comunicación basados en fibras ópticas.

En la actualidad las comunicaciones han jugado un papel muy importante en la vida de todas las personas, desde un simple mensaje numérico en un radiolocalizador hasta una operación quirúrgica realizada a través de realidad virtual en el otro lado del planeta.

Pero en un sentido común, ¿Qué son las comunicaciones?. Según el estándar federal 1037C de los Estados Unidos de América, las comunicaciones se definen como "la transferencia de información entre usuarios o procesos, conforme a consideraciones acordadas", y también se define como "la rama de la tecnología encargada de la representación, transferencia, interpretación, y procesamiento de información entre personas, lugares y equipos."

Debido a que las comunicaciones es una disciplina muy extensa, se ha resumido en este tratado dando un énfasis a las comunicaciones analógicas, tocando casos de estudio y ejemplos diversos para familiarizarse con los conceptos aquí planteados.

### 3.1 Historia de las comunicaciones

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

A lo largo de la historia de la humanidad las comunicaciones han evolucionado a la par de la tecnología, dando grandes saltos en el siglo pasado debido a la invención de los tubos de vacío, los transistores y los circuitos integrados.

A continuación se presenta una tabla en la cual se le da énfasis a las fechas mas importantes relacionadas con las comunicaciones, cabe mencionar además que se recomienda observar que la historia nos muestra que siempre hay algo que mejorar o cosas nuevas que inventar y que el alcance

que podemos tener puede ser ilimitado.

Año	Acontecimiento
3000 a.C.	Los egipcios desarrollan un lenguaje pictórico llamado jeroglífico.
800 d. C.	Los árabes adoptan de India el sistema numérico actual.
1440	Johannes Gutenberg inventa los tipos metálicos móviles.
1752	El cometa de Benjamín Franklin demuestra que los relámpagos son electricidad.
1827	Georg Simón Ohm formula su ley ( $I = E/R$ ).
1834	Cari F. Gauss y Ernst H. Weber construyen el telégrafo electromagnético.
1838	William F. Cooke y sir Charles Wheatstone inventan el telégrafo.
1844	Samuel F. B. Morse prueba la línea telegráfica de Baltimore, MD, a Washington, D.C.
1850	Gustav Robert Kirchhoff publica sus leyes de circuitos.
1858	Se tiende el primer cable transatlántico y, después de 26 días, falla.
1864	James C. Maxwell predice la radiación electromagnética.
1871	Se organiza la Sociedad de Ingenieros Telegrafistas en Londres.
1876	Alexander Graham Bell desarrolla y patenta el teléfono.
1883	Thomas A. Edison descubre el flujo de electrones en el vacío, llamado el "efecto Edison", fundamento del tubo de electrones.
1884	Se forma el Instituto Americano de Ingenieros Electricistas (AIEE, por sus siglas en inglés: <i>American Institute of Electrical Engineers</i> ).
1887	Heinrich Hertz verifica la teoría de Maxwell.
1889	Se forma el Instituto de Ingenieros Electricistas (IEE, por sus siglas en inglés: <i>Institute of Electrical Engineers</i> ), a partir de la Asociación de Ingenieros Telegrafistas ( <i>Society of Telegraph Engineers</i> ).
1894	Oliver Lodge demuestra la comunicación inalámbrica a lo largo de una distancia de 150 yardas.
1900	Guglielmo Marconi transmite la primera señal transatlántica inalámbrica.
1905	Reginald Fessenden transmite voz y música por radio.
1906	Lee deForest inventa el amplificador de triodo de tubo de vacío.
1907	Se forma la Asociación de Ingenieros Telegrafistas Inalámbricos en Estados Unidos.
1909	Se establece el Wireless Institute (Instituto de Comunicación Inalámbrica) en Estados Unidos.
1912	Se forma en Estados Unidos el Instituto de Ingenieros Radiofónicos (IRE, por sus siglas en inglés: <i>Institute of Radio Engineers</i> ), a partir de la Sociedad de Ingenieros Telegrafistas Inalámbricos y el Instituto de Comunicación Inalámbrica.
1915	Bell System construye una línea telefónica transcontinental en Estados Unidos.
1918	Edwin H. Armstrong inventa el circuito receptor superheterodino.
1920	La estación de radio KDKA, de Pittsburgh, PA, inicia las primeras transmisiones radiofónicas programadas.
1920	J. R. Carson aplica el muestreo a las comunicaciones.
1923	Vladimir K. Zworykin idea el tubo receptor de televisión "iconoscopio".
1926	J. L. Baird, Inglaterra y C. F. Jenkins, Estados Unidos, presentan la televisión.
1927	Se crea la Federal Radio Commission (Comisión Federal de Radio) en Estados Unidos.

Año	Acontecimiento
1927	Harold Black desarrolla el amplificador de retroalimentación negativa en los laboratorios Bell.
1928	Philo T. Farnsworth da a conocer el primer sistema de televisión totalmente electrónico.
1931	Se inicia el servicio de teletipo.
1933	Edwin H. Armstrong inventa la FM.
1934	Se crea la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC, por sus siglas en inglés: <i>Federal Communication Commission</i> ) a partir de la Comisión Federal de Radio en Estados Unidos.
1935	Robert A. Watson-Watt desarrolla el primer radar práctico.
1936	La Corporación de Radiodifusión Británica (BBC, por sus siglas en inglés: <i>British Broadcasting Corporation</i> ) comienza las primeras transmisiones de televisión.
1937	Alex Reeves concibe la modulación por codificación de pulso (PCM).
1941	John V. Atanasoff inventa la computadora en el Iowa State College.
1941	La FCC autoriza las transmisiones de televisión en Estados Unidos.
1945	John W. Mauchly desarrolla la computadora digital electrónica ENIAC en la Universidad de Pennsylvania.
1947	Walter H. Brattain, John Bardeen y William Shockley idean el transistor en los laboratorios Bell.
1947	Steve O. Rice desarrolla la representación estadística del ruido en los laboratorios Bell.
1948	Claude E. Shannon publica su obra sobre la teoría de la información.
1950	Se aplica la multicanalización por división de tiempos a la telefonía.
1950s	Se desarrollan enlaces de telefonía y comunicación via microondas.
1953	Se introduce la televisión a colores NTSC en Estados Unidos.
1953	Se tiende el primer cable telefónico transatlántico (36 canales de voz).
1957	La URSS lanza al espacio el primer satélite terrestre, el <i>Sputnik I</i> .
1958	A. L. Schawlow y C. H. Townes publican los principios del láser.
1958	Jack Kilby de Texas Instruments construye el primer circuito integrado de germanio.
1958	Robert Noyce de Fairchild produce el primer circuito integrado de silicio.
1961	Se inician las transmisiones de FM estéreo en Estados Unidos.
1962	El primer satélite activo, el <i>Telstar 7</i> , envía señales de televisión entre Estados Unidos y Europa.
1963	Bell System introduce el teléfono de tonos.
1963	Se forma el Instituto de Ingenieros Electricistas y Electrónicos (IEEE, por sus siglas en inglés: <i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i> ) con la fusión de IRÉ y AIEE.
1963-1966	Se desarrollan los códigos de corrección de errores y la ecualización adaptable para comunicaciones digitales libres de errores de alta velocidad.
1964	Se pone en servicio el sistema conmutador de telefonía electrónica (núm. 1 ESS).
1965	Se pone en servicio el primer satélite comercial de comunicaciones, el <i>Pájaro madrugador</i> .
1968	Se desarrollan los sistemas de televisión por cable.
1971	Intel Corporation desarrolla el primer microprocesador de un solo microcircuito, el 4004.
1972	Motorola presenta el teléfono celular ante la FCC.
1976	Se desarrollan las computadoras personales.

Año	Acontecimiento
1979	La memoria de acceso aleatorio de 64 kb domina en la era de los circuitos integrados a muy grande escala (VLSI).
1980	Bell System desarrolla el sistema de comunicación de fibra óptica FT3.
1980	Philips y Sony desarrollan el disco compacto.
1981	IBM introduce la computadora personal (PC).
1982	AT&T se deshace de sus 22 compañías telefónicas Bell System.
1984	Macintosh lanza al mercado su computadora Apple.
1985	Las máquinas de facsímiles, los "faxes", se vuelven de uso cotidiano.
1989	Motorola introduce el teléfono celular de "bolsillo".
1990 - a la fecha	Era del procesamiento digital de señales con microprocesadores, osciloscopios digitales, receptores de sintonía digital, estaciones de trabajo "megaflop", sistemas de espectro amplio, redes digitales de servicios integrados (ISDN), sistemas satelitales digitales y televisión de alta definición (HDTV).

Tabla 3.1 Fechas importantes en las comunicaciones

### 3.2 Mensajes y Señales

Como se mencionó con anterioridad definimos las comunicaciones como el proceso por el cual la información es transferida de un punto a otro. A estos elementos que intervienen en este proceso se les conoce comúnmente como la *fuerza* (el cual es quien origina el mensaje) y el *destino* (quien recibe el mensaje), además de estos elementos existe otro elemento llamado *medio de transmisión* o *enlace*, el cual permite el envío de la información entre la fuente y el destino.

Al sistema responsable de realizar este proceso se le conoce como *sistema de comunicación electrónica*, el cual utiliza comúnmente dispositivos eléctricos para poder realizar esta tarea.

De esta discusión se deriva otro término adicional, el

Año	Acontecimiento
1979	La memoria de acceso aleatorio de 64 kb domina en la era de los circuitos integrados a muy grande escala (VLSI).
1980	Bell System desarrolla el sistema de comunicación de fibra óptica FT3.
1980	Philips y Sony desarrollan el disco compacto.
1981	IBM introduce la computadora personal (PC).
1982	AT&T se deshace de sus 22 compañías telefónicas Bell System.
1984	Macintosh lanza al mercado su computadora Apple.
1985	Las máquinas de facsímiles, los "faxes", se vuelven de uso cotidiano.
1989	Motorola introduce el teléfono celular de "bolsillo".
1990 - a la fecha	Era del procesamiento digital de señales con microprocesadores, osciloscopios digitales, receptores de sintonía digital, estaciones de trabajo "megaflop", sistemas de espectro amplio, redes digitales de servicios integrados (ISDN), sistemas satelitales digitales y televisión de alta definición (HDTV).

**Tabla 3.1** Fechas importantes en las comunicaciones

### 3.2 Mensajes y Señales

Como se mencionó con anterioridad definimos las comunicaciones como el proceso por el cual la información es transferida de un punto a otro. A estos elementos que intervienen en este proceso se les conoce comúnmente como la *fuerza* (el cual es quien origina el mensaje) y el *destino* (quien recibe el mensaje), además de estos elementos existe otro elemento llamado *medio de transmisión* o *enlace*, el cual permite el envío de la información entre la fuente y el destino.

Al sistema responsable de realizar este proceso se le conoce como *sistema de comunicación electrónica*, el cual utiliza comúnmente dispositivos eléctricos para poder realizar esta tarea.

De esta discusión se deriva otro término adicional, el

cual es *información*. Si nos vamos de nuevo al diccionario de términos de telecomunicaciones, información se define como "el significado que el ser humano asigna a los datos a conveniencia, tomando consideraciones conocidas utilizándolas en su representación", tomando esto en consideración, ahora sabemos que información es la representación de datos que se desean enviar de una fuente a un destino.

Pero, nuestra discusión de sistema de comunicación no implica enfocarnos en sí en la información, sino en su manifestación física, la cual conoceremos de ahora en adelante como *mensaje*.

El término mensaje se refiere a "Cualquier pensamiento o idea, expresado brevemente en un lenguaje común o secreto, preparado para ser transmitido por cualquier medio de comunicación"

---

Ahora, que se conoce el significado y el propósito de un sistema de comunicación, el cual es proveer una replica aceptable del mensaje original en el destino, existe una regla que se debe tomar en seria consideración: El mensaje producido en la fuente no es de naturaleza eléctrica y por tanto debe de utilizarse un *transductor* de entrada para ser convertido a una señal eléctrica.

Aunque esta regla no es la adecuada para ciertas fuentes en las cuales el mensaje es eléctrico por naturaleza, debe de tomarse en consideración ya que un transductor solo operará con los límites con el que fue diseñado y puede no producir una señal completamente equivalente al mensaje original.

### 3.3 Elementos de un sistema de comunicación

Para que toda comunicación se pueda llevar a cabo es necesario que existan tres elementos esenciales en todo sistema, los cuales son:

**Transmisor:** La función del transmisor básicamente es adaptar el mensaje a enviar al canal en la forma de una señal transmitida. Para poder llevar a cabo esta tarea, es necesario realizar diversas operaciones de procesamiento a la señal antes de ser pasada a la siguiente etapa, una de estas operaciones es conocida como *modulación*, la cual básicamente se define como un proceso en el cual se adapta la señal a las propiedades características del canal a través de una *onda portadora*.

**Canal de transmisión:** El canal de transmisión es la conexión eléctrica entre el transmisor y receptor, el cual acorta la distancia entre ellos, lamentablemente todos los canales de transmisión sufren de un fenómeno conocido como *atenuación*, el cual hace que la potencia total de la señal se vea disminuida. Esta atenuación puede ser pequeña o muy grande dependiendo del medio de transmisión y de la distancia entre el transmisor y el receptor.

**Receptor:** En el receptor la señal se extrae del canal y

se envía al transductor de salida. Comúnmente el receptor puede tener diferentes etapas de amplificación, esto es debido a que la señal llega demasiado atenuada de la etapa anterior haciendo así la diferenciación correcta entre señal y ruido. Además, la función principal del receptor es la de demodulación, la cual es el proceso inverso a la modulación realizada en el transmisor, la cual restaura una copia de la señal original.

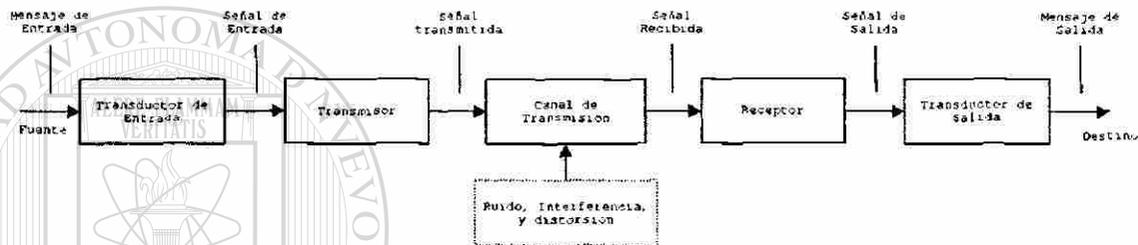


Figura 3.1 Elementos de un sistema de comunicación

### 3.4 Contaminaciones y limitaciones en los sistemas de comunicación

Lamentablemente los sistemas de comunicación no son del todo ideales y producen una serie de efectos indeseables en la señal que procesan, esto es, los tres componentes básicos del sistema de comunicación "contaminan" la señal que pasa a través de ellos. Para propósitos prácticos se toman el transmisor y el receptor como ideales y se le atribuye al canal como el causante principal de estas contaminaciones.

Una de las contaminaciones más comunes es la

atenuación, que como se mencionó anteriormente reduce la potencia total de la señal. Además de la atenuación existen otras contaminaciones más serias, las cuales se enumeran a continuación:

**Distorsión:** La distorsión es la alteración de la señal debido a la respuesta imperfecta del sistema. Una de las características de la distorsión y que puede ayudarnos a detectarla, es que desaparece cuando no existe señal. La manera de eliminar esta contaminación es realizando mejores diseños de los circuitos, por ejemplo, mejor respuesta, rangos de frecuencia mayores, linealidad, etc., por mencionar algunas. En teoría se puede realizar una compensación perfecta, pero en la práctica se puede aceptar algo de distorsión, siempre y cuando esté dentro de límites tolerables.

**Interferencia:** Cuando existe contaminación por señales externas al sistema de forma similar a la señal actual, se dice que existe una interferencia, la interferencia usualmente es producida por causas artificiales y es un problema común en la radiodifusión donde se reciben dos o más señales al mismo tiempo por el receptor. Para eliminar los efectos de interferencia, solo basta con eliminar de una manera u otra la señal que causa la interferencia desde la fuente, al igual que la distorsión se puede llegar a una solución perfecta, pero en la mayor parte de los casos no es práctica.

**Ruido:** A diferencia de la interferencia y la distorsión, el ruido es la peor contaminación que existe, esto es debido a que el ruido es causado por señales eléctricas aleatorias e impredecibles generadas por causas naturales tanto internas como externas al sistema, además

que el ruido no se puede eliminar completamente, ni si quiera en teoría. Los efectos que causa el ruido pueden ir desde un simple enmascaramiento de la señal hasta anularla completamente.

Además de estas contaminaciones que afectan la señal que pasa por los sistemas de comunicaciones, existen limitantes en cuanto a su funcionalidad de los equipos, las cuales fundamentalmente son:

Limitación por ancho de banda: Uno de los elementos básicos en cualquier sistema de comunicaciones es el tiempo. Un sistema eficiente es el que utiliza el menor tiempo en las transmisiones ya que de esta manera envía mas información en menos tiempo, esto se logra utilizando señales que cambian rápidamente en el tiempo. Desafortunadamente debido a que utilizamos sistemas electrónicos para este propósito, ellos contienen elementos que almacenan energía, la cual para poder hacer que cambie requiere una cantidad de tiempo definida, por ejemplo: capacitores e inductores. Debido a esto no es posible incrementar la velocidad de la señal mas allá de sus límites de cambio, ya que de no hacer esto el sistema no podrá responder como se desea.

Una manera conveniente para medir la velocidad de una señal es utilizando el ancho de banda, la cual se denota con las letras *BW* y es el ancho del espectro de la señal. Como se mencionó anteriormente el sistema depende de componentes que almacenan energía, y esto se refleja en la respuesta de frecuencia del sistema. La transmisión de gran cantidad de información en un pequeño tiempo requiere de señales de banda ancha para representar la información y sistemas de banda ancha para poder procesar las señales. En

la figura 3.2 se muestra parte de las asignaciones actuales del espectro electromagnético.

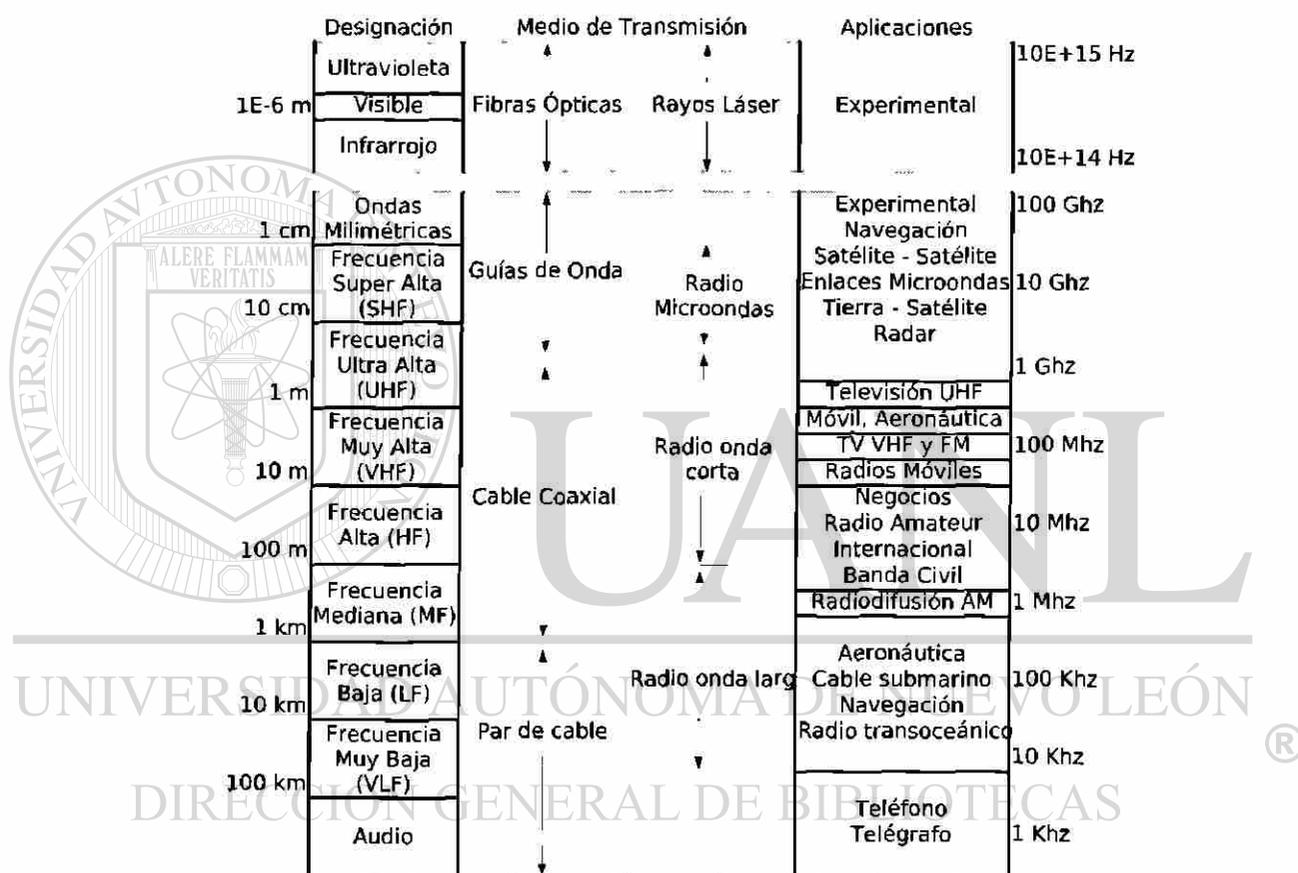


Figura 3.2 Espectro electromagnético

Limitación por ruido: Si analizamos este problema con

física clásica, nos damos cuenta que todas las partículas con temperatura mayor que el cero absoluto (0 grados Kelvin), tienen energía cinética que se manifiesta de forma de movimientos aleatorios o de agitación termal. Si esta partícula es un electrón, produce una corriente aleatoria, y si esta corriente toma lugar en un medio conductor, genera un voltaje conocido como *ruido termal* o *ruido de resistencia*. Además de este tipo de ruido, existen otros factores que causan la generación de ruido, por lo tanto no es posible tener comunicación electrónica sin ruido.

Comúnmente el ruido es demasiado pequeño (del orden de microvolts), si hacemos que nuestra señal tenga variaciones mucho mayores (del orden de volts), entonces el ruido no es ya una limitante. A esta relación de señal a ruido se le conoce como *razón de señal a ruido (SNR)*. Pero si el nivel de la señal es muy pequeño entonces las limitaciones impuestas por el ruido se convierten en muy serias.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## CAPÍTULO IV

### Análisis de Señales

A lo largo del análisis de señales y sistemas electrónicos, se han utilizado señales variantes en el tiempo, en la cual la variable independiente es  $t$ . A este dominio se le denomina comúnmente *dominio del tiempo* y las señales son funciones de él, por ejemplo, el voltaje se representa como  $v(t)$  en este dominio.

---

Pero el dominio del tiempo no es el único que existe para el análisis de señales. Otro ejemplo, es el *dominio de la frecuencia*, representado por la variable  $f$  para el caso de la frecuencia cíclica y por  $\omega$  para el caso de la frecuencia angular.

Básicamente se puede decir que una función en el dominio del tiempo, se compone de diversas señales de diferentes frecuencias, cada una con su amplitud y fase individuales. Al conjunto de estas componentes en el dominio de la frecuencia se les conoce como *espectro*.

El análisis espectral, se hace principalmente con herramientas matemáticas basadas en la serie y la transformada de Fourier, las cuales son herramientas muy poderosas en las comunicaciones.

## 4.1 Señales de AC

Una red eléctrica de dos puertos está representada en la figura 4.1, la cual es alimentada con una señal de entrada  $x(t)$  y produce una señal de salida  $y(t)$ .

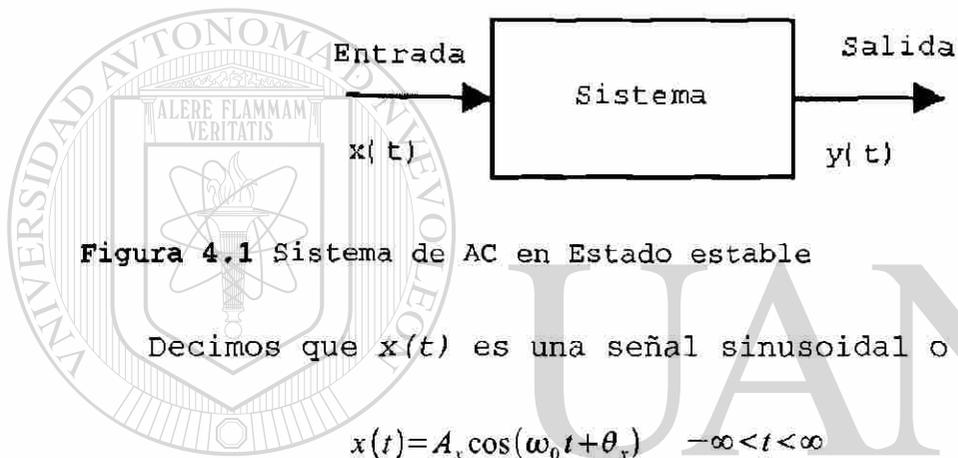


Figura 4.1 Sistema de AC en Estado estable

Decimos que  $x(t)$  es una señal sinusoidal o de AC si:

$$x(t) = A_x \cos(\omega_0 t + \theta_x) \quad -\infty < t < \infty \quad (1)$$

Dónde  $A_x$  es la *amplitud*,  $\omega_0$  es la *frecuencia angular*, y  $\theta_x$  es la *fase*. Cabe mencionar que ésta es una representación matemática de una forma de onda física, esto es: la forma de onda física tiene una duración finita, pero es representada por una forma de onda de duración infinita, esto se hace, ya sea, por conveniencia o por su utilidad.

Además es conveniente introducir el término de *frecuencia cíclica*  $f_0 = \omega_0 / 2\pi$  para poder definir el periodo como  $T_0 = 1/f_0 = 2\pi/\omega_0$ , el cual nos dice que  $x(t)$  se repite cada  $T_0$  segundos.

Ahora, supongamos que el sistema es lineal, estable, e

invariante en el tiempo.

Al aplicar estas condiciones, la señal de salida tendrá la misma frecuencia que la entrada, pero con amplitud y fase diferentes:

$$y(t) = A_y \cos(\omega_0 t + \theta_y) \quad -\infty < t < \infty \quad (2)$$

Debido a esto, dados los parámetros de la señal de entrada y las características del sistema, solo es necesario resolver  $A_y$  y  $\theta_y$  para describir la señal de salida.

**Ejercicio:** Obtener  $A_y$  y  $\theta_y$  en forma polar para el sistema definido anteriormente.

## 4.2 Fasores y espectros de línea

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Debido a que en el dominio de la frecuencia es muy utilizada la notación fasorial, en la mayor parte de los casos es mucho más sencillo manejar fasores en lugar de sinusoides, ya que se facilita el análisis de los sistemas. Para explicar con más detalle este concepto, consideremos la siguiente senoide:

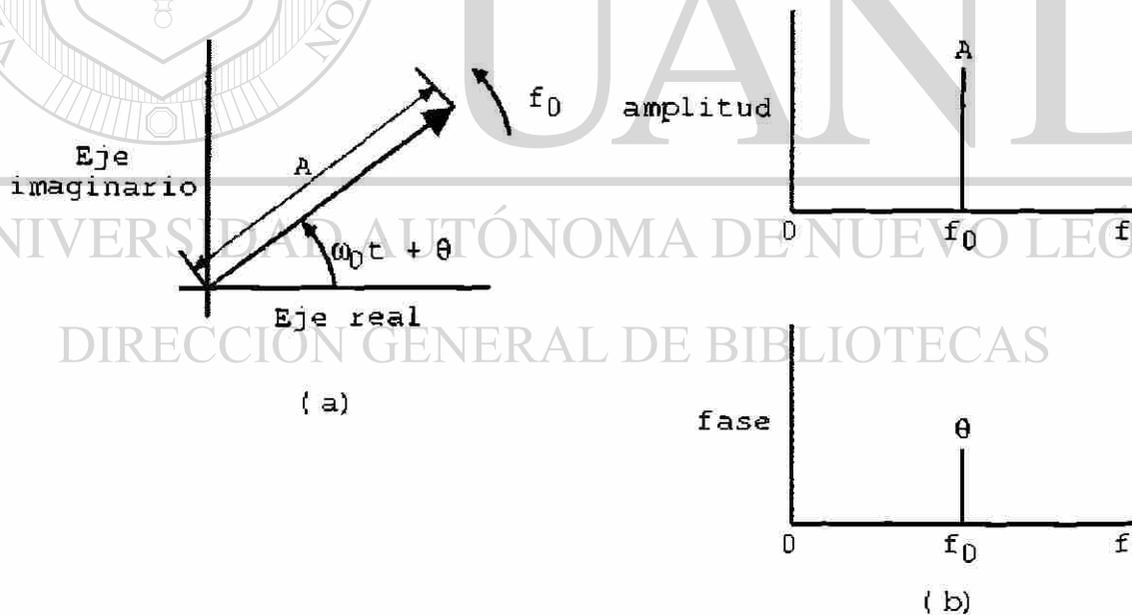
$$v(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) \quad \omega_0 = 2\pi f_0 \quad (3)$$

El cual puede reescribirse como:

$$A \cos(\omega_0 t + \theta) = \Re[A e^{j(\omega_0 t + \theta)}] = \Re[A e^{j\theta} e^{j\omega_0 t}] \quad (4)$$

A este término se le conoce como *representación fasorial* ya que el término dentro de los paréntesis cuadrados se puede representar como un vector rotacional en un plano complejo cuyos ejes son las partes real e imaginaria.

Este fasor tiene longitud  $A$ , el cual gira en sentido contrario de las manecillas del reloj a una velocidad de  $f_0$  revoluciones por segundo y con un ángulo  $\theta$  con respecto al eje real positivo cuando  $t = 0$ ; su representación se muestra en la figura 5.2.



**Figura 4.2:** Representaciones de  $A \cos(\omega_0 t + \theta)$ . (a) Diagrama fasorial; (b) Espectro de línea

Cabe mencionar que solo la amplitud, fase relativa y frecuencia rotacional son los únicos elementos necesarios

para definir un fasor en el dominio del tiempo; similarmente, en el dominio de la frecuencia éste fasor solo está definido para la frecuencia particular  $f_0$  y está asociado con su amplitud y fase correspondiente.

Una representación válida de este fasor en el dominio de la frecuencia es denominada *espectro de línea*, el cual consta de dos gráficas: amplitud contra frecuencia, y fase contra frecuencia; un ejemplo de la representación de estas gráficas es mostrada en la figura 5.2b.

Para poder hacer estas representaciones fasoriales en el dominio de la frecuencia, es necesario tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- La variable independiente en las representaciones espectrales es la *frecuencia*, la cual se puede representar como *frecuencia cíclica* en hertz, o *frecuencia angular* en radianes.

- Los ángulos de fase son medidos con respecto a una onda sinusoidal, ya sea cosenoidal o una senoidal o, equivalentemente, con respecto al eje real positivo del diagrama fasorial. Si la fase es medida con respecto a una onda sinusoidal, es necesario que todas las mediciones sean homogéneas, en caso contrario, deben de ser convertidas por la identidad:

$$\sin \omega t = \cos(\omega t - 90^\circ) \quad (5)$$

- La amplitud, debe ser una cantidad *positiva*; en caso contrario, la fase debe cambiarse:

$$-A \cos \omega t = A \cos(\omega t \pm 180^\circ) \quad (6)$$

- Los ángulos de fase deben expresarse en grados aunque otros ángulos sean expresados en radianes.

A esta representación se le llama *espectro de línea de frecuencia positiva o espectro de un solo lado*.

**Ejemplo:** Representar la señal definida por:

$$w(t) = 2 + 6 \cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3 \sin 2\pi 30t - 4 \cos 2\pi 35t$$

Como primer paso se convierte el término constante a una senoide de frecuencia cero:

$$w(t) = 2 \cos 2\pi 0t + 6 \cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3 \sin 2\pi 30t - 4 \cos 2\pi 35t$$

Después convertimos a sinusoides homogéneas

$$w(t) = 2 \cos 2\pi 0t + 6 \cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3 \cos(2\pi 30t - 90^\circ) - 4 \cos 2\pi 35t$$

Y por último, cambiamos las amplitudes negativas, por desfases:

$$w(t) = 2 \cos 2\pi 0t + 6 \cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3 \cos(2\pi 30t - 90^\circ) + 4 \cos(2\pi 35t - 180^\circ)$$

Representando su espectro, tenemos componentes de amplitud y fase en 0, 10, 30 y 35 Hz.

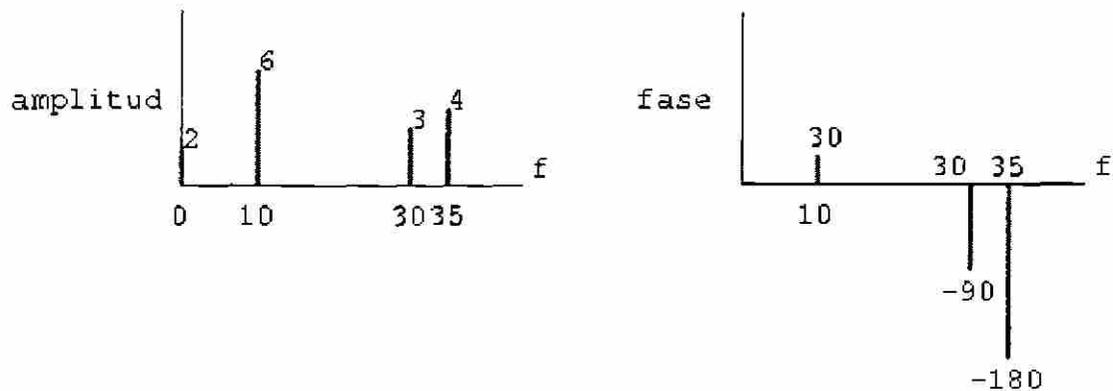


Figura 4.3 Espectro de línea de  $2+6\cos(2\pi 10t+30^\circ)+3\sin 2\pi 30t-4\cos 2\pi 35t$

Además de esta representación de un solo lado, existe otra representación espectral que es mucho más útil, la cual es basada en la representación de una senoide como la suma de dos exponentes:

$$A \cos(\omega_0 t + \theta) = \frac{A}{2} e^{j\theta} e^{j\omega_0 t} + \frac{A}{2} e^{-j\theta} e^{-j\omega_0 t} \quad (7)$$

A esta identidad se le llama representación de *fasor conjugado*, su diagrama es mostrado en la figura 5.4a, en el cual existen dos fasores con igual amplitud, pero con ángulos y direcciones de rotación opuestos.

Un espectro de línea generado de una expresión de conjugados complejos debe incluir frecuencias negativas para permitir la rotación en ambas direcciones. Así pues, el *espectro de línea de dos lados*, de la figura 5.4b, la mitad de la amplitud original está asociada con cada frecuencia  $\pm f_0$ .

Las reglas para construir estos espectros son relativamente simples; las líneas de amplitud tienen

simetría par en  $f$ , mientras que las de fase tienen simetría impar.

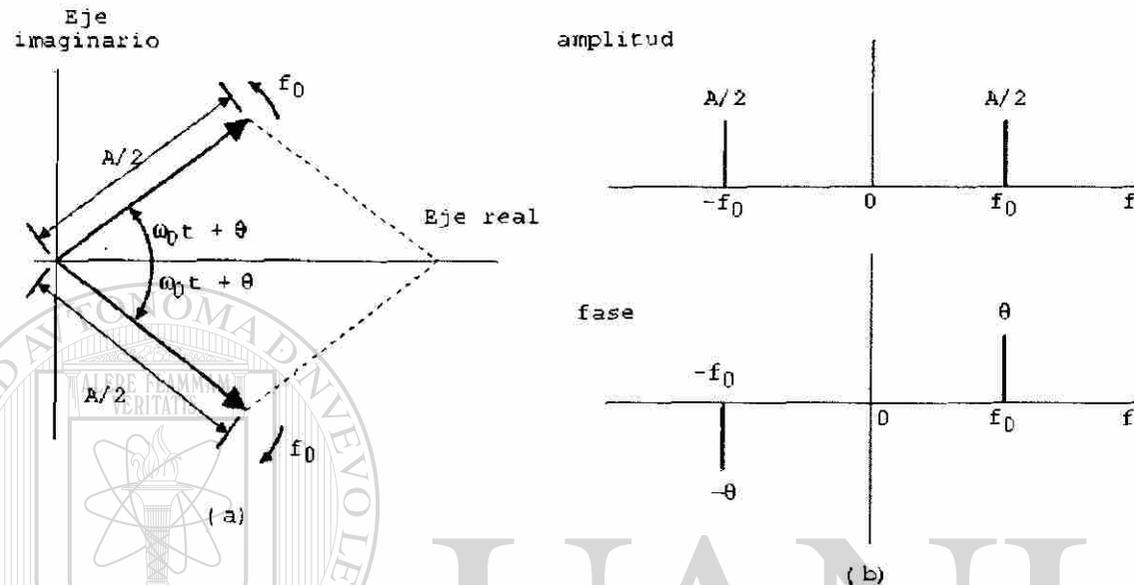


Figura 4.4 (a) Representación de conjugado complejo de  $A \cos(\omega_0 t + \theta)$ ; (b) Espectro de línea de dos lados.

**Ejercicio:** Representar el espectro de línea de dos lados de la señal definida por:

$$w(t) = 2 + 6 \cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3 \sin 2\pi 30t - 4 \cos 2\pi 35t$$

## 4.3 Propiedades de señales

### 4.3.1 Formas de ondas físicas y matemáticas

Para que una forma de onda sea *físicamente realizable* es necesario que cumpla las siguientes condiciones:

- La forma de onda tiene valores diferentes de cero y menores de infinito (significativos) en un periodo de tiempo finito
- El contenido espectral de la forma de onda contiene valores significativos en un segmento finito del espectro
- La forma de onda es una función de tiempo continua
- La forma de onda tiene solo valores reales

Comúnmente para la representación de estas formas de onda se utilizan modelos matemáticos que no satisfacen las condiciones antes mencionadas, esto es debido a la simplificación del análisis matemático, un ejemplo es el mostrado en la figura 4.5.

En este ejemplo, el modelo matemático asume que la forma de onda física existe en estado constante a lo largo del tiempo, esto implica que si hacemos un análisis espectral de éste modelo, obtenemos casi todos los resultados correctos exceptuando los componentes de muy

alta frecuencia. La potencia promedio calculada con el modelo da el valor correcto de la potencia promedio en un lapso de tiempo definido. La energía total de la señal del modelo matemático será infinita debido a que su duración es infinita, mientras que en el modelo físico será finita.

Debido a las características de estas señales, se puede resumir que las formas de onda matemáticas son señales de potencia debido a que su potencia es finita y su energía es infinita, y las formas de onda físicas son señales de energía ya que su energía es finita.

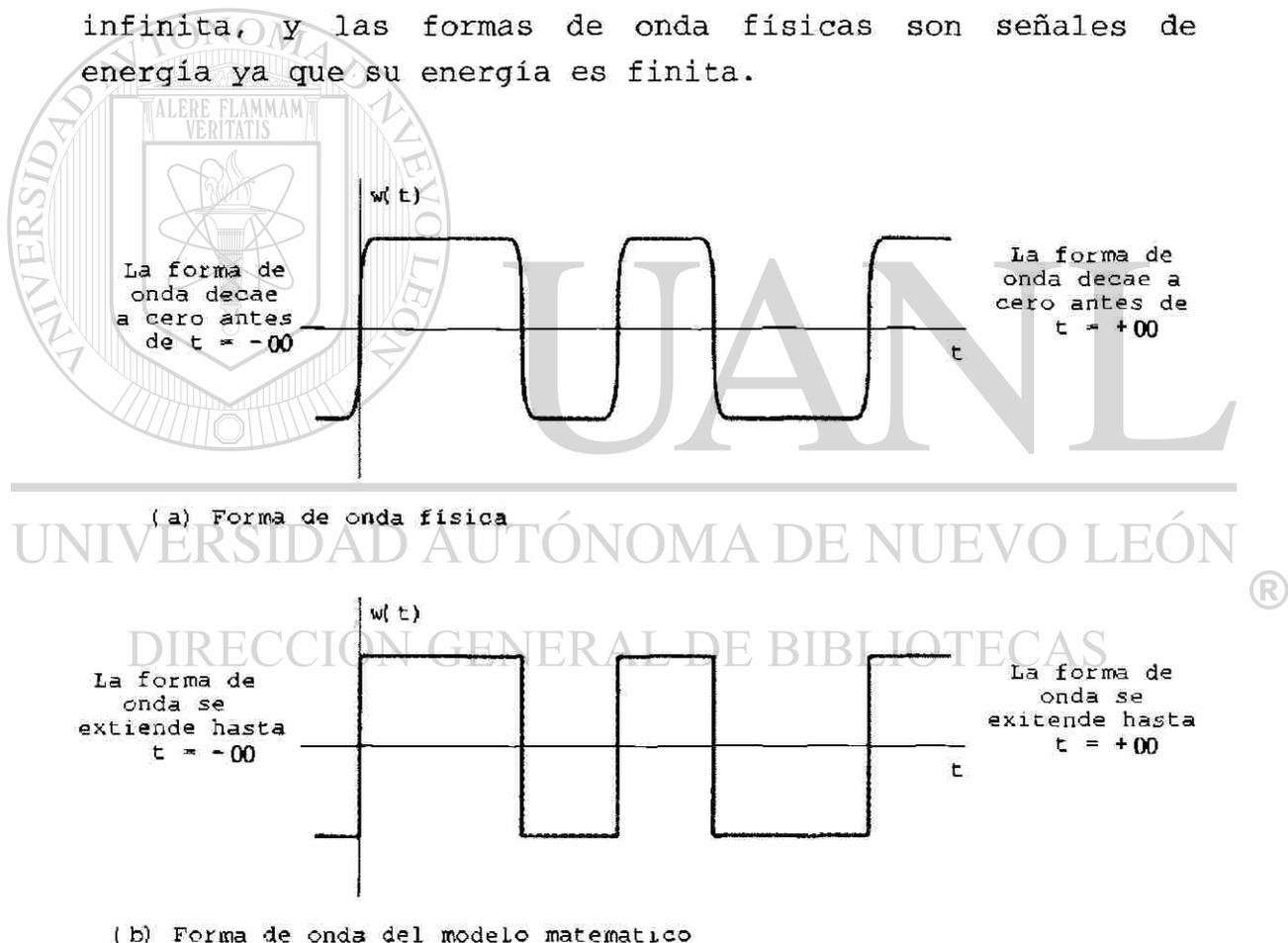


Figura 4.5 Formas de onda físicas y matemáticas

### 4.3.2 Funciones periódicas

Una *función periódica* se puede definir como una función en la que se cumple la siguiente condición para todo valor de  $t$ :

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

La constante mínima  $T$  que satisface la ecuación (8) se le conoce como *periodo fundamental* de la función. Un ejemplo de una función periódica se muestra en la figura 5.6:

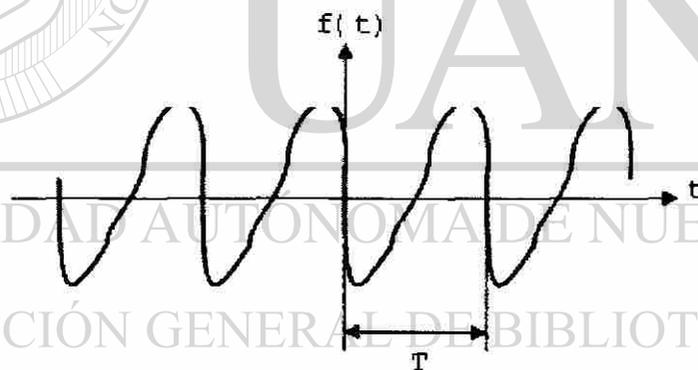


Figura 5.6 Función periódica

**Ejercicio:** Encontrar si las funciones:

1.  $f_1(t) = \cos 10t + \cos(10 + \pi)t$

2.  $f_2(t) = \cos \frac{t}{3} + \cos \frac{t}{4}$

3.  $f_3(t) = (10 \cos t)^2$

son funciones periódicas

### 4.3.3 Operador promedio

El operador promedio en tiempo está definido por:

$$\langle [\cdot] \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [\cdot] dt \quad (9)$$

Este operador puede ser utilizado en formas de onda tanto periódicas como no periódicas para obtener características útiles en el análisis de señales matemáticas.

Si la forma de onda en cuestión es periódica, el operador de promedio en el tiempo se reduce a:

$$\langle [\cdot] \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} [\cdot] dt \quad (10)$$

Algunas de las formulas en la cual interviene el operador de promedio en el tiempo se muestran a continuación:

®

#### 4.3.3.1 Valor de cd

El valor de corriente directa de una forma de onda  $w(t)$  está dada por su tiempo promedio  $\langle w(t) \rangle$

$$W_{cd} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} w(t) dt \quad (11)$$

Si se desea obtener el valor de cd en sólo un intervalo finito, esta ecuación se convierte en:

$$W_{cd} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} w(t) dt \quad (12)$$

#### 4.3.3.2 Potencia

si  $v(t)$  es el voltaje a través de un circuito e  $i(t)$  es la corriente en una de las terminales. La potencia instantánea está dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (13)$$

Y la potencia promedio está dada por:

$$P = \langle p(t) \rangle = \langle v(t)i(t) \rangle \quad (14)$$

**Ejercicio:** Dados el voltaje  $v(t)=V\cos\omega_0 t$  y la corriente  $i(t)=I\cos\omega_0 t$  determinar la potencia promedio  $P=\langle v(t)i(t)\rangle$  .

#### 4.3.3.3 Valor de raíz media cuadrática (rms) y potencia normalizada

El valor de la raíz media cuadrática (rms) de  $w(t)$  está dado por

$$W_{rms} = \sqrt{\langle w^2(t) \rangle} \quad (15)$$

Si una carga es resistiva, la cual nos produce un factor de potencia unitario, la potencia promedio está dada por

$$P = \frac{\langle v^2(t) \rangle}{R} = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (16)$$

$$P = \langle i^2(t) \rangle R = I_{rms}^2 R$$

Con frecuencia se utiliza el concepto de *potencia normalizada*, en el cual se supone una resistencia de  $1 \Omega$ . Esto es muy útil ya que en los cálculos relacionados con señal a ruido  $R$  se elimina automáticamente, permitiendo así la relación correcta.

Si es requerido el valor real de la potencia, se puede obtener mediante la "desnormalización" de éste valor

normalizado.

Ya habiendo definido esto, la potencia normalizada está dada por:

$$P = \langle w^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} w^2(t) dt \quad (17)$$

dónde  $w(t)$  representa una forma de voltaje o de corriente.

En algunos casos nos es de interés la relación entre dos potencias normalizadas, por ejemplo, para obtener la ganancia de un circuito

$$A = \frac{P_2}{P_1} \quad (18)$$

Esta relación se maneja sin unidades debido a la división de potencias. Frecuentemente es más conveniente no especificar esta división directamente, sino como una cantidad logarítmica definida por

$$K = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \quad (19)$$

Como la relación (18), la cantidad  $K$  no tiene unidades. Sin embargo, es conveniente utilizar el término *decibel* como su unidad.

Las ventajas de utilizar esta notación son muchas, entre ellas se pueden mencionar:

- Las razones de potencia muy altas se pueden expresar

con números relativamente pequeños.

- Si las razones de potencia se multiplican, solo es necesario sumar las razones logarítmicas.

Existen casos en los cuales existen cargas resistivas de igual impedancia, en estos casos, la ecuación (19) se convierte en:

$$K = 20 \log \frac{V_{rms2}}{V_{rms1}} \quad (20)$$

$$K = 20 \log \frac{I_{rms2}}{I_{rms1}}$$

Al igual que en el caso de la potencia, esta relación no tiene unidades, y comúnmente se utiliza el decibel como su unidad de medida.

Hay casos en los cuales se desean utilizar niveles de potencia o de voltaje absolutos como referencia, para ello, se utilizan otras unidades adicionales las cuales se enlistan a continuación:

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Referencia	Unidades
Watts (W)	dbW
MiliWatts (mW)	dbm
MicroWatts ( $\mu$ W)	db $\mu$
Volts (V)	dbV
MimiVolts (mV)	dbmV
MicroVolts ( $\mu$ V)	db $\mu$ V

**Tabla 4.1** Niveles en decibeles con respecto a diversos valores absolutos

#### 4.4 Serie de Fourier

La mayor parte de las funciones periódicas se pueden representar como sumas infinitas de formas de ondas sinusoidales. Esta sumatoria, es llamada *Serie de Fourier*, y puede ser escrita de muchas formas, Una de las cuales es la siguiente:

$$v(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{2\pi nt}{T_0} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \frac{2\pi nt}{T_0} \quad (21)$$

Dónde la constante  $A_0$  es el valor promedio de  $v(t)$  dado por

$$A_0 = \frac{1}{T_0} \int_{\tau_0} v(t) dt \quad (22)$$

Y los coeficientes  $A_n$  y  $B_n$  están dados por

$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_{\tau_0} v(t) \cos \frac{2\pi nt}{T_0} dt \quad (23)$$

$$B_n = \frac{2}{T_0} \int_{\tau_0} v(t) \sin \frac{2\pi nt}{T_0} dt$$

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Dónde:  $\int_{\tau_0}$  Se refiere a la integración en todo el periodo de la forma de onda.

Debido a que la serie de Fourier es una suma de componentes armónicos y se pueden convertir las funciones seno a coseno, la serie se puede escribir de una forma alterna:

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \left( \frac{2\pi nt}{T_0} - \phi_n \right) \quad (24)$$

En la cual los coeficientes  $C_0$ ,  $C_n$  y  $\phi_n$  están relacionados con los coeficientes  $A_0$ ,  $A_n$  y  $B_n$  por las ecuaciones

$$\begin{aligned} C_0 &= A_0 \\ C_n &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ \phi_n &= \tan^{-1} \frac{B_n}{A_n} \end{aligned} \quad (25)$$

Observando las ecuaciones anteriores, la serie de Fourier consiste de una suma de componentes armónicamente relacionados con una frecuencia fundamental  $f_0 = 1/T_0$ .

Los coeficientes  $C_n$  son conocidos como *amplitudes espectrales* de las *componentes espectrales*  $\cos(2\pi n f_0 t - \phi_n)$  con frecuencia  $n f_0$ .

Debido a la identidad de Euler (7), la serie de Fourier se puede escribir en forma exponencial compleja, la cual es muy utilizada en el análisis de señales

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(n f_0) e^{j2\pi n t / T_0} \quad (26)$$

En la cual los coeficiente  $c(n f_0)$  están definidos por

$$c(n f_0) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi n t / T_0} dt \quad (27)$$

Al igual que en el caso de la serie trigonométrica de

Fourier los coeficientes  $c(nf_0)$  representan las *amplitudes espectrales* de los componentes espectrales  $e^{j2\pi n f_0 t}$ .

Nótese que con la serie trigonométrica de Fourier obtenemos un espectro de un lado, mientras que con la serie compleja obtenemos un espectro de dos lados.

#### 4.5 Función de muestreo

Como un ejemplo de la obtención del espectro de una función periódica consideremos la señal de la figura 5.7, llamada tren de pulsos rectangulares.

Para calcular los coeficientes complejos  $c(nf_0)$  tomamos el rango de integración de  $-T_0/2$  a  $T_0/2$  y observamos que la función está definida como:

$$v(t) = \begin{cases} A & |t| < \frac{\tau}{2} \\ 0 & |t| > \frac{\tau}{2} \end{cases}$$

dónde  $\tau$  es la duración del pulso y  $A$  es la amplitud.

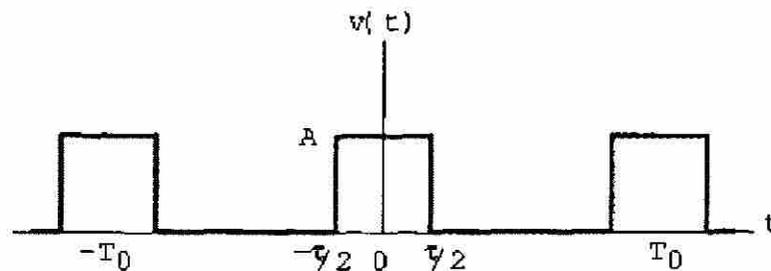


Figura 4.7 Tren de pulsos rectangular

Calculando los coeficientes de la serie de Fourier:

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt$$

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j2\pi n f_0 t} dt$$

$$c(nf_0) = \frac{A}{-j2\pi n f_0 T_0} (e^{-j\pi n f_0 t} - e^{j\pi n f_0 t})$$

pero  $f_0 T_0 = 1$  y  $\sin \phi = \frac{e^{j\phi} - e^{-j\phi}}{2j}$ , entonces:

$$c(nf_0) = \frac{A}{n\pi} \sin n\pi f_0 \tau$$

Aquí es dónde se define la función *sinc*, la cual está definida por:

$$\text{sinc}(x) \triangleq \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \quad (28)$$

Existe una definición alterna, conocida por la función de muestreo:

$$\text{Sa}(x) \triangleq \frac{\sin x}{x} \quad (29)$$

$$\text{sinc}(x) = \text{Sa}(\pi x)$$

Habiendo definido esto, podemos escribir los coeficientes como:

$$c(nf_0) = \frac{A f_0 \tau}{n \pi f_0 \tau} \sin n \pi f_0 \tau$$

$$c(nf_0) = A f_0 \tau \text{sinc}(n f_0 \tau)$$

#### 4.6 Teorema de Potencia de Parseval

Este teorema establece que la potencia promedio  $P$  de una señal periódica está relacionada con sus coeficientes de Fourier.

Para demostrar este teorema, utilizamos la ecuación (10) para definir la potencia promedio en una forma de una periódica:

$$P = \langle |v(t)|^2 \rangle = \frac{1}{T_0} \int_{\tau_0} |v(t)|^2 dt \quad (30)$$

Debido a que en  $v(t)$  se utiliza el cuadrado de un valor absoluto, este valor se puede sustituir por  $|v(t)|^2 = v(t)v^*(t)$

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) v^*(t) dt \quad (31)$$

Ahora sustituyendo  $v^*(t)$  por su serie de Fourier

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} c^*(nf_0) e^{-j2\pi nf_0 t} \right] dt \quad (32)$$

Intercambiando el orden de la sumatoria y la integral

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{T_0} \int_{T_0} v(t) e^{-j2\pi nf_0 t} dt \right] c^*(nf_0) \quad (32)$$

Aquí observamos que el término dentro de los paréntesis cuadrados es equivalente a los coeficientes de la serie de Fourier compleja; habiendo establecido esto, podemos sobrecribir la ecuación como:

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) c^*(nf_0) \quad (33)$$

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c(nf_0)|^2$$

En conclusión, el teorema de potencia de Parseval, especifica que la potencia promedio de una señal periódica es igual a la suma de las amplitudes de todos los componentes armónicos de la señal elevados al cuadrado.

#### 4.7 Transformada de Fourier

Así como la serie de Fourier es utilizada para el análisis de señales periódicas en el dominio de la frecuencia, existe una herramienta para el análisis de señales no periódicas la cual se describe a continuación

Para definir este método de análisis, construimos una señal  $g(t)$  utilizando una señal periódica, la cual denotaremos por  $g_p(t)$ , que tenga un periodo  $T_0$  que defina un solo ciclo, como se ilustra en la figura 5.8.

Esto se logra haciendo el periodo de la función periódica infinito.

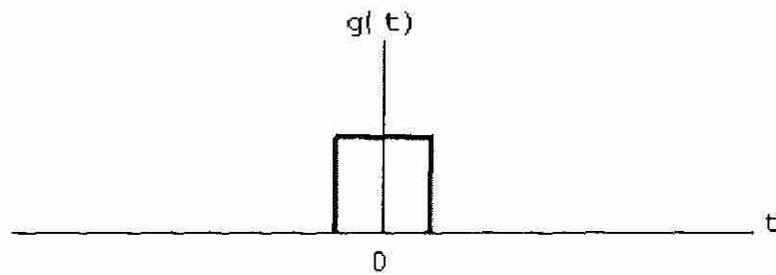
$$g(t) = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} g_p(t) \quad (34)$$

Representando esta función en series de Fourier

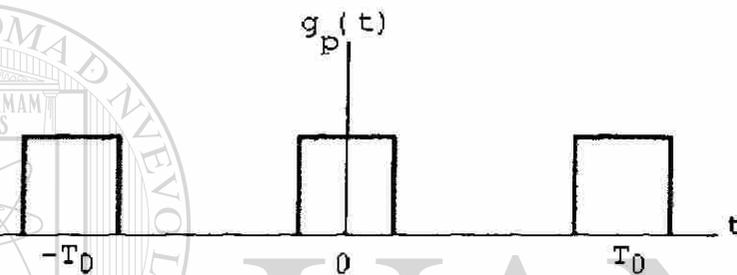
$$g_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) e^{\frac{j2\pi nt}{T_0}} \quad (35)$$

Donde

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} g_p(t) e^{-\frac{j2\pi nt}{T_0}} dt \quad (36)$$



(a)



(b)

**Figura 4.8** Construcción de una función periódica a partir de una función definida arbitrariamente en tiempo

Definiendo además las siguientes igualdades

$$\Delta f = \frac{1}{T_0} \quad f_n = \frac{n}{T_0} \quad G(f_n) = c(nf_0)T_0$$

Aplicando estas igualdades a la ecuación (35) y (36)

$$g_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} G(f_n) e^{j2\pi f_n t} \Delta f \quad (37)$$

Y

$$G(f_n) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} g_p(t) e^{-j2\pi f_n t} dt \quad (38)$$

Suponiendo que el periodo  $T_0$  se aproxima al infinito, y  $\Delta f$  se aproxima a cero, se ve que la frecuencia discreta  $f_n$ , se convierte en frecuencia continua  $f$  y que la suma discreta se convierte en una integral, además la función  $g_p(t)$  se convierte en  $g(t)$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{j2\pi ft} df \quad (39)$$

En la cual  $G(f)$  equivale a

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (40)$$

La función  $G(f)$  es la versión transformada de  $g(t)$  y se le conoce como *Transformada de Fourier* de  $g(t)$ . Similarmente a la función  $g(t)$  se le conoce como *Transformada Inversa de Fourier*. En conjunto a estas dos funciones se les conoce como *par de transformadas*.

Para indicar una transformación de Fourier se utiliza el símbolo  $\mathcal{F}$  :

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$G(f) = \mathcal{F}[g(t)]$$

$$g(t) = \mathcal{F}^{-1}[G(f)]$$

En la cual  $\mathcal{F}$  indica transformada de Fourier, y  $\mathcal{F}^{-1}$  indica transformada inversa de Fourier.

Además existe otra manera de representar la transformada:

$$g(t) \Leftrightarrow G(f)$$

En dónde  $\Leftrightarrow$  indica transformación

En el apéndice A se muestran los pares más comunes de transformadas de Fourier.

#### 4.8 Condiciones de Dirichlet

Para que una forma de onda  $g(t)$  sea transformable en Fourier, es necesario que cumpla las siguientes condiciones:

- En cualquier intervalo de tiempo de ancho finito, la función  $g(t)$  es de un solo valor con un número finito de máximos y mínimos y el número de discontinuidades es finito.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

- La función  $g(t)$  es absolutamente integrable. Esto es,

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)| dt < \infty \quad (41)$$

A estas condiciones se les conoce como condiciones de Dirichlet.

Aunque estas condiciones son suficientes, no son necesarias. Existen casos en los cuales las condiciones de Dirichlet no se cumplen, y aún así existe la transformada de Fourier de la función.

Una condición suficiente para la existencia de la transformada de Fourier es

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 dt < \infty \quad (42)$$

Esta es la condición de energía finita que se satisface por todas las formas de onda físicamente realizables. Debido a esto, todas las formas de onda físicas que se presentan en la práctica son transformables en Fourier.

## 4.9 Propiedades de la transformada de Fourier

En las siguientes secciones se analizarán algunas propiedades útiles de la transformada de Fourier, el listado completo de estas propiedades se proporcionan en el apéndice A.

### 4.9.1. Linealidad

Este teorema establece que las combinaciones lineales en el dominio del tiempo se convierten a combinaciones lineales en el dominio de la frecuencia.

Sea  $g_1(t) \Leftrightarrow G_1(f)$  y  $g_2(t) \Leftrightarrow G_2(f)$ , entonces para cualquier constante, tenemos

$$ag_1(t) + ag_2(t) \Leftrightarrow aG_1(f) + aG_2(f) \quad (43)$$

**Ejemplo: Pulso exponencial doble**

Consideremos un pulso exponencial doble definido por

$$g(t) = \begin{cases} e^{-t} & t > 0 \\ 1 & t = 0 \\ e^t & t < 0 \end{cases}$$

$$g(t) = e^{-|t|}$$

Este pulso puede ser representado como una suma truncada de un pulso exponencial que decae y uno que crece.

Definiendo los siguientes pares de transformadas:

$$e^{-t}u(t) \Leftrightarrow \frac{1}{1+j2\pi f} \quad (44)$$

$$e^t u(-t) \Leftrightarrow \frac{1}{1-j2\pi f} \quad (45)$$

Aplicando estos pares de transformadas y aplicando el teorema de linealidad a esta función, encontramos la transformada de Fourier:

$$G(f) = \frac{1}{1+j2\pi f} + \frac{1}{1-j2\pi f}$$

$$G(f) = \frac{2}{1+(2\pi f)^2}$$

Así que con esta ejemplo definimos otro par de transformada:

$$e^{-|t|} \leftrightarrow \frac{2}{1+(2\pi f)^2} \quad (46)$$

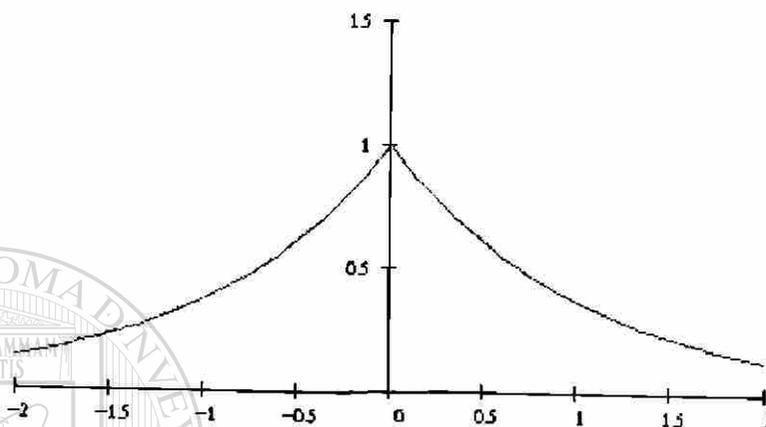
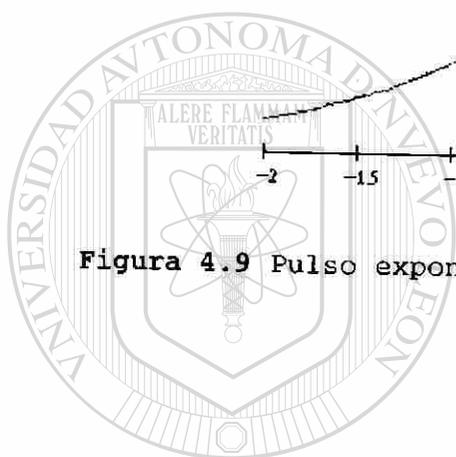


Figura 4.9 Pulso exponencial doble



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 4.9.2 Escalado en tiempo

Como primer punto, partiendo de una función  $g(t)$  en la cual realizamos escalado en tiempo, obtenemos su transformada

$$\mathcal{F}[g(at)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(at) e^{-j2\pi ft} dt \quad (47)$$

Si hacemos un cambio de variable  $\tau = at$ , Tenemos dos situaciones: una en la cual  $a$  es positivo, y otra en la cual es negativo. Si  $a > 0$ , tenemos que

$$\mathcal{F}[g(at)] = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-j2\pi(\frac{f}{a})\tau} d\tau$$

$$\mathcal{F}[g(at)] = \frac{1}{a} G\left(\frac{f}{a}\right)$$

Por el contrario, si  $a$  es negativo, tenemos

$$\mathcal{F}[g(at)] = -\frac{1}{a} \int_{\infty}^{-\infty} g(\tau) e^{-j2\pi(\frac{f}{a})\tau} d\tau$$

$$\mathcal{F}[g(at)] = -\frac{1}{a} G\left(\frac{f}{a}\right)$$

Tomando ambos casos en conjunto, tenemos el par de transformadas

$$\mathcal{F}[g(at)] = \frac{1}{|a|} G\left(\frac{f}{a}\right) \quad (48)$$

### 4.9.3 Dualidad

Si partimos de el teorema de la transformada inversa de Fourier escribiéndola de la forma

$$g(-t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{-j2\pi ft} df \quad (49)$$

Al intercambiando las variables  $t$  y  $f$ , obtenemos

$$g(-f) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (50)$$

El cual se puede representar como:

$$G(t) \Leftrightarrow g(-f) \quad (51)$$

**Ejercicio:**

Considere una función de frecuencia de un solo lado  $G(f)$ , definida por

$$G(f) = \begin{cases} e^{-f} & f > 0 \\ 1/2 & f = 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases}$$

Aplicando el teorema de dualidad de la transformada de Fourier, escriba su transformada inversa.

#### 4.9.4 Desplazamiento en tiempo

Para demostrar este teorema, es necesario realizar un cambio de variable que nos representa el desplazamiento en el tiempo, el cual representaremos por  $\tau = t - t_d$

$$\mathcal{F}[g(t - t_d)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - t_d) e^{-j2\pi ft} dt$$

$$\mathcal{F}[g(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-j2\pi f(\tau + t_d)} d\tau$$

$$\mathcal{F}[g(\tau)] = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \right] e^{-j2\pi ft_d}$$

Básicamente la integral dentro de los paréntesis es la función  $G(f)$ , debido a esto la ecuación se puede reescribir como

$$g(t - t_d) \Leftrightarrow G(f) e^{-j2\pi ft_d} \quad (52)$$

La cual se conoce como propiedad de desplazamiento en

el tiempo.

#### 4.9.5 Desplazamiento en frecuencia

Utilizando el teorema de la dualidad, se puede aplicar a la ecuación (52) para obtener

$$g(t)e^{j2\pi f_d t} \Leftrightarrow G(f-f_d) \quad (52)$$

A este teorema se le conoce como *desplazamiento en frecuencia*, debido a que al multiplicar una función por  $e^{j2\pi f_d t}$  causa que su espectro sea desplazado en frecuencia por un factor de  $f_d$ .

Por su naturaleza compleja, no existe una función  $e^{j2\pi f_d t}$  en el mundo real, mas sin embargo, es muy común encontrar señales de la forma  $v(t)\cos(2\pi f_d t + \theta)$ , si hacemos una extensión de la ecuación (52), obtenemos el siguiente *teorema de modulación*:

$$g(t)\cos(2\pi f_d t + \theta) \Leftrightarrow \frac{e^{j\theta}}{2} G(f-f_d) + \frac{e^{-j\theta}}{2} G(f+f_d) \quad (53)$$

En otras palabras, el espectro es desplazado hacia arriba y hacia abajo en frecuencia por un factor de  $f_d$ .

#### 4.9.6 Diferenciación en el dominio del tiempo

Para derivar el teorema de derivación, reemplazamos  $g(t)$  por la integral de la transformada inversa e intercambiamos el orden de las operaciones:

$$\frac{d}{dt}g(t) = \frac{d}{dt} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{j2\pi ft} df \right]$$

$$\frac{d}{dt}g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) \left( \frac{d}{dt} e^{j2\pi ft} \right) df$$

$$\frac{d}{dt}g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [j2\pi f G(f)] e^{j2\pi ft} df$$

Recordando el teorema de la integral de Fourier, recordamos que la parte entre paréntesis cuadrados debe de

ser  $\mathcal{F} \left[ \frac{dg(t)}{dt} \right]$ , así que

$$\frac{d}{dt}g(t) \Leftrightarrow j2\pi f G(f) \quad (54)$$

O por iteración

$$\frac{d^n}{dt^n}g(t) \Leftrightarrow (j2\pi f)^n G(f) \quad (55)$$

#### Ejemplo: Pulso Gaussiano

Sea  $g(t)$  un pulso en función del tiempo, y  $G(f)$  su transformada de Fourier. Si diferenciamos en el dominio de la frecuencia obtenemos el teorema dual de (54)

$$-j2\pi f g(t) \Leftrightarrow \frac{d}{df} G(f) \quad (56)$$

Si dividimos ambos términos entre  $j$

$$-2\pi t g(t) \Leftrightarrow \frac{1}{j} \frac{d}{df} G(f) \quad (57)$$

Supongamos que la función  $g(t)$  satisface la ecuación de primer orden

$$\frac{d}{dt} g(t) = -2\pi t g(t) \quad (58)$$

Tomando en cuenta esta suposición, podemos reescribir (54) como

$$-2\pi t g(t) \Leftrightarrow j2\pi f G(f) \quad (59)$$

Igualando con (57) obtenemos

$$\frac{1}{j} \frac{d}{df} G(f) = j2\pi f G(f) \quad (60)$$

Y debido a que  $j^2 = -1$

$$\frac{d}{df} G(f) = -2\pi f G(f) \quad (61)$$

Habiendo definido esto, podemos expresar que si una función satisface la ecuación diferencial de primer orden (58), entonces su transformada de Fourier  $G(f)$  debe satisfacer la ecuación diferencial de primer orden (61). Estas condiciones implican que la función  $G(f) = g(f)$ , resolviendo  $g(t)$  de la ecuación (58)

$$g(t) = e^{-\pi t^2} \quad (62)$$

La función (62) se le conoce como *pulso Gaussiano*, el cual su nombre se deriva de la similitud que existe con la densidad de probabilidad Gaussiana.

Para finalizar éste ejemplo, concluimos que la función del pulso Gaussiano es igual a su espectro de frecuencia.

$$e^{-\pi t^2} \Leftrightarrow e^{-\pi f^2} \quad (63)$$

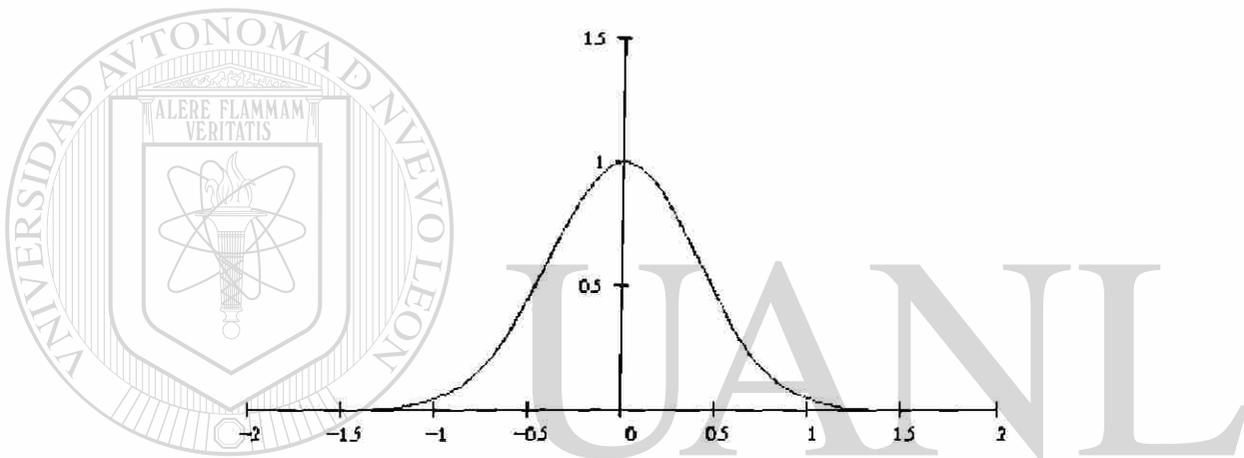


Figura 4.10 Pulso gaussiano

#### 4.9.7 Integración en el dominio del tiempo

Para demostrar este teorema, empezamos escribiendo la transformada de Fourier de una señal integrada, como sigue

$$\mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau\right] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} \int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau \quad (64)$$

Observando esta ecuación, tenemos una integral definida con respecto a la variable  $t$ . Además vemos el integrando correspondiente como el producto de dos funciones de tiempo: una exponencial  $e^{-j2\pi ft}$  y la señal integrada  $\int_{-\infty}^t g(\tau) d\tau$ . Usando integración por partes y asumiendo que

$$G(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) d\tau = 0 \quad (65)$$

Y por último simplificando, obtenemos

$$\int_{-\infty}^t g(t) dt \Leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} G(f) \quad (66)$$

A esta ecuación se le conoce como teorema de integración en el dominio del tiempo. Al usar la condición de  $G(0)=0$  nos aseguramos que la integración de  $g(\tau)$  nos da como resultado cero, al aproximar a  $\tau$  al infinito.

Al dividir la transformada de Fourier  $G(f)$  entre el término  $j2\pi f$  implica que la interacción de  $g(t)$  con respecto al tiempo suprime los componentes de alta frecuencia de  $g(t)$ . Como es esperado, este efecto es el

opuesto al producido al diferenciar  $g(t)$ .

#### 4.9.8 Multiplicación en el dominio del tiempo

Para empezar, denotaremos la transformada de Fourier de  $g_1(t)g_2(t)$  por  $G_{12}(f)$ , esto es

$$g_1(t)g_2(t) \Leftrightarrow G_{12}(f) \quad (67)$$

En la cual

$$G_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)g_2(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (68)$$

En esta ecuación, sustituimos el valor de  $g_2(t)$  por su transformada inversa de Fourier

$$g_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G_2(f')e^{j2\pi f't} df' \quad (69)$$

En la ecuación (68) y obtenemos

$$G_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)G_2(f')e^{-j2\pi(f-f')t} df' dt \quad (70)$$

Si hacemos un cambio de variables  $\lambda = f - f'$  e intercambiando el orden de integración

$$G_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} G_2(f-\lambda) d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} g_1(t)e^{-j2\pi\lambda t} dt \quad (71)$$

La integral de la derecha, es conocida como  $G_1(\lambda)$ , así que se puede reescribir esta ecuación como

$$G_{12}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} G_1(\lambda)G_2(f-\lambda)d\lambda \quad (72)$$

Esta integral se conoce como la *integral de convolución* expresada en el dominio de la frecuencia, además la función  $G_{12}(f)$  es conocida como la *convolución* de  $G_1(f)$  y  $G_2(f)$ .

En resumen, concluimos que la multiplicación de dos señales en el dominio del tiempo es transformada en la convolución de sus transformadas de Fourier en el dominio de la frecuencia. A esta propiedad se le conoce como el *teorema de multiplicación*.

Comúnmente, la convolución se representa de la siguiente manera

---


$$G_{12}(f) = G_1(f) * G_2(f) \quad (73)$$

En la cual, el asterisco (\*) denota convolución.

#### 4.10 Función de Dirac

La función delta Dirac pertenece a una clase especial de funciones llamadas *distribuciones generalizadas* que son definidas por reglas de asignación, que se definen a continuación

$$\delta(t)=0 \quad t \neq 0 \quad (74)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (75)$$

En si, la función delta Dirac (denotada por  $\delta(t)$ ), es definida como una función que tiene una amplitud de cero en todo el dominio, con excepción de  $t=0$ , en el cual es infinitamente grande tal que su área es uno.

Es importante mencionar que no existe ninguna función que satisfaga las condiciones (74) y (75), mas sin embargo, podemos imaginarnos una serie de funciones que sucesivamente tienen picos mas altos y delgados en  $t=0$ , en el cual tiende a infinito.

Un ejemplo, es utilizar un pulso gaussiano con área unitaria

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} e^{-\frac{\pi t^2}{\tau}}$$

Conforme  $\tau$  se aproxima a cero, la función tiende a parecerse a la función delta Dirac.

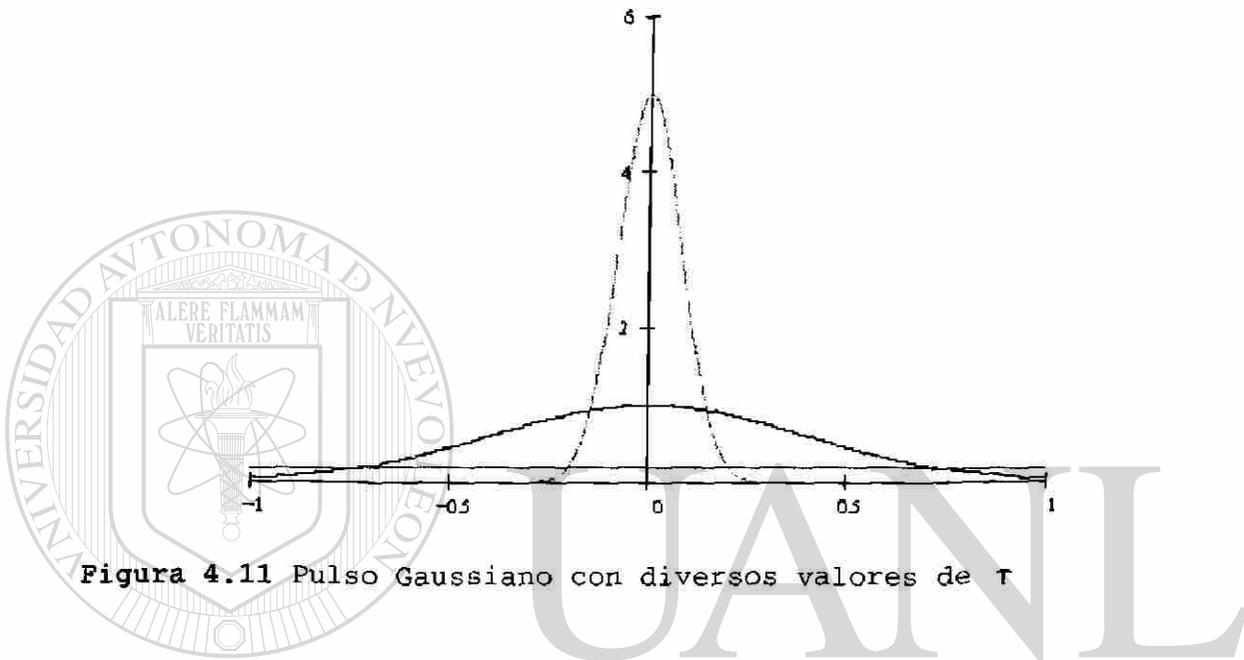


Figura 4.11 Pulso Gaussiano con diversos valores de  $\tau$

#### 4.10.1 Propiedades de la función de Dirac

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Debido a las dos condiciones que definen la función delta Dirac, existen ciertas propiedades de ésta función que se discutirán a continuación

1. La función de dirac es una función par en el dominio del tiempo, esto es

$$\delta(t) = \delta(-t) \quad (76)$$

2. La integral del producto de  $\delta(t)$  y cualquier función

de tiempo  $g(t)$  que es continua en  $t=0$  es igual a  $g(0)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta(t)dt=g(0) \quad (77)$$

A esta función se le conoce como *función de tamizado* (sift) de la función de Dirac, ya que la operación sobre  $g(t)$  tamiza un solo valor de  $g(t)$ , para ser exactos  $g(0)$ .

3. La propiedad de tamizado se puede generalizar con la siguiente ecuación

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)\delta(t-t_0)dt=g(t_0) \quad (78)$$

Ya que la función de Dirac  $\delta(t)$  es una función par de tiempo, podemos reescribir la ecuación (78), de tal manera que se parezca a la integral de convolución

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=g(t) \quad (79)$$

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

O lo que es lo mismo

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

$$g(t)*\delta(t)=g(t) \quad (80)$$

Lo que equivale a que la convolución de cualquier función con la función de Dirac no altera la función original. A esta propiedad se le conoce como *propiedad de replicación* de la función de Dirac.

4. La transformada de Fourier de la función de Dirac esta dada por

$$\mathcal{F}[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

Usando la propiedad de tamizado de la función de Dirac, y debido a que la función exponencial es igual a la unidad en  $t=0$ , obtenemos

$$\mathcal{F}[\delta(t)] = 1$$

La cual nos genera la siguiente par de Transformadas

$$\delta(t) \Leftrightarrow 1 \quad (81)$$

Esta relación nos dice que el espectro de la función de Dirac se extiende uniformemente en todo el rango de frecuencias.

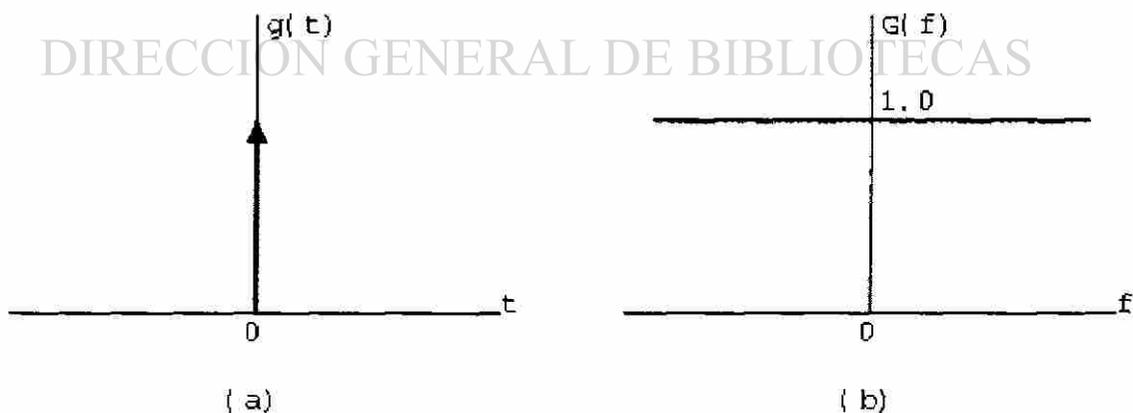


Figura 4.12 (a) Función delta Dirac, (b) Espectro

## 4.10.2 Aplicaciones de la función de Dirac

### 4.10.2.1 Función de dc

Si aplicamos el teorema de la dualidad en el par de transformadas (81), obtenemos

$$1 \Leftrightarrow \delta(f) \quad (82)$$

De este nuevo par de transformadas, deducimos que una señal de dc se transforma al dominio de la frecuencia en una función delta Dirac  $\delta(f)$  con centro en frecuencia cero.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

### 4.10.2.2 Función exponencial compleja

Si aplicamos el teorema de traslación de frecuencia al par de transformadas (82), obtenemos el siguiente par de transformadas

$$e^{j2\pi f_c t} \Leftrightarrow \delta(f - f_c) \quad (83)$$

Para una función compleja exponencial de frecuencia  $f_c$ , la ecuación (83) especifica que para una función exponencial compleja  $e^{j2\pi f_c t}$  es transformada en dominio de la frecuencia en una función delta  $\delta(f-f_c)$  centrada en  $f=f_c$ .

#### 4.10.2.3 Funciones sinusoidales

Consideremos el caso de evaluar la transformada de Fourier de una función coseno  $\cos(2\pi f_c t)$ , como primer paso, usamos la identidad de Euler para sustituir ésta función por dos funciones exponenciales complejas

$$\cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} [e^{j2\pi f_c t} + e^{-j2\pi f_c t}]$$

Utilizando el par de transformadas (83), obtenemos

$$\cos(2\pi f_c t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} [\delta(f-f_c) + \delta(f+f_c)] \quad (84)$$

En resumen, el espectro de una función coseno  $\cos(2\pi f_c t)$  consiste en un par de funciones delta centradas en  $f=\pm f_c$ , los cuales tienen una amplitud de  $\frac{1}{2}$  de la función original.

Similarmente, se observa que una función seno  $\sin(2\pi f_c t)$  está representada por el par de transformadas

$$\sin(2\pi f_c t) \Leftrightarrow \frac{1}{2} j [\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \quad (85)$$

#### 4.10 Transformada de Fourier de funciones periódicas

Previamente, se estudió que usando una serie de Fourier, es posible representar por una suma de exponentes complejos. Además es posible también definir una transformada de Fourier de exponenciales complejos. Habiendo dicho esto, es posible que una función periódica pueda ser representada en términos de una transformada de Fourier, siempre y cuando sea posible incluir funciones delta.

Para la representación de los siguientes teoremas, se utilizará la notación  $g(t)$  para representar una señal no periódica, y la notación  $g_p(t)$  para representar una señal periódica.

Consideremos una señal periódica  $g_p(t)$  de periodo  $T_0$ . Ésta señal es posible representarla en términos de una serie exponencial compleja de Fourier, como se muestra en la siguiente ecuación

$$g_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(nf_0) e^{j2\pi n t / T_0} \quad (86)$$

En la cual los coeficiente  $c(nf_0)$  están definidos por

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} g_p(t) e^{-j2\pi n t / T_0} dt \quad (87)$$

La función periódica puede ser definida una suma infinita de funciones no periódicas, como se muestra a continuación

Sea  $g(t)$  una función parecida a un pulso, la cual equivale a  $g_p(t)$  en un periodo de tiempo y es cero en el resto del tiempo

$$g(t) = \begin{cases} g_p(t) & -T_0/2 \leq t \leq T_0/2 \\ 0 & \text{resto del dominio} \end{cases} \quad (88)$$

Y la suma se representa por

$$g_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(t - mT_0) \quad (89)$$

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Ya que  $g(t)$  no es periódica, es transformable, debido a esto podemos representar

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi n t / T_0} dt \quad (90)$$

La integral de la derecha, es la transformada de Fourier de  $g(t)$  evaluada en  $n/T_0$ , así que esta ecuación se puede sobrescribir como

$$c(nf_0) = \frac{1}{T_0} G\left(\frac{n}{T_0}\right) \quad (91)$$

Y la serie de Fourier (86) se puede reescribir como

$$g_p(t) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G\left(\frac{n}{T_0}\right) e^{j2\pi n t / T_0} \quad (92)$$

Finalmente, utilizando la ecuación (83), obtenemos el siguiente par de transformadas

$$g_p(t) \Leftrightarrow \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} G\left(\frac{n}{T_0}\right) \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (93)$$

#### 4.11 Introducción a las ondeletas

Como se analizó anteriormente el análisis de Fourier nos permite transformar señales del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y viceversa. Una de las limitantes de estas operaciones es que no existe información del otro dominio mientras trabajemos en uno, esto es, si tenemos una señal en el dominio del tiempo, no conocemos nada de la información de las componentes de frecuencia; por el contrario, si tenemos una señal en el dominio de la frecuencia, no conocemos ningún componente del tiempo.

Otra de las limitantes del análisis de Fourier, es que no nos dice cuando existen las componentes de las señales, esto es, trata a todas las señales como señales estacionarias.

Para demostrar esto, consideremos la siguiente señal

$$g(t) = \cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t) \quad (94)$$

Como se puede ver, esta es una señal estacionaria con componentes de frecuencia en 10, 25, 50 y 100 Hz. Al hacer su análisis espectral obtenemos la siguiente ecuación

$$G(f) = \frac{1}{2} [\delta(f-10) + \delta(f-25) + \delta(f-50) + \delta(f-100)] + \dots \quad (95)$$

$$\dots + \frac{1}{2} [\delta(f+10) + \delta(f+25) + \delta(f+50) + \delta(f+100)]$$

Pero lamentablemente, todo esto cambia si se tienen las mismas componentes de frecuencia pero a diferentes tiempos, la cual se representa en la figura 5.15

$$g(t) = \begin{cases} \cos(2\pi 100t) & 0 < t < 300 \text{ ms} \\ \cos(2\pi 50t) & 300 < t < 600 \text{ ms} \\ \cos(2\pi 25t) & 600 < t < 800 \text{ ms} \\ \cos(2\pi 10t) & 800 < t < 1000 \text{ ms} \end{cases} \quad (96)$$

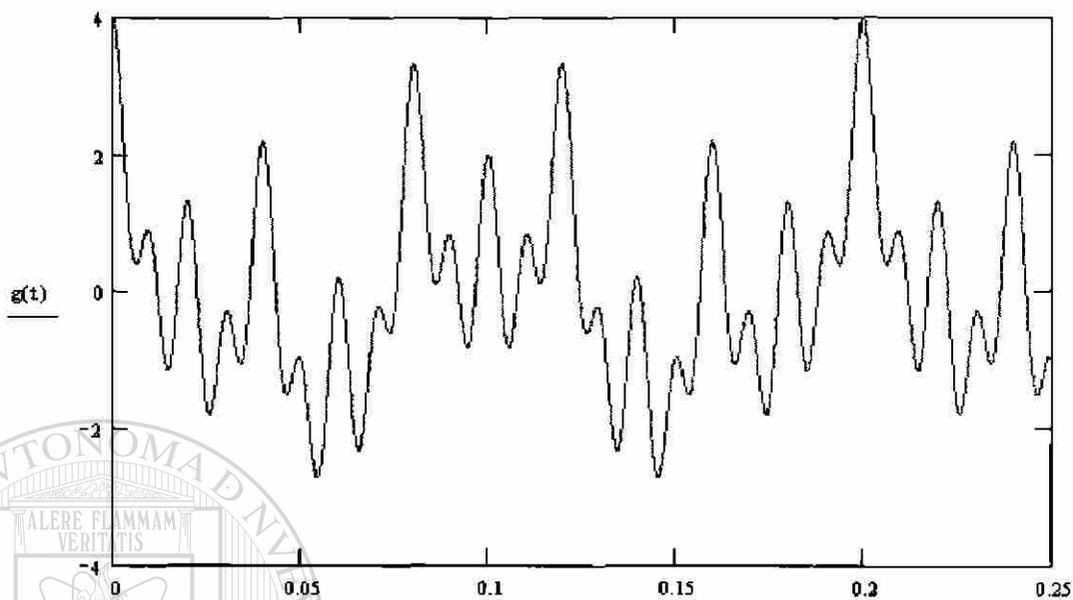


Figura 4.13 Representación de  $\cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \dots$   
 $\dots + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t)$

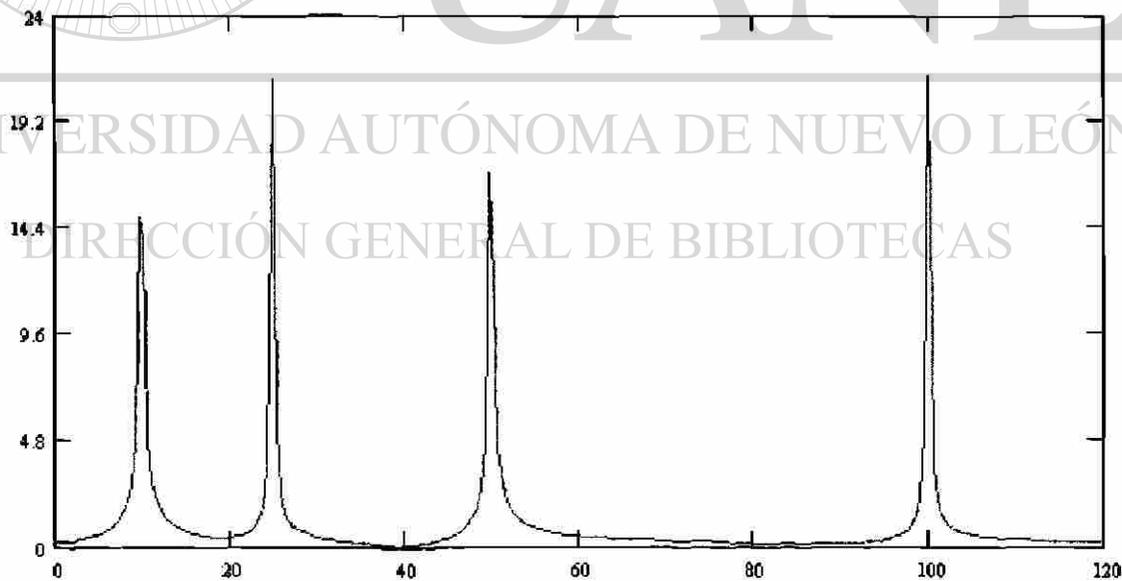


Figura 4.14 Espectro de  $\cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \dots$   
 $\dots + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t)$

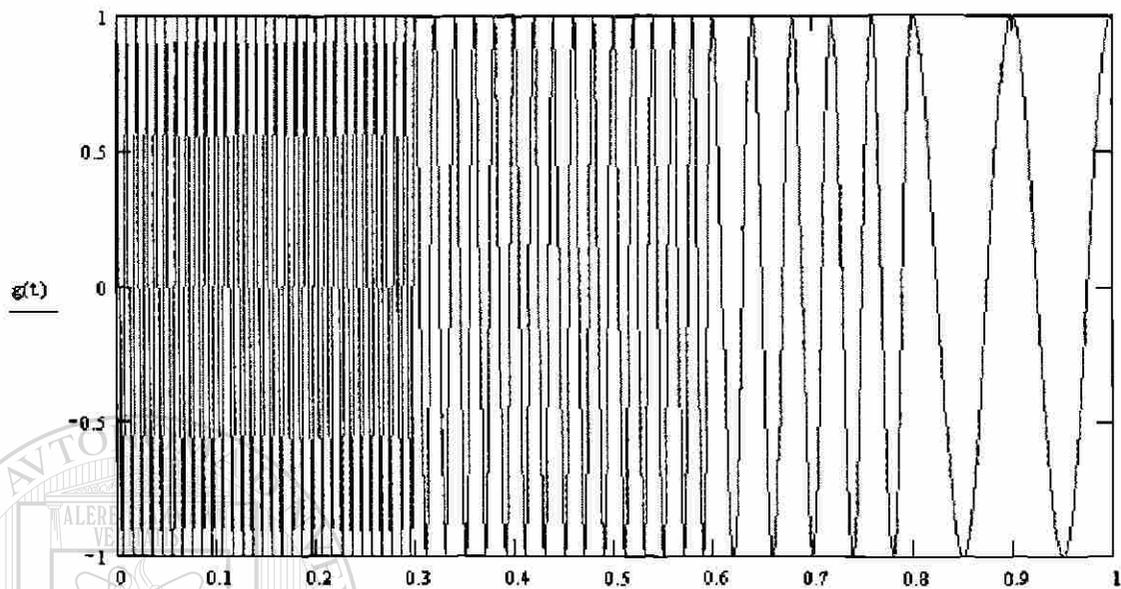


Figura 4.15 Representación de diferentes componentes de frecuencia a diferentes tiempos



Figura 4.16 Espectro de diferentes componentes de frecuencia a diferentes tiempos

Si hacemos el análisis espectral de esta señal (figura 4.16) observamos que existen las mismas componentes de frecuencia, pero en esta ocasión aparecen otras componentes a otras frecuencias.

Estas componentes adicionales aparecen debido a los cambios de frecuencia realizados, además las componentes de frecuencia los observamos que aparecen a lo largo de todo el tiempo, lo cual no es correcto.

Ya que el análisis de Fourier solo nos da los componentes de frecuencia y no nos muestra cuando suceden, es necesario una nueva técnica de análisis.

Existen otras transformadas adicionales que resuelven este problema, entre ellas están la transformada de Fourier de tiempo reducido, las distribuciones Wigner, y la transformada ondeleta (wavelets).

---

Para iniciar el análisis de la transformada ondeleta, iniciaremos analizando la técnica de la transformada de Fourier de tiempo reducido

#### 4.12.1 Transformada de Fourier de tiempo reducido (STFT)

Básicamente la transformada de Fourier de tiempo reducido, es una versión modificada de la transformada de Fourier con la capacidad de analizar pequeños segmentos de señal.

La principal diferencia de la transformada de Fourier a la transformada de Fourier de tiempo reducido, es que la señal es multiplicada por una función de ventana y después de esta operación, se realiza el análisis en dominio de la frecuencia.

La primer ventana inicia cuando empieza la señal, esto es, cuando  $t=0$ , si hacemos que el ancho de esta ventana sea  $\tau$ , entonces la primer ventana estará definida de  $-\tau/2$  a  $\tau/2$ . Al multiplicar esta ventana por la función obtenemos otra función, a la cual al obtener la transformada de Fourier nos da los componentes de frecuencia de la primer ventana.

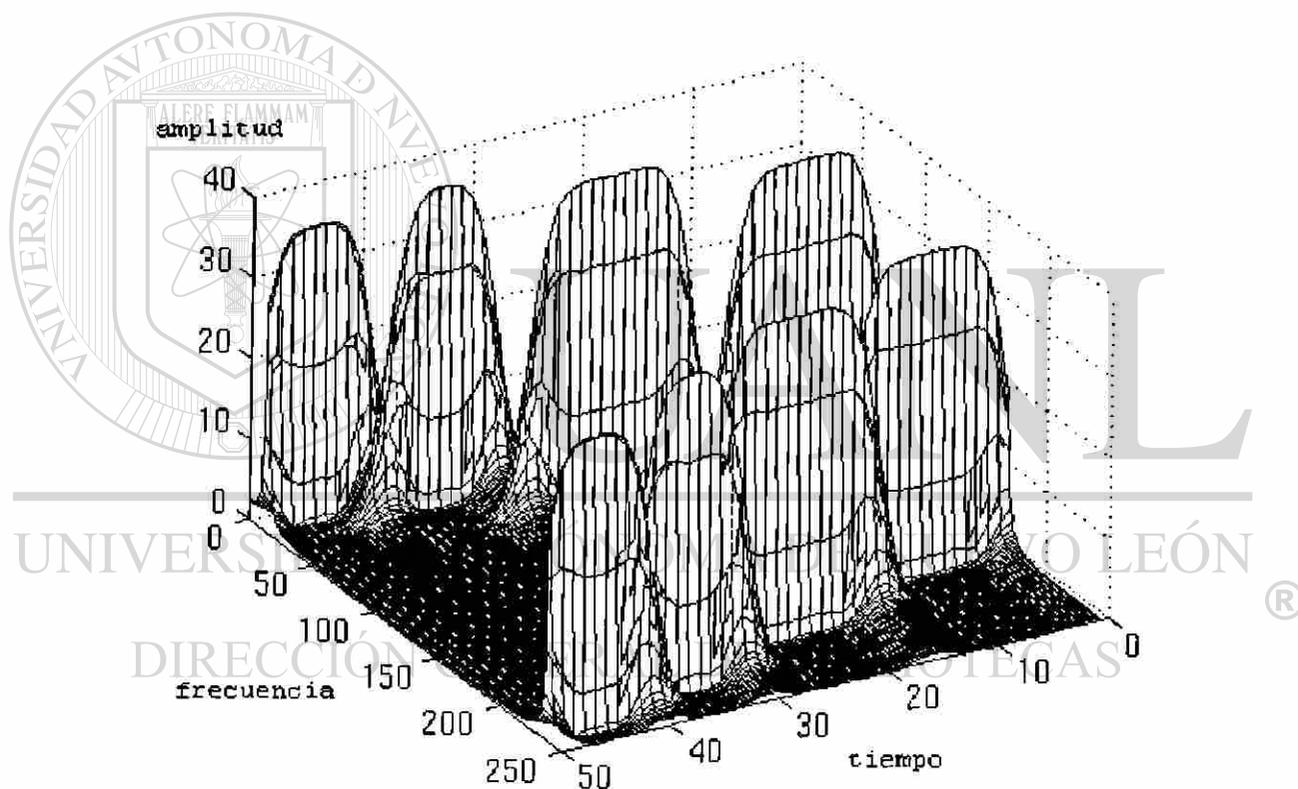
Posteriormente, se realiza de nuevo este procedimiento hasta completar de transformar la señal original.

La representación de la transformada de Fourier de tiempo reducido se muestra a continuación

$$G(\tau, f) = \int g(t)w(t-\tau)e^{j2\pi ft} dt \quad (97)$$

En sí, esta función es la convolución en dominio del tiempo de una función de ventana corrida en tiempo  $w(t-\tau)$  con la función a evaluar.

Si graficamos la transformación de la función representada en la figura 5.15 utilizando el tiempo y la frecuencia en los ejes X e Y, se obtiene una gráfica similar a la de la figura 5.17



**Figura 4.17** Gráfica de transformada de Fourier de tiempo reducido

Al analizar la figura 5.17, se observan dos componentes de frecuencia en cada determinado tiempo, esto no es debido a un error en la transformación, sino es debido a que al transformar una función real se obtienen dos componentes de

frecuencia, una positiva y una negativa.

Esta característica se refleja en esta gráfica al igual que en la del espectro de frecuencias.

Lo importante en esta gráfica es que existen cuatro picos representando diferentes frecuencias a diferentes tiempo, llegando así al resultado esperado.

Después de este análisis podemos concluir que al utilizar la transformada de Fourier de tiempo reducido podemos analizar funciones no estacionarias, lamentablemente esto no es completamente cierto debido al principio de incertidumbre de Heisenberg, el cual especifica que no es posible conocer con exactitud la representación de frecuencia-tiempo de una señal, lo único que se puede saber es en que tiempo ocurren ciertas bandas de frecuencia, lo cual genera un problema de resolución.

---

Debido a este principio, la transformada de Fourier de tiempo reducido tiene una deficiencia que tiene que ver con el ancho de la ventana utilizada, la cual es conocida como el soporte de la ventana.

En la transformada de Fourier conocemos que frecuencias existen, lo cual implica que no existe problema de resolución en el dominio de la frecuencia, además ya que conocemos todos los valores de la señal en cada instante de tiempo, no tenemos problemas de resolución tampoco en el dominio del tiempo, además esto implica que no tenemos información de ninguna frecuencia en el dominio del tiempo, lo cual nos indica una resolución de cero.

Lo que nos genera una resolución de frecuencia perfecta

es que la ventana de análisis está definida en todo el dominio de la frecuencia a diferencia de la ventana utilizada en la transformada de Fourier de tiempo reducido que solo está definida en un periodo definido de tiempo, lo que nos genera que nuestra resolución en frecuencia sea pobre, esto es, que ya no sabemos que componentes de frecuencia existen exactamente, sino solo conocemos que componentes existen en un lapso de tiempo.

De esto deducimos que al hacer la ventana de análisis mas grande tenemos buena resolución en frecuencia, pero poca resolución en tiempo, y al contrario, al hacer la ventana pequeña tenemos buena resolución en tiempo, pero poca resolución en frecuencia.

Debido a estas limitantes necesitamos otra técnica de para poder analizar correctamente señales estacionarias.

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

#### 4.12.2 Análisis en múltiples resoluciones

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

Debido a que los problemas de resolución existen independientemente de la técnica de análisis utilizada, se pueden minimizar utilizando una técnica en la cual se usen diferentes resoluciones para diferentes frecuencias.

Una de estas técnicas involucra utilizar poca resolución en frecuencia a altas frecuencias, y utilizar mucha resolución en frecuencia a baja frecuencias. Esto es útil cuando existen componentes de alta frecuencia en

periodos cortos de tiempo y viceversa. A esta técnica de análisis se le conoce como *análisis en múltiples resoluciones*.

Un ejemplo de esta señal se muestra en la figura 5.18, en la cual existen componentes de alta frecuencia en periodos pequeños de tiempo, y componentes bajas de frecuencia en periodos largos de tiempo.

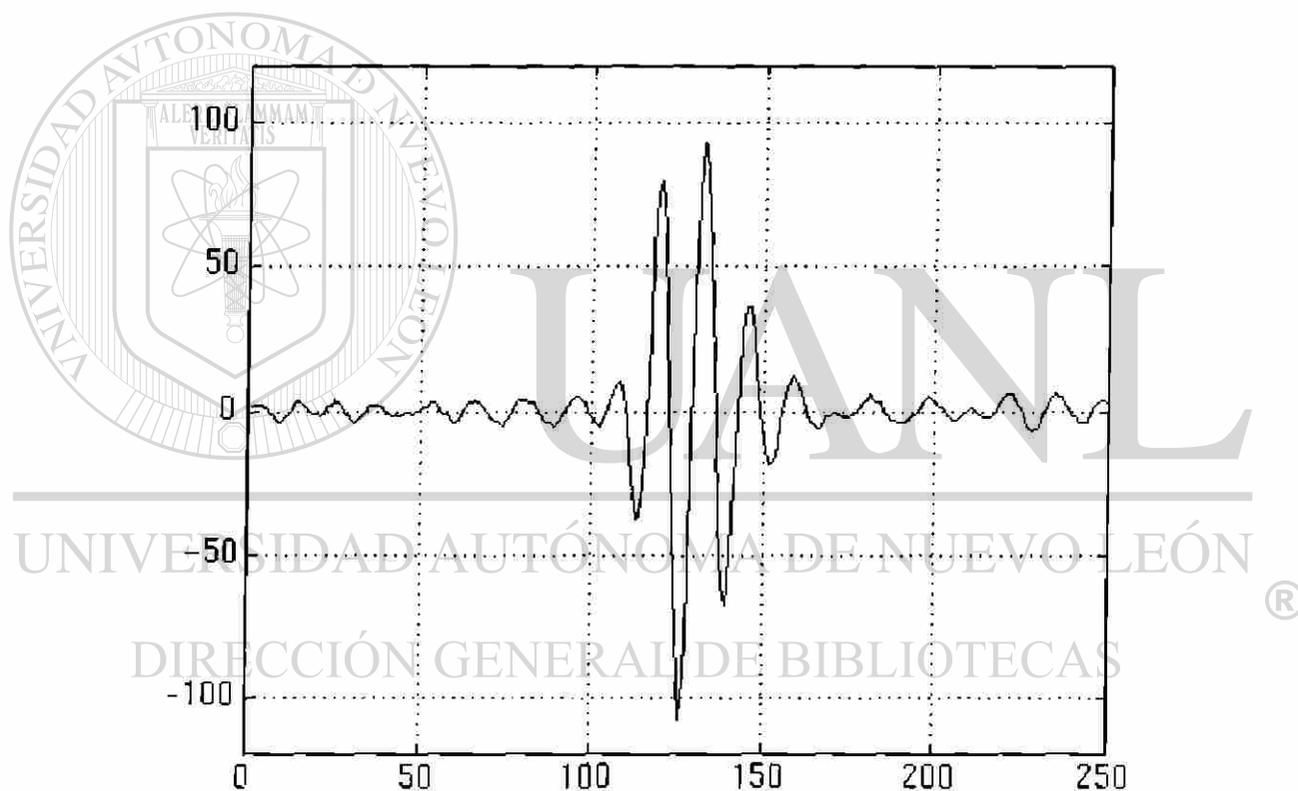


Figura 4.18 Forma de onda de diferentes resoluciones

### 4.13 Transformada de ondeleta continua

La transformada de ondeleta continua fue diseñada como una alternativa a la transformada de Fourier de tiempo reducido para eliminar el problema de la resolución.

El análisis de ondeletas es muy similar al análisis de Fourier, con la diferencia que la función de ventana es en sí una función que se le conoce como *ondeleta*. Adicionalmente, las diferencias principales se enumeran a continuación

\* A las funciones que se le aplica la ventana no se les obtiene la transformada de Fourier, lo que implica que las sinusoides no generan un espectro negativo.

\* El ancho de la ventana es cambiada en cada iteración al analizar cada componente espectral.

La ecuación de la transformada de ondeleta se define en la ecuación (98)

$$y(s, \tau) = \int f(t) \psi_{s, \tau}^*(t) dt \quad (98)$$

Esta ecuación nos muestra que la función  $f(t)$  es descompuesta en un conjunto de funciones básicas  $\psi_{s, \tau}(t)$  llamadas ondeletas, cuyas nuevas dimensiones se conocen como escala y translación.

Estas ondeletas son generadas de una ondeleta básica

única  $\psi(t)$  conocida como *ondeleta madre*, la cual se le puede realizar escalamiento y translación

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (99)$$

Cabe mencionar que el término *ondeleta* significa *onda pequeña*, lo que se refiere a que la función de ventana es de longitud finita. Adicionalmente, el término *ondeleta madre* implica que las diferentes funciones que son utilizadas son obtenidas de una función principal. Dicho de otras palabras, la *ondeleta madre* es un *prototipo* para generar otras funciones de ventana.

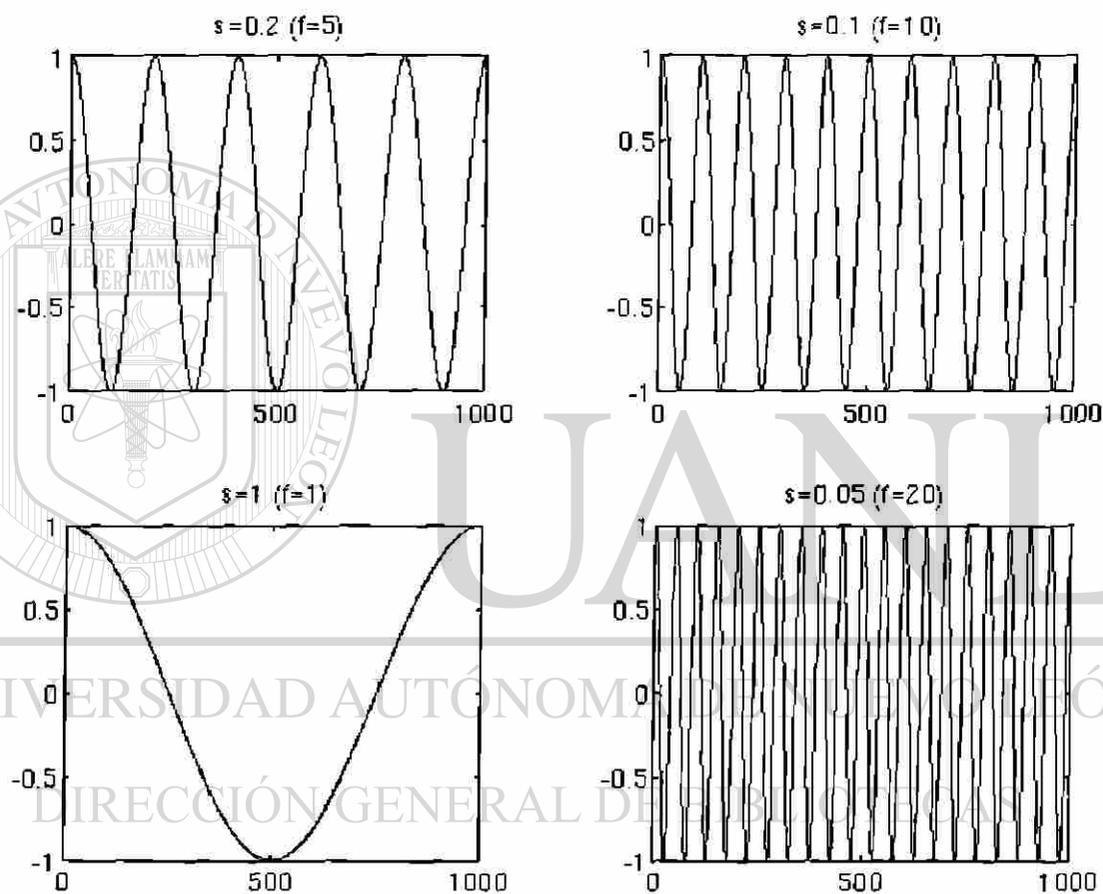
El término *translación* es utilizado de la misma manera que en la transformada de Fourier de tiempo reducido, la cual es relacionada con la localidad de la ventana.

El otro término que se introduce en la definición de las *ondeletas* es la *escala*, el cual se puede comparar como la escala utilizada en los mapas. En términos de *ondeletas* la escala corresponde con el inverso de la frecuencia. Esto es debido a que a bajas frecuencias (escala alta) se tiene la información global de la señal, mientras que a frecuencias altas (escalas bajas) se tiene información detallada de la señal.

Un ejemplo de la representación de escalas es mostrada en la figura 4.19.

En aplicaciones prácticas, las escalas bajas no duran todo el tiempo que dura la señal, sino aparecen como pequeños picos o cambios bruscos, mientras que las escalas altas duran comúnmente a lo largo de toda la señal.

El escalamiento, al ser utilizado como una operación matemática comprime o expande una señal. Esto es, una escala alta corresponde a una señal expandida mientras que una escala baja corresponde a una señal comprimida.

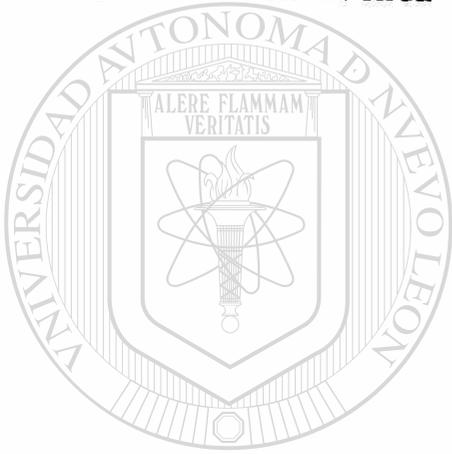


**Figura 4.19** Representación de señal cosenoidal utilizando diferentes escalas

Aplicando esta terminología a una función matemática, si  $f(t)$  es una señal en el dominio del tiempo, entonces  $f(st)$  corresponde a una versión compactada de  $f(t)$  si  $s > 1$  y una versión expandida si  $s < 1$ .

Para el caso de la transformada de ondeletas, debido a que el término de escala se encuentra en el denominador, las condiciones anteriores aplican a lo inverso, esto es, la función es compactada si  $s < 1$  y es expandida si  $s > 1$ .

En conclusión podemos decir que el análisis utilizando ondeletas nos muestra mas información que la que obtendríamos utilizando análisis de Fourier solamente, ya que toma en cuenta el tiempo además de la frecuencia.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo V

### Acoplamiento de RF y filtros

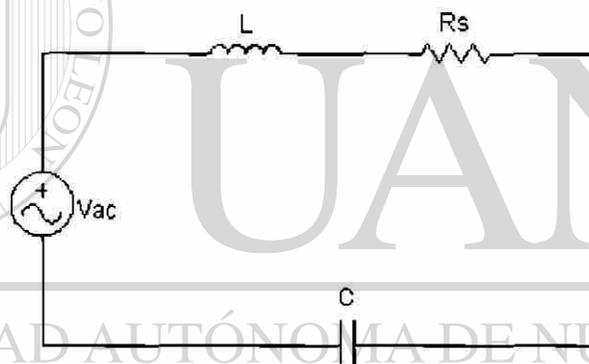
Ya que es común el diseño de circuitos que utilizan múltiples etapas, es necesario acoplar debidamente las diversas etapas para el correcto funcionamiento del sistema. Debido a que los circuitos que utilizan radio frecuencia operan sobre principios que incluyen la teoría de resonancia, es necesaria la adaptación de los mismos tomando en consideración la frecuencia de operación del circuito y otros factores que pueden afectar drásticamente su funcionalidad.

Este capítulo dará un repaso a la teoría de circuitos resonantes así como sus características y aplicaciones, sin profundizarse en la teoría básica detrás de todo esto.

## 5.1 Circuitos resonantes

### 5.1.1 Resonancia serie

El circuito resonante serie más simple consiste de una bobina y un capacitor conectados en serie, como se muestra en la figura 5.1.



**Figura 5.1** Circuito resonante serie

Cabe hacer mención que en la figura 5.1 aparece una resistencia serie, la cual no es parte física del circuito, sino es en si la resistencia interna de la bobina.

La resonancia del circuito ocurre cuando la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva del circuito, o lo que es lo mismo cuando  $X$  es cero en la ecuación (1), en la cual la impedancia total del circuito se reduce a una resistencia pura.

$$Z = R_s + j(\omega L + 1/\omega C) = R + jX \quad (1)$$

La frecuencia en la cual esto ocurre se le conoce como frecuencia resonante, y se denota utilizando el subíndice 0.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2)$$

En la figura 5.2 se representan los cambios de las impedancias antes y después de la frecuencia de resonancia.

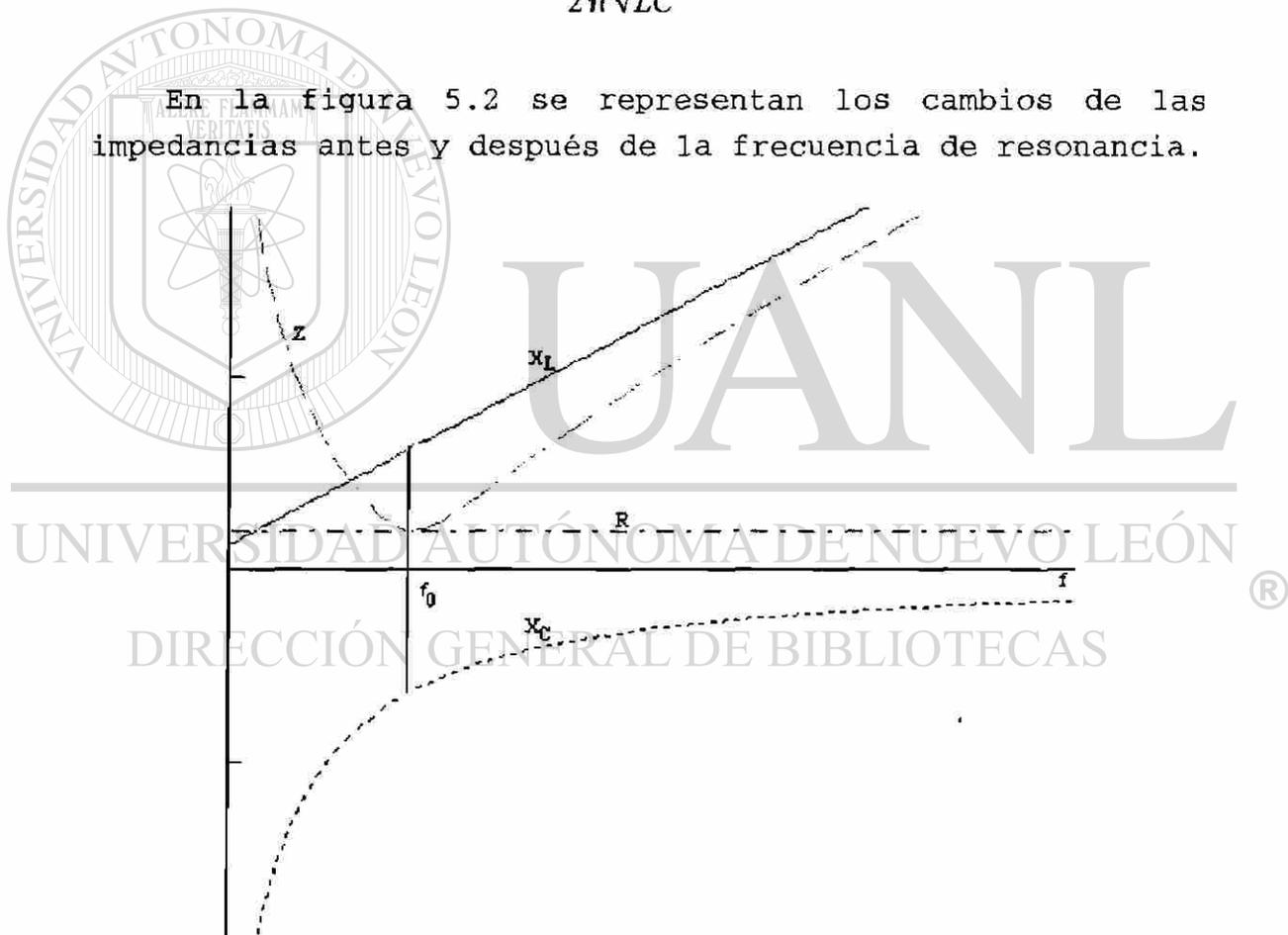


Figura 5.2 Valores de impedancias en circuito resonante serie

### 5.1.1.1 Factor de calidad Q

Como se mencionó anteriormente, debido a que los materiales con la que es construida una bobina no son ideales, ésta incluye una resistencia interna; ya que no es posible medir independientemente la resistencia y la inductancia de ésta bobina, es posible suponer matemáticamente que ambas inductancia y resistencia se encuentran conectadas en serie en un mismo circuito, por consiguiente, calcular las caídas de tensión en cada una de ellas.

Es lógico que entre menor sea la resistencia de la bobina, la misma se compondrá como un inductor ideal; en otras palabras, con inductancia, pero con resistencia nula.

La relación de la reactancia con respecto a la resistencia es conocida como *factor de calidad* o *factor de mérito de la bobina* o  $Q$ , la cual está definida por la ecuación (3)

$$Q = \frac{X_L}{R_s} \quad (3)$$

Lo pronunciado de la curva de respuesta de la corriente que fluye por el circuito con respecto a la frecuencia depende del  $Q$  de la bobina. Además, el ancho de banda del circuito es afectado directamente por la  $Q$  del circuito.

Para estos casos, el ancho de banda se define como el rango de frecuencia en la cual el circuito no causará seria

degeneración en la amplitud de la señal.

Como en otros circuitos, el ancho de banda de este circuito se define como el rango de frecuencias en la cual la amplitud en la salida no es menor que el 70.7% de la amplitud total de la entrada. Matemáticamente está relacionado con la frecuencia mediante la ecuación (4), esta gráfica es mostrada en la figura 6.3

$$BW = \frac{f_0}{Q} \quad (4)$$

Lo que nos representa esta ecuación es que mientras  $Q$  se incrementa, la curva de resonancia es más aguda.

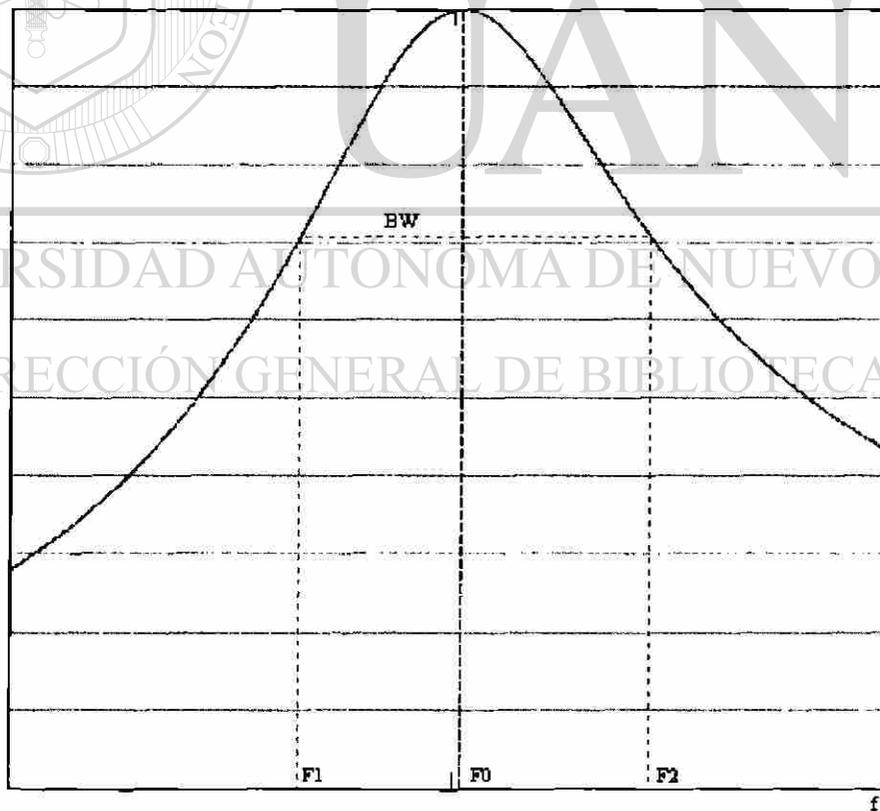


Figura 5.3 Curva de respuesta en frecuencia de resonancia serie

### 5.1.1.2 Aplicaciones del circuito resonante serie

Fuera de la frecuencia de resonancia, el circuito toma otras características diferentes a un circuito resistivo. A frecuencias menores de  $f_0$ , el circuito se comporta como un circuito capacitivo, debido a que  $X_L > X_C$ , mientras que a frecuencias mayores a  $f_0$ , el circuito se comporta como un circuito inductivo.

Un circuito resonante serie puede usarse en cualquiera de dos configuraciones, ya sea para pasar o para rechazar señal la frecuencia resonante, como se muestra en la figura 6.4.

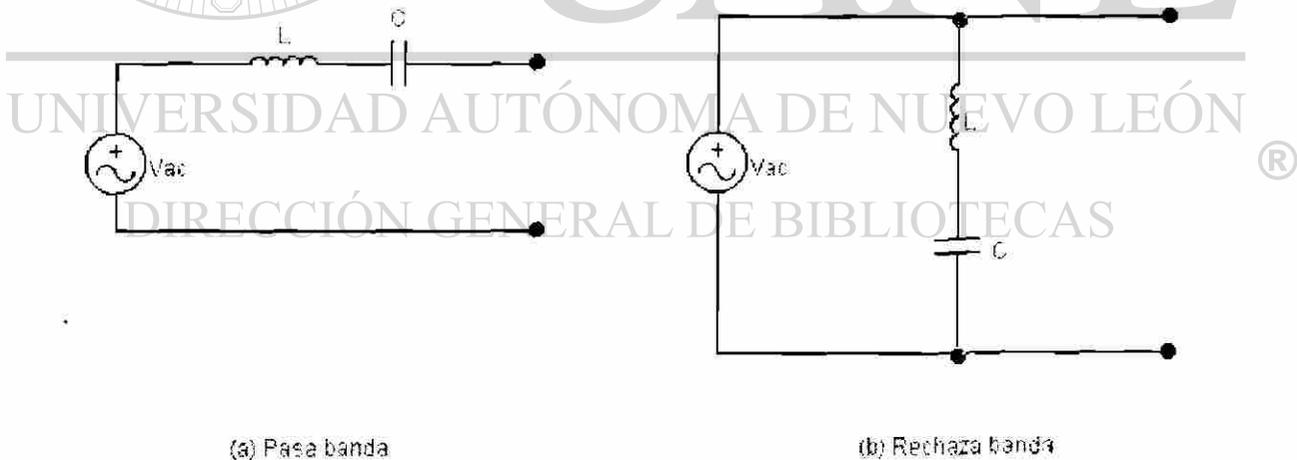


Figura 5.4 Usos de un circuito resonante serie

### 5.1.2 Resonancia paralelo

El circuito resonante de la figura 6.5 es un circuito formado por tres ramas con elementos simples, el cual, si establecemos la dualidad de los componentes podemos analizarlo como un circuito serie

$$Y = G + j(\omega C + 1/\omega L) = G + jB \quad (5)$$

Este circuito entra en resonancia cuando  $B = 0$  es decir cuando  $\omega C = 1/\omega L$  o lo que es lo mismo

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (6)$$

En frecuencia de resonancia, la susceptancia inductiva y capacitiva son iguales, con lo que  $Y = G$ , es decir, la admitancia es mínima.

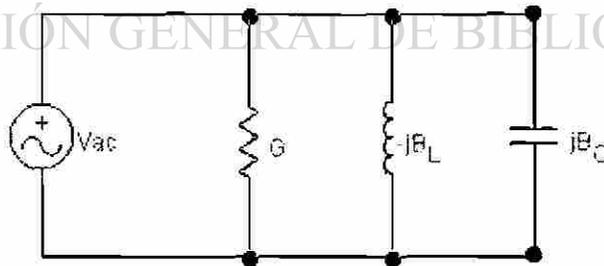


Figura 5.5 Circuito resonante paralelo de tres ramas

#### 5.1.2.1 Resonancia paralelo de dos ramas

La representación gráfica de un circuito resonante paralelo de dos ramas se muestra en el circuito 6.6

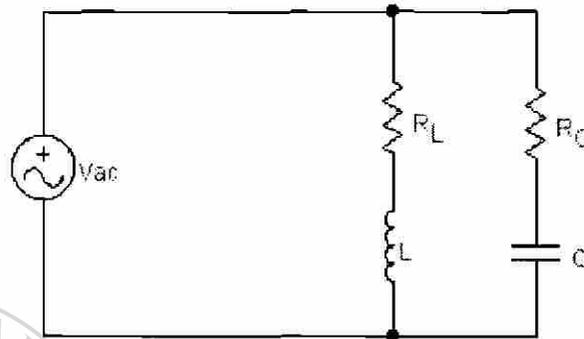


Figura 5.6 Circuito resonante paralelo de dos ramas

La admitancia de un circuito paralelo de dos ramas, es la suma de las admitancias individuales de cada una de ellas

$$Y = \frac{1}{R_L + jX_L} + \frac{1}{R_C + jX_C}$$

$$Y = \left( \frac{R_L}{R_L^2 + X_L^2} + \frac{R_C}{R_C^2 + X_C^2} \right) + j \left( \frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} - \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} \right) \quad (7)$$

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

El circuito entra en resonancia, cuando la admitancia compleja se convierte en un número real, es decir cuando

$$\frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2} = \frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} \quad \text{y} \quad \frac{1}{\omega_0 C} (R_L^2 + \omega_0^2 L^2) = \omega_0 L \left( R_C^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C^2} \right) \quad (8)$$

De la cual obtenemos la frecuencia de resonancia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R_L^2 - L/C}{R_C^2 - L/C}} \quad (9)$$

Si observamos detenidamente la ecuación (9) se observa que la raíz cuadrada de la derecha juega un papel importante, ya que puede evaluarse a cero, si se hace

$$R_L^2 = R_C^2 = L/C$$

En esta condición, el circuito resonará en todo el rango de frecuencias.

## 5.2 Acoplamiento

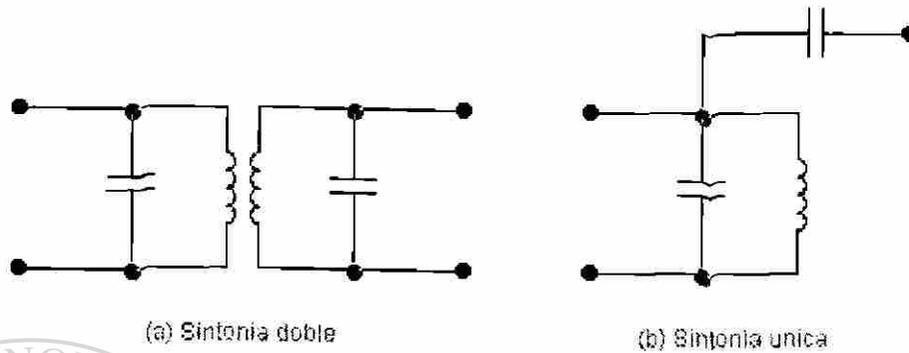
Debido a que no es posible diseñar circuitos que tengan impedancias iguales de entrada como de salida, es necesario realizar interconexión entre ellos utilizando circuitos adaptadores que tengan estas impedancias iguales.

Esta afirmación parte del principio de la máxima transferencia de potencia, en donde se especifica que la impedancia de salida como la de entrada de dos circuitos que se deseen interconectar debe ser la misma para tener así una transferencia máxima de potencia y no tener pérdidas por señales reflejadas.

Existen diversos tipos de acoplamiento los cuales nos permiten adaptar las impedancias de los circuitos para que puedan funcionar debidamente.

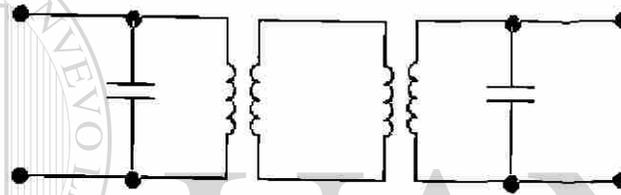
La figura 5.7 muestra algunos métodos de acoplamiento

comúnmente utilizados en RF.



(a) Síntona doble

(b) Síntona única



(c) Acoplamiento eslabonado



(d) Primario no sintonizado

(e) Secundario no sintonizado

**Figura 5.7** Métodos de acoplamiento

### 5.2.1 Acoplamiento magnético

Cuando se aplica un voltaje alterno al primario de un transformador es causado un flujo de corriente en ese devanado, ésta corriente genera un campo magnético que se expande y se contrae dependiendo del flujo de la corriente del primario. Este campo magnético crea un flujo que induce una corriente en el secundario, debido a este fenómeno se tiene un acoplamiento mutuo definido por

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} \quad (10)$$

En donde la constante  $k$  es la coeficiente de desacoplo entre las dos bobinas, y está definida por

$$k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} \quad (11)$$

En la cual  $\phi_{12}$  es el flujo que llega al segundo devanado, y  $\phi_1$  es el flujo magnético completo del devanado primario. Básicamente los flujos están definidos por

$$\phi_1 = L_1 \frac{i_1}{N_1} \quad \text{y} \quad \phi_{12} = \frac{1}{N_2} \int v_2 dt \quad (12) \quad \text{®}$$

Si todas las líneas magnéticas del primario eslabonan en el secundario,  $k$  llega a ser unitario, en caso contrario,  $k$  es menor que la unidad.

En la práctica, los transformadores de RF se construyen con ambos devanados primario y secundario sobre la misma forma tubular con un núcleo de ferrita. Debido a esto se obtiene un mejor acoplamiento que si el núcleo fuese de aire.

### 5.3 Redes acopladoras de impedancia

Así como es posible construir una red acopladora de impedancias utilizando transformadores, es posible construir redes acopladoras utilizando diferentes configuraciones de redes basadas en bobinas y capacitores.

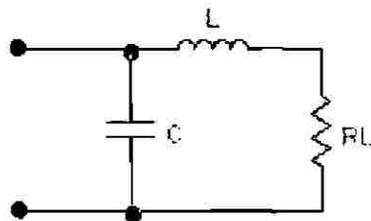
#### 5.3.1 Red configuración L

Una red acopladora de tipo L se construye de manera similar a la de la figura 5.8

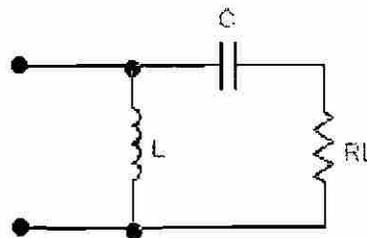
Para ambas versiones de este tipo de red la  $Q$  completa del circuito se define por

$$Q_s = X_L / R_L \quad (13)$$

En la cual  $R_L$  es la suma de la carga y la resistencia de la bobina.



(a) Entrada C



(b) Entrada L

**Figura 5.8** Acoplamiento de impedancias con una red en configuración L

La resistencia de entrada está definida por

$$R_i = (Q_s^2 + 1)R_L \quad (14)$$

Finalmente, para calcular la capacitancia requerida para una  $Q$  específica de la bobina

$$C = \frac{1}{2\pi f Q_s R_L} \quad (15)$$



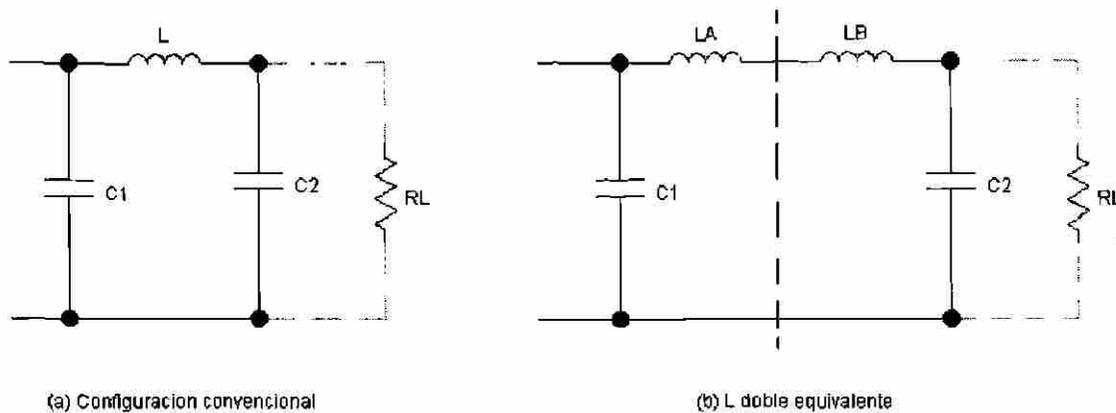
### 5.3.2 Red configuración $\pi$

---

## UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

La red acopladora  $\pi$  ofrece ventajas específicas al acoplar impedancia y rechazo de armónicas a diferencia de la red acopladora L. <sup>®</sup>

Para el diseño de una red  $\pi$  se utilizan dos redes acopladoras L, como se muestra en la figura 5.9



**Figura 5.9** Acoplamiento de impedancias con una red en configuración  $\pi$

Como se observa en la figura, la bobina se divide en dos partes  $L_A$  y  $L_B$  para su análisis, las cuales al sumarse se obtiene la bobina  $L$ .

Para calcular la reactancia inductiva de la segunda parte de la bobina  $L_B$ , se utiliza la siguiente ecuación

$$X_{LB} = \frac{(R_L)^2 X_{C2}}{R_L^2 + (X_{C2})^2} \quad (16)$$

En la cual,  $X_{LB}$  es la reactancia inductiva de la segunda parte de la bobina.  $X_{C2}$  es la impedancia de  $C_2$ .

Y la  $Q$  operativa de la red se calcula por

$$Q_s = \frac{R_i}{X_{C1}} = \frac{R_i}{X_{LA}} \quad (17)$$

En la cual la resistencia de entrada  $R_i$  se relaciona con el circuito de salida como lo indica la siguiente

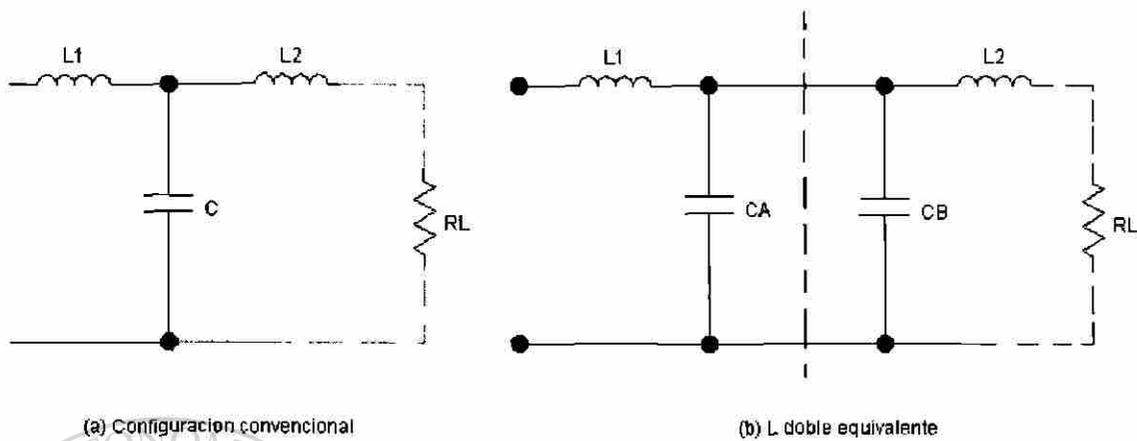
ecuación

$$R_i = \frac{R_L X_{C2}^2 Q_s^2}{R_L^2 + X_{C2}^2} \quad (18)$$

### 5.3.3 Red configuración T

La red T es muy similar en la configuración y en el análisis que la red  $\pi$ , en este caso se divide el capacitor en dos partes conocidas como  $C_A$  y  $C_B$ . Este tipo de red se muestra en la figura 6.10.

Las consideraciones a tomar son: se diseña para operar con  $L_2$  y  $R_L$ , y  $C_A$  llega a ser parte del circuito de entrada  $R_i$ ,  $L_1$ . La resistencia vista en la división central se designa como  $R_{II}$ .



**Figura 5.10** Acoplamiento de impedancias con una red en configuración T

La resistencia vista en el centro de la red  $R_{11}$  se define por

$$R_{11} = (Q_2^2 + 1) R_L \quad (19)$$

Y el resto de los componentes se calculan de la siguiente manera

$$Q_2 = X_{L2} / R_L \quad (20)$$

$$C_B = \frac{1}{2\pi f Q_2 R_L} \quad (21)$$

$$X_{L1} = \frac{R_{11}^2 X_{CA}}{R_{11}^2 + X_{CA}^2} \quad (22)$$

$$R_i = \frac{R_{11} X_{CA}^2}{R_{11}^2 + X_{CA}^2} \quad (23)$$

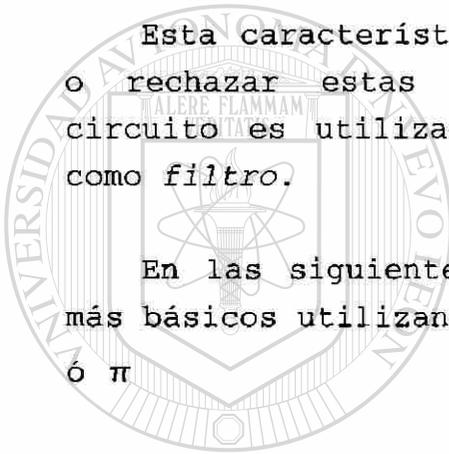
$$Q_1 = X_{L1} / R_{11} \quad (24)$$

## 5.4 Filtros

Como se analizó anteriormente, cuando se utilizan circuitos LC en configuración serie o paralelo se tiene la característica de que tiene una impedancia (o admitancia) mínima en su frecuencia resonante.

Esta característica se puede utilizar para dejar pasar o rechazar estas bandas de frecuencias, cuando este circuito es utilizado para este propósito, se le conoce como *filtro*.

En las siguientes secciones se analizarán los filtros más básicos utilizando elementos LC en configuraciones L, T ó  $\pi$



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

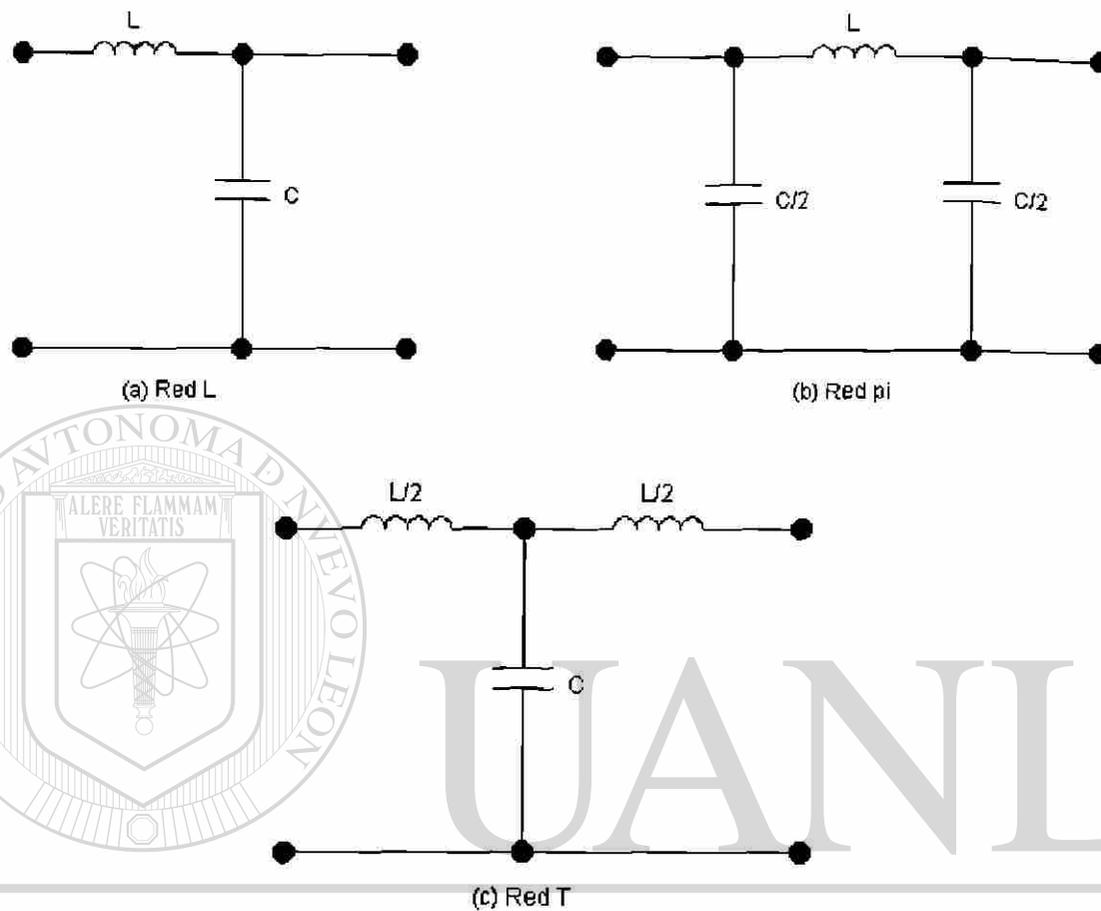
### 5.4.1 Filtro pasa bajas

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

®

En la figura 5.11 se muestran las configuraciones más comunes para los filtros básicos pasa bajas.

Analizando los circuitos observamos que la inductancia se opone a altas frecuencias y además actúa como una reactancia inductiva en serie. Los capacitores en paralelo proporcionan una baja impedancia para la frecuencias altas.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

**Figura 5.11** Filtros pasa-bajas en diferentes configuraciones

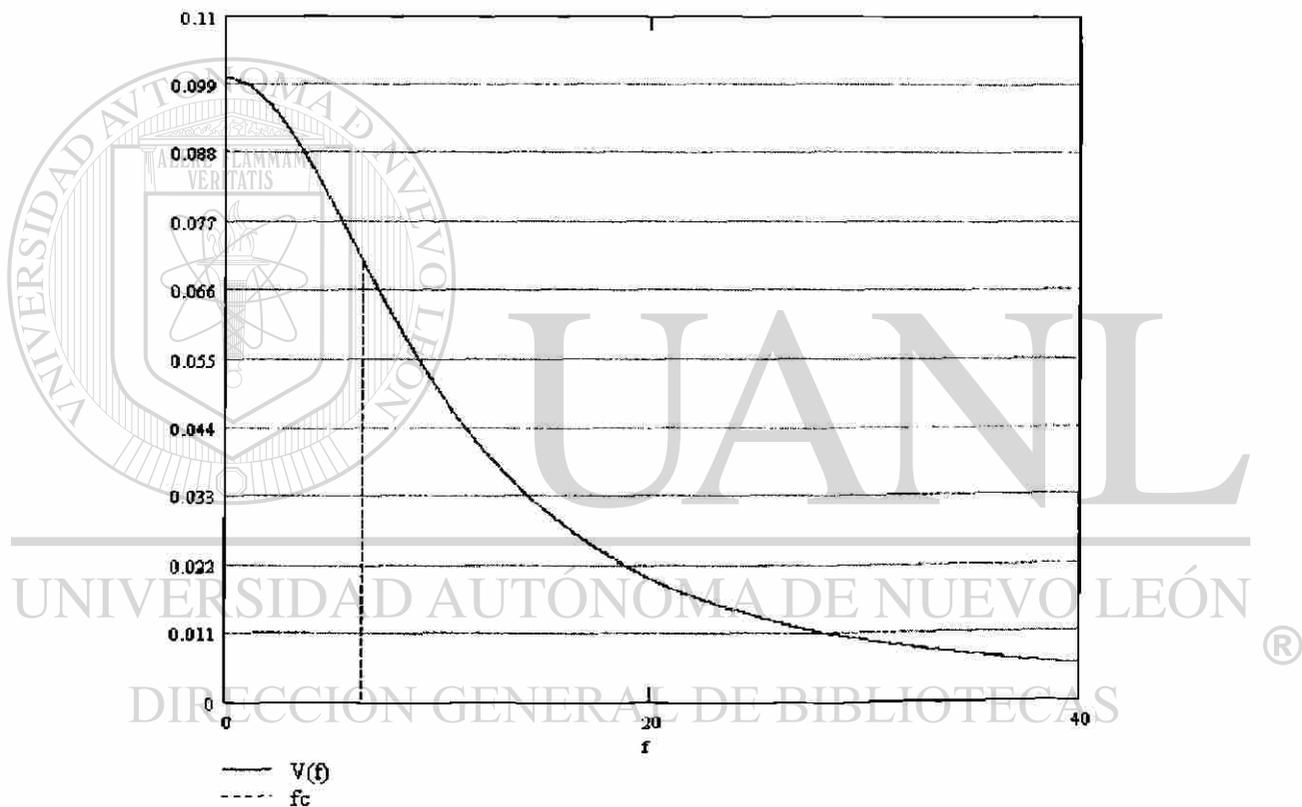
### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

La frecuencia de corte  $f_c$ , relaciona a la frecuencia en la cual la salida ha caído 3dB. La impedancia de entrada presentada por este tipo de filtro está relacionada con la razón  $L/C$  y se conoce como *impedancia característica*. Si se termina el filtro en una impedancia igual a la impedancia característica, hace que el sistema parezca como si las secciones  $L$  y  $C$  se repitieran hasta el infinito.

En la figura 5.12 se representa la respuesta de frecuencia del filtro, analizando esta gráfica observamos que la respuesta de este tipo de filtro es muy lenta, y por

consiguiente deja pasar demasiados componentes de frecuencia que se deseen eliminar.

A este tipo de filtro se le denomina *filtro de k constante*, debido a que la impedancia serie y la impedancia paralelo del filtro es constante en todo el rango de frecuencias



**Figura 5.12** Respuesta en frecuencia de filtro pasa bajas

La frecuencia de corte para este filtro se define por la siguiente ecuación matemática

$$f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \quad (25)$$

Como se observa en los diagramas de los filtros, la resistencia final juega un papel importante en la impedancia que tendrá el filtro ya que lo hace que actúe como una red acopladora de impedancias. Tomando en cuenta esta consideración, definimos las ecuaciones para determinar los componentes del filtro como

$$L = \frac{R_L}{\pi f_c} \quad (26)$$

$$C = \frac{1}{\pi f_c R_L} \quad (27)$$

Existen técnicas de diseño que nos permiten mejorar la respuesta de estos filtros, una de ellas es la de m-derivada, la cual se analizará a continuación.



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

#### 5.4.1.1 Filtro de m-derivada

®

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las características del filtro de  $k$  constante se pueden mejorar añadiendo un elemento a la sección, que proporcione una atenuación infinita en una frecuencia designada ( $f_\infty$ ). Los diagramas de estos filtros se muestran en la figura 5.13

El primer elemento a considerar es la pendiente de la derivada del filtro  $m$  la cual se define por

$$m = \sqrt{1 - (f_c/f_\infty)^2} \quad (28)$$

De esta ecuación podemos deducir que el valor de  $m$  varía de 0 a 1.

Las ecuaciones de diseño de los componentes son las siguientes

$$L_1 = \frac{mR_L}{\pi f_c} \quad (29)$$

$$C_1 = \frac{m}{\pi f_c R_L} \quad (30)$$

$$L_2 = \frac{m}{\pi f_c R_L} \quad (31)$$

$$C_2 = \left( \frac{1-m^2}{4m} \right) \frac{1}{\pi f_c R_L} \quad (32)$$

En la gráfica 5.14 se muestra la gráfica de respuesta en frecuencia del filtro de  $m$ -derivada, nótese que la respuesta es diferente que la del filtro de  $k$  constante, debido a los componentes adicionales que se utilizan.

Además cabe mencionar que el análisis utilizado para la generación de la gráfica del filtro pasa bajas de  $m$ -derivada utiliza los mismos componentes que en el filtro de  $k$  constante.

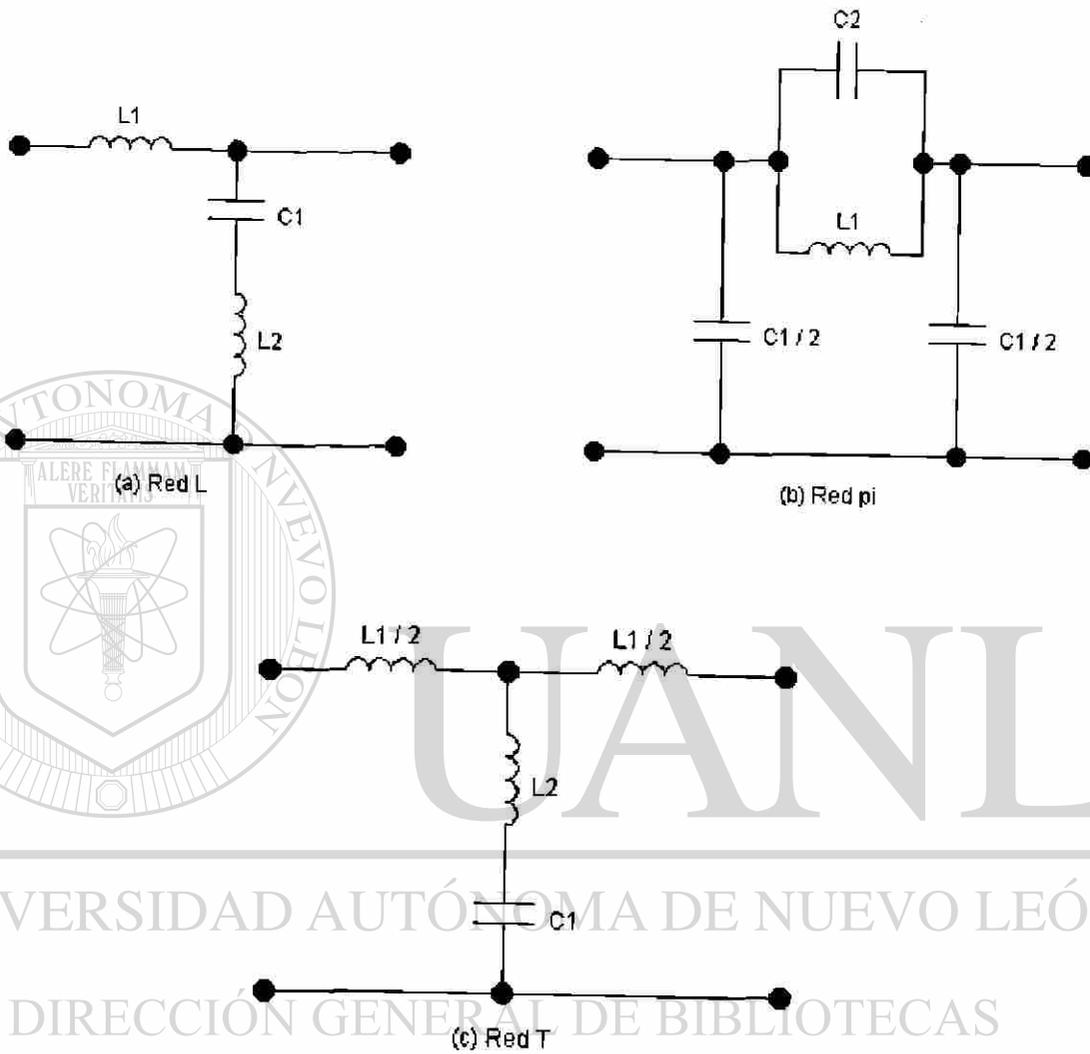


Figura 5.13 Filtro pasa bajas de m-derivada



Figura 5.14 Respuesta en frecuencia de filtro pasa bajas de  $m$ -derivada

### 5.4.2 Filtro pasa altas

El procedimiento de diseño de este tipo de filtro es muy similar al del filtro pasa bajas, a diferencia del filtro pasa bajas, el filtro pasa altas deja pasar las frecuencias que están por encima de la frecuencia de corte.

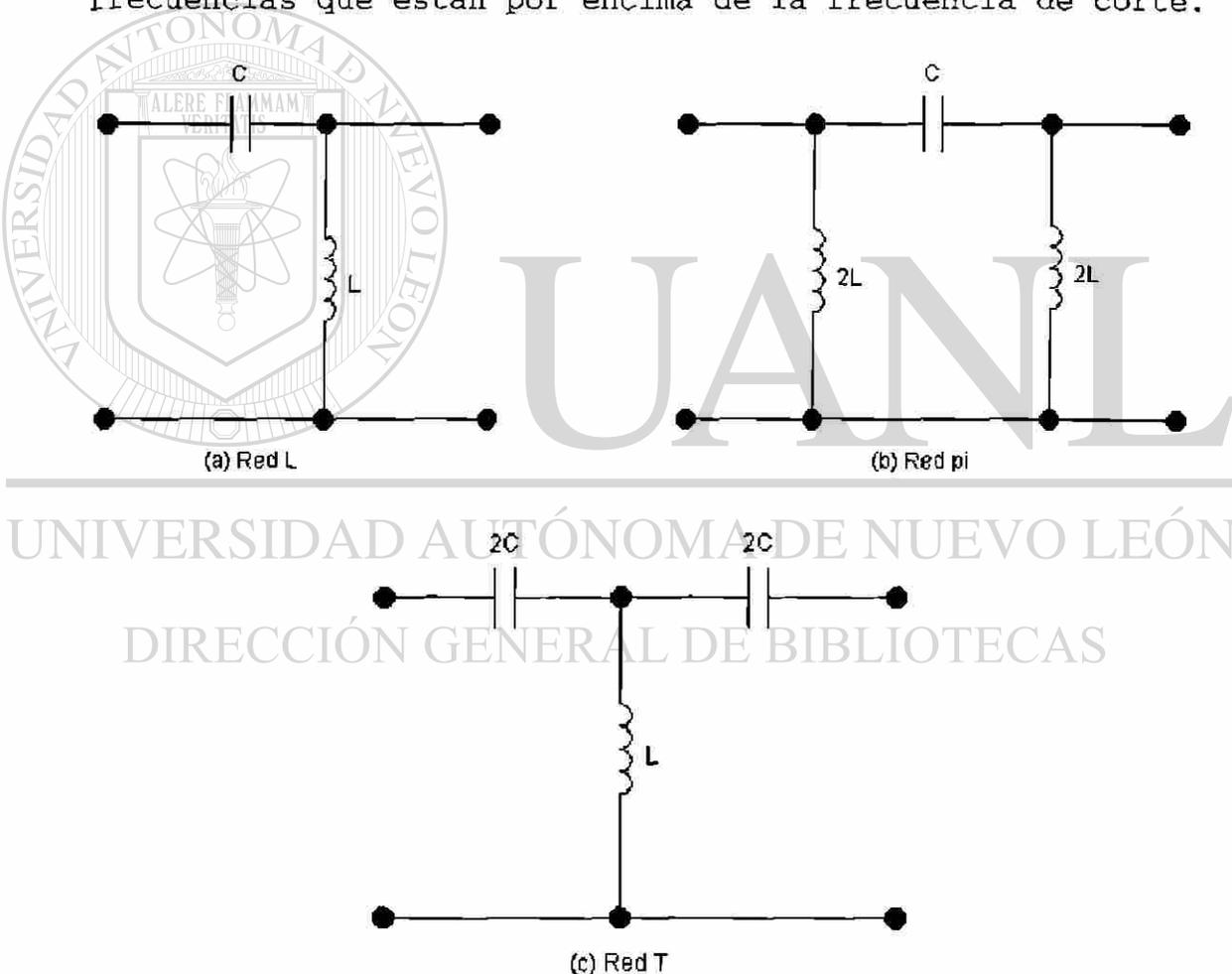
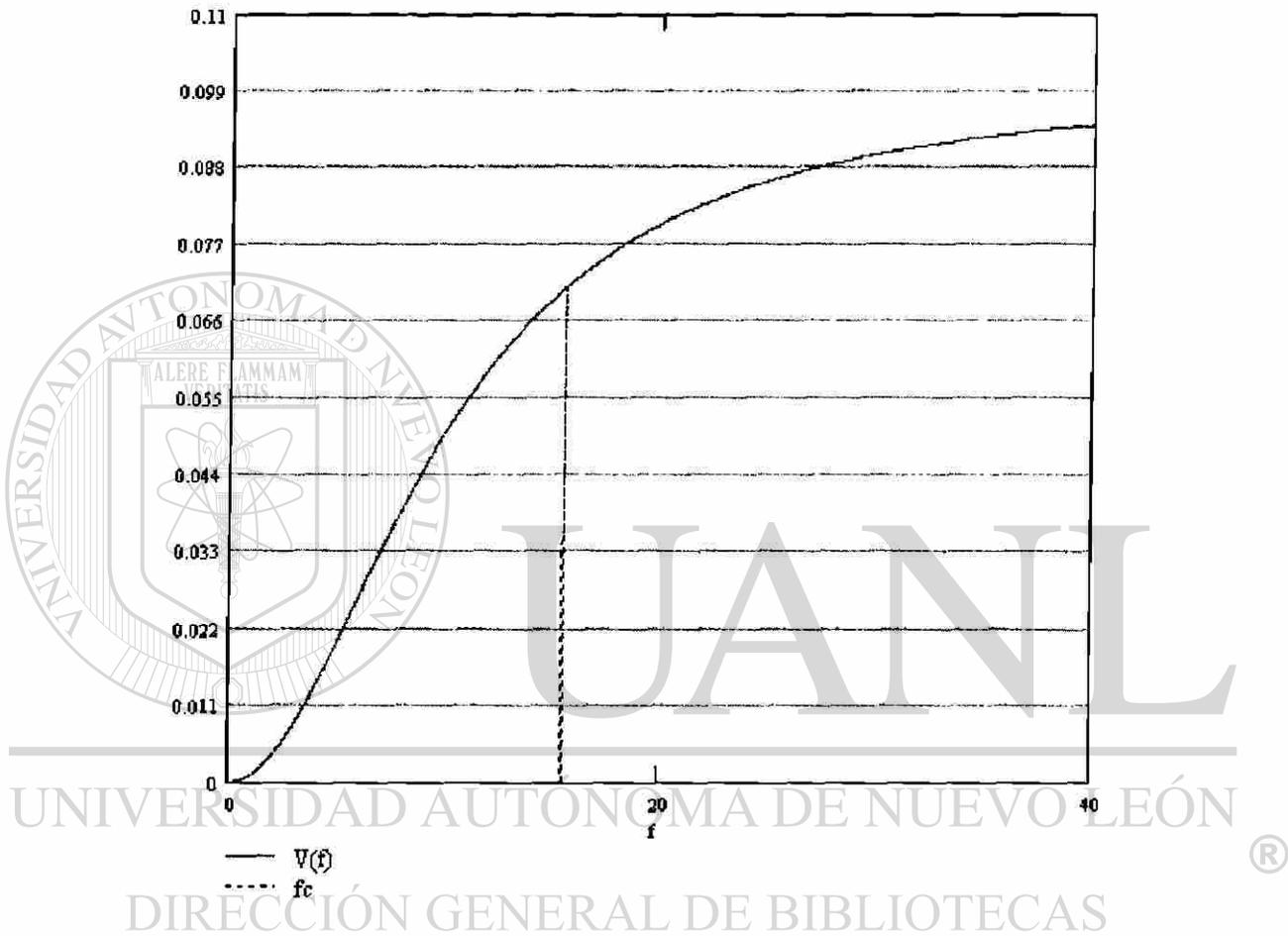


Figura 5.15 Filtros pasa altas de  $k$  constante

La respuesta en frecuencia, como se mencionó

anteriormente es la contraria también que la del filtro pasa bajas



**Figura 5.16** Respuesta en frecuencia de filtro pasa altas de  $k$  constante

La frecuencia de corte para este filtro se define por

$$f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \quad (33)$$

Y las ecuaciones para definir los componentes, al igual que en el filtro pasa bajas dependen de la impedancia de carga

$$L = \frac{R_L}{4\pi f_c} \quad (34)$$

$$C = \frac{1}{4\pi f_c R_L} \quad (35)$$

Para el caso del filtro de m-derivada, los diagramas de diseño son los siguientes

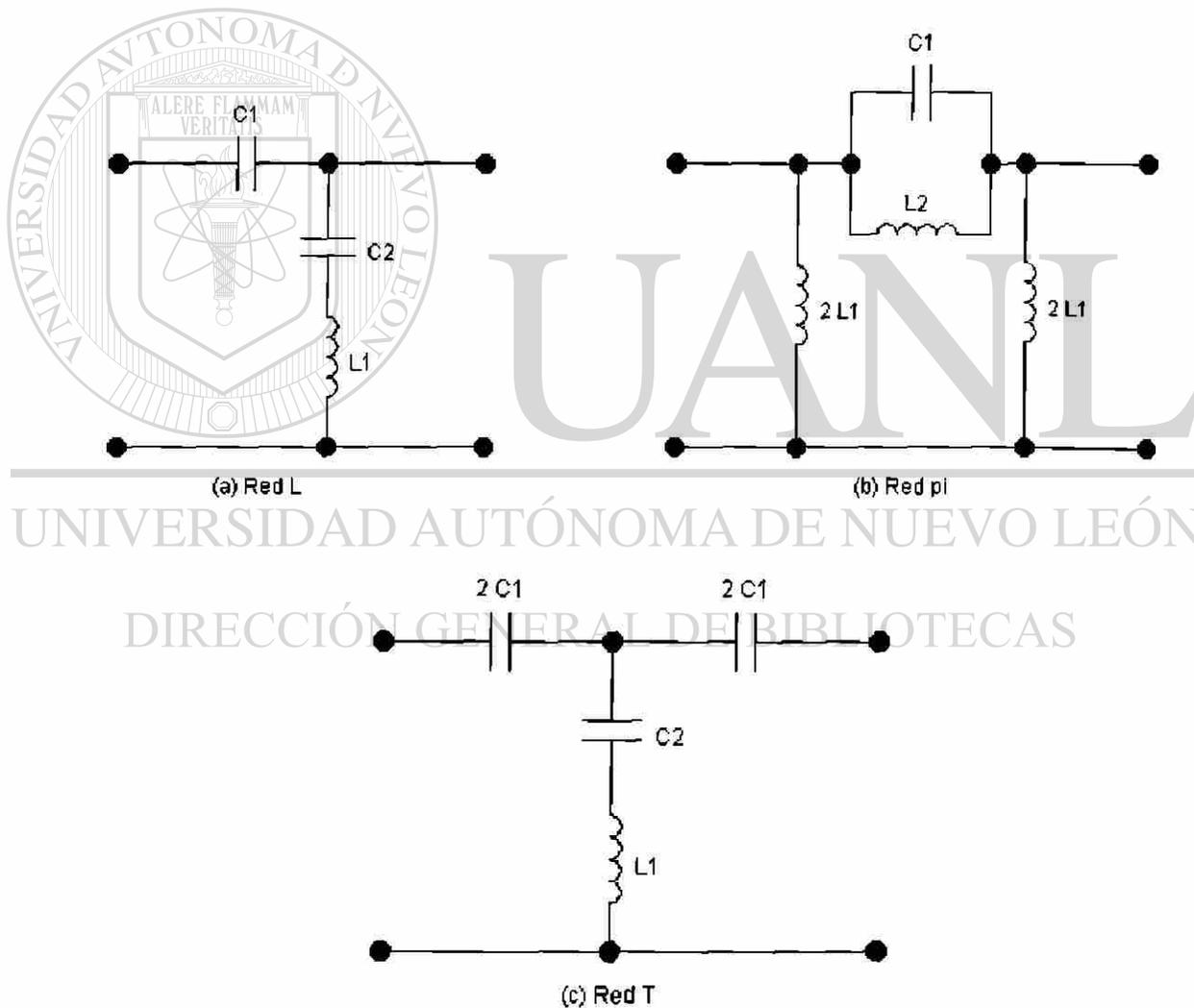
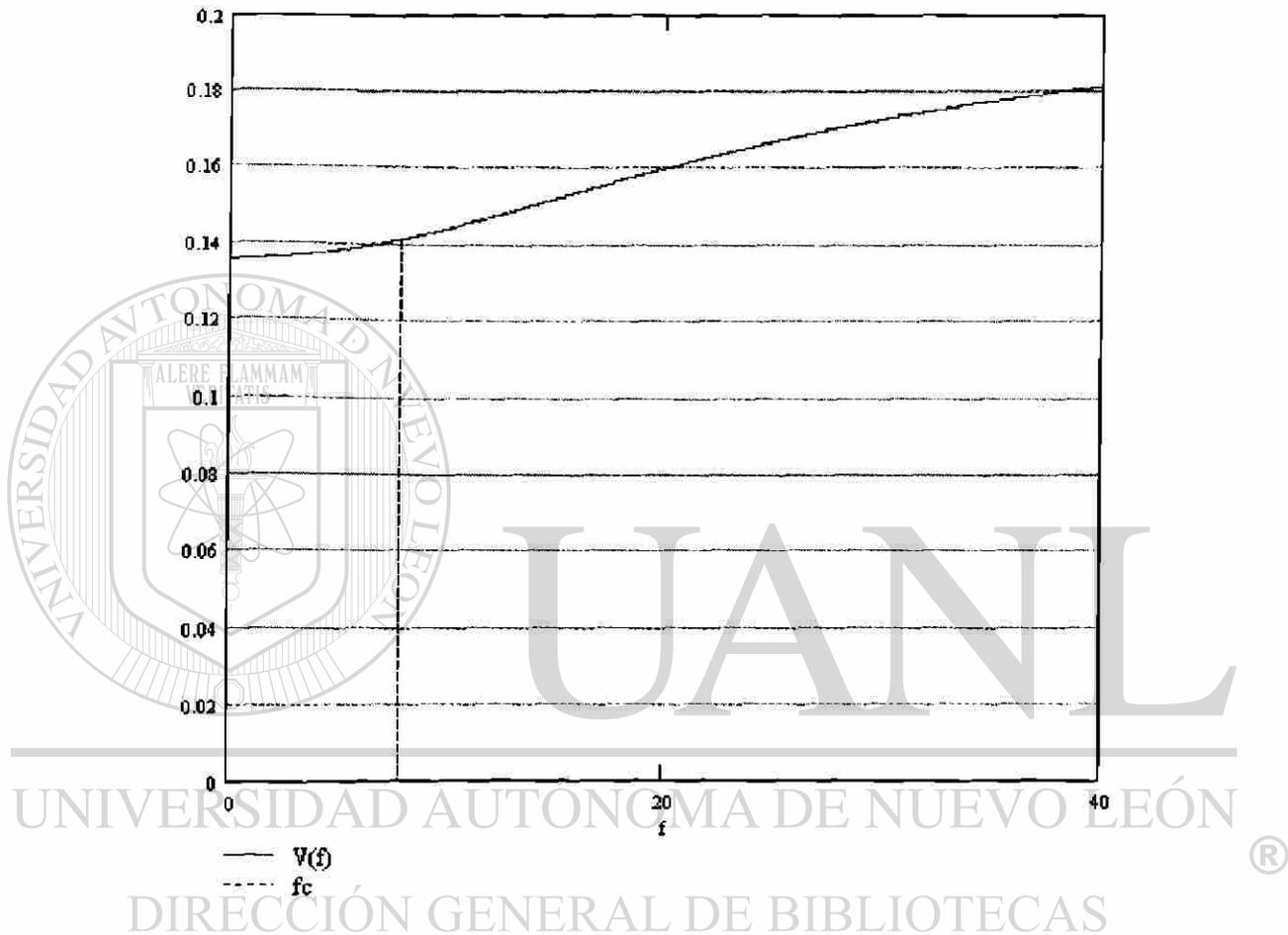


Figura 5.17 Filtros pasa altas de m-derivada

La respuesta en frecuencia de este filtro se muestra en la figura 5.18



**Figura 5.18** Respuesta en frecuencia de filtro pasa bajas de m-derivada

Al igual que en el filtro pasa bajas, el primer elemento a considerar es la pendiente de la derivada del filtro  $m$  la cual se define por

$$m = \sqrt{1 - (f_{\infty}/f_c)^2} \quad (36)$$

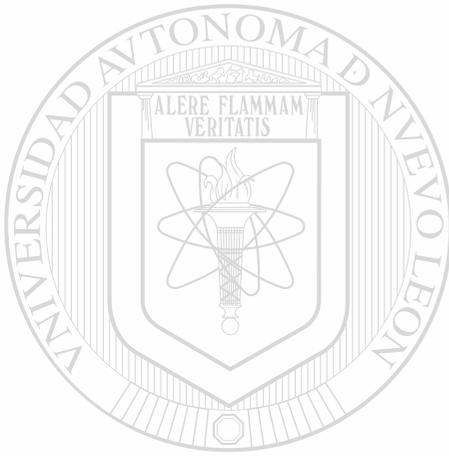
Las ecuaciones de diseño de los componentes son las siguientes

$$L_1 = \frac{R_L}{4\pi f_c m} \quad (37)$$

$$C_1 = \frac{1}{4\pi f_c m R_L} \quad (38)$$

$$L_2 = \frac{m R_L}{(1-m^2)\pi f_c} \quad (39)$$

$$C_2 = \frac{m}{(1-m^2)\pi f_c R_L} \quad (40)$$



U A N L

#### 5.4.3 Filtro pasa banda y rechaza banda

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

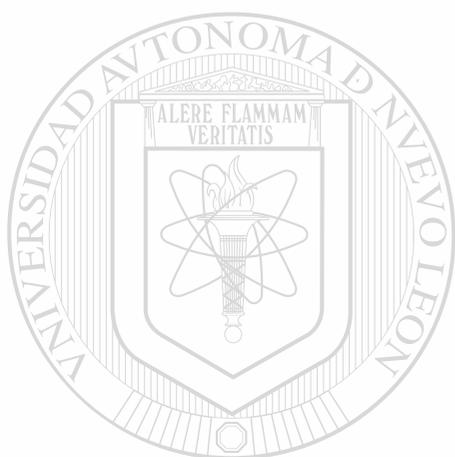
®

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Es posible combinar las características de los filtros pasa bajas y pasa altas para dejar filtrar frecuencias bajas y altas a la vez. A este tipo de filtros se le conoce como filtro pasa banda y rechaza banda respectivamente.

La característica principal de este tipo de filtro es que solo deja pasar o rechaza el rango de frecuencias especificado por las frecuencias de corte de estos filtros.

Debido a que se utilizan las características de los filtros pasa bajas y pasa altas en conjunto, las ecuaciones de diseño llegan a ser mas complejas.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo VI

### Osciladores

Entre los componentes mas importantes en la electrónica están los generadores de ondas, los cuales debido a sus características, juegan un papel muy importante en el campo de las telecomunicaciones.

Un tipo de generador de onda es conocido como oscilador, el cual se le puede comparar a un amplificador el cual se alimenta de su propia señal de salida.

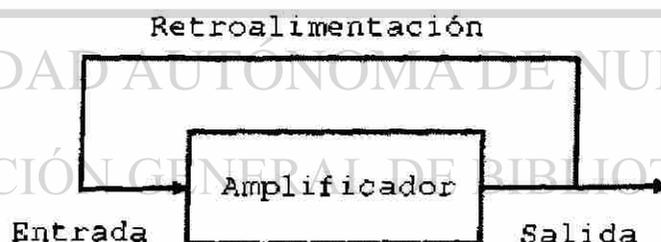
Generalmente, debido al tipo de forma de onda de salida, los generadores de ondas se pueden clasificar en dos grandes grupos: senoidales y no senoidales.

En las próximas secciones se analizarán con detalle solamente los generadores de onda senoidales, debido a su gran utilización en el campo de las telecomunicaciones.

## 6.1 El oscilador básico

Como se mencionó anteriormente, se puede comparar un oscilador con un amplificador que se alimenta a si mismo (a través de retroalimentación), el cual, su propósito primordial es el de generar una forma de onda específica con una amplitud y una frecuencia constantes.

Esta amplificación ocurre al alimentar el oscilador con parte de la señal de salida, la cual debe de ser la suficiente para que el circuito se pueda matener a si mismo. Este tipo de señal debe de ser positiva con respecto a la salida (Regenerativa), para que pueda compensar pérdidas en el circuito. En la figura 6.1 se muestra el diagrama a bloques de un oscilador básico.



**Figura 6.1** Diagrama a bloques de oscilador básico

Debido a que en todos los circuitos electrónicos existe ruido termal, este circuito es capaz de iniciarse a si mismo sin necesidad de una señal exterior, pero esto nos introduce un nuevo problema: El ruido no es generado en una sola frecuencia, sino que existe en todo el dominio de la frecuencia. Es por eso que es necesario conectar un dispositivo que esté sintonizado a una frecuencia

estpecífica, el cual se conoce comúnmente como *dispositivo determinante de frecuencia*.

Este dispositivo además de dejar pasar el rango de frecuencias en cuestión sirve para mantener una frecuencia constante de oscilación, el cual si él, el circuito oscilaría de manera aleatoria debido a las componentes del ruido termal.

Habiendo establecido esto, podemos enumerar los requisitos básicos de un oscilador:

- Un circuito de amplificación
- Una retroalimentación regenerativa
- Un dispositivo determinante de frecuencia

Uno de los factores más importantes que un oscilador debe tener es la estabilidad. El cual se puede subdividir en *estabilidad en frecuencia y estabilidad en amplitud*.

La estabilidad en amplitud se refiere a la capacidad del oscilador para mantener una amplitud constante de la forma de onda de salida, por el contrario la estabilidad en frecuencia, se refiere a la capacidad del oscilador para mantener su frecuencia de operación.

Los osciladores se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Osciladores de ondas sinusoidales
- Osciladores de ondas no sinusoidales, por ejemplo triangular, cuadrada, etc.

A continuación se describen las características de los osciladores sinusoidales.

## 6.2 Oscilador sinusoidal

Generalmente hablando, un oscilador sinusoidal es aquel el cual genera una onda sinusoidal de salida.

La razón por la cual este tipo de osciladores es conocido como sinusoidal, es debido a que la onda de salida puede considerarse senoidal como cosenoidal dependiendo de donde se inicie a tomar en referencia la fase.

Los circuitos utilizados como dispositivos determinantes de frecuencia en este tipo de osciladores son los siguientes:

### 6.2.1 Red RC

La figura 6.2 muestra el diagrama a bloques de un amplificador con una red RC la cual provee de retroalimentación regenerativa.

Esta red a la vez actúa a la vez como como el dispositivo determinante de frecuencia.

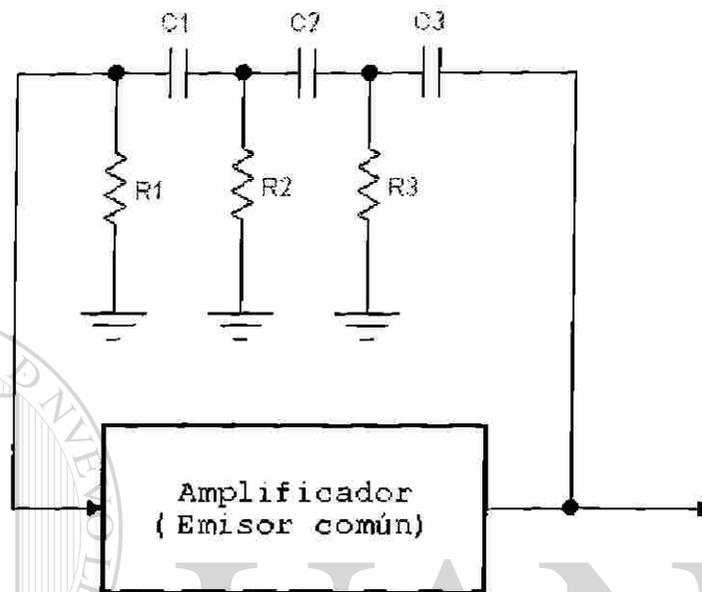


Figura 6.2 Oscilador RC

Analizando el circuito de la figura 6.2 se observa que el dispositivo amplificador está en configuración de emisor común, el cual tiene la característica que la fase de la salida con respecto a la entrada difieren 180 grados.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Debido a esto, no es posible conectar la salida del amplificador directamente a la entrada, sino que es necesario invertir la señal antes de de la entrada del amplificador.

Al utilizar una red RC como la de la figura 2.6 se obtiene que la fase de la señal sea invertida como se requiere, esto es debido a que cada filtro RC hace un desfaseamiento de la señal de aproximadamente 60 grados, los cuales conjuntamente hacen la tarea requerida.

La frecuencia resonante del circuito se define por la ya conocida ecuación de los filtros RC.

$$f = \frac{1}{2\pi RC\sqrt{2n}} \quad (1)$$

Cabe mencionar que los valores de las resistencias R1, R2 y R3 deben de ser iguales al igual que los de los capacitores C1, C2 y C3. Esto es para que todos los filtros RC tengan la misma frecuencia de resonancia.

Una de las desventajas de este tipo de filtros es que debido a las características de descarga de los circuitos RC, no pueden ser usados a frecuencias muy altas como se muestra en la figura 6.3.

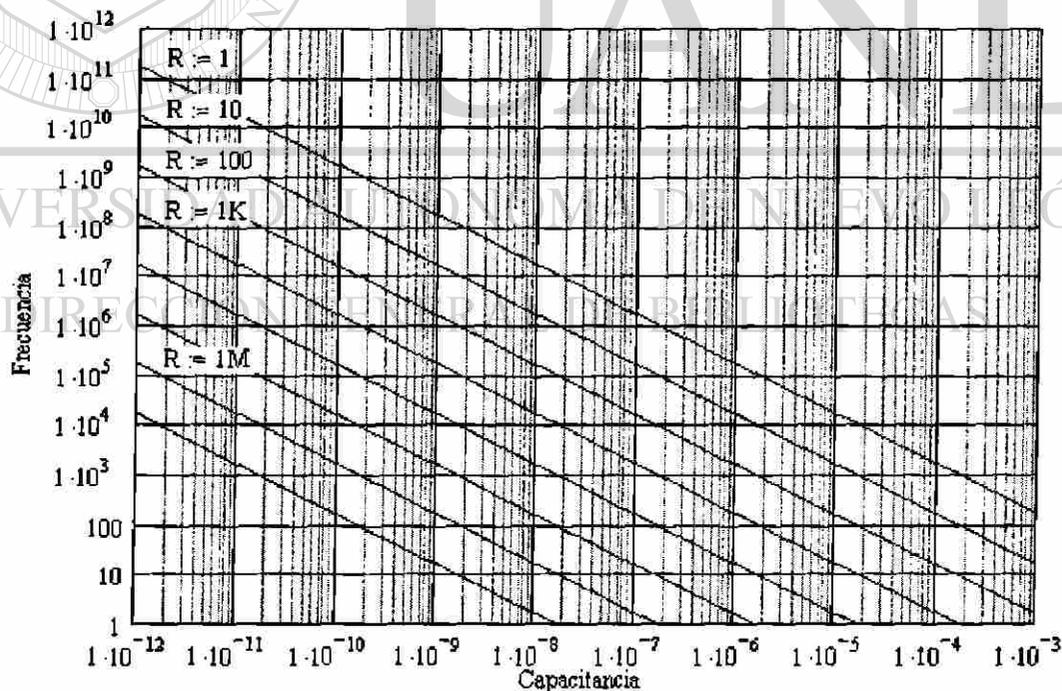
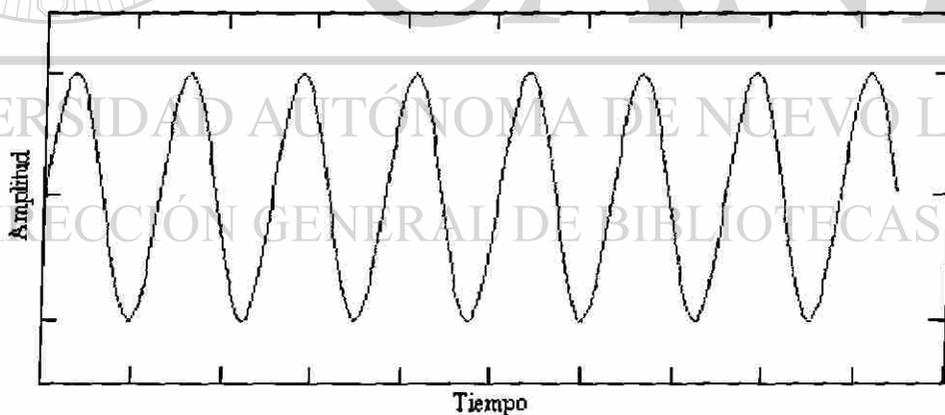


Figura 6.3 Rangos de frecuencias para diferentes valores de RC

### 6.2.2 Red LC

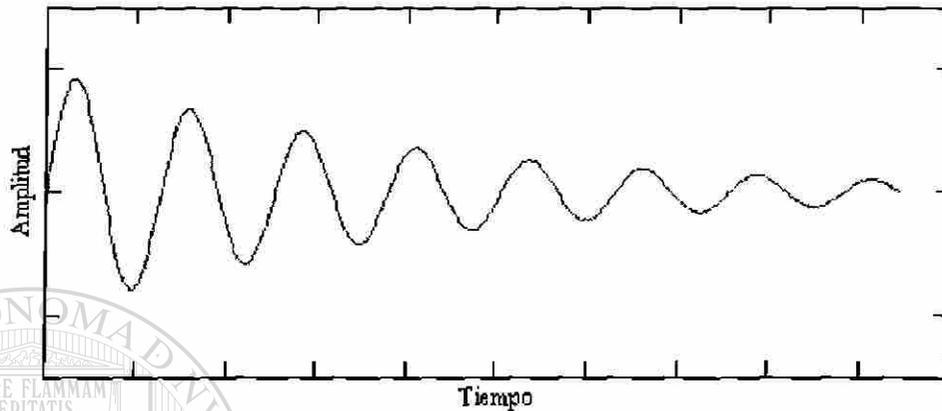
La mayor parte de los osciladores de onda sinusoidal utilizan circuitos resonantes basados en tanques LC, los cuales debido a sus características de resonar a una frecuencia específica y de almacenamiento de energía son dispositivos ideales para esta tarea.

Si en estos circuitos resonantes LC no existiera una resistencia interna, las oscilaciones existirían por rangos indefinidos de tiempo con el solo hecho de alimentar el circuito tanque con una energía inicial, como se muestra en la figura 6.4.



**Figura 6.4** Oscilaciones producidas con circuito tanque sin resistencia interna

Lamentablemente ningún circuito está libre de resistencias así que existe una disminución de la amplitud de la señal como se muestra en la figura 6.5.



**Figura 6.5** Oscilaciones producidas con circuito tanque con resistencia interna

Esta reducción de señal es inevitable, y se le conoce como *amortiguamiento*. Si la resistencia del tanque es grande, entonces el amortiguamiento es mayor, lo mismo sucede si conectamos el tanque a una resistencia de carga para obtener parte de su energía.

Si aplicamos un circuito regenerativo a este tanque podemos minimizar los efectos de este amortiguamiento, debido a esta modificación ya tenemos nuestro oscilador completo como se muestra en la figura 6.6.

Como se mencionó anteriormente debido al ruido termal generado en el amplificador, éste ruido es utilizado como energía inicial para iniciar un efecto llamado *efecto flywheel*, el cual se define como el mantenimiento de las oscilaciones en un circuito en los intervalos entre los pulsos en que existe energía de excitación.

Recordando el funcionamiento del circuito tanque, la

energía en el tanque es transferida alternadamente entre el capacitor y la bobina, causando así la oscilación inicial. Una porción de esta energía es regresada a la entrada del amplificador a través de la red de retroalimentación regenerativa para mantener las oscilaciones.

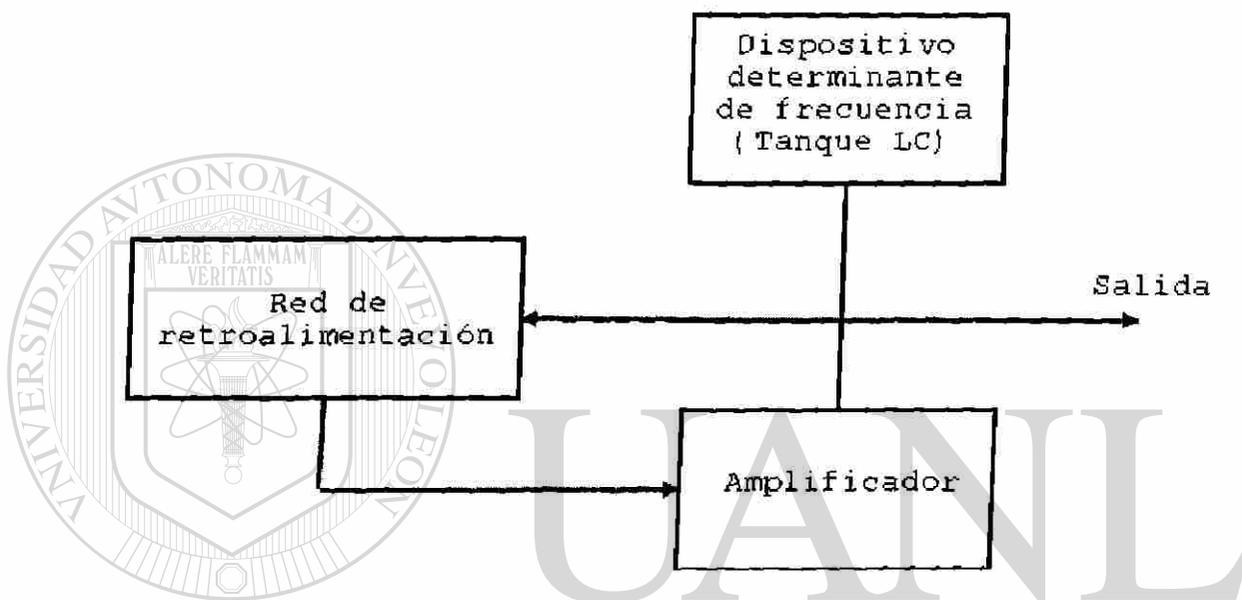


Figura 6.6 Diagrama a bloques de oscilador LC

La frecuencia de oscilación está dada por la frecuencia del tanque LC

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2)$$

A diferencia del oscilador basado en filtro RC, el circuito con tanque LC, tiene un rango de frecuencias más alto, como se muestra en la figura 6.7

Como se observa en la figura, la pendiente es menos pronunciada que en el caso del circuito RC, esto nos da la

ventaja de que al variar la capacitancia o la inductancia en pequeñas cantidades, no afecta demasiado la frecuencia del circuito como en el caso de el oscilador RC, por consiguiente, nos da más estabilidad en frecuencia.

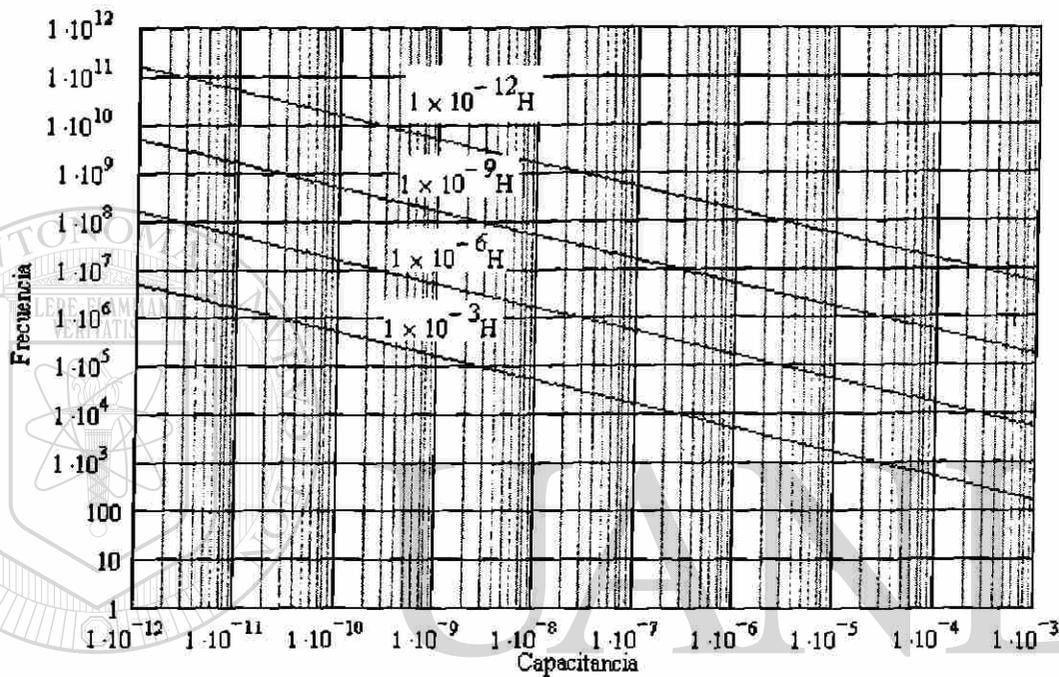


Figura 6.7 Rangos de frecuencias para diferentes valores de LC

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

### 6.2.3 Cristales

El último dispositivo determinante de frecuencia que analizaremos es el cristal, el cual puede ser utilizado conjuntamente con un circuito tanque, o ser utilizado solo.

Los cristales tienen una característica llamada efecto piezoeléctrico, el cual es una propiedad del cristal en la cual si aplicamos una fuerza mecánica, se produce una diferencia de potencial, y viceversa. Este efecto es similar al efecto de flywheel en los tanques LC.

Los cristales usados en circuitos osciladores son hojas delgadas cortadas de cuarzo natural o sintético a un grosor específico para obtener la frecuencia resonante deseada. Los cristales deben de montarse en soportes adecuados para las vibraciones que sufra el cristal.

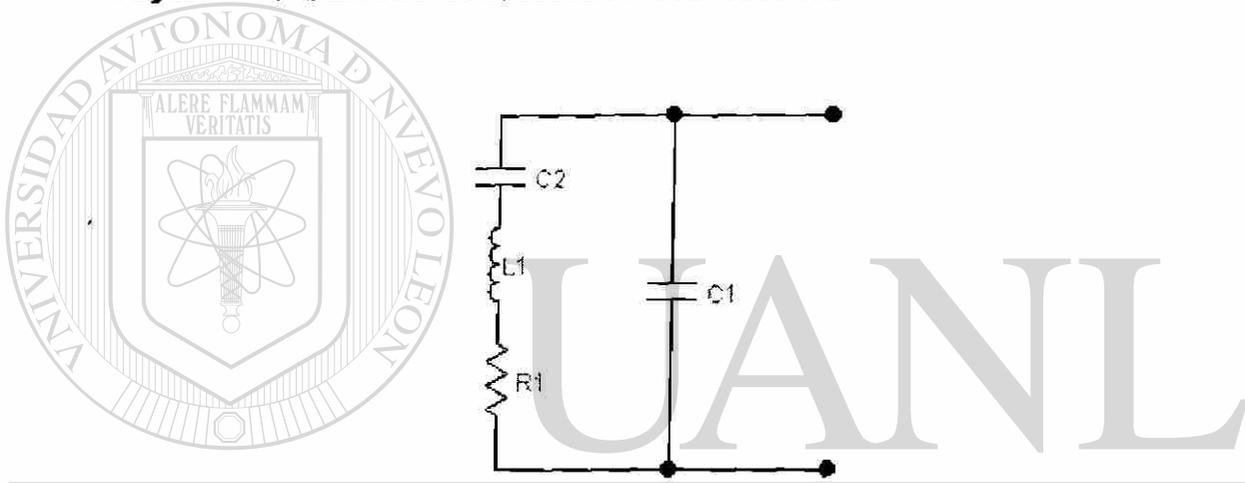
La frecuencia a la cual el cristal está diseñado se le conoce como frecuencia de resonancia natural del cristal, en la cual, al aplicar un voltaje al cristal, éste produce una vibración mecánica, la cual a su vez, produce un voltaje de salida a la frecuencia de resonancia natural.

En la figura 6.8 se muestra el diagrama utilizado en electrónica para representar un cristal, mientras que en la 6.9 se muestra el circuito equivalente de un cristal.

Cabe hacer mención que el capacitor  $C_1$  es la capacitancia generada debido a las terminales eléctricas que conectan al cristal, y no por el equivalente eléctrico del cristal.



**Figura 6.8** Símbolo electrónico del cristal



**Figura 6.9** Circuito equivalente de cristal

Debido a que la resistencia del cristal es muy pequeña, la  $Q$  del cristal tiende a ser mucho mayor que la de un tanque LC convencional, por mencionar una cantidad, la  $Q$  de un cristal comercial se encuentra dentro del rango de 5,000 a 30,000. Debido a esta  $Q$  alta, la estabilidad en frecuencia es mucho mayor que en los circuitos con tanques LC.

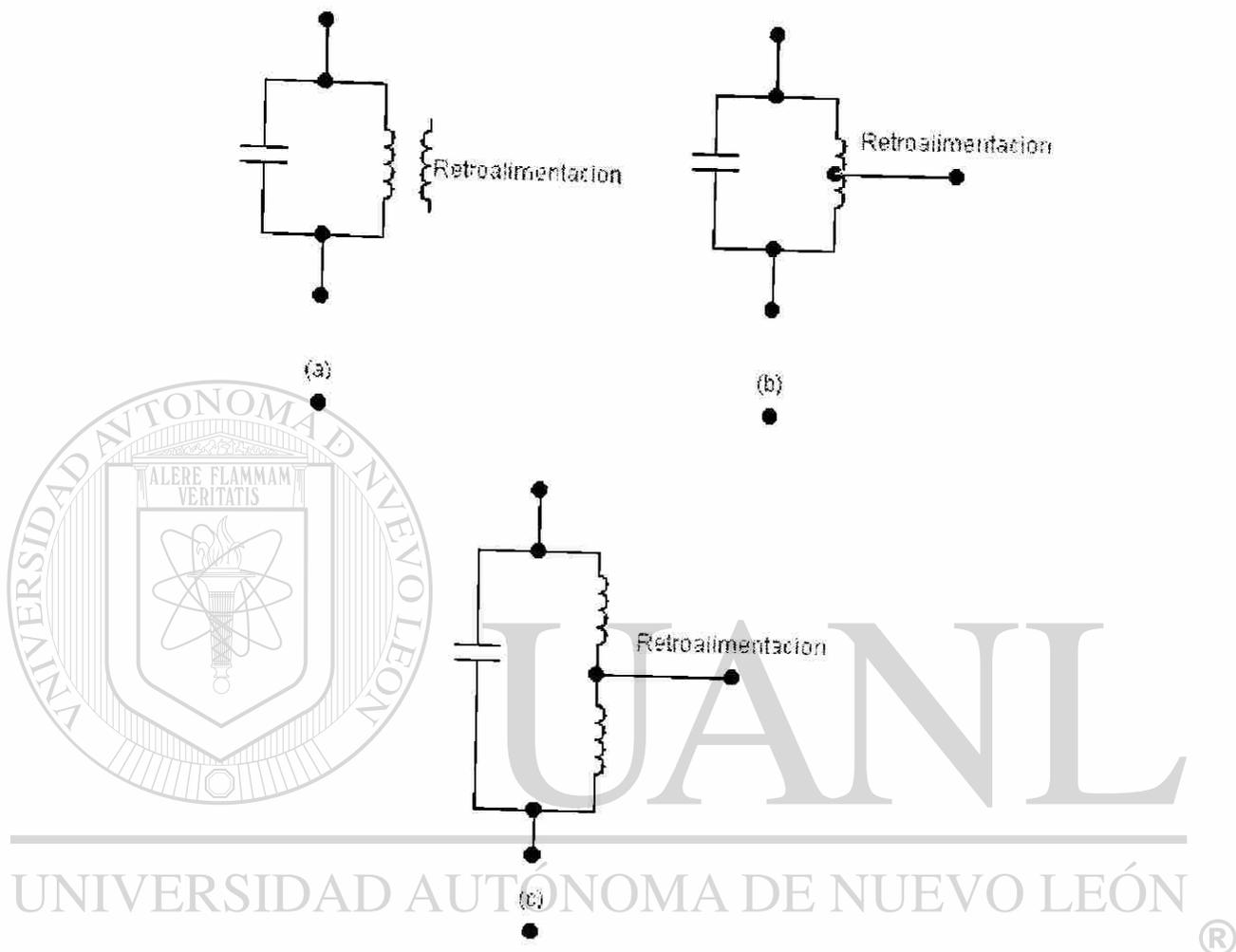
### 6.3 Retroalimentación

Se le conoce como retroalimentación al proceso de transferir energía de un punto de alto nivel en el sistema a uno de menor nivel. Si aplicamos este principio a un amplificador, esto significa transferir la salida del amplificador a su entrada.

Si la salida está desfasada de la entrada en 180 grados, se dice que la señal es *degenerativa* o que tiene *retroalimentación negativa*, pero por el contrario, si la señal está en fase con la entrada, la retroalimentación es *regenerativa* o es conocida como *retroalimentación positiva*. Como se mencionó anteriormente, la retroalimentación positiva o regenerativa es uno de los requisitos para poder producir un circuito oscilador práctico.

Si se utiliza un circuito tanque LC para generar oscilaciones, es posible tomar la señal regenerativa del mismo tanque; existen dos maneras de poder tomar parte de esta energía, las cuales se mencionan a continuación:

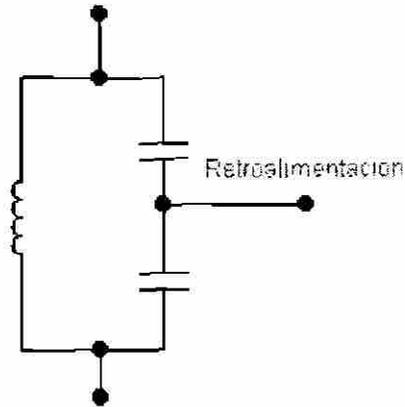
El primer método es tomar energía de la bobina, lo cual puede realizarse de cualquiera de las formas mostradas en la figura 6.10; cuando es utilizada la primer configuración en la cual se toma energía por inducción magnética, se le conoce como *oscilador armstrong*. Cuando la energía es tomada directamente de la bobina como en las figuras 6.10b y 6.10c, se le conoce como *oscilador hartley*.



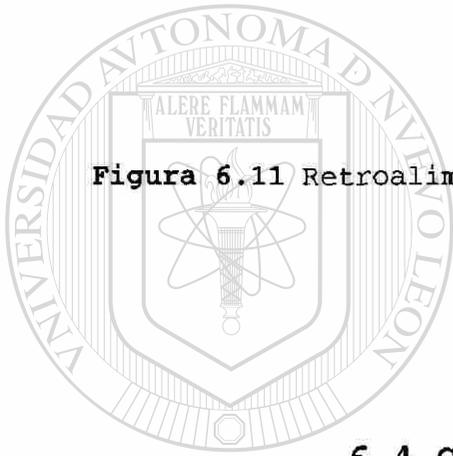
**Figura 6.10** Retroalimentación tomando energía de bobina

El segundo método por el cual se puede tomar energía, es el de tomar energía del capacitor, como se muestra en la figura 6.11, el cual se le conoce como *oscilador colpitts*.

Cabe hacer mención que el nombre que tienen estos osciladores es debido a las personas que los diseñaron originalmente.



**Figura 6.11** Retroalimentación tomando energía de capacitor



# UANL

## 6.4 Circuitos de osciladores

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

®

Dependiendo del tipo de la retroalimentación utilizada, los osciladores pueden ser clasificados por su tipo de red retroalimentadora:

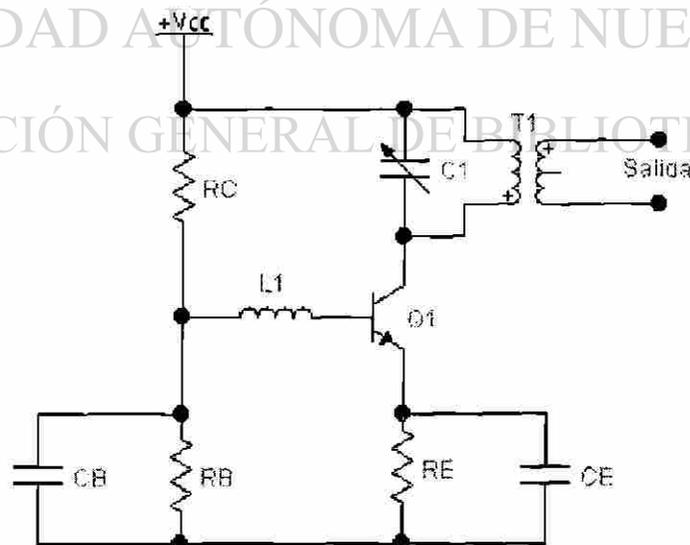
- \* Armstrong
- \* Hartley
- \* Colpitts

Además de clasificar los osciladores de esta manera, se pueden clasificar además por la manera en la cual se aplica el voltaje de DC.

Cuando un oscilador recibe su voltaje a través del circuito tanque, o una porción de el, se dice que tiene una *alimentación serie*. Por el contrario si el transistor recibe alimentación a través de una ruta diferente pero paralela al circuito tanque, entonces se tiene una *alimentación paralelo* o *alimentación shunt*.

Por ejemplo, un oscilador con alimentación serie en configuración Armstrong, se muestra en la figura 6.12. Como se observa la ruta del voltaje de DC pasa a través de  $R_E$ ,  $Q1$ , y  $T1$ . Además se observa que ambos componentes de voltaje, AC y DC fluyen a través del circuito tanque.

Modificando el circuito levemente, se convierte en un oscilador con alimentación paralelo, ahora el voltaje de DC fluye a través de  $R_E$  y  $Q1$ . El voltaje es aislado del tanque a través del capacitor  $C2$ . A diferencia de la configuración serie, solamente el voltaje de AC fluye a través del tanque.



**Figura 6.12** Oscilador Armstrong con alimentación serie

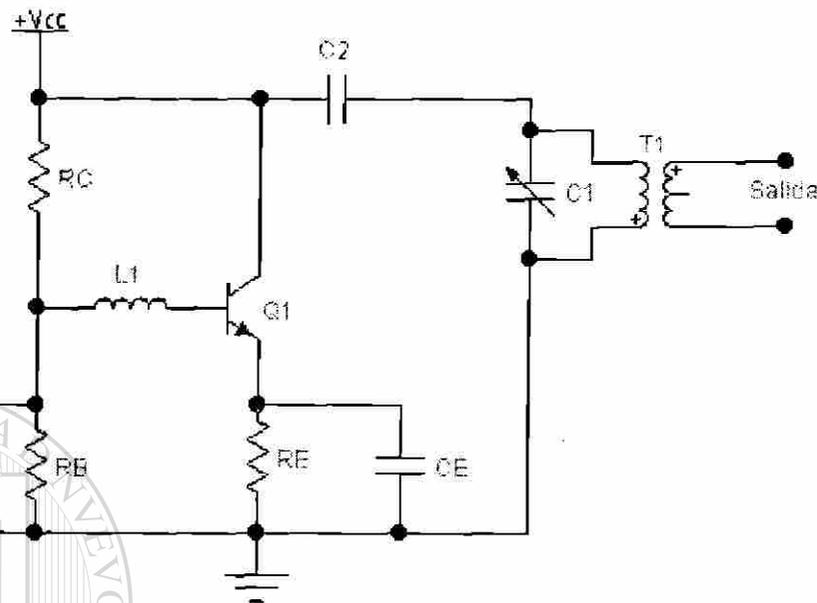


Figura 6.13 Oscilador Armstrong con alimentación paralelo

#### 6.4.1 Oscilador Armstrong

### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Las características que identifican a un oscilador Armstrong son las siguientes:

- \* Utiliza un circuito sintonizado LC para establecer la frecuencia de oscilación.
- \* La retroalimentación se realiza por acoplamiento magnético mutuo entre la bobina y el tanque LC.
- \* Utiliza un amplificador clase C con autopolarización.

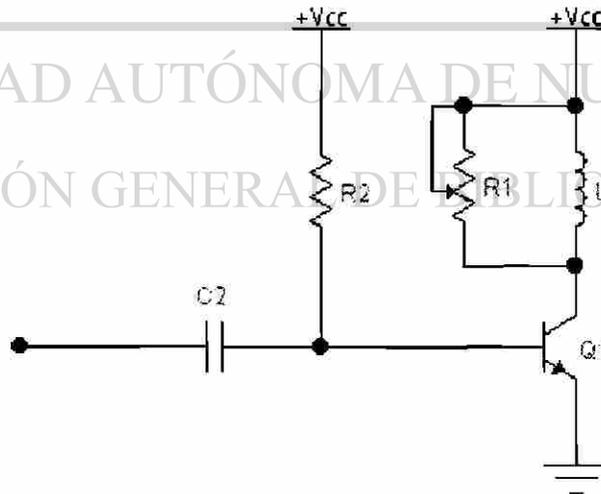
Una de las características de este tipo de osciladores es que tiene buena estabilidad en frecuencia, y la amplitud

de salida es relativamente constante.

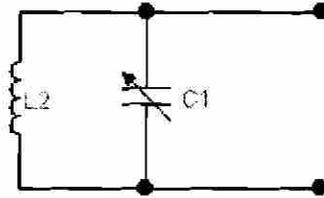
En las siguientes figuras se observarán con detalle las etapas que forman este tipo de osciladores.

En la figura 6.14 se muestra la etapa de amplificación del oscilador Armstrong básica. Si se analiza el circuito, se observa que R2 provee la polarización del transistor, C1 es el capacitor de desacoplo, y R1 y L1 forman la impedancia del colector. Además como se observa, ya que es una configuración emisor común provee un desfaseamiento de la señal entre la base y el colector de 180 grados.

La figura 6.15 muestra la parte del oscilador concerniente al dispositivo determinante de frecuencia, el cual está compuesto por la bobina L2 y el capacitor C1. Como se observa, C1 es variable y permite ajustar la frecuencia resonante al valor deseado.



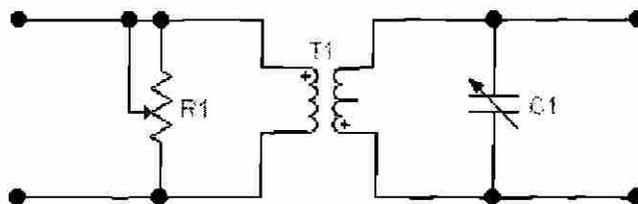
**Figura 6.14** Amplificador básico clase C de oscilador Armstrong



**Figura 6.15** Dispositivo determinante de frecuencia de oscilador Armstrong

La próxima etapa a analizar, es la red de retroalimentación la cual utiliza a L1 como el primario de un dispositivo de acoplamiento magnético en conjunto con otra bobina (L2). En otras palabras, las bobinas L1 y L2 forman un transformador de desacoplo, y debido a que los devanados se encuentran bobinados en sentido contrario, se obtiene un desfaseamiento de 180 grados de ambas señales.

La resistencia R1 controla la cantidad de corriente que fluye a través de L1, debido a que se puede ajustar esta resistencia para que fluya mucha o poca corriente por L1, y por inducción a través de L2, es necesario ajustar esta resistencia de tal manera que se mantenga una oscilación.



**Figura 6.16** Red de retroalimentación en oscilador Armstrong

Por último, la figura 6.17 muestra el circuito del

oscilador completo. Al conectar la red de retroalimentación a través del capacitor de desacoplo C2 a la base de Q1 forma un lazo cerrado para la retroalimentación.

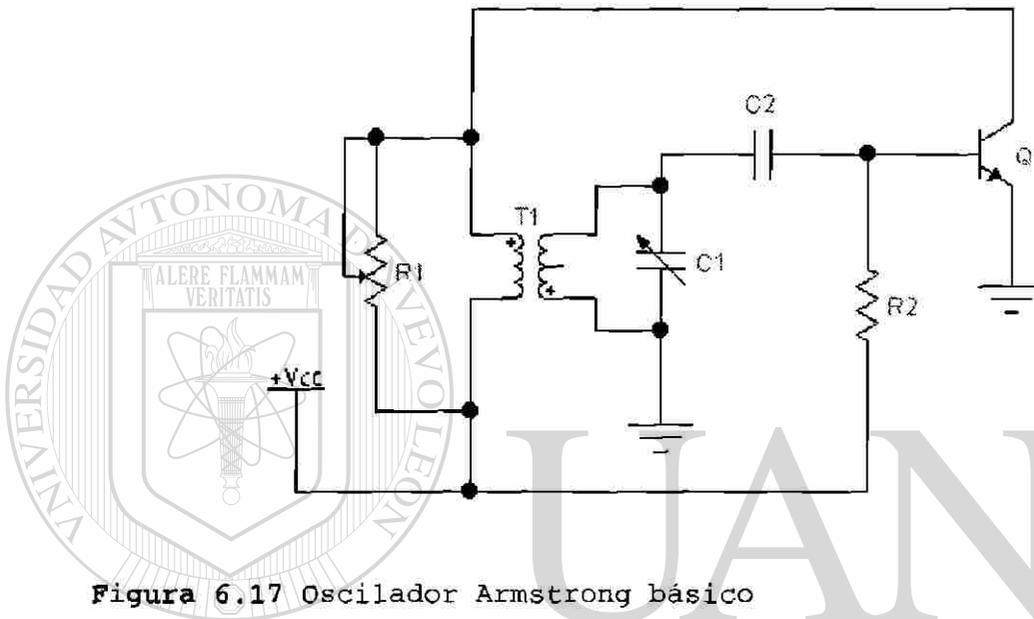


Figura 6.17 Oscilador Armstrong básico

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS 6.4.2 Oscilador Hartley

Aunque este oscilador no tenga una estabilidad en frecuencia como otros osciladores, el oscilador Hartley es una mejora en cuanto al oscilador Armstrong por diversas características; por ejemplo, este oscilador puede generar un gran rango de frecuencias y es muy fácil de sintonizar. Además, el oscilador Hartley opera en clase C con autopolarización en operación ordinaria, pero cuando la forma de onda de salida debe ser de un nivel de voltaje

constante el oscilador operará en clase A.

La diferencia principal, entre el oscilador Armstrong y el oscilador Hartley está en el diseño de de la bobina de retroalimentación. En el oscilador Hartley, no es utilizada otra bobina, en vez de eso, la bobina del tanque se separa en dos segmentos diferentes.

#### 6.4.2.1 Oscilador Hartley de alimentación serie

Una versión de este tipo de oscilador es mostrada en la figura 6.18.

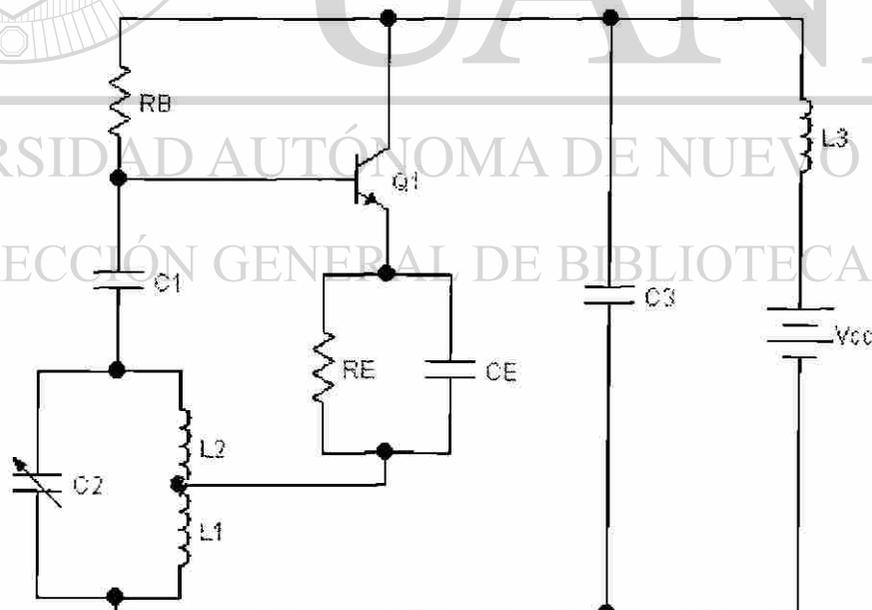


Figura 6.18 Oscilador Hartley de alimentación serie

Analizando el circuito, observamos que en este circuito el circuito tanque consiste de una bobina con derivación (L1 y L2) en conjunto con el capacitor C2. Además, el circuito de retroalimentación conecta el circuito tanque a la base del transistor Q1 a través del capacitor de desacoplo C1. Este capacitor, previene que la baja resistencia en DC de L2 haga corto circuito entre la unión emisor a base y la resistencia RE.

El capacitor C3 y la bobina L3 sirven como filtro para que la señal generada no pase a través de de la batería.

#### 6.4.2.2 Oscilador Hartley de alimentación paralelo

Se puede decir que el funcionamiento que en ambas versiones de este oscilador son idénticas, la diferencia que existe es que la corriente de DC no fluye a través del circuito tanque. Una versión de este oscilador se muestra en la figura 6.19

Cuando el voltaje es aplicado al circuito, Q1 empieza a conducir. Al incrementarse la corriente de colector, el cambio es acoplado a través del capacitor C3 al circuito tanque, causando que oscile. Además C3 actúa como un capacitor aislador para prevenir el voltaje de DC fluya por la bobina de retroalimentación.

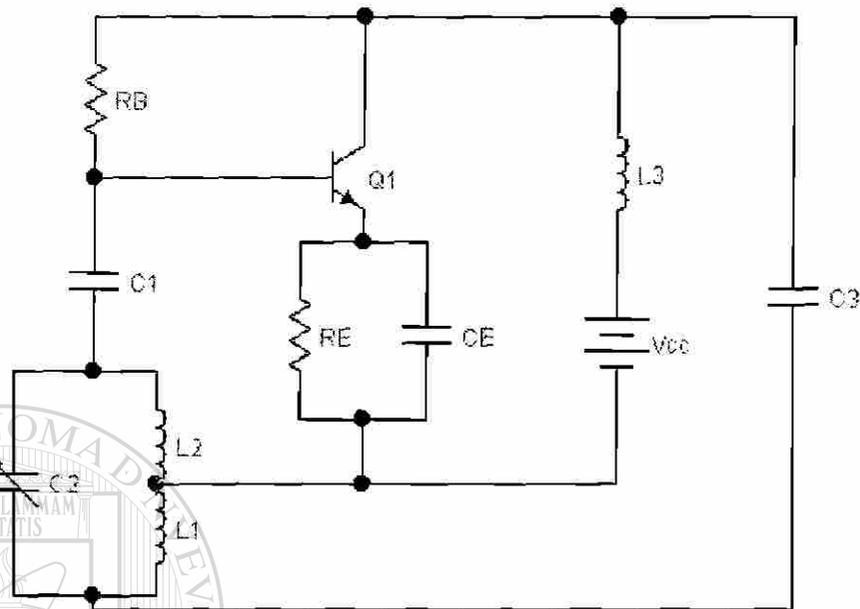


Figura 6.19 Oscilador Hartley de alimentación paralelo

### 6.4.3 Oscilador Colpitts

Una de las desventajas de los osciladores Armstrong y Hartley es que tienen una tendencia de ser inestables en frecuencia debido a capacitancia conjunta. A diferencia de ellos el oscilador Colpitts tiene buena estabilidad en frecuencia, es fácil de estabilizar, y puede ser utilizada en un gran rango de frecuencias.

El oscilador Colpitts es muy similar al oscilador Hartley de alimentación paralelo, excepto que dos capacitores son utilizados en el circuito tanque en vez de

una bobina con derivación. Nótese que no existe un capacitor de desacoplo entre el circuito tanque y la base de Q1. Los capacitores C1 y C2 del circuito tanque están en paralelo con la entrada y la salida de la capacitancia interelementos (capacitancia entre base, colector y emisor) del transistor. Por lo tanto el efecto de la capacitancia puede ser minimizado en el circuito tanque y tener una mejor estabilidad en frecuencia.

Un ejemplo de este circuito se muestra en la figura 6.20.

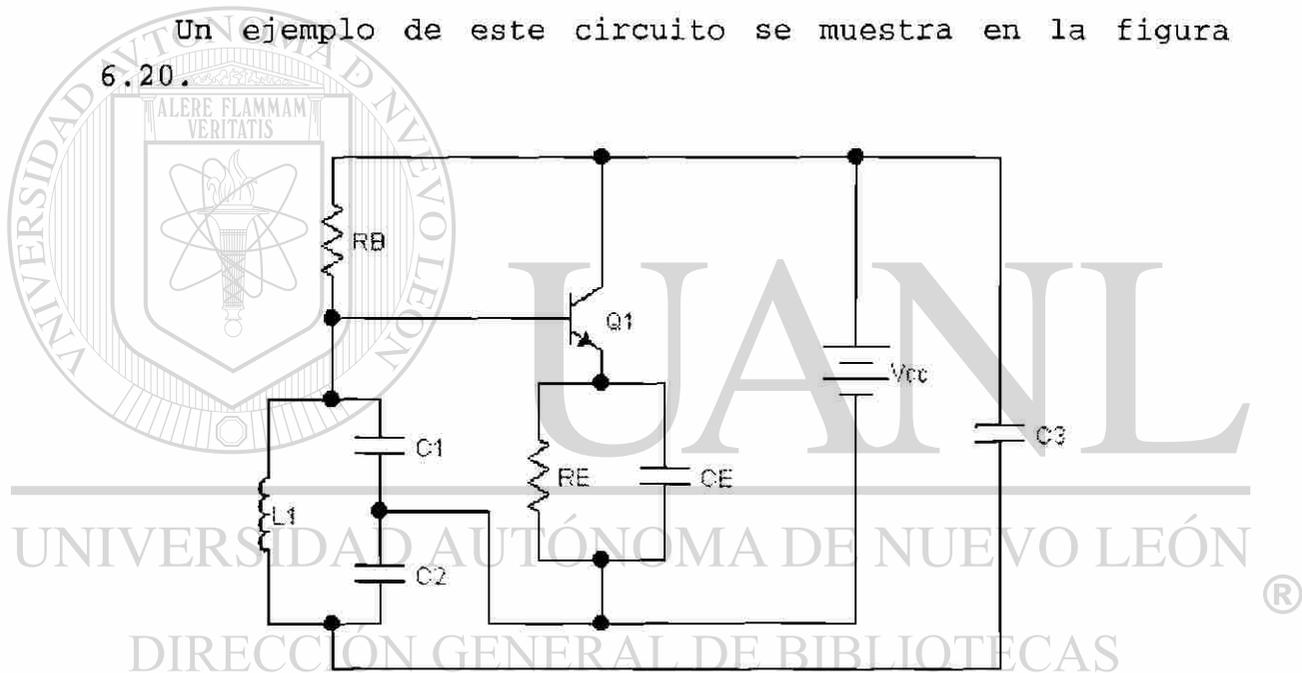


Figura 6.20 Oscilador Colpitts

#### 6.4.4 Oscilador de retroalimentación resistivo-capacitiva

Como se mencionó en la sección 6.2.1 una red resistivo-capacitiva (RC) provee una retroalimentación regenerativa y a la vez determina la frecuencia de operación en los osciladores RC.

La diferencia principal de estos osciladores y los vistos en las secciones anteriores, es que el dispositivo determinante de frecuencia en el oscilador RC no es un circuito tanque. Debido a esto, los osciladores basados en tanques LC, pueden operar en polarización clase A o clase C, a diferencia de los RC que solo pueden operar en clase A.

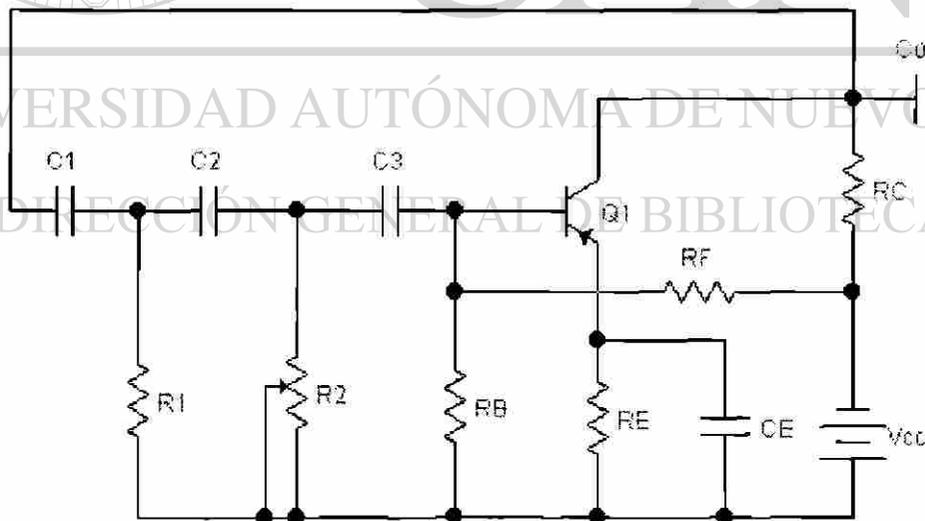


Figura 6.21 Oscilador de cambio de fase

En la figura 6.21 se muestra un oscilador de

retroalimentación RC o de corrimiento de fase. En este oscilador, los componentes C1, R1, C2, R2, C3 y Rb son la red de retroalimentación y la red determinante de frecuencia.

#### 6.4.5 Osciladores de cristal

En secciones anteriores se analizaron las características de los cristales usados como dispositivos determinantes de frecuencia, a continuación se profundizará este tema con más detalle.

Debido a que los cristales producen valores de Q y estabilidad en frecuencia mucho mayores que las realizables con los circuitos LC, los osciladores de frecuencia fija son generalmente realizados utilizando cristales de cuarzo como circuitos resonantes.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Habiendo dicho esto se puede pensar que los cristales tienen la reputación de ser estables y de trabajar a la frecuencia que está en el encapsulado. Lamentablemente en la mayoría de los casos no es así, produciendo entre otras las siguientes fallas:

- Algunos circuitos tienen una reputación de ser temperamentales, al punto no oscilar.
- Los cristales a veces oscilan misteriosamente a frecuencias inesperadas.

#### 6.4.5.1 Cuarzo y el efecto piezoeléctrico

El cuarzo es un material cristalino con una estructura atómica regular que se puede torcer con el uso simple de fuerza. Quitando la fuerza, la estructura de nuevo regresa a su forma original con muy pequeñas pérdidas de energía. Debido a esta característica, las ondas acústicas se propagan rápidamente a través del cuarzo con poca atenuación, ya que la velocidad de una onda acústica depende de la elasticidad y de la densidad del medio en el cual viaja.

Por ejemplo, si un material es calentado, éste se expande y causa que otras características del material cambien, tal como elasticidad, que afecta la velocidad del sonido en el material. En el cuarzo, sin embargo, la expansión y el cambio en la velocidad del sonido son muy pequeños y tienden a variar muy pequeño, lo que significa que el tránsito del sonido a través de un pedazo de cuarzo es muy estable.

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Otra característica de este material es el efecto *piezoeléctrico*. Al aplicar un campo eléctrico a un pedazo de cuarzo, éste se contrae como si se hubiera aplicado una fuerza mecánica. El campo eléctrico aplica una fuerza a las cargas eléctricas que se encuentran en la estructura del cristal. Estas cargas están fijas y no pueden moverse alrededor en el cristal como sucede en un semiconductor, esto es debido a que el cuarzo son un aislador. En el caso del dieléctrico de un capacitor, éste almacena energía creando distorsión física en una escala atómica o molecular. En un cristal piezoeléctrico, la distorsión

afecta la estructura entera. En algunos materiales piezoeléctricos, este efecto es suficientemente grande al grado que se pueden ver alteraciones físicas al aplicar un campo eléctrico.

Consideremos por ejemplo una barra de cuarzo, cualquier onda acústica que se propaga a lo largo de ella golpea eventualmente un extremo, donde hay un cambio grande y precipitado en impedancia acústica. Esta característica es similar a cuando una onda de RF golpea el final de una línea de transmisión sin terminación adecuada, lo que sucede, una gran reflexión. El otro extremo de la barra refleja similarmente la onda. A una cierta frecuencia específica, el desplazamiento de fase en un viaje completo será tal que las ondas de viajes sucesivos coinciden exactamente en fase y se refuerzan, dramáticamente aumentando la amplitud de la onda. Éste fenómeno es conocido como resonancia.

El paso de ondas en direcciones opuestas forma una onda estacionaria con antinodos en los extremos. Aquí se ve una ambigüedad: no solo una, sino una familia de diversas frecuencias, que causan un patrón de ondas estacionarias, en sí una familia de  $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots$ , longitudes de onda en la longitud total de la barra. En resumen, una barra de cuarzo puede resonar en cualesquiera y todas estas frecuencias.

La más baja de estas frecuencias, donde el cristal tiene  $1/2$  de la longitud de onda, se le conoce como el modo *fundamental*. Los demás se nombran el tercero, quinto, séptimo, ..., *sobretonos*. Debido a que existe un pequeño error en fase durante la reflexión en los extremos, hace que las frecuencias de los sobretonos difieran levemente de un número entero impar múltiplo de la fundamental. Por

consiguiente, el tercer sobretono de un cristal está muy cerca, pero no exactamente, tres veces, la frecuencia fundamental. Esta diferencia en cuanto es términos es para evitar la confusión con los armónicos, los cuales son señales adicionales en múltiplos enteros exactos de la frecuencia fundamental.

#### 6.4.5.2 Oscilador Armstrong controlado por cristal

Un ejemplo de un oscilador Armstrong controlado por cristal se muestra en la figura 6.22. Este oscilador utiliza un modo de operación en sintonía serie. Su funcionamiento es muy similar al oscilador Hartley con la excepción de que la estabilidad en frecuencia es mejorada por el cristal. Para operar el oscilador a diferentes frecuencias simplemente basta con cambiar el cristal.

En este circuito el capacitor variable  $C1$  hace que el circuito sea sintonizable a la frecuencia deseada. La retroalimentación regenerativa del colector a la base se lleva a cabo a través de la inductancia mutua de los devanados de  $T1$ . El cual provee el corrimiento de fase necesario para generar la oscilación.

Para concluir el análisis, en frecuencias mayores y menores de la frecuencia de resonancia serie del cristal, la impedancia aumenta y disminuye la cantidad de la señal de retroalimentación, la cual a su vez, previene las oscilaciones a frecuencias diferentes de la frecuencia de

resonancia serie.

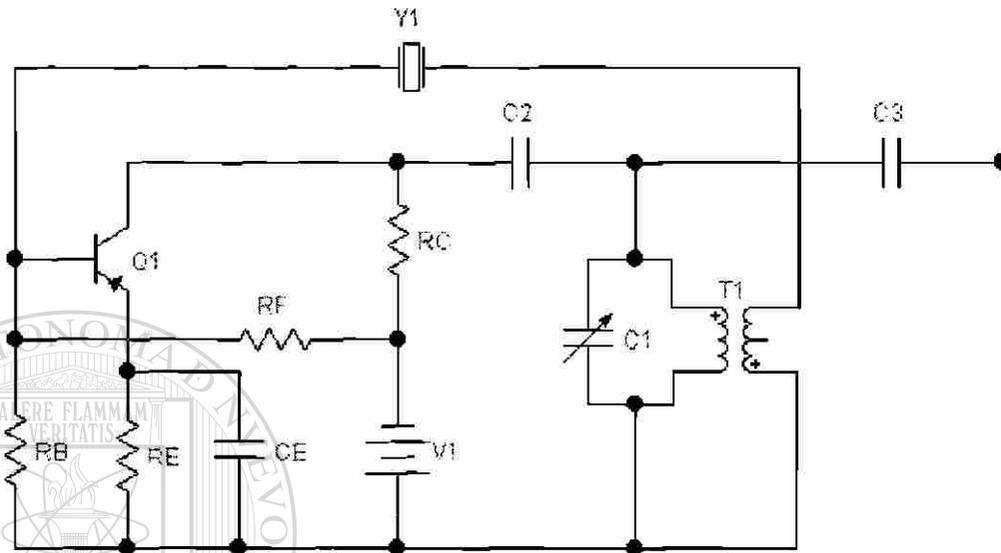


Figura 6.22 Oscilador Armstrong controlado por cristal

#### 6.4.5.2 Oscilador Pierce controlado por cristal

El oscilador Pierce controlado por cristal utiliza un cristal como circuito resonante paralelo, el cual puede decirse que es una versión modificada de un oscilador Colpitts, con la excepción de que el cristal reemplaza el circuito resonante en el oscilador Colpitts.

En la figura 6.23 se muestra un oscilador Pierce en configuración emisor común. El cristal y los capacitores C1 y C2 determinan la frecuencia de salida del oscilador. La

señal desarrollada entre Y1 y C1 es de 180 grados fuera de fase con la señal entre Y1 y C2. Por lo tanto, la señal entre la unión Y1 y C1 puede ser acoplada a la base de Q1 como una señal de retroalimentación regenerativa para mantener oscilaciones.

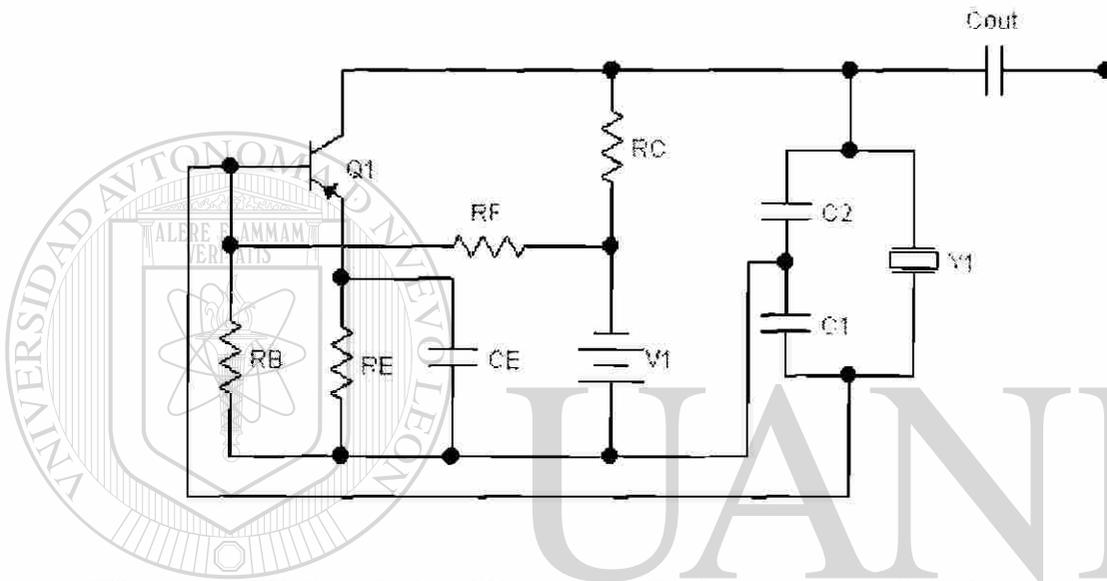


Figura 6.23 Oscilador Pierce controlado por cristal

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Capítulo VII

### Modulación y demodulación

En 1897 Marconi demostró que era posible transmitir una señal a través de ondas electromagnéticas a través del primer transmisor inalámbrico práctico. Con el cual le fue posible enviar y recibir señales a varios kilómetros de distancia. Tiempo después fue posible transmitir a distancias mucho mayores al grado de poder hacer posibles las comunicaciones transatlánticas. De esos principios hasta la actualidad, las radiocomunicaciones han crecido a gran velocidad.

El deseo de comunicarse directamente por voz, a una velocidad mucho mayor que la posible a través de telegrafía básica, obligó a investigar nuevos métodos y técnicas que hicieran posible este sueño. Estas investigaciones hicieron posible el desarrollo de la *modulación*. La cual puede definirse como la habilidad de imprimir un mensaje con inteligencia en un medio de transmisión, como por ejemplo las ondas de radio.

Dicho de otra manera, modular es imprimir las características de una forma de onda en una segunda forma

de onda al variar la amplitud, frecuencia, fase u otra característica de la segunda forma de onda.

### 7.1 Heterodinación

En la mayor parte de los casos las formas de onda de información son producidas por muchas fuentes diferentes y generalmente son de bajas frecuencias. Un buen ejemplo de este tipo de señales es la voz humana, en la cual en promedio varían desde 90 Hz a 10 KHz.

Pero en sí la mayor concentración de energía en cuanto a la voz se refiere, cae abajo de los 3 KHz. El rango de frecuencias usado para transmitir voz sobre circuitos de radio depende del grado de *fideliad* que se desee. Comúnmente el rango usado para la transmisión de voz es de 500 Hz a 2 KHz.

Las frecuencias contenidas en la voz humana pueden ser transmitidas a través de líneas telefónicas sin dificultad, pero transmitir las por medio de ondas de radio no es muy práctico. Esto es debido a las longitudes de ondas extremadamente grandes, por consiguiente, las antenas necesarias para irradiar estas ondas serían también impracticables. Generalmente las antenas tienen elementos radiantes de  $1/4$ ,  $1/2$ , 1 o más longitudes de onda de la frecuencia a irradiar.

En el proceso de modulación, las ondas de la fuente de información, a la cual se le conoce como *onda moduladora*, son impresas en ondas sinusoidales de radiofrecuencia llamada *portadora*. Esta portadora está suficientemente alta en frecuencia de tal manera que su longitud de onda relativamente pequeña para poder ser irradiada por una antena de dimensiones prácticas.

## 7.2 Modulación en amplitud

Para iniciar el análisis de este tipo de modulación, iniciaremos considerando una *onda portadora*  $c(t)$  definida por

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (1)$$

en la cual la amplitud  $A_c$  es llamada *amplitud de portadora* y la frecuencia  $f_c$  es conocida como *frecuencia portadora*.

Además de esto definamos  $m(t)$  como la señal bandabase que es la encargada de contener el mensaje.

Como una definición adicional, podemos decir que *modulación en amplitud* es el proceso en el cual la amplitud de la onda portadora  $c(t)$  es variada linealmente con la señal que contiene el mensaje  $m(t)$ .

### 7.2.1 Descripción en dominio del tiempo

La forma estándar de una onda modulada en amplitud (AM) está definida por

$$s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (2)$$

dónde  $k_a$  es una constante llamada *sensibilidad de amplitud* del modulador. Esta onda modulada se le conoce como onda AM estándar, debido a que su contenido espectral es completamente representativo de la modulación en amplitud.

La amplitud de la función que multiplica a  $\cos(2\pi f_c t)$  en la ecuación (2) se le conoce como el *envolvente* de la onda  $s(t)$ . Si representamos este envolvente por  $a(t)$ , podemos escribir

$$a(t) = A_c |1 + k_a m(t)| \quad (2) \quad \text{®}$$

#### DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Existen dos casos para esta ecuación, los cuales dependen de la magnitud de  $k_a m(t)$ , comparado a la unidad.

Para el primer caso, tenemos

$$|k_a m(t)| \leq 1 \quad (3)$$

Debido a esta condición el término  $1 + k_a m(t)$  es siempre positivo, debido a esto podemos simplificar la ecuación de la envolvente de la onda de AM escribiendo

$$a(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \quad (3)$$

Para este caso tendríamos una señal modulada de la siguiente forma

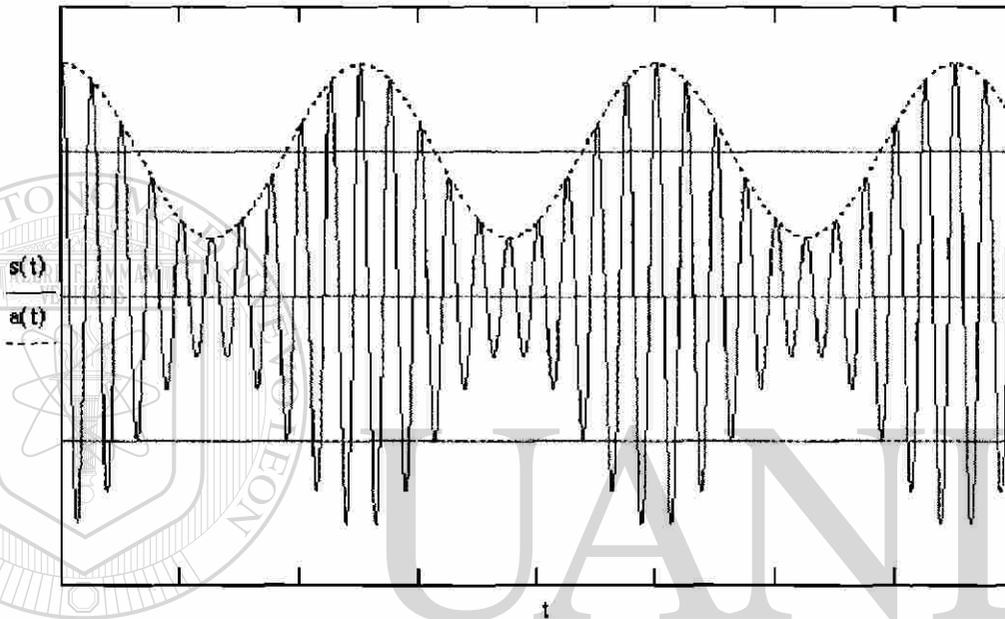


Figura 7.1 Señal de AM para  $|k_a m(t)| < 1$

Por el contrario para el segundo caso tenemos

$$|k_a m(t)| > 1 \quad (4)$$

Bajo esta condición, la ecuación (2) queda igual y no se simplifica como en el caso anterior.

El valor absoluto máximo de  $k_a m(t)$  multiplicado por 100 se refiere como el *porcentaje de modulación*, y aplicando esto a lo anterior, el primer caso corresponde a un porcentaje de modulación menor o igual a 100%, por el contrario el segundo caso el porcentaje de modulación

excede de 100%.

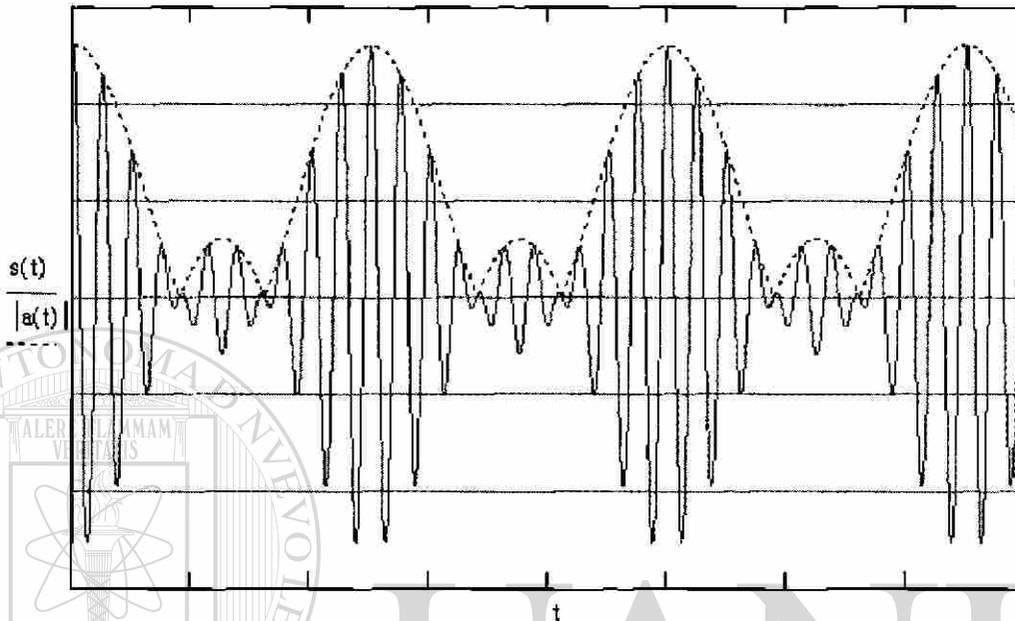


Figura 7.2 Señal de AM para  $|k_a m(t)| > 1$

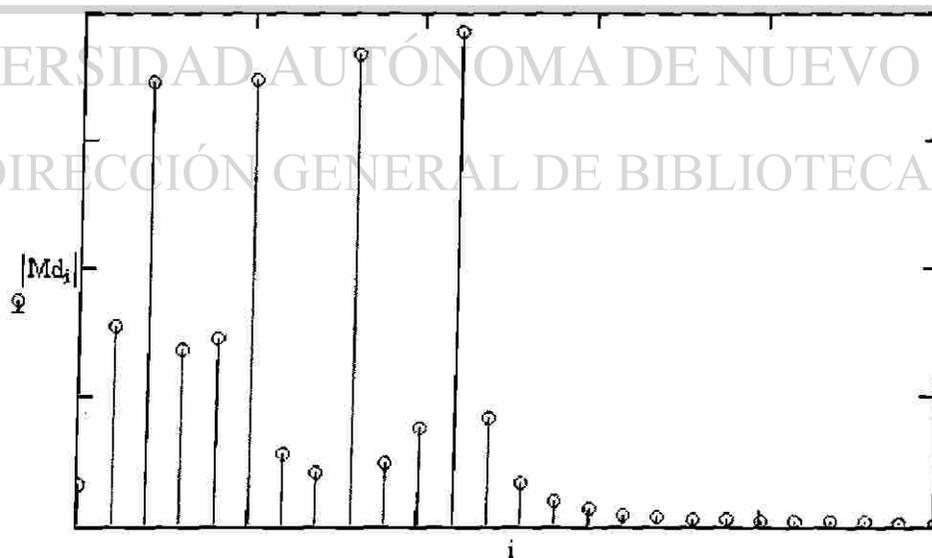
En conclusión, el envolvente de la forma de onda AM tiene una forma de onda que tiene una relación de uno a uno con la señal del mensaje solamente si el porcentaje de modulación es menor de 100%. Esta relación es destruida si el porcentaje de modulación excede de 100%, la cual se dice que sufre de *distorsión de envolvente*, lo que se conoce como *sobremodulación*.

### 7.2.2 Descripción en dominio de la frecuencia

Como se observó anteriormente, la ecuación (2) define la onda AM estándar  $s(t)$  como función del tiempo. Para obtener la descripción en frecuencia de esta onda, se obtiene la transformada de Fourier de esta señal. La cual aplicando la transformada de la función coseno y aplicando la propiedad de desplazamiento en frecuencia podemos escribir su transformada como

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)] \quad (5)$$

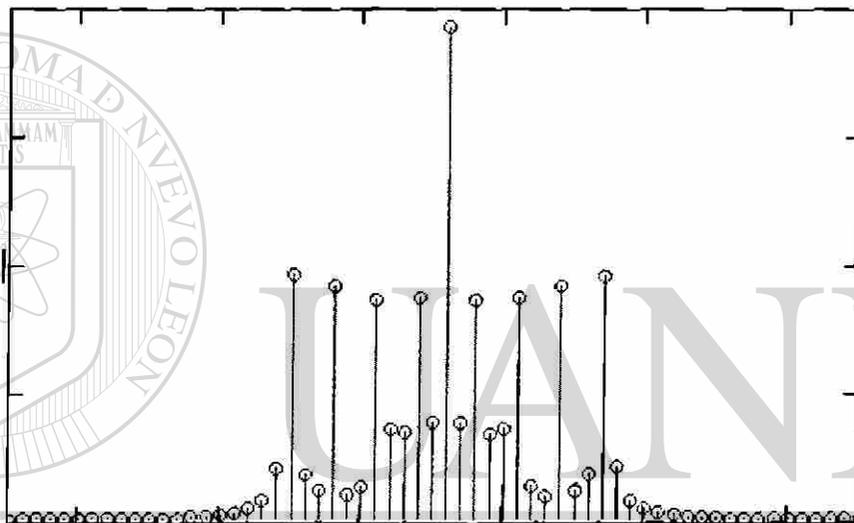
En donde  $M(f)$  denota la transformada de la señal que contiene el mensaje.



**Figura 7.3** Espectro de la señal del mensaje

Suponiendo que la señal del mensaje  $m(t)$  es limitada en

banda por el intervalo  $-W \leq f \leq W$ , como se muestra en la figura 7.3, de la ecuación (5) se observa que el espectro de  $S(f)$  de la onda de AM es similar al de la figura 7.4 para el caso de que  $f_c > W$ . Adicionalmente se puede mencionar que en la figura 7.3 se muestra solamente el espectro del lado positivo, se una señal compleja que posteriormente se va a modular.



**Figura 7.4** Espectro de una señal modulada en amplitud

Como se observa en la figura modulada, la señal  $M(f)$  aparece en ambos lados de la señal portadora (de mayor amplitud), similarmente que en la figura anterior solo se muestra el espectro positivo de la señal.

El lado superior de la señal modulada (a la derecha de la portadora) se le conoce como *banda lateral superior*, y a la del lado izquierdo como *banda lateral inferior*.

### 7.3 Generación de ondas AM

Después de haber descrito las características de las señales moduladas en amplitud, ahora se describirán dos métodos con los cuales se pueden generar estas señales.

Cabe hacer mención que ambos métodos descritos a continuación requieren el uso de un dispositivo no lineal para su implementación, la cual es apropiada para propósitos de modulación en baja potencia.

#### 7.3.1 Modulador de ley cuadrática

Para el diseño de un modulador de ley cuadrática se requiere de tres características:

- Un método para la suma de ambas onda portadora y moduladora
- Un dispositivo no lineal
- Un filtro pasa bandas

En la figura 7.5 se muestran estos elementos combinados para producir un modulador de ley cuadrática, para la cual definimos la onda portadora en una forma compacta

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) \quad (6)$$

Ejemplos de dispositivos cuadráticos son los diodos y los transistores, los cuales son muy comunes en la implementación de este tipo de moduladores.

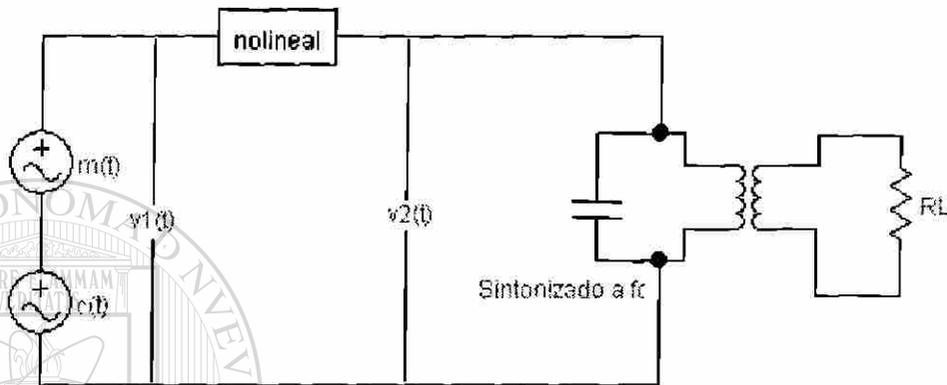


Figura 7.5 Modulador de ley cuadrática

Cuando un elemento no lineal, por ejemplo un diodo, es polarizado y operado en una región restringida de su curva característica, se observa que la característica de transferencia de la combinación del diodo y la resistencia de carga puede ser representada como si fuera un dispositivo cuadrático

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t) \quad (7)$$

En la cual  $a_1$  y  $a_2$  son constantes. Además  $v_1$  consiste de la onda portadora y la onda moduladora, esto es:

$$v_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t) \quad (8)$$

Finalmente, reemplazando la ecuación (8) en la (7), se obtiene el voltaje después del dispositivo no lineal

$$v_2(t) = a_1 A_c \left[ 1 + \frac{2a_2}{a_1} m(t) \right] \cos(2\pi f_c t) + a_1 m(t) + a_2 m^2(t) + a_2 A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t) \quad (9)$$

Como se observa en esta ecuación se tiene la señal deseada modulada en amplitud, como se muestra en el primer término de la ecuación (9) con una sensibilidad con amplitud  $k_a = 2a_2/a_1$ . Los demás términos se pueden eliminar con la etapa de filtraje adecuada.

### 7.3.2 Modulador de interrupción

En este tipo de modulador se asume que la onda portadora aplicada al diodo es grande en amplitud, de tal manera que utiliza gran parte de la curva característica del diodo. Otra suposición que se hace es que el diodo opera como un interruptor ideal; esto es, presenta una impedancia cero al polarizarse directamente, y presenta una impedancia infinita en caso contrario. Un modulador de este tipo, se muestra en la figura 7.6

Debido a esto, podemos aproximar la característica de transferencia de la combinación del diodo y la resistencia de carga usando una característica lineal. Tomando esto en cuenta, para un voltaje de entrada

$$v_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t) \quad (10)$$

Donde  $|m(t)| \ll A_c$ , el voltaje en la carga es

$$v_2(t) \simeq \begin{cases} v_1(t) & c(t) > 0 \\ 0 & c(t) < 0 \end{cases} \quad (11)$$

Dicho de otra manera, el voltaje en la carga  $v_2(t)$  varía entre los valores de cero y  $v_1(t)$  a una razón igual a la frecuencia de la portadora  $f_c$ . Debido a esto, si asumimos que la onda moduladora es demasiado débil comparada con la onda portadora, se logra reemplazar eficientemente el comportamiento no lineal del diodo con un equivalente aproximado de una operación lineal variable en el tiempo.

Habiendo especificado esto, podemos especificar (11) de la siguiente manera

$$v_2(t) \simeq [A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t)] g_p(t) \quad (12)$$

En la cual  $g_p(t)$  es un tren de pulsos periódico con un ciclo de trabajo igual de 50% y periodo  $T_0 = 1/f_c$ . Representando  $g_p(t)$  por su serie de Fourier, tenemos

$$g_p(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos(2\pi f_c t) + \dots \quad (13)$$

Sustituyendo (13) en (12), se observa que el voltaje en la carga es:

$$v_2(t) = \frac{A_c}{2} \left[ 1 + \frac{4}{\pi A_c} m(t) \right] \cos(2\pi f_c t) + \dots \quad (14)$$

Al igual que en el caso del modulador anterior se utiliza un filtro pasa bandas para eliminar los términos no necesarios.

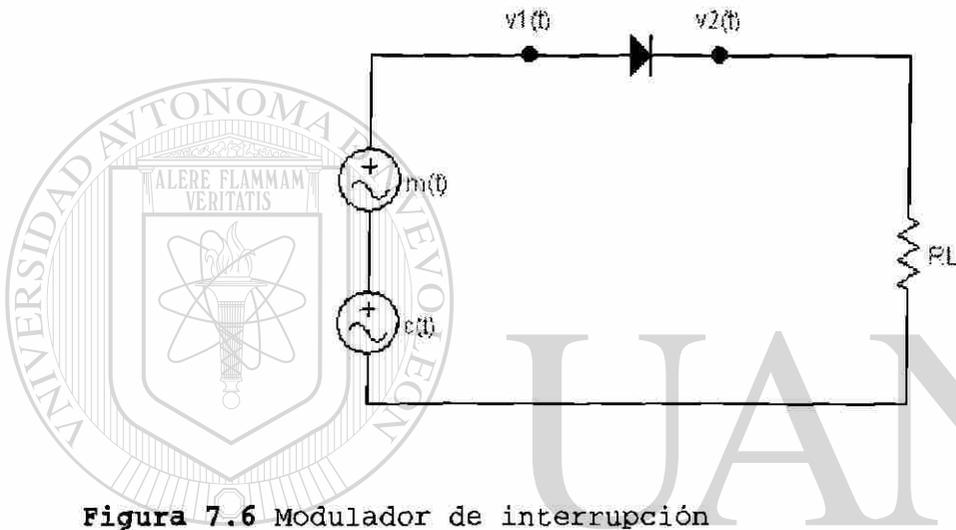


Figura 7.6 Modulador de interrupción

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## 7.4 Detección de ondas AM

A través del proceso de *detección o demodulación* se puede recuperar la señal del mensaje de una señal modulada. Dicho de otra manera, la detección es el proceso inverso a la modulación.

### 7.4.1 Detector de ley cuadrática

Si utilizamos un modulador de ley cuadrática con el propósito de detección tenemos un demodulador de ley cuadrática. Para el análisis de este dispositivo, empezamos utilizando la ecuación del dispositivo no lineal

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t) \quad (15)$$

Cuando se utiliza este dispositivo para la demodulación de una onda modulada en AM, la entrada ahora es la onda modulada, esto es

$$v_1(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (16)$$

Como último paso, si sustituimos la ecuación (16) en la ecuación (15) obtenemos la ecuación del voltaje después del

dispositivo no lineal

$$v_2(t) = a_1 A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 [1 + 2k_a m(t) + k_a^2 m^2(t)] [1 + \cos(4\pi f_c t)] \quad (17)$$

En esta ecuación el término buscado es  $a_2 A_c^2 k_a m(t)$ , como este término se obtiene  $a_2 v_1^2(t)$  es por eso que se le conoce como demodulador de ley cuadrática.

Debido a los componentes de frecuencia que se encuentran en el término recuperado  $m(t)$ , se pueden filtrar fácilmente con un filtro pasa bandas.

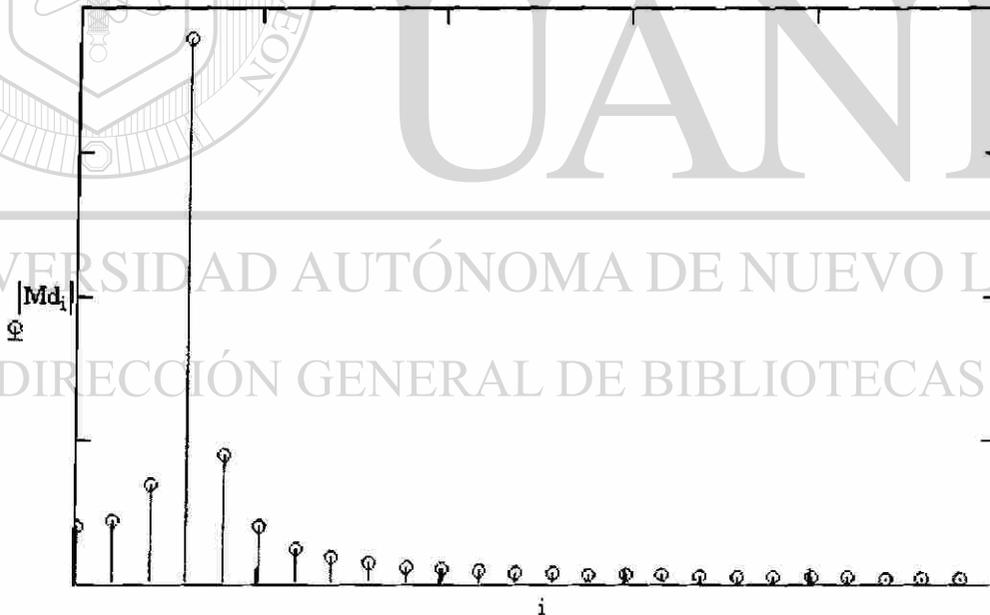


Figura 7.7 Espectro de  $m(t)$  de señal usada en demodulador

Para ver más claramente los componentes de frecuencia de este demodulador, se muestra el espectro de frecuencias de esta señal en la figura 7.8, la cual es la salida de la

señal modulada mostrada en el espectro de la figura 7.7

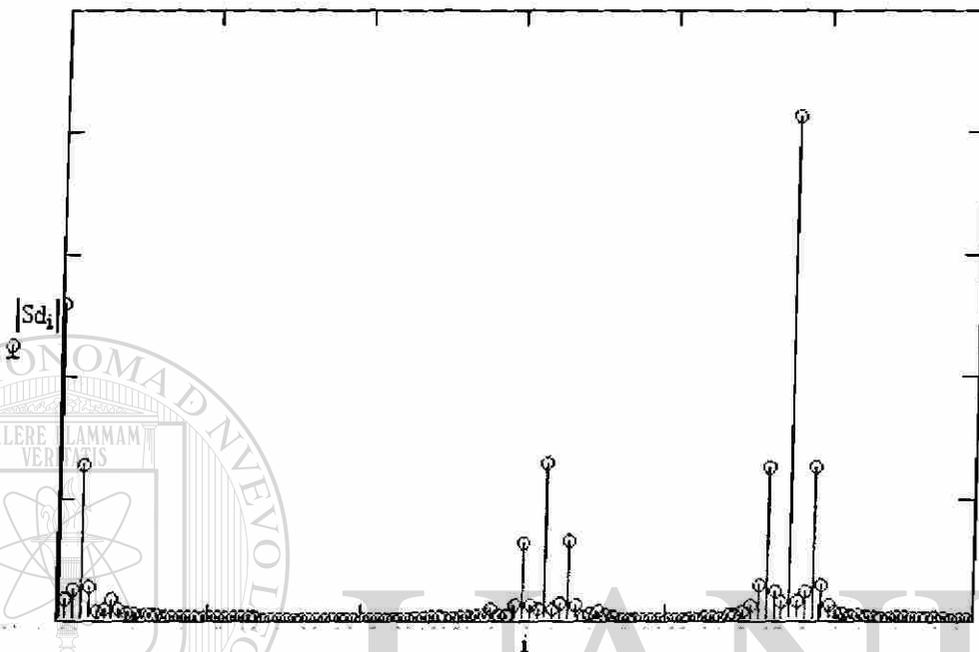


Figura 7.8 Espectro de salida de demodulador de ley cuadrática

Expandiendo la ecuación de la salida del demodulador obtenemos las siguientes componentes, y se reacomodando los términos dependiendo de su frecuencia

$$\begin{aligned}
 v_2(t) &= \frac{1}{2} a_2 A_c^2 + a_2 A_c^2 k_a m(t) + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 k_a^2 m^2(t) \\
 &+ a_1 A_c \cos(2\pi f_c t) + a_1 A_c k_a m(t) \cos(2\pi f_c t) \\
 &+ \frac{1}{2} a_2 A_c^2 \cos(4\pi f_c t) + a_2 A_c^2 k_a m(t) \cos(4\pi f_c t) \\
 &+ \frac{1}{2} a_2 A_c^2 k_a^2 m^2(t) \cos(4\pi f_c t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

Después de esto se observan claramente los componentes de frecuencia que aparecen al pasar la señal por un

demodulador de ley cuadrática, los cuales como se mencionó anteriormente utilizando un filtro pasa bajas se puede obtener la señal original.

Este demodulador tiene el inconveniente de que existe un componente adicional a baja frecuencia  $\frac{1}{2}a_2A_c^2k_a^2m^2(t)$ , la cual nos da una razón de señal a distorsión de  $2/k_a m(t)$ . Para poder sobrepasar esta limitante se tiene que manipular el porcentaje de modulación escogiendo  $|k_a m(t)|$  pequeño comparado con la unidad.

En conclusión, para poder recuperar la señal bandabase  $m(t)$  sin distorsión es necesario que la onda aplicada AM sea débil y además que el porcentaje de modulación sea pequeño.

### 7.4.2 Detector de envolvente

Un *detector de envolvente* es un dispositivo simple pero muy efectivo muy utilizado en la demodulación de una señal modulada en AM en banda angosta, esto es, la frecuencia de la portadora es muy grande comparada con el ancho de banda del mensaje, para el cual el porcentaje de modulación es menor a 100%. Idealmente un detector de envolvente produce una señal de salida que sigue la envolvente de la señal de entrada exactamente.

En la figura 7.9 se muestra el diagrama de un detector de envolvente el cual consiste en un diodo y un filtro RC. La operación de este circuito, se describe a continuación. En el semiciclo positivo de la señal de entrada, el diodo se polariza directamente y el capacitor se carga rápidamente al valor pico de la señal de entrada. Cuando la señal cae abajo de este valor, el diodo se polariza inversamente y el capacitor se descarga lentamente a través de la resistencia de carga. El proceso de descarga continúa hasta el siguiente semiciclo positivo. Cuando la señal de entrada es mayor que el voltaje en el capacitor, el diodo conduce de nuevo y el proceso es repetido.

Se asume que el diodo es ideal, presentando cero impedancia al flujo de la corriente en la región de polarización directa. Además se asume que la señal modulada en AM es proporcionada por una fuente de voltaje de impedancia de entrada  $R_s$ . Lo cual implica que la constante de tiempo de carga  $R_s C$  debe ser pequeña en comparación al periodo de la señal

## 7.5 Modulación de ángulo

Anteriormente, se investigó el efecto de variar lentamente la amplitud de una onda portadora sinusoidal de acuerdo con una señal de información banda base. Existe otro método de modular una onda portadora sinusoidal, la cual se conoce como, *modulación de ángulo* en la cual ya sea la fase o la frecuencia de la onda portadora se varía según la señal del mensaje. En este método de modulación la amplitud de la onda portadora es mantenida constante.

Empezaremos escribiendo la onda modulada en la forma general

$$s(t) = a_c \cos[\theta(t)] \quad (21)$$

En la cual la amplitud de la portadora es mantenida constante, y el argumento angular  $\theta(t)$  varía con respecto a la señal del mensaje  $m(t)$ . Si  $\theta(t)$  aumenta monótonicamente con el tiempo, la frecuencia promedio está dada por

$$f_{\Delta t}(t) = \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{2\pi\Delta t} \quad (22)$$

Para esto cabe mencionar que una oscilación completa ocurre cuando  $\theta(t)$  cambia en  $2\pi$ .

Habiendo dicho esto, definimos la *frecuencia instantánea* de la onda  $s(t)$  modulada en ángulo por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}
 f_i(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f_{\Delta t}(t) \\
 f_i(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\theta(t+\Delta t) - \theta(t)}{2\pi\Delta t} \\
 f_i(t) &= \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}
 \end{aligned} \tag{23}$$

De estas ecuaciones, podemos interpretar la onda modulada por ángulo como un fasor de longitud  $A_c$  y de ángulo  $\theta(t)$ , el cual tiene una velocidad angular de  $d\theta(t)/dt$ . En el caso simple de una señal portadora sin modular, el ángulo  $\theta(t)$  está dado por

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \phi_c \tag{24}$$

y el fasor correspondiente rota a una velocidad angular constante igual a  $2\pi f_c$ .

A continuación se mencionarán dos métodos con los cuales se puede variar el ángulo  $\theta(t)$  con respecto a una señal moduladora.

1. La modulación por fase (PM) es la forma de modulación de ángulo en la cual el argumento angular  $\theta(t)$  es variado linealmente con la señal del mensaje, como se muestra por

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t) \tag{25}$$

El término  $2\pi f_c t$  representa el argumento angular de la portadora no modulada, y la constante  $k_p$  representa la sensibilidad de fase del modulador, expresada en radianes por volt. Por lo tanto la forma de onda modulada

en fase  $s(t)$  es descrita en el dominio del tiempo como

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)] \quad (26)$$

2. La modulación en frecuencia (FM) es una forma de modulación de ángulo en la cual la frecuencia instantánea  $f_i(t)$  se varía linealmente con la señal del mensaje, como se muestra en la siguiente ecuación

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \quad (27)$$

El término  $f_c$  representa la frecuencia de la portadora no modulada, y la constante  $k_f$  representa la sensibilidad de frecuencia del modulador. Integrando la ecuación (27) con respecto al tiempo y multiplicando el resultado por  $2\pi$ , obtenemos

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt \quad (28)$$

Finalmente la onda modulada en frecuencia es descrita en el dominio del tiempo por

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t) dt\right] \quad (29)$$

## 7.6 Modulación en frecuencia

La forma de onda modulada en frecuencia  $s(t)$  definida en la ecuación (29) es una función no lineal de la onda

moduladora  $m(t)$ . Dicho de otra manera, la modulación en frecuencia es un *proceso no lineal de modulación*. A diferencia de la modulación en amplitud, el espectro de una onda modulada en frecuencia no está relacionada de una manera simple con la onda moduladora.

### 7.6.1 Modulación en frecuencia de un tono

Al considerar una onda moduladora sinusoidal definida por

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (30)$$

Se tiene una frecuencia instantánea de la onda resultante modulada en frecuencia definida por

$$\begin{aligned} f_i(t) &= f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t) \\ f_i(t) &= f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (31)$$

En la cual claramente se observa que

$$\Delta f = k_f A_m \quad (32)$$

A esta cantidad se le denomina comúnmente *desviación en frecuencia*, la cual representa el cambio máximo de la frecuencia instantánea de la onda FM con respecto a la frecuencia portadora fundamental. Una característica fundamental de una onda de FM es que la desviación de

frecuencia es proporcional a la amplitud de la onda moduladora y es independiente de la frecuencia de modulación.

Al utilizar la ecuación (31) el argumento regular  $\theta(t)$  de la onda FM se obtiene como

$$\begin{aligned}\theta(t) &= 2\pi \int_0^t f_i(t) dt \\ \theta(t) &= 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\end{aligned}\quad (33)$$

La razón de la desviación de frecuencia a la frecuencia de modulación comúnmente se le conoce como el índice de modulación de la onda de FM. La cual definiremos por la siguiente ecuación

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (34)$$

Y subsecuentemente

$$\theta(t) = 2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t) \quad (35)$$

### 7.6.2 Análisis espectral de una onda sinusoidal modulada en frecuencia

La onda modulada en frecuencia de una onda sinusoidal está dada por

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)] \quad (36)$$

La cual se puede expandir a la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} s(t) = & A_c \cos(2\pi f_c t) \cos[\beta \sin(2\pi f_m t)] \\ & - A_c \sin(2\pi f_c t) \sin[\beta \sin(2\pi f_m t)] \end{aligned} \quad (37)$$

A partir de esta forma expandida, se observan los componentes en fase y en cuadratura de la forma de onda modulada en frecuencia  $s(t)$ , los cuales son

$$s_r(t) = A_c \cos[\beta \sin(2\pi f_m t)] \quad (38)$$

$$s_q(t) = \sin[\beta \sin(2\pi f_m t)] \quad (39)$$

Se define además el envolvente complejo de la onda modulada en frecuencia como

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= s_r(t) + js_q(t) \\ \tilde{s}(t) &= A_c e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} \end{aligned} \quad (40)$$

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Este envolvente complejo retiene toda la información sobre el proceso de modulación. El cual nos permite expresar la onda FM en términos del envolvente complejo

$$\begin{aligned} s(t) &= \Re[A_c e^{j2\pi f_c t + j\beta \sin(2\pi f_m t)}] \\ s(t) &= \Re[\tilde{s}(t) e^{j2\pi f_c t}] \end{aligned} \quad (41)$$

A partir de la ecuación (40) se observa que el envolvente complejo es una función periódica en el dominio del tiempo, por lo cual se puede expandir usando una serie

compleja de Fourier como sigue

$$\tilde{z}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi n f_m t} \quad (42)$$

En dónde los coeficientes complejos equivalen a

$$\begin{aligned} c_n &= f_m \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} \tilde{z}(t) e^{-j2\pi n f_m t} dt \\ c_n &= f_m A_c \int_{-1/2f_m}^{1/2f_m} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t) - j2\pi n f_m t} dt \end{aligned} \quad (43)$$

Podemos utilizar la siguiente identidad para simplificar el análisis

$$x = 2\pi f_m t \quad (44)$$

Reescribiendo la ecuación (43) tenemos

$$c_n = \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - nx)} dx \quad (45)$$

La integral del lado derecho de la ecuación (45) se le conoce como la *función de Bessel de n-ésimo orden del primer tipo* con argumento  $\beta$ . La cual se denota comúnmente por el símbolo  $J_n(\beta)$ ; esto es

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \sin x - nx)} dx \quad (46)$$

Habiendo definido esto, podemos escribir la ecuación (45) como

$$c_n = A_c J_n(\beta) \quad (47)$$

Sustituyendo la ecuación (47) en la ecuación (42), obtenemos la expansión de los componentes complejos de la onda FM en términos de la función de Bessel

$$\tilde{s}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t} \quad (48)$$

Ahora, sustituyendo la ecuación (48) en la ecuación (41), obtenemos

$$s(t) = A_c \Re \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi(f_c + n f_m)t} \right] \quad (49)$$

Intercambiando el orden de la sumatoria y simplificando obtenemos

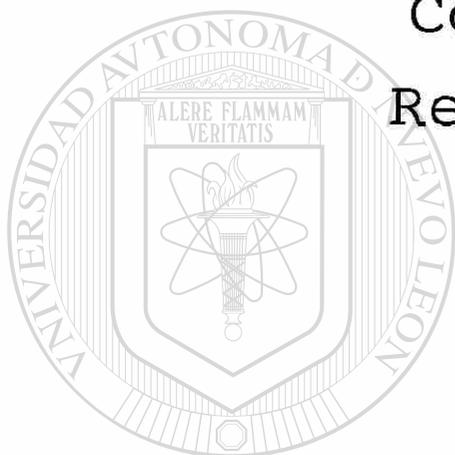
$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t] \quad (50)$$

Esta es la forma deseada de la representación de la serie de Fourier de la onda FM de un tono para un valor arbitrario de  $\beta$ . El espectro discreto de  $s(t)$  se obtiene tomando la transformada de Fourier en ambos lados de la ecuación (50), con lo que obtenemos finalmente

$$S(f) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) [\delta(f - f_c - n f_m) + \delta(f + f_c + n f_m)] \quad (51)$$

## Capítulo VIII

### Conclusiones y Recomendaciones



#### 8.1 Conclusiones

El tratado aquí realizado fue hecho con el objetivo de crear un compendio para la materia de comunicaciones que actualmente soy catedrático titular en el Instituto Tecnológico de Matamoros, el cual no existía previamente.

La hipótesis fue la de reducir el tiempo que se lleva al alumno el asimilar los conocimientos relacionados con esta materia.

Es de mi agrado decir que el objetivo propuesto fue cumplido como lo planeado, ya que al no tener la necesidad de dictar los apuntes, solo se le proporcionaban al alumno para su comprensión y estudio.

## 8.2 Recomendaciones

Como única recomendación quisiera estipular en este texto, que la creación de apuntes es una buena opción para cubrir todos los temas de un programa escolar, ya que elimina el tiempo necesario para ambos alumnado como maestros de preparar temas, comprar libros, etc.

Para el propósito de tener los apuntes actualizados solo basta editarlos en los periodos intersemestrales o intertetramestrales, y utilizarlos en el periodo escolar.

Además recomendaría la creación de filminas adicionales al texto para la exposición de gráficas y diagramas, los cuales al no existir, cuando se hizo el estudio de este tratado, quitaba un poco de tiempo al tener que escribirlas en el pizarrón para su explicación.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Bibliografía

Carlson, A. Bruce  
 Communication Systems - An Introduction to  
 Signals and Noise in Electrical Communication  
 Second Edition  
 McGraw-Hill

National Communications System  
 Technology and Standards Division  
 Telecommunications: Glossary of telecommunication terms  
 Federal Standard 1037C, 1996

Taub, Herbert  
 Principles of Communication Systems  
 Second Edition  
 McGraw-Hill

Hsu, Hwei P.  
 Análisis de Fourier  
 Primera Edición  
 Addison Wesley Iberoamericana

Couch, Leon W.  
 Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos  
 Quinta Edición  
 Prentice Hall

Polikar, Robi  
 The wavelet tutorial  
 Rowan University

Valens, C.

A really friendly guide to wavelets

1999

Lapatine, Sol

Electrónica en sistemas de comunicación

Cuarta reimpresión

Editorial Limusa

Edminister, Joseph A.

Teoría y problemas de circuitos eléctricos

Primera edición

McGraw-Hill

Mileaf, Harry

Electricidad Cuatro

Décima reimpresión

Editorial Limusa

American Radio Relay League

The ARRL Handbook for Radio Amateurs

2001 Edition

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

Navy Technical Engineering Training Series

Integrated Publishing

2003

Shannon, Claude E.

A Mathematical Theory of Communication

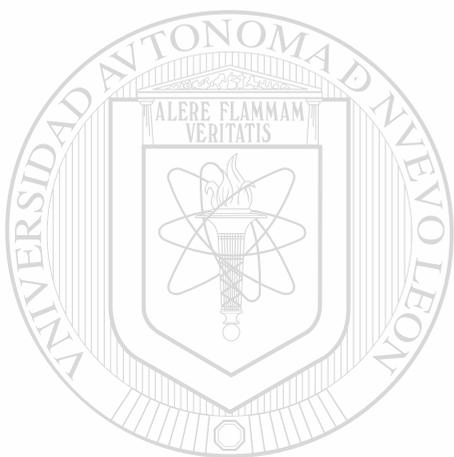
The Bell System Technical Journal,

Vol. 27, pp 379-423, 623-656

Julio, Octubre 1948

## Listado de Tablas

3.1	Fechas importantes en las comunicaciones.....	11
4.1	Niveles en decibeles con respecto a diversos valores absolutos.....	36



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



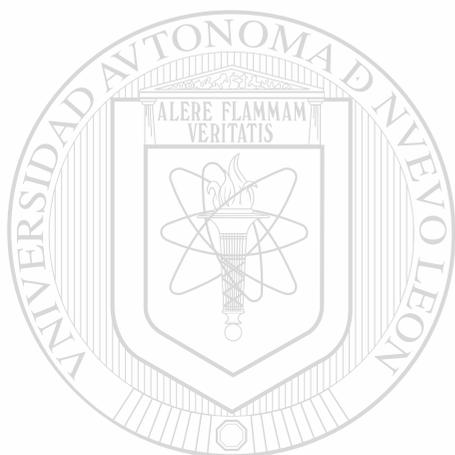
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

## Listado de Figuras

3.1	Elementos de un sistema de comunicación.....	16
3.2	Espectro electromagnético.....	19
4.1	Sistema de AC en estado estable.....	22
4.2	Representaciones de $A\cos(\omega_0 t + \theta)$ .....	24
4.3	Espectro de línea de $2 + 6\cos(2\pi 10t + 30^\circ) + 3\sin 2\pi 30t$ $- 4\cos 2\pi 35t$ .....	27
4.4	Representación de conjugado complejo de $A\cos(\omega_0 t + \theta)$ .....	28
4.5	Formas de onda físicas y matemáticas.....	30
4.6	Función Periódica.....	31
4.7	Tren de pulsos rectangular.....	40
4.8	Construcción de una función periódica a partir de una función definida arbitrariamente en tiempo.	44
4.9	Pulso exponencial doble.....	49
4.10	Pulso Gaussiano.....	56
4.11	Pulso Gaussiano con diversos valores de $\tau$ .....	61
4.12	Función delta Dirac.....	63
4.13	Representación de $\cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \dots$ $\dots + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t)$ .....	70
4.14	Espectro de $\cos(2\pi 10t) + \cos(2\pi 25t) + \dots$ $\dots + \cos(2\pi 50t) + \cos(2\pi 100t)$ .....	70
4.15	Representación de diferentes componentes de frecuencia a diferentes tiempos.....	71
4.16	Espectro de diferentes componentes de frecuencia a diferentes tiempos.....	71
4.17	Gráfica de transformada de Fourier de tiempo reducido.....	74
4.18	Forma de onda de diferentes resoluciones.....	77
4.19	Representación de señal cosenoidal utilizando diferentes escalas.....	80
5.1	Circuito resonante serie.....	83
5.2	Valores de impedancias en circuito resonante serie.....	84
5.3	Curva de respuesta en frecuencia de resonancia serie.....	86
5.4	Usos de un circuito resonante serie.....	87
5.5	Circuito resonante paralelo de tres ramas.....	88
5.6	Circuito resonante paralelo de dos ramas.....	89
5.7	Métodos de acoplamiento.....	91

5.8	Acoplamiento de impedancias con una red en configuración L.....	94
5.9	Acoplamiento de impedancias con una red en configuración $\pi$ .....	95
5.10	Acoplamiento de impedancias con una red en configuración T.....	97
5.11	Filtros pasa bajas en diferentes configuraciones..	99
5.12	Respuesta en frecuencia de filtro pasa bajas.....	100
5.13	Filtro pasa bajas de m-derivada.....	103
5.14	Respuesta en frecuencia de filtro pasa bajas de m-derivada.....	104
5.15	Filtros pasa altas de $k$ constante.....	105
5.16	Respuesta en frecuencia de filtro pasa altas de $k$ constante.....	106
5.17	Filtros pasa altas de m-derivada.....	107
5.18	Respuesta en frecuencia de filtro pasa altas de m-derivada.....	108
6.1	Diagrama a bloques de oscilador básico.....	112
6.2	Oscilador RC.....	115
6.3	Rangos de frecuencias para diferentes valores de RC.....	116
6.4	Oscilaciones producidas con circuito tanque sin resistencia interna.....	117
6.5	Oscilaciones producidas con circuito tanque con resistencia interna.....	118
6.6	Diagrama a bloques de oscilador LC.....	119
6.7	Rangos de frecuencias para diferentes valores de LC.....	120
6.8	Símbolo electrónico del cristal.....	122
6.9	Circuito equivalente de cristal.....	122
6.10	Retroalimentación tomando energía de bobina.....	124
6.11	Retroalimentación tomando energía de capacitor.....	125
6.12	Oscilador Armstrong con alimentación serie.....	126
6.13	Oscilador Armstrong con alimentación paralelo.....	127
6.14	Amplificador básico clase C de oscilador Armstrong.....	128
6.15	Dispositivo determinante de frecuencia de oscilador Armstrong.....	129
6.16	Red de retroalimentación en oscilador Armstrong..	129
6.17	Oscilador Armstrong básico.....	130
6.18	Oscilador Hartley de alimentación serie.....	131
6.19	Oscilador Hartley de alimentación paralelo.....	133
6.20	Oscilador Colpitts.....	134
6.21	Oscilador de cambio de fase.....	135
6.22	Oscilador Armstrong controlado por cristal.....	140
6.23	Oscilador Pierce controlado por cristal.....	141
7.1	Señal de AM para $ k_a m(t)  < 1$ .....	146
7.2	Señal de AM para $ k_a m(t)  > 1$ .....	147
7.3	Espectro de la señal del mensaje.....	148

7.4	Espectro de una señal modulada en amplitud.....	149
7.5	Modulador de ley cuadrática.....	151
7.6	Modulador de interrupción.....	154
7.7	Espectro de $m(t)$ de señal usada en demodulador....	156
7.8	Espectro de salida de demodulador de ley cuadrática.....	157
7.9	Detector de envolvente.....	160



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

# Glosario

- A -

**Adaptador de impedancia:** La conexión de una impedancia adicional a una existente para lograr un efecto específico, por ejemplo para balancear un circuito o para reducir la reflexión en una línea de transmisión.

**Amortiguamiento:** 1. La disminución progresiva con el tiempo de ciertas cantidades características de un fenómeno. 2. La disminución progresiva con el tiempo de la amplitud de las oscilaciones libres en un circuito.

**Ancho de banda (BW):** 1. La diferencia entre las frecuencias limitadoras dentro de las cuales el funcionamiento de un dispositivo, por lo que se refiere a una cierta característica, cae dentro de límites especificados. 2. La diferencia entre las frecuencias limitadoras de una banda de frecuencia continua.

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Armónico:** 1. De una onda senoidal, múltiplo entero de la frecuencia de la onda. Nota: La frecuencia de la onda senoidal es llamada la frecuencia fundamental o el primer armónico, el segundo armónico es de dos veces la frecuencia fundamental, el tercer armónico es de tres veces la frecuencia fundamental, etc. 2 De una señal periódica u otro fenómeno periódico, tal como una onda electromagnética o una onda acústica, es un componente de frecuencia de la señal que es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental. Nota: La frecuencia fundamental es el inverso del periodo en un fenómeno periódico.

**Atenuación:** La disminución de la intensidad de una señal o una onda, como resultado de la absorción de la energía y de la dispersión de la trayectoria al detector, pero sin incluir la reducción debido a la separación geométrica. Nota 1: La atenuación se expresa generalmente en dB. Nota 2: "atenuación" se confunde a menudo por error por "coeficiente de atenuación" que se expresa en dB por kilómetro. Nota 3: Una distinción debe ser hecha si la atenuación es sobre la potencia de la señal o es sobre la fuerza del campo eléctrico.

## DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Canal:** 1. Una conexión entre un nodo inicial y uno final de un circuito. 2. Una sola trayectoria proporcionada por un medio de transmisión, ya sea (a) la separación física, por ejemplo por cable multifilar o (b) la separación eléctrica, por ejemplo multiplexado en frecuencia o en tiempo. 3. Una trayectoria para transportar señales eléctricas o electromagnéticas, generalmente diferente de otras trayectorias paralelas. 4. Utilizado conjuntamente con una letra, un número, o una palabra clave

predeterminada para referirse a una radiofrecuencia específica. 5. La porción de un medio de almacenamiento, tal como una pista o una banda, que es accesible a una estación o cabeza de lectura o de escritura. 6. En un sistema de comunicaciones, la pieza que conecta una fuente de datos con un destino de datos.

**Coefficiente de atenuación:** Es la razón de disminución de la potencia promedio con respecto a la distancia a lo largo de una trayectoria de transmisión.

**Comunicaciones:** 1. Transferencia de información entre usuarios o procesos, conforme a consideraciones acordadas. 2. Rama de la tecnología encargada de la representación, transferencia, interpretación, y procesamiento de información entre personas, lugares y equipos.

- D -

**Demodulación:** La recuperación de una señal a partir de una portadora modulada, la cual tiene substancialmente las mismas características que la señal modulante original. ®

**Destino:** Parte de un sistema el cual recibe información de la fuente.

**Distorsión:** En un sistema o dispositivo, la distorsión es cualquier alteración de la forma de onda de salida con respecto a la forma de onda de entrada después de ser modificada por la función de transferencia del sistema. *Nota:* La distorsión puede resultar debido a muchos mecanismos. Por ejemplo, que la función de transferencia del dispositivo activo tenga rangos no lineales, tal como

un tubo de vacío, transistor, o amplificador operacional. La distorsión también puede ser causada por un componente pasivo tal como cable coaxial o fibra óptica, o que el material de la vía de propagación no sea completamente homogéneo, que tenga reflexiones, etc.

- E -

**Ecuaciones del Maxwell:** Un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que describen y predicen el comportamiento de las ondas electromagnéticas en el espacio libre, en los dieléctricos, y en los límites entre los conductores y los dieléctricos. Nota: Las ecuaciones de Maxwell se amplían y unifican las leyes de Ampere, de Faraday, y del Gauss, y forman la fundación de la teoría electromagnética moderna.

**Efecto flywheel:** En un oscilador, se define como la continuación de las oscilaciones después de remover el estímulo de control. Nota 1: Este efecto es causado usualmente por la interacción de los circuitos capacitivos e inductivos en el oscilador. Nota 2: Este efecto puede ser deseado, como en los lazos amarrados de fase (PLL) utilizados en sistemas síncronos, o indeseables como en los osciladores controlados por voltaje (VCO).

**Enlace:** 1. Las instalaciones de comunicaciones entre nodos adyacentes en una red. 2. Una porción de un circuito conectado en tándem con otras porciones, por ejemplo, en serie. 3. Una trayectoria de radio entre dos puntos, llamado enlace de radio. 4. En comunicaciones, un término general usado para indicar la existencia de instalaciones de comunicaciones entre dos puntos. 5. Un circuito

conceptual, por ejemplo, un circuito lógico, en medio de dos usuarios de una red, que permite a los usuarios que se comuniquen, incluso cuando diversas trayectorias físicas son utilizadas. *Nota 1:* En todos los casos, el tipo de enlace, tal como enlace de datos, enlace de bajada (downlink), enlace de dos vías (duplex), enlace de fibra óptica, enlace de línea de vista, enlace punto a punto, enlace de radio y enlace satelital, debe ser identificado. *Nota 2:* Un enlace puede ser de un solo sentido (simplex), de doble sentido en una sola vía (half-duplex), o de doble sentido (duplex).

**Espectro electromagnético:** La gama de las frecuencias de la radiación electromagnética a partir de cero al infinito. *Nota:* El espectro electromagnético estaba, por costumbre y práctica, dividido en 26 bandas alfabéticamente señaladas. Este uso todavía prevalece a un cierto grado. Sin embargo, el ITU reconoce formalmente 12 bandas, a partir 30 Hz a 3000 GHz. Las bandas nuevas, a partir 3 THz a 3000 THz, están bajo consideración activa para el reconocimiento.

**Estabilidad:** La invariabilidad de una propiedad especificada de una substancia, dispositivo, o aparato a través del tiempo, o bajo la influencia de factores extrínsecos externos.

**Fidelidad:** El grado a el cual un sistema, o una porción de un sistema, reproduce exactamente, en su salida, las características esenciales de una señal impresionada en su entrada o el resultado de una operación prescrita en la señal impresionada en su entrada.

**Filtro:** En electrónica, se define como un dispositivo que transmite parte de la energía incidente y consecuentemente cambiar la distribución espectral de energía: (a) Un filtro pasa-altas transmite energía sobre cierta frecuencia; (b) Un filtro pasa-bajas transmite energía abajo de cierta frecuencia; (c) Un filtro pasa-bandas transmite energía en cierto ancho de banda; (c) Un filtro rechaza-bandas transmite energía fuera de cierto ancho de banda específico;

**Fuente:** Parte de un sistema en el cual se considera que se originan los mensajes

- H -

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

**Heterodino:** 1. Proceso de generar nuevas frecuencias por medio de la mezcla de dos o más señales en un dispositivo no lineal tal como un tubo de vacío, un transistor, o un mezclador de diodo. *Nota:* Un receptor superheterodino convierte cualquier frecuencia seleccionada de entrada por la acción heterodina a una frecuencia intermedia común donde se provee amplificación y selectividad (filtración). 2. Una frecuencia producida por la mezcla de dos o más señales que se mezclan en un dispositivo no lineal.

- I -

**Impedancia:** La oposición pasiva total ofrecida al flujo de la corriente eléctrica. *Nota 1:* La impedancia es determinada por la combinación particular de la resistencia, de la reactancia inductiva, y de la reactancia capacitiva en un circuito dado. *Nota 2:* La impedancia es una función de la frecuencia, excepto en la caso de redes puramente resistivas.

**Impedancia característica ( $Z_0$ ):** 1. La impedancia de un circuito que, cuando está conectado con la de salida de una línea uniforme de transmisión de longitud arbitraria, hace la línea aparecer infinitamente larga. *Nota 1:* Una línea uniforme terminada en su impedancia característica no tendrá ninguna onda estacionaria, ninguna reflexión en los extremos, y una cociente constante de voltaje contra la corriente en una frecuencia dada en cada punto en la línea. *Nota 2:* Si la línea no es uniforme, la impedancia iterativa debe ser utilizada. 2. Para las ecuaciones de Maxwell, la impedancia característica se define como la impedancia de un medio de propagación lineal, homogéneo, isotrópico, dieléctrico y libre de cargas eléctrica, dado por la relación  $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$  donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética y  $\epsilon$  es la constante dieléctrica del medio.

**Información:** 1. El significado que el ser humano asigna a los datos a conveniencia, tomando consideraciones conocidas utilizándolas en su representación. 2. En uso de inteligencia, datos sin procesar de cada descripción la cual puede ser utilizada en la producción de inteligencia.

**Interferencia:** 1. En general, es energía extraña al sistema, de fuentes naturales o artificiales, que impide

la recepción de la señal deseada. 2. Una emisión coherente teniendo un contenido espectral relativamente pequeño, por ejemplo, una emisión de radio de otro transmisor a aproximadamente la misma frecuencia, o teniendo un armónico similar, otra emisión de interés a un dado receptor, el cual impide la recepción de la señal deseada. *Nota:* En el contexto de esta definición, interferencia se diferencia de ruido en que el segundo es una emisión incoherente de una fuente natural o artificial, la cual usualmente tiene un contenido espectral amplio. 3. El efecto de la energía no deseada debido a una o la combinación de emisiones, radiaciones, o inducciones en la recepción de un sistema de radiocomunicación, manifestada en una degradación de rendimiento, mala interpretación o pérdida de información la cual puede ser extraída en la ausencia de tal energía no deseada. 4. la interacción de dos ondas coherentes o parcialmente coherentes, la cual produce una onda resultante que difiere de las formas originales en fase, amplitud, o ambas. *Nota:* la interferencia puede ser constructiva o destructiva, esto es, puede resultar en un incremento o en un decremento en la amplitud respectivamente. Dos ondas de igual amplitud y frecuencia, desfasada una de la otra  $180^\circ$ , se cancela una con otra. Y de misma fase, crean una onda resultante con el doble de amplitud de cualquiera de las dos ondas que interfieren.

**Medio de transmisión:** Cualquier material, tal como cable de fibra óptica, cable par trenzado, cable coaxial, guías de onda, agua o aire, que puede ser utilizado para la propagación de señales, usualmente en forma de radio modulado, luz u ondas acústicas, de un punto a otro.

**Mensaje:** 1. Cualquier pensamiento o idea, expresado brevemente en un lenguaje común o secreto, preparado para ser transmitido por cualquier medio de comunicación.

*Nota:* Un mensaje puede ser de una unidad o de muchas unidades. 2. Grabar información expresada en un lenguaje simple o encriptado y preparado en un formato especificado para ser transmitido por un sistema de comunicaciones. 3. Una cantidad arbitraria de información cuyo inicio y final está definido o implicado.

**Modulación:** El proceso, o resultado de un proceso, de variar las características de una portadora, en concordancia con una señal que contiene la información original.

**modulación en amplitud (AM):** Modulación en la cual la amplitud de una onda portadora se varía de acuerdo con alguna característica de la señal de modulación. *Nota:* La modulación en amplitud implica la modulación de una onda portadora coherente mezclándola en un dispositivo no lineal con la señal de modulación para producir bandas laterales superiores e inferiores discretas, que son las frecuencias de la suma y de la diferencia de la portadora y la señal. El envolvente de la onda modulada resultante es un análogo de la señal de modulación. El valor instantáneo de la onda modulada resultante es la suma del vector de los valores instantáneos correspondientes a la onda portadora, a la banda lateral superior, y la banda

lateral inferior. La recuperación de la señal de información puede realizarse por la detección directa o heterodinación.

- O -

**Oscilador:** Circuito electrónico diseñado para producir un voltaje o corriente alterno idealmente estable.

- P -

**Portadora:** 1. Una onda apropiada para ser modulada por una señal conteniendo información. 2. Una emisión no modulada. *Nota:* La portadora es comúnmente una onda senoidal o una serie de puntos predecible o uniforme. Sinónimo: **onda portadora.**

**Proceso Estocástico:** Se define como un sistema físico, o un modelo matemático de un sistema el cual produce una secuencia de símbolos gobernada completamente por un conjunto de probabilidades.

- R -  
DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

**Relación de señal a ruido (SNR):** Es la relación de la amplitud de la señal deseada a la amplitud de las señales de ruido en un punto dado en el tiempo. *Nota 1:* El SNR se expresa como 20 veces el logaritmo del cociente de la amplitud, o 10 veces el logaritmo del cociente de la energía. *Nota 2:* El SNR se expresa generalmente en dB y en los términos de los valores máximos para los valores del ruido y de la raíz media cuadrática del impulso para el ruido aleatorio. En definir o especificar el SNR, la señal y el ruido se deben caracterizar, esto es, el

cociente de la señal pico al pico de ruido, para evitar la ambigüedad.

**Resonancia:** En un circuito eléctrico, la condición que existe cuando la reactancia inductiva y la reactancia capacitiva están de igual magnitud, causando que la energía eléctrica oscile entre el campo magnético de la inductancia y el campo eléctrico del capacitor. *Nota 1:* La resonancia ocurre porque el campo magnético que se colapsa de la bobina genera una corriente eléctrica en sus devanados que cargue el capacitor y la descarga del capacitor proporciona una corriente eléctrica que construye el campo magnético en la bobina, y así sucesivamente. *Nota 2:* En la resonancia, la impedancia serie de los dos elementos está en un mínimo y la impedancia paralelo es un máximo. La resonancia se utiliza para ajustes y filtrados, debido a que la resonancia ocurre en una frecuencia particular para los valores dados de inductancia y de capacitancia. La resonancia puede ser perjudicial a la operación de los circuitos de comunicaciones causando las oscilaciones sostenidas y transitorias indeseadas que pueden causar ruido, la distorsión de la señal, y el daño a los elementos de circuito. *Nota 3:* En resonancia la reactancia inductiva y la reactancia capacitiva están de igual magnitud. Por lo tanto,  $\omega L = 1/\omega C$ , donde  $\omega = 2\pi f$ , en la cual  $f$  es la frecuencia resonante en hertz,  $L$  en Henrios, y  $C$  es la capacitancia en farads. Así,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

**Ruido: 1.** Alteración no deseada dentro la banda de frecuencia de interés; la suma de energía no deseada

introducida en un sistema de comunicaciones por fuentes creadas por el hombre o fuentes naturales. 2. Una alteración que afecta una señal y que puede distorsionar la información que lleva una señal. 3. Variaciones aleatorias de una o más características de cualquier entidad tal como voltaje, corriente o datos. 4. Una señal aleatoria de propiedades estadísticas conocidas de amplitud, distribución, y densidad espectral. 5. Cualquier alteración que tiende a interferir con la operación normal de un dispositivo o sistema.

- 5 -

**Señal:** 1. Energía transmitida detectable que puede ser utilizada para llevar información. 2. Una variación dependiente del tiempo de las características de un fenómeno físico, usada para llevar información. 3. Aplicado a electrónica, cualquier impulso eléctrico transmitido.

**Sistema de comunicación:** Una colección de redes individuales, sistemas de transmisión, estaciones repetidoras, estaciones tributarias, y equipo de terminal de datos (DTE) usualmente capaces de interconectarse e interoperar como un sistema integrado.

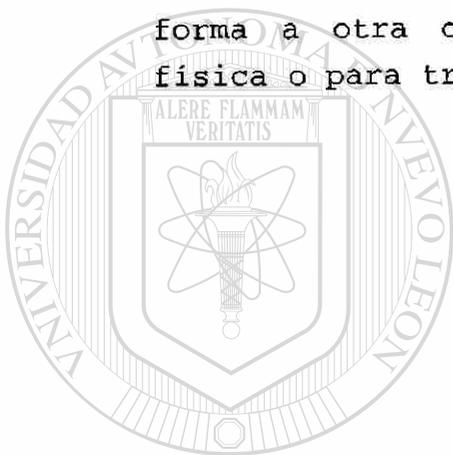
**Sistema estable:** Un sistema se denomina estable si cuando tiene una entrada acotada, su salida también es acotada.

**Sistema invariante en el tiempo:** Se dice que un sistema es invariante en el tiempo si un desplazamiento temporal de la señal de entrada causa un desplazamiento temporal idéntico de la señal de salida.

**Sistema lineal:** Un sistema es lineal, si se le puede aplicar el término de superposición, esto es, que la respuesta del sistema a una suma de señales de entrada es la suma de las respuestas del sistema a cada señal de entrada por separado.

- T -

**Transductor:** Un dispositivo para convertir energía de una forma a otra con el propósito de medir una cantidad física o para transferencia de información.



UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



## Resumen Autobiográfico

Nací el 23 de noviembre de 1974 en la ciudad de Reynosa, Tamps. Como primer hijo del matrimonio formado por el C. Juan Manuel Alanis Maldonado y la C. Nora Nelva Barrera de Alanis.

En mi segundo año de vida nos mudamos a Matamoros, Tamps. En dónde he vivido desde entonces.

La primaria la cursé en la Escuela Primaria Miguel Saénz González en el periodo comprendido de 1980 a 1986, después de eso empecé mis estudios de secundaria en la Secundaria Federal No. 3 y al mismo tiempo tome cursos de Electrónica en las tardes en el Centro de Capacitación No. 105, esto motivado por mi padre que tenía un taller de radio y televisión.

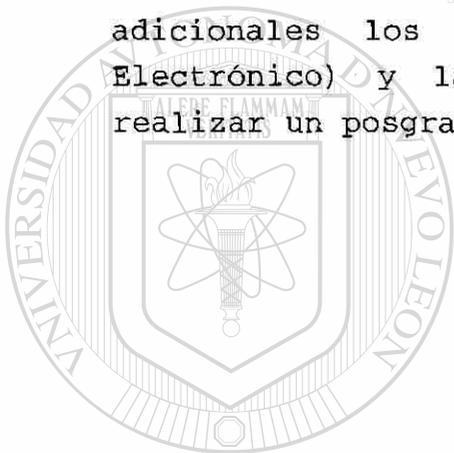
---

La preparatoria, la cursé en la Escuela preparatoria por cooperación Ricardo Flores Magón, al mismo tiempo cursé la carrera de analista programador, y al mismo tiempo cursé Inglés en el Texas Southmost College, en Brownsville, Texas.

Al llegar al nivel profesional, ingresé en el Instituto Tecnológico de Matamoros, en el cual soy catedrático en la materia de Comunicaciones y en la de Procesamiento Digital de Señales. Egresé en 1997 con título de Ingeniero en Electrónica.

No fue sino hasta el año 2000 cuando inicié mis estudios de posgrado en la Universidad Autónoma de Nuevo León en el área de telecomunicaciones, los cuales deseo que sirvan de inicio para estudiar en un futuro próximo un doctorado en la misma rama.

Mis áreas de interés incluyen el diseño de nuevas tecnologías y el mejoramiento de ya existentes, el desarrollo de proyectos didácticos, y como áreas adicionales los sistemas de cómputo (como todo buen Electrónico) y la Astrofísica, la cual espero también realizar un posgrado en un futuro próximo.



# UANL

---

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS

