

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



"DISEÑO DE UN REDUCTOR PARA 20 H.P."

POR:

ING. HUMBERTO ARROYO BALDERAS

TESIS:

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN  
CIENCIAS DE LA INGENIERIA MECANICA  
CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON  
DICIEMBRE 2004

. A7

2004

F I M E

. M2

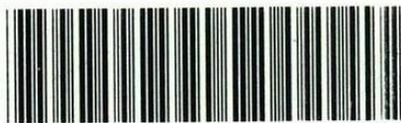
Z 5 8 5 3

T M

"DISBAND THE U.S. ARMY  
FOR THE 21ST CENTURY"

THE  
MILITARY  
MUSEUM

U.S. ARMY

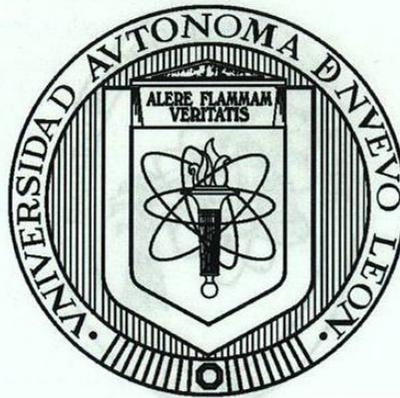


1020150329

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



MT  
22525  
64.  
0417  
4006  
SA.

“DISEÑO DE UN REDUCTOR PARA 20 H.P.”

POR

ING. HUMBERTO ARROYO BALDERAS

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERIA MECANICA CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N.L.



DICIEMBRE 2004

990436

TH  
Z5853  
.H2  
FIME  
2004  
.A7

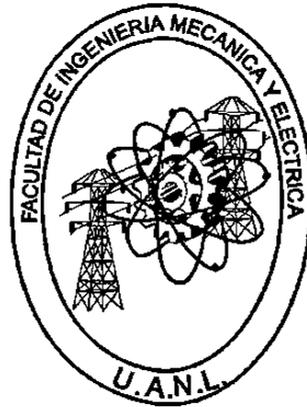


FONDO  
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



“DISEÑO DE UN REDUCTOR PARA 20 H.P.”

POR

ING. HUMBERTO ARROYO BALDERAS

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERIA MECANICA CON ESPECIALIDAD EN DISEÑO MECANICO

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N.L.

DICIEMBRE 2004

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "DISEÑO DE UN REDUCTOR PARA 20 H.P.", realizado por el alumno Ing. Humberto Arroyo Balderas, matricula 503539, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Mecánica con especialidad en Diseño Mecánico.

El Comité de Tesis



Asesor

M.C. Daniel Ramírez Villarreal.



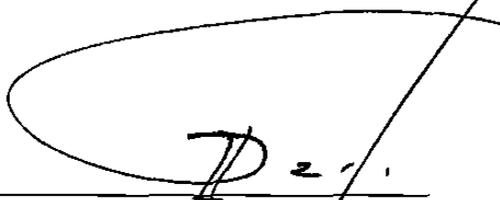
Coasesor

M.C. Roberto A. Mireles Palomares



Coasesor

M.C. Francisco Ramírez Cruz.



Vo. Bo.

Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez  
División de Estudios de Post-grado

San Nicolás de los Garza, N.L. Diciembre del 2004

## **DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTO**

Esta tesis se la dedico a todas aquellas personas que en un momento dado en el transcurso de mis estudios realizados para llegar a este punto final de esta etapa, estuvieron involucrados.

Agradeciendo muy especialmente a mi esposa Marcela Landeros que con su apoyo he logrado proponerme metas y cumplir con ellas.

Al Ing. Juan Antonio Franco Quintanilla le agradezco su apoyo como compañero, colega y amigo.

Al M.C. Daniel Ramírez Villarreal asesor de esta tesis y compañero.

A mi familia:

Sr. Antonio Arroyo Banda.

Sra. Maria de Carmen Balderas Sánchez.

Delfina Arroyo Balderas.

Virginia Arroyo Balderas.

Marco Antonio Arroyo Balderas.

Al los revisores de este proyecto M.C. Roberto A. Mireles Palomares y al M.C. Francisco Ramírez Cruz.

Al ser superior que guía mis pasos y acrecienta mi mundo.

# PROLOGO

La tecnología del diseño de mecanismos está firmemente arraigada en nuestra economía e industria global. Su uso no marca límites o fronteras, ya que la importancia que el diseño tiene es tal que se ha estandarizado. El conocimiento acerca de la aplicación y uso de los transmisores de potencia ha hecho que los trabajos en los que se requiera potencia, fuerza o movimiento; Su cálculo, selección y diseño sean cada vez más sencillo y fácil de llevar a cabo.

Con la estandarización que ha tenido el diseño mecánico, ha traído consigo que cada vez haya más facilidad para la formación y capacitación de ingenieros, gente de proyectos y calidad.

Esta tesis es realizada con la finalidad de que llene un espacio en el campo del diseñador. La práctica de estándares no puede ser universalmente satisfactoria si no se sigue un programa de entrenamiento para familiarizar a los usuarios con el arte de conocer el diseño mecánico.

# Índice.

	Página
<b>Prólogo</b>	i
<b>Síntesis</b>	9
<b>1.- Introducción</b>	
1.1.- Objetivo de la tesis	10
1.2.- Justificación del trabajo de tesis	10
1.3.- Planteamiento del problema a resolver	11
1.4.- Metodología	11
1.5.- Límites del estudio	11
1.6.- Revisión Bibliográfica.	12
<b>2.- Teoría de engranes</b>	
2.1.- Introducción del engrane y sus aplicaciones	13
2.2.- Clasificación de los engranes	14
2.2.1.- Engranes rectos, helicoidales y espirales	14
2.2.2.- Mecanismo de Gusano	17
2.2.3.- Engranes Cónicos	18
2.3.- Ley Fundamental del Engranaje	20
2.4.- Geometría de los engranes rectos y helicoidales	21
2.4.1.- La forma de involuta en dientes	21
2.4.2.- Angulo de presión	23
2.4.3.- Geometría del acoplamiento	23
2.4.4.- Modificación de la distancia entre centros	25
2.4.5.- Huelgo o juego	27
2.5.- Tipos de pasos en el engranaje	28
2.6.- Interferencia y Rebaje del engranaje	30
2.6.1.- Formas de dientes de desigual altura de cabeza	31
2.6.2.- Razón de contacto	33

	Página
<b>3.- Tren de engranaje</b>	
3.1.- Tren simple	35
3.2.- Tren compuesto	37
3.3.- Tren compuesto-reversible	38
3.4.- Fabricación de engrane	39
3.4.1.- Conformación de dientes de engrane	39
3.4.2.- Procesos de terminado	43
3.4.3.- Calidad del engrane	44
<b>4.- Análisis de esfuerzos en engranes rectos y helicoidales</b>	
4.1.- Fuerza en engranes rectos y helicoidales	47
4.1.1.- Fuerzas de engranes rectos	47
4.1.2.- Fuerzas de engranes helicoidales	50
4.2.- Análisis de esfuerzos de flexión	53
4.2.1.- Análisis de esfuerzos a flexión engrane recto	54
4.2.2.- Análisis de esfuerzos superficiales engrane recto	65
4.2.3.- Análisis de esfuerzos engrane helicoidal	69
4.3.- Materiales para la fabricación de engranes	73
4.4.- Lubricación de los engranes	83
<b>5.- Cálculo del diseño de un reductor para 20 H.P.</b>	
5.1.- Diseño de los Engranes	86
5.1.1.- Cálculo de velocidades	86
5.1.2.- Cálculo de cargas	90
5.1.3.- Cálculo de factores de seguridad contra falla	96

	Página
<b>6.- Resultados</b>	
6.1.- Cálculo para caso A	111
6.2.- Cálculo para caso B	114
6.3.- Cálculo para caso C	117
6.4.- Cálculo para caso D	120
6.5.- Cálculo para caso E	123
6.6.- Cálculo para caso F	126
<b>7.- Conclusiones</b>	
7.1.- Por resistencia a la flexión	129
7.2.- Por resistencia de superficie	129
<b>Bibliografía</b>	130
<b>Apéndice</b>	
Listado de Gráficas	131
Listado de Tablas	133
<b>Resumen Autobiográfico</b>	135

# Síntesis.

Para la realización del estudio iniciaremos con el antecedente histórico de los engranes para posteriormente estudiar la clasificación, las leyes y fundamentos que rigen su comportamiento tanto cinemáticamente como mecánicamente, luego se tiene la presentación de la caracterización geométrica del diente para su engranaje.

Se presenta otro aspecto importante en los diferentes tipos de conexiones de los elementos dentados como lo son los trenes de engranes, piñón cremallera entre otros.

En cuanto a los procesos de fabricación y materiales de uso para estos elementos se plantea una descripción de los procesos más comunes empleados y los materiales que son seleccionados según su aplicación.

Se desarrolla el cálculo del diseño del reductor de engranaje para 20 H.P. con las teorías de los engranajes en cuanto a su comportamiento de los dientes en contacto.

Para finalmente, obtener conclusiones del análisis de comportamiento mecánico de este engranaje.

# **1.- Introducción.**

## **1.1.- Objetivo de la tesis.**

Esta tesis tiene como objetivo el estudio de un reductor de velocidad con una capacidad de 20 H.P. como fuerza o potencia de transmisión para el movimiento de una carga, al igual que el análisis cinemático para determinar su comportamiento dinámico como cuerpos rígidos.

Lo anterior estará dirigido a desarrollar una metodología de cálculo para obtener soluciones viables de diseño mecánico, en problemas ingenieriles, dando como resultado la mejora en el criterio metodológico del diseño de engranes.

## **1.2.- Justificación del trabajo de tesis.**

Al iniciar la realización de esta tesis, la cual trata de diseñar y analizar el comportamiento de dinámico o estático de los engranajes y la obtención de una metodología apegada a las recomendaciones del AGMA (American Gear Manufacturers Association), para el desarrollo del análisis de los engranajes obteniendo los resultados de variables y parámetros de diseño.

Se en cuenta que AGMA es una fuente de información practica y teórica en el área de diseño de engranes, y el manejo de las variables involucradas (potencia, velocidad angular, par mecánico, factores de corrección para esfuerzos de tensión o fatiga, etc.) considerando para esto a un posicionador de potencia de 20 H.P..

### **1.3.- Planteamiento del problema a resolver.**

Es el diseño de un reductor de 20 H.P. considerando su aplicación en el manejo de carga equivalente a esta potencia, a través de las teorías de resistencia a flexión y resistencia de superficie.

### **1.4.- Metodología.**

En este estudio se considera que el reductor de engrane esta basado en dientes rectos, y se comparará su comportamiento con un reductor de dientes helicoidales; Para esto se realizara el análisis correspondiente para cada uno de los reductores, en el cual se calculara la geometría de cada sistema de engranajes, para luego establecer el calculo por resistencia a la fatiga en los dientes, basado en el límite de endurancia a la flexión y compresión.

Una vez obtenidos los resultados de cada una de las variables y parámetros de cada reductor, se podrá realizar una conclusión basada en la eficiencia y funcionamiento mecánico para establecer los criterios de selección del reductor.

### **1.5.- Limites del estudio.**

La limitación de este estudio es la fabricación y la simulación de los modelos de experimentales de los reductores de engrane recto y helicoidal, debido al alto costo.

## **1.6.- Revisión Bibliográfica.**

Machine Design.

Robert L. Norton.

Prentice Hall.

Gear Nomenclature, Definitions of Terms with Symbols.

American Gear Manufacturers Association.

Fundamental Rating Factors / Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear.

American Gear Manufacturers Association.

Geometry Factor for Determining the Pitting.

American Gear Manufacturers Association.

Gear Technology.

W. Lewis.

Analytical Mechanics of Gears.

E. Buckingham.

Design of Machine Elements.

M. F. Spotts / T. E. Shoup.

Prentice Hall.

Gear Handbook.

Dudley, D.W.

## **2.- Teoría de engranes.**

### **2.1.- Introducción del engrane y sus aplicaciones.**

Los engranajes o transmisiones de engranes se utilizan ampliamente en diversos mecanismos y máquinas, desde abrelatas hasta barcos portaviones. Siempre que es necesario un cambio en la velocidad o en el par ( momento de rotación) de un dispositivo rotatorio, generalmente se usara un engranaje. En esta tesis describirá la teoría de la acción de los dientes de un engranaje y el diseño de estos dispositivos oblicuos para el control de movimiento. La forma de un diente de engrane ha llegado a ser completamente estandarizada por buenas razones cinemáticas que sé describirán.

Muchos fabricantes ponen al alcance engranes de diversos tamaños y estilos. Cajas de engranes para relaciones particulares de transmisión, son “artículos de existencia”. El diseño cinemático de trenes de engranes interviene principalmente en la selección de valores apropiados de relaciones y diámetros de engranes. Un diseño completo de un engranaje implicara necesariamente condiciones de resistencia de materiales y estados de esfuerzo complicados a los cuales estarán sometidos los dientes del engrane. Sé describirá la teoría cinemática de las ruedas dentadas. Los tipos comunes y el diseño cinemático de engranajes y trenes de los tipos simples, compuesto, con reversión y epiciclo.

## 2.2.- Clasificación de los engranes.

### 2.2.1.- Engranés rectos, helicoidales y espirales.

Engranés rectos: son los de contorno cilíndrico en el que los dientes son paralelos al eje de simetría del engrane. Un engrane cilíndrico recto es la rueda dentada más simple y de menor costo de fabricación. Los engranes rectos, solo pueden conectarse si sus ejes de rotación son paralelos. En la figura 2.2.1a se ilustra uno de estos engranes.

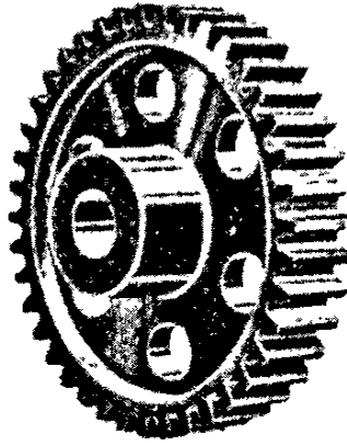


Figura 2.2.1 a.- Engrane común cilindro recto

Engranés helicoidales: En estas ruedas cilíndricas, la configuración de sus dientes es la de una hélice con un ángulo de orientación y respecto al eje del engrane, como se muestra en la figura 2.2.1b.



Figura 2.2.1b.- Par de engranes helicoidales opuestos acoplados en ejes paralelos.

En la figura 2.2.1b se ilustra un par de engranes helicoidales de orientación opuesta; sus ejes de rotación son paralelos. Dos engranes helicoidales cruzados de la misma orientación, pueden conectarse con sus ejes formando un cierto ángulo, según se muestra en la figura 2.2.1c. Los ángulos de hélice pueden diseñarse de modo que permitan un cierto ángulo de desvío entre los ejes de rotación de los engranes.

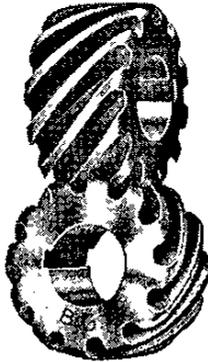


Figura 2.2.1c.- Par de engranes helicoidales de la misma dirección acoplados en ejes cruzados.

Los engranes helicoidales son de manufactura más costosa que los engranes rectos, pero ofrecen ciertas ventajas. Son de operación más silenciosa que los rectos debido al contacto más suave y gradual entre las superficies anguladas de los dientes, cuando estos entran en contacto. En los engranes rectos, los dientes entran de inmediato en contacto sobre todo el ancho de la cara. El impacto repentino de diente contra diente produce una vibración particular que se oye como el gemido característico de los engranajes rectos en operación, el cual no se percibe en los engranajes helicoidales cuando trabajan. De igual modo para los mismos diámetros de engranaje y paso diametral, un engranaje helicoidal es más resistente debido a la forma ligeramente más gruesa del diente, en un plano perpendicular al eje de rotación.

Engranajes bihelicoidales: se construyen en principio al unir cara con cara, o adosar dos engranes helicoidales de idéntico paso diametral o diámetro, pero con orientaciones opuestas, montadas sobre el mismo eje o árbol. Los dos conjuntos de dientes en esquina suelen formarse en la misma pieza base para engrane.

La configuración de dientes angulados en un mismo sentido, en forma de “espina de arranque” es la que da su otro nombre a estos engranes llamándoles espinales; llamados también de dientes en “v”. Su conveniencia respecto a los helicoidales simples, es la cancelación interna del empuje axial que se manifiesta en engranajes de este último tipo, pues en cada “mitad” helicoidal de una rueda dentada espinal, se presenta una carga axial opuesta a la de la otra. De modo que no se necesitan cojinetes contra el empuje axial sino solo de soporte transversal, para el eje. Este tipo de engranaje es mucho más costoso que uno helicoidal, y tiende a ser utilizado en aplicaciones de gran potencia de transmisión.

Eficiencia: un engranaje común (recto) puede tener una eficiencia de 98% a 99%. Uno helicoidal es menos eficiente debido a la fricción deslizante a lo largo del ángulo de la hélice. También presenta una fuerza de reacción a lo largo del eje de rotación, lo que no ocurre en un engranaje recto. De manera que una transmisión de engranes helicoidales debe estar montada en cojinetes de empuje además de las radiales, para evitar que sus ejes de soporte se desplacen axialmente. Se presentan también algunas pérdidas por rozamiento en los cojinetes de empuje axial. Un engranaje helicoidal paralelo tendrá una eficiencia de casi 96% a 98%, y uno cruzado, una de 50% a 90%. El paralelo (orientación opuesta pero con el mismo ángulo de hélice) tiene contacto lineal entre los dientes, y puede operar con cargas elevadas a altas velocidades. El cruzado tiene contacto puntual y una gran componente de deslizamiento que se limita a su aplicación en situaciones de carga ligera.

Si los engranes han de ser conectados y desconectados en dirección axial al estar en movimiento, las dos ruedas rectas son más convenientes que los helicoidales, ya que el ángulo de la hélice interfiere con el movimiento axial de separación y de contacto. Desde luego, los engranes espinales no pueden desconectarse axialmente, por tal razón, las transmisiones positivas en los camiones suelen tener engranes rectos, en tanto que las transmisiones de los automóviles estándares usan engranes helicoidales de conexión constante, para un funcionamiento más silencioso, y poseen un mecanismo de sincroconexión para permitir el desplazamiento.

### 2.2.2.- Mecanismo de gusano.

Si el ángulo de hélice aumenta lo suficiente, el engranaje helicoidal se convierte en un tornillo sin fin, el cual tiene solo un diente dispuesto continuamente alrededor del casquillo, con varias vueltas, como sucede con la rosca de un tornillo. Dicho elemento se conecta a un elemento especial llamado engrane de gusano ( o corona de sinfín), cuyo eje de rotación es perpendicular al del gusano, como se ve en la figura 2.2.2. Como el gusano ( elemento impulsor) tiene solo un diente, la relación de engranaje es igual a la unidad dividida entre el número de dientes del engranaje. Los dientes del mecanismo de gusano no son de involuta sobre toda la cara, lo cual se significa que la distancia intercentral (  $d_c$  ) debe mantenerse exactamente fija para garantizar la acción conjugada.

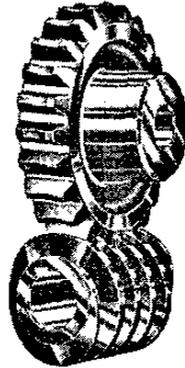


Figura 2.2.2.- Mecanismo de gusano ( o sinfín )

Los elementos de un mecanismo de gusano ( sinfín y rueda) no se manufacturan independientemente, sino como conjuntos específicos. Tienen la ventaja de poseer relaciones de engranaje muy altas, un pequeño volumen de conjunto, y pueden soportar muy altas cargas, especialmente en sus formas de simple o doble envolvente. De simple envolvente significa que los dientes de engrane recubren periféricamente el flete del gusano. De doble envolvente indica que el gusano también envuelve el dentado en engrane, lo que hace que el sinfín tenga forma de reloj de arena. Ambas técnicas aumentan el área de contacto entre el gusano y el engranaje, y aumentan así la capacidad de carga y también el costo.

Una desventaja en cualquier mecanismo de sinfín es que tiene muy altos deslizamientos y cargas de empuje, lo cual lo hace que su eficiencia baje a un nivel de 40% a 85%.

Quizá la ventaja principal de un mecanismo de gusano es que puede diseñarse para que sea imposible la retroimpulsión ( o movimiento de retroceso). Un engranaje recto o uno helicoidal puede ser impulsado desde uno u otro eje, como un dispositivo de elevación o reducción de velocidad. Aunque esto puede ser deseable en muchos casos, si la carga impulsada debe permanecer en su lugar una vez interrumpida la potencia motriz, no puede emplearse engranaje recto o helicoidal porque la “ retroimpulsaran”. Lo anterior los hace inadecuados en aplicaciones como en un levantador ( o gato) para alzar un automóvil, a menos que se agregue al diseño un freno, que servirá para sostener la carga en la posición detenida. El mecanismo de gusano, solo puede ser impulsado desde el sinfín, y el rozamiento puede ser lo bastante alto para que impida la retroimpulsión desde la rueda. Así pues, este dispositivo puede utilizarse sin freno en sistemas sostenedores de carga, como gatos mecánicos y montacargas.

### **2.2.3.- Engranés cónicos.**

Engranés cónicos: para las transmisiones de engranes en ángulo recto pueden utilizarse los engranajes helicoidales cruzados o los mecanismos de gusano. Cuando se requiere una transmisión entre ejes oblicuos o cualquier ángulo, incluso el de 90° los engranes cónicos ( o biselados ) pueden ser la solución. Así como los engranes cilíndricos comunes se basan en los cilindros rodantes en contacto, los engranes cónicos lo hacen en conos rodantes conectados. Los esquemas de la figura 2.2.3a ilustran lo anterior. El ángulo entre los ejes de rotación de los conos, y los ángulos en el vértice de estos pueden tener cualesquiera valores compatibles, en tanto coincidan los vértices de las superficies cónicas. Si no lo hacen, ocurre un desenparejamiento de velocidad en la interfaz.

El vértice (ápice) de cada cono tiene un radio de rotación nulo, y por lo tanto velocidad igual a cero. Todos los otros puntos de la superficie cónica tendrán velocidades diferentes de cero.



Figura 2.2.3a.- Engranés cónicos rectos

Engranés cónicos rectos: un engrane cónico provisto de dientes con borde rectilíneo que apunten hacia la misma posición en su eje, es un engrane cónico recto. Un engranaje de este tipo se ilustra en la figura 2.2.3a.

Engranés cónicos espirales: si los dientes de un engrane cónico no son rectos sino curvos, y siguen una configuración de espiral en la superficie cónica, se tiene un engrane cónico espiral, figura 2.2.3b, análogo a un engrane helicoidal. En ambos tipos de rueda dentada, los ejes de los conos deben cortarse y sus ejes coincidir. Las ventajas y desventajas de los engranes cónicos rectos y espirales, son semejantes a las de los engranes cilíndricos rectos y helicoidales, respectivamente, en lo que respecta a la resistencia, silenciosidad y costo. El perfil de los dientes de los engranes cónicos no es de involuta, sino que esta basado en una curva llamada octoidal. Deben ser adquiridos o remplazados en pares pues no son intercambiables y sus distancias intercentrales deben ser mantenidas con exactitud.

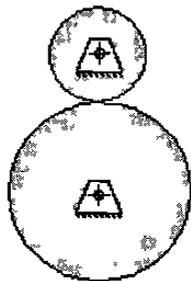


Figura 2.2.3b.- Engranés cónicos espirales

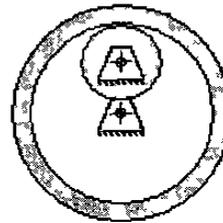
### 2.3.- Ley fundamental del engranaje.

Los dientes de engrane de cualquier forma evitaran el resbalamiento entre los elementos rodantes en contacto. La ley fundamental del engranaje, que expresa que la relación de velocidad angular entre los elementos de una transmisión de engranes, debe permanecer constante en toda la conexión. La relación de velocidad angular  $m_v$  es igual a la razón del radio de paso del engranaje de entrada, dividido entre el correspondiente del engrane de salida.

$$m_v = \frac{\omega_{salida}}{\omega_{entrada}} = \pm \frac{r_{entrada}}{r_{salida}} \quad (2.3a)$$



( a ) Juego Externo



( b ) Juego Interno

Figura 2.3a.- Cilindros en rodamiento.

Los radios en las ecuaciones 2.3a son los de los cilindros rodantes a los que se agregaron dientes. El signo positivo o negativo corresponde a que se trate de una conexión interna o una externa, como se ilustra en la figura 2.3a. una conexión externa invierte el sentido de rotación entre los cilindros y requiere el signo negativo. En un engranaje interno se tiene el mismo sentido de rotación entre los ejes conectados y se requiere el signo positivo en la ecuación 2.3a. La superficie de contacto de los cilindros en rodamiento se convierte en círculos de paso, y sus diámetros en diámetros de paso de los engranes. El punto de contacto entre los cilindros ocurre en la línea de centros, según se observa en la figura 2.4.1b, y este punto se conoce como punto de paso.

La razón de par de torsión o ventaja mecánica  $m_A$  es el recíproco de la razón de velocidad  $m_V$ .

$$m_A = \frac{1}{m_V} = \frac{\omega_{\text{entrada}}}{\omega_{\text{salida}}} = \pm \frac{r_{\text{salida}}}{r_{\text{entrada}}} \quad (2.3b)$$

Por lo tanto, un engranaje es en esencia un dispositivo que sirve para intercambiar par de torsión por velocidad, o viceversa. Una aplicación común de engranaje reduce la velocidad e incrementa el par de torsión, para mantener una razón entre engranes mientras giran. Cualquier variación en la razón se mostrará como una oscilación en la velocidad y el par de torsión de salida.

La razón de engranes  $m_G$  se toma como la magnitud, ya sea de la razón de velocidades o de la razón de pares de torsión.

$$m_G = |m_V| = |m_A|, \text{ para } m_G \geq 1 \quad (2.3c)$$

La razón de engranes será siempre un número positivo  $> 1$ , sin importar la dirección en que fluya la potencia a través de engranaje.

## **2.4.- Geometría de los engranes rectos y helicoidales**

### **2.4.1.- La forma de involuta en dientes.**

La involuta de un círculo es una curva que se genera al desarrollar una cuerda tensa en un cilindro, según se observa en la figura 2.4.1a. Observa lo siguiente con esta curva de involuta.



Hay una tangente común, en ambas curvas de dientes involutos, en el punto de contacto, y una normal común, perpendicular a la tangente común. La normal común coincide de hecho con las cuerdas de ambas involutas, que son colineales.

Por lo que la normal común, que también es la línea de acción, pasa a través del punto de paso, están ambos dientes en contacto. El punto de paso tiene la misma velocidad lineal, tanto en el piñón como en el engrane, conocida como la velocidad en la línea de paso. El ángulo entre la línea de acción y el vector de velocidad es el ángulo de presión  $\phi$ .

#### **2.4.2.- Angulo de presión.**

El ángulo de presión  $\phi$  en un engrane se define como el ángulo entre la línea de acción y la dirección de la velocidad en el punto de paso, de manera que la línea de acción sea girada  $\phi$  grados en la dirección de rotación del engrane impulsado, según se observa en las figuras 2.4.1b y 2.4.3. Los ángulos de presión en los engranajes han sido normalizados a unos cuantos valores por los fabricantes de engranes.

Estos se definen como la distancia central nominal para conjunto de engranes al cortarse. Los valores estándar son  $14.5^\circ$ ,  $20^\circ$  y  $25^\circ$  siendo  $20^\circ$  el de uso más común y  $14.5^\circ$  obsoleto ahora. Es posible fabricar cualquier ángulo de presión específico, pero su costo sería difícil de justificar, si se compara con el de los engranes en existencia, con ángulo de presión estándar. Deberán fabricarse herramientas de corte especiales. Los engranes que van a operar juntos deben estar cortados con el mismo ángulo de presión nominal.

#### **2.4.3.- Geometría del acoplamiento.**

La figura 2.4.3 muestra un par de formas de diente involuto en dos posiciones, al principio del contacto y al final del contacto.

Las normas comunes en ambos puntos de contacto siguen pasando a través del mismo punto de paso. Es esta propiedad de la involuta que hace que se obedezca la ley fundamental de los engranes. Conforme los dientes entran y salen del contacto de trabajo, se mantiene constante la razón del radio del engrane impulsor al radio del impulsado.

De esta observación sobre el comportamiento de la involuta podemos volver a enunciar la ley fundamental de los engranes de una manera mas formal desde el punto de vista cinemática, de la forma: la normal común de los perfiles de los dientes, en todos los puntos de contacto dentro del acoplamiento, siempre deberán pasar a través de un punto fijo sobre la línea de centros, conocido como punto de paso. La razón de velocidad del engranaje será entonces una constante, definida por la razón de los radios respectivos de los engranes en el punto de paso.

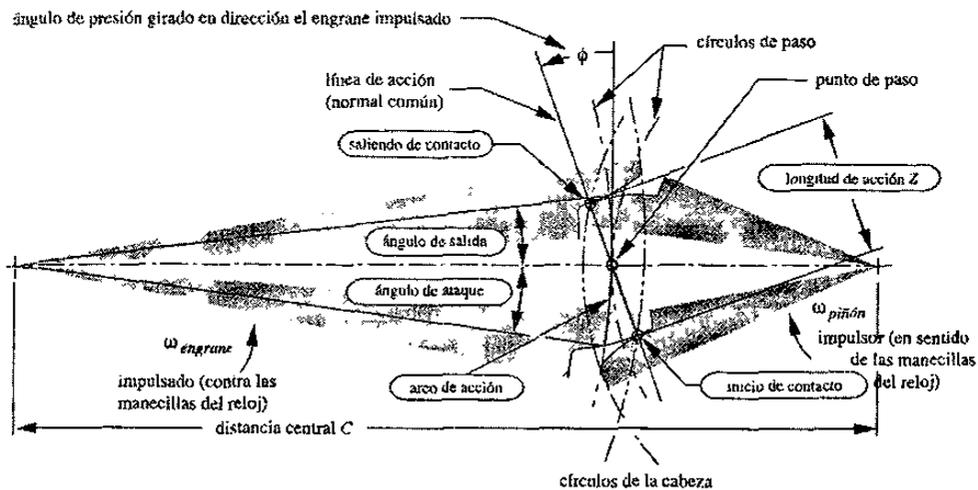


Figura 2.4.3.- Longitud de la acción y ángulos de ataque y de salida durante el acoplamiento de un engrane y piñón.

Los puntos de inicio y de terminación del contacto definen el acoplamiento del piñón y del engrane. La distancia a lo largo de la línea de acción entre estos dos puntos dentro del acoplamiento se conoce como longitud de acción  $Z$ , definida por las intersecciones de los círculos de la cabeza respectivos con la línea de acción, según se observa en la figura 2.4.3.

La distancia a lo largo de la línea de paso dentro del acoplamiento es el arco de acción, y los ángulos subtendidos entre este punto y la línea de centros son el ángulo de ataque y el ángulo de salida. Por razones de claridad en la figura 2.4.3 éstos solo se ilustran en el engranaje, pero hay ángulos similares para el piñón. El arco de acción tanto de los círculos de paso, del piñón y del engrane deben ser de la misma longitud, para un cero deslizamiento entre los cilindros de rodamiento teórico. La longitud de la acción Z se calcula a partir de la geometría del engrane del piñón:

$$Z = \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos \phi)^2} + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos \phi)^2} - C \sin \phi \quad (2.4.3)$$

Donde  $r_p$  y  $r_g$  son los radios del círculo de paso, y  $a_p$  y  $a_g$  las alturas de la cabeza de piñón y engrane, respectivamente. C es la distancia central y  $\phi$  es el ángulo de presión.

#### 2.4.4.- Modificación de la distancia entre centros.

Cuando en un círculo se han cortado dientes involutos con respecto a un círculo base particular, a fin de crear un solo engrane, todavía no tenemos un círculo de paso. El círculo de paso sólo nace cuando acoplamos este engrane con otro, creado un par de engranes, es decir un engranaje. Habrá un rango de distancias de centro a centro en las cuales podemos conseguir acoplamientos entre engranes. También habrá una distancia central ideal, que nos dará los diámetros de paso nominales para los cuales se diseñaron los engranes. Sin embargo, las limitaciones en los procesos de manufactura dan la probabilidad baja que podamos exactamente conseguir lo anterior, es decir, esta distancia central ideal, en todos los casos. Lo más probable es que existirá algún error en la distancia entre centros, aún si éste es pequeño.

Si la forma del diente del engrane no es una involuta, entonces un error en la distancia entre centros causará variaciones, es decir, oscilaciones de la velocidad de salida. La velocidad angular de salida no será entonces constante para una velocidad de entrada constante, lo que viola la ley fundamental de los engranes.

Sin embargo, con una forma de diente involuta, los errores en la distancia entre centros no afectan a la razón de velocidad. Ésta es la principal ventaja de la involuta sobre todas las demás formas posibles de dientes, y ésta es la razón por la cual prácticamente es de uso universal para dientes de engranes.

La figura 2.4.4 muestra lo que ocurre cuando en un engranaje involuto se varía la distancia entre centros, observe que la normal común sigue pasando a través del punto de paso y a través también de todos los puntos de contacto dentro del acoplamiento. Solo el ángulo de presión queda afectado por el cambio en la distancia entre centros.

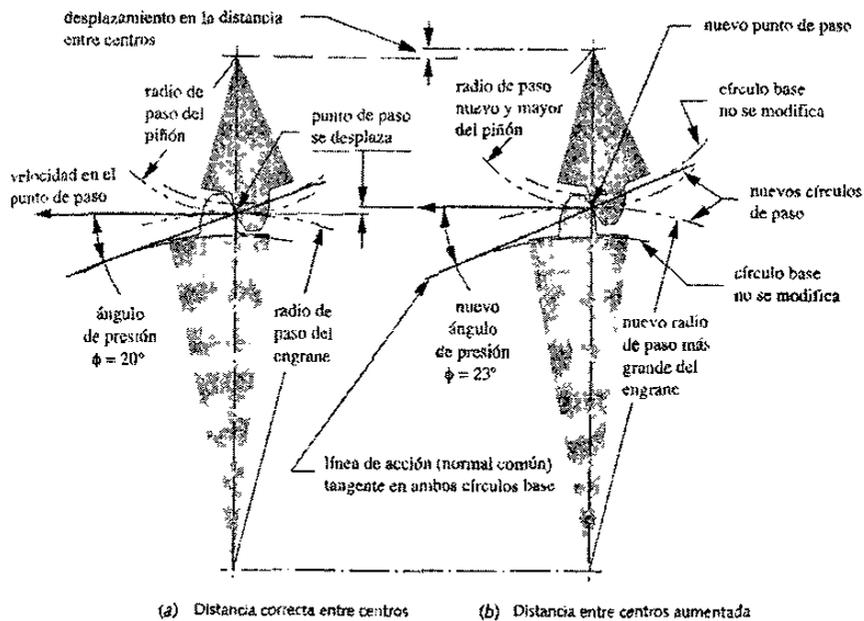


Figura 2.4.4.- Un cambio en la distancia entre centros de engranes involutos sólo modifica el ángulo de presión y los diámetros de paso.

La figura 2.4.4 también muestra los ángulos de presión para dos distancias entre centros distintas. Conforme se incrementa la distancia entre centros, también se incrementará el ángulo de presión, y viceversa. Es el resultado de un cambio o de un error en la distancia entre centros en la utilización de dientes involutos. Advierta que la ley fundamental de los engranes sigue siendo aplicable en el caso de modificaciones en la distancia entre centros. La normal común sigue siendo tangente a los dos círculos base y sigue pasando a través del punto de paso.

El punto de paso se ha movido, en proporción a los desplazamientos de la distancia entre centros y a los radios de paso. La razón de velocidad no se ha modificado, a pesar del desplazamiento de la distancia entre centros. De hecho, la razón de velocidad en engranes involutos queda determinada por la razón entre sus diámetros de círculo base, que una vez cortado un engrane no son modificados.

### 2.4.5.- Huelgo o juego.

Otro factor afectado al modificar entre centros  $C$  es el huelgo. Al incrementar  $C$  se aumentará el huelgo y viceversa. El huelgo se define como el espacio ( holgura ) entre dientes acoplados medido a lo largo de la circunferencia del círculo de paso. Las tolerancias de fabricación impiden un huelgo igual a cero, ya que no es posible que todos los dientes tengan exactamente las mismas dimensiones y todos deben acoplarse sin trabarse. Por lo que, debe existir alguna pequeña diferencia entre el espesor del diente y el ancho del espacio como se muestra en la figura 2.4.5. Siempre que el engranaje se opere con un par de torsión no alternante, el huelgo no deberá ser problema. Sin embargo, siempre que el par de torsión cambie de signo, los dientes se saldrán de contacto y se moverán de un lado a otro; recorrerán la holgura del juego y los dientes golpetearán con ruido y vibración notables. Además de aumentar los esfuerzos y el desgaste, el huelgo en algunas aplicaciones llega a causar un error indeseable de posición.

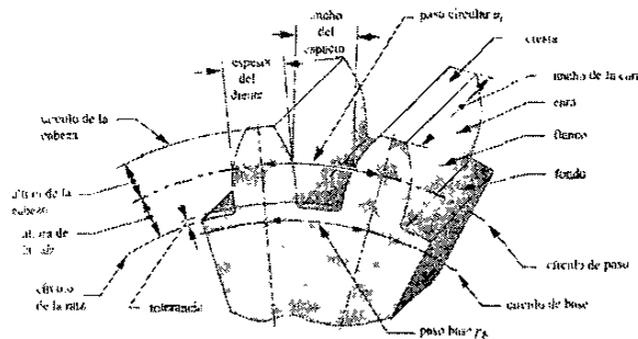


Figura 2.4.5.- Nomenclatura de los dientes de engrane

En servomecanismos, cuando hay motores que impulsan, el huelgo provoca cierto galope potencialmente destructivo en el cual el sistema de control trata en vano de corregir errores de posición debidos al movimiento por huelgo en el sistema de transmisión mecánica. Estas aplicaciones necesitan dos engranes antihuelgo juntos sobre la misma flecha, que giran ligeramente en su ensamble ( o mediante resorte ) uno respecto al otro, de manera que amortigüen el movimiento en aplicaciones menos criticas, el huelgo, al invertirse el par de torsión, ni siquiera se notara.

## 2.5.- Tipos de pasos en el engranaje.

La figura 2.4.5 muestra dos dientes de un engrane que define la nomenclatura. La altura del diente se define por la altura de cabeza y la altura de la raíz, que están referidas al círculo de paso nominal. La altura de la raíz es ligeramente mayor a la altura de la cabeza, a fin de incluir una pequeña holgura entre la punta de un diente en acoplamiento y la parte inferior del espacio del diente del otro. El espesor del diente se mide del círculo de paso al ancho del espacio del diente es ligeramente superior al espesor del diente. La diferencia entre estado de dimensiones es el huelgo. El ancho de la cara del diente se mide a lo largo del eje del engrane. El paso circular es la longitud de arco a lo largo de la circunferencia del círculo de paso, medido desde un punto en un diente hasta el mismo punto siguiente. El paso circular define el tamaño del diente. La definición de paso circular  $p_c$  es:

$$p_c = \frac{\pi d}{N} \quad (2.5a)$$

Donde  $d$  = diámetro de paso y  $N$  = número de dientes. El paso del diente también se mide a lo largo de la circunferencia del círculo base y se conoce como el paso de base  $p_b$ .

$$p_b = p_c \cos \phi \quad (2.5b)$$

Las unidades de  $p_c$  son pulgadas o milímetros. Una manera más práctica de definir el tamaño del diente es relacionándolo directamente con el diámetro  $d$  del círculo de paso, no con su circunferencia. El paso diametral  $p_d$  es

$$p_d = \frac{N}{d} \quad (2.5c)$$

Las unidades de  $p_d$  son recíprocas de pulgadas, es decir número de dientes por pulgada. Esta medida se aplica únicamente en engranes de especificación estadounidense.

Combinando las ecuaciones 2.5a y 2.5c, se obtiene la razón entre paso el circular y el paso diametral.

$$p_d = \frac{\pi}{p_c} \quad (2.5d)$$

En el sistema SI, que se aplica en engranes métricos, se define un parámetro conocido como módulo, que es el recíproco del paso diametral, con el diámetro de paso  $d$  medido en milímetros.

$$m = \frac{d}{N} \quad (2.5e)$$

Las unidades del módulo son milímetros. Lo malo es que los engranes métricos no son intercambiables con los engranes estadounidenses, a pesar de que ambos tienen formas de dientes involutas, ya que son distintos los tamaños estándar de dientes. Esto se observa en la tabla 2.5. En Estado Unidos se especifican los tamaños de los dientes de engrane en función del paso diametral. La conversión de un estándar al otro es :

$$m = \frac{25.4}{p_d} \quad (2.5f)$$

La razón de velocidad  $m_v$  del engrane se puede expresar de una forma más práctica sustituyendo la ecuación 2.5c en la ecuación 2.3a, observando que el paso diametral en engranes acoplados debe ser el mismo.

$$m_v = \pm \frac{r_{\text{entrada}}}{r_{\text{salida}}} = \pm \frac{d_{\text{entrada}}}{d_{\text{salida}}} = \pm \frac{N_{\text{entrada}}}{N_{\text{salida}}} \quad (2.5.g)$$

De ahí que la razón de velocidad se calcule a partir del número de dientes de engranes en acoplamiento, que son enteros. Advierte que un signo menos implica un engranaje externo y un signo más uno interno, según se observa en la figura 2.3a.

La razón de engranes  $m_G$  se expresa como el número de dientes del engrane  $N_g$  sobre el número de dientes del piñón  $N_p$ .

$$m_G = \frac{N_g}{N_p} \quad (2.5.h)$$

## 2.6.- Interferencia y Rebaje del engranaje.

La razón del diente involuto se define únicamente por la fuerza del círculo base. En algunos casos, la altura de la raíz será lo suficientemente grande para extenderse por debajo del círculo base.

En este caso, la porción del diente del engrane acoplado, que es una involuta, e interferirá con la punta del diente del otro engrane acoplado, que es una involuta. Si el engrane se acorta con un conformador estándar de engrane, es decir, con una fresadora, la herramienta de corte también interferirá con la porción del diente por debajo del círculo base, cortando y eliminando el material que esté interfiriendo. Esto da como resultado en un diente rebajado, según se observa en la figura 2.6. El rebaje debilita el diente por eliminar material de su raíz. Tanto el momento y el corte máximo del diente cargado como viga en voladizo ocurren en esta parte. Un rebaje severo causará una prematura falla del diente.

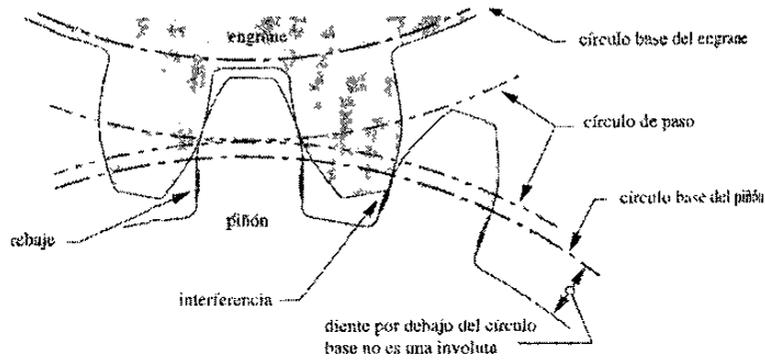


Figura 2.6.- Interferencia y rebaje de dientes en la parte inferior del círculo base.

Esta interferencia y su correspondiente rebaje se evitan mediante la eliminación de engranes que tengan muy pocos dientes. Si un piñón tiene muchos dientes, éstos serán pequeños en comparación con el diámetro de dicho piñón.

Según se reduzca el número de dientes para un diámetro de piñón fijo, los dientes deberán hacerse mayores. Llegado a cierto punto, la altura de la raíz excederá la distancia radial entre el círculo base y el círculo de paso, lo que producirá la interferencia. Se debe calcular el número mínimo de dientes de profundidad total, la requerida para evitar interferencia en un piñón sobre una cremallera estándar, a partir de:

$$N_{\min} = \frac{2}{\text{sen}^2 \phi} \quad (2.6)$$

### 2.6.1.- Formas de dientes de desigual altura de cabeza.

A fin de evitar la interferencia en piñones pequeños, se debe modificar la forma del diente en relación con el estándar, de profundidad total, de la figura 2.6.1a, de igual altura de cabeza, tanto en el piñón como en el engrane, a una forma involuta, con una altura de cabeza más larga sobre el piñón y una corta en el engrane. Esto se conoce como engrane de perfil desplazado. AGMA define los coeficientes de modificación de cabeza,  $x_1$  y  $x_2$ , que siempre sumaran cero, como iguales en magnitud y de signo opuesto.

El coeficiente positivo  $x_1$  se aplica a incrementar la altura de cabeza del piñón y el  $x_2$  negativo reduce, en la misma cantidad, la altura de cabeza del engrane. La profundidad total del diente se conserva igual.

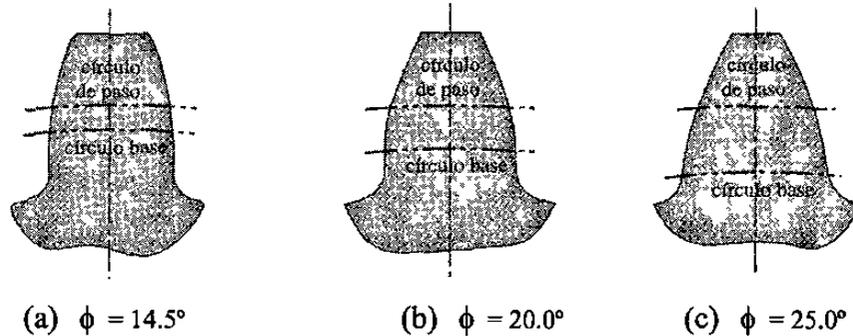


Figura 2.6.1a.- Perfiles de dientes AGMA de profundidad total para ángulos de presión.

El efecto neto es desplazar los círculos de paso, alejándolos del círculo base del piñón, eliminando la porción no involuta del diente del piñón por debajo del círculo base. Los coeficientes estándar son  $\pm 0.25$  y  $\pm 0.50$ , que suma/restan 25 o 50% de la altura de cabeza estándar, respectivamente. El límite en este procedimiento ocurre cuando el diente del piñón se hace puntiagudo.

Al aplicar esta técnica se obtienen varios beneficios secundarios. El diente del piñón se hace más grueso en su base y, por lo tanto, más resistente. El diente del engrane se debilita de manera correspondiente, pero en vista que un diente de engrane de profundidad total es más resistente que el diente de piñón correspondiente de profundidad total, este desplazamiento los pone en resistencia prácticamente equivalentes. Una desventaja de las formas de diente de desigual altura de cabeza es un incremento de la velocidad de deslizamiento en la punta del diente. El porcentaje de deslizamiento entre dientes es entonces superior que en dientes de igual altura de cabeza. Esto incrementa los esfuerzos superficiales en el diente, también debido a velocidades superiores de deslizamiento, aumentan las pérdidas por fricción en el acoplamiento del engrane. En razón a las desventajas asociadas con sus elevadas velocidades de deslizamiento, Dumbley recomienda evitar más de un 25% de incremento de longitud de cabeza en dientes de piñón de engranes rectos o helicoidales.

La figura 2.6.1b muestra los contornos de diente involutos de perfil desplazado. Compárelos con las formas de dientes estándar de la figura 2.6.1a.

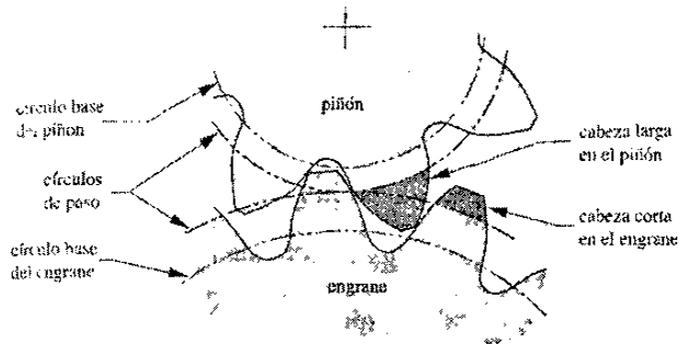


Figura 2.6.1b.- Dientes de engrane de perfil desplazado, con una carga larga y una corta, a fin de evitar interferencia y rebaje.

### 2.6.2.- Razón de contacto.

La razón de contacto  $m_p$  define el número promedio de dientes en contacto en cualquier instante. Esto se calcula a partir de:

$$m_p = \frac{Z}{P_d} \quad (2.6.2a)$$

Donde  $Z$  es la longitud de la sección de la ecuación 2.4.3 y  $p_d$  es el paso base de la ecuación 2.5b. Sustituyendo las ecuaciones 2.5b y 2.5d en la ecuación 2.6.2a se definirá a  $m_p$  en función del paso diametral:

$$m_p = \frac{p_d Z}{\pi \cos \phi} \quad (2.6.2b)$$

Si la razón de contacto es igual a 1, entonces un diente termina el contacto justo en el instante que el siguiente lo inicia. Esto no es deseable, porque pequeños errores en espaciado del diente causarán oscilaciones en velocidad, vibración y ruido. Además, la carga quedará aplicada sobre la punta del diente, lo que genera el momento a flexión mayor posible.

A relaciones de contacto superiores a 1, hay posibilidad de que la carga sea compartida entre dientes. Para relaciones de contacto entre 1 y 2, comunes en el caso de engranes rectos, todavía quedarán momentos durante el acoplamiento donde un par de dientes tomará la totalidad de la carga.

Esto, sin embargo, ocurrirá hacia el centro de la región de acoplamiento, donde la carga se aplica sobre una posición inferior dentro del diente, en vez de sobre su punta. Este punto se conoce como el punto más elevado de contacto de un solo diente. La razón mínima de contacto aceptable para una operación sin oscilaciones es 1.2. Se prefiere una razón de contacto mínima de 1.2, y cifras superiores son aún mejores. La mayor parte de los engranajes rectos tendrán relaciones de contacto entre 1.2 y 2. La ecuación 2.6.2b muestra que para dientes más pequeños y un ángulo de presión mayor, la razón de contacto también será mayor.

### **3.- Tren de engranes.**

Un Tren de engranes es cualquier colección o conjunto de dos o más engranes acoplados. Un par de engranes, o sea, un engranaje, es por lo tanto la forma más simple de un tren de engranes, y por lo general está limitado a una razón de aproximadamente 10:1, más allá de esta razón, el engranaje se hará grande y voluminoso si el piñón se mantiene por encima del mínimo de dientes que aparecen en la Tabla 3a y 3b. Los trenes de engranes pueden ser simples, compuestos.

Tabla 3a.- Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total y una cremallera de profundidad total.

Ángulo de presión ( grados )	Número mínimo de dientes
14.5	32.0
20.0	18.0
25.0	12.0

Tabla 3b.- Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total de 20° y engranes de profundidad total de diversos tamaños.

Dientes mínimo del piñón	Dientes máximos del engrane
17	1309
16	101
15	45
14	26
13	16

### 3.1.- Tren simple.

Un tren de engranes simple es aquel en el que cada flecha sólo lleva un engrane, el ejemplo más básico de engranes se muestran en la figura 3.1a. La razón de velocidad de un engranaje está dada por la ecuación 2.5a. La figura 3.1b muestra un tren de engranes simple, con cinco engranes en serie. La ecuación 3.1 muestra la expresión para la razón de la velocidad del tren:

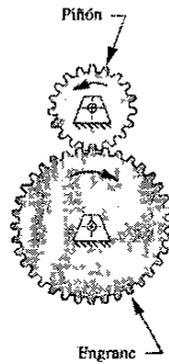


Figura 3.1a.- Un engranaje externo.

$$m_v = \left(-\frac{N_2}{N_3}\right) \left(-\frac{N_3}{N_4}\right) \left(-\frac{N_4}{N_5}\right) \left(-\frac{N_5}{N_6}\right) = +\frac{N_2}{N_6} \quad (3.1)$$

Potencialmente cada engranaje contribuye a la razón de engranaje del tren, pero en el caso de un tren simple se afecta el signo de la razón general del tren debido a los engranes intermedios, que también se conocen como locos, porque no se toma potencia de sus flechas. Si todos los engranes en el tren son externos y en él hay un número impar de engranes externos en el tren, la salida tendrá la misma dirección que la entrada. Así, es posible destinar un engrane único externo loco de cualquier diámetro para modificar la dirección del engrane de salida, sin afectar la magnitud de su velocidad.

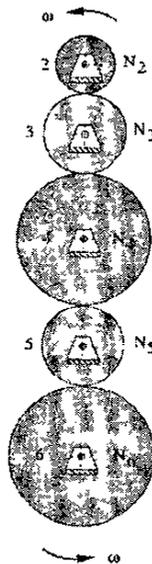


Figura 3.1b.- Un tren de engranes simple.

Es práctica común insertar un solo engrane intermedio para cambiar de dirección, pero más de un engrane intermedio es superfluo. Hay poca justificación para diseñar un tren de engranes como el que aparece en el Figura 3.1b. De ser necesario conectar dos flechas alejadas, se recurre a un tren simple con muchos engranes, pero esto, para la misma aplicación, resultaría mucho más costoso que una transmisión por cadena o por banda. Si la necesidad es obtener una razón mayor del tren de la que se obtiene con un solo engranaje, de la ecuación 3.1 resulta claro que el tren de engranes simple no será de ninguna ayuda.

### 3.2.- Tren compuesto.

Para obtener una razón de tren superior cercana a 10:1 con engranes, es necesario complicar el tren. Un tren compuesto es aquel en el cual por lo menos una flecha lleva más de un engrane. Esto puede corresponder a una disposición en paralelo o en serie-paralelo en vez de las puras conexiones en serie del tren de engranes simple. La Figura 3.3(a) muestra un tren compuesto de cuatro engranes, dos de los cuales, los engranes 3 y 4, están sujetos a una misma flecha y, por lo tanto, tiene la misma velocidad angular. La razón del tren resulta ahora

$$m_v = \left( -\frac{N_2}{N_3} \right) \left( -\frac{N_4}{N_5} \right) \quad (3.2a)$$

Esto puede generalizarse para cualquier número de engranes en el tren, de la forma

$$m_v = \pm \frac{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsores}}{\text{producto del número de dientes de los engranes impulsados}} \quad (3.2b)$$

Advierta que sus relaciones intermedias no se cancelan mutuamente, y la razón general del tren es el producto de las relaciones de engranajes en paralelo, por lo que en un tren de engranes compuesto se llega a obtener una razón más elevada, a pesar de la limitación de alrededor de 10:1 en la razón de engranajes individuales.

El signo de más o menos en la ecuación 3.2b dependerá del número y tipo de acoplamientos en el tren, y si son externos o internos. Si se escribe la expresión en la forma de la ecuación 3.2a, y en la expresión se anota cuidadosamente el signo de cada razón de acoplamiento, dará como resultado el signo algebraico correcto, correspondiente a la razón general del tren.

### 3.3.- Tren compuesto-reversible.

En la figura 3.3(a) la flecha de entrada y la salida están en ubicaciones distintas. En algunos casos esto pudiera resultar aceptable e incluso deseable, dependiendo de otras restricciones o limitaciones de volúmenes en el diseño general de la máquina. Un tren de engranes de este tipo, cuyas flechas de entrada y de salida no son coincidentes, se conoce como tren compuesto no revertido. En algunos casos, como en el de las transmisiones de automóviles, es deseable e incluso necesario que la flecha de salida sea concéntrica con la flecha de entrada, según se observa en la figura 3.3(b). Esto es como decir “restituirlo de regreso a sí mismo”. El diseño de un tren compuesto revertido es más complicado, debido a la limitación adicional que en las etapas las distancias entre centros deben ser iguales.

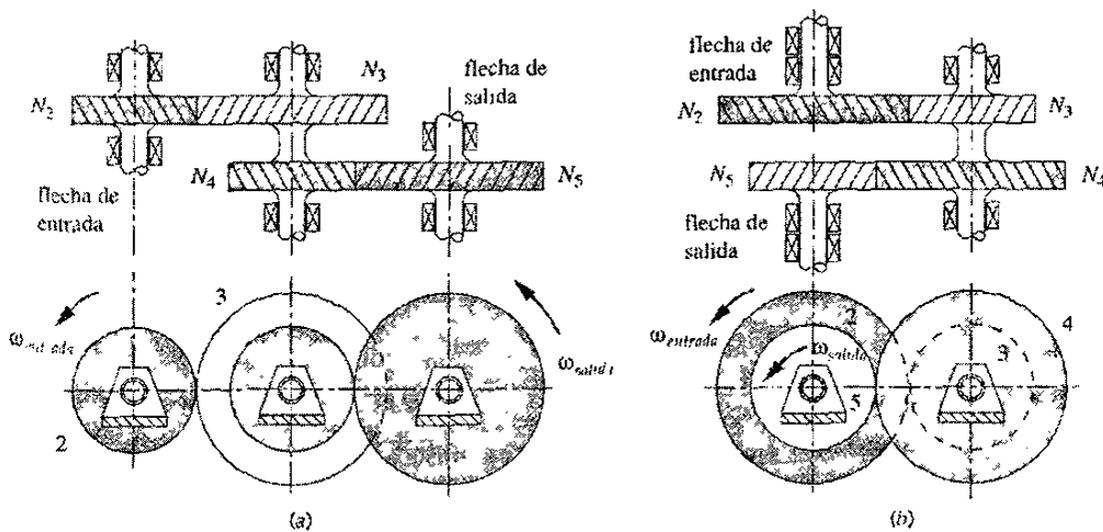


Figura 3.3.- Trenes de engranes compuestos de dos etapas

(a) No revertido, (b) Revertido

### **3.4.- Fabricación de los engranes.**

Hay varios métodos para fabricar engranes, lo que es posible dividir en dos clases: conformación y maquinado. El maquinado se divide además en operaciones de desbaste y de terminado. El conformado se refiere a fundición directa, moldeo, estirado o extrusión de formas de dientes en materiales fundidos, en polvo o ablandados por calor. El desbastado y terminado son técnicas de eliminación de material en el corte o rectificación de la forma del diente a partir de una pieza sólida a temperatura ambiente. A menudo se recurre a métodos de desbastado únicamente sin ninguna operación subsecuente de terminado para engranes que no son de precisión. A pesar de su nombre, los procesos de desbastado de hecho crean un diente de engrane liso y preciso. Sólo cuando se requiere una precisión elevada y una operación silenciosa, se justifica el costo adicional de operaciones secundarias de acabado.

#### **3.4.1.- Conformación de dientes de engrane**

En todas las operaciones de conformación de dientes, los dientes del engrane se forman todos a la vez, a partir de un molde o de un dado, en el cual se han maquinado la forma de los dientes. La precisión de los dientes dependerá totalmente de la calidad del dado o molde, y en general es muy inferior a la que se logra del desbastado o terminado. La mayor parte de estos métodos tienen costos de herramental elevados, lo que sólo los hace adecuados en la producción de cantidades altas.

Fundición.- Los dientes se funden en arena o en dados, en diversos metales. Su ventaja es bajo costo, ya que la forma del diente está incorporada al molde. Después de la fundición por lo general no se hace ninguna operación de terminado sobre los dientes, aunque pudiera hacerse. Los dientes resultantes son de baja precisión y sólo sirven para aplicaciones no críticas, como juguetes y pequeños aparatos domésticos, o en revolventoras de cemento, cuyo ruido y excesivo juego no está en contra de la operación.

La fundición o vaciado en arena es una forma económica de obtener dientes de engrane de baja calidad en cantidades pequeñas, ya que los costos de herramental son razonables, pero el terminado superficial y la precisión en las dimensiones son muy pobres. La fundición en moldes a presión proporciona un mejor terminado o acabado superficial, y mayor precisión que la fundición en arena, pero tiene elevados costos de herramental, requiriendo grandes volúmenes de producción para justificar su uso.

Fundición de Cera Perdida.- Llega a proporcionar engranes razonablemente precisos en una amplia variedad de materiales. El molde se fabrica de un material refractario, que permite la fundición de materiales con alta temperatura de fusión. La precisión es función del patrón maestro original empleado para fabricar el molde.

Sinterizado.- Metales en polvo se conforman a presión en un molde de metal en forma de engrane, se retiran y se les da un tratamiento térmico para aumentar su resistencia. Estos engranes de polvo de metal tienen una precisión similar a los engranes fundidos a presión, pero sus propiedades mecánicas pueden controlarse mediante la mezcla de diversos polvos metálicos. Esta técnica se destina a engranes de pequeñas dimensiones.

Moldeo a Presión.- Se emplea en la fabricación de engranes no metálicos en varios tipos de termoplásticos, como el nylon o el acetal. Se trata de engranes de baja precisión de pequeñas dimensiones, pero tienen la ventaja de su bajo costo y tener la capacidad de operar a cargas ligeras sin lubricante.

Extrusión.- Se emplea para formar dientes en varillas largas, que después se cortan a longitudes útiles y se maquinan para elaborar los barrenos centrales, los cuñeros, etcétera. En vez de aceros, comúnmente se extruyen materiales no ferrosos como las aleaciones de aluminio y de cobre.

Estirado en Frío.- Los dientes se forman sobre varillas de acero al estirarlas a través de dados endurecidos. El trabajo en frío incrementa la resistencia, y reduce la ductilidad. Estas varillas a continuación se cortan en longitudes útiles y los barrenos centrales, cuñeros, etcétera, se maquinan.

Estampado.- El material laminado se estampa en forma de dientes para fabricar engranes de baja precisión a bajo costo y a altas cantidades. Tanto el acabado superior como la precisión son deficientes.

Maquinado.- La mayor parte de los engranes metálicos de la maquinaria para la transmisión de potencia se fabrican mediante un proceso de maquinado, a partir de piezas en bruto fundidas, forjadas o roladas en caliente. Los procesos de desgaste incluyen el fresado de la forma del diente mediante cortadores de conformado, o la generación de la forma con un cortador de cremallera, un cortador conformado o una cabeza fresadora. Los procesos de acabado incluyen cepillado, bruñido, pulido, rectificado o esmerilado.

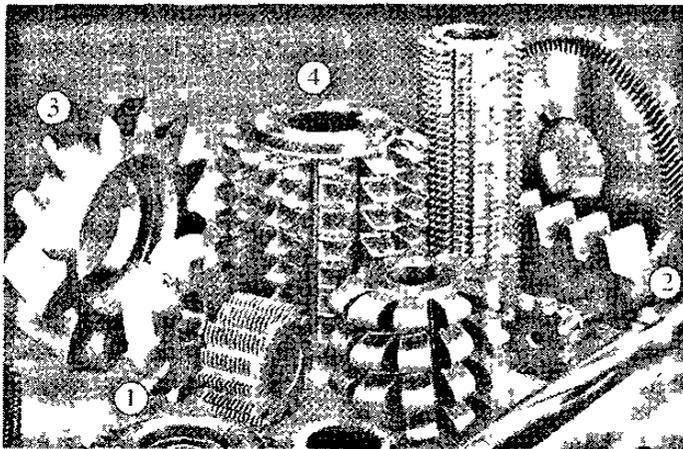


Figura 3.4.1a.- Un conjunto de herramientas de corte:

- 1.- Cortador fresador
- 2.- Cortador de cremalleras
- 3.-Cortador formador
- 4.- Fresa

Procesos de desbastado fresados de forma requieren un cortador de fresa conformado, según se muestra en la figura 3.4.1a identificado como 1. El cortador debe estar fabricado con la forma del diente del engrane para la geometría del diente, y para el número de dientes de cada engrane en particular. El cortador giratorio se introduce en la pieza en bruto, cortando un diente a la vez. El engrane en bruto a continuación es girado un paso circular, y se hace el corte del siguiente diente. Dado que se necesita un cortador de forma distinta para cada tamaño de engranes que se fabrique, el costo del herramental se torna elevado. A fin de reducir costos, a menudo el mismo cortador sirve para engranes de tamaños múltiples, resultando errores de perfil para todos, excepto para un número dado de dientes. Este método es el menos preciso de los métodos de desbastado.

Generación por Cremallera.- Es posible fabricar fácilmente un cortador de cremallera para cualquier paso de involuta, ya que la forma de su diente es un trapecoide. La cremallera endurecida y afilada véase el número 2 de la figura 3.4.1a a continuación es pasada de adelante hacia atrás a lo largo del engrane en bruto, y alimentado hacia delante mientras gira alrededor del engrane en bruto, para generar el diente involuto sobre el engrane. Para completar la circunferencia tanto la cremallera como el engrane en bruto deben reposicionarse periódicamente. Este reposicionamiento llega a introducir errores en la geometría de diente, haciendo este procedimiento menos preciso que otros que se verán más adelante.

Conformación de Engrane.- Se utiliza una herramienta de corte con la forma de un engrane véase el número 3 de la Figura 3.4.1a, que es reciproca axialmente sobre un engrane en bruto, a fin de cortar el diente en tanto la pieza en bruto gira alrededor de la herramienta de conformado, según se muestra en la Figura 3.4.1b. Se trata de un proceso real de generación de forma en el hecho de que la herramienta en forma de engrane corta en acoplamiento con el engrane en bruto. La precisión es buena, pero cualquier error, aunque ocurra en un solo diente del cortados conformados, será transferido directamente al engrane.

**Cabeza Fresadora.-** Una cabeza fresadora, identificada como 4 en la Figura 3.4.1a, es análoga a un machuelo de rosa. Sus dientes están formados de manera de coincidir con el espacio entre dientes y están interrumpidos por ranuras, para formar superficies de corte. Gira en un eje perpendicular al de la pieza del engrane en bruto, cortando dentro del engrane en bruto girando para generar los dientes. Se trata del proceso más preciso de desbastado, ya que no se requiere de ningún reposicionamiento de la herramienta o del material en bruto y cada diente es cortado por varios dientes de la cabeza fresadora, promediando así cualquier error en la herramienta. Con este método se consigue un excelente acabado superficial y es uno de los de más amplio uso para engranes de producción.

### **3.4.2.- Procesos de terminado**

Cuando se requiere una precisión elevada, se llevan a cabo operaciones secundarias para engranes fabricados mediante cualquiera de los métodos de desbaste. Las operaciones de acabado típicamente eliminan muy poco o ningún material, pero mejoran la precisión dimensional, el acabado superficial y/o la dureza.

**Cepillado.-** Es similar a la conformación del engrane, pero se sirve de herramientas de cepillados precisas, a fin de eliminar pequeñas cantidades de material de un engrane desbastado, para corregir errores de perfil, y mejorar el acabado.

**Rectificado.-** Se usa una piedra de rectificado contorneada, que es pasada sobre la superficie maquinada de los dientes del engrane y controlada por computadora para eliminar pequeñas cantidades de material y mejorar el acabado superficial. También se aplica en engranes endurecidos después de desbastados, con el objeto de corregir la distorsión debida al tratamiento térmico.

Bruñido.- Hace pasar un engrane maquinado en bruto sobre un engrane especialmente endurecido. Las elevadas fuerzas aplicadas sobre la interfaz del diente causan una fluencia plástica en la superficie del diente del engrane, que a la vez mejora el acabado y endurece por trabajo la superficie, creando benéficos esfuerzos residuales a compresión.

Pulido y Rectificado.- Ambos emplean un engrane o una herramienta en forma de engrane, con abrasivo para desbastar la superficie del engrane por trabajar. En ambos casos, la herramienta abrasiva impulsa al engrane en lo que representa una operación de puesta en servicio inicial acelerada y controlada a fin de mejorar el acabado superficial y la precisión.

### **3.4.3.- Calidad del engrane**

El estándar 2000-A88 de AGMA define las tolerancias dimensionales para dientes de engranes, así como un índice de calidad  $Q_v$  cuyo rango es desde la más baja calidad (3) hasta la precisión más elevada (16). El método de manufactura esencialmente determina el índice de calidad  $Q_v$  del engrane.

Los engranes conformados típicamente tendrán índices de calidad de 3-4. Los fabricados mediante métodos de desbastado como los antes mencionados generalmente quedan clasificados dentro de un rango de  $Q_v$  de 5 a 7. Si los engranes se terminan por cepillado o esmerilado,  $Q_v$  puede quedar en el rango de 8 a 11. El pulido o rectificado llegan a alcanzar índices de calidad superior. Obviamente, el costo del engrane estará en función de  $Q_v$ .

Tabla 3.4.3a muestra los índices de calidad recomendados por AGMA para una diversidad de aplicaciones comunes de engranes.

Tabla 3.4.3a- Números de calidad de engranes AGMA recomendados para varias Aplicaciones

Aplicación	Q <sub>v</sub>
Transmisión de mezclador de cemento	3 – 5
Horno de cemento	5 – 6
Transmisiones de acerías	5 – 6
Cosechadora de maíz	5 – 7
Grúas	5 – 7
Prensa troqueladora	5 – 7
Transportador de minas	5 – 7
Máquina de cajas de papel	6 – 8
Mecanismo medidor de gas	7 – 9
Taladro mecánico pequeño	7 – 9
Lavadora de ropa	8 – 10
Impresora	9 – 11
Mecanismo de computadora	10 – 11
Transmisión de auto	10 – 11
Transmisión de antena de radar	10 – 12
Transmisión de propulsión marina	10 – 12
Transmisión de motor de aeronave	10 – 13
Giroscopio	12 – 14

Tabla 3.4.3b.- Números de calidad de engranes recomendados para la velocidad en la línea de paso

Velocidad de paso	Q <sub>v</sub>
0 – 800 fpm	6 – 8
800 – 2000 fpm	8 – 10
2000 – 4000 fpm	10 – 12
Más de 4000 fpm	12 – 14

Otra forma de elegir un índice de calidad adecuado se basa en la velocidad lineal de los dientes de engranes en el punto de paso, que se conoce como la velocidad lineal de paso. Falta de precisión en el espaciado de los dientes causará impactos entre dientes y las fuerzas de impacto se incrementan a velocidades más elevadas.

Tabla 3.4.3b muestra los índices de calidad de engranes recomendados Q<sub>v</sub> en función de la velocidad en la línea de paso, en el acoplamiento de engranes. Rara vez se utilizan los engranes rectos a velocidades de línea de paso superiores a 10000 ft/min (50 m/s) debido a ruido y vibración excesivos. Se prefieren en estas aplicaciones engranes helicoidales.

La calidad del engrane puede tener un efecto significativo en la forma en que la carga es compartida entre dientes. Si los espaciados de los dientes no son precisos y uniformes, los dientes en acoplamiento no estarán todos en contacto simultáneo. Esto cancelará la ventaja de una razón de contacto grande.

La Figura 3.4.3 muestra dos engranes con una razón de contacto grande, pero con baja precisión. Sólo un par de dientes están en contacto, tomando la carga en la misma dirección. Los demás en el acoplamiento no están tomando carga. A pesar de una razón de contacto aparente de 5, en la razón de contacto real en este punto, el acoplamiento es de sólo 1.

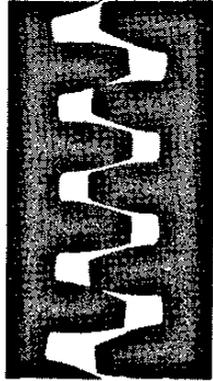


Figura 3.4.3.- Dientes de engrane recto real en acoplamiento mostrando mala repartición de la carga, debido a falta de precisión en los dientes.

# 4.- Análisis de esfuerzos en engranes rectos y helicoidales.

## 4.1.- Fuerza en engranes rectos y helicoidales.

### 4.1.1.- Fuerzas de engranes rectos.

El análisis de cargas en engranes en acoplamiento se lleva a cabo mediante los procedimientos estándar, según las ecuaciones 4.1.1a o 4.1.1b, según sea apropiado. Sólo analizaremos brevemente su aplicación a los dientes de engrane.

$$\sum M_z = I_z \alpha_z \quad (4.1.1a)$$

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad (4.1.1b)$$

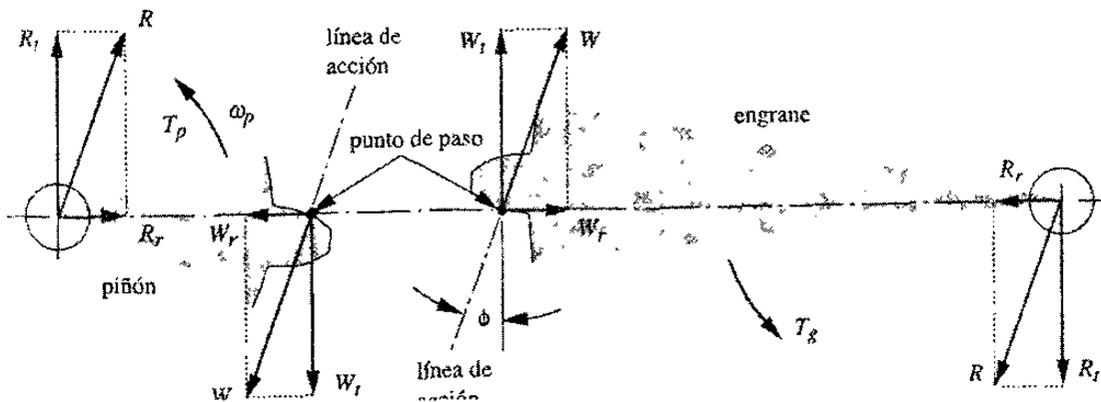


Figura 4.1.1a.- Fuerzas en el piñón y engrane.

La Figura 4.1.1a muestra un par de dientes de engrane. Los dientes están realmente acoplados en contacto, en el punto de paso, pero en aras de la claridad se muestran separados. El piñón está entregando un par de torsión  $T_p$  al engrane. Ambos se muestran como diagramas de cuerpo libre.

En el punto de paso, la única fuerza que puede transmitirse de un diente a otro, despreciando la fricción, es la fuerza  $W$ , que actúa a lo largo de la línea de acción, en el ángulo de presión. Esta fuerza se descompone en dos componentes,  $W_r$  que actúa en dirección radial y  $W_t$  en dirección tangencial. La magnitud de la componente tangencial  $W_t$  se determina a partir de :

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = \frac{2p_d T_d}{N_p} \quad (4.1.1c)$$

Donde  $T_p$  es el par de torsión de la flecha del piñón,  $r_p$  es el radio de paso,  $d_p$  es el diámetro de paso,  $N_p$  es el número de dientes y  $p_d$  el paso diametral del piñón. El componente radial  $W_r$  es :

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (4.1.1d)$$

y la fuerza resultante  $W$  es por lo tanto :

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi} \quad (4.1.1e)$$

Advierta que la ecuación 4.1.1c también podía haberse escrito para el engrane, en vez de para el piñón, dado que en engrane y piñón la fuerza  $W$  es igual y opuesta.

La fuerza de reacción  $R$ , así como sus componentes  $R_t$  y  $R_r$  en los pivotes son iguales y opuestas a las fuerzas correspondientes que actúan en el punto de paso del engrane o piñón respectivo. Las fuerzas del piñón son iguales y opuestas a las que actúan sobre el engrane.

Dependiendo de la razón de contacto, los dientes, conforme giran a través del acoplamiento, pueden tomar todo o parte de la carga  $W$  en cualquier posición, desde la punta del diente hasta un punto cerca del círculo de la raíz. Obviamente, la condición de carga peor es cuando  $W$  actúa en la punta del diente. Entonces, su componente tangencial  $W_t$  tiene el mayor brazo de momento posible actuando sobre el diente, como viga en voladizo.

El momento a flexión y la fuerza cortante transversal debidos a flexión ambos serán máximas en la raíz del diente. Para una razón de contacto  $> 1$ , existirá un punto más elevado de contacto de un sólo diente en alguna parte abajo de la punta del diente, y esto creará el momento máximo a flexión en cualquier diente siempre que las precisiones del engrane sean lo suficientemente buenas para permitir compartir la carga.

Si los dientes son de baja calidad, como se observa en la Figura 3.4.3., entonces habrá carga en la punta con valor completo de  $W$ , independientemente de la razón de contacto.

Incluso si el par de torsión  $T_p$  es constante en el tiempo, cada diente experimentará una carga repetida cada vez que entra en acoplamiento, creando una situación de carga por fatiga. La función de elemento deflexión-tiempo de un engranaje será como la que aparece en la Figura 4.1.1b. Existen componentes medio  $M_m$  y alternamente  $M_a$  iguales que en el momento a flexión. En los engranajes tiene alguna ventaja no usar valores enteros en la razón de engranes  $m_G$ , a fin de evitar que cada  $m_G$  revoluciones un mismo diente entre en contacto con siempre el mismo diente. Las relaciones no enteras distribuirán el contacto más uniformemente sobre todos los dientes.

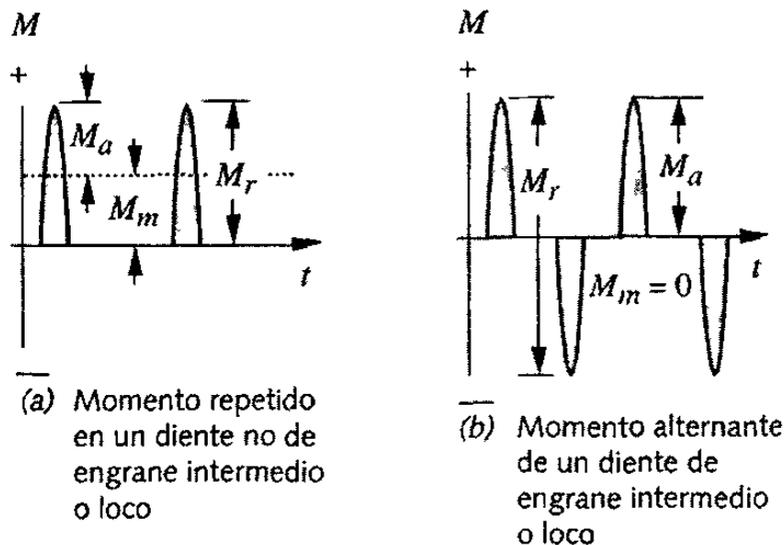


Figura 4.1.1b.- Momentos a flexión variando con el tiempo sobre los dientes de engrane.

Si para cambiar la dirección de la salida se inserta un engrane intermedio o loco entre el piñón y el engrane, cada uno de los dientes del engrane intermedio o loco experimentará un momento totalmente alternante, según se observa en la Figura 4.1.1c,

Ya que la fuerza  $W$  actúa en los lados opuestos de cada diente del engrane intermedio o loco, en acoplamiento alterno. Observe que el rango  $M_r$  de la magnitud del momento sobre el engrane intermedio o loco, es el doble de engranes no locos, haciendo que éste sea el engrane más cargado, aun cuando su momento medio sea igual a cero. Lo mismo ocurre en los engranes planetarios.

#### 4.1.2.- Fuerzas de engranes helicoidales.

En la Figura 4.1.2a se muestra esquemáticamente un conjunto de fuerzas actuando sobre un diente. La fuerza  $W$  resultante aparece en un ángulo compuesto, definido por la combinación del ángulo de presión y el ángulo de la hélice. Es posible determinar la componente de fuerza tangencial  $W_t$  en el acoplamiento a partir del par de torsión aplicado, ya sea al engrane o al piñón, según se definió en la ecuación 4.1.2a para el piñón.

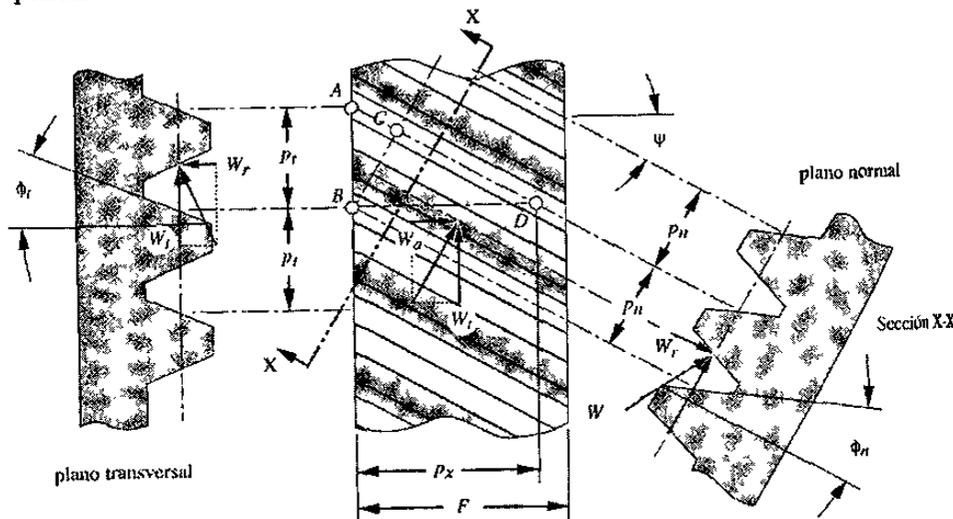


Figura 4.1.2a.- Cremallera helicoidal básica, con los planos normal y transversal y la resolución de las fuerzas.

$$W_t = \frac{T_p}{r_p} = \frac{2T_p}{d_p} = \frac{2p_d T_d}{N_p} \quad (4.1.2a)$$

Además de la componente radial  $W_r$  según el ángulo de flexión, ahora también hay una componente de fuerza  $W_a$ , que tiende a separar axialmente a los engranes. A fin de resistir esta componente de fuerza, cuando se instalen engranes helicoidales deberán montarse cojinetes con capacidad de empuje axial, a menos de que en una misma flecha se monten engranes helicoidales en pares opuestos con el fin de cancelar la componente de fuerza axial. A veces, para este fin, se cortan juntos juegos de dientes derechos e izquierdos uno al lado del otro sobre un mismo engrane, con una ranura entre ambos para salida de la herramienta de corte. Estos engranes se conocen como engranes helicoidales dobles. Si se elimina la ranura de holgura y los dientes de dirección opuesta se cortan de manera que coincidan uno con otro, este engrane se conoce como engrane herringbone o de espina de pescado.

Las componentes de fuerzas en un acoplamiento de engranes helicoidales son :

$$W_r = W_t \tan \phi \quad (4.1.2b)$$

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (4.1.2c)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \psi \cos \phi_n} \quad (4.1.2d)$$

Además de su operación silenciosa, los engranes helicoidales tienen otra ventaja sobre los rectos, la de que sus dientes serán relativamente más resistentes que en engranes rectos con el mismo paso normal, el mismo diámetro de paso y el mismo número de dientes. La razón de lo anterior se aprecia en la Figura 4.1.2a. La componente de fuerzas que transmite el par de torsión es  $W_t$ , la que ocurre en el plano transversal. El tamaño del diente paso normal queda definido sobre el plano normal. El espesor del diente en el plano transversal es  $1/\cos \psi$  mayor que el correspondiente en un engrane recto de un igual paso normal. Otra forma de ver lo anterior es considerar el hecho de que la intersección del plano normal y del cilindro de paso de diámetro  $d$  es una elipse cuyo radio es  $r_e = (d/2) \cos^2 \psi$ .

Podemos entonces definir un número virtual de dientes  $N_e$  como el cociente de la circunferencia de un círculo de paso virtual con radio  $r_e$  y un paso normal  $p_n$ :

$$N_e = \frac{2 \pi r_e}{p_n} = \frac{\pi d}{p_n \cos^2 \psi} \quad (4.1.2e)$$

Sustituya en la ecuación en lugar de  $P_n$  :

$$N_e = \frac{\pi d}{p_t \cos^3 \psi} \quad (4.1.2f)$$

Y sustituya  $p_t = \pi d / N$  de la ecuación para obtener :

$$N_e = \frac{N}{\cos^3 \psi} \quad (4.1.2g)$$

Esto define un engrane virtual equivalente a un engrane recto con  $N_e$  dientes, lo que da un diente más resistente, tanto a la fatiga por flexión como a la fatiga superficial, que un engrane recto con el mismo número de dientes físicos que el engrane helicoidal. En piñones pequeños, el mayor número de dientes virtuales también reduce el rebajo, permitiendo la posibilidad de menor número mínimo de dientes, en el caso de engranes helicoidales en comparación con los rectos.

En la ecuación 4.1.2h se define la razón de contacto transversal  $m_p$  para engranes rectos y es igual para engranes helicoidales. El ángulo de la hélice introduce otra razón conocida como razón de contacto axial  $m_F$ , que es el cociente del ancho de una cara  $F$  y el paso axial  $p_x$ :

$$m_p = \frac{p_d Z}{\pi \cos \phi} \quad (4.1.2h)$$

$$m_F = \frac{F}{p_x} = \frac{F p_d \tan \psi}{\pi} \quad (4.1.2i)$$

Esta razón deberá ser por lo menos 1.15 e indica el grado de superposición helicoidal del acoplamiento. De la misma forma que una mayor razón de contacto transversal permite que varios dientes compartan la carga, un ancho de cara mayor para un ángulo dado de hélice incrementará la superposición de los dientes y también promoverá la distribución de la carga.

Sin embargo, la distribución efectiva de la carga seguirá quedando limitada por la precisión con la cual se fabrican los engranes, véase la Figura 4.1.1b. Advierta que ángulos mayores de hélice incrementarán la razón de contacto axial, lo que permite el uso de engranes de ancho menor, pero será a expensas de componentes de fuerzas axiales más elevados.

Si, como se desea,  $m_F$  se mantiene por arriba de 1, los engranes se consideran como helicoidales convencionales. En el caso en que  $m_F < 1$ , entonces se conocen como engranes de razón de contacto axial baja y su cálculo comprenderá pasos adicionales. Para mayor información sobre engranes consulte las normas AGMA 1, 2, 3. Aquí sólo nos ocuparemos de engranes helicoidales convencionales.

## **4.2.-Análisis de esfuerzos de flexión.**

Existen dos modos de falla que afectan a los dientes de los engranes, la fractura por fatiga debido a esfuerzos fluctuantes a flexión en la raíz del diente, y la fatiga superficial o picaduras sobre las superficies de los dientes. Al diseñar los engranes deben analizarse ambos modos de falla. La fractura por fatiga debida a flexión se puede evitar con un diseño apropiado, manteniendo el estado de esfuerzos dentro de la línea de Goodman modificada correspondiente al material. En vista de que la mayor parte de los engranes con cargas pesadas se fabrican de materiales ferrosos que no tienen límite de resistencia a la fatiga a flexión, se puede obtener una vida infinita para las cargas a flexión. Sin embargo, los materiales no muestran límite de resistencia a la fatiga para esfuerzos de contacto superficial repetidos.

Por lo tanto, no es posible diseñar engranes para vida infinita contra fallas superficiales. A los engranajes correctamente diseñados jamás se les deberá fracturar un diente en servicio normal, salvo en sobrecargas superiores a las que se previeron en el diseño, pero debe esperarse que finalmente falla debido a alguno de los mecanismos de desgaste. La picadura es el modo de falla más común, aunque llega a ocurrir desgaste por abrasión o adhesivo o raspadura, especialmente si los engranes durante su servicio no están correctamente lubricados.

#### **4.2.1.- Análisis de esfuerzos a flexión engrane recto.**

La ecuación de LEWIS La primera ecuación útil para el esfuerzo a flexión en un diente de engrane fue planteada por W. Lewis en 1892. Reconoció que el diente es una viga en voladizo con su sección crítica en la raíz. Partiendo de la ecuación del esfuerzo a flexión en una viga en voladizo, dedujo lo que ahora se conoce como la ecuación de Lewis:

$$\sigma_b = \frac{W_t p_d}{FY} \quad (4.2.1a)$$

Donde  $W_t$  es la fuerza tangencial en el diente,  $p_d$  el paso diametral,  $F$  es el ancho de la cara y  $Y$  es un factor geométrico no dimensional, definido por él, y que ahora se conoce como factor de forma Lewis. Su factor de forma tomó en consideración la geometría del diente para determinar su resistencia efectiva en el filete de la raíz. Publicó una tabla de valores de  $Y$  para engranes con diferentes ángulos de presión y número de dientes. Advierta que el componente radial  $W_r$  es ignorado, ya que coloca al diente a la compresión, y actúa reduciendo el esfuerzo peligroso de flexión a la tensión. El ignorar el esfuerzo radial resulta entonces conservador, y al mismo tiempo simplifica el análisis.

La ecuación de Lewis ya no se aplica en su forma original, pero sirve como base para una versión más moderna, según la ha definido AGMA, y que se basa en el trabajo de Lewis y de muchos otros. Los principios de la ecuación de Lewis siguen siendo válidos, pero han sido aumentados con factores adicionales para tomar en consideración mecanismos de falla que sólo posteriormente fueron comprendidos. Su factor de forma  $Y$  ha sido reemplazado por un nuevo factor geométrico  $J$ , que incluye los efectos de concentraciones de esfuerzos en el filete de la raíz. En tiempo de Lewis la concentración de esfuerzos todavía estaba pendiente de ser descubierta.

La ecuación de esfuerzos a flexión de AGMA Según aparece definida en el estándar 2001-B88 de AGMA, sólo es válida para ciertas hipótesis respecto a la geometría del diente y del acoplamiento del engrane:

1. La razón de contacto es entre 1 y 2.
2. No hay interferencia entre puntas y filetes de la raíz de dientes en acoplamiento, y no hay rebaje del diente por encima del arranque teórico del perfil activo.
3. Ningún diente es puntiagudo.
4. Existe un juego distinto de cero.
5. Los filetes de las raíces son estándar, se suponen lisos y producidos por un proceso generatriz.
6. Se desprecian las fuerzas de flexión.

La primera suposición se presenta, a pesar del deseo teórico de elevar las relaciones de contacto, dado que la distribución de la carga real entre dientes en estas situaciones está sujeta a factores de precisión y rigidez de los dientes difíciles de predecir, lo que hace que el problema sea indeterminado. La hipótesis 1 es por lo tanto conservadora tratándose de relaciones de contacto elevadas. La hipótesis 2 limita el análisis a combinaciones de piñón y engrane que obedezcan las limitaciones mínimas de dientes descritas en las Tablas 4.2a y 4.2b.

Si para efectos de espacio se requiere de números menores de dientes, entonces deberá recurrirse a dientes de cabeza desigual, y el método AGMA aplicado mediante el factor J apropiado en la ecuación. La hipótesis 3 se ocupa de los límites de piñones de cabeza desigual. La hipótesis 4 reconoce que los engranes que no tienen juego no funcionarán libremente entre sí, debido a excesiva fricción. La hipótesis 5 toma en consideración el uso de factores de concentración de esfuerzos para los filetes de las raíces con base en el trabajo hecho con Dolan y Broghammer. La hipótesis 6 se explica por sí misma. También, este método es sólo válido para dientes de engranajes externos.

La geometría de los dientes de engranajes internos es lo suficientemente distinta para requerir otro procedimiento para el cálculo de los esfuerzos a flexión. Véase la norma AGMA para mayor información.

Tabla 4.2.1a.- Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total y una cremallera de profundidad total

Angulo de Presión ( grados )	Número mínimo de dientes
14.5	32
20	18
25	12

Tabla 4.2.1b.- Número mínimo de dientes de piñón para evitar la interferencia entre piñón de profundidad total de 20° y engranes de profundidad total de diversos tamaños

Dientes mínimos del piñón	Dientes máximos del engrane
17	1309
16	101
15	45
14	25
13	16

La ecuación de esfuerzos a flexión AGMA difiere ligeramente para los engranes de especificación norteamericana y S.I., debido a la razón recíproca entre paso diametral y módulo. Listaremos ambas versiones con sufijos us o bien si en los números de ecuación, donde sean aplicables.

$$\sigma_b = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (4.2.1b.us)$$

$$\sigma_b = \frac{W_t}{FmJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (4.2.1b.si)$$

El núcleo de esta ecuación es la fórmula de Lewis, con su factor de forma  $Y$  reemplazado por el factor geométrico actualizado  $J$ .  $W_t$ ,  $F$  y  $p_d$  tienen los mismos significados que en la ecuación 4.2.1a y  $m$  es el módulo métrico. Los factores  $K$  son modificadores para tomar en consideración diversas condiciones. Analizaremos ahora cada uno de los términos empíricos de la ecuación 4.2.1b.

**Factor geométrico de resistencia a flexión.** El factor geométrico  $J$  se calcula a partir de un algoritmo complicado, que se define en el estándar 908-B89 de AGMA. El mismo estándar también de las tablas de los factores  $J$  para dientes estándar, de profundidad total y para dientes de cabeza desigual a 25% y 50%, todos con ángulos de presión de 14.5°, 20° y 25°. Estos factores  $J$  varían según el número de dientes en el piñón y en el engrane y sólo se dan para un rango de combinaciones que obedece a la hipótesis 2 antes citada. AGMA recomienda que se eviten combinaciones de números de dientes que puedan crear interferencia.

Las Tablas 4.2.1c, 4.2.1d, 4.2.1e, 4.2.1f, 4.2.1g, 4.2.1h, 4.2.1i, 4.2.1j\* son una réplica de los factores geométricos AGMA  $J$ , pero para un subconjunto de combinaciones de dientes de engrane cubiertos en el estándar. En estas ocho tablas, se cubren dos diseños de diente de engrane el diente de profundidad total, y el diente de cabeza larga en un 25%, cada uno de ellos para dos ángulos de presión (20 y 25°) y tanto para carga en la punta como para carga en el punto más elevado de contacto de un solo diente (HPSTC).

Tabla 4.2.1c.- Factor geométrico  $J$  a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 20° con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.24	0.24								
26	U	U	U	U	U	U	0.24	0.25	0.25	0.25						
35	U	U	U	U	U	U	0.24	0.26	0.25	0.26	0.26	0.26				
55	U	U	U	U	U	U	0.24	0.28	0.25	0.28	0.26	0.28	0.28	0.28		
135	U	U	U	U	U	U	0.24	0.29	0.25	0.29	0.26	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29

Tabla 4.2.1d.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 20° con carga HPSTC.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.33	0.33								
26	U	U	U	U	U	U	0.33	0.35	0.35	0.35						
35	U	U	U	U	U	U	0.34	0.37	0.36	0.38	0.39	0.39				
55	U	U	U	U	U	U	0.34	0.40	0.37	0.41	0.40	0.42	0.43	0.43		
135	U	U	U	U	U	U	0.35	0.43	0.38	0.44	0.41	0.45	0.45	0.47	0.49	0.49

Tabla 4.2.1e.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga de 25% con 20° con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0.27	0.19										
21	U	U	U	U	0.27	0.21	0.27	0.21								
26	U	U	U	U	0.27	0.22	0.27	0.22	0.28	0.22						
35	U	U	U	U	0.27	0.24	0.27	0.24	0.28	0.24	0.28	0.24				
55	U	U	U	U	0.27	0.26	0.27	0.26	0.28	0.26	0.28	0.26	0.29	0.26		
135	U	U	U	U	0.35	0.45	0.27	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.29	0.28	0.30	0.28

Tabla 4.2.1f.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga de 25% de 20° con carga HPSTC.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0.36	0.24										
21	U	U	U	U	0.37	0.26	0.39	0.27								
26	U	U	U	U	0.37	0.29	0.39	0.29	0.41	0.30						
35	U	U	U	U	0.37	0.32	0.40	0.32	0.41	0.33	0.43	0.34				
55	U	U	U	U	0.38	0.35	0.40	0.36	0.42	0.36	0.44	0.37	0.47	0.39		
135	U	U	U	U	0.39	0.39	0.41	0.40	0.43	0.41	0.45	0.42	0.48	0.44	0.51	0.46

Tabla 4.2.1g.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 25° con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.28	0.28												
17	U	U	0.28	0.30	0.30	0.30										
21	U	U	0.28	0.31	0.30	0.31	0.31	0.31								
26	U	U	0.28	0.33	0.30	0.33	0.31	0.33	0.33	0.33						
35	U	U	0.28	0.34	0.30	0.34	0.31	0.34	0.33	0.34	0.34	0.34				
55	U	U	0.28	0.36	0.30	0.36	0.31	0.36	0.33	0.36	0.34	0.36	0.36	0.36		
135	U	U	0.28	0.38	0.30	0.38	0.31	0.38	0.33	0.38	0.34	0.38	0.36	0.38	0.38	0.38

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.33	0.33												
17	U	U	0.33	0.36	0.36	0.36										
21	U	U	0.33	0.39	0.36	0.39	0.39	0.39								
26	U	U	0.33	0.41	0.37	0.42	0.40	0.42	0.43	0.43						
35	U	U	0.34	0.44	0.37	0.45	0.40	0.45	0.43	0.46	0.46	0.46				
55	U	U	0.34	0.47	0.38	0.48	0.41	0.49	0.44	0.49	0.47	0.50	0.51	0.51		
135	U	U	0.34	0.51	0.38	0.52	0.42	0.53	0.45	0.53	0.48	0.54	0.53	0.56	0.57	0.57

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.32	0.20														
14	0.32	0.22	0.33	0.22												
17	0.32	0.25	0.33	0.25	0.34	0.25										
21	0.32	0.27	0.33	0.27	0.34	0.27	0.36	0.27								
26	0.32	0.29	0.33	0.29	0.34	0.29	0.36	0.29	0.36	0.29						
35	0.32	0.31	0.33	0.31	0.34	0.31	0.36	0.31	0.36	0.31	0.37	0.31				
55	0.32	0.34	0.33	0.34	0.34	0.34	0.36	0.34	0.36	0.34	0.37	0.34	0.38	0.34		
135	0.32	0.37	0.33	0.37	0.34	0.37	0.36	0.37	0.36	0.37	0.37	0.37	0.38	0.37	0.39	0.37

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.38	0.22														
14	0.38	0.25	0.40	0.25												
17	0.38	0.29	0.40	0.29	0.43	0.29										
21	0.38	0.32	0.41	0.32	0.43	0.33	0.46	0.33								
26	0.39	0.35	0.41	0.35	0.44	0.36	0.46	0.36	0.48	0.37						
35	0.39	0.38	0.41	0.39	0.44	0.39	0.47	0.40	0.49	0.41	0.51	0.41				
55	0.39	0.42	0.42	0.43	0.44	0.44	0.47	0.44	0.49	0.45	0.52	0.46	0.55	0.47		
135	0.40	0.47	0.42	0.48	0.45	0.49	0.48	0.49	0.50	0.50	0.53	0.51	0.56	0.53	0.59	0.55

Advierta en esta tabla que los factores J son diferentes para el piñón y el engrane identificados como P y G de cada combinación de acoplamiento. Esto da como resultado niveles diferentes de esfuerzos a flexión en los dientes del piñón y en los dientes del engrane. La letra U en las tablas indica que hay rebaje con esa combinación, debido a interferencia entre la punta del diente del engrane y el flanco de la raíz del piñón. La elección entre factores J cargados en la punta o en el punto mas elevado de contacto de un solo diente, deberá basarse en la precisión de manufactura del engranaje. Si las tolerancias de fabricación son pequeñas, entonces la distribución de carga entre dientes se puede suponer sin recurrir a las tablas HPSTC.

De lo contrario, lo probable es que en el caso peor sólo un par de dientes tomará toda la carga en la punta. Según se observa en la Figura 4.1.1b. Véase el estándar 908-B89 de AGMA para mayor información sobre variaciones aceptables de manufactura en el paso base para asegurar HPSTC.

**Factor dinámico.** El factor dinámico  $K_v$  trata de tomar en consideración cargas por vibración generadas internamente por impactos de diente contra diente inducidos por acoplamientos no conjugados de los dientes del engrane. Estas cargas por vibración se conocen como error de transmisión y serán peores en engranes de baja precisión. Los engranes de precisión se acercarán más al ideal de una transmisión suave, con un par de torsión con una razón constante de velocidad. En ausencia de datos de prueba que definan el nivel de error de transmisión que debe esperarse en un diseño de engranes en particular, el diseñador deberá estimar el factor dinámico. AGMA proporciona curvas empíricas para  $K_v$  como función de la velocidad de la línea de paso  $V_t$ . La Figura 4.2.1a muestra una familia de dichas curvas, que varían con el índice de calidad  $Q_v$  del engranaje.

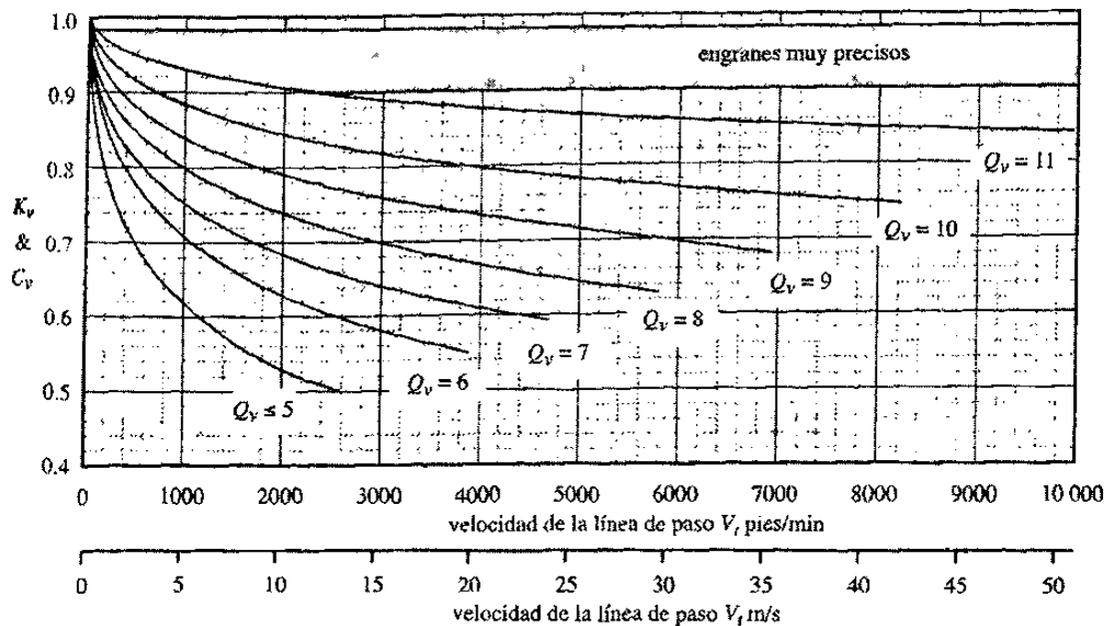


Figura 4.2.1a.- Factores dinámicos  $K_v$  y  $c_v$  de AGMA.

Las ecuaciones empíricas para las curvas numeradas del 6 al 11 de la Figura 4.2.1a son :

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{V_t}} \right)^B \quad (4.2.1c.us)$$

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200 V_t}} \right)^B \quad (4.2.1c.si)$$

Donde  $V_t$  es la velocidad en la línea de paso del acoplamiento de engranes en pies por minuto (Estados Unidos) o en m/s ( si ).

Los factores A y B se definen de la forma :

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (4.2.1d.a)$$

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} \quad \text{para } 6 \leq Q_v \leq 11 \quad (4.2.1d.b)$$

En el cual  $Q_v$  es el índice de calidad del engrane de menor calidad en el acoplamiento.

Advierta en el Figura 4.2.1a que cada una de estas curvas empíricas terminan abruptamente a valores específicos de  $V_t$ .

Pueden extrapolarse más allá de estos puntos, pero los datos experimentales a partir de los cuales fueron generadas no se extienden más allá de estos límites. Los valores terminales de  $V_t$  para cada curva se determinan a partir de :

$$V_{t_{max}} = [A + (Q_v - 3)]^2 \text{ ft/min} \quad (4.2.1e.us)$$

$$V_{t_{max}} = \frac{[A + (Q_v - 3)]^2}{200} \text{ m/seg} \quad (4.2.1e.si)$$

Para engranes con  $Q_v \leq 5$  se aplica una ecuación diferente :

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{V_t}} \quad (4.2.1f.us)$$

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{200 V_t}} \quad (4.2.1f.si)$$

Esta relación sólo es válida para  $V_t \leq 2500$  ft/min ( 13 m/s ), lo que se observa de la línea  $Q_v = 5$  de la Figura 4.2.1a. Después de esa velocidad deben montarse engranes con un  $Q_v$  superior. Véase la Tabla 4.2.1k.

Tabla 4.2.1k.- Factores de aplicación $K_a$ .			
Maquina impulsada	Maquina impulsora		
	Uniforme	Impacto moderado	Impacto severo
Uniforme ( motor eléctrico, turbina )	1.00	1.25	1.75 o superior
Impacto ligero ( motor multicilindro )	1.25	1.50	2.00 o superior
Impacto medio ( motor de un solo cilindro )	1.50	1.75	2.25 o superior

Mark deduce un método para calcular el error de transmisión en engranes de ejes paralelos, que toma en consideración la desalineación de los cojinetes, la desalineación dinámica de la flecha, las variaciones de espaciado entre dientes, las modificaciones en el perfil del diente, y la rigidez de las estructuras que soportan los cojinetes. Si se conoce la carga dinámica real debida a errores de transmisión y se toma en consideración aumentando la carga aplicada  $W_t$ , entonces el factor dinámico  $K_v$  se establece como igual a 1.

Factor de distribución de carga  $K_m$ . Cualquier desalineación axial o desviación axial en la forma del diente hará que la carga transmitida  $W_t$  quede no uniformemente distribuida sobre el ancho de la cara del diente del engrane. Este problema se hace más pronunciado con anchos de cara más grandes. Una manera aproximada y conservadora de tomar en consideración una distribución de carga inferior a la uniforme es aplicar el factor  $K_m$ , a fin de incrementar los esfuerzos en anchos de cara más grandes. Algunos valores sugeridos aparecen en la Tabla 4.2.11.

Una regla practica útil es mantener el ancho de la cara  $F$  de un engrane recto dentro de los límites  $8 / p_d < F < 16 / p_d$ , con un valor nominal de  $12 / p_d$ . Esta razón se conoce como factor de ancho de cara.

Ancho de la cara		$K_m$
( in )	( mm )	
< 2	50	1.6
6	150	1.7
9	250	1.8
≥ 20	500	2.0

Factor de aplicación  $K_a$ . El modelo de carga que se analizo en la sección 4.1.1 supuso que la carga transmitida  $W_t$  era uniforme a lo largo del tiempo. Los momentos fluctuantes sobre los dientes que se describieron en dicha sección se deben a los dientes al entrar y salir del acoplamiento bajo una carga uniforme o promedio. Si la máquina impulsora o impulsada tienen pares de torsión o fuerzas variando con el tiempo, entonces éstas aumentarán la carga que sienten los dientes del engrane, en adición a los valores promedio.

En ausencia de una información definitiva sobre cargas dinámicas en máquinas impulsoras e impulsadas, se pueda aplicar un factor de aplicación  $K_a$  para incrementar el esfuerzo sobre el diente con base en el grado de impacto de la maquinaria conectada al tren de engranes. Por ejemplo, si el tren de engranes conecta un motor eléctrico a una bomba centrífuga de agua siendo ambos dispositivos de operación continua, no es necesario incrementar las cargas promedio, y  $K_a = 1$ .

Pero si un motor de combustión interna de un solo cilindro impulsa una trituradora de piedra a través de un tren de engranes, tanto la fuente de la energía como el dispositivo impulsado entregan cargas por impacto a los dientes del engrane, y  $K_a > 1$ . La Tabla 3.4.3b muestra algunos valores sugeridos por AGMA para  $K_a$  con base en el nivel supuesto de carga por impacto en dispositivos impulsores e impulsados.

Factor de tamaño  $K_s$ . Puede aplicarse de la misma manera que el factor de tamaño para carga general a la fatiga. Los especímenes de prueba para generar datos de resistencia a la fatiga son relativamente pequeños de un diámetro de alrededor de 0.3 in. En el caso de que la pieza que se esté diseñando sea mayor a esta cifra, llega a resultar más débil de lo que indican los datos de prueba. El factor  $K_s$  permite una modificación del esfuerzo en el diente para tomar en consideración esta situación. Sin embargo, gran parte de los datos de resistencia de engranes disponible se ha generado a partir de pruebas de dientes de engrane reales, y por lo tanto representan mejor la realidad que los datos generales de esfuerzo.

AGMA todavía no ha establecido normas para factores de tamaño, y recomienda que  $K_s$  se defina con un valor de 1, a menos que el diseñador desee elevar su valor para tomar en consideración situaciones particulares, como por ejemplo dientes muy grandes. Un valor de 1.25 a 1.5 en dichos casos sería una hipótesis conservadora.

Factor de espesor del aro  $K_B$ . Este factor recientemente fue agregado por AGMA, a fin de tomar en consideración situaciones en las cuales un engrane de gran diámetro, fabricado con aro y radios en vez de ser un disco sólido, tiene un aro de un peralte reducido, en comparación con la profundidad del diente. Estos diseños llegan a fallar a la fractura radial a través del aro, en vez de a través de la raíz de un diente. AGMA define la razón de respaldo  $m_B$  de la forma:

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (4.2.1g.a)$$

Donde  $t_R$  es el espesor del aro, a partir del diámetro de la raíz del diente hasta el diámetro interior del aro y  $h_t$  es la profundidad total del diente suma de altura de cabeza y altura de la raíz, según se muestra en la Figura 4.2.1b \*.

A menudo esta razón sirve para definir el factor de peralte del aro a partir de :

$$\begin{aligned} K_B &= -2m_B + 3.4 & 0.5 \leq m_B \leq 1.2 \\ K_B &= 1.0 & m_B > 1.2 \end{aligned} \quad (4.2.1g.b)$$

No se recomiendan relaciones de respaldo  $< 0.5$ . Los engranes de disco sólido siempre tienen un  $K_B = 1$ .

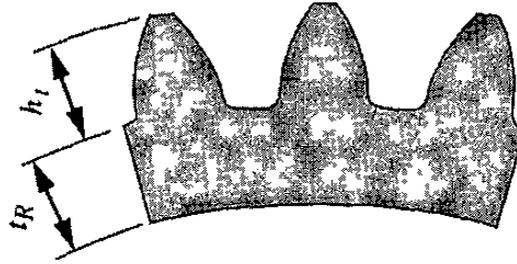


Figura 4.2.1b.- Parámetros para el factor de espesor del aro  $K_B$

Factor de engrane intermedio o loco  $K_I$ . Un engrane intermedio o loco está sujeto a la vez a más ciclos de esfuerzo por unidad de tiempo, y a cargas alternantes más elevadas que sus primos de no giro libre. Para tomar en consideración esta situación, se define el factor  $K_I$  a 1.42 para un engrane intermedio o loco o a 1.0 para uno que no lo es. AGMA aplica la recíproca de este factor para reducir la resistencia aparente del material en el caso de un engrane intermedio o loco, lo que no es consistente con el procedimiento empleado de factores que afectan el estado de esfuerzo de la pieza en la ecuación de esfuerzos, y no a la resistencia del material.

#### 4.2.2.- Análisis de esfuerzos superficiales en engranes rectos.

Los dientes de engrane acoplados sufren una combinación de rodamiento y de deslizamiento en su interfaz. En el punto de paso, su movimiento relativo es rodamiento puro. El porcentaje de deslizamiento se incrementa con la distancia alejándose del punto de paso. A veces se toma un valor medio de deslizamiento del 9% para representar el movimiento combinado de rodamiento y deslizamiento entre dientes. Los esfuerzos en la superficie del diente son esfuerzos de contacto hertziano, dinámicos, en combinación de rodamiento y deslizamiento. Estos esfuerzos son tridimensionales y tiene valores máximos y a sea en la superficie o ligeramente por debajo de ella, dependiendo de la cantidad de deslizamiento presente en combinación con el rodamiento.

Dependiendo de la velocidad superficial, de los radios de curvatura del diente y la viscosidad del lubricante, en la interfaz se lleva a presentar situación de lubricación elastohidrodinámica ( EDH ) total o parcial, o una lubricación marginal. Si se provee suficiente lubricante limpio del tipo apropiado, a fin de crear por lo menos una lubricación EHD parcial un espesor de película específica  $\Lambda > 2$ , y se evitan fallas superficiales debidas a mecanismos de falla adhesiva, abrasiva o corrosiva, el modo último de falla será la picadura y escamadura, debidas a fatiga superficial. Para un análisis de este mecanismo véase la Figura 4.2.2a para ejemplos de falla superficial en dientes de engrane.



(a) Picado Moderado de dientes de engrane.

(b) Picado y descascarado severos y desintegración de los dientes del engrane.

Figura 4.2.2a.- Ejemplos de superficies falladas por picado y descariado debido a fatiga superficial.

Los esfuerzos superficiales en los dientes de los engranes fueron investigados por primera vez de manera sistemática por Buckingham, quien reconoció que dos cilindros con el mismo radio de curvatura que los dientes de engrane en el punto de paso, y cargados radialmente en contacto en rodamiento, podrían aprovecharse para simular el contacto del diente del engrane y al mismo tiempo controlar las variables necesarias. Su trabajo condujo al enunciado de una ecuación de esfuerzos superficiales en dientes de engranes, que ahora se conoce como la ecuación de Buckingham. Sirve de base a la fórmula de la resistencia a la picadura de AGMA, que es :

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t C_a C_m}{F I d C_v} C_s C_f} \quad (4.2.2a)$$

Donde  $W_t$  es la fuerza tangencial sobre el diente,  $d$  es el diámetro de paso,  $F$  el ancho de la cara e  $I$  es un factor geométrico superficial no dimensional para la resistencia a la picadura.  $C_p$  es un coeficiente elástico que toma en consideración las diferencias en constantes de los materiales del engrane y del piñón. Los factores  $C_a$ ,  $C_m$ ,  $C_v$  y  $C_s$  son iguales, respectivamente, a  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_v$  y  $K_s$  según fueron definidos para la ecuación de esfuerzos a flexión. Ahora se definirán los factores  $I$ ,  $C_p$  y  $C_f$  nuevos.

Factor de geometría superficial  $I$ . Este factor toma en consideración los radios de curvatura de los dientes del engrane y el ángulo de presión. AGMA define una ecuación para  $I$  :

$$I = \frac{\cos \phi}{\left( \frac{1}{p_p} \pm \frac{1}{p_g} \right) d_p} \quad (4.2.2b)$$

Donde  $p_p$  y  $p_g$  son los radios de curvatura respectivamente de los dientes del piñón y del engrane,  $\Phi$  es el ángulo de presión y  $d_p$  es el diámetro de paso del piñón. El signo  $+$  toma en consideración engranajes externos e internos. En todas las expresiones relacionadas utilice el signo superior para engranajes externos. Los radios de curvatura de los dientes se calculan a partir de la geometría del acoplamiento :

$$p_p = \sqrt{\left( r_p + \frac{1 + x_p}{p_d} \right)^2 - (r_p \cos \phi)^2} - \frac{\neq}{p_d} \cos \phi \quad (4.2.2c)$$

$$p_g = C \sin \phi - p_d$$

Donde  $p_d$  es el paso diametral,  $r_p$  es el radio de paso del piñón, es el ángulo de presión,  $C$  es la distancia entre centros del piñón y del engrane, y  $x_p$  es el coeficiente de cabeza del piñón, que es igual al porcentaje decimal de la elongación de cabeza para dientes con desigual altura de cabeza. En el caso de dientes estándar de profundidad total,  $x_p = 0$ . Para dientes con cabeza larga del 25%,  $x_p = 0.25$ . Advierta la elección de signo en la segunda ecuación del 4.2.2c. Utilice el signo superior para un engrane externo y el inferior para uno interno.

Coefficiente elástico  $C_p$ . El coeficiente elástico toma en consideración diferencias en materiales del diente y se determina a partir de :

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{\pi \left[ \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (4.2.2d)$$

Donde  $E_p$  y  $E_g$  son respectivamente los módulos de elasticidad del piñón y del engrane, y  $\nu_p$  y  $\nu_g$  son sus relaciones de Poisson respectivas.

Las unidades de  $C_p$  son  $(\text{psi})^{0.5}$  o  $(\text{MPa})^{0.5}$ . La Tabla 4.2.2a muestra valores de  $C_p$  para diversas combinaciones comunes de materiales engrane y piñón, con base en un  $\nu=0.3$  supuesto para todos los materiales.

Tabla 4.2.2a.- Coeficiente elástico AGMA $C_p$ en unidades de $[\text{psi}]^{0.5}$ ( $[\text{MPa}]^{0.5}$ )*							
Material del piñón	$E_p$ Psi (MPa)	Material del engrane					
		Acero	Hierro maleable	Hierro nodular	Hierro fundido	Bronce al aluminio	Bronce al estaño
Acero	30E6 (2E5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Hierro maleable	25E6 (1.7E5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Hierro nodular	24E6 (1.7E5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Hierro fundido	22E6 (1.5E5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Bronce al aluminio	17.5E6 (1.2E5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Bronce al estaño	16E6 (1.1E5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

Factor de terminado superficial  $C_f$ . Se aplica para tomar en consideración acabados superficiales anormalmente ásperos en los dientes de engrane. AGMA todavía no ha establecido normas para factores de acabado superficial y recomienda que  $C_f$  se defina igual a 1 para aquellos engranes que se fabriquen mediante métodos convencionales.

Su valor se incrementa para tomar en consideración acabados superficiales extraordinariamente ásperos, o por la presencia conocida de esfuerzos residuales detrimentales

#### 4.2.3.- Análisis de esfuerzos engrane helicoidal.

Las ecuaciones AGMA para el esfuerzo a flexión y el esfuerzo superficial en engranes rectos también se aplican a los engranes helicoidales. Estas ecuaciones se presentaron en el capítulo anterior con una amplia explicación y definición de los términos. Las ecuaciones de dicho capítulo son, para esfuerzos a flexión :

$$\sigma_b = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (4.2.3a.us)$$

$$\sigma_b = \frac{W_t}{FmJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (4.2.3a.si)$$

Y para esfuerzos superficiales

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{FId} \frac{C_a C_m}{C_v} C_s C_f} \quad (4.2.3b)$$

Las únicas diferencias significativas de aplicación para engranes helicoidales implica a los factores geométricos I y J. Se han presentan los valores de J para diversas combinaciones de ángulo de hélice 10, 15, 20, 25, 30°, ángulo de presión 14.5, 20, 25° y razón de altura de la cabeza 0, 0.25, 0.5. En las Tablas de la 4.2.3a, 4.2.3b, 4.2.3c, 4.2.3d, 4.2.3e, 4.2.3f se reproducen unos cuantos ejemplos.1 Para información más completa consulte la norma AGMA.

Tabla 4.2.3a.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=20^\circ$ ,  $\psi=10^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	U	U										
21	U	U	U	U	U	U	0.46	0.46								
26	U	U	U	U	U	U	0.47	0.49	0.49	0.49						
35	U	U	U	U	U	U	0.48	0.52	0.50	0.53	0.54	0.54				
55	U	U	U	U	U	U	0.49	0.55	0.52	0.56	0.55	0.57	0.59	0.59		
135	U	U	U	U	U	U	0.50	0.60	0.53	0.61	0.57	0.62	0.60	0.63	0.65	0.65

Tabla 4.2.3b.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=20^\circ$ ,  $\psi=20^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	U	U												
17	U	U	U	U	0.44	0.44										
21	U	U	U	U	0.45	0.46	0.47	0.47								
26	U	U	U	U	0.45	0.49	0.27	0.22	0.50	0.50						
35	U	U	U	U	0.46	0.51	0.27	0.24	0.51	0.53	0.54	0.54				
55	U	U	U	U	0.47	0.54	0.27	0.26	0.52	0.56	0.55	0.57	0.58	0.58		
135	U	U	U	U	0.48	0.58	0.27	0.28	0.54	0.60	0.57	0.61	0.60	0.62	0.64	0.64

Tabla 4.2.3c.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=20^\circ$ ,  $\psi=30^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.39	0.39												
17	U	U	0.39	0.41	0.41	0.41										
21	U	U	0.40	0.43	0.42	0.43	0.44	0.44								
26	U	U	0.41	0.44	0.43	0.45	0.45	0.46	0.46	0.46						
35	U	U	0.41	0.46	0.43	0.47	0.45	0.48	0.47	0.48	0.49	0.49				
55	U	U	0.42	0.49	0.44	0.49	0.46	0.50	0.48	0.50	0.51	0.51	0.52	0.52		
135	U	U	0.43	0.51	0.45	0.52	0.47	0.53	0.49	0.53	0.51	0.54	0.53	0.55	0.56	0.56

Tabla 4.2.3d.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=25^\circ$ ,  $\psi=10^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	U	U														
14	U	U	0.47	0.47												
17	U	U	0.48	0.51	0.52	0.52										
21	U	U	0.48	0.55	0.52	0.55	0.56	0.56								
26	U	U	0.49	0.58	0.53	0.58	0.57	0.59	0.60	0.60						
35	U	U	0.50	0.61	0.54	0.62	0.57	0.63	0.61	0.64	0.64	0.64				
55	U	U	0.51	0.65	0.55	0.66	0.58	0.67	0.62	0.68	0.65	0.69	0.70	0.70		
135	U	U	0.52	0.70	0.56	0.71	0.60	0.72	0.63	0.73	0.67	0.74	0.71	0.75	0.76	0.76

Tabla 4.2.3e.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=25^\circ$ ,  $\psi=20^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.47	0.47														
14	0.47	0.50	0.50	0.50												
17	0.48	0.53	0.51	0.54	0.54	0.54										
21	0.48	0.56	0.51	0.57	0.55	0.58	0.58	0.58								
26	0.49	0.59	0.52	0.60	0.55	0.60	0.69	0.61	0.62	0.62						
35	0.49	0.62	0.53	0.63	0.56	0.64	0.60	0.68	0.62	0.65	0.66	0.66				
55	0.50	0.66	0.53	0.67	0.57	0.67	0.60	0.68	0.63	0.69	0.67	0.70	0.71	0.71		
135	0.51	0.70	0.54	0.71	0.58	0.72	0.62	0.72	0.65	0.73	0.68	0.74	0.72	0.75	0.76	0.76

Tabla 4.2.3f.- Factor geométrico J a flexión AGMA para  $\Phi=25^\circ$ ,  $\psi=30^\circ$  dientes de profundidad completa con carga en las puntas.

Dientes en el engrane	Dientes en el piñón															
	12		14		17		21		26		35		55		135	
	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G	P	G
12	0.46	0.46														
14	0.47	0.49	0.49	0.49												
17	0.47	0.51	0.50	0.52	0.52	0.52										
21	0.48	0.54	0.50	0.54	0.53	0.55	0.55	0.55								
26	0.48	0.56	0.51	0.56	0.53	0.57	0.56	0.57	0.58	0.58						
35	0.49	0.58	0.51	0.59	0.54	0.59	0.56	0.60	0.58	0.60	0.61	0.61				
55	0.49	0.61	0.52	0.61	0.54	0.62	0.57	0.62	0.59	0.63	0.62	0.64	0.64	0.64		
135	0.50	0.64	0.53	0.64	0.55	0.65	0.58	0.66	0.60	0.66	0.62	0.67	0.65	0.68	0.68	0.68

El cálculo de I, para pares de engranes helicoidales convencionales, requiere la inclusión de un término adicional en la ecuación 4.2.2b, que entonces se convierte en :

$$I = \frac{\cos \phi}{\left( \frac{1}{p_p} \pm \frac{1}{p_g} \right) d_p m_N} \quad (4.2.3c)$$

El nuevo término  $m_N$  es la razón de distribución de carga, que se define como :

$$m_N = \frac{F}{L_{\min}} \quad (4.2.3d)$$

Donde F es el ancho de la cara. El cálculo de la longitud mínima de las líneas de contacto  $L_{\min}$  requiere varios pasos. Primero, deben formarse dos factores a partir de los residuos de la razón de contacto transversal  $m_p$  y de la razón de contacto axial  $m_f$ .

$$\begin{aligned} n_r &= \text{parte fraccionaria de } m_p \\ n_a &= \text{parte fraccionaria de } m_f \end{aligned} \quad (4.2.3e)$$

$$\text{Si } n_a \leq 1 - n_r \text{ entonces } L_{\min} = \frac{m_p F - n_a n_r p_x}{\cos \psi_b} \quad (4.2.3f)$$

$$\text{Si } n_a > 1 - n_r \text{ entonces } L_{\min} = \frac{m_p F - (1 - n_a)(1 - n_r) p_x}{\cos \psi_b} \quad (4.2.3g)$$

Todos los factores en estas ecuaciones se han definido anteriormente, a excepción de  $\psi_b$ , que es el ángulo base de la hélice y que es igual a :

$$\psi_b = \cos^{-1} \left( \cos \psi \frac{\cos \phi_n}{\cos \phi} \right) \quad (4.2.3h)$$

También, el radio de curvatura de un piñón helicoidal para la ecuación 4.2.3c se calcula según una fórmula distinta a la de los engranes rectos. En vez de la ecuación 4.2.2c, use

$$p_p = \sqrt{\left\{ 0.5 \left[ (r_p + a_p) \pm (C - r_g - a_g) \right] \right\}^2 - (r_p \cos \phi)^2} \quad (4.2.3i)$$

Donde  $(r_p, a_p)$  y  $(r_g, a_g)$  son el (radio de paso, altura de la cabeza) tanto del piñón como del engrane, respectivamente, y C es la distancia entre centros real operativa.

Los esfuerzos a flexión y superficiales pueden calcularse a partir de las ecuaciones arriba citadas, de acuerdo con los datos de las Tablas de la 4.2.3a, 4.2.3b, 4.2.3c, 4.2.3d, 4.2.3e, 4.2.3f. Las resistencias del material se pueden encontrar en el capítulo anterior, y los factores de seguridad se pueden calcular de la misma forma en que quedó descrito para engranes rectos.

### **4.3.- Materiales para la fabricación de engranes.**

Sólo un número limitado de metales y aleaciones son adecuados para engranes que transmitan una potencia importante. La Tabla 4.2.2a muestra algunos de ellos. Los aceros, hierros fundidos y maleables y los hierros nodulares son las selecciones más comunes para engranes. Se recomienda un endurecimiento superficial o en la masa (en aquellas aleaciones que lo permitan) a fin de obtener resistencia mecánica suficiente y resistencia al desgaste. Donde se requiere una elevada resistencia a la corrosión, como en entornos marinos, a menudo se utilizan bronce.

La combinación de un engrane de bronce y un piñón de acero tiene ventajas en términos de compatibilidad y conformidad de materiales, y a menudo esta combinación también se utiliza en aplicaciones no marinas.

Hierros fundidos. Se utilizan comúnmente para engranes. La fundición de hierro gris (CI) tiene ventajas de bajo costo, facilidad de maquinado, alta resistencia al desgaste, y amortiguación interna debido a las inclusiones de grafito, lo que la hace acústicamente más silenciosa que los engranes de acero. Sin embargo, tiene una baja resistencia a la tensión, lo que obliga, para obtener una suficiente resistencia a la tensión, a dientes de mayor dimensión que en los engranes de acero. Los hierros nodulares tienen una resistencia a la tensión superior a la de la fundición de hierro gris, conservando las demás ventajas de maquinabilidad, resistencia al desgaste, amortiguamiento interno, pero son más costosos. A menudo se recurre a una combinación de un piñón de acero para una buena resistencia en el miembro más esforzado y un engrane de hierro fundido.

Aceros. También son de uso común en engranes. En relación con el hierro fundido tienen superior resistencia a la tensión, y en sus formas de aleación baja su costo es competitivo. Necesitan un tratamiento térmico para obtener una dureza superficial que resista el desgaste, pero a veces se recurre a engranes de acero dulce en aplicaciones de baja carga y baja velocidad, o donde una larga vida no es preocupación de importancia.

Para el tratamiento térmico, se necesita un acero simple de medio a alto carbono 0.35 a 0.60% de C o un acero de aleación. Típicamente los engranes pequeños son endurecidos en su masa y los más grandes endurecidos por llama o por inducción, para minimizar la distorsión. Los aceros con menor contenido de carbono se cementan mediante la carburización o la nitrurización. Un engrane cementado tiene la ventaja de tener un núcleo tenaz y una superficie dura, pero si la cementación no es lo suficientemente profunda, los dientes llegan a fallar por fatiga a la fricción por debajo de la cementación en el material blanco y más débil del núcleo. Si lo que se requiere es una alta precisión a menudo, en engranes endurecidos, resulta necesario aplicar métodos secundarios de acabado como esmerilado, rectificado y pulido para eliminar distorsiones generadas por el tratamiento térmico.

Bronce. Son los metales no ferrosos más comunes en la manufactura de engranes. El menor módulo de elasticidad de estas aleaciones de cobre genera una mayor deflexión del diente y mejora la distribución de carga entre dientes. Dado que el bronce y el acero operan bien juntos, frecuentemente se recurre a la combinación de un piñón de acero y un engrane de bronce.

Engranes no metálicos. Se fabrican a menudo de termoplásticos moldeados por inyección, como el nylon y el acetal, algunas veces rellenos de materiales inorgánicos como el vidrio o el talco. A veces se agrega teflón al nylon o al acetal a fin de reducir su coeficiente de fricción. También se agregan lubricantes secos como grafito o bisulfuro de molibdeno ( $\text{MoS}_2$ ) para permitir operación en seco. Durante mucho tiempo se han montado en algunos motores de gasolina engranes compuestos de fenólicos termoestables reforzados con tejido, para aplicaciones como engranes de transmisión del árbol de levas de tiempo impulsados por piñón de acero. Los engranes no metálicos producen muy poco ruido, pero su capacidad de par de torsión es limitada debido a la baja resistencia del material.

Resistencias de los materiales. Dado que ambos modos de falla de los engranes implican cargas por fatiga, se requiere información sobre la resistencia a la fatiga de los materiales, tanto para esfuerzos a flexión como para esfuerzos por contacto superficial. Pudieran servir, para aplicaciones en engranes, los métodos para la estimación de la resistencia a la fatiga, ya que los principios involucrados son los mismos. Sin embargo, hay mejor información disponible sobre resistencia a la fatiga de aleaciones para engranes, en razón a los extensos programas de prueba llevados a cabo para esta aplicación a lo largo del último siglo. Los datos de prueba para resistencia a la fatiga de la mayor parte de los materiales para engranes han sido compilados por AGMA.

La mejor información sobre la resistencia a la fatiga de un material hasta alguna vida finita, o su límite de resistencia a la fatiga para vida infinita, proviene de la prueba de ensambles reales o de prototipo del mismo diseño....Si hay disponibles datos publicados sobre la resistencia a la fatiga  $S_f$  o del límite de resistencia a la fatiga  $S_e$  del material, deberán ser aplicados...

Por lo que no tendría sentido empezar suponiendo una resistencia a la fatiga sin corregir, como una fracción de la resistencia máxima estática a la tensión, y a continuación reducirla mediante un conjunto de factores de corrección, si es que tenemos disponibles datos de resistencia a la fatiga más correctos.

Resistencia a la fatiga por flexión AGMA de materiales para engranes. Los datos AGMA publicados tanto de resistencia a la fatiga por flexión y superficiales son, en efecto, resistencias a la fatiga parcialmente corregidas, ya que fueron generadas con piezas correctamente dimensionadas, con la misma geometría, terminado superficial, etcétera, que los engranes que se diseñan. AGMA se refiere a las resistencias del material como esfuerzos permisibles; lo que no es consistente con nuestro procedimiento de reservar el término esfuerzos a los resultados de cargas aplicadas, y manejar el término resistencia para referirnos a propiedades del material.

Como medida de consistencia interna dentro de este libro, designaremos lo datos de resistencia a la fatiga a flexión AGMA publicados como  $s_{fb}'$  a fin de diferenciarlos de la resistencia a la fatiga totalmente sin corregir  $S_f$ . Todavía de deben aplicar tres factores de corrección a los datos de resistencia a la fatiga a flexión AGMA publicados a fin de obtener lo que nosotros podemos designar como resistencia a la fatiga a flexión corregida para engranes, es decir,  $S_{fb}$ .

Los datos de resistencia a la fatiga a flexión AGMA, están todos ellos determinados a  $1E7$  ciclos de esfuerzo repetido (en vez de los  $1E6$  o  $1E8$  ciclos que se aplican a veces para otros materiales), y para un nivel de confiabilidad del 99% (en vez del 50% de confiabilidad común para datos generales de resistencia a la fatiga y estática). Estas resistencias se comparan con el esfuerzo pico  $\sigma_b$  que se calcula a partir de la ecuación 4.2.1b según la carga  $W_t$ .

El análisis de la línea de Goodman queda encapsulada en esta comparación directa, dado que los datos de resistencia se obtienen a partir de una prueba que proporciona un estado de esfuerzos fluctuante, idéntico al de la carga real de un engrane. La fórmula de corrección para la resistencia a la fatiga a flexión de los engranes es :

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T K_R} S_{fb}' \quad (4.3a)$$

Donde  $s_{fb}'$  es la resistencia a la fatiga a flexión AGMA publicada,  $S_{fb}$  es la resistencia corregida y los factores  $K$  son modificadores, que toman en consideración diversas condiciones. Estos modificadores se definirán y analizarán brevemente.

Factor de vida  $K_L$ . Dado que los datos de prueba están preparados para una vida de  $1E7$  ciclos, un ciclo de vida más breve o más largo requerirá la modificación de la resistencia a la fatiga a flexión, con base en la razón S-N del material. En este caso, el número de ciclos de carga se define como el número de contactos de acoplamiento bajo carga, del diente de engrane que se está analizando.

La Figura 4.3a muestra curvas S-N para resistencia a la fatiga a la tensión de los aceros con varias resistencias a la tensión diferentes, según quedan definidos por sus números de dureza Brinell. Las ecuaciones adecuadas a las curvas también aparecen en la figura para cada una de las líneas S-N. Estas ecuaciones son aplicables para calcular el factor  $K_L$  apropiado para el número requerido de ciclos de carga  $N$ . AGMA sugiere que :

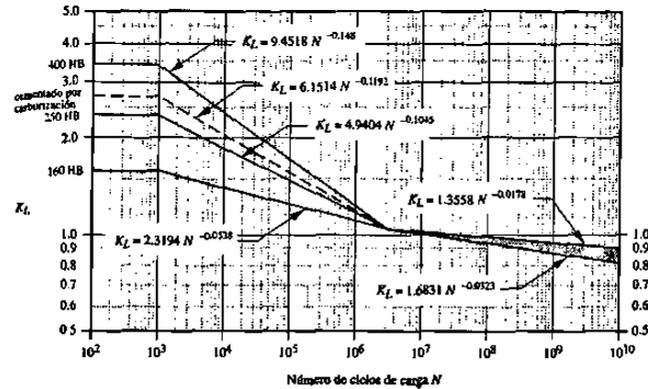


Figura 4.3a.- Factor de vida de resistencia a flexión  $K_L$  de AGMA.

La porción superior de la zona sombreada puede servir para aplicaciones comerciales. La porción inferior de la zona sombreada se suele utilizar en aplicaciones de servicio crítico, donde se permiten pocas picaduras y desgaste en el diente, y donde se requiere suavidad de operación y bajos niveles de vibración.

Lo malo de todo es que aún no se ha generado información similar para materiales de engrane distintos a ese tipo de aceros.

Factor de temperatura  $K_T$ . La temperatura del lubricante es una medida razonable de la temperatura del engrane. Para acero con temperaturas de aceite de hasta aproximadamente 250°F,  $K_T$  puede ser igual a 1. Para temperaturas superiores se estima a  $K_T$  a partir de :

$$K_T = \frac{460 + T_F}{620} \quad (4.3b)$$

Donde  $T_F$  es la temperatura del aceite en °F. No utilice esta razón para materiales diferentes al acero.

Factor de confiabilidad  $K_R$ . Los datos de resistencia AGMA se basan en una probabilidad estadística de 1 falla cada 100 muestras (es decir una confiabilidad del 99%). Si esto es satisfactorio, deje a  $K_R = 1$ . Si lo que se desea es un factor de confiabilidad superior o inferior,  $K_R$  se define en alguno de los valores de la Tabla 4.3a.

Porcentaje de confiabilidad	$K_R$
90.00	0.85
99.00	1.00
99.90	1.25
99.99	1.50

Datos de resistencia a la fatiga por flexión. La Tabla 4.3b muestra la resistencia a la fatiga por flexión de AGMA para varios materiales para engranes de uso común. La norma AGMA también define las especificaciones de tratamiento térmico cuando son aplicables. En la Figura 4.3b aparece un trazo, que muestra los rangos de resistencia a la fatiga por flexión AGMA para aceros, en función de su dureza Brinell. Véase el estándar de referencia para las propiedades metalúrgicas requeridas para los grados de acero AGMA. Para conseguir los valores de resistencia de la Tabla 4.3b 11-20 y de la Figura 4.3b, deberá especificarse material que cumpla con dicho estándar.

Material	Clase AGMA	Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima (HB)	Resistencia a la fatiga por flexión		
					Psi x 10 <sup>3</sup>	MPa	
Acero	A1-A3		Endurecido en la masa	≤ 180	25 - 33	170 - 230	
			Endurecido en la masa	240	31 - 41	210 - 280	
			Endurecido en la masa	300	36 - 47	250 - 325	
			Endurecido en la masa	360	40 - 52	280 - 360	
			Endurecido en la masa	400	42 - 56	290 - 390	
			Endurecido con llama o por inducción	Patrón de tipo A 50-54 HRC	45 - 55	310 - 380	
			Endurecido con llama o por inducción	Patrón de tipo B	22	150	
			Carburizado y cementado	55-64HRC	55 - 75	380 - 520	
			AISI 4140	Nitruizado	84.6 15N	34 - 45	230 - 310
			AISI 4340	Nitruizado	83.5 15N	36 - 47	250 - 325
			Nitralloy 135m	Nitruizado	90.0 15N	38 - 48	260 - 330
		Nitruizado	90.0 15N	40 - 50	280 - 345		
		Cromo al 2.5%	Nitruizado	87.5-90.0 15N	55 - 65	380 - 450	
Hierro fundido	20	Clase 20	Como esta fundido		5	35	
	30	Clase 30	Como esta fundido	175	8	69	
	40	Clase 40	Como esta fundido	200	13	90	
Hierro	A-7-a	60-40-18	Recocido	140	22 - 33	150 - 230	
Nodular (dúctil)	A-7-c	80-55-06	Templado y revenido	180	22 - 33	150 - 230	
	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230	27 - 40	180 - 280	
	A-7-e	120-90-02	Templado y revenido	230	27 - 40	180 - 280	
Hierro maleable (perlítico)	A-8-c	45007		165	10	70	
	A-8-e	50005		180	13	90	
	A-8-f	53007		195	16	110	
	A-8-i	80002		240	21	145	
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundición en arena		5.7	40	
	Al / Br 3	Aleación ASTM B-148 78 954	Con tratamiento térmico		23.6	160	

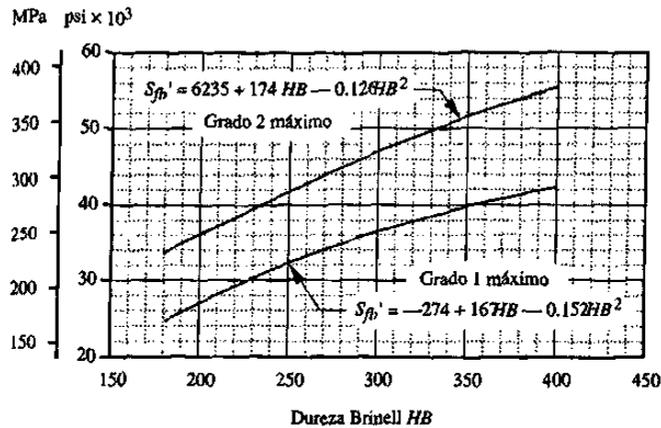


Figura 4.3b.- Resistencias  $S_{fb'}$  a la fatiga por flexión AGMA para aceros.

Resistencia a la fatiga superficial AGMA para materiales de engranes. Identificaremos los datos de resistencia a la fatiga superficial AGMA publicados como  $S_{fc'}$  es necesario aplicar cuatro factores de corrección a los datos AGMA publicados,

$$S_{fc} = \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{fc'} \quad (4.3c)$$

Donde  $S_{fc'}$  es la resistencia a la fatiga superficial publicada como se define arriba,  $S_{fc}$  es la resistencia corregida y los factores C son modificadores para tomar en consideración diversas condiciones. Los factores  $C_T$  y  $C_R$  son idénticos, respectivamente, al  $K_T$  y  $K_R$  y se elige según se describió en la sección anterior. El factor de vida  $C_L$  tiene la misma finalidad que  $K_L$  de la ecuación 4.3a, pero hace referencia a un diagrama S-N distinto.  $C_H$  es el factor de razón de dureza relativo a la resistencia contra picadura. Estos dos factores distintos se definirán a continuación.

Factor de vida superficial  $C_L$ . Dado que los datos de prueba de fatiga superficial publicados corresponden a una vida de  $1E7$  ciclos, un ciclo de vida más breve o más largo requerirá la modificación de la resistencia a la fatiga superficial, con base en la razón S-N correspondiente al material. El número de ciclos de carga se define como el número de contactos de acoplamiento, bajo carga, del diente de engrane que se está analizando.

La Figura 4.3c muestra curvas S-N para la resistencia a la fatiga superficial en los aceros. En la figura aparecen también ecuaciones para calcular el factor  $C_L$  apropiado para un número requerido de ciclos de carga  $N$ . AGMA propone que : “La porción superior de la línea de la zona sombreada puede servir para aplicaciones comerciales. La porción inferior de la zona sombreada suele utilizarse en aplicaciones de servicio crítico, donde es permisible poca picadura y desgaste del diente y donde se requiere suavidad de operación y bajos niveles de vibración”. Por desgracia, todavía no se han conseguido datos similares para materiales de engranes distinto a estos aceros.

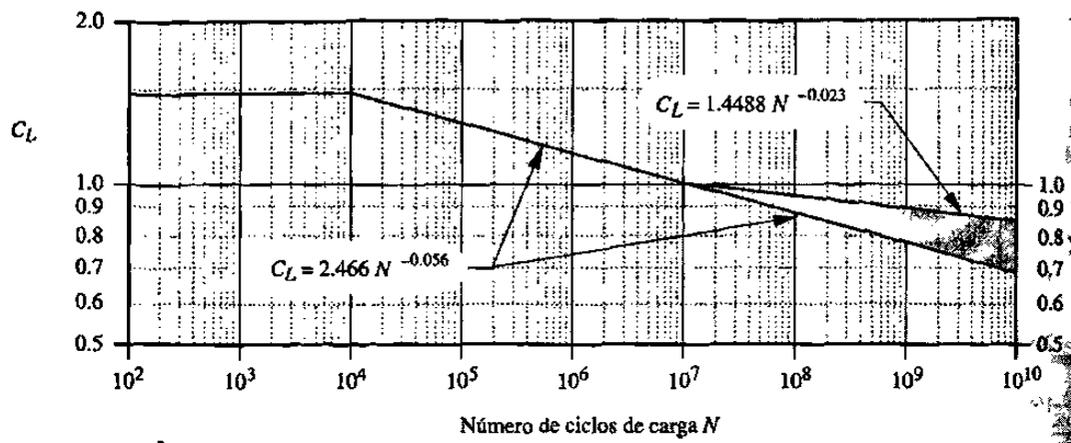


Figura 4.3c.- Factor de vida o resistencia a la fatiga superficial AGMA  $C_L$

Factor de razón de dureza  $C_H$ . Este factor es función de la razón del engrane y de la dureza relativa del piñón y del engrane.  $C_H$  es el numerador de la ecuación 4.3c y siempre es  $\geq 1.0$ , por lo que actúa para incrementar la resistencia aparente del engrane. Toma en consideración situaciones en la cuales los dientes del piñón son mas duros que los dientes del engrane y, por lo tanto, durante el periodo de rodamiento endurecen por trabajo la superficies de los dientes del engrane.  $C_H$  sólo se aplica a la resistencia de los dientes del engrane y no al piñón. Se sugieren en el estándar dos fórmulas para su cálculo. La elección de una o de la otra dependerá de la dureza relativa de los dientes del piñón o del engrane.

Para piñones endurecidos en su masa que operan contra engranes endurecidos en su masa :

$$C_H = 1 + A(m_G - 1) \quad (4.3d)$$

Donde  $m_G$  es la razón de engranes y A se determina a partir de :

$$\text{si } \frac{HB_p}{HB_g} < 1.2 \text{ entonces } A = 0 \quad (4.3e)$$

$$\text{si } 1.2 \leq \frac{HB_p}{HB_g} < 1.7 \text{ entonces } A = 0.00898 \frac{HB_p}{HB_g} - 0.00829 \quad (4.3f)$$

$$\text{si } \frac{HB_p}{HB_g} > 1.7 \text{ entonces } A = 0.00698 \quad (4.3g)$$

Donde  $HB_p$  y  $HB_g$  son las durezas Brinell del piñón y del engrane respectivamente.

Para piñones endurecidos superficialmente (>48 HRC) que operan contra engranes endurecidos en su masa,  $C_H$  se determina a partir de :

$$C_H = 1 + B(450 - HB_g) \quad (4.3h)$$

$$B = 0.00075 e^{-0.0112R_q} \quad (4.3i.us)$$

$$B = 0.00075 e^{-0.052R_q} \quad (4.3i.si)$$

Donde  $R_q$  es la aspereza superficial media cuadrática de los dientes del piñón.

La Tabla 4.3c muestra las resistencias a la fatiga superficial AGMA para varios materiales de engrane de uso común. El estándar AGMA define las especificaciones de tratamiento térmico para los aceros cementados. En la Figura 4.3c aparece un trazo que muestra los rangos de resistencia a la fatiga superficial AGMA para aceros, en función a su dureza Brinell. Véase la norma de referencia para las propiedades metalúrgicas requeridos por los aceros de grados 1, 2 y 3 de AGMA.

Para conseguir los valores de resistencia de la Tabla 4.3c y de la Figura 4.3c, el material deberá especificarse para que cumpla con dicha norma.

Tabla 4.3c - Resistencias $S_{fc}$ a la fatiga superficial AGMA para una selección de materiales de engrane.*								
Material	Clase AGMA	Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima (HB)	Resistencia a la fatiga por flexión			
					Psi x 10 <sup>3</sup>	MPa		
Acero	A1-A5		Endurecido en la masa	≤ 180	85 - 95	590 - 660		
			Endurecido en la masa	240	105 - 115	720 - 790		
			Endurecido en la masa	300	120 - 135	830 - 930		
			Endurecido en la masa	360	145 - 160	1000 - 1100		
			Endurecido en la masa	400	155 - 170	1100 - 1200		
			Endurecido con llama o por inducción	50 HRC	170 - 190	1200 - 1300		
			Endurecido con llama o por inducción	54 HRC	175 - 195	1200 - 1300		
			Carburizado y cementado	55-64HRC	180 - 225	1250 - 1300		
				AISI 4140	Nitrurizado	84.6 15N	155 - 180	1100 - 1250
				AISI 4340	Nitrurizado	83.5 15N	150 - 175	1050 - 1200
				Nitralloy 135M	Nitrurizado	90.0 15N	170 - 195	1170 - 1350
				Nitralloy N	Nitrurizado	90.0 15N	195 - 205	1340 - 1410
				Cromo al 25 %	Nitrurizado	87.5 15N	155 - 172	1100 - 1200
				Cromo al 25 %	Nitrurizado	90.0 15N	192 - 216	1300 - 1500
			Hierro fundido	20	Clase 20	Como esta fundido		30 - 60
Como esta fundido	175	65 - 70				450 - 520		
Como esta fundido	200	75 - 85				520 - 590		
Hierro	A-7-a	60-40-18	Recocido	140	77 - 92	530 - 630		
			Templado y revenido	180	77 - 92	530 - 630		
Nodular (dúctil)	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230	92 - 112	630 - 770		
			Templado y revenido	230	103 - 126	710 - 870		
Hierro maleable (perlitico)	A-8-c	45007		165	72	500		
				180	78	540		
				195	83	570		
				240	94	650		
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundición en arena		30	450		
			Resistencia a la tensión 40 ksi mínima					
	Al / Br 3	Aleación ASTM B-148 78 954	Con tratamiento térmico		65	450		
			Resistencia a la tensión 90 ksi mínimo					

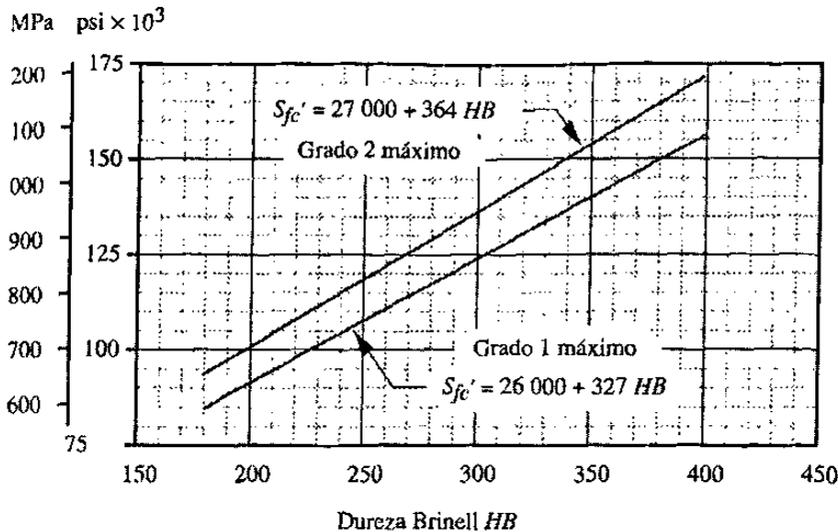


Figura 4.3d.- Resistencia a la fatiga superficial  $S_{fc}$  AGMA para aceros.

#### **4.4.- Lubricación de los engranes.**

Excepción hecha de los engranes plásticos con una carga muy ligera, todos los engranes deben lubricarse, a fin de evitar la falla prematura debido a alguno de los modos de falla superficial, como el desgaste adhesivo o abrasivo. Es importante controlar la temperatura de la interfaz de acoplamiento, para reducir ralladuras y raspaduras en los dientes. Los lubricantes también eliminan calor, además de separar las superficies de metal, reduciendo fricción y desgaste. Debe suministrarse suficiente lubricante para transferir el calor de fricción hacia el entorno, y no permitir temperaturas excesivas en el acoplamiento.

El procedimiento usual y preferido es proveer un baño de aceite al encerrar los engranes en una caja a prueba de aceite, conocida como caja de engranaje. La caja de engranaje está parcialmente llena con un lubricante apropiado, de manera que por lo menos uno de los miembros de cada engranaje quede parcialmente sumergido. La caja jamás se llena completamente de aceite. La rotación de los engranes transportará el lubricante hacia los acoplamientos, manteniendo aceitados los engranes no sumergidos.

El aceite debe mantenerse limpio y libre de contaminantes, y debe ser cambiado periódicamente. Un arreglo mucho menos deseable, que a veces se aplica en situaciones en que no es práctica una caja de engranes, es la aplicación periódica de lubricante a los engranes en forma de grasa, cuando se detienen para servicio. La grasa es simplemente aceite de petróleo suspendido en una emulsión de jabón. Esta lubricación tópica de grasa hace muy poco para eliminar el calor y sólo se recomienda en engranes de baja velocidad y poca carga.

Los lubricantes para engranes típicamente son aceites con base en petróleo de varias viscosidades, dependiendo de la aplicación. Los aceites ligeros 10-30W se aplican a veces en engranes con velocidades lo suficientemente elevadas y/o cargas lo suficientemente bajas para promover una lubricación elastohidrodinámica.

En engranajes de elevada carga y/o baja velocidad, o aquellos con componentes de deslizamiento importantes, a menudo requieren lubricantes de presión extrema EP.

Típicamente se trata de aceites para engranes de 80-90W, con aditivos del tipo de ácidos grasos, que aportan alguna protección contra raspaduras bajo situaciones de lubricación marginal. AGMA incluye gran cantidad de información en sus normas respecto a la selección adecuada de lubricantes para engranes. Se invita al lector a que consulte esa fuente y a otras fuentes, como por ejemplo los fabricantes de lubricantes, si desea información más detallada sobre los mismos.



## 5.1.- Diseño de los Engranés.

En este capítulo se presentan los cálculos para determinar los valores de los factores de seguridad correspondientes al reductor de velocidad.

### 5.1.1.- Cálculo de velocidades.

#### Características del motor – transmisión ( 1 y 2 ver listado de componentes ).

Potencia = 30 H.P.

Número de revoluciones (  $n_1$  ) = 1750 r.p.m.

Razón de velocidad ( entre poleas motriz y conducida ) = 1.67 : 1

Los datos utilizados son valores obtenidos de los planos del fabricante.

Se iniciara con el cálculo de la velocidad de la polea conducida que corresponde a la velocidad del engranaje sinfín-corona ( entrada ).

Teniendo la velocidad de entrada (  $n_1$  ) y su razón de velocidad, se despeja de la ecuación ( 2.3a ) la velocidad de salida de la polea conducida (  $n_2$  ).

$$\text{Razón de velocidad} = \frac{n_1}{n_2}$$
$$n_2 = \frac{n_1}{\text{Razón de velocidad}} = \frac{1750 \text{ r.p.m.}}{1.67} = 1047.9041 \text{ r.p.m.}$$

#### Características de la sinfín-corona primario ( 3 ver listado de componentes ).

Distancia entre los centros del sinfín-corona ( C ) = 3.3125"

Número de dientes de la corona (  $N_c$  ) = 24

Número de entradas del sinfín (  $N_s$  ) = 2

Velocidad angular del sinfín (  $n_s$  ) = 1047.9041 r.p.m. =  $n_2$ .

Los datos utilizados son valores obtenidos de los planos del fabricante los cuales no se mostraran por motivo de confidencialidad.

Se realizara el cálculo de la velocidad de salida del sin-fin primario.

Para lo anterior se iniciara con el cálculo del diámetro primitivo del sinfin (  $d_s$  ) aplicando la siguiente ecuación:

$$d_s = \frac{C^{0.875}}{3} = \frac{3.3125^{0.875}}{3} = 0.9506" \text{ mínimo}$$
$$d_s = \frac{C^{0.875}}{1.6} = \frac{3.3125^{0.875}}{1.6} = 1.7824" \text{ máximo}$$
$$d_s = 1.500" \text{ seleccionado}$$

Las ecuaciones anteriores son referenciadas al manual de AGMA donde se calcula un máximo y mínimo permitido, para lo cual de selecciono un valor que se encuentre entre estos. Se continuará con el cálculo del diámetro primitivo de la corona (  $d_c$  ) de la siguiente ecuación se despeja dicha variable:

$$C = \frac{d_s + d_c}{2}$$
$$d_c = 2 \times C - d_s = 2 \times 3.3125" - 1.500" = 5.1250"$$

Con el valor obtenido se calcula el paso circular en el plano de rotación de la corona (  $p_c$  ) de la ecuación ( 2.5a ).

$$p_c = \frac{\pi \times d_c}{N_c} = \frac{\pi \times 5.1250"}{24} = 0.67086"$$

Con el paso circular se determina el avance del sinfin (  $L$  ).

$$L = N_s \times p_c = 2 \times 0.67086" = 1.34172"$$

Obtenido el paso circular se procede a calcular el ángulo helicoidal del sinfin (  $\lambda$  ).

$$\tan \lambda = \frac{L}{\pi \times d_s} = \frac{1.34172"}{\pi \times 1.5000"} = 0.2847$$
$$\lambda = a \tan (0.2847) = 15.89283^\circ = 15^\circ 53' 34.19"$$

Con el valor calculado del diámetro del sinfín y el dato de la velocidad angular se continuara con el cálculo de la velocidad lineal de paso del sinfín (  $V_s$  ).

$$V_s = \frac{\pi \times d_s \times n_s}{12} = \frac{\pi \times 1.5000" \times 1047.9041 \text{ r.p.m}}{12} = 411.51098 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Siguiendo con el cálculo de la velocidad lineal de paso de la corona (  $V_c$  ).

$$\tan \lambda = \frac{V_c}{V_s}$$

$$V_c = \tan \lambda \times V_s = 0.2847 \times 411.51098 \frac{\text{ft}}{\text{min}} = 117.16632 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Finalmente se calcula la velocidad de la corona (  $n_c$  ).

$$n_c = \frac{V_c \times 12}{\pi \times d_c} = \frac{117.16632 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 12}{\pi \times 5.1250"} = 87.32534 \text{ r.p.m.} = n_3$$

#### **Características del sinfín-corona secundario ( 4A y 4B ).**

Distancia entre los centros del sinfín-corona (  $C'$  ) = 8.81875"

Número de dientes de la corona (  $N_{c'}$  ) = 36

Número de entradas del sinfín (  $N_{s'}$  ) = 1

Velocidad del sinfín (  $n_{s'}$  ) = 87.325 r.p.m. =  $n_3$ .

Cálculo de la velocidad angular de salida del sin-fin primario.

Para lo anterior se inicia con la selección del diámetro primitivo del sinfín secundario (  $d_{s'}$  ). Esto se realiza con el mismo procedimiento que en el sinfín primario.

$d_{s'} = 1.25063"$  seleccionado

Se continuara con el cálculo del diámetro primitivo de la corona (  $d_c'$  ) de la siguiente ecuación se despeja dicha variable:

$$C' = \frac{d_s' + d_c'}{2} \therefore d_c' = 2 \times C' - d_s' = 2 \times 8.8175'' - 1.25063'' = 16.38687''$$

Con el valor obtenido se calcula el paso circular en el plano de rotación de la corona (  $p_c'$  ).

$$p_c' = \frac{\pi \times d_c'}{N_c'} = \frac{\pi \times 16.38687''}{36} = 1.43002''$$

Con el paso circular se determina el avance del sinfín (  $L'$  ).

$$L' = N_s' \times p_c' = 1 \times 1.43002'' = 1.43002''$$

Obtenido el paso circular se calculara el ángulo helicoidal del sinfín (  $\lambda'$  ).

$$\lambda' = 20.00^\circ$$

$$\varphi' = 16.94^\circ$$

Con el valor calculado del diámetro del sinfín y el dato de la velocidad angular se continuara con el cálculo de la velocidad lineal de paso del sinfín (  $V_s'$  ).

$$V_s' = \frac{\pi \times d_s' \times n_s'}{12} = \frac{\pi \times 1.25063'' \times 87.325 \text{ r.p.m}}{12} = 28.59148 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Siguiendo con el cálculo de la velocidad lineal de paso de la corona (  $V_c'$  ).

$$\tan \lambda' = \frac{V_c'}{V_s'}$$

$$V_c' = \tan \lambda' \times V_s' = 0.36397 \times 28.59148 \frac{\text{ft}}{\text{min}} = 10.40645 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Finalmente se calcula la velocidad de la corona (  $n_c'$  ).

$$n_c' = \frac{V_c' \times 12}{\pi \times d_c'} = \frac{10.4065 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 12}{\pi \times 16.38687''} = 2.42570 \text{ r.p.m.} = n_4$$

### 5.1.2.- Cálculo de cargas y potencia.

En el diseño del sistema es necesario determinar los parámetros de cargas tangenciales y radiales.

#### Características de la sinfín-corona primario ( 3 ver listado de componentes ).

Numero de entradas del sinfín ( $N_s$ ) = 2

Numero de dientes de la corona ( $N_c$ ) = 24

Paso circular en el plano de rotación de la corona ( $p_c$ ) = 0.067086"

Diámetro primitivo del sinfín ( $d_s$ ) = 1.5000"

Velocidad del sinfín ( $n_s$ ) = 1047.9041 r.p.m. =  $n_2$ .

Diámetro primitivo de la corona ( $d_c$ ) = 5.1250"

Potencia de entrada = 30 H.P.

Avance del sinfín  $L$  = 1.34172"

Angulo helicoidal del sinfín  $\lambda$  = 15.89283°

Angulo normal de presión  $\phi_n$  = 14.43451 °

Velocidad lineal de paso del sinfín  $V_s$  = 411.51098 ft / min.

Velocidad lineal de paso de la corona  $V_c$  = 117.16632 ft / min.

Cálculo de la potencia de salida y entrada.

Se determina la velocidad de deslizamiento ( $V$ ) de la siguiente ecuación.

$$V = \frac{\pi \times d_s \times n_s}{12 \times \cos \lambda} = \frac{\pi \times 1.500" \times 1047.9041 \text{ r.p.m}}{12 \times \cos (15.89283^\circ)} = 427.86590 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

El coeficiente de fricción ( $\mu$ ) se determina a partir de la siguiente ecuación, la cual depende del valor obtenido de la velocidad de deslizamiento.

$$\begin{aligned} &\text{Para } 10 \frac{\text{ft}}{\text{min}} < V \\ &\mu = 0.103 \times e^{(-0.0011 \times V^{0.450})} + 0.012 = 0.103 \times e^{(-0.0011 \times 427.8650^{0.450})} + 0.012 \\ &\mu = 0.03118 \end{aligned}$$

Para calcular la carga tangencial ( $W_t$ ) y carga de pérdida ( $W_f$ ), se considera que :

$$Pot_{entrada} = Pot_{salida} + Pot_{pérdida}$$

Y conociendo que :

$$Pot_{salida} = \frac{V_c \times W_t}{33000} \quad Pot_{perdida} = \frac{V \times W_f}{33000}$$

Se procede a sustituir y obteniendo :

$$Pot_{entrada} = \frac{V_c \times W_t}{33000} + \frac{V \times W_f}{33000}$$

Como la carga de pérdida se puede expresar en función de la carga tangencial :

$$W_f = \left| \frac{\mu \times W_t}{\mu \text{sen} \lambda - \cos \lambda \times \cos \varphi} \right|$$

Sustituyendo la ecuación anterior se encuentra que :

$$Pot_{entrada} = \frac{V_c \times W_t}{33000} + \frac{\mu \times V \times W_t}{33000 \times |\mu \text{sen} \lambda - \cos \lambda \times \cos \varphi|}$$

Tomando en cuenta factores comunes de la ecuación tenemos que :

$$Pot_{entrada} = \frac{W_t}{33000} \left( V_c + \frac{\mu \times V}{|\mu \text{sen} \lambda - \cos \lambda \times \cos \varphi|} \right)$$

Se procede a desparar la variable de la carga tangencial :

$$W_t = \frac{Pot_{entrada} \times 33000}{\left( V_c + \frac{\mu \times V}{|\mu \text{sen} \lambda - \cos \lambda \times \cos \varphi|} \right)}$$

Sustituyendo valores se podrá calcular el valor de carga tangencial :

$$W_t = \frac{30 \text{ H.P.} \times 33000}{\left( 117.16632 \frac{\text{ft}}{\text{min}} + \frac{0.03118 \times 427.86590 \frac{\text{ft}}{\text{min}}}{|0.03118 \times \text{sen}(15.89283^\circ) - \cos(15.89283^\circ) \times \cos(14.43451^\circ)|} \right)}$$

$$W_t = 7521.43579 \text{ Lb}_f$$

Con los valores obtenidos podremos determinar la carga de pérdida :

$$W_f = \left| \frac{\mu \times W_t}{\mu \text{sen} \lambda - \cos \lambda \times \cos \varphi} \right|$$

$$W_f = \left| \frac{0.03118 \times 7521.73579 \text{ Lb}_f}{0.03118 \times \text{sen}(15.89283^\circ) - \cos(15.89283^\circ) \times \cos(14.43451^\circ)} \right|$$

$$W_f = 254.14749 \text{ Lb}_f$$

Sabiendo el valor de la carga tangencial y de pérdida se procede al cálculo de la potencia de salida (  $Pot_{\text{salida}}$  ) y la potencia de pérdida (  $Pot_{\text{pérdida}}$  ).

$$Pot_{\text{entrada}} = Pot_{\text{salida}} + Pot_{\text{pérdida}}$$

Donde :

$$Pot_{\text{salida}} = \frac{V_c \times W_t}{33000} = \frac{117.16632 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 7521.43579 \text{ Lb}_f}{33000}$$

$$Pot_{\text{salida}} = 26.70482 \text{ H.P.}$$

$$Pot_{\text{pérdida}} = \frac{V \times W_f}{33000} = \frac{427.86590 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 254.14749 \text{ Lb}_f}{33000}$$

$$Pot_{\text{pérdida}} = 3.29518 \text{ H.P.}$$

Determinamos la potencia de entrada :

$$Pot_{\text{entrada}} = 26.70482 \text{ H.P.} + 3.29518 \text{ H.P.} = 30 \text{ H.P.}$$

### Características del sinfín-corona secundario ( 4A y 4B ).

Número de entradas del sinfín (  $N_s'$  ) = 1

Número de dientes de la corona (  $N_c'$  ) = 36

Paso circular en el plano de rotación de la corona (  $p_c'$  ) = 1.43002"

Diámetro primitivo del sinfín (  $d_s'$  ) = 1.25063"

Velocidad del sinfín (  $n_s'$  ) = 87.325 r.p.m. =  $n_3$ .

Diámetro primitivo de la corona (  $d_c'$  ) = 16.38687"

Potencia de entrada = Potencia de salida del primario / 2 = 13.35 H.P.

Avance del sinfín  $L' = 1.43002''$

Ángulo helicoidal del sinfín  $\lambda' = 20.00^\circ$

Ángulo normal de presión  $\phi_n' = 16.94444^\circ$

Velocidad lineal de paso del sinfín  $V_s' = 28.59148 \text{ ft / min.}$

Velocidad lineal de paso de la corona  $V_c' = 10.40645 \text{ ft / min.}$

Cálculo de la potencia de salida y pérdida.

Se determina la velocidad de deslizamiento (  $V'$  ) de la siguiente ecuación.

$$V' = \frac{\pi \times d_s' \times n_s'}{12 \times \cos \lambda'} = \frac{\pi \times 1.25063'' \times 87.325 \text{ r.p.m}}{12 \times \cos (20.00^\circ)} = 30.42642 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

El coeficiente de fricción (  $\mu'$  ) se determina a partir de la siguiente ecuación, la cual depende del valor obtenido de la velocidad de deslizamiento.

$$\text{Para } 10 \frac{\text{ft}}{\text{min}} < V'$$

$$\mu' = 0.103 \times e^{(-0.11 \times V'^{0.450})} + 0.012 = 0.103 \times e^{(-0.11 \times 30.42642^{0.450})} + 0.012$$

$$\mu' = 0.07376$$

Para calcular la carga tangencial ( $W_t'$ ) y carga de pérdida ( $W_f'$ ), se considera que :

$$Pot_{entrada}' = Pot_{salida}' + Pot_{pérdida}'$$

Conociendo que :

$$Pot_{salida}' = \frac{V_c \times W_t'}{33000} \quad Pot_{pérdida}' = \frac{V \times W_f'}{33000}$$

Se procede a sustituir y obteniendo :

$$Pot_{entrada}' = \frac{V_c \times W_t'}{33000} + \frac{V \times W_f'}{33000}$$

Como la carga de pérdida se puede expresar en función de la carga tangencial :

$$W_f' = \left| \frac{\mu' \times W_t'}{\mu' \operatorname{sen} \lambda' - \cos \lambda' \times \cos \varphi_n'} \right|$$

Sustituyendo la ecuación anterior se encuentra que :

$$Pot_{entrada}' = \frac{V_c \times W_t'}{33000} + \frac{\mu' \times V \times W_t'}{33000 \times |\mu' \operatorname{sen} \lambda' - \cos \lambda' \times \cos \varphi_n'|}$$

Tomando en cuenta factores comunes de la ecuación tenemos que :

$$Pot_{entrada}' = \frac{W_t'}{33000} \left( V_c' + \frac{\mu' \times V'}{|\mu' \operatorname{sen} \lambda' - \cos \lambda' \times \cos \varphi_n'|} \right)$$

Se procede a desparar la variable de la carga tangencial :

$$W_t' = \frac{Pot_{entrada}' \times 33000}{\left( V_c' + \frac{\mu' \times V'}{|\mu' \operatorname{sen} \lambda' - \cos \lambda' \times \cos \varphi_n'|} \right)}$$

Sustituyendo valores se podrá calcular el valor de carga tangencial :

$$W_t' = \frac{13.35 \text{ H.P.} \times 33000}{\left( 10.40645 \frac{\text{ft}}{\text{min}} + \frac{0.07376 \times 30.42642 \frac{\text{ft}}{\text{min}}}{|0.07376 \times \sin(20.00^\circ) - \cos(20.00^\circ) \times \cos(16.9444^\circ)|} \right)}$$

$$W_t' = 33959.55836 \text{ Lb}_f$$

Con los valores obtenidos podremos determinar la carga de perdida :

$$W_f' = \left| \frac{\mu' \times W_t'}{\mu' \sin \lambda' - \cos \lambda' \times \cos \phi_n'} \right|$$

$$W_f' = \left| \frac{0.07376 \times 33959.55836 \text{ Lb}_f}{0.07376 \times \sin(20.00^\circ) - \cos(20.00^\circ) \times \cos(16.9444^\circ)} \right|$$

$$W_f' = 2866.95275 \text{ Lb}_f$$

Sabiendo el valor de la carga tangencial y de pérdida se procede al cálculo de la potencia de salida (  $Pot_{salida}'$  ) y la potencia de perdida (  $Pot_{perdida}'$  ).

$$Pot_{entrada}' = Pot_{salida}' + Pot_{perdida}'$$

Donde :

$$Pot_{salida}' = \frac{V_c \times W_t'}{33000} = \frac{10.40645 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 33959.55836 \text{ Lb}_f}{33000}$$

$$Pot_{salida}' = 10.70904 \text{ H.P.}$$

$$Pot_{perdida}' = \frac{V' \times W_f'}{33000} = \frac{30.42642 \frac{\text{ft}}{\text{min}} \times 2866.95275 \text{ Lb}_f}{33000}$$

$$Pot_{perdida}' = 2.64337 \text{ H.P.}$$

$$Pot_{entrada}' = 10.70904 \text{ H.P.} + 2.64337 \text{ H.P.} = 13.35 \text{ H.P.}$$

### 5.1.3.- Cálculo de factores de seguridad contra falla.

En relación con el sistema propuesto llegamos a los factores de seguridad que nos determinaran la confiabilidad que funcione o no el sistema.

#### Calculo de los parámetros del piñón y engrane ( AGMA ).

##### Características del piñón y engrane ( 5A, 5B y 6 ).

Razón de engranaje (  $m_G$  ) = 12

Distancia entre centros (  $C$  ) = 32.5"

Diámetro de paso del piñón (  $d_p$  ) = 5"

Diámetro de paso del engrane (  $d_g$  ) = 60"

Ángulo de paso (  $\phi$  ) = 20.00°

Potencia de entrada (  $P_{ent}$  ) = 10.70904 H.P.

Velocidad angular del piñón (  $n_p$  ) = 2.4257 r.p.m.

Se encuentra el número mínimo de dientes para evitar la interferencia (  $N_1$  ), de la siguiente ecuación:

$$N_{p\text{mínimo}} = \frac{2}{\text{sen}^2 \phi} = \frac{2}{\text{sen}^2 20.00} = 17$$

$$N_g = m_G \times N_1 = 12 \times 17 = 204$$

El paso correspondiente para piñón y engrane es:

$$P_d = \frac{N_p}{d_p} = \frac{17}{5} = 3.4$$

$$P_d = \frac{N_g}{d_g} = \frac{204}{60} = 3.4$$

Selección del paso real según criterio del manual de AGMA.

$$P_d = 3$$

$$N_p = P_d \times d_p = 3 \times 5 = 15$$

$$N_g = P_g \times d_g = 3 \times 60 = 180$$

$$P_d = 4$$

$$N_p = P_d \times d_p = 4 \times 5 = 20$$

$$N_g = P_g \times d_g = 4 \times 60 = 240$$

El paso diametral de 3 no coincide con los pasos diametrales estándar de la tabla 4.2.1b.

El paso diametral de 4 si coincide con los pasos diametrales estándar de la tabla 4.2.1b, y con el mínimo de dientes para evitar la interferencia.

El paso circular ( $P_c$ ) se determina a partir del diámetro y número de dientes del piñón.

$$P_c = \frac{\pi \times d_p}{N_p} = \frac{\pi \times 5''}{20} = 0.78540$$

El paso de base ( $P_b$ ) se determina a partir del paso circular y el ángulo de paso.

$$P_b = P_c \times \cos(\varphi) = 0.78540 \times \cos(20.00^\circ) = 0.73803$$

Como  $P_d < 20$  se considera de paso grueso, las ecuaciones utilizadas para determinar las dimensiones del engranaje se obtienen del manual de AGMA, las cuales son las siguientes :

Altura de cabeza ( a ).

$$a = \frac{1.000}{P_d} = \frac{1.000}{4.00} = 0.250''$$

Altura de raíz ( b ).

$$b = \frac{1.250}{P_d} = \frac{1.250}{4.00} = 0.3125''$$

Profundidad de trabajo ( h ).

$$h = \frac{2.00}{P_d} = \frac{2.00}{4.00} = 0.500''$$

Profundidad de trabajo total ( $h_t$ ).

$$h_t = \frac{2.250}{P_d} = \frac{2.250}{4.00} = 0.5625''$$

Espesor circular del diente ( $e$ ).

$$e = \frac{1.5710}{P_d} = \frac{1.5710}{4.00} = 0.39275''$$

Holgura básica mínima ( $H_m$ ).

$$H_m = \frac{0.200}{P_d} + 0.002'' = \frac{0.200}{4.00} + 0.002'' = 0.0520''$$

Holgura de dientes rectificadas ( $H_r$ ).

$$H_r = \frac{0.350}{P_d} + 0.002'' = \frac{0.350}{4.00} + 0.002'' = 0.0895''$$

Diámetro exterior del piñón ( $D_p$ ).

$$D_p = d_p + 2 \times a = 5 + 2 \times 0.250 = 5.50''$$

Diámetro exterior del engrane ( $D_g$ ).

$$D_g = d_g + 2 \times a = 60 + 2 \times 0.250 = 60.50''$$

Radio del piñón ( $r_p$ ).

$$r_p = \frac{d_p}{2} = \frac{5.00''}{2} = 2.50''$$

Radio del engrane ( $r_g$ ).

$$r_g = \frac{d_g}{2} = \frac{60.00''}{2} = 30.00''$$

Longitud de acción ( Z ).

$$\begin{aligned}
 Z &= \sqrt{(r_p + a_p)^2 - (r_p \cos(\varphi))^2} \\
 &\quad + \sqrt{(r_g + a_g)^2 - (r_g \cos(\varphi))^2} - C \times \sin(\varphi) \\
 Z &= \sqrt{(2.50 + 0.25)^2 - (2.50 \cos(20^\circ))^2} \\
 &\quad + \sqrt{(30.00 + 0.25)^2 - (30.00 \cos(20^\circ))^2} - 32.5 \times \sin(20^\circ) \\
 Z &= 1.28397''
 \end{aligned}$$

Razón de contacto (  $m_p$  ).

$$m_p = \frac{Z}{P_b} = \frac{1.28397}{0.73803} = 1.73972$$

Y con la razón de contacto terminamos de calcular las dimensiones del engranaje.

### Cálculo de la carga en el engranaje tipo recto.

Par torsión en la flecha del piñón (  $T_p$  ) se determina a partir de la ecuación :

$$\begin{aligned}
 T_p &= \frac{P \left( \frac{Lb_f - plg}{\text{H.P.}} \right)}{n_p \left( \frac{2 \times \pi}{60} \right) \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \text{ r.p.m.}} = \frac{10.70904 \text{ H.P.} \left( \frac{Lb_f - plg}{\text{H.P.}} \right)}{2.4257 \text{ r.p.m.} \left( \frac{2 \times \pi}{60} \right) \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \text{ r.p.m.}} \\
 T_p &= 278245.48866 Lb_f - plg
 \end{aligned}$$

Par de torsión de salida en la flecha del engrane (  $T_g$  ) es :

$$\begin{aligned}
 T_g &= m_G \times T_p = 12 \times 278245.48866 Lb_f - plg \\
 T_g &= 3338945.8639 Lb_f - plg
 \end{aligned}$$

La carga transmitida (  $W_t$  ) es la misma en los dos engranes y se determina a partir del par de torsión y del radio :

$$W_t = \frac{T_p}{\frac{d_p}{2}} = \frac{278245.48866 \text{ Lb}_f \cdot \text{plg}}{5 \text{ plg} / 2} = 111298.19546 \text{ Lb}_f$$

La componente radial de la carga (  $W_r$  ) es:

$$W_r = W_t \times \tan(\varphi) = 111298.19546 \text{ Lb}_f \times \tan(20^\circ)$$

$$W_r = 40509.23028 \text{ Lb}_f$$

La carga total (  $W$  ) es :

$$W = \frac{W_t}{\cos(\varphi)} = \frac{111298.19546 \text{ Lb}_f}{\cos(20^\circ)} = 118441.06573 \text{ Lb}_f$$

### Cálculo de los esfuerzos a flexión.

Una primera aproximación al ancho de cara (  $F$  ) se calcula como función del paso diametral. Se toma para un primer cálculo la mitad del rango de factor de ancho de cara recomendando :

$$\frac{8}{P_d} \leq F \leq \frac{12}{P_d}$$

$$F = \frac{8}{P_d} = \frac{8}{4} = 2 \text{ plg} \quad F = \frac{16}{P_d} = \frac{16}{4} = 4 \text{ plg}$$

$$F_{\text{promedio}} = 3 \text{ plg}$$

Con base en la hipótesis de una máquina impulsada uniforme y de impacto moderado, es posible establecer el factor de aplicación (  $K_a$  ) igual a :

$$K_a = 1.25$$

Utilizando la tabla 4.2.1k

El Factor de distribución de carga ( $K_m$ ) se estima a partir de la tabla 4.2.1I con base en el ancho de cara ( 3 plg. ).

$$K_m = 1.65$$

Se puede calcular el factor de velocidad ( $K_v$ ) a partir de las ecuaciones 4.2.1c y 4.2.1d con base en el índice de calidad de engrane ( $Q_v$ ) y de la velocidad en la línea de paso ( $V_t$ ) :

Velocidad en la línea de paso ( $V_t$ ).

$$V_t = \frac{d_p}{2 \times 12} n_p \times 2\pi = \frac{5 \text{ plg}}{2 \times 12} 2.4752 \text{ r.p.m.} \times 2\pi = 3.1725 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Índice de calidad ( $Q_v$ ).

Teniendo como rango  $6 \leq Q_v \leq 11$  para engranes etándars

$$Q_v = 9.500$$

Constante ( B ).

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} = \frac{(12 - 9.50)^{2/3}}{4} = 0.6250$$

Constante ( A ).

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.6250) = 105.6250$$

$$K_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200 \times V_t}} \right)^B = \left( \frac{105.6250}{105.6250 + \sqrt{200 \times 3.17524}} \right)^{0.6250}$$

$$K_v = 0.87483$$

Para el engranaje el factor de tamaño ( $K_s$ ) es :

Teniendo como rango  $1.00 \leq K_s \leq 1.50$  para engranes etándars

$$K_s = 1.00$$

Para el piñón y el engrane, el factor de espesor de aro ( $K_B$ ) es :

Teniendo que en este caso no se tiene aro

$$K_B = 1.00$$

Para el engranaje el factor de engrane intermedio ( $K_I$ ).

Teniendo que en este caso no se tiene engrane intermedio

$$K_I = 1.00$$

El factor geométrico del piñón ( $J_p$ ) de 17 dientes, con cabeza larga de 25% con  $20^\circ$  con carga en las puntas, acoplado al engrane se determina a partir de la tabla 4.2.1e :

$$J_p = 0.350$$

El esfuerzo de flexión para el piñón ( $\sigma_{bp}$ ) es por lo tanto :

$$\begin{aligned}\sigma_{bp} &= \frac{W_t \times P_d \times K_a \times K_m}{F \times J_p \times K_v} (K_s \times K_B \times K_I) \\ \sigma_{bp} &= \frac{111385.56971 \text{ Lb}_f \times 4.00 \times 1.250 \times 1.650}{3.00 \text{ plg} \times 0.35 \text{ plg} \times 0.87487} (1.00 \times 1.00 \times 1.00) \\ \sigma_{bp} &= 999610.03 \frac{\text{Lb}_f}{\text{plg}^2}\end{aligned}$$

El factor geométrico del engrane ( $J_g$ ) de 204 dientes, con cabeza larga de 25% con  $20^\circ$  con carga en las puntas, acoplada al engrane se determina a partir de la tabla 4.2.1e :

$$J_g = 0.450$$

El esfuerzo de flexión para el engrane ( $\sigma_{bg}$ ) es por lo tanto :

$$\begin{aligned}\sigma_{bg} &= \frac{W_t \times P_d \times K_a \times K_m}{F \times J_p \times K_v} (K_s \times K_B \times K_I) \\ \sigma_{bg} &= \frac{111385.56971 \text{ Lb}_f \times 4.00 \times 1.250 \times 1.650}{3.00 \text{ plg} \times 0.45 \text{ plg} \times 0.87487} (1.00 \times 1.00 \times 1.00) \\ \sigma_{bg} &= 777474.47 \frac{\text{Lb}_f}{\text{plg}^2}\end{aligned}$$

### Cálculo del esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane.

Una primera aproximación al ancho de cara ( F ) se calcula como función del paso diametral. Se toma para un primer cálculo la mitad del rango de factor de ancho de cara recomendando :

$$\frac{8}{P_d} \leq F \leq \frac{12}{P_d}$$
$$F = \frac{8}{P_d} = \frac{8}{4} = 2 \text{ plg} \quad F = \frac{12}{P_d} = \frac{12}{4} = 3 \text{ plg}$$
$$F_{\text{promedio}} = 2.5 \text{ plg}$$

Con base en la hipótesis de una máquina impulsada uniforme y de impacto moderado, es posible establecer el factor de aplicación ( C<sub>a</sub> ) igual a :

$$C_a = 1.25 \quad \text{Utilizando la tabla 4.2.1k}$$

El Factor de distribución de carga ( K<sub>m</sub> ) se estima a partir de la tabla 4.2.1I, con base en el ancho de cara ( 3 plg. ).

$$C_m = 1.65$$

Se puede calcular el factor de velocidad ( K<sub>v</sub> ) a partir de las ecuaciones 4.2.1c y 4.2.1d con base en el índice de calidad de engrane ( Q<sub>v</sub> ) y de la velocidad en la línea de paso ( V<sub>t</sub> ) :

Velocidad en la línea de paso ( V<sub>t</sub> ).

$$V_t = \frac{d_p}{2 \times 12} n_p \times 2\pi = \frac{5 \text{ plg}}{2 \times 12} 2.4752 \text{ r.p.m.} \times 2\pi = 3.1725 \frac{\text{ft}}{\text{min}}$$

Índice de calidad ( Q<sub>v</sub> ).

Teniendo como rango  $6 \leq Q_v \leq 11$  para engranes estándares

$$Q_v = 9.500$$

Constante ( B ).

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4} = \frac{(12 - 9.50)^{2/3}}{4} = 0.6250$$

Constante ( A ).

$$A = 50 + 56(1 - B) = 50 + 56(1 - 0.6250) = 105.6250$$

$$C_v = \left( \frac{A}{A + \sqrt{200 \times V_t}} \right)^B = \left( \frac{105.6250}{105.6250 + \sqrt{200 \times 3.17524}} \right)^{0.6250}$$

$$C_v = 0.87483$$

Para el engranaje el factor de tamaño (  $C_s$  ) es :

Teniendo como rango  $1.00 \leq C_s \leq 1.50$  para engranes estándares

$$C_s = 1.00$$

El factor de superficial (  $C_f$  ) que AGMA recomienda para acabado estándar es :

$$C_f = 1.00$$

Se determina el coeficiente elástico (  $C_p$  ) a partir de ( 4.2.2b ) para lo cual :

El módulo de elasticidad del piñón (  $E_p$  ), que recomienda AGMA con material acero.

$$E_p = 30000000.00 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

El módulo de elasticidad del engrane (  $E_g$  ) que recomienda AGMA con material acero.

$$E_g = 30000000.00 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

La relación de poisson (  $\nu$  ) es :

Para engranaje estándars se recomienda

$$\nu = 0.30$$

Y se obtendrá que el :

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1-\nu^2}{E_p} \right) + \left( \frac{1-\nu^2}{E_g} \right) \right]}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1-(0.30)}{30000000} \right) + \left( \frac{1-(0.30)}{30000000} \right) \right]}}$$

$$C_p = 2290.6039$$

El factor geométrico de picadura (  $I_{pg}$  ) se calcula para un par de engranes acoplados con la ecuación ( 4.2.2d ) para lo cual :

El radio de curvatura del piñón (  $\rho_p$  ) se determina con la ecuación ( 4.2.2b ) :

$$\rho_p = \sqrt{\left( r_p + \frac{1}{P_d} \right)^2 - \left( r_p \times \cos \varphi \right) - \frac{\pi}{P_d} \times \cos \varphi}$$

$$\rho_p = \sqrt{\left( 2.50 + \frac{1}{4.0} \right)^2 - \left( 2.50 \times \cos 20.0^\circ \right) - \frac{\pi}{4.0} \times \cos 20.0^\circ}$$

$$\rho_p = 0.69152 \text{ plg}$$

Y el radio de curvatura del engrane (  $\rho_g$  ) se determina con la ecuación ( 4.2.2c ) :

$$\rho_g = C \times \cos \varphi - \rho_p = 32.5 \times \cos 20.0^\circ - 0.69152$$

$$\rho_g = 10.42414 \text{ plg}$$

Por lo tanto el factor geométrico de picadura es :

$$I_{pg} = \frac{\cos \varphi}{\left( \frac{1}{\rho_p} + \frac{1}{\rho_g} \right) d_p} = \frac{\cos 20.0^\circ}{\left( \frac{1}{0.69152} + \frac{1}{10.42414} \right) 4.0}$$

$$I_{pg} = 0.121877$$

El esfuerzo superficial de acoplamiento de piñón-engranaje ( $\sigma_{cpg}$ ) es entonces :

$$\sigma_{cpg} = C_p \sqrt{\frac{W_t \times C_a \times C_m}{F \times I_{pg} \times d_p \times C_v}} (C_s \times C_f)$$

$$\sigma_{cpg} = 2290.60391 \sqrt{\frac{111385.56971 \times 1.25 \times 1.65}{3.00 \times 0.121877 \times 5.00 \times 0.87487}} (1.00 \times 1.00)$$

$$\sigma_{cpg} = 867,805.93 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

### Cálculo de la resistencia a la fatiga por flexión.

Dureza Brinell ( H.B. ).

Material : Acero

Clase : A1 - A5 AGMA

Tratamiento Termico : Endurecido en la masa

Dureza superficial mínima : 360 H.B.

Grado máximo : 2

A partir de las curvas de Figura 4.3b, es posible hacer estimación de la resistencia a la fatiga por flexión ( $S_{fb'}$ ), probaremos con un acero grado 2 de AGMA, endurecido en la masa a 360 HB. La resistencia a la fatiga sin corregir a flexión se determina a partir de la curva superior de la figura. :

$$S_{fb'} = 6235 + 174(H.B.) = 6235 + 174(360)$$

$$S_{fb'} = 52545.4 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

Es necesario corregir este valor, de acuerdo con ciertos factores, según la ecuación ( 4.3a ) para lo cual :

El factor de vida ( $K_L$ ) se determina a partir de la ecuación apropiada de la Figura 4.3a con base en el número requerido de ciclos de vida de los engranes. El piñón es el que sufre el número requerido de ciclos de vida de los engranes. El piñón es el que sufre el número más elevado de cargas de dientes repetidas, por lo que calcularemos la vida basado en el mismo. Primero, calcule el número de ciclos  $N$  para la vida requerida :

Turnos : 3

Horas por turno : 7

Días al año de trabajo : 312

Años de trabajo : 7

Numero de ciclos totales: 6,693,487

Los factores utilizados son obtenidos de los supervisores de la planta.

El valor de  $K_L$  se determina a partir de :

$$K_L = 1.3558(N^{-0.0178}) = 1.3558(6693487.00^{-0.0178}) = 1.0249$$

A la temperatura de operación especificada el factor de temperatura ( $K_T$ ) es :

Como la temperatura es menor de 250°F

$$K_T = 1.00$$

Los datos del material para engrane se toman todos a un nivel de confiabilidad del 99% ( manual de AGMA ). Es este caso el factor de confiabilidad ( $K_R$ ) es :

Como de cada 100 falla 1

$$K_R = 1.00$$

La resistencia a la fatiga por flexión corregida ( $S_{fb}$ ) es por lo tanto :

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T \times K_R} \times S_{fb} = \frac{1.025}{1.00 \times 1.00} \times 52545.40 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

$$S_{fb} = 53855.9534 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

## Calculo de la resistencia a la fatiga superficial.

Dureza Brinell ( H.B. ).

Material : Acero

Clase : A1 - A5 AGMA

Tratamiento Térmico : Endurecido en la masa

Dureza superficial mínima : 360 H.B.

Grado máximo : 2

A partir de las curvas de Figura 4.3d, es posible hacer estimación de la resistencia a la fatiga por flexión ( $S_{fc}'$ ), probaremos con un acero grado 2 de AGMA, endurecido en la masa a 360 H.B.. La resistencia a la fatiga sin corregir a flexión se determina a partir de la curva superior de la figura. :

$$S_{fc}' = 27000 + 364(\text{H.B.}) = 27000 + 364(360)$$

$$S_{fc}' = 158040.000 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

Es necesario corregir este valor, de acuerdo a la ecuación ( 4.3c ), para lo cual :

El factor de vida ( $C_L$ ) se determina a partir de la ecuación apropiada de la Figura 4.3c, con base en el número requerido de ciclos N anterior calculado :

El valor de  $C_L$  se determina a partir de :

$$C_L = 1.4488(N^{-0.023}) = 1.4488(6693487.00^{-0.023}) = 1.0093$$

El factor de temperatura ( $C_T$ ) se considera :

Como la temperatura es menor de 250°F

$$K_T = C_T = 1.00$$

El factor de confiabilidad ( $C_R$ ) se considera :

Como de cada 100 falla 1  
 $K_R = C_R = 1.00$

En vista que en este caso tanto el engrane como el piñón están fabricados del mismo material con una misma dureza el factor de razón de dureza ( $C_H$ ) es :

$$C_H = 1.00$$

La resistencia a la fatiga superficial corregida ( $S_{fc}$ ) es entonces :

$$S_{fc} = \frac{C_L \times C_H}{C_T \times C_R} \times S_{fc'} = \frac{1.0093 \times 1.00}{1.00 \times 1.00} \times 158040.000 \frac{Lb_f}{plg^2}$$
$$S_{fc} = 159509.0953 \frac{Lb_f}{plg^2}$$

#### **Factores de seguridad para engranes rectos.**

El factor de seguridad contra la falla por fatiga por flexión ( $N_b$ ) se determina al comparar la resistencia a la fricción corregida con el esfuerzo a la tensión para cada engrane en acoplamiento :

Factor falla por fatiga flexión para el piñón ( $N_{bp}$ ).

$$N_{bp} = \frac{S_{fb}}{\sigma_{bp}} = \frac{53855.9534}{999,610.03} = 0.0539$$

Factor falla por fatiga flexión para el engrane ( $N_{bg}$ ).

$$N_{bg} = \frac{S_{fg}}{\sigma_{bg}} = \frac{53855.9534}{777,474.47} = 0.0693$$

---

El factor de seguridad contra falla por fatiga superficial (  $N_c$  ) deberá determinarse al comparar la carga real con la carga que produciría un esfuerzo igual a la resistencia superficial corregida del material. Dado que el esfuerzo superficial esta relacionado con la raíz cuadrada de la carga, es posible calcular el factor de seguridad por fatiga superficial como el cociente del cuadrado de la resistencia superficial corregida, dividido entre el cuadrado del esfuerzo superficial correspondiente a cada engrane en el acoplamiento :

Factor falla por fatiga superficial de acoplamiento piñón-engrane (  $N_{cpg}$  ).

$$N_{cpg} = \left( \frac{S_{fc}}{\sigma_{cpg}} \right)^2 = \left( \frac{159509.0953}{867,805.93} \right)^2 = 0.0338$$

## 6.- Resultados.

A continuación se presenta el cálculo y resultado obtenido en el sistema mecánico compuesto por una transmisión de engranaje que consta de un sinfín-corona primario, sinfín-corona secundario y un tren de engranaje recto de salida para un mecanismo posicionador.

Además, estos análisis y resultados para el sistema mecánico se desarrollaron para diferentes propuestas de diseño, identificados como caso A, B, C, D, E y F.

Todos los cálculos fueron realizados en Excel.

## 6.1.- Cálculo para caso A.

### a) Resultados del sinfín-corona primario.

#### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	ns	1047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	30,00	H.P.

Eficiencia mecánica 89,02

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	Ds	1,50	plg
diámetro máximo	1,78		plg
diámetro mínimo	0,95		plg
diámetro promedio	1,37		
Calculo del diámetro de la corona	Dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avance del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\Lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	ft / min
Velocidad de la corona	Nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	ft / min
Coefficiente de fricción	M	0,03	
Angulo de presión	$\phi_n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	7521,44	Lbf
Carga de perdida	Wf	254,15	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	26,70	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	3,30	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	30,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	89,02	%

### b) Resultados del sinfín-corona secundario

#### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	36,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	13,35	H.P.
Angulo helicoidal	$\Lambda$	20,00	°

14,50	16,00	0,61	16,94
20,00	25,00	0,50	17,50
25,00	35,00	0,50	17,50
30,00	45,00		

Eficiencia mecánica 80,20

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avance del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,59	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	ft / min
Velocidad de la corona	nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,07	
Angulo de presión	$\phi_n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	33959,56	Lbf
Carga de perdida	Wf	2866,95	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	10,71	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	2,64	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	13,35	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	80,20	%
Torque de salida	T	556490,98	Lbf - plg
		46374,25	Lbf - ft
Torque total	2 T	1112981,95	Lbf - plg
		92748,50	Lbf - ft
Carga final sin perdida de reductor	W	92748,50	Lbf
		a 12 plg	

### c) Resultados del engranaje de salida

#### Determinación de los parámetros del diente AGMA

##### Datos

Razón de engranaje		12,00	
Distancia entre centro diámetro de paso piñón		32,50	Plg
diámetro de paso del engrane		5,00	Plg
Angulo de paso		60,00	Plg
		20,00	°
Numero de dientes mínimo Del piñón para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00	
		Piñón	engrane
Paso diametral	P d	4,00	4,00
Paso circular	P c	0,79	
Paso de base	P b	0,74	
Recalculando pd por tabla 11-5	pd	4,00	

#### Características geométricas del engranaje

Como	P d < 20	Paso grueso	
Angulo de presión	$\phi$	20,00	°
Altura de cabeza	a	0,25	plg
Altura de raíz	b	0,31	plg
Profundidad de trabajo		0,50	plg
Profundidad total		0,55	plg
Espesor circular del diente		0,39	plg
Radio del filete	****	****	
Holgura básica mínima		0,05	plg
Ancho mínimo de la cresta superior	****	****	
Holgura		0,09	plg
Diámetro exterior del piñón	D p	5,50	plg
Diámetro exterior del engrane	D g	60,50	plg
Radio del piñón	r p	2,50	plg
Radio del engrane	r g	30,00	plg
Longitud de acción	Z	1,28	plg
Razón de contacto	m p	1,74	
Potencia de entrada a piñón	Pot ent	10,71	H.P.
Velocidad angular de entrada	n 1	2,43	r.p.m.

#### Cálculo de carga en engranes rectos

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	278245,49	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	3338945,86	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T g <sub>T</sub>	6677891,73	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	111298,20	Lbf
		111298,20	Lbf
Carga radial	W r	40509,23	Lbf
Carga total	W	118441,07	Lbf

#### Cálculo de esfuerzos flexión

Ancho de cara ( promedio )	F	3,00	
		3,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	K a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	k m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	3,18	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,87	Ecuación
Factor de tamaño	K s	1,00	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	K B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	K I	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma_{bp}$	999610,03	Lbf / plg <sup>2</sup>
Esfuerzo para en engrane	$\sigma_{bg}$	777474,47	Lbf / plg <sup>2</sup>

#### Cálculo de esfuerzos superficiales

Ancho de cara ( promedio )	F	3,00	
		3,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	C a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	C m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	3,18	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,87	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad engrane	E g	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Relación de poisson	$\nu$	0,30	
Coficiente elástico	C p	2290,60	
Radio de curvatura del piñón	$\rho_p$	0,69	plg
Radio de curvatura del engrane	$\rho_g$	10,42	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,12	
Esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane	$\sigma_{\phi\phi}$	867805,93	Lbf / plg <sup>2</sup>

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S <sub>fb'</sub>	52545,40	Lbf / plg <sup>2</sup>
Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	360,00	HB	
Numero de ciclo	N ciclos	6693487,44	
Turno	3,00	7,00	hrs
		6 días de trabajo	
Días al año	312,86	Años	
Tiempo de vida del reductor	7,00		
Factor de vida	K <sub>l</sub>	1,02	
Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	K <sub>t</sub>	1,00	
Numero de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K <sub>R</sub>	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S <sub>fb</sub>	53855,95	Lbf / plg <sup>2</sup>

<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S <sub>fc'</sub>	158040,00	Lbf / plg <sup>2</sup>
Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	360,00	HB	
Numero de ciclo	N ciclos	6693487,44	
Turno	3,00	7,00	hrs
		6 días de trabajo	
Días al año	312,86	años	
Tiempo de vida del reductor	7,00		
Factor de vida	C <sub>l</sub>	1,01	
Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	C <sub>t</sub>	1,00	
Número de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	C <sub>r</sub>	1,00	
Factor de razón de dureza	C <sub>h</sub>	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S <sub>fc</sub>	159509,10	Lbf / plg <sup>2</sup>

tipo de acero A1-A5 AGMA

## Resultado final

### Factores de seguridad contra falla a flexión

Para el piñón	0,05
Para el engrane	0,07

### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	0,03
--	------

## 6.2.- Cálculo para caso B.

Las modificaciones paramétricas del reductor que se manejan para el CASO B son potencia de entrada y la dureza del material.

### a) Resultados del sinfín-corona primario.

#### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	Ns	1047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	20,00	H.P.

Eficiencia mecánica 89,02 %

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	Ds	1,50	plg
diámetro máximo	1,78		plg
diámetro mínimo	0,95		plg
diámetro promedio	1,37		
Calculo del diámetro de la corona	Dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avance del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\Lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	ft / min
Velocidad de la corona	Nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	ft / min
Coefficiente de fricción	M	0,03	
Angulo de presión	$\Phi_n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	5014,29	Lbf
Carga de perdida	Wf	169,43	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	17,80	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	2,20	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	20,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	89,02	%

### b) Resultados del sinfín-corona secundario

#### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	36,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	Ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	4,45	H.P.
Angulo helicoidal	$\Lambda$	20,00	°

14,50	16,00	0,61	16,94
20,00	25,00	0,50	17,50
25,00	35,00	0,50	17,50
30,00	45,00		

Eficiencia mecánica 80,20 %

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	Ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	Dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avance del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,59	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	ft / min
Velocidad de la corona	Nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	ft / min
Coefficiente de fricción	M	0,07	
Angulo de presión	$\Phi_n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	11319,85	Lbf
Carga de perdida	Wf	955,65	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	3,57	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	0,88	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	4,45	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	80,20	%
Troqué de salida	T	92748,50	Lbf - plg

a 12 plg

### c) Resultados del engranaje de salida

#### Determinación de los parámetros del diente AGMA

##### Datos

Razón de engranaje	12,00		
Distancia entre centro	32,50	Plg	
diámetro de paso piñón	5,00	Plg	12,70
diámetro de paso del engrane	60,00	Plg	152,40
Angulo de paso	20,00	°	
Numero de dientes mínimo del piñón para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00	
		piñón	engrane
Paso diametral	P d	4,00	4,00
Paso circular	P c	0,79	
Paso de base	P b	0,74	

#### Características geométricas del engranaje

Como	P d < 20	Paso grueso	
Angulo de presión	$\phi$	20,00	°
Altura de cabeza	a	0,25	plg
Altura de raíz	b	0,31	plg
Profundidad de trabajo		0,50	plg
Profundidad total		0,55	plg
Espesor circular del diente		0,39	plg
Radio del filete	****	****	
Holgura básica mínima		0,05	plg
Ancho mínimo de la cresta superior	****	****	
Holgura		0,09	plg
diámetro exterior del piñón	D p	5,50	plg
diámetro exterior del engrane	D g	60,50	plg
Radio del piñón	r p	2,50	plg
Radio del engrane	r g	30,00	plg
Longitud de acción	Z	1,28	plg
Razón de contacto	m p	1,74	
Potencia de entrada a piñón	Pot ent	3,57	H.P.
Velocidad angular de entrada	n 1	2,43	r.p.m.

#### Cálculo de carga en engranes rectos

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	92748,50	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	1112981,95	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T gT	2225963,91	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	37099,40	Lbf
		37099,40	Lbf
Carga radial	W r	13503,08	Lbf
Carga total	W	39480,36	Lbf

#### Cálculo de esfuerzos flexión

Ancho de cara ( promedio )	F	3,00	
		3,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	k a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	k m	1,00	
Velocidad en la línea	V t	3,18	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,87	Ecuación
Factor de tamaño	k s	1,00	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	k B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	k I	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma_{bp}$	161553,14	Lbf / plg <sup>2</sup>
esfuerzo para en engrane	$\sigma_{bg}$	125652,44	Lbf / plg <sup>2</sup>

F mínimo	F máximo
2,00	4,00
F promedio	3,00

#### Cálculo de esfuerzos superficiales

Ancho de cara ( promedio )	F	3,00	
		3,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	C a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	C m	1,00	
Para el piñón			
Velocidad en la línea	V t	3,18	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,87	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad engrane	E g	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Relación de poisson	v	0,30	
Coefficiente elástico	C p	2290,60	
Radio de curvatura del piñón	$\rho p$	0,69	plg
Radio de curvatura del engrane	$\rho g$	10,42	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,12	
Esfuerzo superficial para el piñón	$\sigma_c$	348871,11	Lbf / plg <sup>2</sup>

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S fb'	60724,60	Lbf / plg2	<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S fc'	201720,00	Lbf / plg
Grado máximo	2,00			Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	480,00	HB		Dureza brinell	480,00	HB	
Numero de ciclo	N ciclos	1912424,98		Numero de ciclo	N ciclos	1912424,98	
Turno	3,00	2,00	Hrs	Turno	3,00	2,00	hrs
Días al año	312,86	6 Días de trabajo		Días al año	312,86	6 Días de trabajo	
Tiempo de vida del reductor	7,00	años		Tiempo de vida del reductor	7,00	Años	
Factor de vida	K l	1,05		Factor de vida	C l	1,04	
Temperatura del aceite		45,00	°C	Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	K t	1,00		Factor de temperatura	C t	1,00	
Numero de falla por engrane	1 por 100			Número de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K R	1,00		Factor de confiabilidad	C r	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S fb	63642,63	Lbf / plg2	Factor de razón de dureza	C h	1,00	
				Resistencia por fatiga corregida	S fc	209546,76	Lbf / plg
tipo de acero	A1-A5 AGMA						

### Resultado final.

#### Factores de seguridad contra falla a flexión

para el piñón	0,39
para el engrane	0,51

#### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	0,36
--	------

### 6.3.- Cálculo para caso C.

Las modificaciones paramétricas del reductor que se maneja CASO C son la geometría del engranaje diámetro de paso, paso diametral y ancho de cara.

#### a) Resultados del sinfín-corona primario.

##### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	ns	1047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	30,00	H.P.

##### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	ds	1,50	plg
diámetro máximo		1,78	plg
diámetro mínimo		0,95	plg
diámetro promedio		1,37	
Calculo del diámetro de la corona	dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avance del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	Ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	Ft / min
Velocidad de la corona	nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	Ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,03	
Angulo de presión	$\phi n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	7521,44	Lbf
Carga de perdida	Wf	254,15	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	26,70	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	3,30	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	30,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta$ pot	89,02	%

Eficiencia mecánica 89,02 %

#### b) Resultados del sinfín-corona secundario

##### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	36,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	13,35	H.P.
Angulo helicoidal	$\lambda$	20,00	°
		14,50	16,00
		20,00	25,00
		25,00	35,00
		30,00	45,00
		0,61	16,94
		0,50	17,50
		0,50	17,50

##### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avance del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,58	Ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	Ft / min
Velocidad de la corona	nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	Ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,07	
Angulo de presión	$\phi n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	33959,58	Lbf
Carga de perdida	Wf	2866,95	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	10,71	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	2,64	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	13,35	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta$ pot	80,20	%
Torqué de salida	T	278245,49	Lbf - plg
		23187,12	Lbf - ft

Eficiencia mecánica 80,20 %

### c) Resultados del engranaje de salida

#### Determinación de los parámetros del diente AGMA Características geométricas del engranaje

##### Datos

				Como	P d < 20	Paso grueso
Razón de engranaje	12,00			Angulo de presión	$\phi$	20,00 °
Distancia entre centro	45,50	plg		Altura de cabeza	a	0,35 plg
Diámetro de paso piñón	7,00	plg		Altura de raíz	b	0,44 plg
Diámetro de paso del engrane	84,00	plg		Profundidad de trabajo		0,70 plg
Angulo de paso	20,00	°		Profundidad total		0,77 plg
				Espesor circular del diente		0,55 plg
Numero de dientes mínimo del piñón para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00	Radio del filete	****	****
				Holgura básica mínima		0,07 plg
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00		Ancho mínimo de la cresta superior	****	****
				Holgura		0,12 plg
Paso diametral	P d	2,86	engrane 2,86	Diámetro exterior del piñón	D p	7,70 plg
Paso circular	P c	1,10		diámetro exterior del engrane	D g	84,70 plg
Paso de base	P b	1,03				
				Radio del piñón	r p	3,50 plg
				Radio del engrane	r g	42,00 plg
				Longitud de acción	Z	19,09 plg
				Razón de contacto	m p	18,48
				Potencia de entrada a piñón	Pot ent	10,71 H.P.
				Velocidad angular de entrada	n 1	2,43 r.p.m.

#### Cálculo de carga en engranes rectos

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	278245,49	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	3338945,86	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T g <sub>T</sub>	6677891,73	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	79498,71	Lbf
		78498,71	Lbf
Carga radial	W r	28935,16	Lbf
Carga total	W	84600,76	Lbf

#### Cálculo de esfuerzos flexión

Ancho de cara ( promedio )	F	4,20	
		4,20	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	k a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	k m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	k s	1,00	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	k B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	k l	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma$ bp	372272,34	Lbf / plg <sup>2</sup>
Esfuerzo para en engrane	$\sigma$ bg	289545,15	Lbf / plg <sup>2</sup>

#### Cálculo de esfuerzos superficiales

Ancho de cara ( promedio )	F	4,20	
		4,20	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	C a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	C m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad engrane	E g	30000000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Relación de poisson	$\nu$	0,30	
Coefficiente elástico	C p	2290,60	
Radio de curvatura del piñón	$\rho$ p	0,97	plg
Radio de curvatura del engrane	$\rho$ g	14,59	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,12	
Esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane	$\sigma$ cpg	529587,46	Lbf / plg <sup>2</sup>

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S fb'	52545,40	Lbf / plg2	<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S fc'	158040,00	Lbf / plg2
Grado máximo	2,00			Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	360,00	HB		Dureza brinell	360,00	HB	
Numero de ciclo	N ciclos	6693487,44		Numero de ciclo	N ciclos	6693487,44	
Turno	3,00	7,00	Hrs	Turno	3,00	7,00	Hrs
Días al año	312,86	6 días de trabajo		Días al año	312,86	6 días de trabajo	
Tiempo de vida del reductor	7,00	años		Tiempo de vida del reductor	7,00	años	
Factor de vida	K l	1,02		Factor de vida	C l	1,01	
Temperatura del aceite		30,00		Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	K t	1,00		Factor de temperatura	C t	1,00	
Numero de falla por engrane	1 por 100			Número de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K R	1,00		Factor de confiabilidad	C r	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S fb	53855,95	Lbf / plg2	Factor de razón de dureza	C h	1,00	
tipo de acero	A1-A5 AGMA			Resistencia por fatiga corregida	S fc	159509,10	Lbf / plg2

### Resultado final.

#### Factores de seguridad contra falla a flexión

Para el piñón	0,14
Para el engrane	0,19

#### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	0,09
--	------

## 6.4.- Cálculo para caso D.

Las modificaciones paramétricas del reductor que se maneja CASO D son potencia de entrada, la dureza del material, la geometría del engranaje diámetro de paso, paso diametral y ancho de cara.

### a) Resultados del sinfín-corona primario.

#### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	ns	1.047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	20,00	H.P.

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	ds	1,50	plg
diámetro máximo		1,78	plg
diámetro mínimo	0,95		plg
diámetro promedio	1,37		
Calculo del diámetro de la corona	dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avance del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	ft / min
Velocidad de la corona	nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,03	
Angulo de presión	$\phi n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	5.014,29	Lbf
Carga de perdida	Wf	169,43	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	17,80	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	2,20	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	20,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	89,02	%

Eficiencia mecánica 89,02 %

### b) Resultados del sinfín-corona secundario

#### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	36,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	8,90	H.P.
Angulo helicoidal	$\lambda$	20,00	°

14,50	16,00	0,61	16,94
20,00	25,00	0,50	17,50
25,00	35,00	0,50	17,50
30,00	45,00		

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avance del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,59	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	ft / min
Velocidad de la corona	nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,07	
Angulo de presión	$\phi n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	22.639,71	Lbf
Carga de perdida	Wf	1.911,30	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	7,14	H.P.
Potencia de perdida	Pot perd	1,76	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	8,90	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	80,20	%
Troqué de salida	T	185.496,99	Lbf - plg
		15.458,08	Lbf - ft

Eficiencia mecánica 80,20 %

**c) Resultados del engranaje de salida**

**Determinación de los parámetros del diente AGMA**

**Datos**

Razón de engranaje	12,00		
Distancia entre centro	45,50	plg	
Diámetro de paso piñón	7,00	plg	
Diámetro de paso del engrane	84,00	plg	
Angulo de paso	20,00	°	
Numero de dientes mínimo del piñón para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00	
		piñón	engrane
Paso diametral	P d	2,86	2,86
Paso circular	P c	1,10	
Paso de base	P b	1,03	

**Características geométricas del engranaje**

	Como	P d < 20	Paso grueso	
Angulo de presión	$\phi$		20,00	°
Altura de cabeza	a		0,35	plg
Altura de raíz	b		0,44	plg
Profundidad de trabajo			0,70	plg
Profundidad total			0,77	plg
Espesor circular del diente			0,55	plg
Radio del filete		****	****	
Holgura básica mínima			0,07	plg
Ancho mínimo de la cresta superior		****	****	
Holgura			0,12	plg
diámetro exterior del piñón	D p		7,70	plg
diámetro exterior del engrane	D g		84,70	plg
Radio del piñón	r p		3,50	plg
Radio del engrane	r g		42,00	plg
Longitud de acción	Z		19,09	plg
Razón de contacto	m p		18,48	
Potencia de entrada a piñón	Pot ent		7,14	H.P.
Velocidad angular de entrada	n 1		2,43	r.p.m

**Cálculo de carga en engranes rectos**

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	185.496,99	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	2.225.963,91	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T gT	4.451.927,82	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	52.999,14	Lbf
		52.999,14	Lbf
Carga radial	W r	19.290,11	Lbf
Carga total	W	56.400,51	Lbf

**Cálculo de esfuerzos flexión**

Ancho de cara ( promedio )	F	4,20	
	4,20		
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k. )	k a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l. )	k m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	k s	1,00	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	k B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	k l	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma_{bp}$	248.181,56	Lbf / plg <sup>2</sup>
Esfuerzo para en engrane	$\sigma_{bg}$	193.030,10	Lbf / plg <sup>2</sup>

**Cálculo de esfuerzos superficiales**

Ancho de cara ( promedio )	F	4,20	
	4,20		
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k. )	C a	1,25	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l. )	C m	1,65	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30.000.000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad engrane	E g	30.000.000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Relación de poisson	v	0,30	
Coefficiente elástico	C p	2.290,60	
Radio de curvatura del piñón	p p	0,97	plg
Radio de curvatura del engrane	p g	14,59	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,12	

Esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane  $\sigma_{cpg}$  432.406,35 Lbf / plg<sup>2</sup>

F mínimo 2,80  
F máximo 5,60  
F promedio 4,20

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S fb'	60.724,60	Lbf / plg2	<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S fc'	201.720,00	Lbf / plg2
Grado máximo	2,00			Grado máximo	2,00		
Dureza bnnell	480,00	HB		Dureza bnnell	480,00	HB	
Numero de ciclo	N ciclos	6.693.487,44		Numero de ciclo	N ciclos	6.693.487,44	
Turno	3,00	7,00	hrs	Turno	3,00	7,00	hrs
Días al año	312,86	6 días de trabajo		Días al año	312,86	6 días de trabajo	
Tiempo de vida del reductor	7,00	años		Tiempo de vida del reductor	7,00	años	
Factor de vida	K I	1,02		Factor de vida	C I	1,01	
Temperatura del aceite		30,00		Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	K t	1,00		Factor de temperatura	C t	1,00	
Numero de falla por engrane	1 por 100			Número de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K R	1,00		Factor de confiabilidad	C r	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S fb	62.239,15	Lbf / plg2	Factor de razón de dureza	C h	1,00	
Tipo de acero	A1-A5 AGMA			Resistencia por fatiga corregida	S fc	203.595,13	Lbf / plg2

### Resultado final.

#### Factores de seguridad contra falla a flexión

Para el piñón	0,25
Para el engrane	0,32

#### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	0,22
--	------

## 6.5.- Cálculo para caso E.

Las modificaciones paramétricas del reductor que se maneja CASO E son potencia de entrada, la dureza del material, la geometría del engranaje diámetro de paso, paso diametral, ancho de cara, la carga de trabajo y corrección de factores.

### a) Resultados del sinfín-corona primario.

#### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	ns	1.047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	20,00	H.P.

Eficiencia mecánica 89,02 %

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	ds	1,50	plg
diámetro máximo		1,78	plg
diámetro mínimo		0,95	plg
diámetro promedio		1,37	
Calculo del diámetro de la corona	dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avance del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	ft / min
Velocidad de la corona	nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,03	
Angulo de presión	$\phi_n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	5.014,29	Lbf
Carga de perdida	Wf	169,43	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	17,80	H.P.
Potencia de pérdida	Pot perd	2,20	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	20,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	89,02	%

### b) Resultados del sinfín-corona secundario

#### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	36,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	8,90	H.P.
Angulo helicoidal	$\lambda$	20,00	°

14,50	16,00	0,61	16,94
20,00	25,00	0,50	17,50
25,00	35,00	0,50	17,50
30,00	45,00		

Eficiencia mecánica 80,20 %

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avance del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,59	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	ft / min
Velocidad de la corona	nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,07	
Angulo de presión	$\phi_n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	22.639,71	Lbf
Carga de perdida	Wf	1.911,30	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	7,14	H.P.
Potencia de pérdida	Pot perd	1,76	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	8,90	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	80,20	%
Troqué de salida	T	185.496,99	Lbf - plg
		15.458,08	Lbf - ft

### c) Resultados del engranaje de salida

#### Determinación de los parámetros del diente AGMA

Datos			
Razón de engranaje	12,00		
Distancia entre centro	45,50	plg	
diámetro de paso piñón	7,00	plg	17,78
diámetro de paso del engrane	84,00	plg	213,36
Angulo de paso	20,00	°	
Numero de dientes mínimo del piñón Para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00	
		piñón	engrane
Paso diametral	P d	2,00	2,00
Paso circular	P c	1,57	
Paso de base	P b	1,48	

Modifico con la carga de trabajo 5,00  
20,00 %

#### Características geométricas del engranaje

Como	P d < 20	Paso grueso	
Angulo de presión	$\phi$	20,00	°
Altura de cabeza	a	0,50	plg
Altura de raíz	b	0,63	plg
Profundidad de trabajo		1,00	plg
Profundidad total		1,10	plg
Espesor circular del diente		0,79	plg
Radio del filete	****	****	
Holgura básica mínima		0,10	plg
Ancho mínimo de la cresta superior	****	****	
Holgura		0,18	plg
diámetro exterior del piñón	D p	8,00	plg
diámetro extenor del engrane	D g	85,00	plg
Radio del piñón	r p	3,50	plg
Radio del engrane	r g	42,00	plg
Longitud de acción	Z	19,48	plg
Razón de contacto	m p	13,20	
Potencia de entrada a piñón	Pot ent	7,14	H.P.
Velocidad angular de entrada	n 1	2,43	r.p.m.

#### Calculo de carga en engranes rectos

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	185.496,99	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	2.225.963,91	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T gT	4.451.927,82	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	10.599,83	Lbf
Carga máxima transmitida		52.999,14	Lbf
Carga radial	W r	3.858,02	Lbf
Carga total	W	11.280,10	Lbf

#### Calculo de esfuerzos flexión

Ancho de cara ( promedio )	F	6,00	
	6,00		
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	k a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	k m	1,60	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	k s	1,00	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	k B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	k l	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma_{bp}$	18.867,81	Lbf / plg2
Esfuerzo para en engrane	$\sigma_{bg}$	14.674,97	Lbf / plg2

F mínimo 4,00  
F máximo 8,00  
F promedio 6,00

#### Calculo de esfuerzos superficiales

Ancho de cara ( promedio )	F	6,00	
	6,00		
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	C a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	C m	1,60	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30.000.000,00	Lbf - plg2
Modulo de elasticidad engrane	E g	30.000.000,00	Lbf - plg2
Relación de poisson	v	0,30	
Coficiente elástico	C p	2.290,60	
Radio de curvatura del piñón	$\rho_p$	0,80	Plg
Radio de curvatura del engrane	$\rho_g$	14,76	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,10	
Esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane	$\sigma_{cp}$	155.815,63	Lbf / plg2

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S fb'	60.724,60	Lbf / plg2	<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S fc'	201.720,00	Lbf / plg2
Grado máximo	2,00			Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	480,00	HB		Dureza brinell	480,00	HB	
<b>Numero de ciclo</b>	N ciclos	6.693.487,44		<b>Numero de ciclo</b>	N ciclos	6.693.487,44	
Turno	3,00	7,00	hrs	Turno	3,00	7,00	hrs
Días al año	312,86	6 días de trabajo		Días al año	312,86	6 días de trabajo	
Tiempo de vida del reductor	7,00	años		Tiempo de vida del reductor	7,00	años	
Factor de vida	K I	1,02		Factor de vida	C I	1,01	
Temperatura del aceite		30,00		Temperatura del aceite		30,00	
Factor de temperatura	K t	1,00		Factor de temperatura	C t	1,00	
Numero de falla por engrane	1 por 100			Numero de falla por engrane	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K R	1,00		Factor de confiabilidad	C r	1,00	
Resistencia por fatiga corregida	S fb	62.239,15	Lbf / plg2	Factor de razón de dureza	C h	1,00	
				Resistencia por fatiga corregida	S fc	203.595,13	Lbf / plg2
tipo de acero	A1-A5 AGMA						

### Resultado final.

#### Factores de seguridad contra falla a flexión

Para el piñón	3,30
Para el engrane	4,24

#### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	1,71
--	------

## 6.6.- Cálculo para caso F.

Las modificaciones paramétricas del reductor que se maneja CASO F son potencia de entrada, la dureza del material, la geometría del engranaje diámetro de paso, paso diametral, ancho de cara, la carga de trabajo y corrección de factores.

### a) Resultados del sinfín-corona primario.

#### Datos.

Distancia entre centros	C	3,31	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	24,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	2,00	
Velocidad del sinfín	ns	1.047,90	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	30,00	H.P.

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro primitivo sinfín	ds	1,50	plg
diámetro máximo	1,78		plg
diámetro mínimo	0,95		plg
diámetro promedio	1,37		
Calculo del diámetro de la corona	dc	5,13	plg
Paso circular corona	Pc	0,67	plg
Avancé del sinfín	L	1,34	plg
Angulo Helicoidal del sinfín	$\lambda$	15,89	°
Velocidad lineal del sinfín	Vs	411,51	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	117,17	ft / min
Velocidad de la corona	nc	87,33	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	427,87	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,03	
Angulo de presión	$\phi_n$	14,43	°
Carga tangencial	Wt	7.521,44	Lbf
Carga de pérdida	Wf	254,15	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	26,70	H.P.
Potencia de pérdida	Pot perd	3,30	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	30,00	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	89,02	%

Eficiencia mecánica 89,02 %

### b) Resultados del sinfín-corona secundario

#### Datos.

Distancia entre centros	C	8,82	plg
Numero de dientes de la corona	Nc	38,00	
Numero de dientes del sinfín	Ns	1,00	
Velocidad del sinfín	ns	87,33	r.p.m.
Potencia de entrada	Pot ent	13,35	H.P.
Angulo helicoidal	$\lambda$	20,00	°
14,50	16,00	0,61	16,94
20,00	25,00	0,50	17,50
25,00	35,00	0,50	17,50
30,00	45,00		

#### Cálculos y resultados.

Calculo del diámetro del gusano	ds	1,25	plg
Calculo del diámetro de la corona	dc	16,39	plg
Paso circular corona	Pc	1,43	plg
Avancé del sinfín	L	1,43	plg
Velocidad lineal del sinfín	Vs	28,59	ft / min
Velocidad lineal de la corona	Vc	10,41	ft / min
Velocidad de la corona	nc	2,43	r.p.m.
Velocidad de deslizamiento	V	30,43	ft / min
Coefficiente de fricción	$\mu$	0,07	
Angulo de presión	$\phi_n$	16,94	°
Carga tangencial	Wt	33.959,56	Lbf
Carga de pérdida	Wf	2.866,95	Lbf
Potencia de salida	Pot sal	10,71	H.P.
Potencia de pérdida	Pot perd	2,64	H.P.
Potencia de entrada	Pot entra	13,35	H.P.
Eficiencia de potencia	$\eta_{pot}$	80,20	%
Torque de salida	T	278.245,49	Lbf - ft
		23.187,12	Lbf - ft

Eficiencia mecánica 80,20 %

### c) Resultados del engranaje de salida

#### Determinación de los parámetros del diente AGMA

Datos			
Razón de engranaje	12,00		
Distancia entre centro	45,50	plg	
diámetro de paso piñón	7,00	plg	17,78
diámetro de paso del engrane	84,00	plg	213,36
Angulo de paso	20,00	°	
Numero de dientes mínimo del piñón para evitar interferencia	N 1	17,10	20,00
Numero de dientes del engrane	N 2	240,00	
		piñón	engrane
Paso diametral	P d	2,00	2,00
Paso circular	P c	1,57	
Paso de base	P b	1,48	

#### Características geométricas del engranaje

Como	P d < 20	Paso grueso	
Angulo de presión	$\phi$	20,00	°
Altura de cabeza	a	0,50	plg
Altura de raíz	b	0,63	plg
Profundidad de trabajo		1,00	plg
Profundidad total		1,10	plg
Espesor circular del diente		0,79	plg
Radio del filete	****	****	
Holgura básica mínima		0,10	plg
Ancho mínimo de la cresta superior	****	****	
Holgura		0,18	plg
diámetro exterior del piñón	D p	8,00	plg
diámetro exterior del engrane	D g	85,00	plg
Radio del piñón	r p	3,50	plg
Radio del engrane	r g	42,00	plg
Longitud de acción	Z	19,48	plg
Razón de contacto	m p	13,20	
Potencia de entrada a piñón	Pot ent	10,71	H.P.
Velocidad angular de entrada	n 1	2,43	r.p.m.

Modifico con la carga real de trabajo  
25,00 %

#### Cálculo de carga en engranes rectos

Par de torsión en la flecha de entrada	T p	278.245,49	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida	T g	3.338.945,86	Lbf - plg
Par de torsión en la flecha de salida Total	T gT	6.677.891,73	Lbf - plg
Carga transmitida	W t	19.874,68	Lbf
Carga máxima transmitida		79.498,71	Lbf
Carga radial	W r	7.233,79	Lbf
Carga total	W	21.150,19	Lbf

#### Cálculo de esfuerzos flexión

Ancho de cara ( promedio )	F	6,00	
		6,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	k a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	k m	1,60	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	k v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	k s	1,50	(1-1.50)
Factor de espesor de aro	k B	1,00	( no aplica )
Factor de engrane intermedio	k l	1,00	( no aplica )
Factor geométrico piñón	J	0,35	tabla 4.2.1e
Factor geométrico engrane	J	0,45	tabla 4.2.1e
Esfuerzo para el piñón	$\sigma_{bp}$	53.065,73	Lbf / plg <sup>2</sup>
Esfuerzo para en engrane	$\sigma_{bg}$	41.273,35	Lbf / plg <sup>2</sup>

#### Cálculo de esfuerzos superficiales

Ancho de cara ( promedio )	F	6,00	
		6,00	
Factor de aplicación ( tabla 4.2.1k.)	C a	1,00	
Factor de distribución ( Tabla 4.2.1l.)	C m	1,60	
Velocidad en la línea	V t	4,45	ft / min
Índice de calidad	Q v	9,50	
cte	B	0,63	
cte	A	105,63	
Factor de velocidad	C v	0,86	Ecuación
Factor de tamaño	C s	1,00	(1-1.50)
Factor de acabado	C f	1,00	AGMA
Modulo de elasticidad piñón	E p	30.000.000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Modulo de elasticidad engrane	E g	30.000.000,00	Lbf - plg <sup>2</sup>
Relación de poisson	$\nu$	0,30	
Coefficiente elástico	C p	2.290,60	
Radio de curvatura del piñón	$\rho_p$	0,80	plg
Radio de curvatura del engrane	$\rho_g$	14,78	plg
Factor geométrico de picadura	I	0,10	

Esfuerzo superficial para el acoplamiento de piñón-engrane  $\sigma_{cpg}$  213.359,34 Lbf / plg<sup>2</sup>

F mínimo 4,00 F máximo 8,00  
F promedio 6,00

<b>Resistencia a la fatiga por flexión</b>	S fb'	60.724,60	Lbf / plg2	<b>Resistencia a la fatiga superficial</b>	S fc'	201.720,00	Lbf / plg2
Grado máximo	2,00			Grado máximo	2,00		
Dureza brinell	480,00	HB		Dureza brinell	480,00	HB	
<b>Numero de ciclo</b>	N ciclos	6.693.487,44		<b>Numero de ciclo</b>	N ciclos	6.693.487,44	
Turno	3,00	7,00	hrs	Turno	3,00	7,00	hrs
Días al año	312,86	6 días de trabajo		Días al año	312,86	6 días de trabajo	
Tiempo de vida del reductor	7,00	años		Tiempo de vida del reductor	7,00	años	
Factor de vida	K l	1,02		Factor de vida	C l	1,01	
<b>Temperatura del aceite</b>		30,00		<b>Temperatura del aceite</b>		30,00	
Factor de temperatura	K t	1,00		Factor de temperatura	C t	1,00	
<b>Numero de falla por engrane</b>	1 por 100			<b>Número de falla por engrane</b>	1 por 100		
Factor de confiabilidad	K R	1,00		Factor de confiabilidad	C r	1,00	
<b>Resistencia por fatiga corregida</b>	S fb	62.239,15	Lbf / plg2	<b>Factor de razón de dureza</b>	C h	1,00	
				<b>Resistencia por fatiga corregida</b>	S fc	203.595,13	Lbf / plg2
tipo de acero	A1-A5 AGMA						

### Resultado final.

#### Factores de seguridad contra falla a flexión

Para el piñón	1,17
Para el engrane	1,51

#### Factores de seguridad contra falla superficial

Para el acoplamiento del piñón engrane	0,91
--	------

## **7.- Conclusiones.**

En el diseño del reductor de engrane con capacidad de 20 h.p. se llegó a las siguientes conclusiones.

### **7.1.- Por resistencia a la flexión.**

De los casos que se propusieron en este diseño se concluyó que la mejor opción de diseño fue el caso E, en el cual los factores de seguridad para el piñón y el engrane obtenidos resultaron superiores a la recomendación de 1.5 en un 120% para el piñón y un 83% para el engrane de salida, asegurando de este modo una operación continua satisfactoria, protegiendo la flexión en el diente recto.

### **7.2.- Por resistencia de superficie.**

De los casos propuestos en este diseño considerando la resistencia de superficie se concluyó que el caso E, representa la mejor opción ya que el factor de seguridad para el engrane resultó ser un 14% arriba del valor recomendado de 1.5, asegurando de este modo una operación continua satisfactoria protegiendo a la falla superficial.

# Bibliografía.

Diseño de maquinas.

Robert L. Norton.

PEARSON

Elementos de Maquinas

M. F. Spotts / T. E. Shoup

Prentice hall

Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical, and Herringbone Gear Teeth

American Gear Manufacturers Association

Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth

American Gear Manufacturers Association

# Apéndice.

## Listado de Gráficas.

Figura.	Contenido	Pág.
2.2.1a.-	Engrane común cilindro recto.	14
2.2.1b.-	Par de engranes helicoidales opuestos acoplados en ejes paralelos.	14
2.2.1c.-	Par de engranes helicoidales de la misma dirección acoplados en ejes cruzados.	15
2.2.2.-	Mecanismo de gusano ( o sinfin ).	17
2.2.3a.-	Engranes cónicos rectos.	19
2.2.3b.-	Engranes cónicos espirales.	19
2.3a.-	Cilindros en rodamiento.	20
2.4.1a.-	Desarrollo de la involuta de un círculo.	21
2.4.1b.-	Geometría de contacto y ángulo de presión de dientes involutos.	22
2.4.3.-	Longitud de la acción y ángulos de ataque y de salida durante el acoplamiento de un engrane y piñón.	24
2.4.4.-	Un cambio en la distancia entre centros de engranes involutos sólo modifica el ángulo de presión y los diámetros de paso.	26
2.4.5.-	Nomenclatura de los dientes de engrane.	27
2.6.-	Interferencia y rebaje de dientes en la parte inferior del círculo base.	31
2.6.1a.-	Perfiles de dientes AGMA de profundidad total para ángulos de presión.	32
2.6.1b.-	Dientes de engrane de perfil desplazado, con una carga larga y una corta, a fin de evitar interferencia y rebaje.	33
3.1a.-	Un engranaje externo.	36
3.1b.-	Un tren de engranes simple.	36
3.3.-	Trenes de engranes compuestos de dos etapas	38
3.4.1a.-	Un conjunto de herramientas de corte.	41
3.4.3.-	Dientes de engrane recto real en acoplamiento mostrando mala repartición de la carga, debido a falta de precisión en los dientes.	46

Figura.	Contenido	Pág.
4.1.1a.-	Fuerzas en el piñón y engrane.	47
4.1.1b.-	Momentos a flexión variando con el tiempo sobre los dientes de engrane.	49
4.1.2a.-	Cremallera helicoidal básica, con los planos normal y transversal y la resolución de las fuerzas.	50
4.2.1a.-	Factores dinámicos $K_v$ y $c_v$ de AGMA.	60
4.2.1b.-	Parámetros para el factor de espesor del aro $K_B$	65
4.2.2a.-	Ejemplos de superficies falladas por picado y descarado debido a fatiga superficial.	66
4.3a.-	Factor de vida de resistencia a flexión $K_L$ de AGMA.	77
4.3b.-	Resistencias $S_{fb}$ a la fatiga por flexión AGMA para aceros.	79
4.3c.-	Factor de vida o resistencia a la fatiga superficial AGMA $C_L$	80
4.3c.-	Resistencia a la fatiga superficial $S_{fc}$ AGMA para aceros.	82
5.-	Esquema del sistema mecánico	85

## Listado de Tablas.

Tabla.	Contenido	Pág..
3a.-	Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total y una cremallera de profundidad total.	35
3b.-	Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total de 20° y engranes de profundidad total de diversos tamaños.	35
3.4.3a.-	Números de calidad de engranes AGMA recomendados para varias Aplicaciones.	45
3.4.3b.-	Números de calidad de engranes recomendados para la velocidad en la línea de paso.	45
4.2.1a.-	Número mínimo de dientes de piñón para evitar interferencia entre piñón de profundidad total y una cremallera de profundidad total.	56
4.2.1b.-	Número mínimo de dientes de piñón para evitar la interferencia entre piñón de profundidad total de 20° y engranes de profundidad total de diversos tamaños.	56
4.2.1c.-	Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 20° con carga en las puntas.	57
4.2.1d.-	Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 20° con carga HPSTC.	58
4.2.1e.-	Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga de 25% con 20° con carga en las puntas.	58
4.2.1f.-	Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga de 25% de 20° con carga HPSTC.	58
4.2.1g.-	Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 25° con carga en las puntas.	58

4.2.1h.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes de profundidad total de 25° con carga HPSTC.	59
4.2.1i.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga 25% de 25° con carga en las puntas.	59
4.2.1j.- Factor geométrico J a flexión AGMA para dientes con cabeza larga de 25% de 25° con carga HPSTC.	59
4.2.1k.- Factores de aplicación $K_a$ .	62
4.2.1l.- Factores de distribución de carga $K_m$ .	63
4.2.2a.- Coeficiente elástico AGMA $C_p$ en unidades de $[\text{psi}]^{0.5}$ ( $[\text{MPa}]^{0.5}$ )	68
4.2.3a.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=20^\circ$ , $\psi=10^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	70
4.2.3b.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=20^\circ$ , $\psi=20^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	70
4.2.3c.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=20^\circ$ , $\psi=30^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	70
4.2.3d.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=25^\circ$ , $\psi=10^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	70
4.2.3e.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=25^\circ$ , $\psi=20^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	71
4.2.3f.- Factor geométrico J a flexión AGMA para $\Phi=25^\circ$ , $\psi=30^\circ$ dientes de profundidad completa con carga en las puntas.	71
4.3a.- Factor $K_R$ de AGMA.	78
4.3b.- Resistencias a la fatiga por fricción $S_{fb}$ de AGMA para una selección de materiales de engrane.	78
4.3c.- Resistencias $S_{fc}$ a la fatiga superficial AGMA para una selección de materiales de engrane.	82

# **Resumen Autobiográfico.**

Ing. Humberto Arroyo Balderas.

## **Candidato para el grado de:**

Maestro en Ciencias con Especialidad en Diseño Mecánico.

## **Tesis:**

Diseño de un Reductor para 20 h.p.

## **Campo de estudios:**

Ciencias Exactas.

## **Datos personales:**

Nacido en el Distrito Federal del Estado de México

El 03 de Noviembre de 1968.

Hijo del Sr. Antonio Arroyo Banda y Sra. Maria del Carmen Balderas Sánchez.

## **Educación Superior:**

Egresado de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Obteniendo el Grado de Ingeniero Mecánico Electricista.

## **Experiencia Profesional:**

Supervisor de Obra, TARMIC, Nov. 1999 - Feb. 2000, Mantenimiento a Generadores de Vapor

Supervisor de Obra, RIMMSA, Marzo - Nov. 2000, Mantenimiento a Generadores de Vapor

Docente, U.A.N.L. (F.I.M.E.), 2001 – Fecha, Div. de Ing. Mec. Coordinación Térmica e Hidráulica

