Las propiedades de estabilidad de $\sigma(x-x^*)$ en (2.10) pueden ser estudiadas por medio de la función candidata de Lyapunov

$$V(x-x^*) = \frac{1}{2}\sigma^T(x-x^*)\sigma(x-x^*)$$

cuya derivada a lo largo de (2.10) satisface

$$\begin{aligned}\dot{V}(x-x^*) &= \frac{1}{2}\left[\{-L(x)\sigma(x-x^*)\}^T\sigma(x-x^*) + \sigma^T(x-x^*)\{-L(x)\sigma(x-x^*)\}\right] \\ &= -\sigma^T(x-x^*)L(x)\sigma(x-x^*) < 0 \qquad \forall x, x^* \in B_x\end{aligned}$$

lo que asegura la existencia de un modo deslizante.

Nota 2.1 *Un análisis directo de la ecuación diferencial (2.10) muestra que las trayectorias del sistema alcanzan la superficie de conmutación asintóticamente, pues la solución para esta ecuación está dada por*

$$\sigma(x-x^*) = e^{-L(t-t_0)}\sigma(x(t_0)-x^*) \qquad \forall\, t \geq t_0$$

es decir

$$\lim_{t\to+\infty}\sigma(x(t)-x^*) = 0$$

Nota 2.2 *Además, resulta sencillo verificar que la condición de alcanzabilidad [48] se satisface para esta selección de u_N (2.9), de (2.10) se tiene*

$$\sigma(x-x^*)^T\dot{\sigma} = -\sigma(x-x^*)^T L(x)\sigma(x-x^*)$$

por lo que $\sigma(x-x^*)^T\dot{\sigma}$ siempre es negativo, es decir $\sigma(x-x^*)^T\dot{\sigma} < 0$[2]

Basado en el control en modos deslizantes descrito antes, el control resultante está dado por

$$u = -\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}g(x)\right]^{-1}\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}f(x) + L(x)\sigma(x-x^*)\right] \tag{2.11}$$

Cuando el control compuesto (2.11) es aplicado al sistema (2.5), se obtiene el siguiente sistema en lazo cerrado

$$\dot{x} = f_e(x,x^*) + p(x,x^*) \tag{2.12}$$

[2]Recuerde que para el cálculo de u_N, $\sigma(x-x^*) \neq 0$