Por otro lado, se presenta un análisis sobre la validez y el efecto en la estabilidad del sistema, cuando los algoritmos de estimación del estado son desarrollados a partir de sistemas discretos aproximados (en este caso discretización tipo Euler), análisis comunmente denominado estimación práctica.

3.2 Descripción del Problema

La clase de sistemas no lineales que consideraremos en esta tesis, es la descrita mediante una discretización tipo Euler expresada de la siguiente manera [1]

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_\tau x(k) + \tau B\{\alpha(x(k)) + \beta(x(k))u(k)\} \\ y &= Cx(k) = x_1(k) \end{aligned} \tag{3.1}$$

donde

$$A_\tau = (I + \tau A) = \begin{pmatrix} 1 & \tau & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \tau \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

asumimos además que $\beta(x(k)) \neq 0 \quad \forall\, x(k) \in \mathbb{R}^n, \forall\, k \in \mathbb{Z}$.

Ahora nuestro interés se centra en el estudio de un observador que permita la implementación de una ley de control, tal que las trayectorias del sistema (3.1) bajo la acción de esta ley de control sean estables. O dicho de manera más formal, en el estudio de un esquema control-observador tal que la siguiente propiedad para el sistema en lazo cerrado se preserve.

Definición 3.1 (Estabilidad Exponencial Uniforme) [30] *Decimos que el sistema discreto $\xi(k+1) = F_\tau(k, \xi(k))$, sujeto a la condición inicial $\xi(k_0) = \xi_0$, es uniformemente exponencialmente estable, si existen constantes $a_1, a_2, \tau_{\max} > 0$ tal que para cada $\tau \in (0, \tau_{\max}]$ y $\lambda_\tau > 0$, las siguientes relaciones se satisfacen*

$$\|\xi_0\| \leq a_1 \quad \Rightarrow \quad \|\xi(k)\| \leq a_2 \|\xi_0\| e^{-\lambda_\tau (k-k_0)} \quad \forall \quad k \geq k_0 \geq 0 \tag{3.2}$$

[1] $x_{euler}(k)$ debería ser la notación adecuada para la discretización tipo Euler de $x(t)$ Pero, por simplicidad utilizamos $x(k)$