Por lo tanto, el control (3.9) aplicado al sistema no lineal discreto (3.1), resulta en

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_\tau x(k) + \tau B \left\{\alpha(x(k)) + \beta(x(k))\beta^{-1}(x(k)) \left[-F\Omega_\rho x(k) - \alpha(x(k))\right]\right\} \\ &= (A_\tau - \tau BF\Omega_\rho)x(k) \end{aligned}$$

Antes de proseguir, presentamos un lema, el cual nos resultará útil para el análisis de estabilidad.

Lema 3.1 [1] *Existe un tiempo de muestreo máximo $\tau_{\max} > 0$ suficientemente pequeño, tal que el sistema (3.1) en lazo cerrado bajo la acción de la ley de control (3.9 - 3.4) es (globalmente) uniformemente exponencialmente estable con λ_τ proporcional a $\tau \in (0, \tau_{\max})$ para todo $\rho > 0$ tal que $\rho\tau_{\max} \in (0,1)$*

Prueba

Considere el siguiente cambio de variable

$$\eta(k) = \Omega_\rho x(k) \tag{3.5}$$

entonces resulta

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= \Omega_\rho x(k+1) \\ &= \Omega_\rho (A_\tau - \tau BF\Omega_\rho)\Omega_\rho^{-1}\eta(k) \\ &= (\Omega_\rho A_\tau \Omega_\rho^{-1} - \tau\Omega_\rho BF\Omega_\rho\Omega_\rho^{-1})\eta(k) \end{aligned}$$

y debido a las siguientes propiedades (ver B.3, en anexo B)

$$\Omega_\rho A_\tau \Omega_\rho^{-1} = I + \tau\rho A, \qquad \Omega_\rho B = \rho B$$

se tiene

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= (I + \tau\rho A - \tau\rho BF)\eta(k) \\ &= (I + \gamma_c(A - BF))\eta(k) \qquad \tau\rho = \gamma_c \\ &= A_c\eta(k) \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde $A_c = I + \gamma_c(A - BF)$ (ver declaración B.1 en anexo B)