Además, para la función de Lyapunov (3.7) se tiene $\Delta V(\eta(k)) = V(\eta(k+1)) - V(\eta(k))$, por lo tanto

$$\begin{aligned} V(\eta(k+1)) - V(\eta(k)) &\leq -\gamma_c V(\eta(k)) \\ V(\eta(k+1)) &\leq V(\eta(k)) - \gamma_c V(\eta(k)) \\ &\leq (1-\gamma_c)V(\eta(k)) \end{aligned}$$

lo que finalmente resulta en

$$V(\eta(k+1)) \leq (1-\gamma_c)^{k+1} V(\eta(k_0))$$

□

Con ello concluimos estabilidad exponencial para las trayectorias del sistema (3.1) bajo la acción de ley de control linealizante (3.9).

3.4 Estimación del Estado

Ahora, se presenta el observador discreto para la clase de sistemas (3.1) reportado en [19]

$$z(k+1) = A_\tau z(k) + \tau B[\alpha(z(k)) + \beta(z(k))u(k)] + \tau \Delta_\theta^{-1} K[y(k) - \hat{y}(k)] \tag{3.9}$$

donde

$$\begin{aligned} \Delta_\theta &= \mathbf{diag}\begin{pmatrix} \frac{1}{\theta} & \frac{1}{\theta^2} & \cdots & \frac{1}{\theta^n} \end{pmatrix} \quad \text{para} \quad \theta \geq 1 \\ K &= \mathbf{col}\begin{pmatrix} C_n^1 & C_n^2 & \cdots & C_n^n \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad C_n^p = \frac{n!}{(n-p)!p!} \end{aligned} \tag{3.10}$$

y el término $\tau\Delta_\theta^{-1}K$ representa la ganancia del observador.

Si definimos el error de estimación en este caso como

$$e(k) = z(k) - x(k) \tag{3.11}$$

entonces, la dinámica del error resulta en

$$\begin{aligned} e(k+1) &= A_\tau z(k) + \tau B[\alpha(z(k)) + \beta(z(k))u(k)] + \tau\Delta_\theta^{-1}K[y(k) - \hat{y}(k)] \\ &\quad -[A_\tau x(k) + \tau B\{\alpha(x(k)) + \beta(x(k))u(k)\}] \\ e(k+1) &= A_\tau(z(k) - x(k)) + \tau B[\alpha(z(k)) - \alpha(x(k)) + \{\beta(z(k)) - \beta(x(k))\}u(k)] \\ &\quad +\tau\Delta_\theta^{-1}KC[x(k) - z(k)] \\ &= (A_\tau - \tau\Delta_\theta^{-1}KC)e(k) + \tau B[\alpha(z(k)) - \alpha(x(k)) + \{\beta(z(k)) - \beta(x(k))\}u(k)] \end{aligned}$$