y a partir de (3.11), $z(k)$ se define como $z(k) = e(k) + x(k)$, por lo que la dinámica del error queda expresada como

$$\begin{aligned} e(k+1) &= (A_\tau - \tau\Delta_\theta^{-1}KC)e(k) \\ &\quad +\tau B[\alpha(e(k)+x(k)) - \alpha(x(k)) + \{\beta(e(k)+x(k)) - \beta(x(k))\}u(k)] \end{aligned}$$

Además, definiendo el siguiente término

$$\Psi_o(e(k), u(k)) = \alpha(e(k)+x(k)) - \alpha(x(k)) + \{\beta(e(k)+x(k)) - \beta(x(k))\}u(k),$$

finalmente se tiene

$$e(k+1) = (A_\tau - \tau\Delta_\theta^{-1}KC)e(k) + \tau B\Psi_o(e(k), u(k)) \tag{3.12}$$

Hipótesis 3.1 *La función $\Psi_o(e(k), u(k))$ a lo largo de las trayectorias de (3.1) y (3.12), bajo la acción de una entrada de control admisible $u(k)$ satisface*

$$\|B\Psi_o(e(k), u(k))\| \leq b_1\|e(k)\|$$

Nota 3.1 *Observe que la hipótesis anterior se satisface si, para cada conjunto compacto $\mathcal{X}$ y definiendo $\mathcal{U}_\tau = \{u \in \mathbb{R}^n : u = \beta^{-1}(x(k))[v(x(k)) - \alpha(x(k))], x \in \mathcal{X}\}$, existe una constante $b_1 > 0$ tal que $\|B\Psi_o(e(k), u(k))\| \leq b_1\|e(k)\|$, $x(k) \in \mathcal{X}$ y $u(k) \in \mathcal{U}_\tau$ para todo $\tau \in (0, \tau_{\max})$ y para todo $k \geq k_0 \geq 0$*

Lema 3.2 [19] *Asuma que el sistema (3.1) satisface la hipótesis 3.1. Entonces existen $\tau_{\max} > 0$ suficientemente pequeño y $\theta_{\min} > 0$ suficientemente grande tal que el error de estimación (3.12) es globalmente uniformemente exponencialmente estable con λ_τ proporcional a $\tau \in (0, \tau_{\max})$ para todo $\theta > \theta_{\min}$ tal que $\theta_{\min}\tau_{\max} \in (0, 1)$*

Prueba

Definiendo la siguiente transformación de coordenadas

$$\varepsilon(k) = \Delta_\theta e(k) \tag{3.13}$$

la dinámica del error se representa en las nuevas coordenadas como

$$\begin{aligned} \varepsilon(k+1) &= \Delta_\theta e(k+1) \\ &= \Delta_\theta[(A_\tau - \tau\Delta_\theta^{-1}KC)e(k) + \tau B\Psi_o(e(k), u(k))] \end{aligned}$$