y a partir de (3.13), $e(k)$ queda definido como $e(k) = \Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k)$, por lo que la ecuación anterior resulta en

$$\begin{aligned}\varepsilon(k+1) &= \Delta_\theta[(A_\tau - \tau\Delta_\theta^{-1}KC)\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k) + \tau B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k), u(k))] \\ &= (\Delta_\theta A_\tau \Delta_\theta^{-1} - \tau KC\Delta_\theta^{-1})\varepsilon(k) + \tau\Delta_\theta B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k), u(k))\end{aligned}$$

Considerando las siguientes propiedades (ver (B.4), en anexo B)

$$\Delta_\theta A_\tau \Delta_\theta^{-1} = I + \tau\theta A, \qquad C\Delta_\theta^{-1} = \theta C, \qquad \Delta_\theta B = \frac{1}{\theta^n}B$$

$\varepsilon(k+1)$ se reduce a

$$\begin{aligned}\varepsilon(k+1) &= (I + \tau\theta A - \tau\theta KC)\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k), u(k)) \\ &= (I + \tau\theta\{A - KC\})\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k), u(k))\end{aligned}$$

definiendo

$$\gamma_o = \tau\theta \tag{3.14}$$

y puesto que $I + \gamma_o(A - KC) = A_o$ (ver declaración B.2, anexo B), se tiene que

$$\varepsilon(k+1) = A_o\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\varepsilon(k), u(k))$$

3.4.1 Análisis de Estabilidad (sistema - observador)

A *continuación*, se presenta un análisis de estabilidad para el sistema en lazo cerrado (sistema (3.1) y observador (3.9)) con el fín de mostrar la convergencia del error de estimación (3.11) (véase figura 3.2). Para ello se considera la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\varepsilon(k)) = \varepsilon^T(k)P_o\varepsilon(k) \tag{3.15}$$

la cual resulta en [4]

$$\begin{aligned}\Delta(V(\varepsilon(k))) &= \left[A_o\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o\right]^T P_o\left[A_o\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o\right] - \varepsilon^T(k)P_o\varepsilon(k) \\ &= \varepsilon^T(k)A_o^TP_oA_o\varepsilon(k) + \frac{\tau}{\theta^n}\varepsilon^T(k)A_o^TP_oB\Psi_o + \frac{\tau}{\theta^n}\Psi_o^TB^TP_oA_o\varepsilon(k) \\ &\quad + \frac{\tau}{\theta^n}\Psi_o^TB^TP_o\frac{\tau}{\theta^n}B\Psi_o - \varepsilon^T(k)P_o\varepsilon(k) \\ &= \varepsilon^T(k)(A_o^TP_oA_o - P_o)\varepsilon(k) + \frac{2\tau}{\theta^n}\varepsilon^T(k)A_o^TP_oB\Psi_o + \frac{\tau^2}{\theta^{2n}}\|B\Psi_o\|_{P_o}\end{aligned}$$