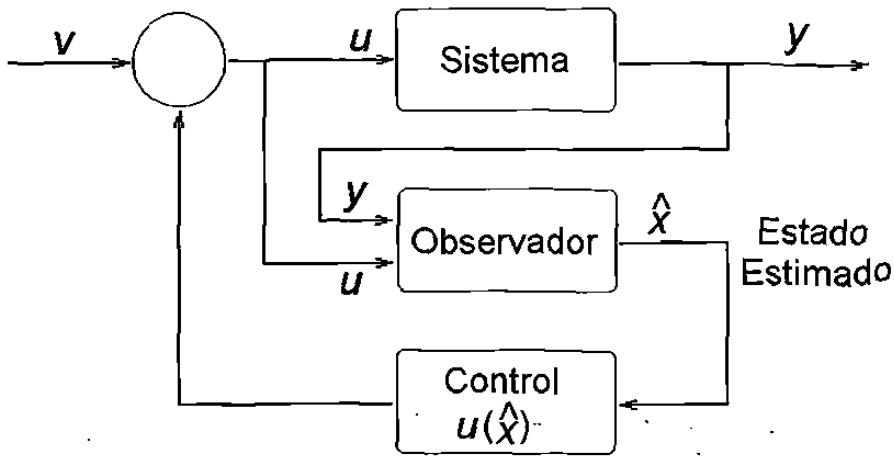

Figura 3.3: Estimación del estado

es (globalmente) uniformemente exponencialmente estable.

Para probar esto último hacemos uso del lema B.1 (véase anexo B).

Por lo tanto, procedemos a calcular las cotas según (B.7) para $\xi = (e, z)$, e iniciamos con $\|e\|$. Del lema 3.2 (3.15 y 3.21) y la definición 3.1 se sigue que $\|\varepsilon(k)\|_{P_o} \leq \|\varepsilon(k_0)\|_{P_o} e^{-\delta\tau(k-k_0)}$, es decir $\|\varepsilon(k)\|_{P_o} \leq \|\varepsilon(k_0)\|_{P_o}$, y por lo tanto de (3.15)

$$\begin{gathered} \|\Delta_\theta e(k)\|_{P_o} \leq \|\Delta_\theta e(k_0)\|_{P_o} \\ \sqrt{e^T(k)\Delta_\theta P_o \Delta_\theta e(k)} \leq \sqrt{e^T(k_0)\Delta_\theta P_o \Delta_\theta e(k_0)} \end{gathered} \tag{3.22}$$

puesto que Δ_θ es una matriz diagonal (véase (3.10)). Además si $\overline{P_o} = \Delta_\theta P_o \Delta_\theta$, resulta

$$\sqrt{e^T(k)\overline{P_o}e(k)} \leq \sqrt{e^T(k_0)\overline{P_o}e(k_0)}$$

$$\|e(k)\|_{\overline{P_o}} \leq \|e(k_0)\|_{\overline{P_o}}$$

finalmente por equivalencia en norma [27, 24], tenemos

$$\|e(k)\| \leq a_4 \|e(k_0)\| \tag{3.23}$$

donde a_4 es una constante positiva.

También del mismo lema se observa que $\Delta V(\varepsilon(k)) \leq -\tau\delta V(\varepsilon(k))$ (3.20), entonces evaluando la sumatoria desde k_0 hasta infinito en ambos lados de $\Delta V(\varepsilon(k)) \leq -\delta\tau\|\varepsilon(k)\|^2_{P_o}$,