Además, si $\rho > 2$, lo que está dentro de los valores admisibles para ρ (ver (3.4))

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} \|\sigma(k)\|_{P_c}^2 \leq \frac{1}{\tau}\left(\|\sigma(k_0)\|_{P_c}^2 + a_5\|\varepsilon(k_0)\|_{P_c}^2\right)$$

donde $a_5 = \dfrac{2N^2}{\delta}$ y de las definiciones dadas para transformación $\varepsilon(k)$ y $\sigma(k)$ (véase 3.13 y 3.26), obtenemos

$$\begin{aligned}
\sum_{k=k_0}^{\infty} \|\Omega_\rho z(k)\|_{P_c}^2 &\leq \frac{1}{\tau}\left(\|\Omega_\rho z(k_0)\|_{P_c}^2 + a_5\|\Delta_\theta e(k_0)\|_{P_c}^2\right) \\
\rho^{2n}\sum_{k=k_0}^{\infty} \|z(k)\|_{P_c}^2 &\leq \frac{1}{\tau}\left(\rho^{2n}\|z(k_0)\|_{P_c}^2 + \frac{a_5}{\theta^2}\|e(k_0)\|_{P_c}^2\right) \\
\sum_{k=k_0}^{\infty} \|z(k)\|_{P_c}^2 &\leq \frac{1}{\tau}\left(\|z(k_0)\|_{P_c}^2 + \frac{a_5}{(\theta\rho^n)^2}\|e(k_0)\|_{P_c}^2\right) \\
&\leq \frac{1}{\tau}\left(\|z(k_0)\|_{P_c}^2 + a_6\|e(k_0)\|_{P_c}^2\right)
\end{aligned}$$

con $a_6 = \frac{a_5}{(\theta\rho^n)^2}$. Si el producto $(\theta\rho^n)^2$ es lo suficientemente grande tal que $a_6 \leq 1$, la expresión anterior puede expresarse como

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} \|z(k)\|_{P_c}^2 \leq \frac{1}{\tau}\left(\|z(k_0)\|_{P_c}^2 + \|e(k_0)\|_{P_c}^2\right) \leq \frac{1}{\tau}\|\xi(k_0)\|_{P_c}^2$$

donde $\xi = (e, z)$, como se definió en la prueba del teorema 3.1

Finalmente, se obtiene

$$\left(\sum_{k=k_0}^{\infty} \|z(k)\|_{P_c}^2\right)^{1/2} \leq \frac{1}{\sqrt{\tau}}\|\xi(k_0)\|_{P_c}$$

Con esto demostramos también que el observador está acotado. □