3.6 Aplicación (Robot de Unión Flexible)

Ahora, aplicamos los resultados presentados en las secciones 3.3y 3.4 al modelo matemático de un robot manipulador con unión flexible.

3.6.1 Modelo Matemático

Las ecuaciones dinámicas para el brazo robot con un solo eslabón y una articulación del tipo rotacional que actua sobre un plano vertical están dadas por [31]

$$\begin{aligned} J_l\ddot{q}_1 + F_l\dot{q}_1 + \tilde{k}(q_1 - q_2) + mgl\text{sen}(q_1) &= 0 \\ J_m\ddot{q}_2 + F_m\dot{q}_2 - \tilde{k}(q_1 - q_2) &= u \\ y &= q_1 \end{aligned}$$

donde q_1 y q_2 son el desplazamiento del eslabón y del rotor, respectivamente. La inercia del eslabón es J_l, la inercia del rotor J_m, la constante de elasticidad $\tilde{k}$, la masa del eslabón m, la constante de gravedad g, el centro de masa l y los coeficientes de fricción viscosa F_l y F_m son parámetros constantes positivos. La variable de control u es el par aplicado al motor. Considerando que sólo la variable q_1 es medible, u se diseña de tal manera que la variable q_1 siga una referencia deseada $q_{r_1}(t)$. Suponemos además que los parámetros del sistema son conocidos.

Definiendo las variables de estado de la siguiente manera

$$\xi_1 = q_1, \quad \xi_2 = \dot{q}_1, \quad \xi_3 = q_2, \quad \xi_4 = \dot{q}_2$$

el modelo en términos de las variables de estado resulta de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \xi_2 \\ \dot{\xi}_2 &= -\frac{F_l}{J_l}\xi_2 - \frac{mgl}{J_l}\text{sen}(\xi_1) - \frac{\tilde{k}}{J_l}(\xi_1 - \xi_3) \\ \dot{\xi}_3 &= \xi_4 \\ \dot{\xi}_4 &= -\frac{F_m}{J_m}\xi_4 - \frac{\tilde{k}}{J_m}(\xi_1 - \xi_3) + \frac{1}{J_m}u \end{aligned} \tag{3.30}$$