Ahora, el sistema (3.31) bajo la acción de la ley de control (3.35) nos lleva al sistema en lazo cerrado

$$x(k+1) = f_\tau(x(k),0) + p_\tau(x(k),x_{ref}(k)) \tag{3.37}$$

donde

$$\begin{aligned} f_\tau(x(k),0) &= \mathcal{F}_\tau(x(k)) + \mathcal{G}_\tau(x(k))\left[\mathcal{S}^T\mathcal{G}_\tau(x(k))\right]^{-1}\left[\tilde{\eta}\mathcal{S}^T x(k) - \mathcal{S}^T\mathcal{F}_\tau(x(k))\right] \\ p_\tau(x(k),x_{ref}(k)) &= \mathcal{G}_\tau(x(k))\left[\mathcal{S}^T\mathcal{G}_\tau(x(k))\right]^{-1}\left[\mathcal{S}^T x_{ref}(k+1) - \tilde{\eta}\mathcal{S}^T x_{ref}(k)\right] \end{aligned}$$

Es claro que el sistema en lazo cerrado (3.37) puede verse como un sistema con una parte sin efecto de perturbaciones representada por $f_\tau(x(k),0)$ y una parte perturbada dada por $p_\tau(x(k),x_{ref}(k))$.

Además, de las cotas sobre las columnas de $\mathcal{G}_\tau(x(k))$ y la no singularidad de $\mathcal{S}^T\mathcal{G}_\tau(x(k))$, se puede concluir que la parte perturbada satisface la siguiente desigualdad

$$\|p_\tau(x(k),x_{ref}(k))\| \leq l_1\|x(k)\|^2 + l_2\|x_{ref}(k)\|^2 \tag{3.38}$$

para $x(k), x_{ref}(k) \in B_r$, donde l_1 y l_2 son constantes positivas.

Ahora, considere las siguientes hipótesis para la parte del sistema perturbado

Hipótesis 3.3 *El punto de equilibrio del sistema $x(k+1) = f_\tau(x(k),0)$, sistema que en lo sucesivo llamaremos $x_{eq}(k+1)$, es localmente exponencialmente estable.*

Hipótesis 3.4 *La señal de referencia $x_{ref}(k)$ es uniformemente acotada y satisface $\|x_{ref}(k)\| \leq l_3$, para alguna constante positiva l_3.*

Por un teorema inverso de Lyapunov, la hipótesis 3.3 asegura la existencia de una función de Lyapunov $V(x(k),k)$, la cual satisface

$$\begin{aligned} c_1\|x(k)\|^2 &\leq V(x(k)) \leq c_2\|x(k)\|^2 \\ \Delta V_1(x(k)) &= V(x_{eq}(k+1)) - V(x(k)) \leq -c_3\|x(k)\|^2 \end{aligned} \tag{3.39}$$

para algunas constantes positivas c_1, c_2 y c_3.

Entonces, la diferencia hacia adelante de la función $\Delta V(x(k))$ a lo largo de las trayectorias del sistema en lazo cerrado está dada por

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= \Delta V_1(x(k)) + \Delta V_2(x(k)) \end{aligned}$$