

donde

$$\begin{aligned}\Delta V_1(x(k)) &= V(x_{eq}(k+1)) - V(x(k)) \\ \Delta V_2(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x_{eq}(k+1))\end{aligned}$$

Además, de la hipótesis 3.4 y de (3.38), la función $\Delta V_2(x(k))$ satisface la siguiente desigualdad (véase anexo B.4)

$$\begin{aligned}\|\Delta V_2(x(k))\| &= \|V(x(k+1)) - V(x_{eq}(k+1))\| \\ &= \left\| \left\{ \frac{\partial V}{\partial x(k)}(h) \right\} p_r(x(k), x_{ref}(k)) \right\| \\ &\leq l_V \|p_r(x(k), x_{ref}(k))\| \\ &\leq l_V (l_1 \|x(k)\|^2 + l_2 l_3^2)\end{aligned}$$

Usando la condición (3.39) y el resultado anterior, se tiene

$$\begin{aligned}\Delta V(x(k)) &= \Delta V_1(x(k)) + \Delta V_2(x(k)) \\ &\leq -c_3 \|x(k)\|^2 + l_V (l_1 \|x(k)\|^2 + l_2 l_3^2) \\ &\leq -(c_3 - l_V l_1) \|x(k)\|^2 + l_V l_2 l_3^2\end{aligned}$$

si l_V es suficientemente pequeña tal que $l_V l_1 < \tilde{l}_1 < c_3$ se satisface. Resulta

$$\Delta V(x(k)) \leq -b_2 \|x(k)\|^2 + l_V l_2 l_3^2$$

donde $b_2 = c_3 - l_V l_1$. Por lo tanto

$$\begin{aligned}\Delta V(x(k)) &\leq -b_2 \|x(k)\|^2 + l_V l_2 l_3^2 \pm \gamma b_2 \|x(k)\|^2 \\ &\leq -b_2 (1 - \gamma) \|x(k)\|^2 + l_V l_2 l_3^2 - \gamma b_2 \|x(k)\|^2 \\ &\leq -b_2 (1 - \gamma) \|x(k)\|^2\end{aligned}$$

para algún γ tal que $0 < \gamma < 1$ y para todo $\|x(k)\| \geq \sqrt{\frac{l_V l_2 l_3^2}{\gamma b_2}}$.

Además, resulta que $l_2 \leq \frac{\gamma b_2}{l_V l_3^2} \|x(k)\|^2$ para $\|x(k)\| < \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} r$ y una cota para l_2 está dada por $l_2 \leq \tilde{l}_2 < \frac{\gamma b_2}{l_V l_3^2} \frac{c_1}{c_2} r^2$. Del teorema 3.2, la cota fundamental de la solución del sistema (3.37) está dada por $B = \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \sqrt{\frac{\tilde{l}_2 l_3^2}{\gamma b_2}}$.