3.9 Estimación Práctica

A continuación presentamos el último de los resultados, concerniente a la validez de algoritmos deseñados a partir de sistemas en tiempo discreto aproximados.

Es bien sabido que el método de discretización de Euler funciona correctamente para periodos de muestreo pequeños [43, 39]. Ahora se procede con un análisis para la clase de sistemas discretos aproximados (vía Euler). Considere un sistema continuo con la siguiente estructura

$$x(t) = Ax(t) + B\{\alpha(x(t)) + \beta(x(t))u(t)\}$$

de manera que la discretización exacta y la realizada mediante la discretización de Euler pueden ser expresadas como[7]

$$\begin{aligned} x_{ex}(k+1) &= A_\tau x_{ex}(k) + \tau B\{\alpha(x_{ex}(k)) + \beta(x_{ex}(k))u(k)\} + \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \\ &= \mathcal{F}_\tau^{exacto}(x_{ex}(k), u(k)) \\ x_{eu}(k+1) &= A_\tau x_{ex}(k) + \tau B\{\alpha(x_{ex}(k)) + \beta(x_{ex}(k))u(k)\} \\ &= \mathcal{F}_\tau^{aprox}(x_{ex}(k), u(k)) \end{aligned}$$

donde $\mathcal{O}(x_{ex}(k))$ representa los términos de orden superior que se obtienen como resultado de la discretización.

Por otro lado, el observador discreto que fue objeto de estudio en este capítulo (3.9) [19] está dado por [8]

$$z(k+1) = A_\tau z(k) + \tau B\{\alpha(z(k)) + \beta(z(k))u(k)\} + \tau\Delta_\theta^{-1}K[y_{ex}(k) - \hat{y}(k)]$$

Ahora, definimos el error de la siguiente manera

$$\begin{aligned} e_{es}(k) &= z(k) - x_{ex}(k) && \text{error de estimación} \\ e_{ap}(k) &= x_{ex}(k) - x_{eu}(k) && \text{error de aproximación} \end{aligned} \tag{3.45}$$

con la hipótesis.

[7]En las secciones anteriores usamos por comodidad $x(k)$ para denotar la discretización tipo Euler de $x(t)$ (véase nota al pie de la página 31). Sin embargo, ahora por motivo del análisis comparativo que nos ocupa es que preferimos usar x_{eu}

[8]De acuerdo con la notación adoptada en esta sección, z es el estimado de x_{ex}. Pues lo que nos interesa ahora es saber si el observador propuesto, basado en una discretización Euler, puede estimar bien los estados discretos *exactos*