

Hipótesis 3.5 La secuencia⁹ $\{e_{ap}(k+1)\}_{k \geq k_0}$ es acotada

Además definimos la dinámica del error de aproximación (3.45) de la siguiente forma

$$\bar{e}_{ap} = \sup_{k \geq k_0} \|e_{ap}(k+1)\|$$

3.9.1 Análisis para el Error de Estimación

La dinámica del error de estimación está dada por

$$\begin{aligned} e_{es}(k+1) &= A_r z(k) + \tau B \{ \alpha(z(k)) + \beta(z(k)) u(k) \} + \tau \Delta_\theta^{-1} K [y_{ex}(k) - \hat{y}(k)] \\ &\quad - \{ A_r x_{ex}(k) + \tau B \{ \alpha(x_{ex}(k)) + \beta(x_{ex}(k)) u(k) \} + \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \} \\ &= A_r [z(k) - x_{ex}(k)] + \tau B \{ \alpha(z(k)) - \alpha(x_{ex}(k)) + [\beta(z(k)) - \beta(x_{ex}(k))] u(k) \} \\ &\quad + \tau \Delta_\theta^{-1} K C [x_{ex}(k) - z(k)] - \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \\ &= \{ A_r - \tau \Delta_\theta^{-1} K C \} e_{es}(k) + \tau B \{ \alpha(z(k)) - \alpha(x_{ex}(k)) \\ &\quad + [\beta(z(k)) - \beta(x_{ex}(k))] u(k) \} - \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \end{aligned}$$

note de hecho, que los términos de orden superior están dados por el error de aproximación

$$\begin{aligned} e_{ap}(k+1) &= A_r x_{ex}(k) + \tau B \{ \alpha(x_{ex}(k)) + \beta(x_{ex}(k)) u(k) \} + \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \\ &\quad - \{ A_r x_{ex}(k) + \tau B \{ \alpha(x_{ex}(k)) + \beta(x_{ex}(k)) u(k) \} \} \\ &= \mathcal{O}(x_{ex}(k)) \end{aligned} \tag{3.46}$$

entonces, la dinámica del error de estimación resulta ser de la forma

$$e_{es}(k+1) = \{ A_r - \tau \Delta_\theta^{-1} K C \} e_{es}(k) + \tau B \Psi_o(e_{es}(k), u(k)) - e_{ap}(k+1)$$

donde $\Psi_o(e_{es}(k), u(k)) = \alpha(z(k)) - \alpha(x_{ex}(k)) + [\beta(z(k)) - \beta(x_{ex}(k))] u(k)$

Ahora, definiendo el siguiente cambio de variable

$$\bar{e}_{es}(k) = \Delta_\theta e_{es}(k) \tag{3.47}$$

se tiene

$$\begin{aligned} \bar{e}_{es}(k+1) &= \Delta_\theta e_{es}(k+1) \\ &= \Delta_\theta [\{ A_r - \tau \Delta_\theta^{-1} K C \} \Delta_\theta^{-1} \bar{e}_{es}(k) + \tau B \Psi_o(\Delta_\theta^{-1} \bar{e}_{es}(k), u(k)) - e_{ap}(k+1)] \\ &= \Delta_\theta A_r \Delta_\theta^{-1} \bar{e}_{es}(k) - \tau K C \Delta_\theta^{-1} \bar{e}_{es}(k) + \tau \Delta_\theta B \Psi_o(\Delta_\theta^{-1} \bar{e}_{es}(k), u(k)) \\ &\quad - \Delta_\theta e_{ap}(k+1) \end{aligned}$$

⁹Observe que en realidad el término $e_{ap}(k+1)$ es una secuencia (véase (3.46))