

Sin embargo, del resultado obtenido en (3.19) podemos reducir la expresión anterior

$$\begin{aligned}
 \Delta(V(\bar{e}_{es}(k))) &\leq -\gamma_o \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \left\| \frac{\tau}{\theta^n} h_1 + h_2 \right\|_{P_o} + \left\| \frac{\tau}{\theta^n} h_1 + h_2 \right\|_{P_o}^2 \\
 &\leq -\gamma_o \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \left\| \frac{\tau}{\theta^n} h_1 \right\|_{P_o} + 2\|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \|h_2\|_{P_o} \\
 &\quad + \left\| \frac{\tau}{\theta^n} h_1 \right\|_{P_o}^2 + 2 \left\| \frac{\tau}{\theta^n} h_1 \right\|_{P_o} \|h_2\|_{P_o} + \|h_2\|_{P_o}^2 \\
 &= -\gamma_o \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\frac{\tau}{\theta^n} \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \|h_1\|_{P_o} + 2\|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \|h_2\|_{P_o} \\
 &\quad + \frac{\tau^2}{\theta^{2n}} \|h_1\|_{P_o}^2 + 2\frac{\tau}{\theta^n} \|h_1\|_{P_o} \|h_2\|_{P_o} + \|h_2\|_{P_o}^2
 \end{aligned}$$

Por otro lado, de (3.48), resulta (para h_1 véase (3.18) y para h_2 ver hipótesis 3.5)

$$\begin{aligned}
 \|h_1\|_{P_o} &= \|B\Psi_o(\Delta_\theta^{-1}\bar{e}_{es}(k), u(k))\|_{P_o} \leq b_1\theta^n \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \\
 \|h_2\|_{P_o} &= \|-\Delta_\theta e_{ap}(k+1)\|_{P_o} \leq \frac{1}{\theta} \|e_{ap}(k+1)\|_{P_o} \leq \frac{1}{\theta} b_3 \bar{e}_{ap} \leq b_3 \bar{e}_{ap}
 \end{aligned}$$

donde b_3 es una constante positiva

Lo anterior nos lleva a

$$\begin{aligned}
 \Delta(V(\bar{e}_{es}(k))) &\leq -\gamma_o \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\frac{\tau}{\theta^n} \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} b_1 \theta^n \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} + 2\|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} b_3 \bar{e}_{ap} \\
 &\quad + \frac{\tau^2}{\theta^{2n}} b_1^2 \theta^{2n} \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\frac{\tau}{\theta^n} b_1 \theta^n \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} b_3 \bar{e}_{ap} + b_3^2 \bar{e}_{ap}^2 \\
 &= -\gamma_o \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\tau b_1 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2b_3 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \bar{e}_{ap} \\
 &\quad + \tau^2 b_1^2 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\tau b_1 b_3 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \bar{e}_{ap} + b_3^2 \bar{e}_{ap}^2
 \end{aligned}$$

Pero recordando la definición para γ_o (3.14), se tiene

$$\begin{aligned}
 \Delta(V(\bar{e}_{es}(k))) &\leq -\tau\theta \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\tau b_1 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2b_3 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \bar{e}_{ap} \\
 &\quad + \tau^2 b_1^2 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + 2\tau b_1 b_3 \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \bar{e}_{ap} + b_3^2 \bar{e}_{ap}^2 \\
 &= -\tau (\theta - 2b_1 - \tau b_1^2) \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 + (2b_3 + 2\tau b_1 b_3) \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} \bar{e}_{ap} \\
 &\quad + b_3^2 \bar{e}_{ap}^2
 \end{aligned}$$

y recordando además que $V(\bar{e}_{es}(k)) = \bar{e}_{es}^T(k) P_o \bar{e}_{es}(k)$ (3.49), entonces

$$V(\bar{e}_{es}(k)) = \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o}^2 \Rightarrow \|\bar{e}_{es}(k)\|_{P_o} = \sqrt{V(\bar{e}_{es}(k))}$$

de tal manera que

$$\Delta(V(\bar{e}_{es}(k))) \leq -\tau b_4 V(\bar{e}_{es}(k)) + \gamma_1 \sqrt{V(\bar{e}_{es}(k))} \bar{e}_{ap} + \gamma_2 \bar{e}_{ap}^2$$