donde $b_4 = \theta - 2b_1 - \tau b_1^2, \gamma_1 = 2b_3 + 2\tau b_1 b_3$ y $\gamma_2 = b_3^2$, resulta

$$\begin{aligned} V(\overline{e}_{es}(k+1)) - V(\overline{e}_{es}(k)) &\leq -\tau b_4 V(\overline{e}_{es}(k)) + \gamma_1\sqrt{V(\overline{e}_{es}(k))}\overline{e}_{ap} + \gamma_2\overline{e}_{ap}^2 \\ V(\overline{e}_{es}(k+1)) &\leq (1-\tau b_4)V(\overline{e}_{es}(k)) + \gamma_1\sqrt{V(\overline{e}_{es}(k))}\overline{e}_{ap} + \gamma_2\overline{e}_{ap}^2 \end{aligned}$$

para esta última ecuación considere que existe $r > 0$ tal que

$$\begin{aligned} 0 &< \frac{\gamma_1}{r} + \frac{\gamma_2}{r^2} < 1 - (1-\tau b_4) \\ 0 &< \underbrace{\frac{\gamma_1}{r} + \frac{\gamma_2}{r^2} + (1-\tau b_4)}_{\zeta} < 1 \end{aligned}$$

además, si $V(\overline{e}_{es}(k)) > r^2\overline{e}_{ap}^2$, entonces

$$\begin{aligned} V(\overline{e}_{es}(k+1)) &\leq (1-\tau b_4)V(\overline{e}_{es}(k)) + \gamma_1\sqrt{V(\overline{e}_{es}(k))}\frac{\sqrt{V(\overline{e}_{es}(k))}}{r} + \gamma_2\frac{V(\overline{e}_{es}(k))}{r^2} \\ &\leq (1-\tau b_4)V(\overline{e}_{es}(k)) + \frac{\gamma_1}{r}V(\overline{e}_{es}(k)) + \frac{\gamma_2}{r^2}V(\overline{e}_{es}(k)) \\ &\leq \left(1 - \tau b_4 + \frac{\gamma_1}{r} + \frac{\gamma_2}{r^2}\right)V(\overline{e}_{es}(k)) \\ &\leq \zeta V(\overline{e}_{es}(k)) \end{aligned}$$

□

De lo que concluimos que el error de estimación (3.45) es acotado. Es decir, podemos esperar convergencia del observador propuesto en este capítulo (3.9), no solo para un sistema no lineal discretizado vía Euler, si no también, para los obtenidos mediante una discretización de orden superior o una discretización exacta.