de parámetros, el observador adaptable propuesto está dado de la siguiente manera (S_θ corresponde a Γ^{-1} en (4.4))

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= A(u,y)\hat{x} + \varphi(u,y) + \Phi(u,y)\hat{\theta} + \left\{\Lambda S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \right. \\
&\quad \left. + S_x^{-1}C^T\Sigma\right\}(y - C\hat{x}) && (4.11)\\
\dot{\hat{\theta}} &= S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \Sigma\,(y - C\hat{x}) && (4.12)\\
\dot{\Lambda} &= \left\{A(u,y) - S_x^{-1}C^T\Sigma C\right\}\Lambda + \Phi(u,y) && (4.13)\\
\dot{S}_x &= -\rho_x S_x - A(u,y)^T S_x - S_x A(u,y) + C^T\Sigma C, \qquad S_x(0) > 0 && (4.14)\\
\dot{S}_\theta &= -\rho_\theta S_\theta + \Lambda^T C^T \Sigma C \Lambda, \qquad S_\theta(0) > 0 && (4.15)
\end{aligned}$$

donde ρ_x, ρ_θ y son constantes positivas suficientemente grandes (y Σ como (4.2)).

Prueba

Con los errores para el vector de estado y de parámetros definidos de la siguiente manera $e_x := \hat{x} - x$ y $\epsilon_\theta := \hat{\theta} - \theta$, la dinámica para el error de estado está dada por

$$\begin{aligned}
\dot{e}_x &= A(u,y)\hat{x} + \varphi(u,y) + \Phi(u,y)\hat{\theta} + \left\{\Lambda S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T + S_x^{-1}C^T\right\}\Sigma\,(y - C\hat{x}) \\
&\quad -A(u,y)x - \varphi(u,y) - \Phi(u,y)\theta \\
&= A(u,y)\left\{\hat{x} - x\right\} + \Phi(u,y)\left\{\hat{\theta} - \theta\right\} + \left\{\Lambda S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T + S_x^{-1}C^T\right\}\Sigma C\,(x - \hat{x}) \\
&= \left[A(u,y) - \left\{\Lambda S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T + S_x^{-1}C^T\right\}\Sigma C\right] e_x + \Phi(u,y)\epsilon_\theta
\end{aligned}$$

para el error en la estimación de parámetros

$$\begin{aligned}
\dot{\epsilon}_\theta &= \dot{\hat{\theta}} - \dot{\theta} \\
&= S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \Sigma\,(y - C\hat{x}) - 0 \\
&= -S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \Sigma C e_x
\end{aligned}$$

siguiendo la misma idea de [55], la transformación siguiente

$$\epsilon_x = e_x - \Lambda\epsilon_\theta \tag{4.16}$$

nos lleva a

$$\begin{aligned}
\dot{\epsilon}_x &= \dot{e}_x - \dot{\Lambda}\epsilon_\theta - \Lambda\dot{\epsilon}_\theta \\
&= \left[A(u,y) - \left\{\Lambda S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T + S_x^{-1}C^T\right\}\Sigma C\right] e_x + \Phi(u,y)\epsilon_\theta \\
&\quad - \left(\left\{A(u,y) - S_x^{-1}C^T\Sigma C\right\}\Lambda + \Phi(u,y)\right)\epsilon_\theta - \Lambda\left(-S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \Sigma C e_x\right) \\
&= A(u,y)e_x - S_x^{-1}C^T\Sigma C e_x - A(u,y)\Lambda\epsilon_\theta + S_x^{-1}C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta \\
&= \left[A(u,y) - S_x^{-1}C^T\Sigma C\right]\epsilon_x && (4.17)
\end{aligned}$$