la dinámica de ϵ_θ en términos del cambio de variable antes definido es

$$\dot{\epsilon}_\theta = -S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T \Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) \tag{4.18}$$

Ahora, bajo la condición de excitación persistente antes considerada (4.6), con S_x y S_θ matrices definidas positivas [5], seleccionamos la siguiente función de Lyapunov

$$V(\epsilon_x, \epsilon_\theta) = \epsilon_x^T S_x \epsilon_x + \epsilon_\theta^T S_\theta \epsilon_\theta$$

Entonces, la derivada de V está dada por

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\epsilon_x, \epsilon_\theta) &= \left[\left(A(u,y) - S_x^{-1}C^T\Sigma C\right)\epsilon_x\right]^T S_x\epsilon_x + \epsilon_x^T[-\rho_x S_x - A(u,y)^T S_x - S_x A(u,y) \\
&\quad + C^T\Sigma C]\epsilon_x + \epsilon_x^T S_x\left[\left(A(u,y) - S_x^{-1}C^T\Sigma C\right)\epsilon_x\right] + \left[-S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right)\right]^T \\
&\quad S_\theta\epsilon_\theta + \epsilon_\theta^T\left[-\rho_\theta S_\theta + \Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda\right]\epsilon_\theta + \epsilon_\theta^T S_\theta\left[-S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right)\right] \\
&= \epsilon_x^T A(u,y)^T S_x\epsilon_x - \epsilon_x^T C^T\Sigma C S_x^{-1} S_x\epsilon_x - \rho_x\epsilon_x^T S_x\epsilon_x - \epsilon_x^T A(u,y)^T S_x\epsilon_x \\
&\quad - \epsilon_x^T S_x A(u,y)\epsilon_x + \epsilon_x^T C^T\Sigma C\epsilon_x + \epsilon_x^T S_x A(u,y)\epsilon_x - \epsilon_x^T S_x S_x^{-1} C^T\Sigma C\epsilon_x \\
&\quad - \epsilon_x^T C^T\Sigma C\Lambda S_\theta^{-1} S_\theta\epsilon_\theta - \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda S_\theta^{-1} S_\theta\epsilon_\theta - \rho_\theta\epsilon_\theta^T S_\theta\epsilon_\theta \\
&\quad + \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta - \epsilon_\theta^T S_\theta S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T\Sigma C\epsilon_x - \epsilon_\theta^T S_\theta S_\theta^{-1}\Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta \\
&= -\rho_x\epsilon_x^T S_x\epsilon_x - \epsilon_x^T C^T\Sigma C\epsilon_x - \epsilon_x^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta - \rho_\theta\epsilon_\theta^T S_\theta\epsilon_\theta \\
&\quad - \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\epsilon_x - \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta
\end{aligned}$$

además, de la transformación (4.16) se tiene

$$\begin{aligned}
-\epsilon_x^T C^T\Sigma C\epsilon_x - \epsilon_x^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta &= -\epsilon_x^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) \\
-\epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\epsilon_x - \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\Lambda\epsilon_\theta &= -\epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right)
\end{aligned}$$

lo que nos lleva a

$$\begin{aligned}
-\epsilon_x^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) - \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) &= -\left(\epsilon_x^T C^T\Sigma C + \epsilon_\theta^T\Lambda^T C^T\Sigma C\right)\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) \\
&= -\left(\epsilon_x^T + \epsilon_\theta^T\Lambda^T\right) C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) \\
&= -\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right)^T C^T\Sigma C\left(\epsilon_x + \Lambda\epsilon_\theta\right) \\
&\leq 0
\end{aligned}$$

así, para la dinámica de la función de Lyapunov se sigue que

$$\dot{V}(\epsilon_x, \epsilon_\theta) \leq -\rho_x\epsilon_x^T S_x\epsilon_x - \rho_\theta\epsilon_\theta^T S_\theta\epsilon_\theta$$