Finalmente resulta

$$\dot{V}(\epsilon_x, \epsilon_\theta) \leq -\rho V(\epsilon_x, \epsilon_\theta) \qquad \text{para } \rho = \min(\rho_x, \rho_\theta) \tag{4.19}$$

lo cual implica la estabilidad exponencial del error de estimación.

□

4.3.1 Discusión del Observador Extendido

En vista de la forma considerada para el sistema (4.10), es claro que el vector de estado extendido, considerando ahora el vector de parámetros contantes θ, adquiere la forma $X := \begin{pmatrix} x & \theta \end{pmatrix}^T$, y como se observa a continuación, la estructura afín en el estado se preserva

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \begin{pmatrix} A(u,y) & \Phi(u,y) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} \varphi(u,y) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= F(u,y)X + G(u,y) \\ y &= \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} X = HX \end{aligned} \tag{4.20}$$

Obviamente, si la condición (4.6) se satisface también para el sistema extendido, entonces podemos diseñar un observador de la forma (4.7) para X,

Por lo tanto, nos concentramos en mostrar que el observador (4.11)-(4.15) se comporta como el observador (4.7) para el sistema (4.20).

Lema 4.1 *El diseño del observador adaptable (4.11)-(4.15) para el sistema (4.10) coincide con el observador (4.7) para el sistema (4.20) con $\rho_x = \rho_\theta$.*

Prueba

Sea S la solución de la ecuación de Riccati (4.8) para el sistema extendido (4.20), dada por la siguiente forma $\begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{pmatrix}$ correspondiente al vector extendido X, donde las matrices cuentan con las dimensiones apropiadas (digamos S_1 tiene la misma dimensión de A).