A continuación, mostramos que las matrices S_x, S_θ y Λ correspondientes a (4.13)-(4.15) están relacionadas con la matriz S de la siguiente forma

$$\begin{aligned} S_x &= S_1 \\ S_\theta &= S_3 - S_2^T S_1^{-1} S_2 \\ \Lambda &= -S_1^{-1} S_2 \end{aligned} \tag{4.21}$$

De (4.8) y (4.20), se tiene

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\rho \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A(u,y) & \Phi(u,y) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{pmatrix} \\ &\quad - \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ S_2^T & S_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A(u,y) & \Phi(u,y) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix}^T \Sigma \begin{pmatrix} C & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

es decir

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\begin{pmatrix} \rho S_1 & \rho S_2 \\ \rho S_2^T & \rho S_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A(u,y)^T S_1 & A(u,y)^T S_2 \\ \Phi(u,y)^T S_1 & \Phi(u,y)^T S_2 \end{pmatrix} \\ &\quad - \begin{pmatrix} S_1 A(u,y) & S_1 \Phi(u,y) \\ S_2^T A(u,y) & S_2^T \Phi(u,y) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C^T \Sigma C & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\rho S_1 - A(u,y)^T S_1 - S_1 A(u,y) + C^T \Sigma C & -\rho S_2 - A(u,y)^T S_2 - S_1 \Phi(u,y) \\ -\rho S_2^T - \Phi(u,y)^T S_1 - S_2^T A(u,y) & -\rho S_3 - \Phi(u,y)^T S_2 - S_2^T \Phi(u,y) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.22}$$

por lo tanto

$$\dot{S}_1 = -\rho S_1 - A(u,y)^T S_1 - S_1 A(u,y) + C^T \Sigma C \tag{4.23}$$

$$\dot{S}_2 = -\rho S_2 - A(u,y)^T S_2 - S_1 \Phi(u,y) \tag{4.24}$$

$$\dot{S}_3 = -\rho S_3 - \Phi(u,y)^T S_2 - S_2^T \Phi(u,y) \tag{4.25}$$

claramente de (4.23), S_1 satisface la ecuación (4.8) si $S_1 = S_x$ (cuando $\rho_x = \rho$).