B.3 Resultados Aplicados al Análisis de Estabilidad para Sistemas Discretos

Declaración B.1 [14] *Sea $A_c = I + \gamma_c(A - BF)$, donde las matrices A y B tienen la estructura dada por la forma canonica controlable de Brunovsky y F y C_n^p son definidas como en (3.4). Entonces, para todo $\gamma_c \in (0,1)$, la única matriz simétrica definida positiva P_c que satisface la siguiente ecuación matricial algebraica*

$$A_c^T P_c A_c - P_c = -\gamma_c P_c - \gamma_c(1-\gamma_c)^n F^T F \tag{B.5}$$

está dada por $P_c = N^T N$, donde $N = \Lambda_c E_c$, $\Lambda_c = \textbf{diag}\left(1, (1-\gamma_c)^{\frac{1}{2}}, \cdots, (1-\gamma_c)^{\frac{n-1}{2}}\right)$, además si i y j denotan las filas y las columnas de E_c respectivamente, los elementos de E_c son $E_c(i,j) = C_{n-i}^{j-i}$ para $j \geq i$ y $E_c(i,j) = 0$ en caso contrario.

Declaración B.2 [14] *Sea $A_o = I + \gamma_o(A - KC)$, donde las matrices A y C tienen la estructura dada por la forma canonica controlable de Brunovsky y K y C_n^p son definidas como en (3.10). Entonces, para todo $\gamma_o \in (0,1)$, la única matriz simétrica definida positiva P_o que satisface la siguiente ecuación matricial algebraica*

$$A_o^T P_o A_o - P_o = -\gamma_o P_o - \gamma_o(1-\gamma_o)^n C^T C \tag{B.6}$$

está dada por $P_o = M^T M$, donde $M = \Lambda_o E_o$, $\Lambda_o = \textbf{diag}\left(1, (1-\gamma_o)^{\frac{1}{2}}, \cdots, (1-\gamma_o)^{\frac{n-1}{2}}\right)$, además si i y j denotan las filas y las columnas de E_c respectivamente, los elementos de E_o son $E_o(i,j) = (-1)^{i+j} C_{n-i}^{j-i}$ para $j \geq i$ y $E_o(i,j) = 0$ en caso contrario. [3]

Lema B.1 [30] *Si para un sistema $\xi(k+1) = F_\tau(k, \xi(k))$ existe un $p > 0$ (entero) $, \tau_{\max} > 0, \nu > 0$ y $c_\tau > 0$ proporcional a $\tau^{-1/p}$ tal que para todo $k \geq k_0$, toda $\xi(k_0) = \xi_0$ y todo $\tau \in (0, \tau_{\max})$*

$$\begin{aligned} \max \|\xi(k)\| &\leq \nu \|\xi_0\| \\ \left(\sum_{k=k_0}^{\infty} \|\xi(k)\|^p\right)^{1/p} &\leq c_\tau \|\xi_0\| \end{aligned} \tag{B.7}$$

entonces, existen κ y $\lambda_\tau > 0$ proporcional a τ tal que (3.2) se cumple para todo ξ_0.

[3] Para un análisis más detallado de ambas declaraciones véase [14]