

# CAPITULO 1

## INTRODUCCION

El desarrollo de la tecnología va a pasos agigantados y el estudio de problemas asociados con ésta requiere frecuentemente de nuevas técnicas de análisis. A veces las técnicas provienen de principios ya conocidos, que originalmente tenían poca utilidad por falta de equipos modernos, como por ejemplo la computadora digital.

El estudio de los termoformados es un caso donde los avances han sido notorios. El movimiento de un flujo de metal real se describe por medio de un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales. Aún para el problema más sencillo, de un flujo uniforme, las soluciones analíticas tienen que basarse en alguna aproximación y por eso son de uso limitado.

En situaciones de interés práctico, la presencia de geometrías irregulares sólidas complica aún más la predicción del comportamiento del flujo del metal, es por ello que el análisis teórico debe complementarse, cuando sea posible, con experimentos o métodos numéricos. Este trabajo se enfoca al área de la aplicación para la solución de problemas de termoformado, como es la forja, considerada en la actualidad uno de los géneros más importantes en el trabajado de metal.

En el presente proyecto, se presenta el proceso de forja de conexiones T a tramos de tubos sin costura de acero para formar el tercer ramal de la T, sometiendo la pieza a alta temperatura y a presión con una prensa automática Figura 6.15.

En términos generales, el método de elementos finitos, es un medio para obtener una aproximación a la solución de un problema que requiere integración de un sistema de ecuaciones diferenciales, provisto de ciertas condiciones que definen completamente el problema y de ahí su solución. En el más sencillo de los casos, la ecuación diferencial es ordinaria y lineal; pero puede contener derivadas de orden arbitrario y condiciones de frontera dadas, que involucren combinaciones arbitrarias de la función buscada y sus derivadas.

En el proceso de formado industrial, el principal objetivo es producir las formas y propiedades mecánicas, de la manera más económica posible, para alcanzar esto, es que se usan las técnicas de simulación por computadora para estudiar el comportamiento del material durante el proceso de formado. La modelación por computadora da un enfoque de prueba y error numérico, el cual conduce a mejorar los productos con buena calidad y con ciclos de diseños más rápidos.

El objetivo de este trabajo es presentar como alternativa el uso de la técnica del método de elementos finitos para resolver problemas de termoformado. En este caso, se estudia el proceso de formado de la conexión T de acero de bajo carbono, para obtener un modelo por elementos finitos y poder analizar y predecir la variación de esfuerzos a los que se ve sometida la conexión T al ser deformada.

La modelación con elementos finitos se realiza utilizando los paquetes comerciales ABAQUS y ANSYS, complementando con los datos experimentales obtenidos en el laboratorio y en la planta.

# CAPITULO 2

## MÉTODOS NUMÉRICOS

Frecuentemente las técnicas computarizadas permiten la simulación numérica de un proceso de deformación y la predicción aproximada de la deformación, rapidez de deformación y distribución de temperatura y esfuerzos en el material deformado, así como la temperatura en las herramientas. Para obtener estas predicciones, es necesario conocer:

- a) El flujo de metal
- b) Las propiedades de los materiales de la pieza de trabajo y la herramienta
- c) El valor de la fricción en la interfase pieza de trabajo-herramienta
- d) El esfuerzo de flujo del material a deformar como una función de la deformación, velocidad de deformación y temperatura.

### 2.1 METODOS EXISTENTES

En la actualidad existen modelos matemáticos que describen el comportamiento del flujo de metal y tienen una estrecha relación con problemas prácticos. Sin embargo, hay una gran cantidad de problemas específicos en la dinámica del flujo que no han sido resueltos, debido a las dificultades encontradas en la mayoría de los métodos analíticos y numéricos convencionales. Estas dificultades son ocasionadas principalmente por la no linealidad de las ecuaciones involucradas, producida al escoger una descripción

Euleriana de los procesos y también, por lo difícil que es introducir las condiciones de frontera, cuando los cuerpos tienen una geometría un tanto irregular.

El método que ha sido usado para resolver estas dificultades y que además es bien conocido, es el "Método de Diferencias Finitas" (Richtmyer y Morton, 1967, Roache, 1972 ), en el cual las derivadas parciales de las ecuaciones que gobiernan el fenómeno, son remplazada por cocientes de diferencias finitas. Una de las desventajas de este método es que se aplica fácilmente sólo a problemas en que el dominio sea de una forma más o menos regular, sin embargo, se han resuelto una variedad de problemas teóricos y práctico por medio de él<sup>(1)</sup>.

Otro método numérico es el de partículas de celda (Evans y Harlow, 1957), en el cual se construye un sistema de celdas de tal manera, que se puede definir la posición de las partículas en términos de estas celdas, cada una de ellas está definida por un conjunto de variables, que describen las componentes de velocidad, energía interna, densidad y presión de la celda. Este método tiene un uso limitado dadas sus características.

Entre los últimos métodos que se han desarrollado para la solución de problemas, está el método de pánel (Hess, 1975), el cual consiste en cubrir la superficie de la frontera sólida por un número infinito de pequeñas áreas, llamadas pánels.

En años recientes ha tenido una gran popularidad el Método de Elementos Finitos en las áreas de termoformado, debido a su gran flexibilidad. Está íntimamente relacionado con los métodos variacionales y los métodos de residuos ponderados (Finlayson, 1972). Los residuos ponderados pueden tener la forma de los métodos de Galerkin, mínimos cuadrados y colocación. El método de residuos ponderado utiliza el concepto de la proyección ortogonal de un residuo de una ecuación diferencial, sobre un subespacio formado por ciertas funciones de peso. En el método de elementos finitos se

pueden usar tanto los principios variacionales, cuando existen, como los residuos ponderados a través de aproximaciones.

En las aplicaciones del método de elementos finitos, generalmente el método de Galerkin es considerado la herramienta más conveniente en la formulación de los modelos de elementos finitos, ya que no requiere principios variacionales.

Normalmente el método de mínimos cuadrados requiere funciones de interpolación de alto orden, aunque el comportamiento físico pueda ser descrito por ecuaciones lineales de bajo orden.

## **2.2 UTILIDAD DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS**

Al tratar de resolver una ecuación diferencial lineal que describe el comportamiento de cierto fenómeno, uno de los principales problemas que se presentan es cómo introducir las condiciones de frontera, sobre todo si el cuerpo con el que se está trabajando tiene una configuración irregular. La mayoría de las ecuaciones diferenciales lineales, tienen solución para algunos problemas específicos, en los que las fronteras presentan alguna simetría, pero en la realidad, los cuerpos pueden tener configuraciones bastante irregulares.

Con métodos analíticos es prácticamente imposible resolver este tipo de problemas en general y los demás métodos numéricos exigen una configuración más o menos regular. Aquí está una de las principales ventajas del método de elementos finitos, ya que la superficie del cuerpo se puede conformar a través de pequeñas regiones y se pueden colocar tantas como sea necesario para lograr un perfil aproximado del cuerpo.

Además, el valor de la condición de frontera puede ser diferente entre una y otra región adyacente, con lo que se puede atacar una variedad de problemas reales.

Otra ventaja del método, es que al aplicar la formulación de elementos finitos a la ecuación diferencial, quedan separadas automáticamente las condiciones de frontera (de Dirichlet y de Neumann), algo que es muy útil .

En el caso de problemas modelados por medio de ecuaciones diferenciales no lineales, el método de elementos finitos es útil para resolverlos, ya que se puede combinar este método con algún método iterativo, a fin de encontrar la solución.

Por lo anteriormente expuesto, el método de elementos finitos tiene una utilidad en la solución de problemas de muchas ramas en las que intervengan ecuaciones diferenciales. Sin embargo, cuando un problema es difícil, lo sigue siendo, no importa el método que se utilice para resolverlo; lo único, es que el método de elementos finitos da la posibilidad de resolverlo.

### **2.3 RESUMEN HISTORICO**

Las limitaciones tan restringidas en el análisis que aparecían en innumerables problemas de ingeniería, originó el principio de los métodos numéricos, el cual presenta dos etapas de desarrollo. Antes de la época de las computadoras, donde representa un importante papel el Profr. Southwell del Colegio Imperial de Inglaterra<sup>(1)</sup>, desarrollando y aplicando los métodos numéricos de relajación y diferencias finitas, superando las limitaciones restringidas de los métodos analíticos de solución. Durante la era de las computadoras digitales el método de análisis por elementos finitos obtiene gran popularidad, puesto que en este procedimiento como resultado de la discretización del

medio por analizar, se obtienen grandes sistemas de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas, la solución de los cuales actualmente no representa ningún problema.

El primer trabajo referente al método se debe a Hrenikoff publicado en 1941 y el segundo a McHenry publicado en 1943 en ambos trabajos se verifican soluciones de problemas de elasticidad bidimensional en estado plano de esfuerzos, discretizando el medio y buscando la analogía con la solución estructural.

En 1949<sup>(2)</sup> Newmark, en su libro de Métodos Numéricos, presenta los métodos de Hrenikoff y McHenry. Sin embargo, el crédito de aplicarlo a medios continuos es de Turner, Clough, Martin y Topp, y no es sino hasta 1960 con Clough, que nace por primera vez el nombre de "Elemento Finito", derivando más correctamente las propiedades básicas del elemento triangular y el rectangular. El hecho de que en el mismo tiempo la computadora comienza a ser una herramienta muy efectiva, conduce rápidamente a la solución numérica de problemas elásticos lineales complejos, en los cuales una solución analítica no era posible. Los estudios continuaron con Argyris (1963), además de otros. La aplicación del método de elementos a problemas no estructurales, fue iniciado por Zienkiewicz y Cheung (1965) y por último, Oden (1972) ha contribuido en las aplicaciones a diferentes clases de problemas en la mecánica no lineal.

El concepto clásico del método variacional de Rayleigh-Ritz (1909) y los métodos de residuos ponderados, modelados después del método de Galerkin (1965) han dado un impulso significativo a la teoría de elementos finitos, ya que existe una relación importante entre ellos. Varios autores han contribuido al desarrollo de la teoría matemática de elementos finitos en años recientes; algunos de ellos son Babuska y Aziz (1972), Ciarlet y Raviart (1972), Aubin (1972), Strong y Fix (1973) y Oden y Reddy

(1976), todos ellos influenciados grandemente por los trabajos de Lions y Magenes (1968).

En los años recientes el método de elemento finito ha sido aplicado al estudio de problemas elasto-plástico implicando grandes deformaciones. Una formulación apropiada de las ecuaciones de elemento finito básicas fue desarrollada por McMeeking y Rice quien utilizó el principio variacional de Hill y obtuvo resultados que son válidos para grandes deformaciones plásticas.

Aunque originalmente el Método de Elementos Finitos ha sido empleado en la resolución de problemas de cálculo de estructura, se ha ido extendiendo su aplicación a otros ámbitos caracterizados por la posibilidad de ser modelizados matemáticamente.



# CAPITULO 3

## MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de elementos finitos es un procedimiento de aproximación para la solución de ecuaciones diferenciales con condiciones de frontera y condiciones iniciales, del tipo que se presentan en problemas de ingeniería, física y matemáticas. El procedimiento básicamente incluye la división del dominio en muchas pequeñas regiones, llamadas “elementos”, convenientemente distribuidas, los cuales pueden ser de forma triangular, cuadrilátera, hexaédrico, tetraédrico<sup>(3)</sup> como los más comunes, y se usa una interpolación para describir el comportamiento de estos subdominios. Un número satisfactorio de puntos, llamados “nodos”, se especifican en cada elemento y a cada uno de ellos le corresponde un valor de la variable o las variables de la ecuación diferencial, que se obtiene interpolando dentro de cada elemento. El uso del principio variacional o del método de residuos ponderados permite transformar a las ecuaciones diferenciales que gobiernan el dominio, en ecuaciones de elementos finitos, que gobiernan aisladamente a cada uno de los elementos y en general son ecuaciones algebraicas. Estas ecuaciones son convenientemente ensambladas para formar un sistema global, en el cual se pueden introducir las condiciones de frontera y las condiciones iniciales, según se requiera. Por último, los valores de la variable en los nodos, son determinados de la solución del sistema de ecuaciones algebraicas.

### 3.1 METODO VARIACIONAL

Al modelar algún fenómeno físico por medio del cálculo diferencial, frecuentemente se llega a una ecuación integral, en la que únicamente interesan los valores máximos o mínimos. El problema concerniente a la determinación de valores extremos de las integrales, en las cuales los integrandos contienen funciones desconocidas, lleva al cálculo variacional.

Para ejemplificar esto, se tomará el problema de encontrar una función  $\hat{y} = \hat{y}(\hat{x})$ , conociendo  $\hat{y}(\hat{x}_0)$  y  $\hat{y}(\hat{x}_1)$ , de tal manera que la integral

$$I = \int_{\hat{x}_0}^{\hat{x}_1} F(\hat{x}, \hat{y}, \hat{y}') d\hat{x} \quad 3.1$$

sea mínima. Aquí la prima indica derivada asociada a un sistema de referencia cartesiano  $(\hat{x}, \hat{y})$ .

Se supone que  $F(\hat{x}, \hat{y}, \hat{y}')$  es una función, que tiene derivadas parciales de segundo orden y continuas con respecto a sus argumentos, la minimización de  $I$  conduce a la ecuación de Euler-Lagrange<sup>(4)</sup> de la forma

$$\frac{\partial F}{\partial \hat{y}} - \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{x} \partial \hat{y}'} - \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y}' \partial \hat{y}'} \hat{y}'' - \frac{\partial^2 F}{\partial \hat{y}'^2} \hat{y}''' = 0 \quad 3.2$$

donde  $F = F(\hat{x}, \hat{y}, \hat{y}')$

Este procedimiento se puede generalizar para la integral

$$I = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx \quad 3.3$$

en la que su minimización corresponde a la ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\partial F}{\partial y'} \right\} + \frac{d^2}{dx^2} \left\{ \frac{\partial F}{\partial y''} \right\} - \dots (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} \frac{\partial F}{\partial y^{(n)}} = 0 \quad 3.4$$

La ecuación (3.3) es llamada "principio variacional" y F, el integrando del principio variacional es llamado "funcional".

La discusión anterior también puede ser generalizada a problemas en dos y tres dimensiones, por ejemplo, la minimización de la integral doble

$$I(\xi) = \iint_{\Omega} F(x, y, \xi, \frac{\partial \xi}{\partial x}, \frac{\partial \xi}{\partial y}) d\Omega \quad 3.5$$

donde  $\Omega$  es el dominio,  $\xi$  es una variable que puede ser velocidad, temperatura, etc. con los valores conocidos en la frontera, le corresponde una ecuación de la forma

$$\frac{\partial F}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial F}{\partial (\frac{\partial \xi}{\partial x})} \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\partial F}{\partial (\frac{\partial \xi}{\partial y})} \right\} = 0 \quad 3.6$$

El método variacional es uno de los métodos más poderosos en la solución de problemas de ingeniería. Casi siempre que se tiene una ecuación del tipo (3.6), se supone

que ésta es la minimización de un funcional, el cual se puede resolver por el método de Rayleigh-Ritz. No siempre es fácil encontrar el problema de minimización el cual corresponde a la ecuación diferencial bajo consideración. Sin embargo, para gran parte de los problemas de estructuras y mecánica de sólidos el funcional sí existe, es por ello que este método tiene popularidad en esas áreas.

### 3.2 METODO DE RAYLEIGH-RITZ

Teóricamente, cualquier medio continuo consiste en un número finito de puntos, a los cuales se pueden asociar diferentes variables, como son velocidad, esfuerzo, temperatura, etc. El método de Rayleigh-Ritz es un procedimiento de aproximación en el cual se reduce un sistema continuo a un sistema con número finito de puntos. Este método tiene una aplicación directa a los principio variacionales, como se muestra a continuación.

Considerese el problema de minimizar la integral

$$I(\hat{\xi}) = \iint_{\Omega} F(x, y, \hat{\xi}, \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial x}, \frac{\partial \hat{\xi}}{\partial y}) d\Omega \quad 3.7$$

con una condición de frontera  $\hat{\xi} = \hat{\xi}(\Gamma)$ , en la que  $\Gamma$  representa la frontera del dominio. Se puede suponer una solución de la forma

$$\hat{\xi} = \xi(\hat{x}, \hat{y}, C_1, C_2, \dots, C_n) \quad 3.8$$

de tal manera que ésta satisfaga las condiciones de frontera, para todos los valores de las constantes  $C_i$ . Sustituyendo (3.8) en (3.7) se tiene

$$I(\hat{\xi}) = I(C_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad 3.9$$

Ya que se busca el mínimo de esta función, las constantes  $C_i$  deben satisfacer la condición

$$\frac{\partial I}{\partial c_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad 3.10$$

Este es un sistema de ecuaciones algebraicas que puede resolverse para las constantes  $C_i$ . Una vez obtenidas las constantes, se sustituyen en (3.8) obteniendo la solución aproximada que se buscaba.

Una de las limitaciones de este método, es que es difícil en general, si no imposible, encontrar una función  $\xi$  que satisfaga las condiciones de frontera globales, para un dominio con geometrías complicadas.

### 3.3 METODO DE RESIDUOS PONDERADOS

La idea básica del método de residuos ponderados, es obtener una solución aproximada de la siguiente ecuación diferencial en un dominio

$$\Lambda \hat{\xi} + f = 0 \quad 3.11$$

donde  $\Lambda$  es un operador diferencial,  $\hat{\xi}$  es una variable como puede ser velocidad, esfuerzo, temperatura, etc. y  $f$  es una función conocida en el dominio. Además está sujeta a las condiciones de frontera en la frontera  $\Gamma$

$$\Lambda_k(\hat{\xi}) = f_k \quad 3.12$$

si se supone una aproximación de la forma:

$$\hat{\xi} \approx \xi = \sum_{i=1}^n C_i N_i \quad 3.13$$

donde las  $C_i$  son constantes y las  $N_i$  son funciones linealmente independientes que satisfacen las condiciones de frontera, llamadas funciones de base.

Ya que (3.13) es una aproximación de la ecuación  $\hat{\xi}$ , si se sustituye en (3.11) no la va a satisfacer exactamente, sin embargo, puede igualar a un cierto residuo  $\varepsilon$  que será el error que tengamos en la aproximación<sup>(5,6)</sup>

$$\Lambda \xi + f = \varepsilon \quad 3.14$$

Introduciendo las funciones de peso  $w_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) y construyendo el producto interno  $(\varepsilon, w_i)$  e igualando a cero se tiene

$$(\varepsilon, w_i) = 0 \quad 3.15$$

lo que es equivalente a decir que la proyección del residuo sobre el espacio de las funciones de peso es cero. Estas ecuaciones se utilizan para encontrar los valores de las  $C_i$ . La definición del producto interno que se utiliza es la siguiente

$$(U, V) = \int_{\Omega} UV d\Omega \quad 3.16$$

Hay varias maneras de escoger las funciones de peso  $w_i$  entre las que están:

- a) Método de Galerkin.- En este método las funciones de peso se hacen igual que las funciones de base, obteniéndose

$$(\varepsilon, N_i) = 0 \quad 3.17$$

- b) Método de mínimos cuadrados.- En este método se escogen las funciones de peso igual que el residuo y se minimiza el producto interno con respecto a cada una de las constantes  $C_i$  esto es

$$\frac{\partial}{\partial C_i}(\varepsilon, N_i) = 0 \quad 3.18$$

- c) Método de momentos.- Aquí se escogen las funciones de peso de un conjunto de funciones linealmente independientes como son  $1, x, x^2, x^3, \dots$ , para problemas unidimensionales, de tal manera que

$$(\varepsilon, \hat{x}_i) = 0 \quad (i = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad 3.19$$

- d) Método de colocación.- Se escoge un conjunto de  $n$  puntos  $\hat{x}_i$  en el dominio  $\Omega$  como puntos de colocación y la función de peso es

$$w_i = \delta(\hat{x} - \hat{x}_i) \quad 3.20$$

donde  $\delta$  es la función de Dirac. Aquí se obtiene

$$(\varepsilon, \delta(\hat{x} - \hat{x}_i)) = \varepsilon |_{\hat{x}_i} \quad 3.21$$

el error entonces es cero en  $n$  puntos de  $\Omega$

Los métodos de Galerkin y Mínimos Cuadrados se adaptan muy bien a las aplicaciones de elementos finitos en tanto que los métodos de momentos y colocación no se prestan tan directamente a éstas, ya que son más complicados.

### 3.4 METODO DE GALERKIN

Este método implica la proyección ortogonal del residuo  $\varepsilon$  sobre un espacio de funciones linealmente independientes  $N_i$ , lo que se efectúa por medio del producto interno (3.16). Esto es equivalente a decir que el residuo  $\varepsilon$  es ortogonal a todo el sistema de funciones  $N_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), para lo cual se necesita que  $\varepsilon$  sea considerado continuo. Ya que solamente se dispone de  $n$  constantes  $C_1, C_2, \dots, C_n$  sólo se puede satisfacer  $n$  condiciones de ortogonalidad.

Efectuando el proceso anterior para (3.11) se tiene

$$\int_{\Omega} \varepsilon N_i d\Omega = \int_{\Omega} [\Lambda(\sum_{j=1}^n C_j N_j) + f] N_i d\Omega = 0 \quad 3.22$$

donde  $\Omega$  es el dominio del elemento.

La ecuación anterior es un sistema de ecuaciones algebraicas, el cual se puede resolver para las constantes  $C_i$ . Ya que tanto  $C_i$  como las  $N_i$  son arbitrarias, se puede escoger  $C_i = \xi_i$  donde las  $\xi_i$  son valores de la variable en los puntos discretizados del dominio, por lo que la ec.(3.13) se convierte en

$$\hat{\xi} \approx \xi = \sum_{i=1}^n \xi_i N_i \quad 3.23$$

Utilizando esta aproximación en el proceso anterior se llega a:

$$\int_{\Omega} \varepsilon N_i d\Omega = \int_{\Omega} [\Lambda(\sum_{j=1}^n C_j N_j) + f] N_i d\Omega = 0 \quad 3.24$$



La solución aproximada se obtiene directamente al resolver este sistema de ecuaciones sin necesidad de calcular primero las constantes y luego sustituirlas para obtener el resultado.

Hay que hacer notar que para todos los problemas de ingeniería para los cuales existe un funcional, la integral de Galerkin (3.22) da un resultado idéntico al que se obtendría con el método de Rayleigh-Ritz, además los problemas en los que no existe un funcional, siempre es posible resolverlos con el método de Galerkin.

Una de las grandes preocupaciones que existen al utilizar un método numérico es la precisión que se obtendrá al usarlo, ya que hay una diversidad de factores que pueden alterar el resultado.

En el caso del método de elementos finitos, existe un error por principio, al hacer la aproximación de la función por una sumatoria de funciones evaluadas en determinados puntos, esto es, al hacer la aproximación en un espacio de dimensión infinita a otro de dimensión finita. Varios autores han calculado el error que se obtiene en diferentes problemas, al aplicar el método de elementos finitos, entre ellos están Oden y Reddy (1976)<sup>(7,8)</sup>, sin embargo utilizan un análisis matemático muy complicado, para obtener únicamente una estimación.

Al error anterior hay que agregarle el que se tiene al utilizar otros métodos numéricos, como son: integración numérica, derivación numérica, solución de sistemas de ecuaciones, métodos iterativos para ecuaciones no lineales, etc., si a esto se le agrega la precisión de la computadora al efectuar las operaciones, resultaría muy difícil efectuar un análisis exacto del error total obtenido. Por otra parte, al dividir la región en estudio en diferentes elementos, una buena distribución de ellos puede aumentar la precisión del resultado, en cambio, una mala distribución de éstos,

puede incluso conducir a resultados localmente erróneos además. Teóricamente, entre más elementos se utilicen, mayor es la exactitud, por lo que tener un número infinito de elementos, daría la solución exacta, lo cual en la práctica no es posible.

# CAPITULO 4

## PLASTICIDAD

La plasticidad es la propiedad que tiene un material de presentar deformación permanente e irreversible como resultado de la aplicación de un esfuerzo y esencialmente sin cambio de volumen, produciendo cambios en la microestructura y por lo tanto en sus propiedades mecánicas. Esta deformación inicia cuando se supera un nivel crítico de esfuerzos, que corresponde al de cedencia o límite elástico.

La deformación plástica es el resultado del reacomodo de partículas en el interior del cuerpo. Experimentalmente se ha encontrado que la deformación plástica presenta las siguientes características:

- 1) Es irreversible.- Esto significa que aunque microscópicamente se puede deformar un cuerpo y después volverlo a deformar para obtener la forma inicial, la condición interna habrá cambiado. Las causas de la irreversibilidad son el endurecimiento por deformación, que hace que el esfuerzo de cedencia aumente después de cierta deformación plástica ya que la deformación plástica es acumulativa<sup>(9)</sup>.
- 2) Depende de la trayectoria.- Aun cuando la forma inicial y final sean iguales la deformación total dependerá de la trayectoria que se haya seguido durante la deformación
- 3) Constancia de volumen.- Generalmente es aceptado que los sólidos son incompresibles por lo que el volumen no cambiará durante la deformación plástica. En términos de deformación se puede expresar lo siguiente<sup>(10)</sup>:

$$\frac{\Delta V}{V} = \left[ (1 + \varepsilon_{xx})dx(1 + \varepsilon_{yy})dy(1 + \varepsilon_{zz})dz - dxdydz \right] / (dxdydz) \quad 4.1$$

$$\Delta V = (1 + \varepsilon_{xx})(1 + \varepsilon_{yy})(1 + \varepsilon_{zz}) - 1 = 0 \quad 4.2$$

Despreciando la multiplicación de componentes

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0 \quad 4.3$$

donde

$$\frac{\Delta V}{V} = \text{deformación de volumen } y$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \text{deformaciones longitudinales en las direcciones (x, y, z)}$$

La ecuación 4.3 indica que si durante la deformación plástica, el volumen permanece constante, la suma de las componentes de deformación normal es cero. A este hecho se le llama compatibilidad.

El comportamiento plástico es caracterizado por la curva esfuerzo-deformación cuya forma típica, en tensión uniaxial se muestra en la Figura 4.1.

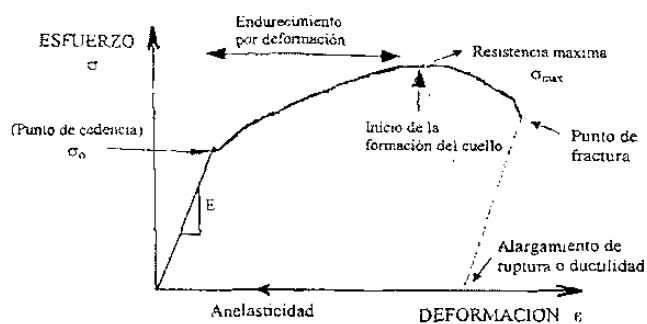


Fig. 4.1 Curva esfuerzo- deformación en tensión uniaxial<sup>(2)</sup>.

La curva esfuerzo-deformación presenta las siguientes características importantes:

- 1.- Punto de cedencia.- Es el valor del esfuerzo en que el material comienza a deformarse plásticamente. El comportamiento deja de ser lineal en este punto. El límite de cedencia es una propiedad del material.
- 2.- Zona elasto-plastica.- Es la zona donde coexisten la deformación plástica con la elástica.
- 3.- Endurecimiento por deformación.- Después de la cedencia se requiere incrementar el esfuerzo para continuar deformando el material, produciendo la trayectoria curva. A esto se le conoce como endurecimiento por deformación.
- 4.- Resistencia máxima o resistencia tensil.- Es el valor máximo de esfuerzo de tensión que soporta el material. Aunque básicamente es una propiedad del material, depende de la velocidad de deformación.
- 5.- Formación del cuello.- Después de que se alcanza el máximo en la curva, el esfuerzo decrece porque el material sufre una contracción severa en su sección transversal, llamado cuello. El cuello es el responsable de la fractura y también limita la ductilidad.
- 6.- Punto de fractura.- Donde se separa el material. Usualmente se caracteriza por la deformación máxima alcanzada y no por un esfuerzo de fractura, ya que éste es variable.
- 7.- Ductilidad.- Es la máxima deformación de alargamiento plástico que alcanza el material justo antes de la fractura, por eso, se determina trazando una recta paralela a la línea de elasticidad, para restar la deformación elástica. En la práctica se determina simplemente uniendo las dos partes de la fractura y midiendo el largo final.
- 8.- Histéresis.- Si en el intervalo plástico el esfuerzo se reduce a cero y se vuelve a incrementar, la trayectoria de incremento del esfuerzo es diferente a la de decremento, formando un bucle o rizo de histéresis.

9.- Anelasticidad.- Algunos materiales presentan una recuperación plástica semejante a la elasticidad cuando el esfuerzo regresa a cero. Esto es la anelasticidad.

#### 4.1 DEFORMACIONES Y ESFUERZOS REALES

En el cálculo de la deformación en ingeniería, el esfuerzo y la deformación se calculan considerando sólo el área y la longitud iniciales, sin embargo tanto la deformación como el esfuerzo ocurren en forma incremental y por lo tanto las dimensiones están cambiando en cualquier instante, haciendo que la longitud de la pieza sea cada vez mayor y el área transversal cada vez menor. Esto hace que el esfuerzo y la deformación real sean un poco mayores que los ingenieriles.

Por lo tanto, el esfuerzo real<sup>(11)</sup> se define como :

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad 4.4$$

y la deformación real:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right) \quad 4.5$$

donde  $P$ ,  $A$  y  $l$  son valores instantáneos de la presión, área y longitud respectivamente.

Nótese que la deformación ingenieril es :

$$e = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l}{l_0} - 1 \quad 4.6$$

Por lo tanto se puede decir que:

$$\varepsilon = \ln(e+1) \quad 4.7$$

igualmente para el esfuerzo:

$$\sigma = \frac{P}{A}, \quad S = \frac{P}{A_0} \quad 4.8$$

donde  $A_0$  es el área inicial. Tomando la relación entre la deformación real y la ingenieril

$$\sigma = S (1 + e) \quad 4.9$$

Estas diferencias hacen que la curva esfuerzo-deformación real se encuentre por encima de la ingenieril como se muestra en la figura 4.2, ya que el esfuerzo real es más alto por considerar el área instantánea que está reduciendo. En la curva real, no se observa un máximo cuando se forma el cuello, porque el esfuerzo real considera el área más pequeña existente, que la del cuello.

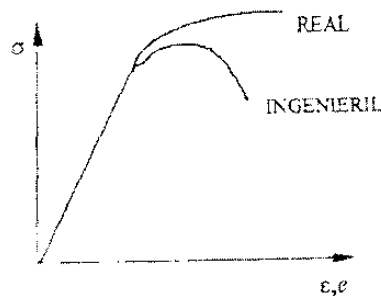


Fig.4.2 Curva esfuerzo-deformación (real,ingenieril)<sup>(9)</sup>.

## 4.2 Ecuación esfuerzo- deformación plástica

Una relación empírica entre el esfuerzo y la deformación reales fué propuesta por Ludwik<sup>(12,13,14)</sup> tiene la forma :

$$\sigma = \sigma_0 + k \epsilon^n \quad 4.10$$

$n$  es el coeficiente de endurecimiento por deformación y  $k$  es una constante del material definida como el esfuerzo real  $\sigma$  cuando  $\varepsilon = 1$  y  $\sigma_0$  es el esfuerzo de cedencia.

El coeficiente de endurecimiento por deformación es el que determina el comportamiento después de la cedencia. Cuando  $n = 0$  se dice que se tiene un plástico ideal, porque no endurece por deformación, Los valores de  $n = 0, 1$  y  $0.5$  definen un tipo de comportamiento llamado flujo ideal Figura 4.3. Las curvas ideales más comunes son:

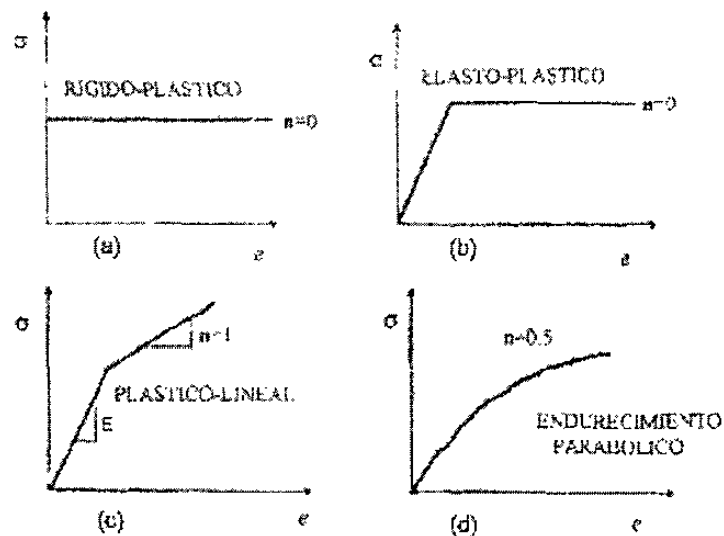


Fig. 4.3 curva esfuerzo-deformación uniaxial de forma Idealizada<sup>(9)</sup>. (a) plástico perfecto. (b) elastoplástico ideal (c) elastoplástico con endurecimiento por trabajo lineal. (d) endurecimiento por trabajo parabólico ( $\sigma = K\varepsilon^n$ ).

### 4.3 Criterios de cedencia

Se sabe que cuando un material alcanza su esfuerzo de cedencia en tensión uniaxial, éste comenzará a deformarse plásticamente, sin embargo en situaciones prácticas es muy común que el material se encuentre bajo un estado combinado de esfuerzos y entonces la deformación plástica puede ocurrir a un esfuerzo inferior al de cedencia en tensión



uniaxial. A la manera de calcular la cedencia bajo un estado combinado de esfuerzos se le llama criterio de cedencia.

El criterio de cedencia debe ser un invariante porque no debe depender de la orientación y debe eliminar el esfuerzo hidrostático, ya que éste no causa deformación.

#### 4.4 Invariantes de los esfuerzos

Las siguientes ecuaciones<sup>(10,14)</sup>

$$\begin{aligned} l(\sigma_x - \lambda) + m\tau_{yx} + n\tau_{zx} &= 0 \\ l\tau_{xy} + m(\sigma_y - \lambda) + n\tau_{zy} &= 0 \\ l\tau_{xz} + m\tau_{yz} + n(\sigma_z - \lambda) &= 0 \end{aligned} \quad 4.11$$

siendo  $l, m, n$  cosenos directores,  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  esfuerzos normales,  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  esfuerzos tangenciales y  $\lambda$  un factor de escala conveniente para obtener las raíces que dan las magnitudes de los esfuerzos normales principales.

puede escribirse como:

$$\lambda^3 - I_1\lambda^2 - I_2\lambda - I_3 = 0 \quad 4.12$$

donde se ha escrito

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad 4.13$$

$$I_2 = \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 - \sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z + \sigma_x\sigma_z \quad 4.14$$

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{xz} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 \quad 4.15$$

Ahora bien, las raíces  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  de la ec. (4.12) representan los esfuerzos principales y son características que dependen del estado de esfuerzo en un punto y no de los ejes coordenados. Como esto no sería posible si los coeficientes de la ecuación variaran al

cambiar los ejes, se concluye que, necesariamente, también los coeficientes  $I_1, I_2, I_3$ , son invariantes con respecto a tales cambios. Es por eso que se llaman respectivamente primero, segundo y tercer invariante de los esfuerzos.

Si se elige como direcciones coordenadas precisamente las direcciones principales, esta condición de invariancia lleva a escribir

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad 4.16$$

$$I_2 = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \quad 4.17$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad 4.18$$

relaciones equivalentes a (4.13), (4.14), (4.15), pero más simples. igualando  $I_1$  entre (4.13) y (4.16), se obtiene

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3\sigma_m \quad 4.19$$

donde se indica con  $\sigma_m$  el promedio aritmético de los tres esfuerzos normales  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ . Esta identidad se interpreta diciendo que la suma de los esfuerzos normales que pasan por un punto, correspondientes a tres direcciones ortogonales entre sí, es siempre la misma, independientemente de la orientación de la terna. El esfuerzo  $\sigma_m$  se llama esfuerzo normal medio en el punto considerado.

#### 4.5 Tensores isotrópicos y distorsional

A veces conviene descomponer el tensor de las deformaciones en :

$$E = E_v + E_o$$

Siendo  $E_v$  el tensor isotrópico y  $E_o$  el distorsional, definidos por

$$\begin{aligned}
E_v(i) &= \varepsilon_m i & E_o(i) &= (\varepsilon_x - \varepsilon_m)i + \varepsilon_{xy}j + \varepsilon_{xz}k \\
E_v(j) &= \varepsilon_m j & E_o(j) &= \varepsilon_{yx}i + (\varepsilon_y - \varepsilon_m)j + \varepsilon_{yz}k \\
E_v(k) &= \varepsilon_m k & E_o(k) &= \varepsilon_{zx}i + \varepsilon_{zy}j + (\varepsilon_z - \varepsilon_m)k
\end{aligned} \tag{4.20}$$

Como ya se sabe, las deformaciones isotrópicas consisten en simples cambios de volumen, y por eso se llaman, a veces, deformaciones volumétricas. La forma de un sistema no cambia por causa de ellas, sólo su tamaño; por el contrario, las deformaciones distorsionales no implican cambios de volumen, sino cambios de forma.

#### 4.6 Tensor de las deformaciones

Se puede trazar en un medio continuo un vector unitario  $n$ . Este vector se irá modificando a medida que el medio se deforma. Se define como tensor de las deformaciones (unitarias)  $E$  la representación vectorial que, aplicada al vector unitario  $n$  da la deformación sufrida por él.

Si el vector  $E$  se escribe bajo la forma

$$\begin{aligned}
E(i) &= \varepsilon_x i + \varepsilon_{xy} j + \varepsilon_{xz} k \\
E(j) &= \varepsilon_{yx} i + \varepsilon_y j + \varepsilon_{yz} k \\
E(k) &= \varepsilon_{zx} i + \varepsilon_{zy} j + \varepsilon_z k
\end{aligned} \tag{4.21}$$

los coeficientes  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  representa evidentemente las magnitudes de las deformaciones unitarias longitudinales (o elongaciones) sufridas por los vectores  $i, j, k$  respectivamente; los coeficientes  $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}$ , etc., representan las magnitudes de las deformaciones unitarias constantes sufridas por dichos vectores, en sentido normal al eje correspondiente al primer subíndice y paralelo al eje correspondiente al segundo.

Es importante establecer una relación entre las deformaciones que se acaban de mencionar y los desplazamientos de las partículas en el interior del medio.

Teniendo en cuenta la deformación angular se obtiene

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_y}{\partial x} + \frac{\partial s_x}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_z}{\partial y} + \frac{\partial s_y}{\partial z} \right) \\ \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_x}{\partial z} + \frac{\partial s_z}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{4.22}$$

la matriz del tensor de las deformaciones es,

$$[E] = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_y}{\partial x} + \frac{\partial s_x}{\partial y} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_z}{\partial x} + \frac{\partial s_x}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_x}{\partial y} + \frac{\partial s_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial s_y}{\partial y} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_z}{\partial y} + \frac{\partial s_y}{\partial z} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_x}{\partial z} + \frac{\partial s_z}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial s_y}{\partial z} + \frac{\partial s_z}{\partial y} \right) & \frac{\partial s_z}{\partial z} \end{bmatrix}\tag{4.23}$$

entonces la aplicación del tensor E al vector unitario  $n = li + mj + nk$ , da como resultado

$$E(n) = Pi + Qj + Rk\tag{4.24}$$

Siendo

$$\begin{aligned}P &= l\varepsilon_x + m\varepsilon_{yx} + n\varepsilon_{zx} \\ Q &= l\varepsilon_{xy} + m\varepsilon_y + n\varepsilon_{zy} \\ R &= l\varepsilon_{zx} + m\varepsilon_{yz} + n\varepsilon_z\end{aligned}\tag{4.25}$$

como en el caso de los esfuerzos, conviene a veces descomponer la deformación  $E(n)$  en una componente longitudinal  $\varepsilon$  (elongación) paralela a  $\mathbf{n}$  y una componente angular

normal a  $\mathbf{n}$  que suele llamarse  $\frac{\lambda}{2}$ . Tales componentes se calculan por medio de las fórmulas

$$\varepsilon = \ell^2 \varepsilon_x + m^2 \varepsilon_y + n^2 \varepsilon_z + 2(\ell m \varepsilon_{xy} + m n \varepsilon_{yz} + n \ell \varepsilon_{zx}) \quad 4.26$$

$$\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 = P^2 + Q^2 + R^2 - \varepsilon^2 \quad 4.27$$

Estas fórmulas pueden aplicarse a la solución de problemas específicos de manera muy parecida al caso de los esfuerzos.

#### 4.7 Tensores isotrópico y distorsional

El tensor de esfuerzos puede descomponer en

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_v + \mathbf{T}_o$$

Siendo

$$\begin{aligned} T_v(i) &= \sigma_m i & T_o(i) &= (\sigma_x - \sigma_m)i + \tau_{xy}j + \tau_{xz}k \\ T_v(j) &= \sigma_m j & T_o(j) &= \tau_{yx}i + (\sigma_y - \sigma_m)j + \tau_{yz}k \\ T_v(k) &= \sigma_m k & T_o(k) &= \tau_{zx}i + \tau_{zy}j + (\sigma_z - \sigma_m)k \end{aligned} \quad (4.28)$$

La componente  $\mathbf{T}_v$  representa un estado isotrópico de esfuerzos, donde el esfuerzo en cada punto es normal, e igual al esfuerzo normal medio  $\sigma_m$ , definido por la ec. 4.19, cualquiera que sea la dirección. La componente  $\mathbf{T}_o$ , que expresa la variación de los esfuerzos con respecto al “cero” ficticio constituido por el estado isotrópico. El tensor isotrópico  $\mathbf{T}_v$  suele considerarse como el causante de los efectos elásticos; el tensor  $\mathbf{T}_o$  como el causante de los efectos viscosos y plástico, en cuanto está comprobado experimentalmente que la distribución de esfuerzos bajo la cual los metales y materiales parecidos comienzan a deformarse plásticamente, no depende de manera apreciable del

esfuerzo medio. Los tensores distorsionales pueden obtenerse gráficamente por el método del círculo de Mohr.

#### 4.8 Criterio de cedencia

Existen dos criterios de cedencia principales y se describen a continuación.

##### 1.- Criterio de Tresca

El criterio de Tresca o el criterio de esfuerzo cortante máximo establece que la deformación plástica iniciará cuando el esfuerzo cortante máximo rebase un valor crítico ( $k$ ). Para un estado cualquiera de esfuerzos, el esfuerzo cortante máximo está dado por la diferencia entre el esfuerzo principal máximo y el mínimo, como se muestra a continuación

$$\tau = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \quad 4.29$$

para encontrar el valor de  $k$  se aplica el criterio para el caso de tensión uniaxial en el que el esfuerzo principal máximo es :

$$\sigma_1 = \sigma_o \quad 4.30$$

los otros esfuerzos principales valen

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad 4.31$$

por lo tanto el criterio de Tresca es :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_o \quad 4.32$$

## 2.- Criterio de von Mises

Este criterio establece que la cedencia inicia cuando el valor del esfuerzo efectivo sea mayor que un valor crítico dado por  $k^2$ . El esfuerzo efectivo es el segundo invariante del tensor de esfuerzos y está dado por:

$$K^2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad 4.33$$

de nuevo  $k$  es evaluado a partir de el caso de tensión uniaxial, donde los esfuerzos principales son:

$$\sigma_1 = \sigma_o \quad 4.34$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = 0 \quad 4.35$$

sustituyendo :

$$\sigma_o = (3)^{1/2} k \quad 4.36$$

lo que hace que el criterio de von Mises sea:

$$\sigma_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad 4.37$$

El criterio de Tresca es el más empleado para el análisis y diseño de estructura por ser más sencillo y por predecir que los esfuerzos que producen cendencia son menores, lo que da un margen de seguridad adicional. El criterio de von Mises, por su parte es más exacto y tiene la ventaja de que no requiere el cálculo de esfuerzos principales si se usa la ecuación general.

$$\sigma_o \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2} \sqrt{6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \quad 4.38$$

la interpretación física de los criterios de cedencia se dan a continuación:

Experimentalmente se ha demostrado que la deformación plástica es resultado de los esfuerzos cortantes, por lo tanto la cedencia iniciará en aquellas orientaciones donde el esfuerzo cortante sea el más alto y alcance el valor crítico para iniciar la deformación. Esto justifica el criterio de Tresca. Henky por otra parte, calculó la energía de distorsión en un material deformado y encontró que ésta es proporcional al valor del esfuerzo efectivo, por lo que el criterio de von Mises es válido si se considera que para iniciar la deformación plástica se debe suministrar un valor crítico de energía.

Los criterios de cedencia son de gran importancia práctica ya que permiten determinar cuando un material comienza a deformarse plásticamente, a partir de un dato que es  $\sigma_o$  o bien determinar el valor de  $\sigma_o$  para que exista cedencia. Básicamente se tienen dos casos:

- 1.- En el diseño para determinar los esfuerzos máximos permisibles y seleccionar el material para que no exista deformación plástica y así evitar que la pieza se distorsione y funcione de manera incorrecta, provocando incluso una falla.
- 2.- En los procesos de conformado, tales como laminación, forja, extrusión, troquelado, etc., los criterios de cedencia se aplican para determinar las cargas de conformado y seleccionar las combinaciones más eficaces de esfuerzos.

#### 4.9 Teoría de la plasticidad

Cuando las fuerzas aplicadas a un medio son tan grandes que en alguna parte de él se alcanza el límite de fluencia, ahí se produce la plasticidad.



Este fenómeno se caracteriza por las propiedades siguientes:

- a) Un cuerpo sujeto a compresión isotrópica simple, por grande que ésta sea, no alcanza el estado plástico; la plasticidad resulta a consecuencia de esfuerzos distorsionales y, por lo tanto, solamente depende de la parte distorsional del esfuerzo aplicado.
- b) El resultado de la plasticidad es una fluencia de tipo viscoso, que puede proseguir hasta que se produzca el agrietamiento del material. Además, se suele aceptar en el análisis del estado plástico la siguiente hipótesis de Beltrán que se menciona a continuación.
- c) Los elementos de un cuerpo sólido poseen una capacidad límite en lo referente a la energía de deformación. La plasticidad se produce al alcanzar el valor límite y, mientras dure el estado plástico, la energía de deformación conserva constantemente este valor.

Henky planteó la teoría de la plasticidad expresando por medio de ecuaciones las condiciones mencionadas. La condición (a) puede interpretarse en el sentido de que el medio plástico es insensible a esfuerzos que tienden a producir en él cambios de volumen; luego se comporta como incompresible y esta condición puede expresarse requiriendo que sea de acuerdo con

$$3\dot{\epsilon}_n = \text{div } \mathbf{v} \quad 4.39$$

donde  $\text{div } \mathbf{v}$  es la divergencia de la velocidad, con  $\nu = 0.5$ .

La condición (b) llega a escribir la relación esfuerzo-deformación bajo la forma

$$T_o = 2\mu\dot{E}_o \quad 4.40$$

Siento  $T_o$  dado por la ec. (4.28),  $E_o$  por la ec.(4.20) y  $\mu$  un conveniente coeficiente de viscosidad. Finalmente, la condición (c) requiere sea  $W_o = \text{constante}$ , o sea de acuerdo con

$$\tau_{oct} = \text{constante} \quad 4.41$$

es decir, que el cortante octaédrico conserve el mismo valor durante todo el proceso.

Esta última condición se conoce como criterio de von Mises .

La ecuación tensorial (4.40) puede desarrollarse en

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma_m &= 2\mu\dot{\epsilon}_x, & \tau_{xy} &= 2\mu\dot{\epsilon}_{xy} \\ \sigma_y - \sigma_m &= 2\mu\dot{\epsilon}_y, & \tau_{yz} &= 2\mu\dot{\epsilon}_{yz} \\ \sigma_z - \sigma_m &= 2\mu\dot{\epsilon}_z, & \tau_{zx} &= 2\mu\dot{\epsilon}_{zx} \end{aligned} \quad 4.42$$

habiéndose tomado  $\dot{\epsilon}_m = 0$  por la ecuación (4.39). La condición de von Mises (ecuación 4.41) se concreta mejor admitiendo que el valor constante de  $\tau_{oct}$  sea igual al valor límite  $\tau_{oct}$  del cortante, con el cual se alcanza la fluencia por tensión uniaxial, siendo

$$\sigma_1 = \sigma_{oct}, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

donde  $\sigma_{oct}$  representa el esfuerzo normal de fluencia. Entonces se tiene:

$$I_1 = \sigma_{oct}, \quad I_2 = 0$$

quedando

$$9\tau_{oct}^2 = 2\sigma_{oct}^2 \quad 4.43$$

por otro lado, se tiene

$$\begin{aligned} 9\sigma_{oct}^2 &= 2I_1^2 + 6I_2 = 2(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) - 6(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma\sigma_x) \\ &= (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \end{aligned}$$

La condición de von Mises ( ec. 4.43) puede, en consecuencia, expresarse por medio de la fórmula

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_{oct}^2 \quad 4.44$$

que liga las componentes del tensor de los esfuerzos con el esfuerzo normal de fluencia.

Los problemas de la plasticidad suelen resolverse por medio del sistema de siete ecuaciones constitutivas por (4.42) y (4.44). Este sistema incluye en forma implícita la condición de incompresibilidad (ec. 4.39), ya que sumando término a término las tres ecuaciones de la izquierda de (ec. 4.42), se obtiene  $\dot{\epsilon}_m = 0$ .

La teoría de Hencky, cuyos principios se acaban de exponer, es tal vez la más conveniente entre todas las que se han propuesto para explicar los fenómenos plásticos; sin embargo, es importante subrayar que hasta ahora ninguna teoría está en condiciones de justificar de manera total y satisfactoria el comportamiento plástico observado en los materiales reales.

#### **4.10 Método de ensayo**

Son diversos los sistemas de ensayo mecánico con los que se pueden caracterizar el comportamiento de la fluencia en caliente de los materiales metálicos, y en especial de los aceros. En función del tipo de ensayo pueden agruparse en tres grupos: ensayos de tracción, ensayos de torsión y ensayos de compresión.

El ensayo de tensión es el menos utilizado a altas temperaturas debido a la inestabilidad plástica que surge durante la estricción de la probeta, lo cual conlleva a deformaciones totales muy por debajo de los valores que se tienen industrialmente. Se debe recordar que hay que determinar la curva de esfuerzo verdadero-deformación verdadera a velocidad de deformación constante, lo que en este caso requeriría determinar la variación de la sección en la zona de estricción con la deformación axial o alargamiento. La zona de aparición de la estricción es de difícil predicción y, aún pudiendo localizarla, debe desarrollarse un sistema de medición, a alta temperatura, lo

cual encarecería el ensayo. Adicionalmente, el estado tensional en la zona de estricción deja de ser uniaxial, convirtiéndose en un complejo estado triaxial.

Los ensayos de torsión fueron los que históricamente se utilizaron en primer lugar para caracterizar la recristalización dinámica. Básicamente consisten en someter una probeta cilíndrica a un par torsor paralelo al eje de aquella. Ya que las dimensiones de la probeta no cambian, la velocidad de deformación permanece constante para una velocidad de giro constante. Este tipo de ensayo puede producir grandes deformaciones y un amplio rango de velocidades de deformación (desde  $10^{-5}$  hasta  $10^3$   $\text{seg}^{-1}$ ). La principal dificultad de este sistema de ensayo es la no uniformidad radial de tensiones y deformaciones y por lo tanto de las microestructuras involucradas resultantes. Esta dificultad puede resolverse en parte utilizando probetas tubulares. El uso de este sistema de ensayo está siendo muy extendido en la simulación de procesos industriales.

El último grupo de ensayos son los de compresión, que a vez pueden subdividirse en dos: ensayos de compresión axial y ensayos de compresión en deformación plana. El ensayo a compresión axial consiste en someter una probeta cilíndrica a compresión entre dos mordazas planas. Los problemas que en tal situación pueden surgir son el abarillamiento y el pandeo. El primero es casi inevitable y se debe a la fricción en la intercara mordaza-probeta. No obstante se puede disminuir mediante mecanizados especiales de la superficie de la probeta o lubricantes. El pandeo aparece en probetas demasiado esbeltas y para evitarlo basta utilizar probetas con la relación diámetro/altura adecuadas (alrededor de 1.5 ). No obstante debe notarse que disminuir la posibilidad de pandeo supone aumentar las posibilidades de abarillamiento, por lo que al final debe optarse por un valor de compromiso.

Cuando se define el dato de plasticidad en ABAQUS, se debe usar el esfuerzo verdadero y la deformación verdadera, ABAQUS requiere de estos valores para interpretar el dato en el archivo de entrada correctamente.

Con mucha frecuencia los datos de ensayos del material son suministrados como valores de esfuerzo y deformación nominal. En tales situaciones se deben usar expresiones que conviertan los datos del material plástico de nominal a verdadero.

La deformación verdadera  $\varepsilon$  de la probeta en el ensayo a compresión uniaxial

equivale a:  $\varepsilon = \ln\left[\frac{h_1}{h_0}\right] = \ln[1 + e_c]$  es negativo

Donde  $e_c = \frac{h_1 - h_0}{h_0} = \frac{h_1}{h_0} - 1$  es negativo porque  $h_1 < h_0$

Esto puede prestarse a confusión en el estudio de aquellos procesos de trabajo mecánico que dependen de la compresión, tales como el laminado, forjado y extrusión y es normal invertir la convención de manera que las deformaciones por compresión sean positivas.

$$e_c = \frac{h_0 - h_1}{h_0} = 1 - \frac{h_1}{h_0} ,$$

$e_c$  es la deformación nominal por compresión

$h_1$  es la altura final de la probeta

$h_0$  es la altura inicial de la probeta

$$\varepsilon = \int_{h_1}^{h_0} \frac{dh}{h} = \ln\left[\frac{h_0}{h_1}\right] = \ln\left[\frac{1}{1 - e_c}\right] \quad 4.45$$

El esfuerzo verdadero  $\sigma$  de la probeta en el ensayo a compresión uniaxial equivale a:

$$\sigma = S(1 - e_c) \quad 4.46$$

donde  $S$  es el esfuerzo nominal.

La opción PLASTIC en ABAQUS define el comportamiento *post-cedencia* de muchos metales. ABAQUS aproxima la curva de comportamiento esfuerzo-deformación con una serie de líneas rectas suaves uniendo los puntos de datos dados. Se puede usar cualquier número de puntos para aproximarse al comportamiento del material real. Los datos en la opción PLASTIC definen el esfuerzo de cedencia verdadero del material como una función de la deformación plástica verdadera. El primer fragmento de dato dado define el esfuerzo de cedencia inicial del material y, por lo tanto debería tener un valor de cero deformación plástica.

Las deformaciones provistas en los ensayos del material para definir el comportamiento plástico no son apropiados para representar las deformaciones plásticas en el material. En lugar de ello serían las deformaciones totales en el material. Se deben descomponer esos valores de deformación total en las componentes de deformación elástica y plástica. La deformación plástica se obtiene de la sustracción de la deformación elástica, valor definido como esfuerzo verdadero dividido por el módulo de Young, al valor de deformación total.

La relación se escribe como sigue:

$$\varepsilon^{pl} = \varepsilon^t - \varepsilon^{el} = \varepsilon^t - \frac{\sigma}{E} \quad 4.47$$

donde

$\varepsilon^{pl}$  deformación plástica verdadera

$\varepsilon^t = \varepsilon$  deformación total verdadera

$\varepsilon^{el}$  deformación elástica verdadera

$\sigma$  esfuerzo verdadero, y

$E$  Módulo de Young

# CAPITULO 5

## FRICCION

En el formado, el flujo de metal es producido por la presión transmitida desde los dados a la pieza de trabajo. Por lo tanto, las condiciones de fricción en la interfase material-dado tiene gran influencia en el flujo de metal, la formación de defectos superficiales e internos, esfuerzos actuando en los dados y los requerimientos de carga y energía. Hay tres tipos básicos de lubricación que gobiernan las condiciones de fricción en el formado de metal<sup>(15,16,17)</sup>.

1.- Bajo condiciones secas, en ausencia de lubricante en la interfase, permite que la presencia de capas de óxido en los materiales del dado y la pieza de trabajo, pueda actuar como capa de separación. En este caso la fricción es alta, y en tal situación es deseable solamente pocas operaciones de formado, tales como laminado en caliente de placas y extrusión de aleaciones de aluminio.

2.- La condición hidrodinámica existe cuando una capa espesa de lubricante está presente entre los dados y la pieza de trabajo. En este caso las condiciones de fricción son gobernadas por la viscosidad del lubricante y por la velocidad relativa entre el dado y la pieza de trabajo. La viscosidad de muchos lubricantes disminuye rápidamente con el incremento de la temperatura. Comúnmente, en muchas operaciones prácticas de formado a alta velocidad. La condiciones hidrodinámicas solamente existe en un cierto régimen de velocidades, donde las temperaturas de interfase son relativamente bajas.

3.- La lubricación de fronteras es la situación más ampliamente encontrada en el formado de metal. El incremento de la temperatura en la interfase y las presiones de formado relativamente altas, generalmente, no permite la presencia de un régimen de

lubricación hidrodinámico. Por otro lado, la lubricación de frontera no es en si misma un análisis confiable. Consecuentemente, muchos de los conocimientos de la lubricación en el formado de metal es empírica, con muy poca información de base analítica.

### **5.1 CARACTERISTICAS DE LUBRICANTES USADOS EN EL FORMADO DE METAL**

En el formado de metal, la fricción es controlada mediante el uso de lubricantes apropiados para las aplicaciones dadas. Se espera que el lubricante tenga ciertas características y lleve alguna, si no muchas de las siguientes significantes funciones:

- 1.- Reducir la fricción por deslizamiento entre los dados y la pieza de trabajo. Esto se alcanza usando un lubricante de alta lubricidad.
- 2.- Actúa como agente separador y previene la adherencia y rozadura de la pieza de trabajo y los dados.
- 3.- Posee buenas propiedades aislantes, especialmente en el formado en caliente, tal como reducir las pérdidas de calor de la pieza de trabajo a los dados.
- 4.- Debe ser inerte para prevenir o minimizar alguna reacción con los materiales de la herramienta y la pieza de trabajo a la temperatura de formado usada.
- 5.- No abrasivo de tal forma que reduce la erosión y el desgaste de la superficie de la herramienta.
- 6.- Está libre de contaminantes y componentes venenosos y no produce gases peligrosos y desagradables.
- 7.- Se aplica y se remueve fácilmente de la herramienta y de la pieza de trabajo.
- 8.- Está disponible comercialmente a costo razonable.



## 5.2 ESFUERZO DE CORTE FRICCIONAL Y LUBRICIDAD

En muchas aplicaciones de formado, la lubricidad de un lubricante es el factor más significativo dado que determina directamente la fricción de interfase, que influencia los esfuerzos, la carga y la energía de formado. Para evaluar la representación de varios lubricantes y poder predecir presiones de formado, es necesario expresar cuantitativamente la fricción de interfase en términos de un factor  $m$  o un coeficiente de fricción  $\mu$ . El esfuerzo de corte friccional  $\tau$ , se expresa comúnmente como:

$$\tau = \sigma_n \mu \quad 5.1$$

$$\text{ó} \quad \tau = f\bar{\sigma} = \frac{m}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} \quad 5.2$$

donde  $0 \leq m \leq 1$

La ecuación (5.1) indica que el esfuerzo de corte friccional  $\tau$  es proporcional al esfuerzo normal  $\sigma_n$  en la interfase herramienta-material y el coeficiente de fricción  $\mu$ . La ec. 5.2 expresa que  $\tau$  es dependiente del esfuerzo de fluencia del material siendo deformado,  $\bar{\sigma}$ , y el factor fricción  $f$  o el factor de corte  $m$ . En estudios recientes en la mecánica de formado indica que la ecuación (5.2) representa el esfuerzo de corte friccional en el formado de metal adecuadamente y ofrece ventajas en la evaluación de la fricción y en el cálculo de esfuerzo y carga. Para varias condiciones de formado, el valor de  $m$  varía como sigue:

- 1.-  $m = 0.05$  a  $0.15$  en el formado en frío de acero, aleaciones de aluminio y cobre, usando aceite como lubricante,
- 2.-  $m = 0.2$  a  $0.4$  en el formado en caliente de aceros, aleaciones de cobre y aluminio con lubricantes base grafito (grafito-agua, grafito-aceite),

- 3.-  $m = 0.1$  a  $0.3$  formado en caliente de titanio y aleaciones a alta temperatura con lubricantes de vidrio,
- 4.-  $m = 0.7$  a  $1$  cuando no se usa lubricante, como el laminado en caliente de placas o en la extrusión *sin lubricante* de aleaciones de aluminio.

### 5.3 ENSAYO DE COMPRESION DE ANILLOS

La lubricidad, definida por el factor de fricción  $f$ , o el factor de corte  $m$ , se obtienen de la forma más común mediante el ensayo de anillos. En este tipo de ensayo  $\mu$  se mide con la ecuación (5.1), se comprime una muestra en forma de anillo para conocer la reducción, ver Fig. (5.1). Los cambios de diámetro interno y externo del anillo forjado dependen de la interfase herramienta-muestra. Si la fricción fue igual a cero, el anillo se deberá deformar de la misma manera que un disco sólido, con cada elemento fluyendo radialmente hacia fuera en una razón proporcional a su distancia desde el centro. Al incrementarse la deformación, el diámetro interno del anillo crece si la fricción es baja, y disminuye si la fricción es alta. Entonces, el cambio del diámetro representa un método simple para evaluar la fricción de interfase.

El ensayo de anillo tiene una ventaja cuando se aplica al estudio de la fricción, ya que la fuerza necesaria para deformar el anillo y el esfuerzo de flujo de la muestra no necesitan conocerse. Así que la evaluación de los resultados del ensayo es bastante simplificado. La Figura 5.1 muestra la geometría del ensayo y la figura 5.2 muestra las curvas de calibración para evaluar el coeficiente de fricción del ensayo a compresión del anillo<sup>(12)</sup>.

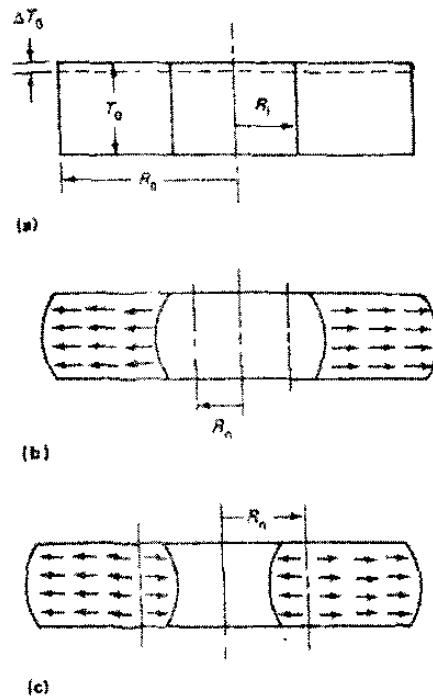


Figura 5.1 Comportamiento de deformación durante el forjado de anillo<sup>(15)</sup>. a) anillo original b) después de la deformación con baja fricción c) después de la deformación con alta fricción.

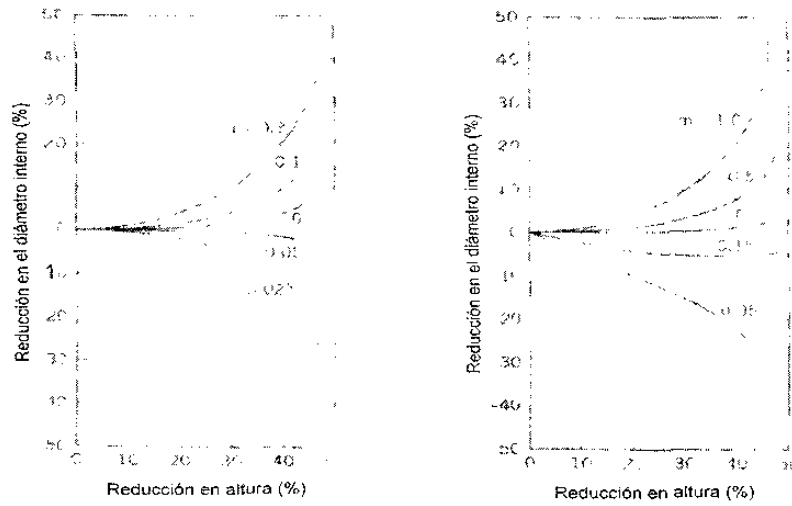


Figura 5.2 Curvas de calibración para evaluar el coeficiente en el ensayo a compresión de anillo<sup>(12)</sup>.

# CAPITULO 6

## PROCESO DE FABRICACIÓN DE CONEXIONES T DE ACERO

Para la fabricación de conexiones T se siguen los pasos esquematizados en la Figura 6.1 y se utiliza como materia prima tubería de acero al carbono sin costura bajo la norma ASTM A-106 grado B, ver figura 6.2. El producto ya fabricado se encuentra en total apego a la norma ASTM A-234<sup>(18)</sup>

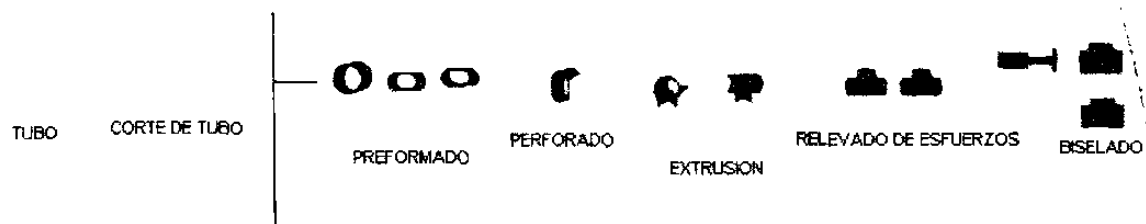


Figura 6.1 Resumen esquematizado del proceso de conexiones T<sup>(18)</sup>.

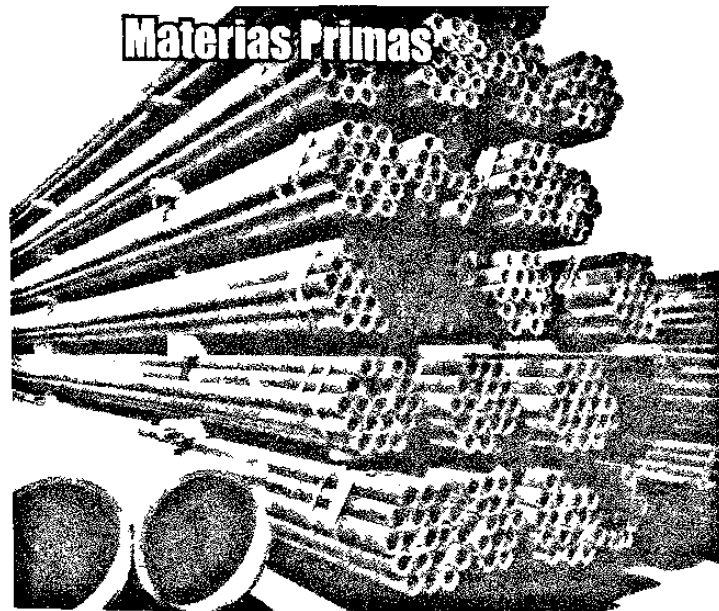


Figura 6.2 Tubo de acero sin costura<sup>(18)</sup>.

Después de la inspección y selección del tubo, se secciona por máquinas de corte en tramos a un largo preestablecido según las medidas de la T a fabricar, ver Figura 6.3.

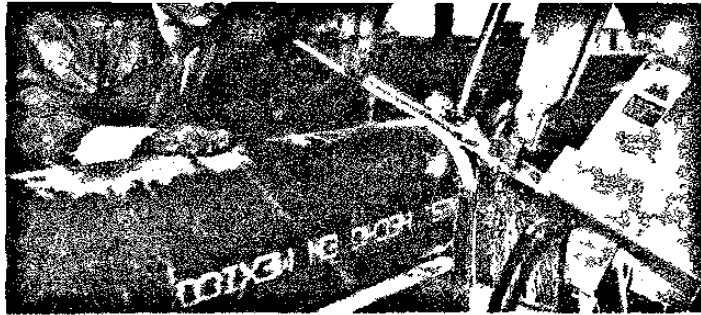


Figura 6.3 Corte del tubo en tramos<sup>(18)</sup>.

En la siguiente paso, a los tramos de tubos se les aplica un preformado en frío adoptando una forma de óvalo y después pasa al proceso de corte de otro óvalo sobre el tubo cuyo fin es que sirva para formar el tercer ramal, objetivo principal para el formado de la T ver Figuras 6.4, 6.5 y 6.6.

El perforado del óvalo en uno de los lomos del tubo preformado es importante porque de la precisión de las medidas del corte va a depender la calidad del formado del tercer ramal en el producto final. Es por ello que se realiza con un pantógrafo basado en una plantilla, ver figura 6.4, 6.5, que cumpla con los requerimientos establecidos. La preforma pasa al horno para empezar la primera etapa de formado, ver figura 6.9

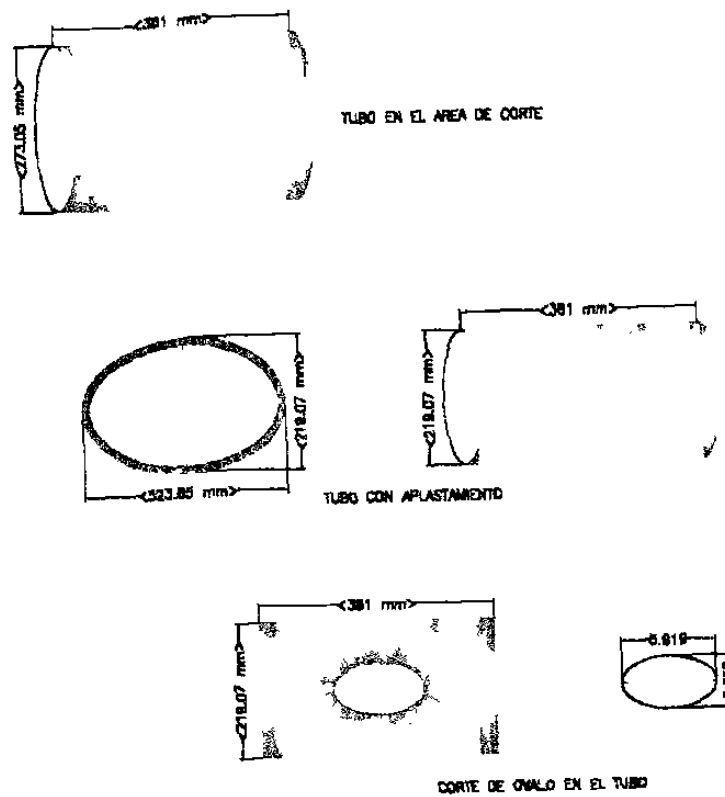


Figura 6.4 Plantilla para el corte del ovalo pequeño de una T 8x8x8.

Para la fabricación de conexiones T, el proceso implica una extrusión del tramo para formar el tercer ramal, esto se logra por medio de calor, en un horno de gas natural que mantiene su temperatura cercana a los 1100°C y una prensa hidráulica automática vertical de doble acción que cuenta con un juego de dados forjados y herramientas complementarias como son dos balas coladas resistente a la temperatura, ver figuras 6.7, 6.8 .

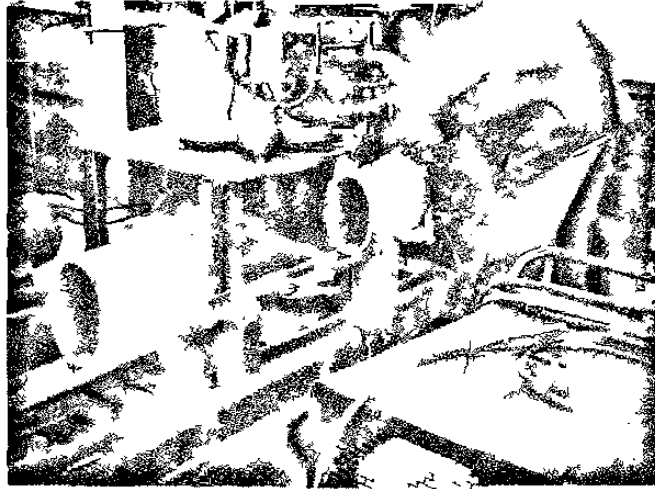


Figura 6.5 Corte de óvalo con plantilla, utilizando oxi-acetileno.

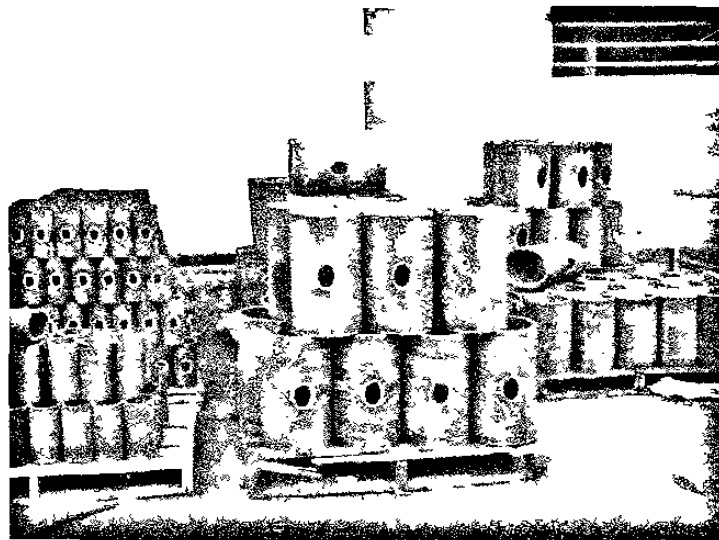


Figura 6.6 Tubo preformado con óvalo para el tercer ramal.



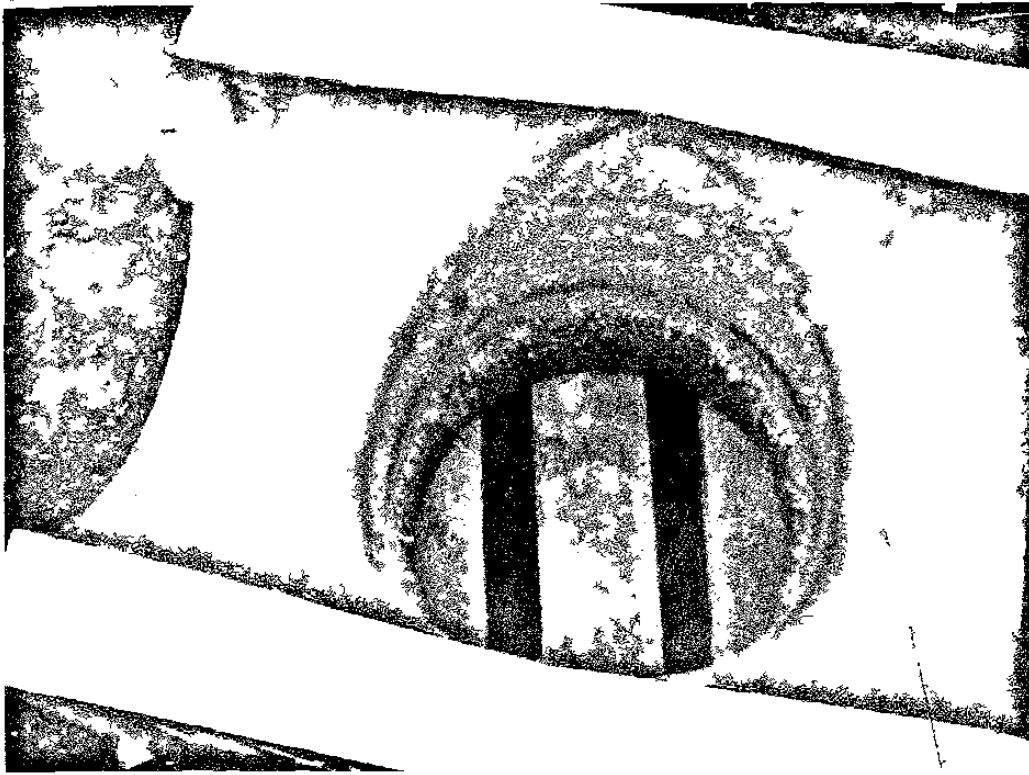


Figura 6.7 Dado inferior donde se forma el tercer ramal.

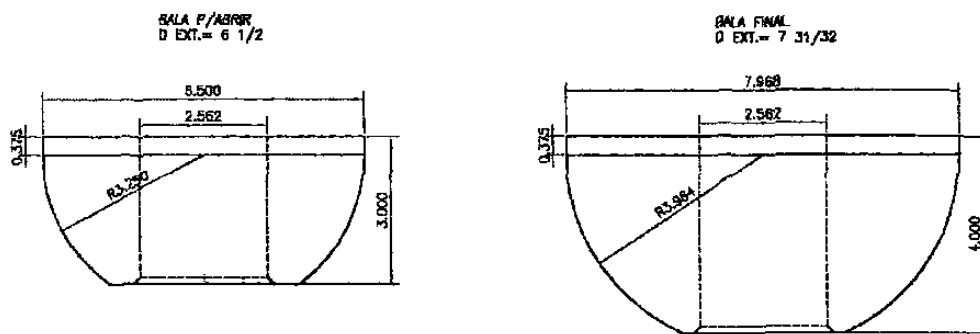


Figura 6.8 Esquema de las balas empleadas para formar el tercer ramal.

La bala más pequeña es la que abre la boca en la primera etapa y la bala mayor sirve para calibrar el diámetro final del tercer ramal de la T en la segunda etapa del proceso.

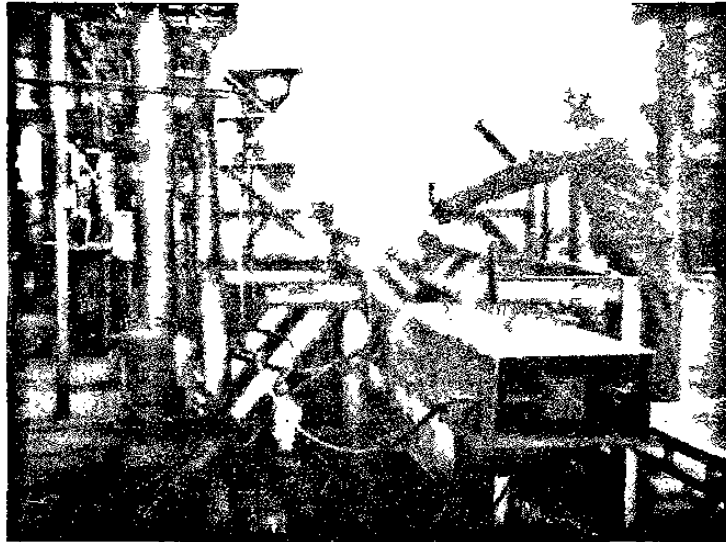


Figura 6.9 Horno de calentamiento, entrada de la pieza 1ra. y 2da. Etapa.

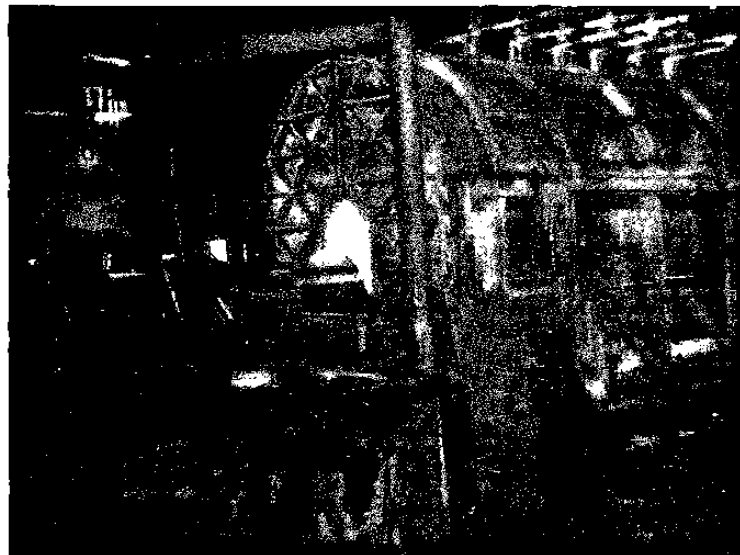


Figura 6.10 Horno de calentamiento, salida de la pieza 1ra. y 2da. Etapa.

0150691

El proceso de fabricación consta de tres etapas principales:

- 1.- Calentamiento de la pieza a la temperatura requerida, luego se sumerge en agua para enfriar la mitad opuesta al óvalo perforado durante 10 segundos aproximadamente, para después pasar a la prensa donde se formará el tercer ramal en su primera etapa, ver figuras 6.19 y 6.11.
- 2.- Calentamiento nuevamente de la pieza y su colocación en la prensa para aplicar la fuerza de formado de la bala mayor que calibra el diámetro de acabado.
- 3.- En esta etapa, se traslada la pieza ya formada al horno de relevado de esfuerzos, para eliminar los esfuerzos residuales originados por las altas deformaciones, ver figura 6.12.

Como trabajos finales después del relevado de esfuerzos, la pieza se somete a un granallado para eliminar el óxido formado durante el sometimiento a altas temperaturas. El proceso de formado termina con el biselado de las bocas en un maquinado fino, ya que se cuida el control de calidad de la pieza, ver Figuras 6.13.



Figura 6.11 Prensa hidráulica vertical para el formado de la T.

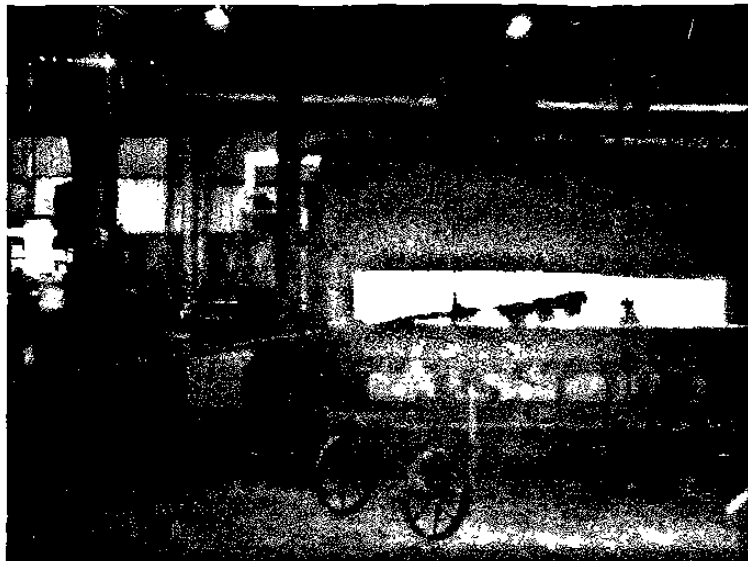


Figura 6.12 Horno de relevado de esfuerzos.

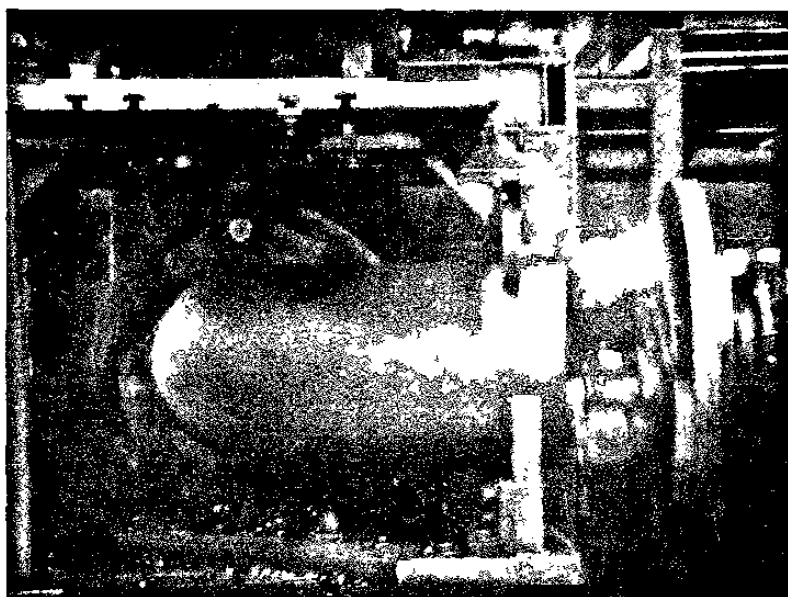


Figura 6.13 Maquinado de los biseles de la T.

Cabe mencionar que en este proceso se utiliza como lubricación, una mezcla de grafito-aceite. Se limpian los dados y se grafitan después de cada operación así como también las balas a juicio, según se requiera.



Figura 6.14 T 8x8x8 terminada.

# CAPITULO 7

## MODELACIÓN MEDIANTE ABAQUS Y ANSYS

### 7.1.- Metodología de desarrollo

Para obtener resultados suficientemente precisos del problema en estudio, es necesario realizar un gran número de operaciones repetitivas aplicadas a cada uno de los elementos que componen la geometría del modelo, esto sólo se puede llevar a cabo de manera práctica, con el auxilio de una computadora usando cualquiera de los programas genéricos que hoy en día existen. La metodología que se puede aplicar para realizar estos cálculos con la ayuda de dichos programas, se resume a continuación.

Lo primero que se ha de tener en cuenta cuando se plantea un análisis de este tipo es el tratar de conseguir la máxima simplificación, ya que ello conlleva a una reducción en el tiempo de elaboración del modelo y de resolución. Conviene considerar dos posibilidades: reducción de la dimensionalidad y aprovechamiento de las simetrías. Ambas opciones permite tomar como base una geometría mucho más sencilla que la que corresponde a la realidad, sin deterioro de los resultados. Cuando se presentan simultáneamente simetrías geométricas y de condiciones de contorno, se puede dividir la geometría según los planos o ejes de simetría correspondientes, representando sólo la mínima porción de geometría no afectada por simetrías.

Después de las simplificaciones geométricas, la ejecución del método de resolución se puede dividir en las siguientes fases:

**a). Parametrización.-** Todas las constantes de interés que intervienen en el proceso pueden asignarse a variables, a las que se hará referencia en los cálculos posteriores. Esta parametrización es interesante cuando se está configurando el método no de modo interactivo, sino en modo conjunto, es decir, preparando un procedimiento a base de comandos para que sean ejecutados todos a la vez. De esta forma, si interesa conocer los efectos de los parámetros sobre los resultados, se pueden alterar estas constantes, cada vez que se invoque el procedimiento.

**b.- Creación del modelo geométrico.-** En esta fase se obtiene la geometría sobre la que se ha de trabajar, después de haber aplicado las simplificaciones posibles. Una forma de generar la geometría, consiste en definir puntos, a continuación líneas mediante unión de puntos, superficies a partir de líneas y volúmenes a partir de superficies (modelación de “abajo hacia arriba”). No obstante cuando la figura presenta una combinación de formas geométricas conocidas, mediante la representación de estas formas se consigue definir de una sola vez los componentes geométricos: puntos, líneas y superficies (modelación de “arriba abajo”).

Aunque el objetivo de esta fase es definir al sistema los componentes geométricos del modelo, ha de tenerse en cuenta que sobre lo que opera el sistema es sobre los nodos y elementos, los cuales quedarán establecidos en una fase posterior denominada “mallado”.

**c).- Definición de propiedades de los materiales.-** Los materiales que intervienen en el problema son etiquetados, al mismo tiempo que, se definen sus propiedades. Si se requiere mayor precisión, se pueden tener en cuenta las variaciones de estas propiedades

con otras variables, como el tiempo, temperatura, o velocidad, el procedimiento consiste en asignar esta variación mediante tabla dejando que el solucionador se encargue de hacer las interpolaciones correspondientes.

**d.- Mallado.-** En esta fase tienen que quedar definidos todos los nodos y elementos del modelo, por lo general, la precisión del modelo será tanto mayor cuanto más fino sea el mallado, a costa, lógicamente de un aumento del tiempo de cálculo. Ha de tenerse en cuenta que la densidad de mallado puede realizarse de una forma selectiva, incrementando el número de nodos y elementos en aquellas zonas donde se quiera realizar un estudio más pormenorizado.

El mallado consiste en primer lugar de la elección del tipo de elementos. Los programas comerciales tienen una biblioteca de tipos de elementos, cada uno de los cuales está caracterizado por su geometría, número de nodos y grados de libertad en cada nodo. También hay que elegir el tamaño del elemento así como su forma, ya que puede suceder que sea necesario recurrir a triángulos, cuadriláteros, tetraedros, etc. para determinados ajustes a las formas del modelo, también es posible optar por dejar al sistema que realice estos ajustes o bien definir el triángulo, cuadrilátero, tetraedro, etc., en todo el modelo. Por último, se asigna el material, es decir, cuando se realiza el mallado sobre una determinada parte de la figura, el material que en ese momento está activo para el sistema es el que queda asignado a esa zona. Para ello se necesita una acción previa de activación del material correspondiente.

**e).- Definición de condiciones de frontera.-** Es la última fase antes de proceder a la resolución. En cualquier caso es necesario definir condiciones de contorno especiales,



las cuales pueden pertenecer a algunos tipos específicos impuestos en determinadas zonas del modelo.

También podría ser necesario definir condiciones que generalmente se asigna automáticamente, es decir, el sistema las determina en todos aquellos lugares de la frontera en los que se haya especificado otro tipo de condiciones; esta es la condición típica de contorno para los cortes de simetría.

**f.- Solución.-** Antes de proceder a la orden de ejecución, hay que establecer determinadas condiciones de solución. En primer lugar se debe definir el tipo de ejecución que se va a realizar: estacionaria o transitoria. En este último caso habrá que considerar, entre otras variables, el tiempo de duración de la simulación del proceso y los intervalos de integración temporal medio, mínimo y máximo. El sistema se encargará de optimizar los intervalos de acuerdo con las variaciones mas o menos rápidas que van experimentando las variables del proceso.

Como es lógico, lo mismo que en el caso de la elección del tamaño de elementos, cuanto menor sea el intervalo de integración impuesto mayor será la precisión alcanzada pero también mayor será el tiempo de resolución.

**g.- Procesamiento de los resultados.-** Una vez ejecutada la solución, los resultados quedarán grabados en la base de datos del sistema. En esta fase se pueden obtener informes y representaciones gráficas de dichos resultados.

## **7.2 Selección entre los códigos implícitos y explícitos**

Los esquemas de solución numérica son referidos frecuentemente como análisis de solución explícito o implícito. Cuando un cálculo directo de las variables dependientes se hace en términos de cantidades conocidas, el cálculo se conoce como explícito. En contraste, cuando las variables dependientes son definidas por un conjunto de ecuaciones acopladas y una matriz o técnica iterativa es necesaria para obtener la solución, el método numérico se conoce como implícito<sup>(19,21,23)</sup>.

En este proyecto de investigación se seleccionó el código implícito de ANSYS debido a que el programa únicamente cuenta con este código y el explícito de ABAQUS por la facilidad del proceso para análisis dinámicos.

## **7.3 Método de Elementos Finitos resuelto por ABAQUS**

ABAQUS es una serie de poderosos programas de simulación en ingeniería, basado en el método de elementos finitos, que puede resolver problemas de alcance desde análisis lineales relativamente simples hasta los problemas no lineales más complejos. ABAQUS contiene una extensa librería de elementos que pueden modelar virtualmente cualquier geometría. Igualmente es extensa la librería de modelos de material, caucho, polímeros, compuestos, concreto reforzado, espumas aglomerables y elásticas, y materiales geotécnicos como el suelo y las rocas. ABAQUS además de usarse en problemas estructurales, también puede utilizarse en diversas áreas como transferencia de calor, difusión de masa, manejo térmico de componentes eléctricos (análisis térmico-eléctrico acoplado), acústica, mecánica de suelos (análisis fluido-suelo poroso acoplado) y análisis piezoeléctrico.

En muchas simulaciones el usuario solamente necesita proporcionar el dato de ingeniería, tal como las geometrías del modelo, el comportamiento del material, las condiciones de frontera, y las cargas aplicadas. ABAQUS selecciona automáticamente el incremento de tiempo apropiado y hace un ajuste continuo durante el análisis para asegurar más la exactitud. Rara vez el usuario necesita controlar los aspectos de la solución del análisis. El paquete comercial ABAQUS fue creado para la construcción y análisis de modelos macro y posteriormente fue utilizado para modelos micro.

### **7.3.1 Capacidad de ABAQUS para modelar la forja en caliente**

ABAQUS se ha utilizado para modelar la forja de una gran cantidad de productos. Esto incluye tanto modelación macro como micro, como será discutido enseguida<sup>(14,19,20)</sup>.

a) Capacidad del código para poder desarrollarse con contacto y fricción (no linealidades severamente discontinuas). En ABAQUS, el fenómeno de contacto puede ser modelado definiendo la superficie en contacto y definiendo los modelos constitutivos que gobiernan su interacción. Cuando se define la interacción entre superficies, se podría incluir el comportamiento de la fricción y además manipularse en una rutina del usuario.

b) Remalleo de la geometría durante o entre los pasos cuando la distorsión de la malla en los elementos es muy alta.

### 7.3.2.- Modelación de contacto con ABAQUS

Como se mencionó anteriormente, el contacto es un problema extremadamente no lineal debido a la no linealidad de la frontera (es decir, el contacto es cambiante en todo momento). ABAQUS usa el método Newton-Raphson para resolver este tipo de problema. Durante el análisis, las condiciones de frontera son aplicadas gradual e incrementalmente para encontrar la solución. La solución final es la suma de todos los incrementos de la respuesta durante el análisis<sup>(24,25)</sup>.

Para definir las condiciones de frontera, se define el par de superficies que podría estar en contacto. La interacción entre las superficies será definida para tomar en cuenta las condiciones de comportamiento adecuado.

Cuando la herramienta y la pieza a deformar están en contacto el esfuerzo es transmitido a través de la superficie de contacto. Este esfuerzo consiste de dos componentes: una normal a las superficies de contacto (presión de contacto), y una tangencial a las superficies (esfuerzo de corte friccional y deslizamiento).

La condición de frontera de contacto es aplicada cuando la distancia entre las superficies es cero. De otra manera, cuando las superficies están separadas, la presión de contacto puede llegar a ser negativo o cero y se remueve la condición de frontera. ABAQUS provee dos algoritmos para la modelación de problemas de contacto e interacción. El algoritmo de contacto general (automático), usa la opción "CONTACT", que permite definiciones de contacto muy simples con pocas restricciones sobre los tipos de superficies implicadas. El algoritmo par de contacto, usa la opción "CONTACT PAIR", que tiene más restricciones sobre los tipos de superficies implicadas y frecuentemente requiere más cuidado en la definición de contacto; sin



La geometría ensamblada Figura 7.4, estará representada por un tubo formando un óvalo con una boca que servirá para formar el tercer ramal de la T, un par de dados que darán forma a la pieza, Figura 7.2, y dos balas tipo esféricas; la menor que abre boca y la mayor calibra la pieza final, Figura 7.3.

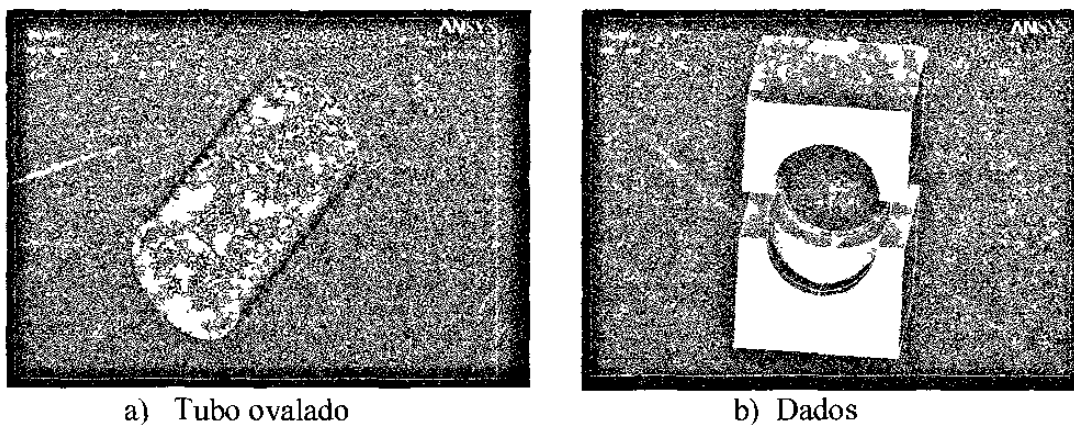


Figura 7.2. a) Pieza preformada y b) herramientas de formado.

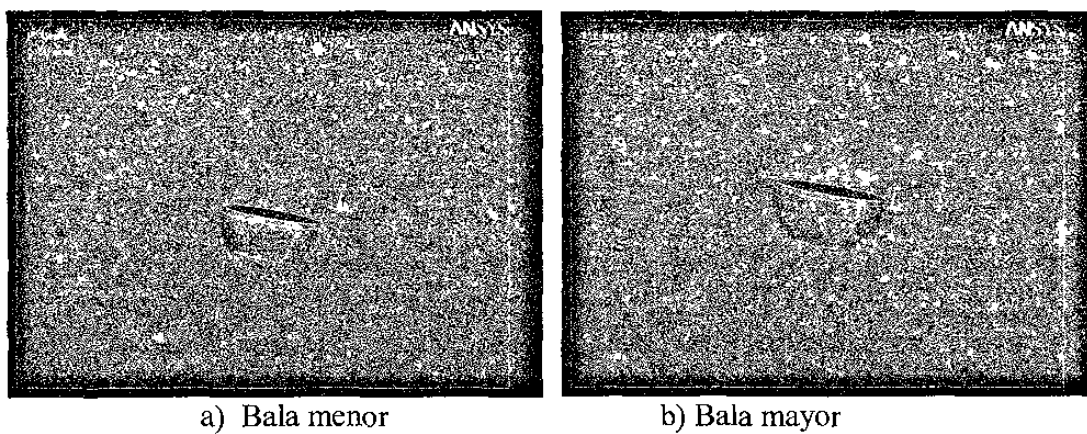


Figura 7.3. a) Herramienta para abrir y b) Herramienta para calibrar el tercer ramal.

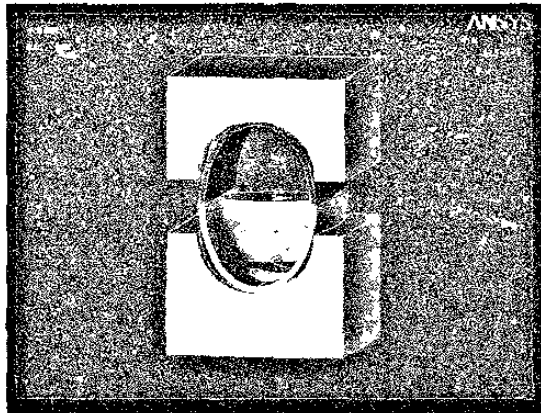


Figura 7.4 Geometría ensamblada.

## CUERPOS RIGIDOS

En este proyecto la pieza de tubo ovalada que será el elemento para formar la T, se designó como cuerpo deformable y los dados con las balas como cuerpos rígidos para simplificar el desarrollo. En ABAQUS un cuerpo rígido es una colección de nodos y elementos cuyo movimiento es gobernado por el movimiento de un nodo individual, conocido como el “nodo de referencia de cuerpo rígido”. Las cargas sobre un cuerpo rígido son generadas desde cargas concentradas aplicadas a nodos y cargas distribuidas aplicadas a elementos que son parte del cuerpo rígido. Los cuerpos rígidos interactúan con el resto del modelo a través de conexiones nodales para deformar elementos y a través de contactos con elementos deformables.

En análisis dinámicos los cuerpos rígidos se pueden usar para modelar componentes muy duros, ya sean fijados o en movimientos dinámicos. También pueden usarse para modelar constricciones entre componentes deformables y proveer un método conveniente de ciertas interacciones de contacto. Cuando ABAQUS se usa para análisis de formado cuasi-estático, los cuerpos rígidos son idealmente considerados para la

modelación de herramientas (dados, rodillos, etc...) y también podría ser efectivo como un método de constrictión.

### **Material y Propiedades**

Cabe mencionar que el único componente deformable en estudio es el óvalo, por lo que se hace necesario realizar ensayos mecánicos para obtener las propiedades mecánicas del material como se verá en el siguiente Capítulo.

Esto se lleva a cabo utilizando un material de acero con módulo de Young de 200 Gpa, una razón de Poisson de 0.3 y densidad de  $7800 \text{ kg/m}^3$  a una temperatura de  $800^\circ\text{C}$  en la mitad inferior del óvalo (color azul verde figura 7.5), y con un módulo de Young de 200 Gpa, una razón a poisson de 0.3, densidad de  $7800 \text{ kg/m}^3$  a una temperatura de  $300^\circ\text{C}$  en la mitad superior del óvalo (color lila figura 7.5) además se usan las curvas esfuerzo-deformación (datos de plasticidad: esfuerzo verdadero y deformación plástica) que se obtuvo en los ensayos a compresión a diferentes temperaturas, dichos datos son alimentados en forma de tabla al programa de ABAQUS (marca registrada). Para cada simulación se utilizan dos curvas esfuerzo-deformación verdaderas una para la parte inferior del óvalo. Lo anterior porque en el proceso de formado de la T, la pieza tiene diferente temperatura en cada una de las mitades de la misma. No omitiendo que para facilitar los cálculos se supone que las temperaturas permanecen constante.

### **Etapas de análisis**

El análisis para el modelo de la T consta de cuatro etapas



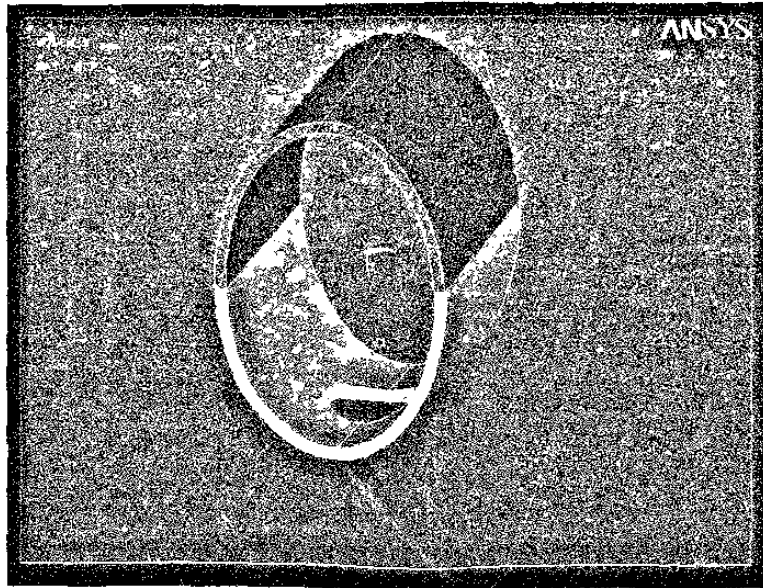


Figura 7.5 Ovalo: material superior a 300°C, material inferior a 800°C.

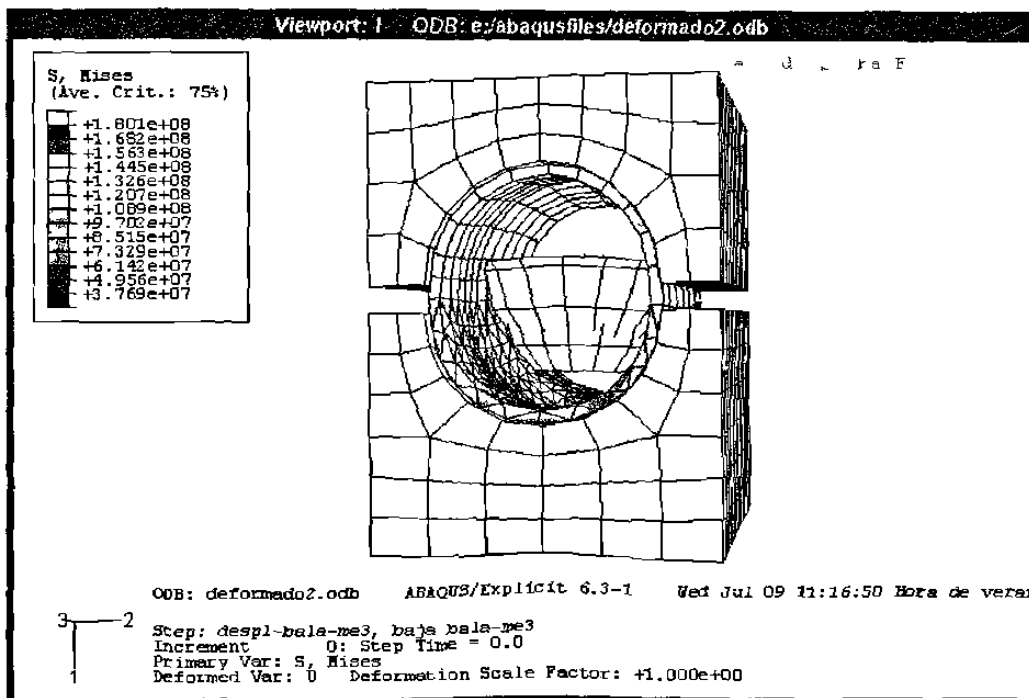


Figura 7.6 primer desplazamiento de la prensa hacia abajo.

**Primera etapa.-** Se aplica un desplazamiento de la prensa-dado superior hacia abajo de 0.0762m, forzando a la pieza a formar contra el dado inferior, manteniendo las demás herramientas fijas, Figura 7.6.

**Segunda etapa.-** Se desplaza hacia abajo la bala menor 0.2286m para abrir boca en el tercer ramal de la T manteniendo fijas las demás herramientas Figura 7.7.

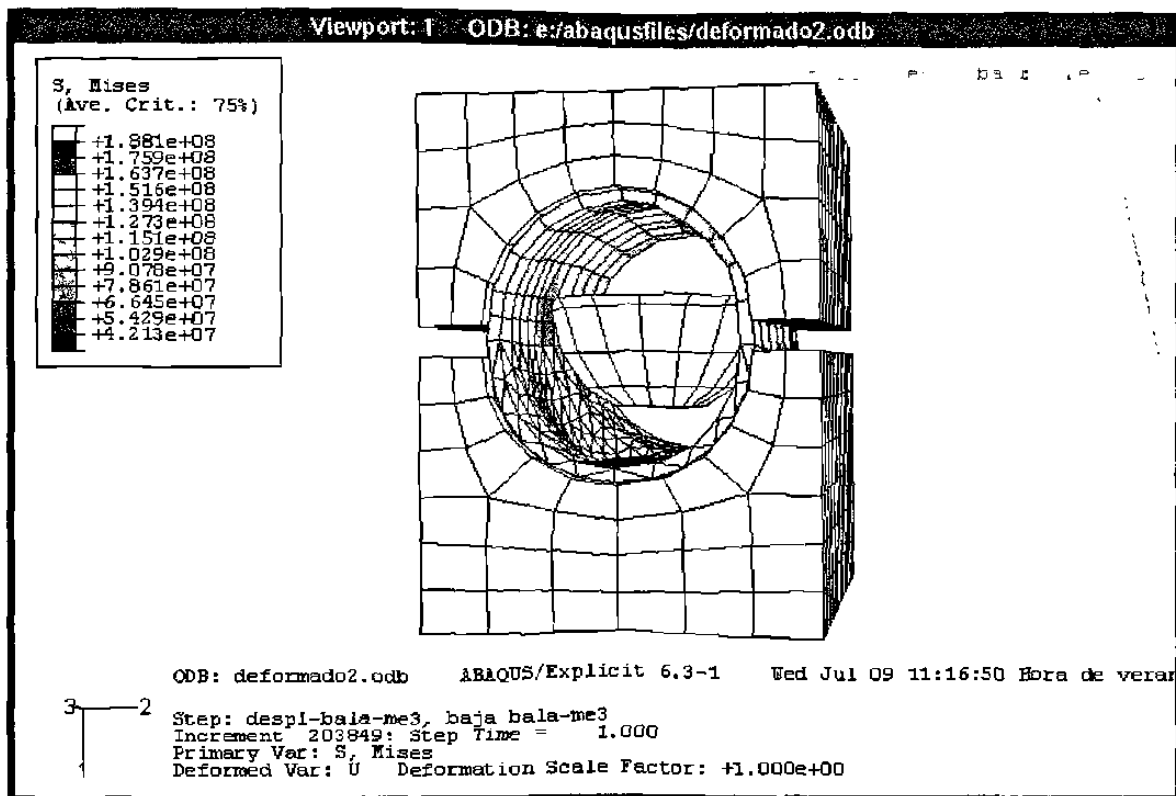


Figura 7.7 Desplazamiento de la bala menor hacia abajo.

**Tercera etapa.-** Se desplaza hacia abajo nuevamente la prensa-dado superior 0.0254m dejando fijas las otras herramientas Figura 7.8.

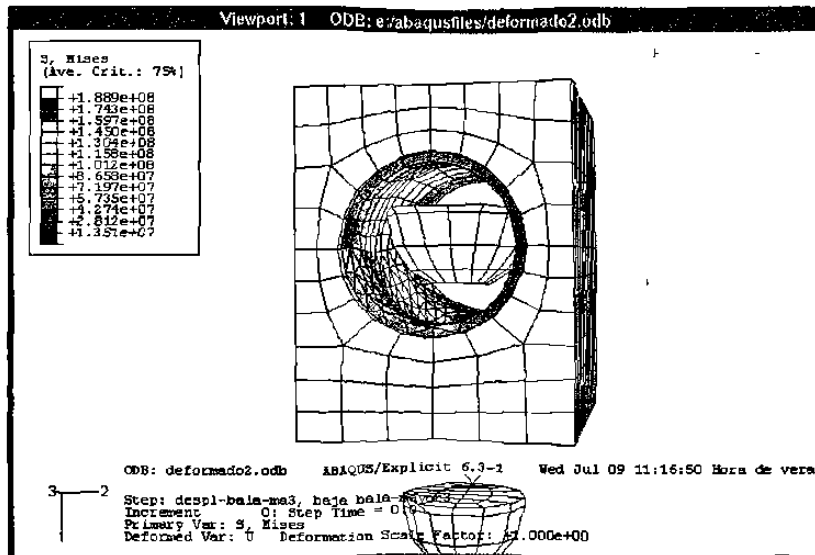


Figura 7.8 Segundo desplazamiento de la prensa hacia abajo.

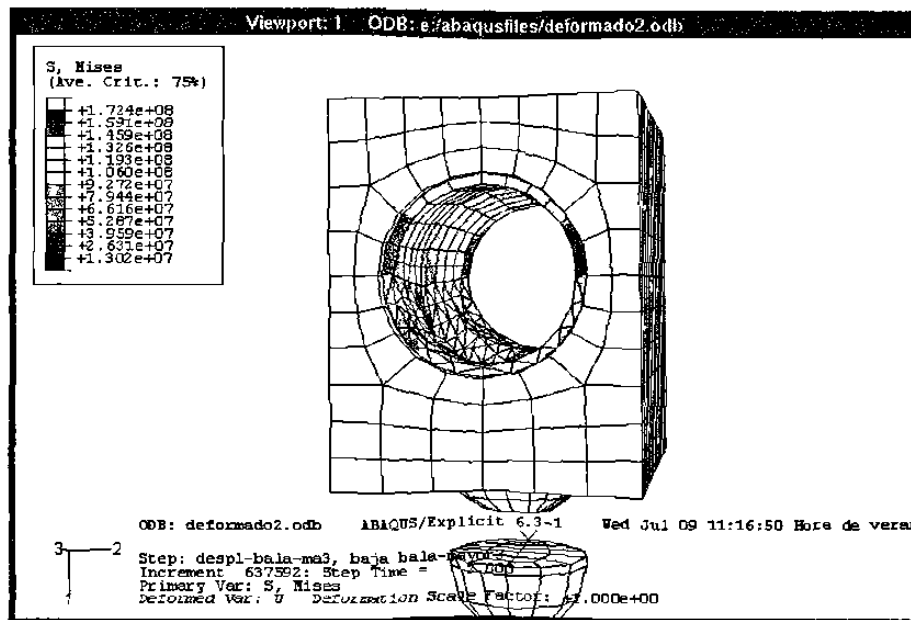


Figura 7.9 Desplazamiento de la bala mayor hacia abajo.

**Cuarta etapa.-** Se desplaza hacia abajo la bala mayor 0.2286m para calibrar el tercer ramal de la T dejando fijas las otras herramientas Figura 7.9.

### **Interacciones de contacto**

Muchos problemas se modelan usando como base de contacto la superficie. En el contacto entre un cuerpo rígido y un cuerpo deformable las estructuras pueden ser bidimensional o tridimensional y pueden estar sometidos a un deslizamiento pequeño o finito.

Hay tres etapas en la definición de la simulación de contacto:

- 1.- Definición de las superficies de los cuerpos que potencialmente podrían estar en contacto.
- 2.- Especificación de las superficies que interactúan una a la otra.
- 3.- Definición de interacción superficial modelo que gobierna el comportamiento de las superficies cuando están en contacto.

### **Par de contacto y el concepto de superficies maestra y esclava**

ABAQUS define el contacto entre dos cuerpos en términos de dos superficies que pueden interactuar; estas superficies son llamadas PAR DE CONTACTO. Para cada nodo de la primera superficie (superficie esclava) ABAQUS intenta encontrar el punto más cercano sobre la segunda superficie (superficie maestra) del par de contacto donde la normal de la superficie maestra pasa a través del nodo sobre la superficie esclava. La interacción es entonces discretizada entre el punto de la superficie maestra y el nodo esclavo *Figura 7.10*.

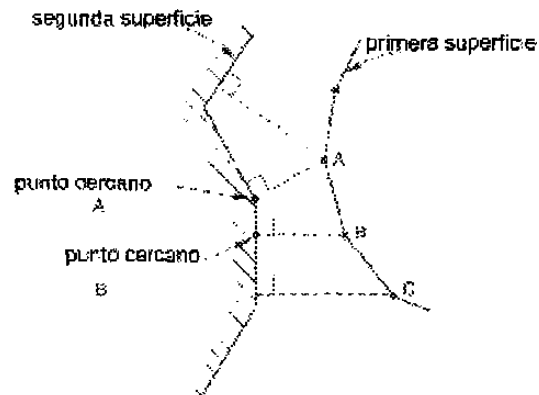


Figura 7.10 Contacto e interacción discretizada.

La superficie esclava siempre debe estar adjunta a al cuerpo deformable. La superficie rígida siempre debe ser la superficie maestra en el par de contacto. Ambas superficies en un par de contacto no pueden ser rígidas.

Para este trabajo se seleccionó en la interacción de las balas con el óvalo el contacto general explícito y para la interacción del óvalo con los dados se utilizó el contacto superficie a superficie explícito.

### Condiciones de frontera

Se aplicará una condición de frontera al modelo en la base, es decir en el dado inferior sobre el cual el metal caliente fluirá para formar el tercer ramal y que permanecerá fijo, dos condiciones de frontera en el dado superior que determina el desplazamiento hacia abajo comprimiendo al óvalo contra la base inferior en dos tiempos, una condición de frontera en la bala menor que permite su desplazamiento

hacia abajo para abrir boca en el óvalo y una condición de frontera en la bala mayor que sufrirá desplazamiento hacia abajo para calibrar la boca del tercer ramal. Estas condiciones de frontera se aplican en los nodos de referencia asignado a los cuerpos rígidos con anterioridad.

## Mallado

La capacidad en el proceso de mallado cae en tres categorías generales, funciones que permiten especificar diferentes características de mallado, tales como la densidad, forma de elemento y tipo de elemento como se observa en las Figuras 7.11, 7.12 y 7.13.

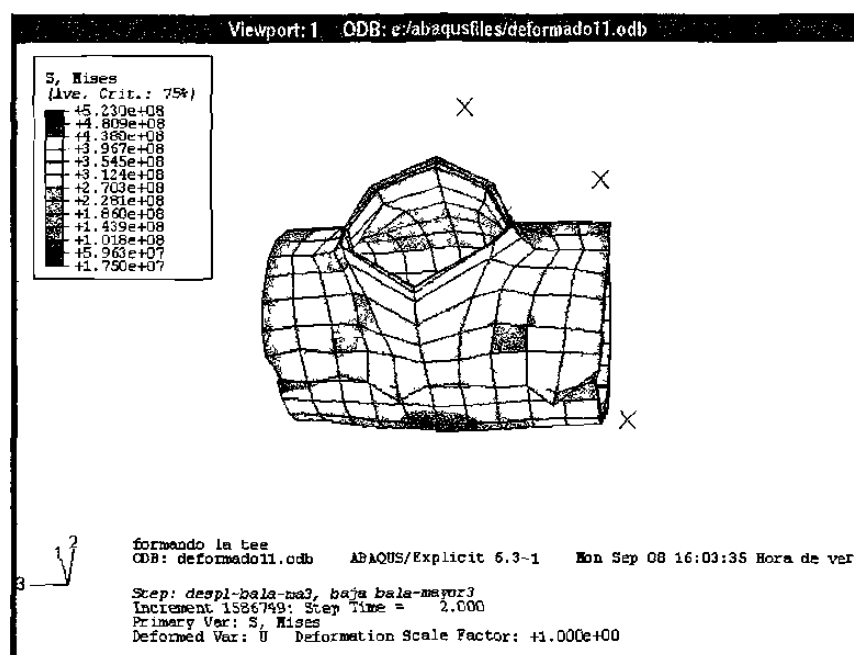


Figura 7.11 Tipo de elemento Hexaedro en toda la pieza de tamaño grande como primera aproximación.

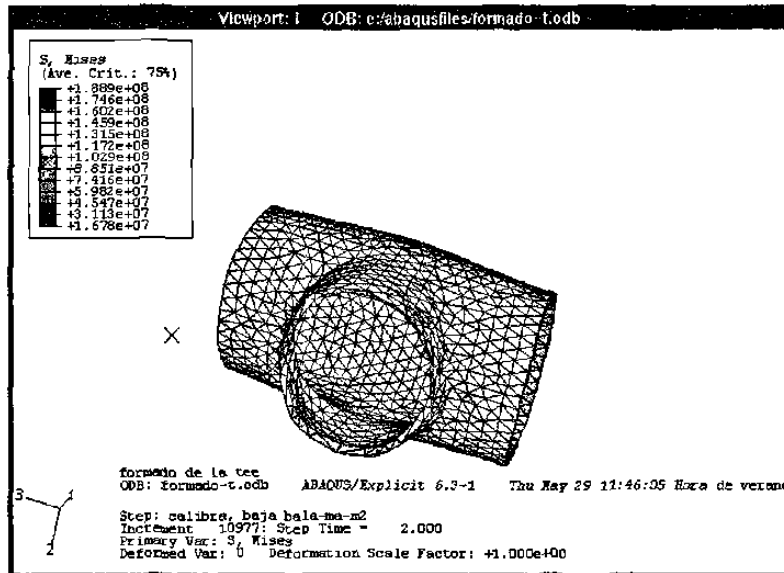


Figura 7.12 Tipo de elemento tetraedro en toda la pieza con Mallado fino.

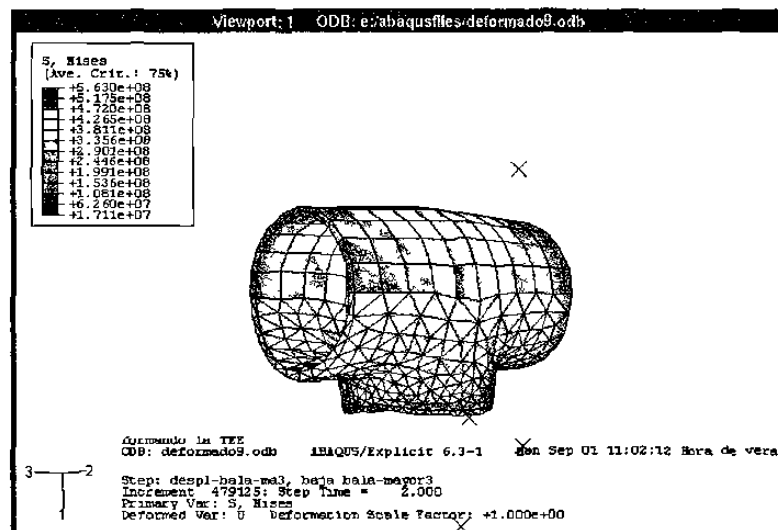


Figura 7.13 Tipo de Elemento, combinando la parte superior con hexaedro y la parte inferior con tetraedro. El mayor cambio en la parte inferior requirió malla fina.

ABAQUS usa una variedad de técnicas para generar mallado como son estructurado, de barrido y libre. Las diferentes técnicas proveen diferentes niveles de control sobre el

mallado. Las herramientas de verificación proveen información concerniente a la calidad de los elementos usados. ABAQUS provee una variedad de herramientas para controlar las características del mallado:

a).- Se puede controlar la densidad del mallado creando semillas a lo largo de los bordes del modelo para indicar donde serán localizados los nodos de las esquinas de los elementos.

b).- Se puede usar la herramienta de partición para dividir instancias en regiones muy pequeñas. Las particiones resultantes introduce nuevos bordes que pueden ser sembrados de semillas; por lo tanto se puede combinar la partición y el sembrado para ganar control adicional sobre el proceso generador de mallado. Se puede usar también la partición para crear regiones a las cuales se puede asignar diferentes tipos de elementos.

c).- Se puede controlar la forma de los elementos del mallado con las herramientas que presenta ABAQUS.

En el presente proyecto se utiliza para dados y balas una densidad de mallado de 0.025, un tipo de elemento estandar de la familia elemento rígido discreto, de orden geométrico lineal R3D4 (cuadrilátero rígido de cuatro nodos, tridimensional, integración reducida y seis grados de libertad), Figura 7.8 y para el óvalo se usa una densidad de mallado de 0.025 tipo estandar de la familia 3D stress C3D4 (tetraedro de cuatro nodos, continuo, tridimensional y seis grados de libertad) Figura 7.14



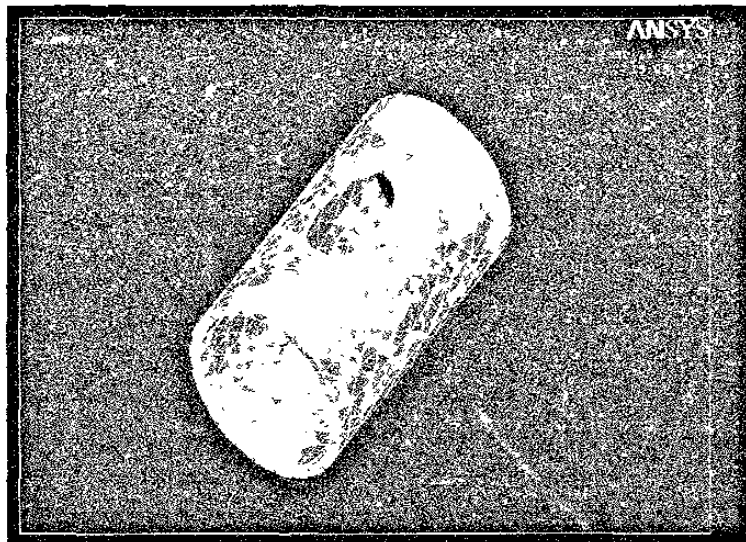


Figura 7.14 Malla de óvalo deformable.

Para el mallado del óvalo se ha elegido la técnica de mallado libre. Así como también para las herramientas como son los dados y las balas, lo anterior en base a las características del programa.

#### **Creación de la malla de contacto**

La malla del contacto entre la prensa (dado) y la parte superior del óvalo se define por la Figura 7.15 así mismo el contacto entre la base (dado) y la parte inferior del óvalo lo define la Figura 7.16, recordando que este contacto es del tipo general explícito.

La malla de contacto<sup>(26)</sup> entre las balas y la parte interior-inferior del óvalo se representan por las Figuras 7.17 y 7.18 con un tipo de contacto superficie a superficie explícito.

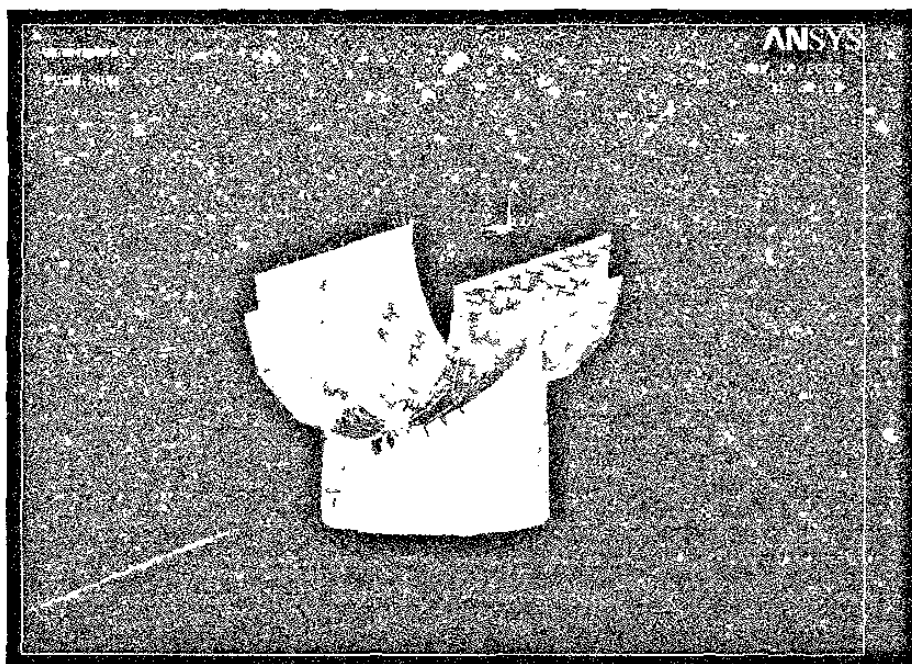


Figura 7.15 Malla de contacto prensa-óvalo.

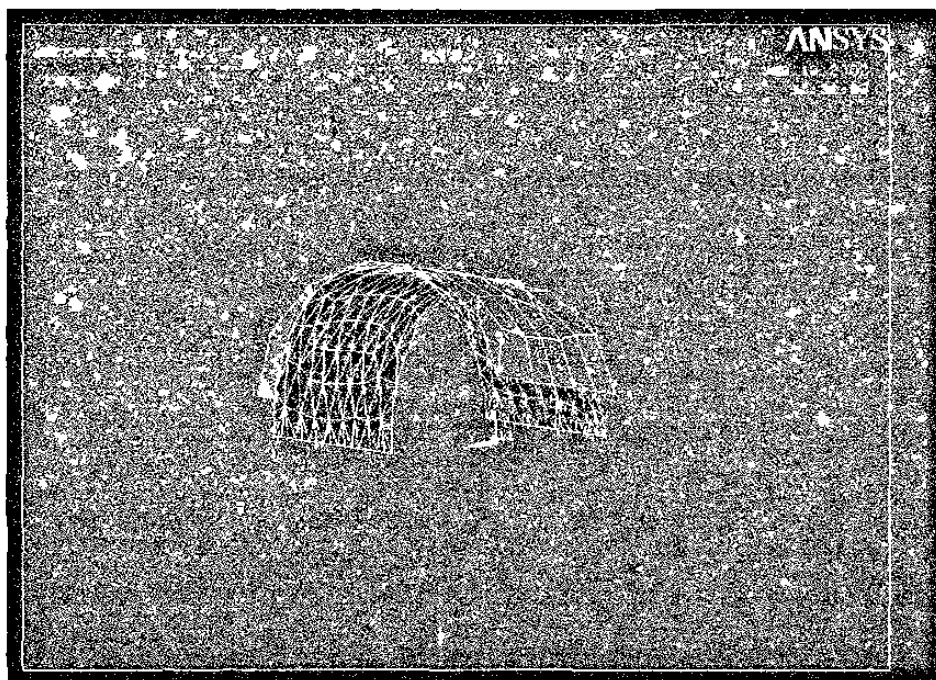


Figura 7.16 Malla de contacto base-óvalo.

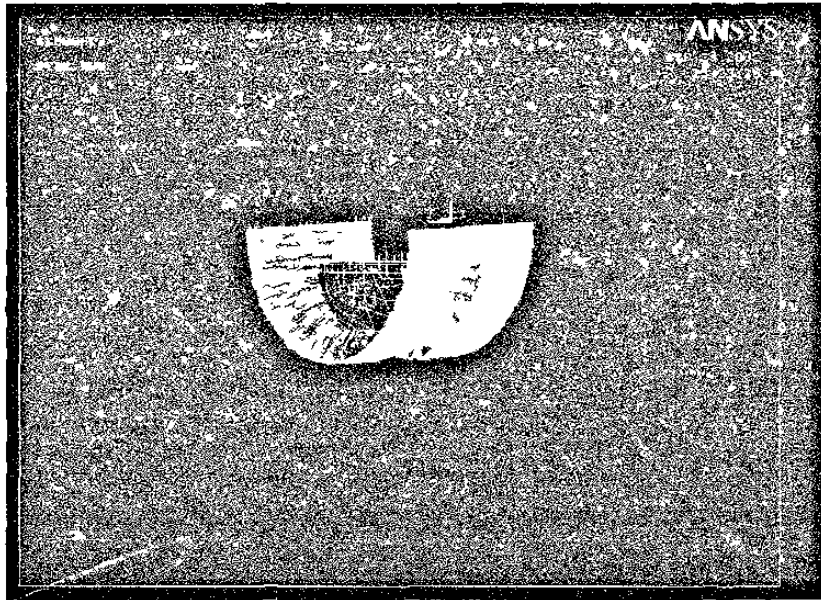


Figura 7.17 Malla de contacto bala menor-óvalo.

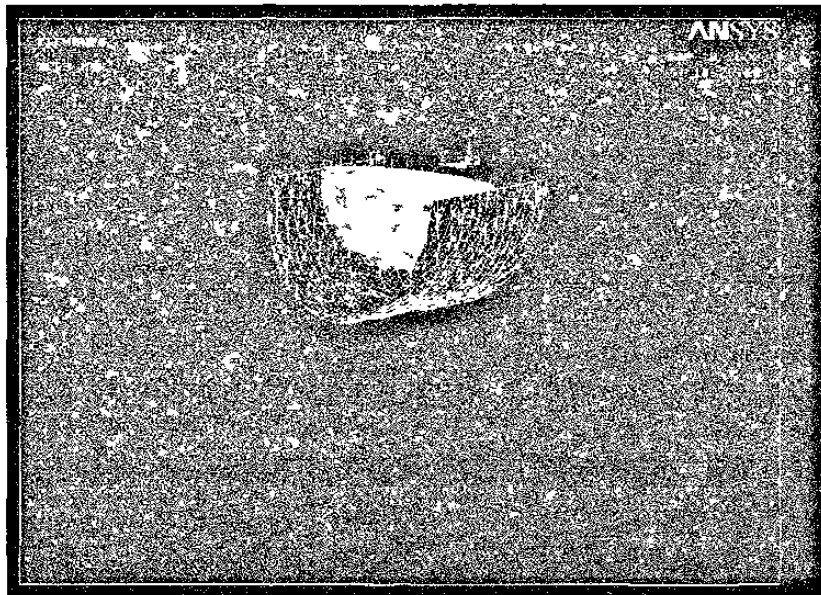


Figura 7.18 Malla de contacto bala mayor-óvalo.

## Módulo Job

Una vez que se han definido todas las tareas implicadas en la definición del modelo (tales como la geometría, la asignación de propiedades, y la definición de

contactos), se puede usar el módulo Job para analizar el modelo. El módulo Job permite crear una tarea para supeditarla a ABAQUS/Explícito para los análisis, y monitorear su desarrollo. Si se desea se pueden crear múltiples modelos y tareas, correrlas y monitorearlas simultáneamente.

### Módulo de visualización

El módulo de visualización provee la exposición gráfica de los modelos de elementos finitos y los resultados desde la base de datos de salida.

Los cálculos necesarios para la exhibición de los resultados almacenados en la base de datos de salida, depende si los resultados son para cantidades de base nodal, tales como desplazamiento o velocidad, o para una cantidad de base elemento tal como esfuerzo y deformación.

# CAPITULO 8

## PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

### 8.1 INTRODUCCIÓN

El conformado en caliente se ha utilizado desde la época del forjado de herrero, y es probablemente el método más antiguo del tipo de proceso de formado a compresión para dar a los metales la forma deseada. El trabajo en caliente es usado muy ampliamente porque es posible realizar un cambio en forma rápida y barata. Sin embargo, debido al avance en el conocimiento de los materiales, mediante la deformación en caliente no solo es posible proporcionar la geometría deseada sino también las características mecánicas necesarias.

Uno de los problemas más importantes que surge en el diseño de los procesos de conformado de materiales para fabricación de componentes es la obtención de adecuadas propiedades mecánicas finales del material y la selección de los parámetros de control del proceso de deformación como son:

- a) Establecer las relaciones cinemáticas entre la pieza de partida (sin deformar) y la pieza final (deformada), esto es, predecir el flujo metálico durante la operación, con predicción de temperaturas, transferencia de calor y coeficiente de fricción.
- b) Establecer los límites de conformado del material, es decir, si es posible o no fabricar la pieza sin defectos internos o superficiales.
- c) Predecir las fuerzas y tensiones para ejecutar las operaciones de conformado, de modo que se pueda escoger las herramientas y los equipos adecuados.

La optimización de las propiedades mecánicas finales exige un control perfecto de la deformación. Para ello no sólo hay que considerar la influencia de variables físicas externas, tales como temperatura o velocidad de deformación, sino también factores microestructurales como densidad de defectos y su movilidad, formación de subestructuras, tamaño de grano, etc.

Como primer paso para tal optimización es necesario conocer las ecuaciones constitutivas de la fluencia del material, en especial a las temperaturas de trabajo, que es donde se realizan buena parte de las operaciones de conformado.

Los efectos de la deformación, velocidad de deformación, temperatura y microestructura sobre el comportamiento de fluencia de materiales metálicos durante los procesos de deformación han sido estudiados y descritos con detalle en las últimas décadas. La respuesta mecánica de un material se determina por dos fenómenos antagónicos, a saber: endurecimiento por deformación debido a la creación y desplazamiento de dislocaciones (aumento de resistencia) y ablandamiento debido a los procedimientos de recuperación (restauración y recristalización dinámica). Cuando se alcanza el equilibrio entre ambos fenómenos, la curva de fluencia llega a un estado estable.

Cabe mencionar que por métodos experimentales se puede llegar a predecir la microestructura del material tras la deformación en caliente. A continuación el material, todavía puede sufrir alteraciones microestructurales por recristalización estática o por cambio de fase.

## 8.2 MONITOREO DE TEMPERATURAS

En planta se evaluaron las temperaturas de cuatro tubos preformados, a los que se les gravó una malla de cuadrados en la superficie exterior con dimensiones de 1.5 pulgadas (3.81 cm) por lado, antes del proceso de formado Figura 8.1.

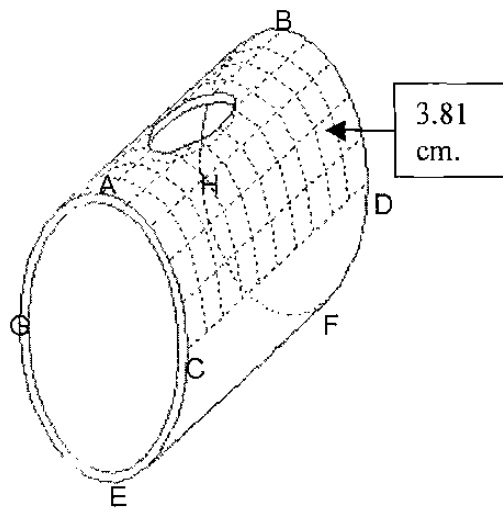


Figura 8.1 Mallado del tubo a deformar

Para poder monitorear la temperatura, se colocaron ocho termopares tipo K (crómel-alumel) de 0.32 centímetros de diámetro, cuatro en cada extremo, ubicados diametralmente en las posiciones definidas por las letras (A,B,C,D,E,F,G,H) (figura 8.1). Dicho registro se llevó a cabo en un equipo de computo.

### 8.3 PRUEBAS MECANICAS

El método experimental empleado en este proyecto para caracterizar la fluencia en caliente es el de compresión axial, por lo que a continuación se darán detalles del mismo. En este ensayo, las probetas cilíndricas y las mordazas, junto con el lubricante, se calientan a una temperatura dada en un horno de inducción marca Ameritherm, modelo XP-5, 7.5 (Figura 8.2) con una capacidad máxima de calentamiento de 1200°C la cual se mantiene por un período corto de tiempo, una vez alcanzada la temperatura se comprime la muestra utilizando una máquina universal marca Instron, modelo 8502 (Figura 8.3) con una capacidad máxima de carga de 10 toneladas métricas a una velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$  constante, cabe señalar que las mordazas utilizadas fueron fabricadas de manera especial con material Stellite 31, Figura 8.4.

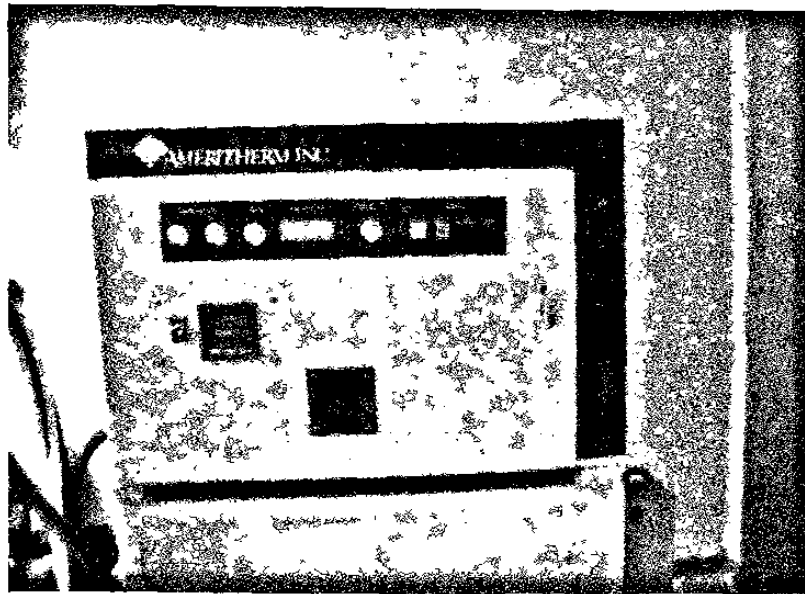


Figura 8.2 Horno de inducción Ameritherm del laboratorio.



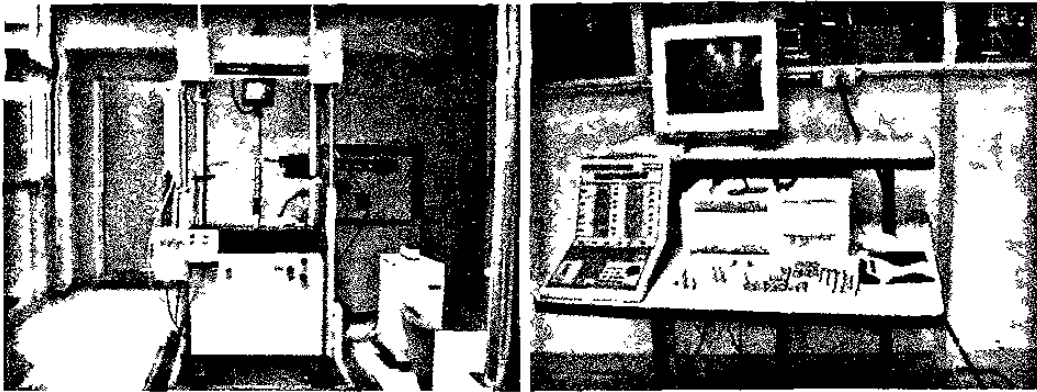


Figura 8.3 Máquina universal y centro de cómputo de apoyo.

Para estudiar el comportamiento a fluencia se han efectuado ensayos de compresión uniaxial con velocidad de deformación de  $1.5 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  a diversas temperaturas entre  $27^\circ\text{C}$  y  $800^\circ\text{C}$ . Se emplearon probetas cilíndricas de 10 mm de diámetro y 15 mm de altura. La deformación total de cada probeta fue de 8 mm. Para minimizar la fricción, se empleó la mezcla grafito-aceite como lubricante.

Se consideró constante la velocidad de deformación nominal durante el ensayo así como también que las herramientas de compresión y la probeta estaban a la misma temperatura nominal. No se consideró conducción de calor entre ambos, ni radiación, ni convección con el ambiente puesto que las probetas se calentaron lentamente en el horno de inducción.

#### **8.4 Proceso de formado del tubo mallado**

En planta se procesaron 4 tramos de tubos mallados con cuadrículas de 3.8 cm por lado, para obtener las conexiones T Figura 8.5 siguiendo los pasos del proceso normal.

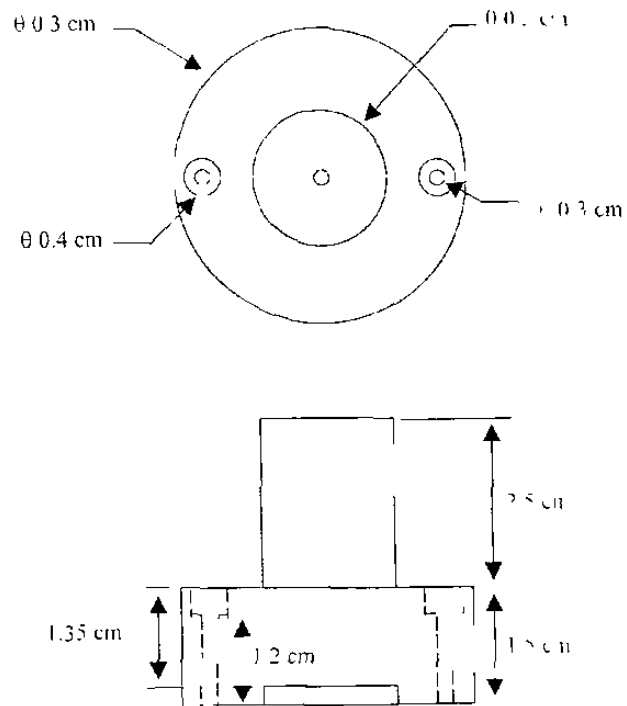


Figura 8.4 Mordazas para ensayos mecánicos en caliente.

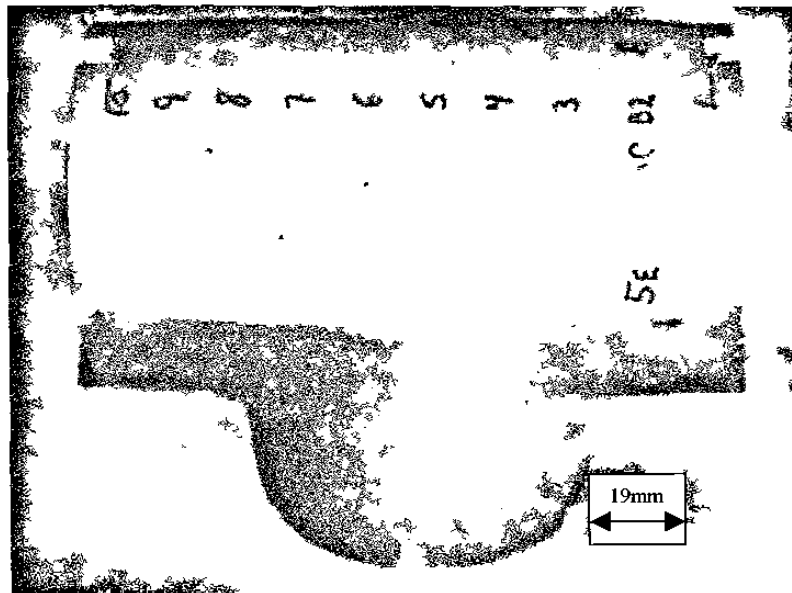


Figura 8.5 Conexión T mallada.

De este proceso se obtiene una colección de datos de las celdas (cuadrículas) deformadas que son validados con los datos que resultaron de la modelación numérica aplicado al mismo proceso como se indica en el capítulo 9.

### 8.6 Ensayo de ocho preformas con óvalo modificado

Antes de ensayar en planta los ocho tubos preformados, se les modificó el óvalo que origina el tercer ramal Figura 6.4, para ello se rediseño la plantilla para el corte del nuevo óvalo. El cambio que hizo fue disminuir el eje mayor manteniendo constante al eje menor como se observa en la Figura 8.6. El proceso de forja que se siguió fue el mismo que se utiliza normalmente.

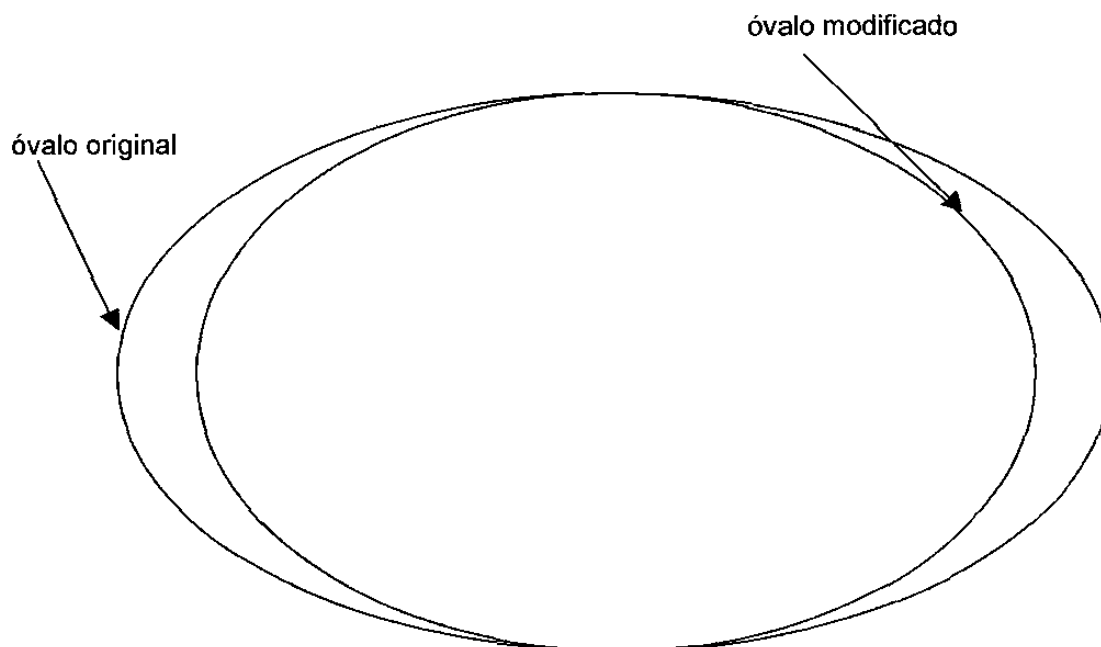


Figura 8.6 Óvalos original y modificado.

# CAPITULO 9

## RESULTADOS

### 9.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se presentan los resultados del monitoreo de las temperaturas del proceso realizado en planta. El comportamiento de las piezas se describen mediante curvas de la temperatura contra el tiempo. Se compara además la distorsión de la pieza formada con el modelo numérico. Así mismo se presentan los datos obtenidos de los ensayos mecánicos de compresión a alta temperatura realizados en el laboratorio y también sus resultados numéricos.

### 9.2 Resultados experimentales

El formado de la T en planta se realiza siguiendo los pasos de la Figura 9.1 en una prensa vertical que consta de un par de dados de una aleación colada resistente a la temperatura y herramientas auxiliares como son la bala menor que abre la boca y la bala mayor que calibra el tercer ramal de la T. En la práctica normal del proceso las T se fabrican a partir de tubos de acero de bajo carbono (0.189 C, 0.76 Mn, 0.27 Si, 0.006 P, 0.005 S, % peso) sin costura con diámetro exterior de 27.305 cm para producir T de 20.32 cm de diámetro exterior en los tres ramales. Las piezas se cortan en función del tamaño y espesor de pared requeridos para el producto final.

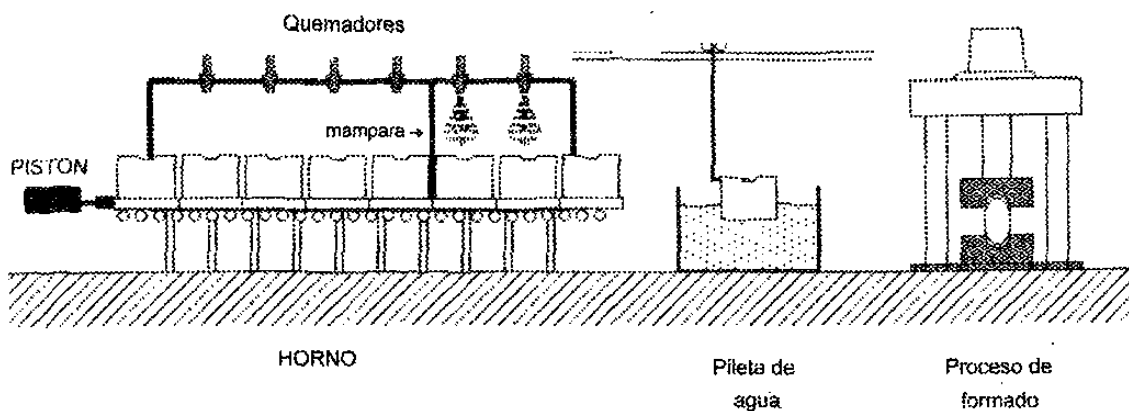


Figura 9.1 Proceso de formado de la conexión T explicado en el capítulo 6.

El horno se mantiene a una temperatura promedio de  $1100^{\circ}\text{C}$ . Para este proyecto se maquinaron retículas a cuatro tubos en la superficie exterior para evaluar la deformación.

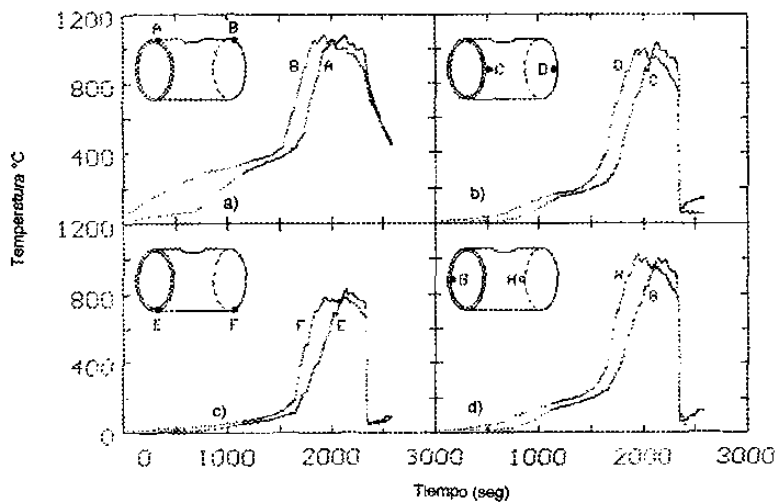


Figura 9.2 Curvas (a,b,c, y d) de temperaturas en función del tiempo con carga de la pieza por el lado de entrada en horno, enfriamiento en agua y forja normal. Se representa la evolución en los puntos (A,B,C,D,E,F,G y H).

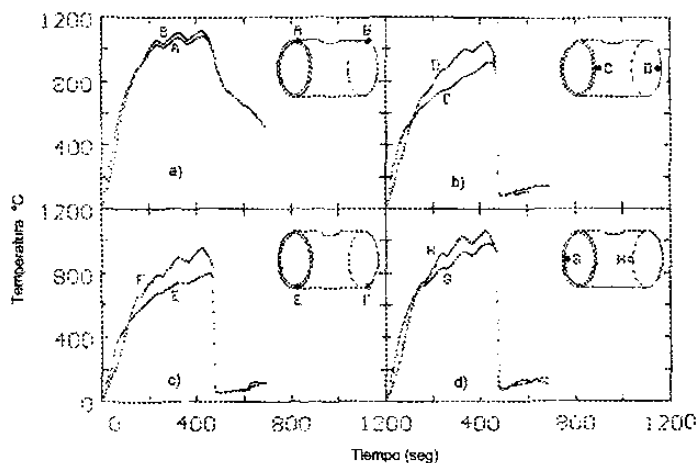


Figura 9.3 Curvas (a,b,c y d) de temperaturas en función del tiempo con carga de la pieza por el lado de salida, enfriamiento en agua y forja normal. Se representa la evolución en los puntos (A,B,C,D,E,F,G y H).

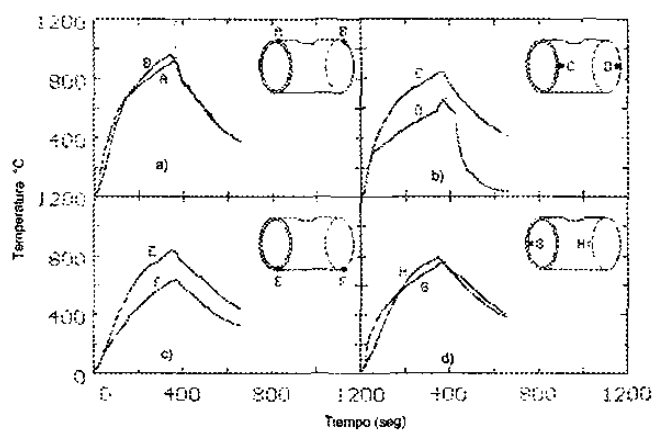


Figura 9.4 Curvas (a,b,c y d) de temperaturas en función del tiempo con carga de la pieza por el lado de salida, calentamiento hasta temperatura inferior a 950°C, sin enfriamiento en agua. Se representa la evolución en los puntos (A,B,C,D,E,F,G y H).

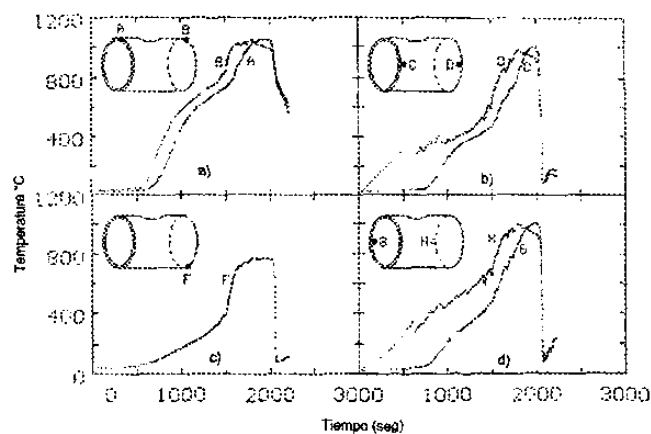


Figura 9.5 Curvas (a,b,c y d) de temperaturas en función del tiempo Con carga de la pieza por el lado de entrada en horno sin mampara, enfriamiento en agua y forja normal. Se representa la evolución en los puntos (A,B,C,D,E,F,G y H).

Cabe mencionar que el forjado de las piezas cuyo historial térmico se muestra en las Figuras (9.2, 9.3 y 9.5) fue satisfactorio, en tanto que el ciclo mostrado en la Figura 9.4 resultó en el rechazo de la pieza.

### 9.3 Microestructura

En las micrografías del acero empleado en este estudio se observa que, después del formado en caliente de la pieza, se tienen diferentes estructuras, como se indica en los puntos señalados de la Figura 9.6, que corresponde a la pieza de forja de acuerdo al ciclo mostrado en la Figura 9.2. La microestructura (E) corresponde al lomo de la TE donde se tiene la menor temperatura, las microestructuras (A) y (D) corresponden a los puntos diametrales donde se sufre el cambio de temperatura por el enfriamiento con agua, como están al mismo nivel son similares, La microestructura (C) corresponde a un punto del lado del vientre de la TE y la microestructura (B) corresponde a un punto del tercer

ramal de la TE, donde se tiene la mayor temperatura sin sufrir enfriamiento con agua. La diferencia en estructura se atribuye al ciclo térmico y de deformación.

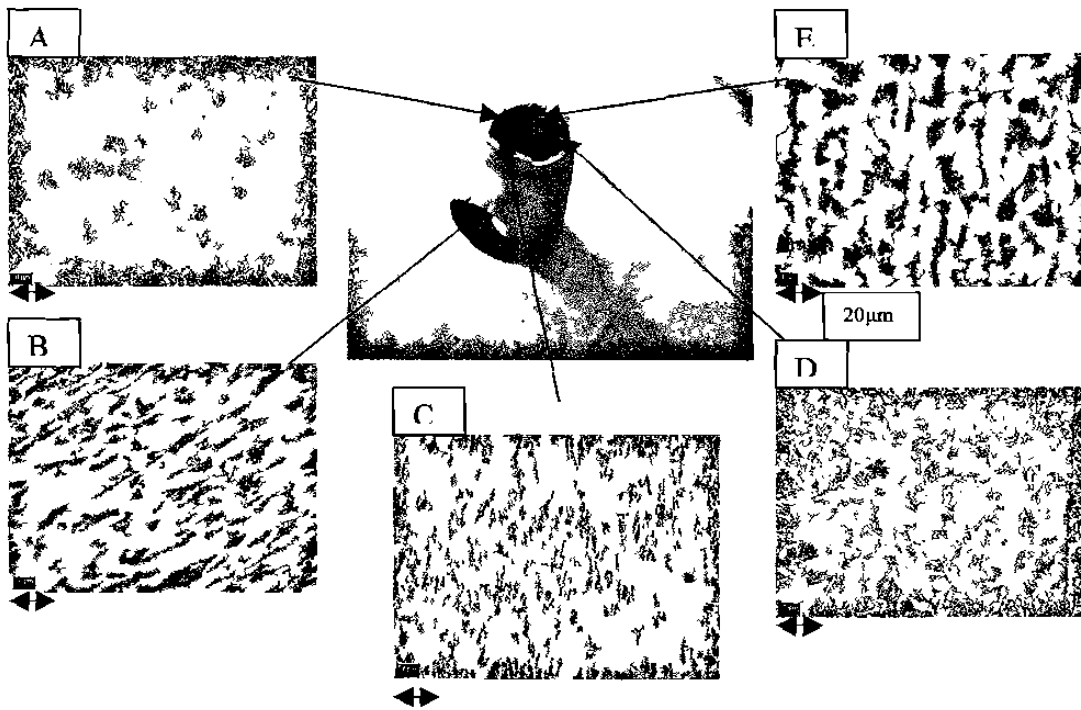


Figura 9.6 Micrografías de las zonas A,B,C, y D de la pieza conformada de acuerdo al ciclo de la figura 9.2.

Por lo anteriormente presentado, se infiere que la pieza tiene diferentes propiedades mecánicas en sus diversas regiones, por lo tanto se procede a realizar el normalizado a la pieza a una temperatura de 900°C durante 15 minutos, para homogenizar las características y propiedades del material. La Figura 9.7 muestra la microestructura de la pieza normalizada. La microestructura resultante es una mezcla de perlita y ferrita de grano fino y uniforme.



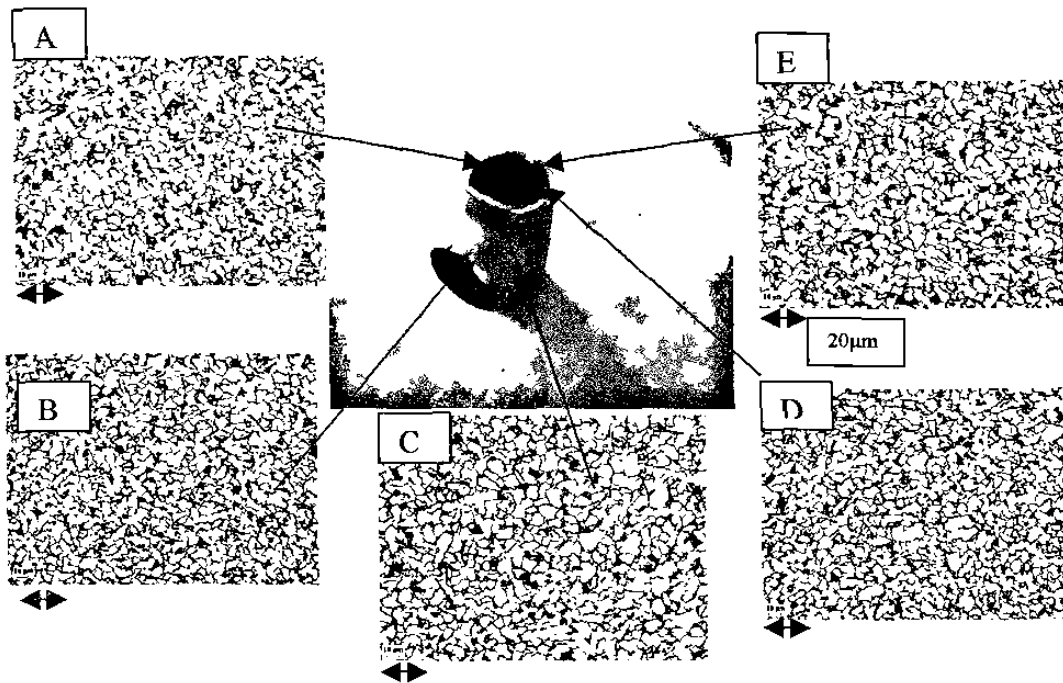


Figura 9.7 Micrografías de la zonas A,B,C,D y E de la pieza normalizada.

#### 9.4 Desarrollo del método visioplástico

Cuando la conexión T de prueba ya ha salido del proceso y ha sido enfriado se proceda a efectuar las mediciones de la malla deformada Figura 10.3.

Para efectuar la medición de la malla, es necesario obtener la medida de la diagonal<sup>(27)</sup> entre la esquina inferior izquierda y la esquina superior derecha. Esto es con el fin de tomar en cuenta la distorsión de cada elemento. La Figura 9.8 muestra una celda en su estado inicial y final, además de la localización de las dimensiones que se requieren en el análisis.

Las componentes normales de la deformación se calcularon a partir de las siguientes fórmulas:

$$\varepsilon_{\theta} = \ln \left( \frac{x_i}{x_f} \right) \quad (1a)$$

y

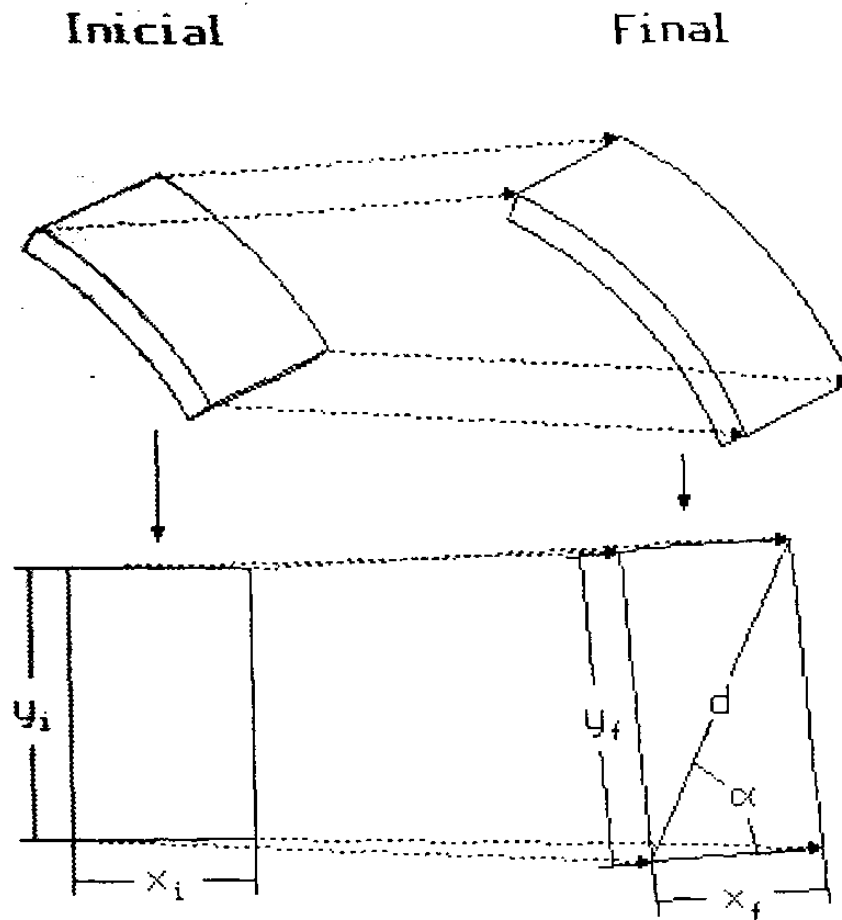


Figura 9.8 Diagrama de la diagonal de una de las celdas de la malla.

$$\varepsilon_z = \ln \left( \frac{y_i}{y_f} \right) \quad (1b)$$

El componente radial ( $\varepsilon_r$ ) se determina suponiendo que el volumen permanece constante:

$$\varepsilon_r = -(\varepsilon_z + \varepsilon_{\theta}) \quad (2)$$

y debe ser igual a la deformación calculada a partir de las mediciones de espesor

$$\varepsilon_t = \ln\left(\frac{t_i}{t_f}\right) \quad (3)$$

donde  $t_i$  y  $t_f$  son los espesores en la preforma y la T. Determinados a partir de medidas con ultrasonido.

Para obtener el valor de la distribución de la deformación equivalente ecuación (4) experimentada por el tubo, es necesario obtener el valor de los componente que son la deformación circunferencial, proporcionada por  $(\varepsilon_\theta)$ , la deformación radial  $(\varepsilon_r)$ , la deformación longitudinal  $(\varepsilon_z)$  y la deformación cortante  $\gamma_{\theta z}$ .

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_r)^2 + (\varepsilon_r - \varepsilon_z)^2 + \frac{3}{2} \gamma_{\theta z}^2]^{0.5} \quad (4)$$

La Figura 9.9 muestra que las deformaciones axiales presentan cierta heterogeneidad a través de la sección longitudinal, el hecho de que se encuentre encima del plano indica que son deformaciones tensiles, dicha figura muestra que las deformaciones axiales son mayores en los extremos de la zona del vientre adyacente al tercer ramal.

La Figura 9.10 muestra la distribución del componente radial, calculado con la ecuación (2), se aprecia que la magnitud de este componente es negativo, además implica un espesor de pared variable, aquí la deformación es grande porque se reduce el diámetro.

La Figura 9.11 muestra que la deformación circunferencial se presenta en forma heterogénea a través de toda la deformación longitudinal de la T. Además se aprecia un valor negativo lo que indica que existe una compresión.

La Figura 9.12 muestra el patrón de deformación correspondiente a la pared del tubo obtenido a partir de mediciones de ultrasonido. En este diagrama, los valores negativos indican el adelgazamiento en la pared. En la Figura 9.13 se comparan los valores obtenidos del presente análisis ( $\epsilon_r$ ) con respecto a los calculados a partir de las mediciones de espesor ( $\epsilon_t$ ), con lo que se confirma la validez tanto de las suposiciones como de las técnicas de análisis.

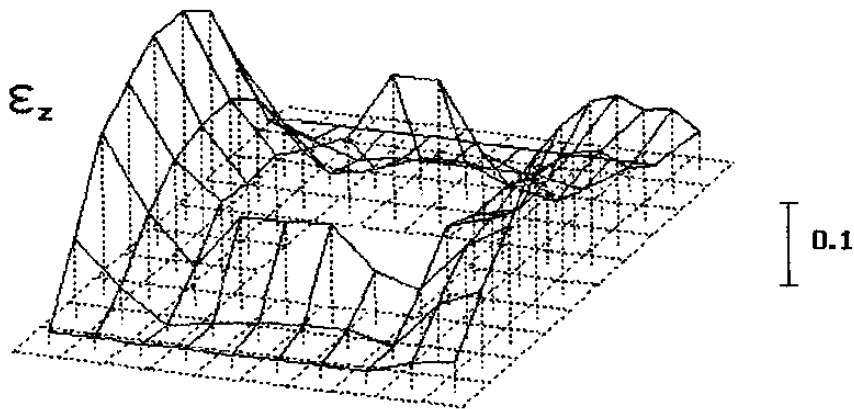


Figura 9.9 Distribución del componente axial de la deformación ( $\epsilon_z$ ) en la T.

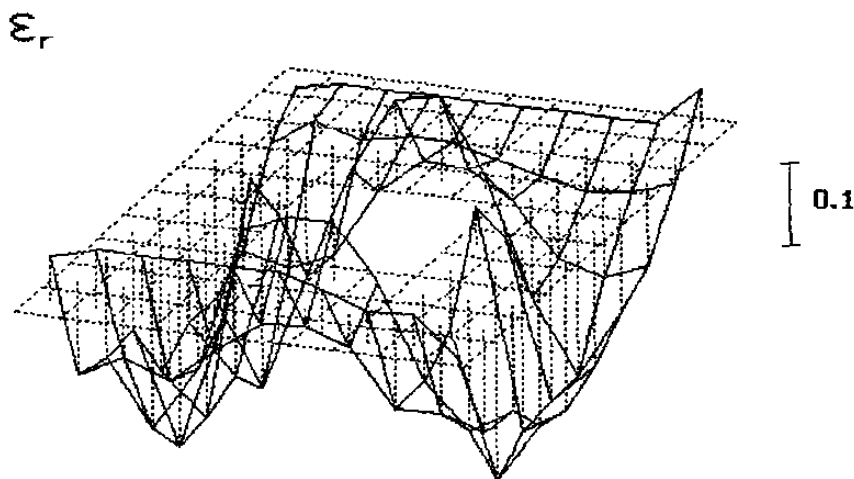


Figura 9.10 Distribución del componente radial de la deformación ( $\epsilon_r$ ) en la T.

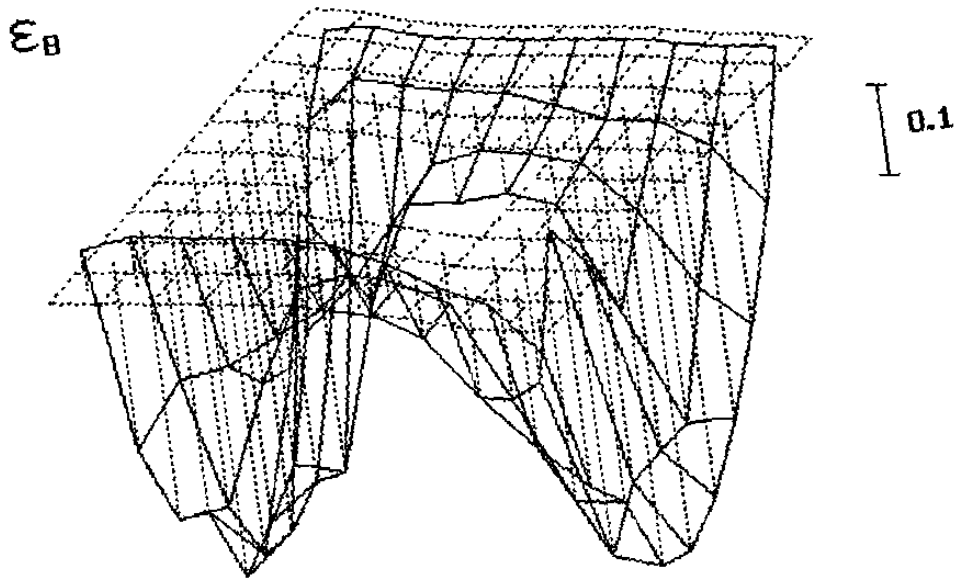


Figura 9.11 Distribución del componente circunferencial de la deformación( $\epsilon_\theta$ ) en la T.

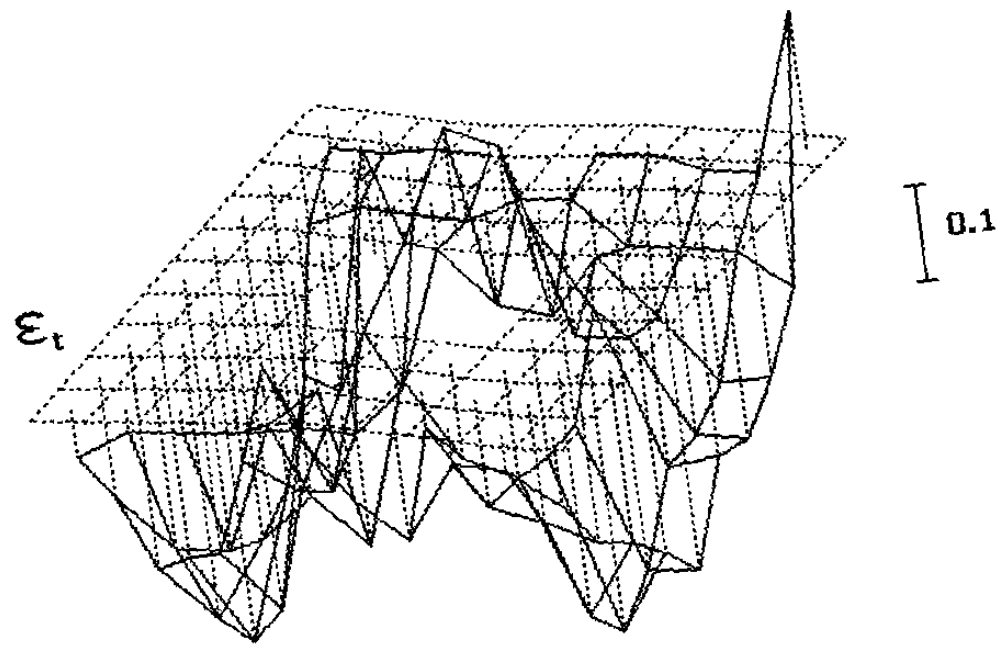


Figura 9.12 Distribución de la deformación calculada a partir de mediciones espesor( $\epsilon_t$ ).

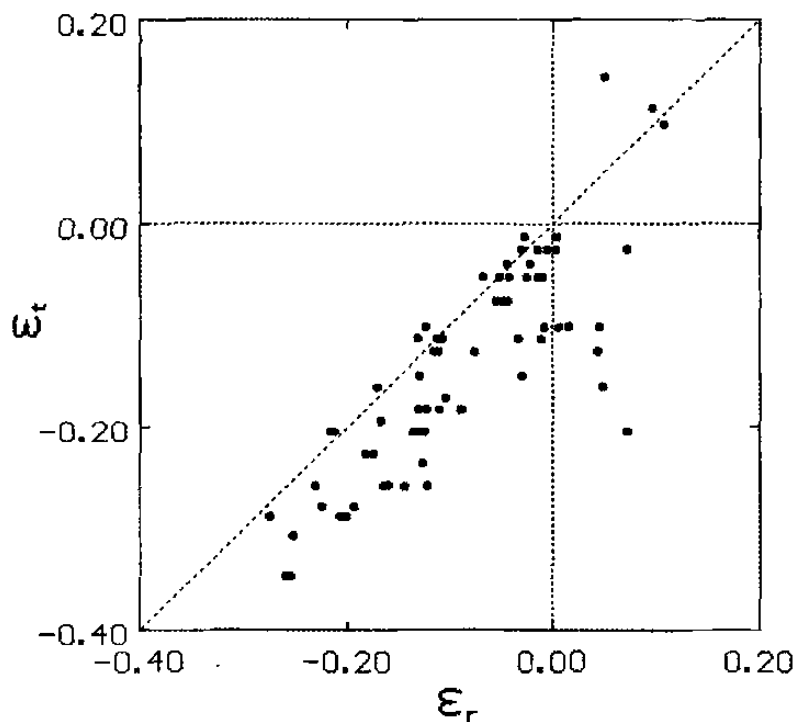


Figura 9.13 Correlación entre el componente radial de la deformación ( $\epsilon_r$ ) y aquel calculado a partir de las mediciones de espesor ( $\epsilon_t$ ).

Las Figuras (9.14, 9.15 y 9.16) muestran los resultados experimentales representando los valores de deformación  $\epsilon_\gamma, \epsilon_\theta, \epsilon_z, \epsilon_r$  y  $\bar{\epsilon}$  en las posiciones angulares de 18, 36, 54, 72 y 90°.

$\epsilon_\gamma = da$  deformación angular

$\epsilon_\theta = dc$  deformación circunferencial

$\epsilon_z = dl$  deformación longitudinal

$\epsilon_r = dr$  deformación radial

$\bar{\epsilon} = de$  deformación equivalente

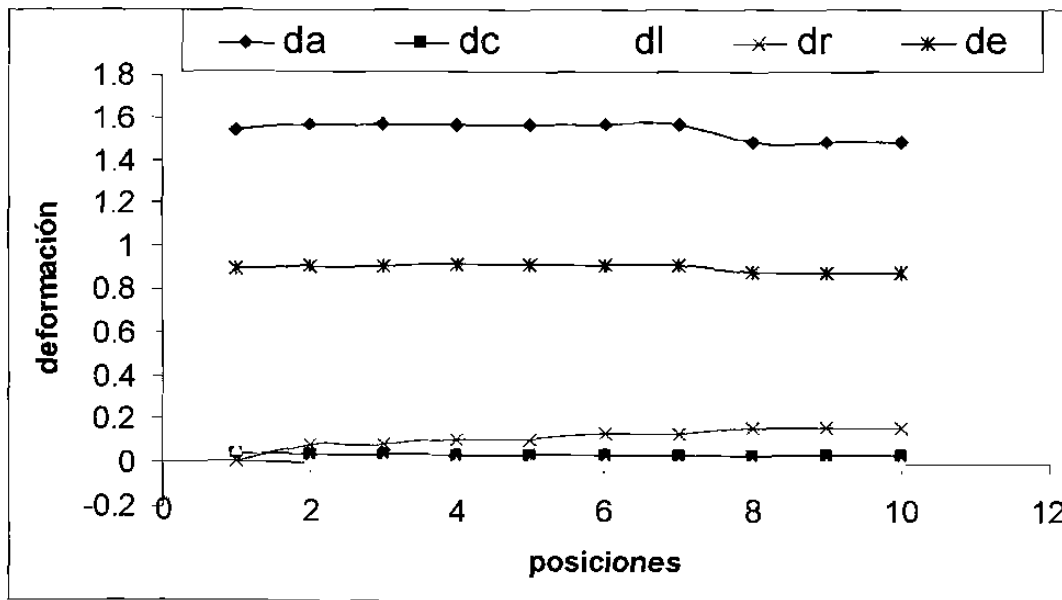


Figura 9.14 Resultados experimentales en la posición angular de 18°.

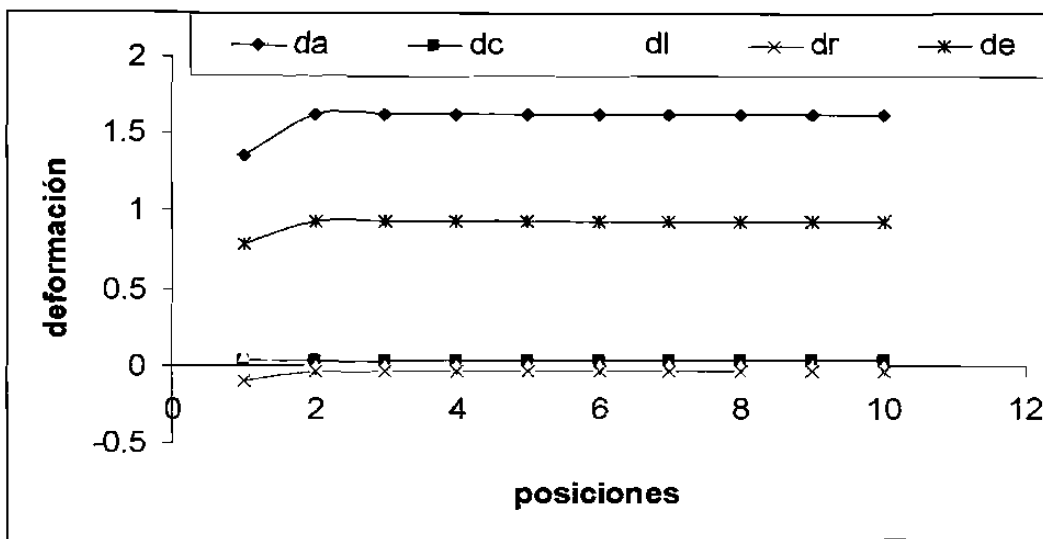


Figura 9.15 Resultados experimentales en la posición angular de 36°.

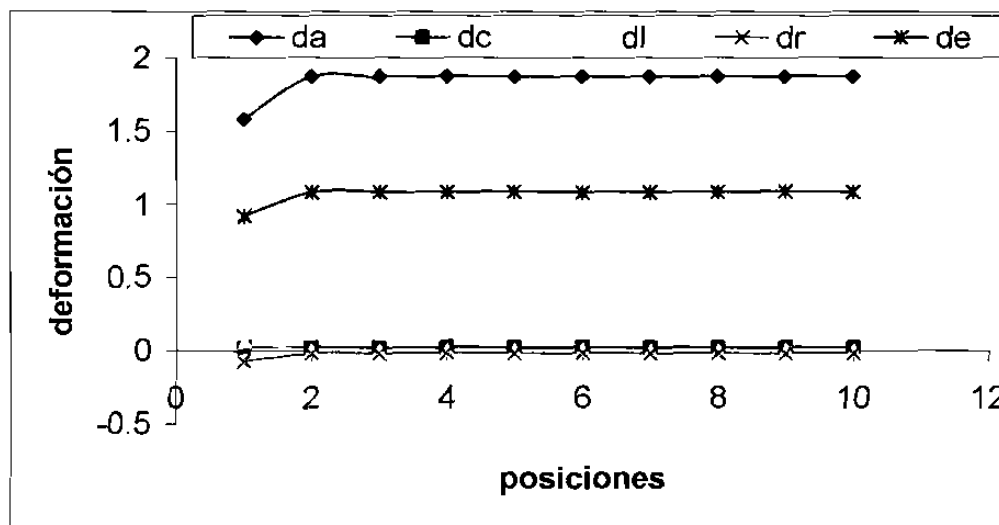


Figura 9.16 Resultados experimentales en las posiciones angulares de 54°, 72°, y 90°.

### 9.5 Resultados de las pruebas mecánicas

Las curvas esfuerzo-deformación del acero utilizado fueron obtenidas a diferentes temperaturas (27, 300, 400, 500 y 800°C) a partir de ensayos de compresión axial. La Figura 9.17 muestra las gráficas resultantes de los ensayos mecánicos. Dichos valores se expresan en términos de esfuerzo verdadero y deformación verdadera. Los puntos más importantes de las gráficas se presentan de la Tabla 9.1, mismos que se introducen a los paquetes de elementos finitos de ANSYS y ABAQUS para el desarrollo de la simulación.



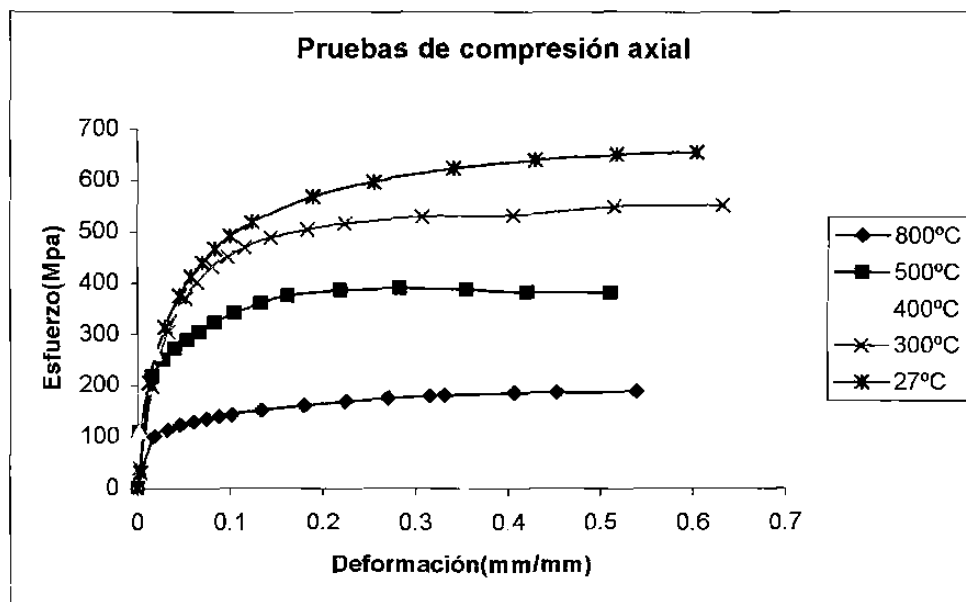


Figura 9.17 Gráficas resultantes de ensayos mecánicos realizados a diferentes temperaturas.

Es necesario aclarar que para el desarrollo de la simulación, se introducen los datos de prueba de la Tabla 9.1 al programa de ANSYS. Sin embargo, para el programa de ABAQUS se debe hacer una conversión (ec. 8.3) de los datos de la deformación verdadera.

**Tabla 9.1 Valores de esfuerzos (Mpa) y deformación reales alimentados a ANSYS y ABAQUS.**

Prueba 1	Prueba 1	Prueba 2	Prueba 2	Prueba 3	Prueba 3	Prueba 4	Prueba 4	Prueba 5	Prueba 5
$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$
800°C	800°C	500°C	500°C	400°C	400°C	300°C	300°C	27°C	27°C
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.0182	101.14	0.0016925	110.41925	0.0013519	111.71019	0.0029059	38.890147	0.0034100	30.7
0.0323	113.84	0.0156342	217.05779	0.0084957	197.4206	0.0160916	197.42002	0.0126958	206
0.0456	122.93	0.0277586	250.22719	0.0191054	263.28031	0.033009	304.54942	0.0294335	314
0.0598	129.85	0.0404545	273.00597	0.0311995	312.63709	0.0516079	370.37934	0.0451692	375
0.0735	135.35	0.0537984	289.29326	0.0467594	355.34153	0.040889	401.24535	0.0578425	412
0.0873	140.1	0.0667887	305.2675	0.0528496	368.31036	0.0807219	432.45995	0.0701295	440
0.1011	144.17	0.083606	323.39712	0.0673426	390.21039	0.0976363	451.57757	0.0840228	467
0.1331	152.11	0.1048206	343.19279	0.0822598	404.78030	0.1157731	470.70823	0.1007104	492
0.179	161.4	0.1330521	360.73888	0.0966799	417.83974	0.1438596	487.744	0.1238726	519
0.2249	168.94	0.1619395	375.66101	0.1176342	433.99018	0.1830868	503.34239	0.1884556	568
0.2707	175.68	0.2189165	385.87927	0.1534592	452.44195	0.2237496	515.56605	0.2546400	598
0.3165	180.51	0.2830413	390.05123	0.1893439	464.98045	0.3066749	529.40645	0.3412403	624
0.3322	181.6	0.3556198	388.22704	0.2610603	480.5862	0.405246	531.76932	0.4290308	640
0.4079	185.84	0.4208965	383.06599	0.3273095	496.35518	0.5143622	548.88729	0.5174078	650
0.4536	187.06	0.5112474	382.75176	0.3935984	492.20191	0.6316636	553.45708	0.6045223	656
0.5402	188.92			0.4651557	496.89173				
				0.5227435	499.46836				

## 9.6 Resultados de la simulación por elemento finito

El programa de ABAQUS utilizado para desarrollar el modelo por elemento finito concede la oportunidad de obtener los valores nodales de los diversos componentes de deformación (circunferencial, radial, axial y del espesor), además de la deformación equivalente que sufre la TE durante el proceso. Las Figuras 9.18 a 9.21 presentan las imágenes de cómo evoluciona la distribución de desplazamiento en la dirección “x” de la TE deformada durante las etapas (cada 25%) del proceso generada por el programa utilizado.

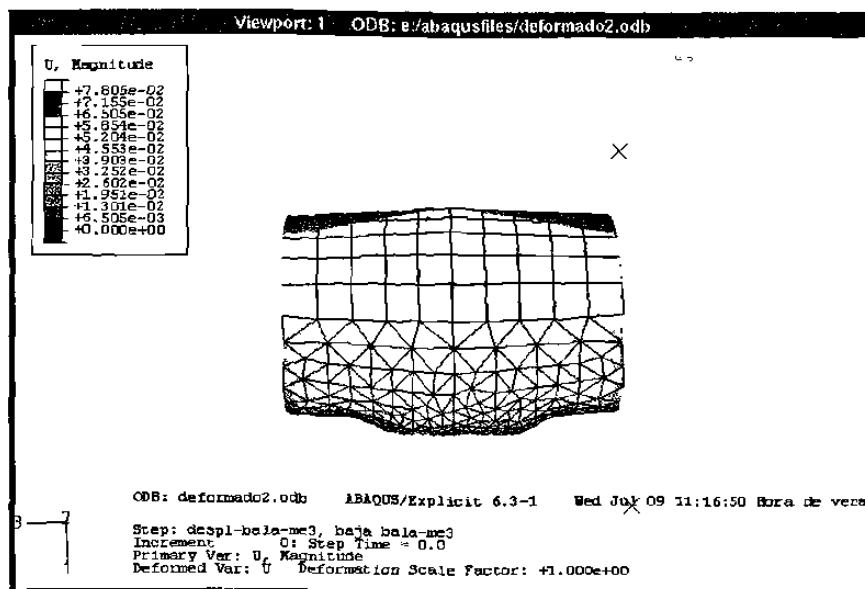


Figura 9.18 Imagen de la distribución de desplazamiento en la dirección “x” para el primer paso (25%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

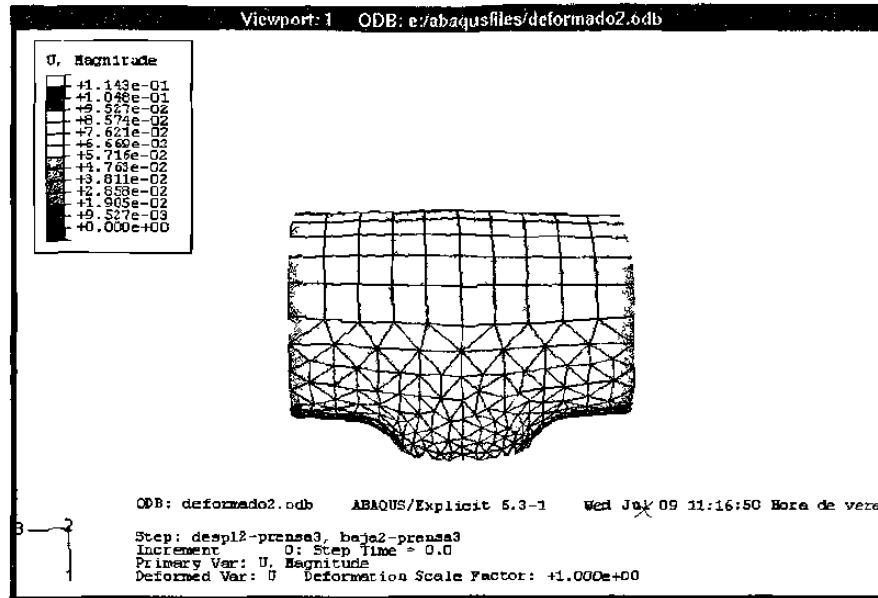


Figura 9.19 Imagen de la distribución de desplazamiento en la dirección “x” para el segundo paso (50%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

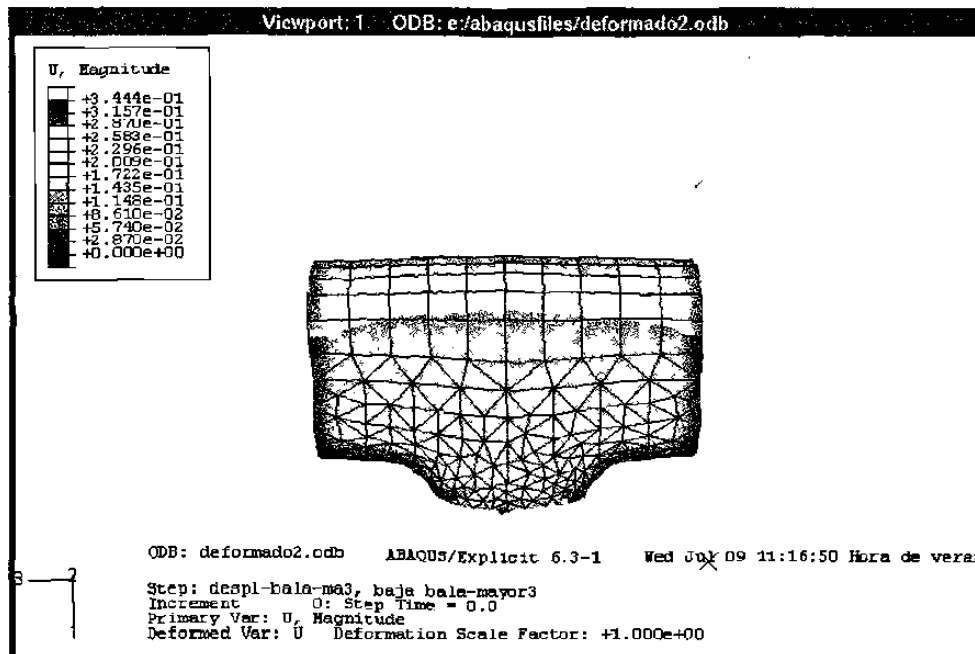


Figura 9.20 Imagen de la distribución de desplazamiento en la dirección “x” para el tercer paso (75%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

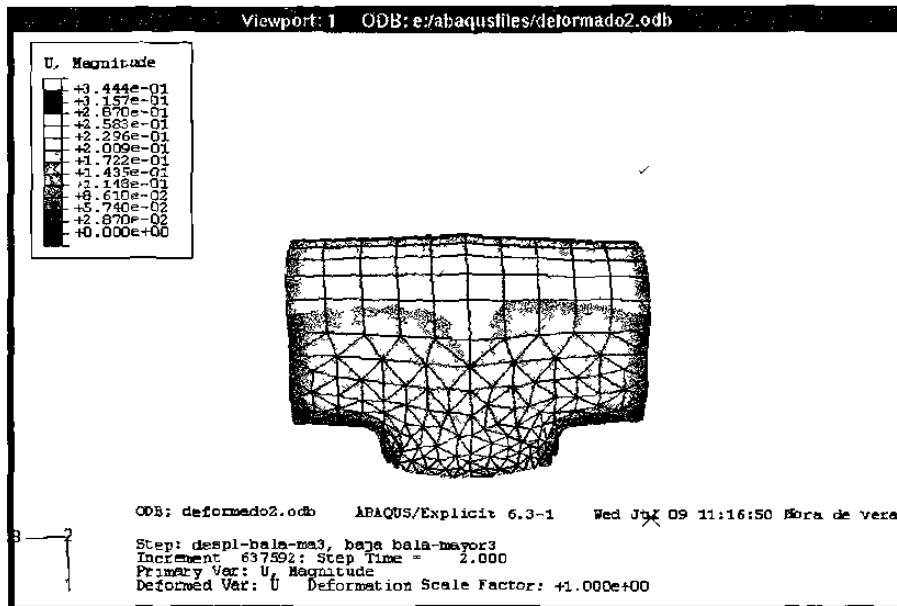


Figura 9.21 Imagen de la distribución de desplazamiento en la dirección “x” para el cuarto paso (100%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

Así mismo las Figuras (9.22 a la 9.25) presentan las imágenes de cómo evoluciona la distribución de los esfuerzos de von Mises durante las cuatro etapas.

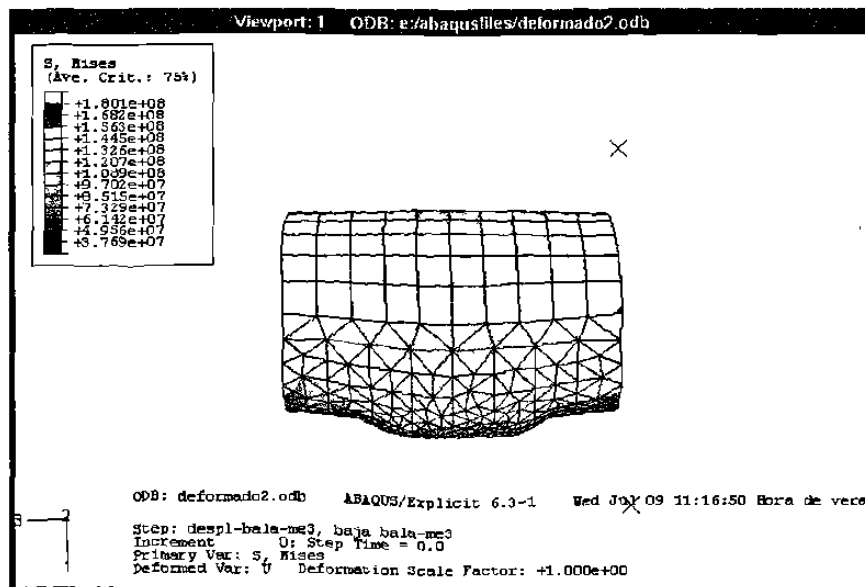


Figura 9.22 Imagen de la distribución de los esfuerzos en el primer paso (25%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

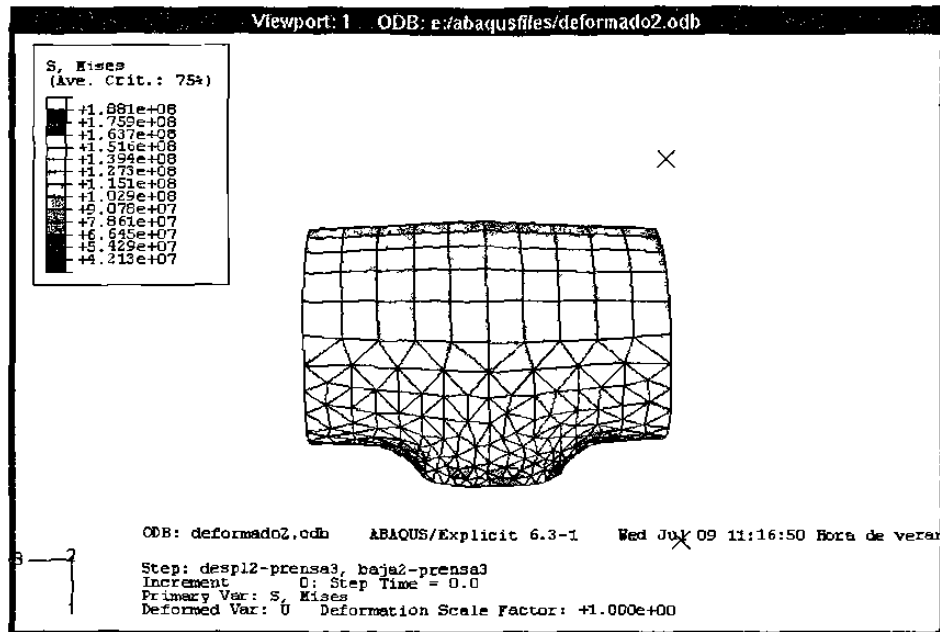


Figura 9.23 Imagen de la distribución de los esfuerzos segundo paso (50%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

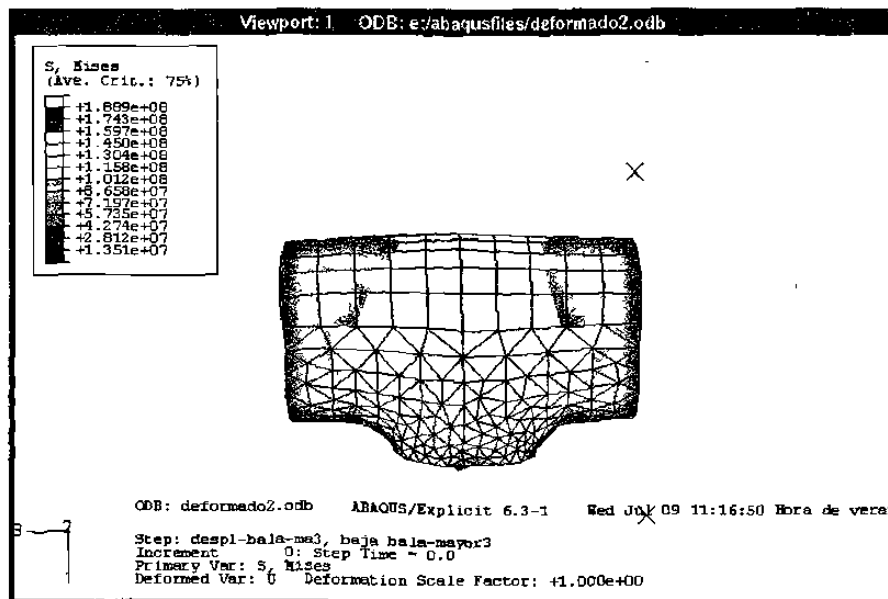


Figura 9.24 Imagen de la distribución de los esfuerzos tercer paso (75%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

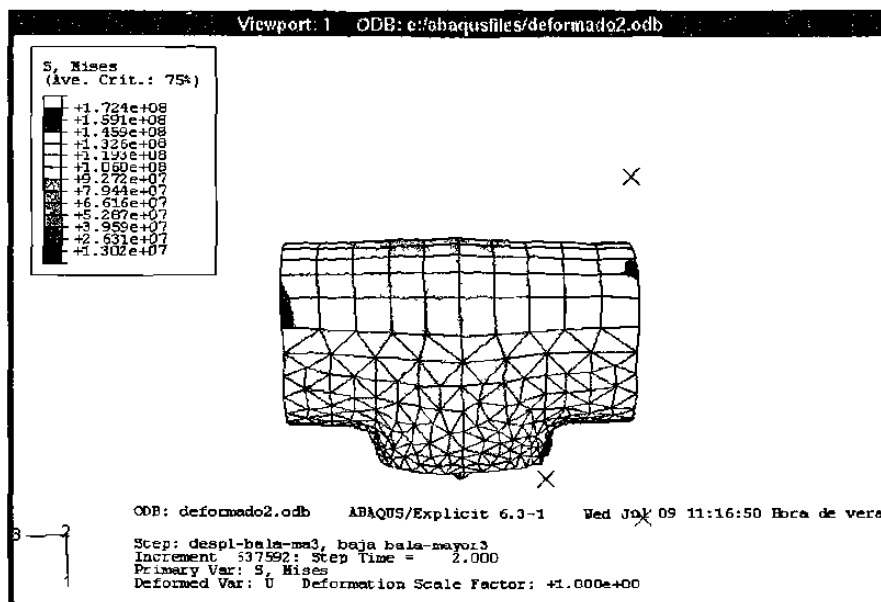


Figura 9.25 Imagen de la distribución de los esfuerzos cuarto paso (100%) del proceso. Temperatura 800/300°C.

La información presentada en las imágenes 9.18 y 9.22 corresponden respectivamente, al desplazamiento y al esfuerzo originado por la compresión aplicada por la prensa hidráulica al desplazarse hacia abajo en su primer movimiento en una distancia de 0.0762m, que es un 25 % del proceso total lo que permite el flujo de metal en el tercer ramal para formar la T.

La información presentada en las imágenes 9.19 y 9.23 corresponden, respectivamente, al desplazamiento y al esfuerzo originado por la bala menor que abre la boca al desplazarse hacia abajo una distancia de 0.02286m continuando con el flujo de metal, corresponde a un 50 % del proceso total.

La información presentada en las imágenes de las Figuras 9.20 y 9.24 corresponden, respectivamente, al desplazamiento y al esfuerzo originado por la compresión aplicada por la prensa hidráulica al desplazarse hacia abajo en su segundo movimiento en una

distancia de 0.0254m produciendo una primera calibración externa de la TE, 75 % del proceso total.

La información presentada en las imágenes de las Figuras 9.21 y 9.25 corresponden respectivamente al desplazamiento y al esfuerzo en el momento final del formado de la TE es decir, en el 100% del proceso.

Las Figuras 9.26 a 9.38 representan las soluciones del esfuerzo de von Mises, la deformación equivalente plástica y el desplazamiento en la dirección “x” para las diferentes combinaciones de temperaturas durante el proceso de formado. La combinación de temperatura se refiere a que la mitad superior del óvalo tiene una temperatura y la mitad inferior del óvalo tiene otra temperatura, estas temperaturas se suponen constantes para condiciones de cálculo.

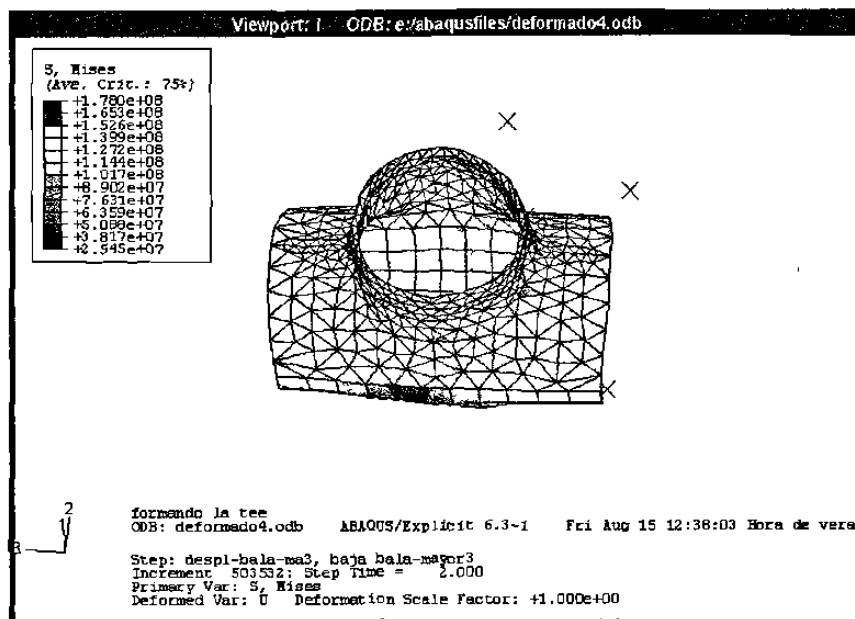


Figura 9.26 Esfuerzo equivalente de von Mises combinación de temperatura 800/300.



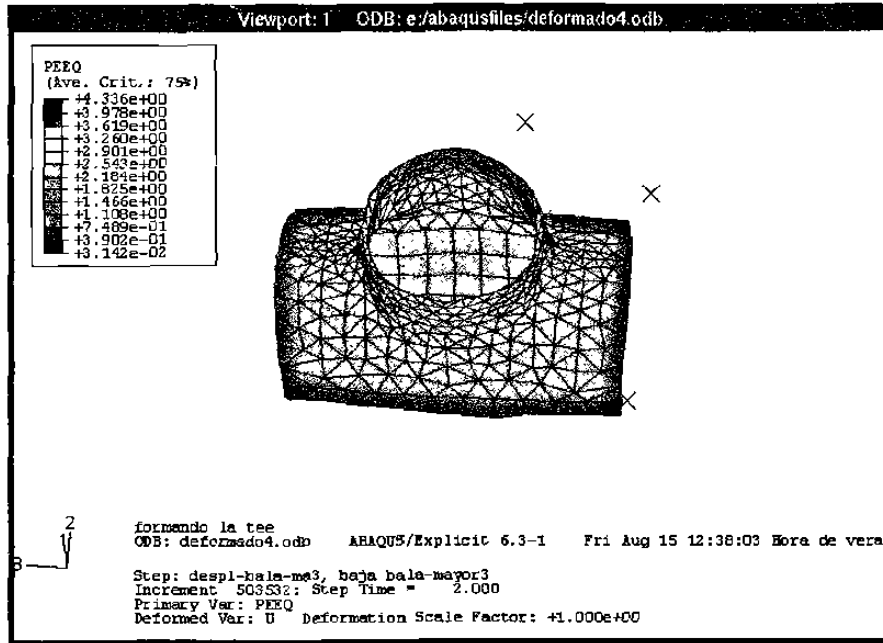


Figura 9.27 Deformación plástica equivalente combinación de temperatura 800/300.

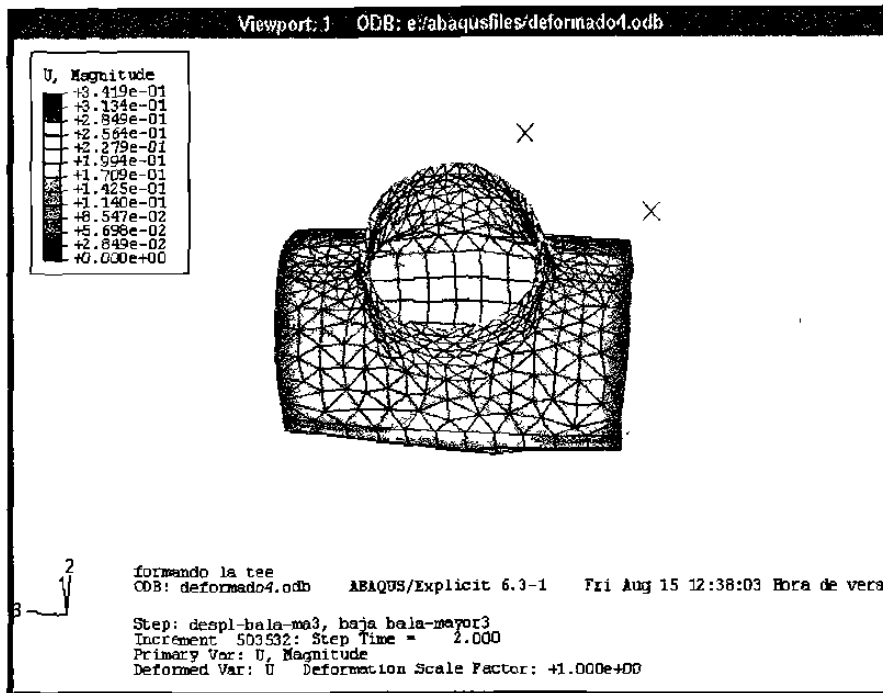


Figura 9.28 Desplazamiento en la dirección "x" combinación de temperatura 800/300.

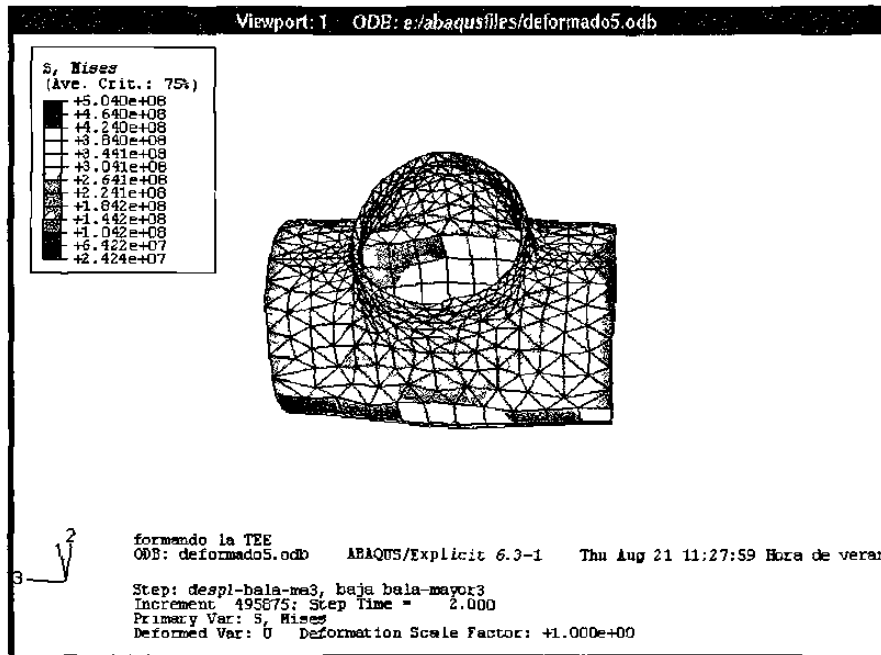


Figura 9.29 Esfuerzo equivalente de von Mises combinación de temperatura 800/400.

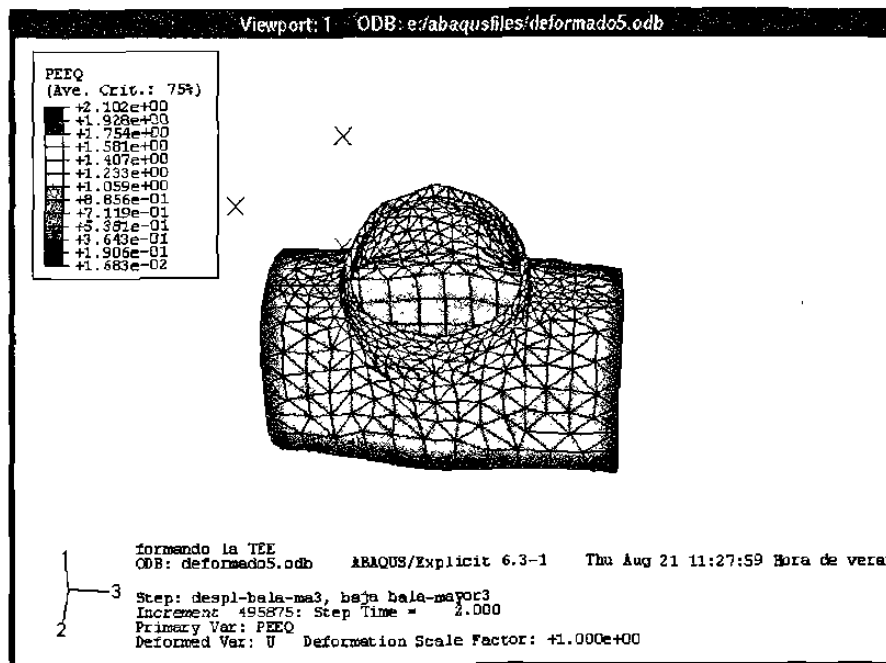


Figura 9.30 Deformación equivalente plástica combinación de temperatura 800/400.

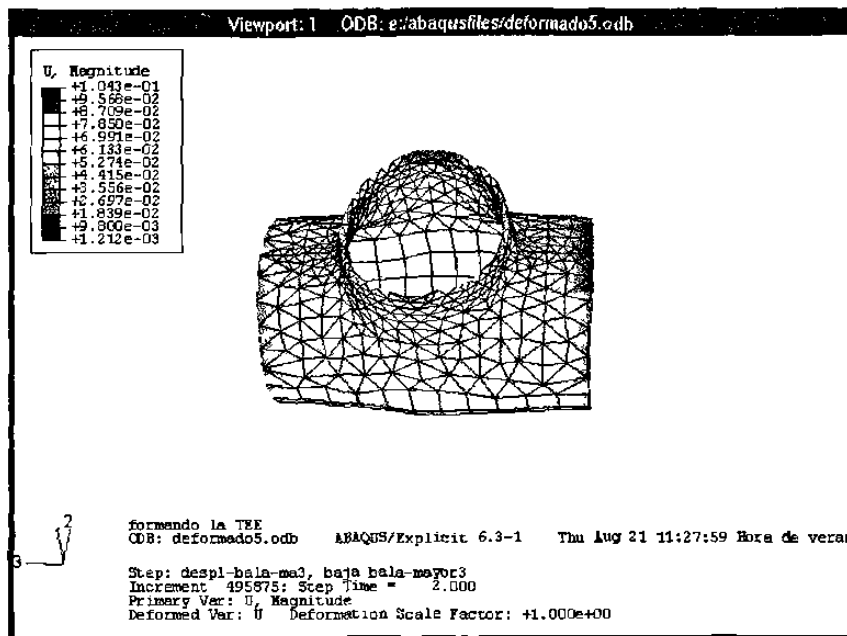


Figura 9.31 Desplazamiento en la dirección "x" combinación de temperatura 800/400.

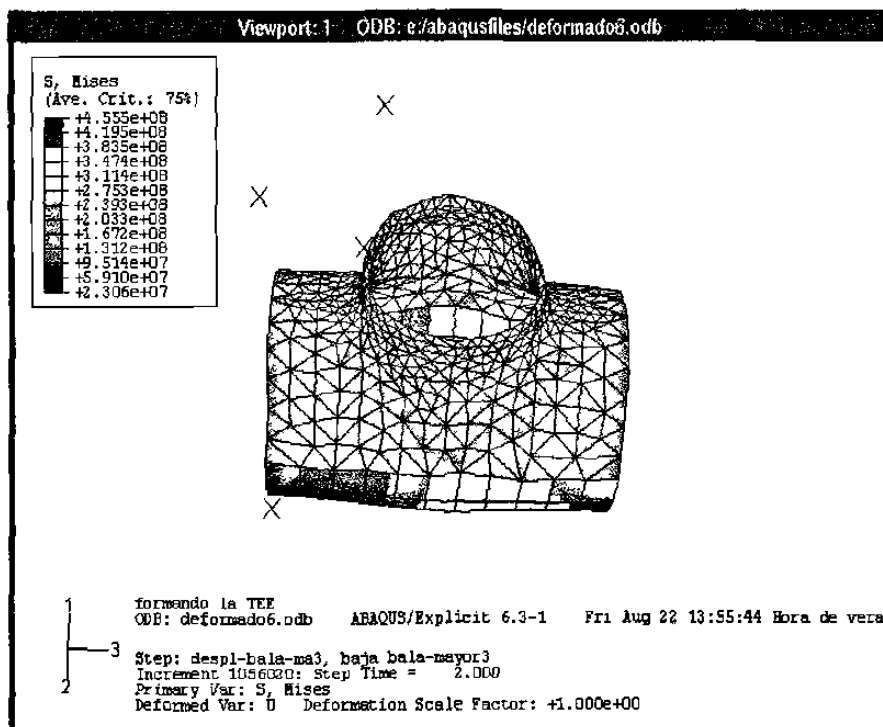


Figura 9.32 Esfuerzo equivalente de von Mises combinación de temperatura 800/500.

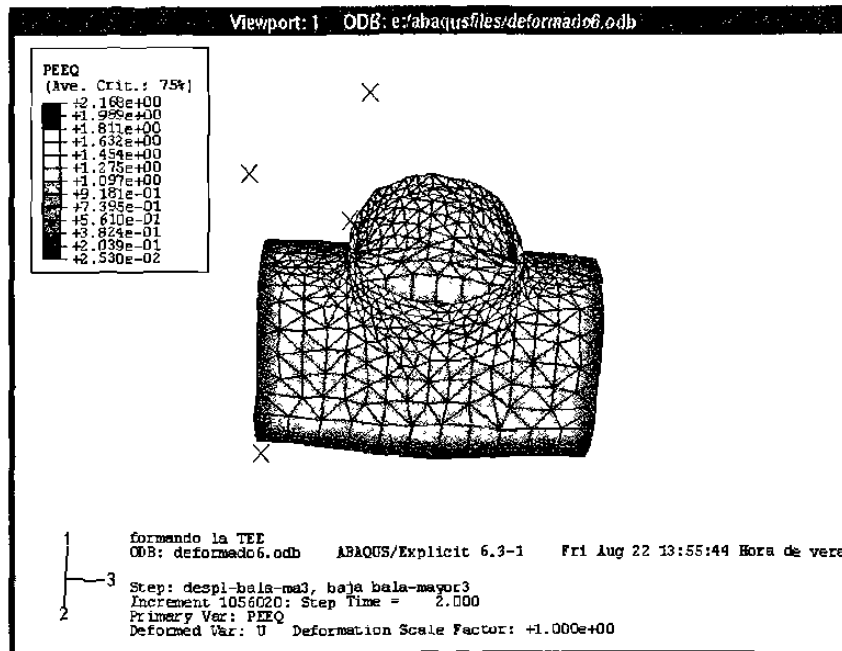


Figura 9.33 Deformación equivalente plástica combinación de temperatura 800/500.

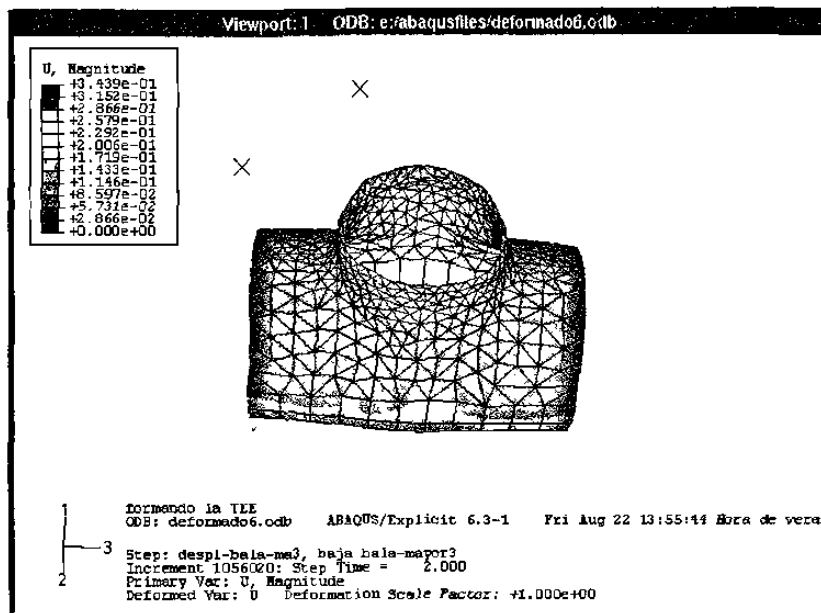


Figura 9.34 Desplazamiento en la dirección "X" combinación de temperatura 800/500.

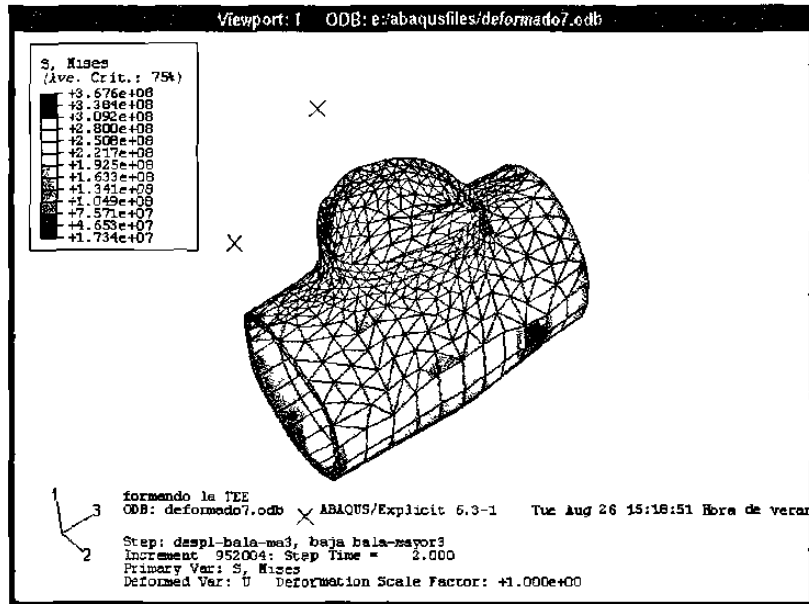


Figura 9.35 Esfuerzo equivalente de von Mises combinación de temperatura 800/27°C.

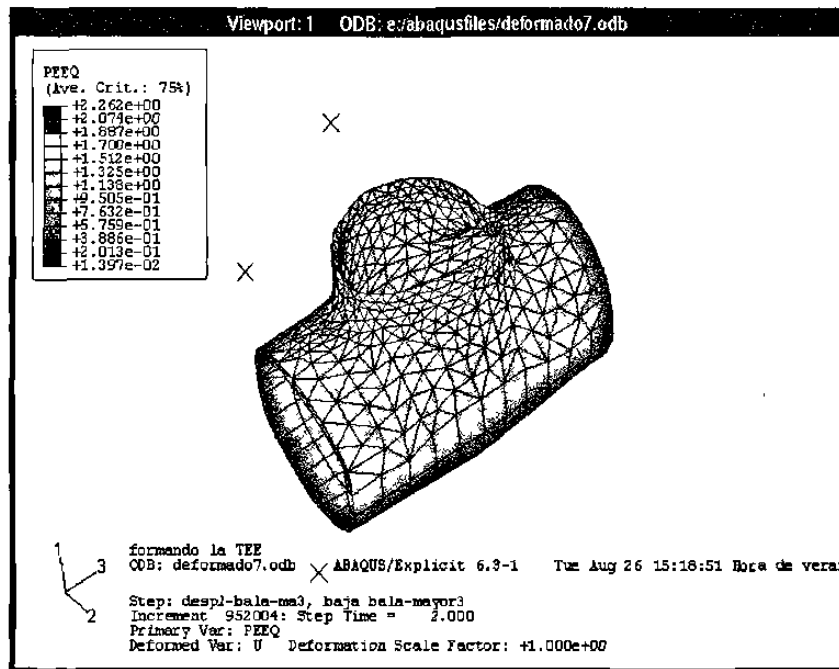


Figura 9.36 Deformación equivalente plástica combinación de temperatura 800/27°C.

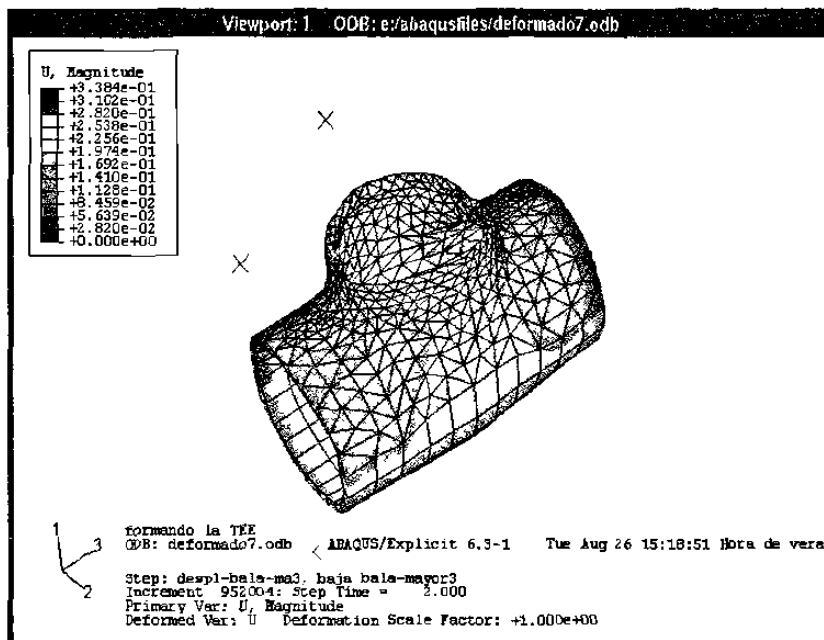


Figura 9.37 Desplazamiento en la dirección "X"  
combinación de temperatura 800/27°C.

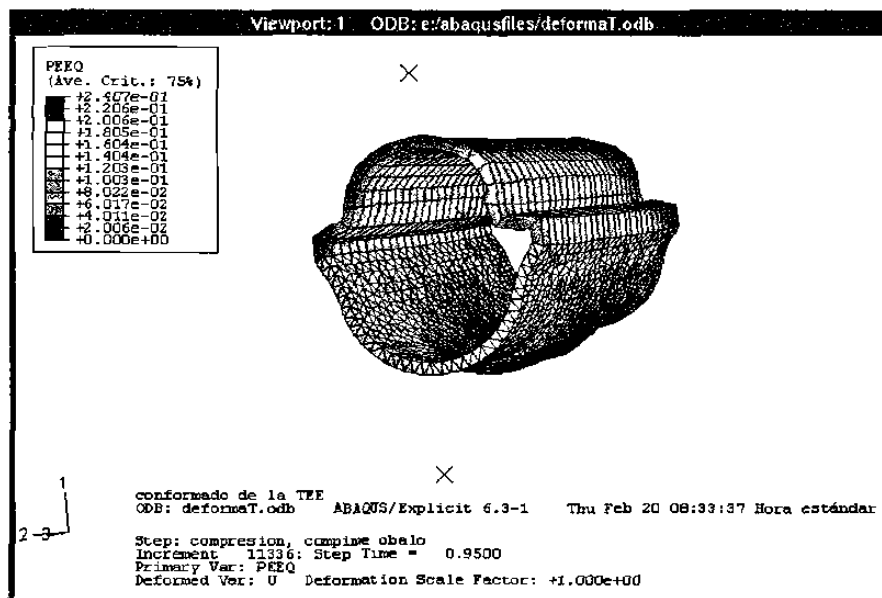


Figura 9.38 Deformación equivalente plástica  
combinación de temperatura 800°C/800°C.

Como puede observarse en la Figura 9.38, el caso de tener la misma temperatura 800°C en ambas porciones genera el pandeado de la pared de la pieza, es decir, el

cuerpo no soporta la compresión aplicada por la prensa para obtener la forma deseada.

En todos los casos los diferentes colores indican la magnitud de los valores en cada punto de la pieza deformada.

A continuación se presentan las gráficas de los resultados numéricos mostrando las curvas de deformación  $\varepsilon_\gamma$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_z$ ,  $\varepsilon_r$  y  $\bar{\varepsilon}$  en las posiciones angulares de 18, 36, 54, 72 y 90°.

$\varepsilon_\gamma = da$  deformación angular

$\varepsilon_\theta = dc$  deformación circunferencial

$\varepsilon_z = dl$  deformación longitudinal

$\varepsilon_r = dr$  deformación radial

$\bar{\varepsilon} = de$  deformación equivalente

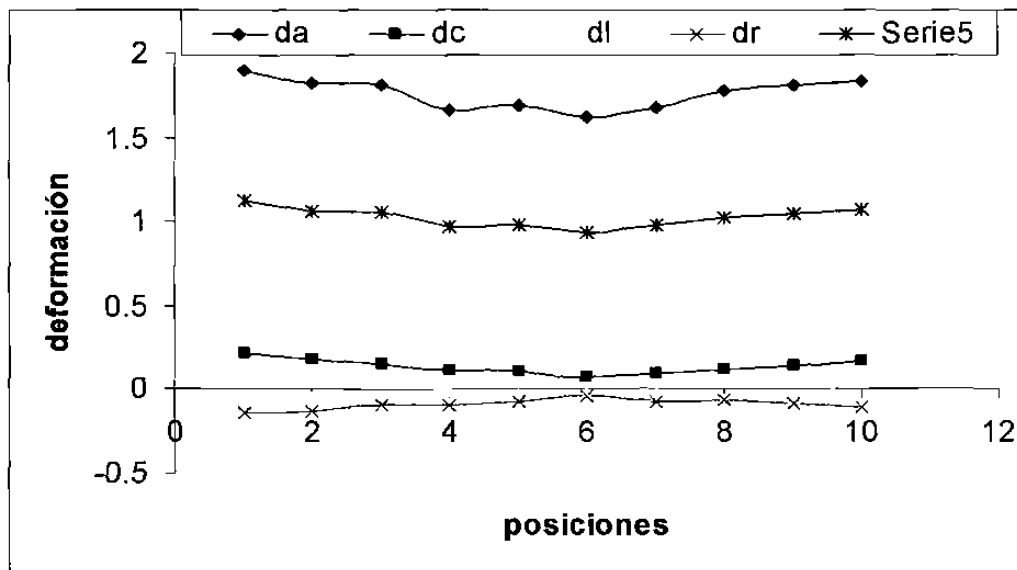


Figura 9.39 Resultados numéricos en la posición angular de 18°.

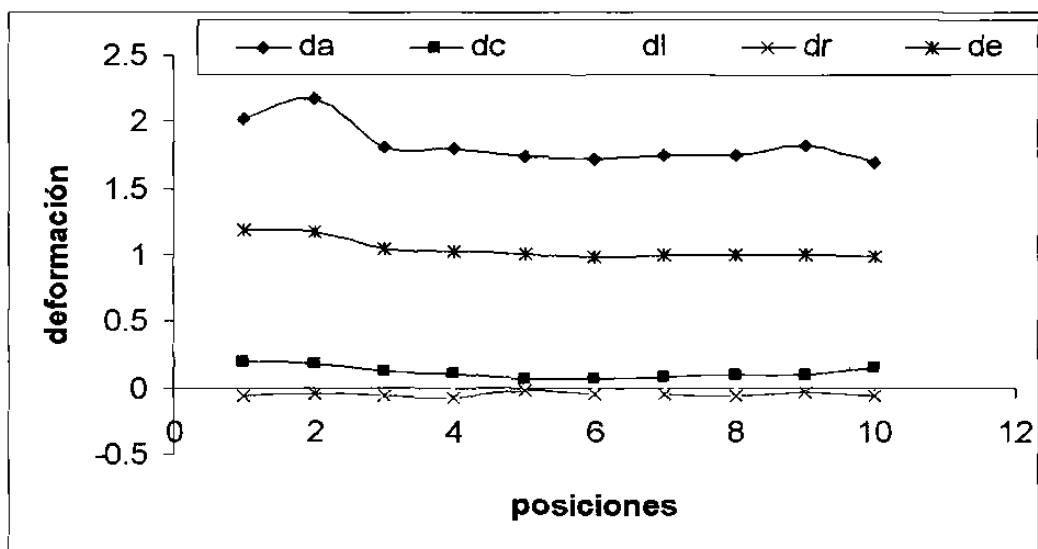


Figura 9.40 Resultados numéricos en la posición angular de 36°.



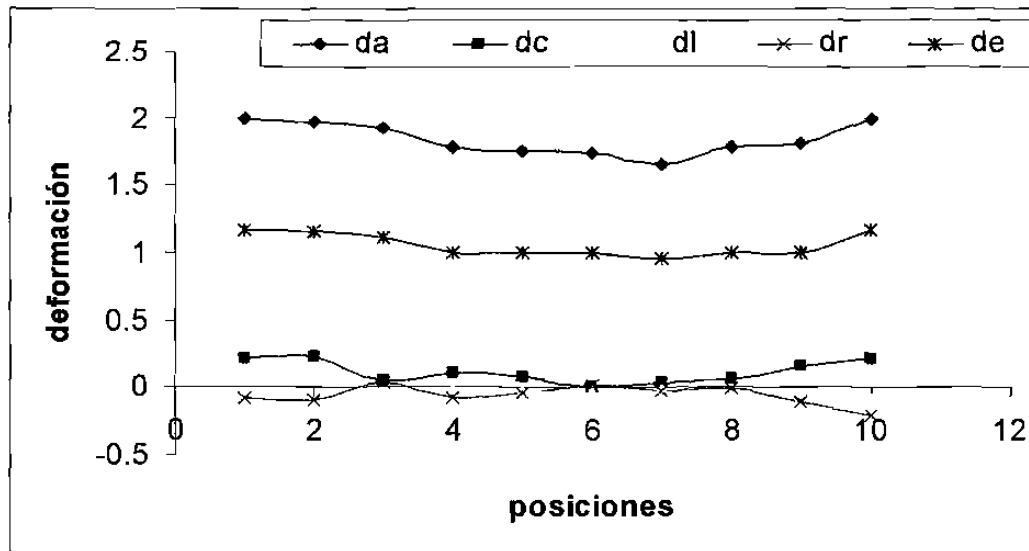


Figura 9.41 Resultados numéricos en la posición angular de 54°.

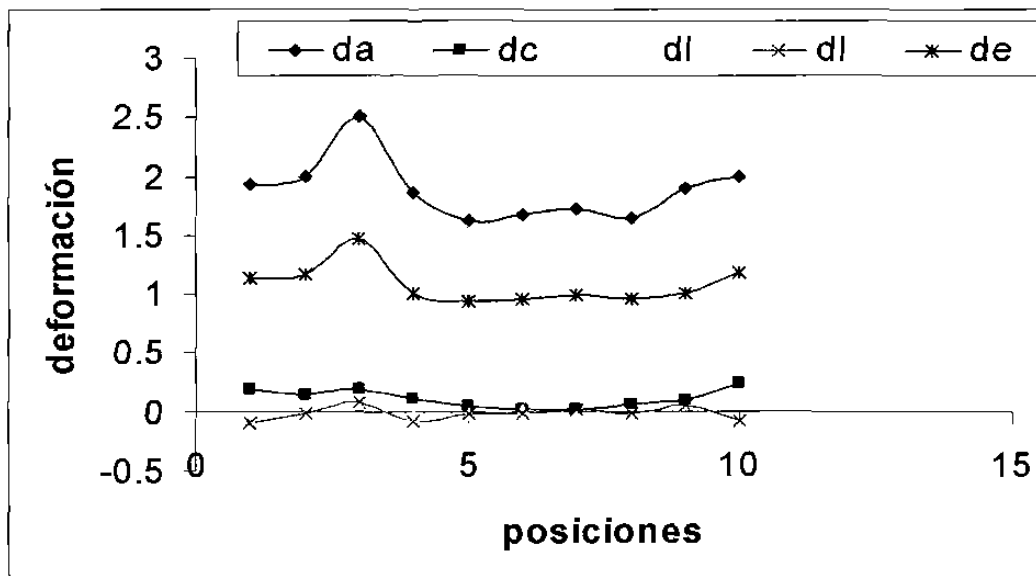


Figura 9.42 Resultados numéricos en la posición angular de 72°.

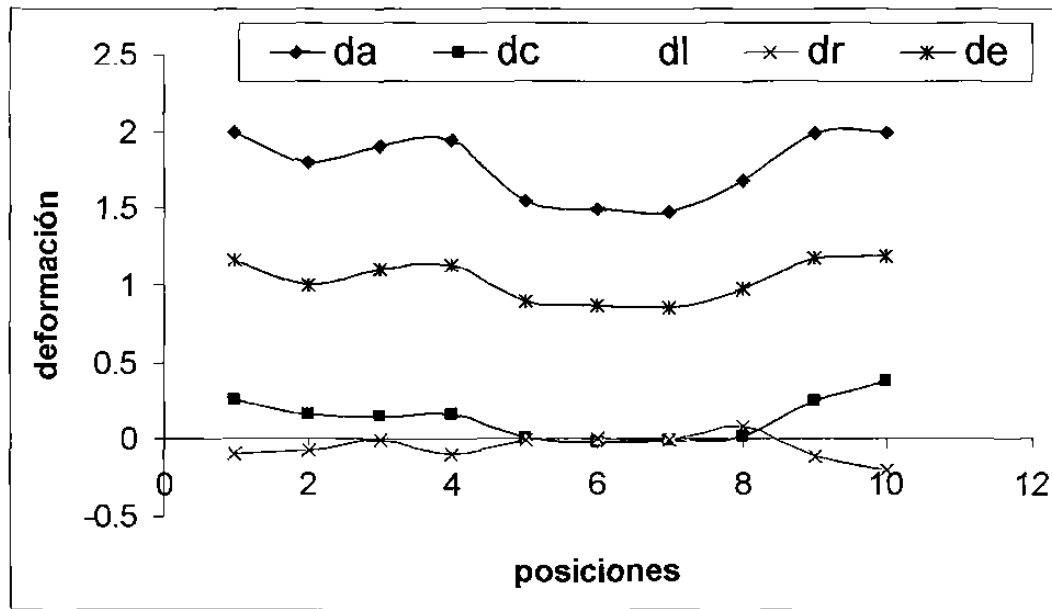


Figura 9.43 Resultados numéricos en la posición angular de  $90^\circ$ .

### 9.7 Comparación de los resultados experimentales y numéricos.

En las Figuras 9.44 y 9.46 se muestra la distorsión de las líneas trazadas en el exterior de la pieza al final del proceso de conformado para obtener la forma deseada, mientras que en las Figuras 9.45 y 9.47 se representa la simulación numérica de la pieza, en la que se observa como los límites de los elementos concuerdan con la distorsión de las líneas trazadas, que siguen, como se aprecia en las Figuras 9.44, 9.45, 9.46 y 9.47, las trayectorias divergentes señaladas con flechas.



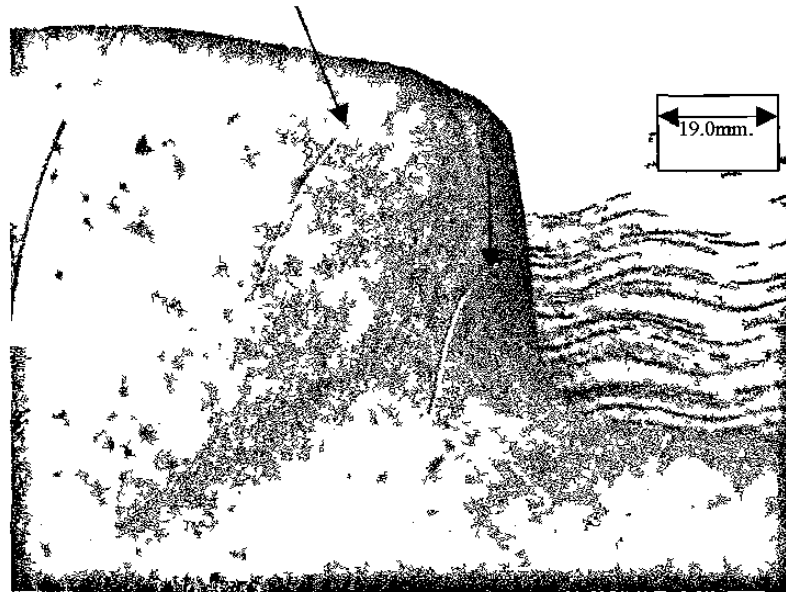


Figura 9.46 Las líneas señaladas en la pieza muestran las distorsión angular de las cuadrículas después del formado.

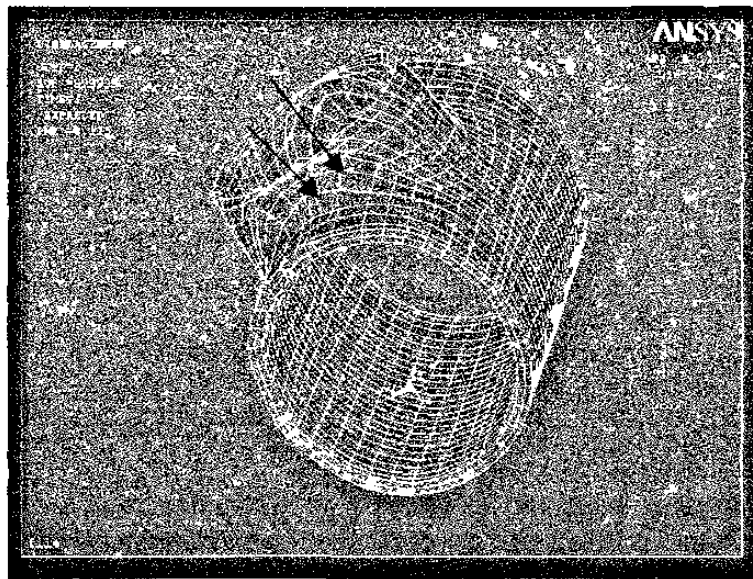


Figura 9.47 Las flechas señalan la distorsión de los elementos en el modelo numérico.

Las Figuras 9.48 a 9.52 comparan la distribución de la deformación equivalente calculada a partir de los métodos experimentales, y numérico para las posiciones angulares de  $18^\circ$ ,  $36^\circ$ ,  $54^\circ$ ,  $72^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente.

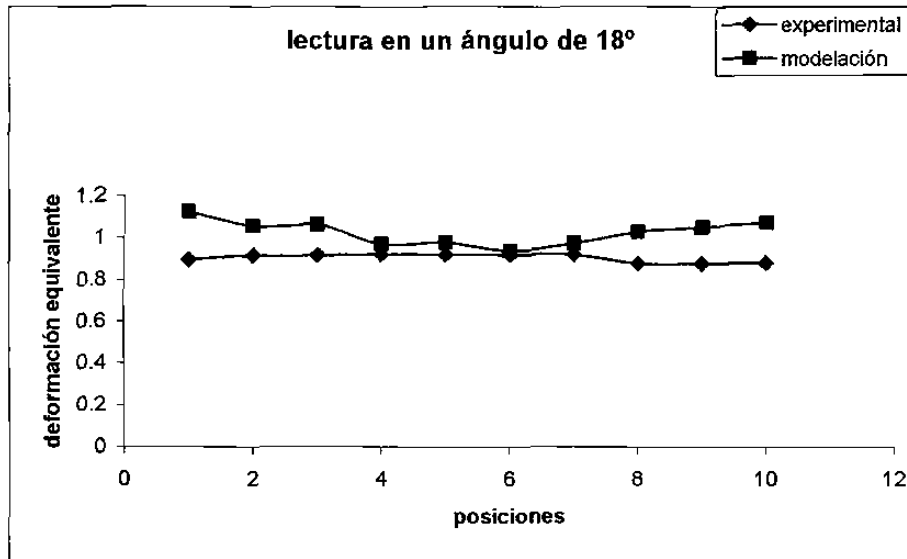


Figura 9.48 Curvas de deformación equivalente por el método experimental y el numérico para la posición angular de  $18^\circ$ .

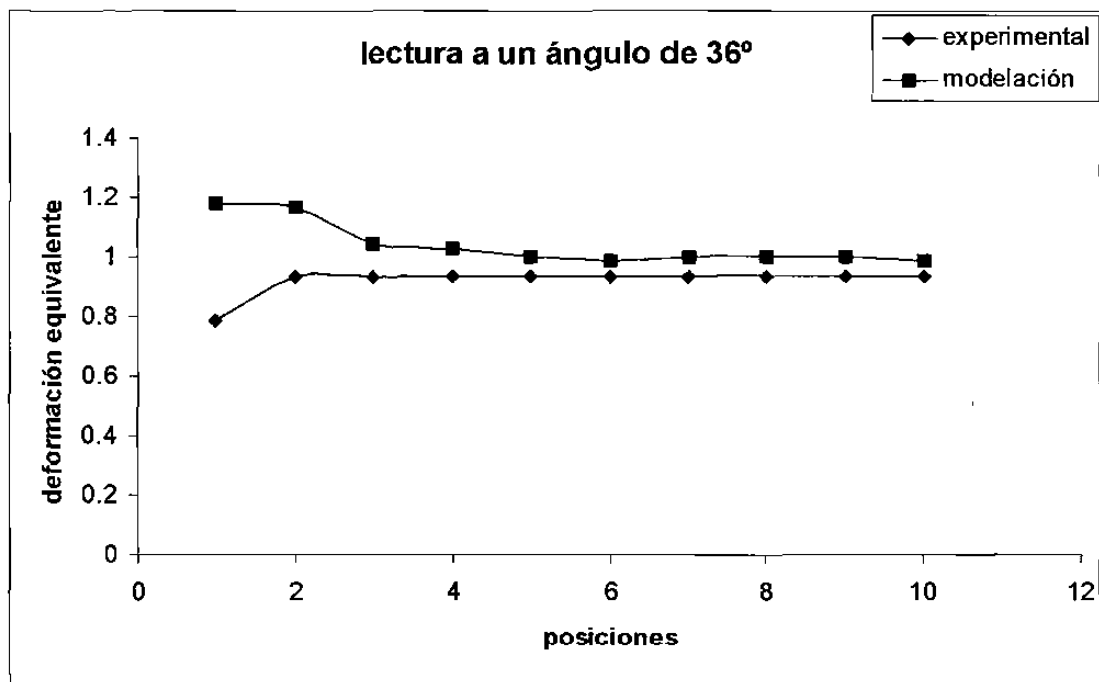


Figura 9.49 Curvas de deformación equivalente por el método experimental y el numérico para la posición angular de  $36^\circ$ .

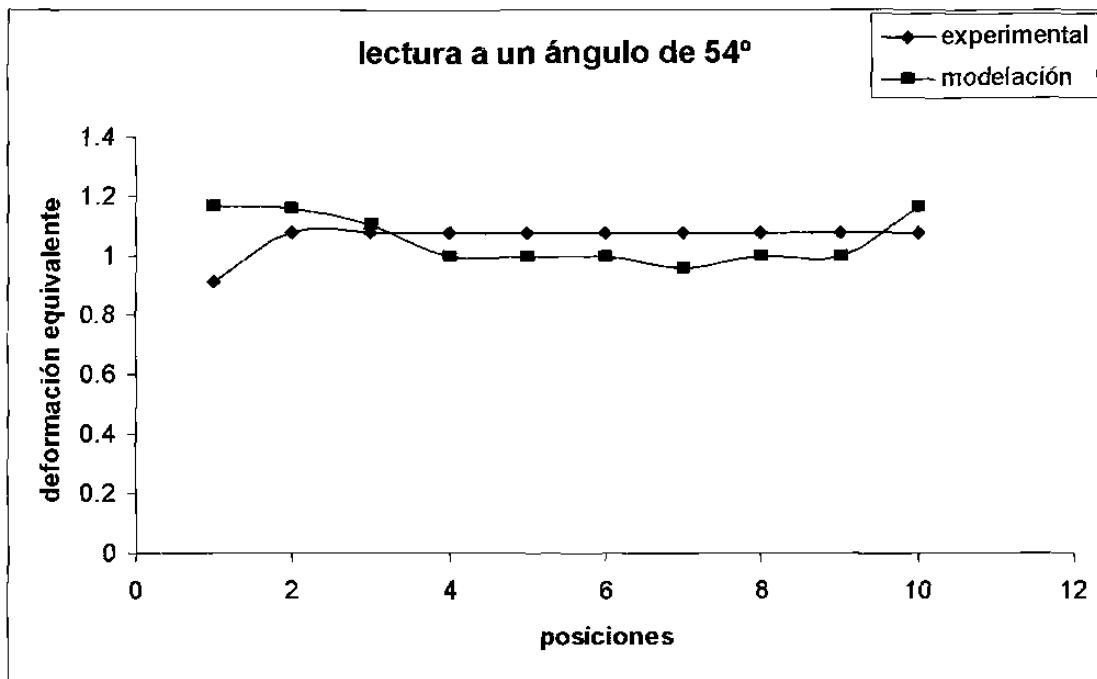


Figura 9.50 Curvas de deformación equivalente por el método experimental y el numérico para la posición angular de 54°.

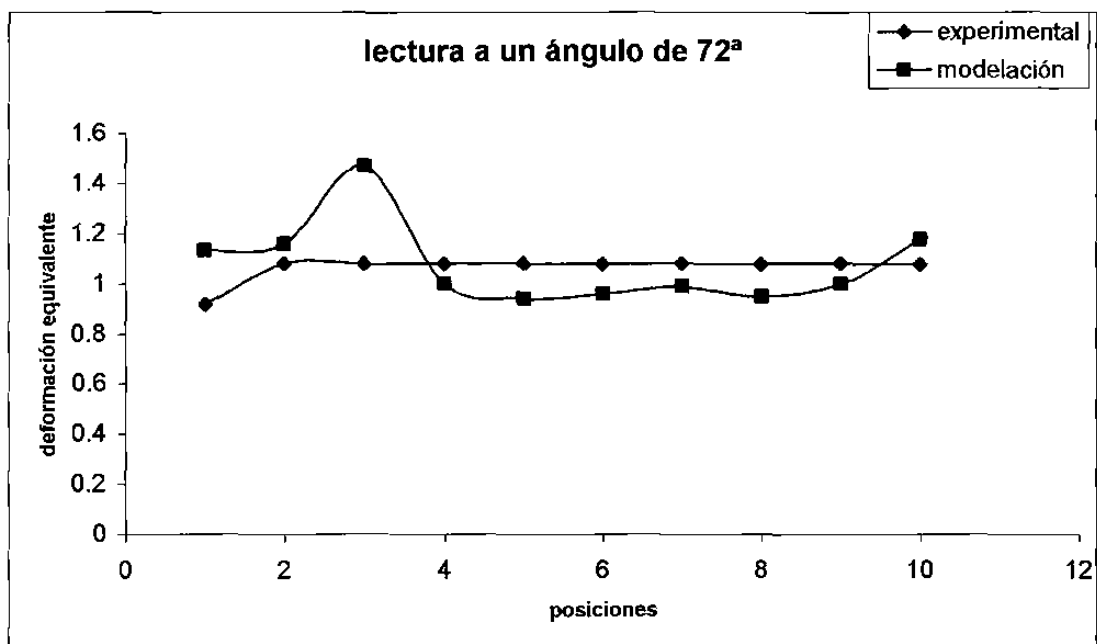


Figura 9.51 Curvas de deformación equivalente por el método experimental y el numérico para la posición angular de 72°.

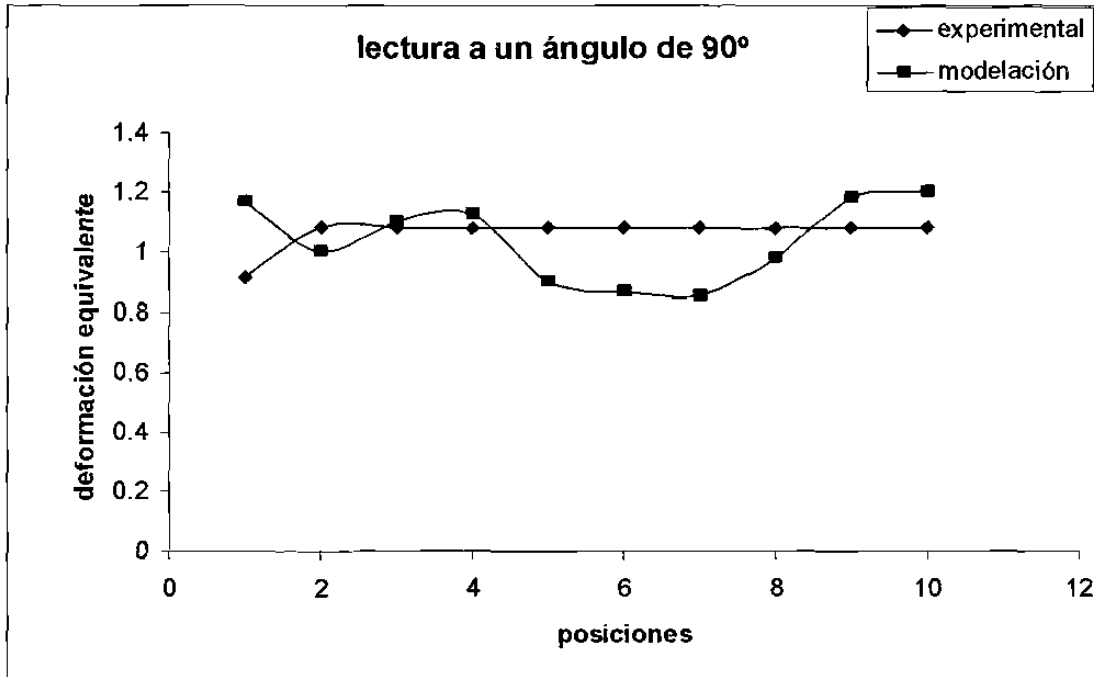


Figura 9.52 Curvas de deformación equivalente por el método experimental y el numérico para la posición angular de 90°.

Como otra alternativa en la solución numérica del proceso, se sustituyeron la bala menor, Figura 9.53, y la bala mayor, Figura 9.54, por una bala combinada, Figura 9.55, que permitiera hacer el trabajo de apertura y calibración de la boca. Cabe señalar que estas acciones las realizan de forma separada las dos balas antes señaladas.



Figura 9.53 La bala menor abre boca en el tubo.

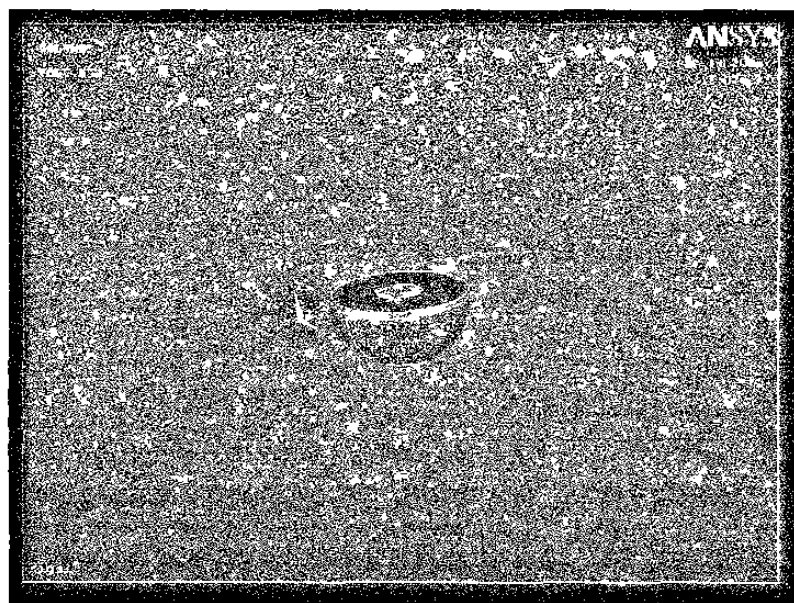


Figura 9.54 La bala mayor calibra la boca abierta por la bala menor.



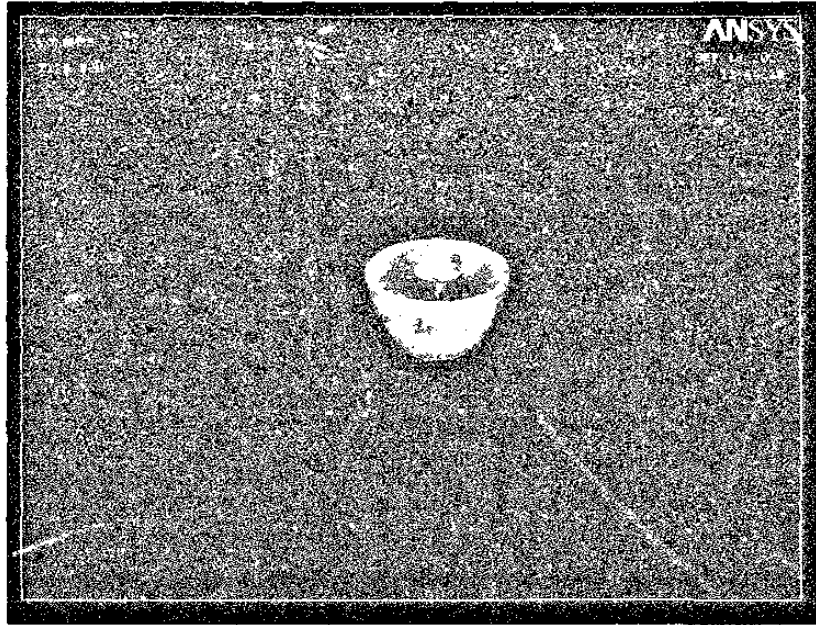


Figura 9.55 Bala combinada nueva alternativa.

Finalmente se compara el resultado geométrico de las dos balas separadas con el resultado geométrico de la bala combinada. La Figura 9.56 representa el resultado del proceso utilizando las dos balas separadas. En este caso, como primer etapa del proceso, se desplaza la prensa, como segunda etapa se desplaza la bala menor para abrir la boca, como tercer etapa se cierra el desplazamiento de la prensa y, como cuarta etapa, se desplaza la bala mayor para calibrar. Como se puede ver la pieza final tiene un acabado aceptable. La Figura 9.57 representa el resultado de un primer intento de modelación utilizando la bala combinada. En esta prueba se hace desplazar la prensa al mismo tiempo que se desplaza la bala combinada, dando como resultado que la bala combinada atraviesa las paredes de la pieza antes del formado. Es decir no se pudo obtener el formado requerido.

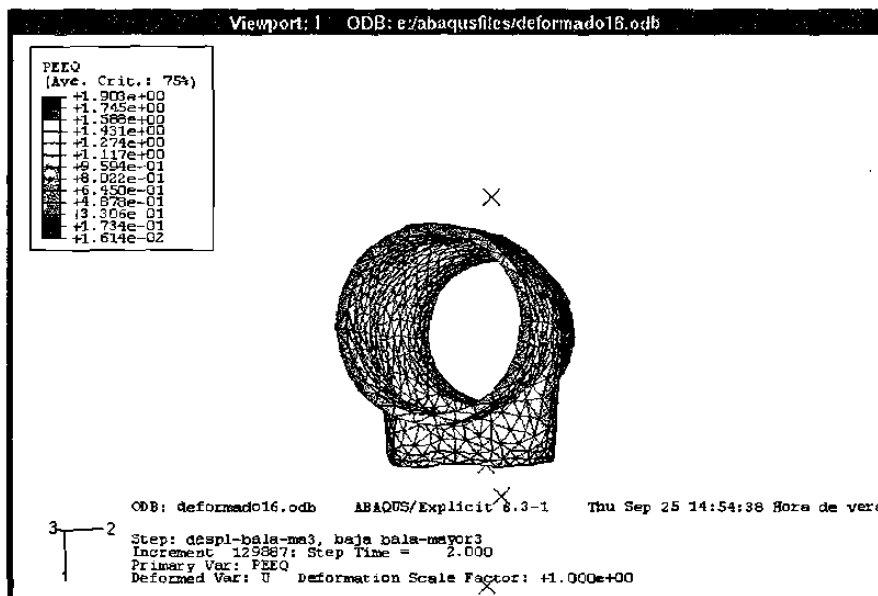


Figura 9.56 Resultado utilizando la dos balas separadas

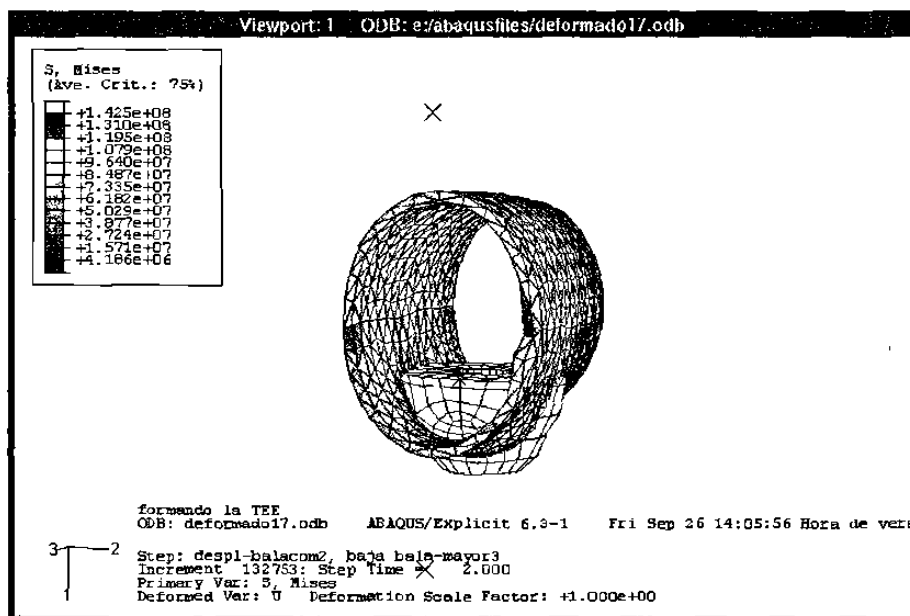


Figura 9.57 Simulación no concretada con bala combinada en el primer intento.

La Figura 9.58 representa el resultado de la simulación utilizando la bala combinada en el intento final después de haber realizado una buena cantidad de

pruebas. En estas pruebas se calibró la combinación de la bala y el tamaño de desplazamiento para obtener la forma deseada. Al comparar la Figura 9.56 con la Figura 9.58 se ve la similitud geométrica, lo que supone que sería conveniente que en el proceso real se utilizara una bala combinada. Esto tendría como conveniencia un ahorro de tiempo en el proceso de formado de la TE.

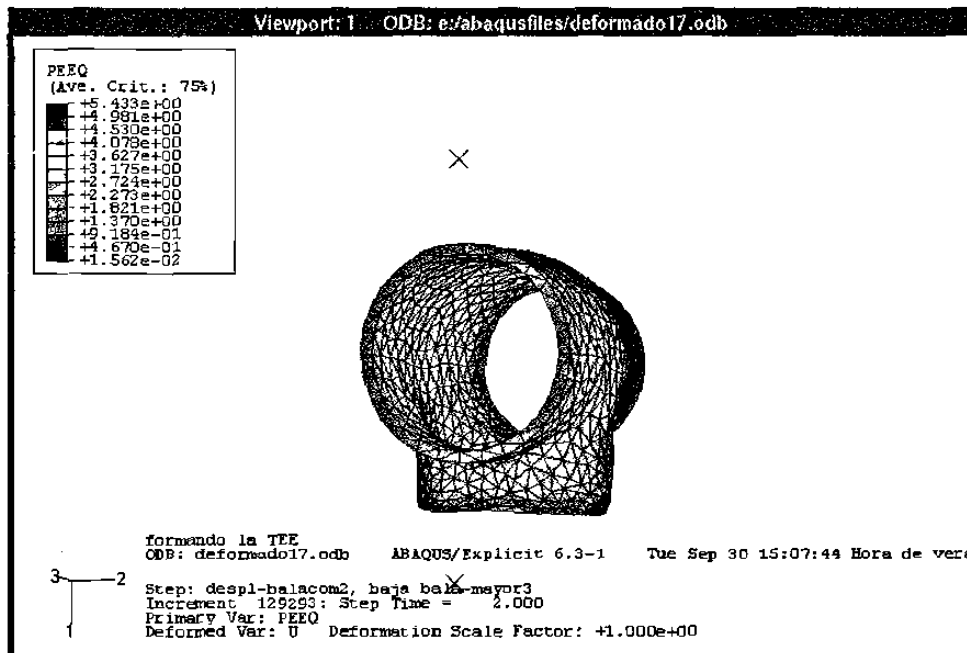


Figura 9.58 Resultado con la bala combinada calibrada correctamente.

## 9.8 Resultados experimentales con óvalo rediseñado

Para validar los resultados del modelo se realizaron ocho pruebas en la planta haciendo las modificaciones del eje mayor del óvalo y siguiendo el mismo proceso de fabricación, obteniéndose resultados aceptables en lo que respecta a la tercera boca de la T, en la que mejoraron las dimensiones del espesor, esto se obtiene por el aporte de

material que se genera al modificar el eje mayor del óvalo. Las Figura 9.59 a 9.66 y la tabla 9.2 muestran los resultados obtenidos en las pruebas.

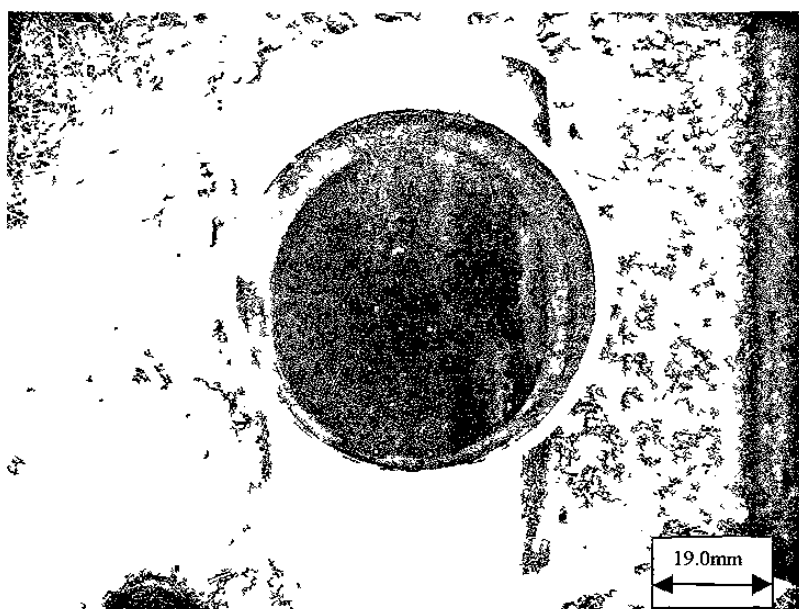


Figura 9.59 Muestra de la prueba 1 realizada con el óvalo modificado.



Figura 9.60 Muestra de la prueba 2 realizada con el óvalo modificado.



Figura 9.61 Muestra de la prueba 3 realizada con el óvalo modificado.

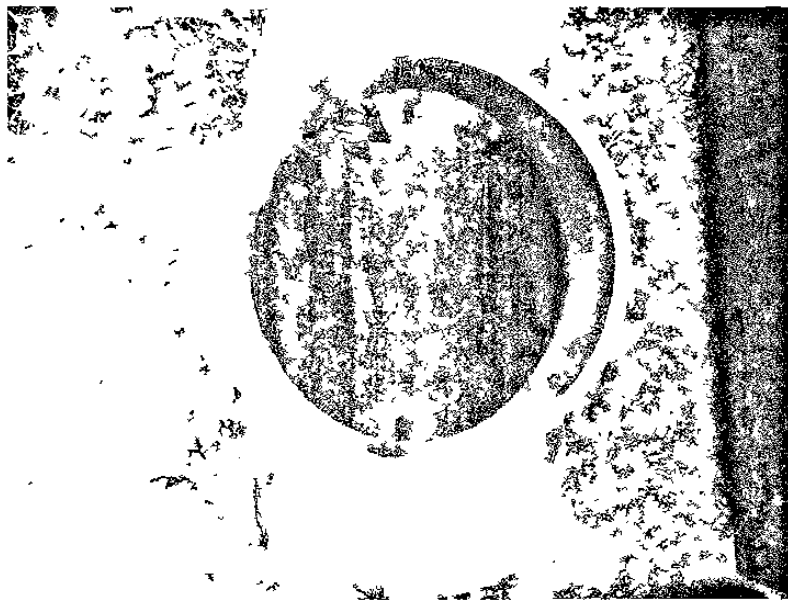


Figura 9.62 Muestra de la prueba 4 realizada con el óvalo modificado.



Figura 9.63 Muestra de la prueba 5 realizada con el óvalo modificado.



Figura 9.64 Muestra de la prueba 6 realizada con el óvalo modificado.

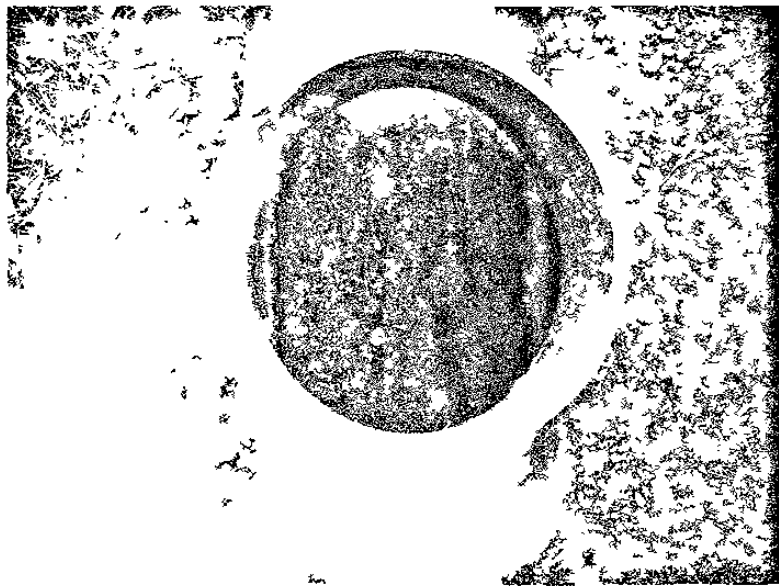


Figura 9.65 Muestra de la prueba 7 realizada con el óvalo modificado.

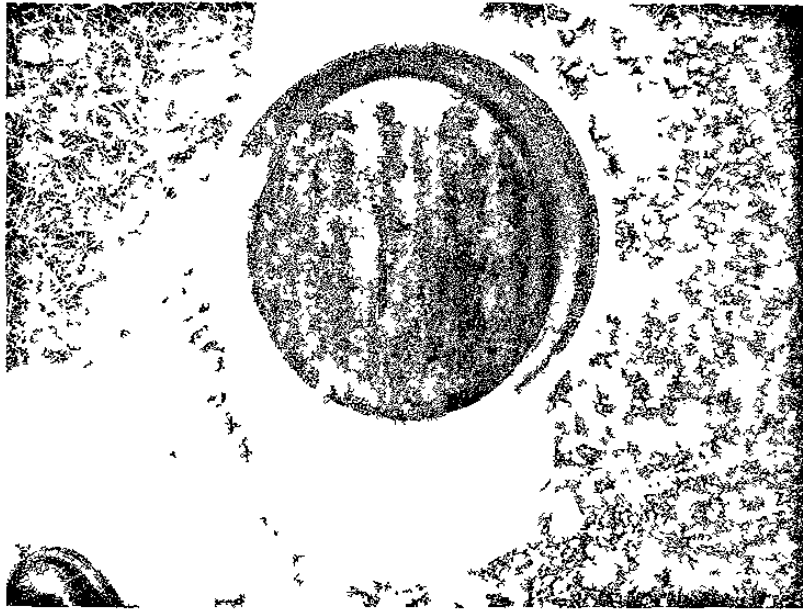


Figura 9.66 Muestra de la prueba 8 realizada con el óvalo modificado.

ESPESORES EN LA TERCERA BOCA				
PRUEBA	A	B	C	D
1	8.25	7.64	8.26	8.48
2	8.82	9.16	8.56	8.48
3	8.31	7.14	7.88	8.55
4	8.30	8.86	8.49	8.27
5	8.45	8.40	8.61	7.92
6	9.1	8.78	8.36	8.91
7	8.57	9.17	9	8.23
8	8.36	8.39	8.77	8.3

Tabla 9.2 Espesor en mm en los puntos (A,B,C y D) de la tercera boca de la conexión T Figura 9.67.



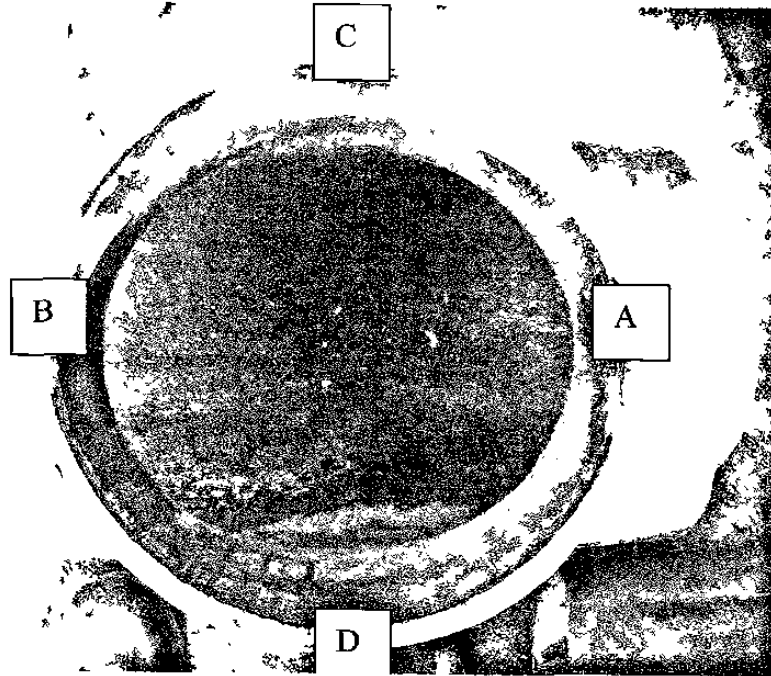


Figura 9.67 señalando los puntos (A,B,C y D) donde se midieron espesores.