

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE UN CONTROL BACKSTEPPING PARA
UN MOTOR DE PASOS

POR

EDGAR ALBERTO PEREZ CASTILLO

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL AUTOMATICO

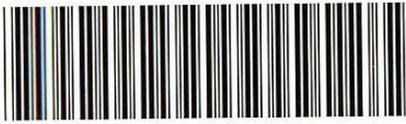
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L. AGOSTO DE 2005

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY

PHYSICS DEPARTMENT
5720 S. UNIVERSITY AVE.
CHICAGO, ILL. 60637
TEL: 773-936-3636
WWW.CHICAGO.EDU

TM
Z5 85 3
. M2
F I M E
2 0 0 5
. P 4 7

UNIVERSITY OF CHICAGO



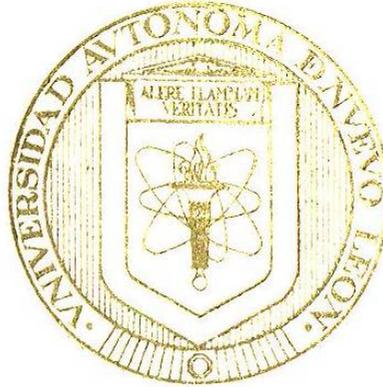
1020151104

m

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE UN CONTROL BACKSTEPPING PARA
UN MOTOR DE PASOS

POR

EDGAR ALBERTO PEREZ CASTILLO

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL AUTOMATICO

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L. AGOSTO DE 2005

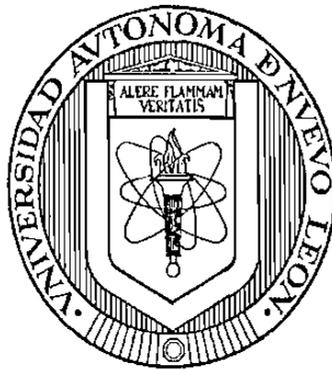
993101

TH
Z5853
•M2
FILE
2005
•P47



FONDO
TESIS

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**DISEÑO DE UN CONTROL BACKSTEPPING PARA
UN MOTOR DE PASOS**

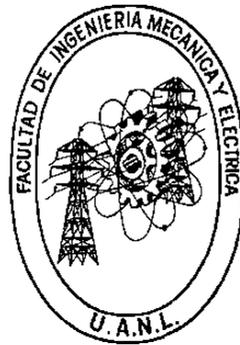
POR

EDGAR ALBERTO PEREZ CASTILLO

TESIS

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL AUTOMATICO**

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**DISEÑO DE UN CONTROL BACKSTEPPING PARA
UN MOTOR DE PASOS**

POR

EDGAR ALBERTO PEREZ CASTILLO

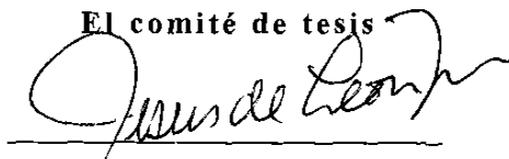
TESIS

**EN OPCION AL GRADO DE MAESTRO EN
CIENCIAS DE LA INGENIERIA
CON ESPECIALIDAD EN CONTROL AUTOMATICO**

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis “DISEÑO DE UN CONTROL BACKSTEPPING PARA UN MOTOR DE PASOS”, realizada por el alumno, ING. EDGAR ALBERTO PEREZ CASTILLO con matricula 547508 sea aceptada para su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería con especialidad en Control.

El comité de tesis



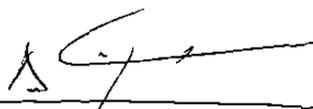
Asesor

Dr. Jesús de León Morales.



Coasesor:

Dr. Marco Tulio Mata Jiménez



Coasesor:

Dr. Alberto Cavazos González



Vo.Bo.

Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez.

División de Estudios de Posgrado

DEDICATORIA.

A DIOS:

Te doy gracias por haberme permitido llegar felizmente a este día.
Por todo la sabiduría y conocimientos que me das.

A MI ESPOSA

IRMA

Por apoyarme y darme el tiempo que requería para estudiar

A MI HIJOS

EDGAR Jr, LESLY, ASHLY y EDGARDO

Por el tiempo del cual los prive de mi presencia.

A MIS PADRES:

SOTERO(+), CRISTINA Y PAULITA

Gracias por darme la vida, por estar conmigo en mis triunfos, derrotas y anhelos. Por enseñarme a ser alguien de provecho y apoyarme a conseguir mis metas. Ya que sin ustedes no lo hubiera logrado.

AGRADECIMIENTOS.

A mis hijos, por alegrarme la vida con sus travesuras.

A mi esposa por estar conmigo en las buenas y en las malas

A mis padres, por los momentos que vivimos juntos y por los consejos que me dieron para seguir adelante y no mirar atrás.

A mis tíos, por darme su apoyo y darme la confianza para lograr mis metas.

A mis amigos, que no los menciono por nombre no vaya a olvidarme de alguien, pero saben quienes son, ellos me han acompañado en las buenas y las malas, y juntos logramos nuestros sueños.

A mis maestros de maestría, por todos los conocimientos transmitidos.

A mi asesor, el Dr. Jesús de León Morales y al Dr. Marco Tulio Mata Jiménez por transmitirme sus conocimientos, experiencias, tenerme mucha paciencia y ayudarme a realizar uno de mis sueños y sobre todo por su amistad.

RESUMEN

Este trabajo de tesis se divide en dos partes, la primera parte está relacionado con un análisis teórico sobre el diseño de algoritmos de control basados en técnicas de control no lineal: Backstepping y Perturbaciones Singulares, que son aplicados a un motor de pasos de imanes permanentes. La segunda parte, está relacionado con la construcción de un prototipo de robot móvil, el cual utiliza motores de pasos de imanes permanentes en sus articulaciones.

Una introducción sobre el modelado y aplicación de los motores de pasos de imanes permanentes es presentada, donde se discuten las ventajas y sus limitaciones desde el punto de vista del control. Por otra parte, un estudio sobre el diseño de un control basada en el método de Backstepping es presentado, donde un resultado es propuesto y resultados en simulación son presentados mostrando sus eficiencia. Además, una discusión sobre este diseño es dada. Posteriormente, se propone un control basado en la metodología de Perturbaciones Singulares, con el fin de ilustrar las ventajas de esta metodología y hacer un análisis comparativo con el método Backstepping.

Finalmente, se presenta el diseño y construcción de un prototipo de un robot móvil que utiliza motores de pasos en sus articulaciones, el cual fue realizado como proyecto de investigación y que tendrá, por finalidad, para probar experimentalmente los algoritmos de control que han sido propuestos anteriormente u otros que se puedan diseñar.

Contenido

1 Síntesis	1
1.1 Introducción	1
1.2 El objetivo de la tesis	3
1.3 Organización de la tesis	3
2 Motor de pasos de imanes permanentes	4
2.1 Introducción	4
2.2 Ventajas y desventajas de un motor de pasos.	5
2.3 Operación en lazo abierto	6
2.4 Resonancia mecánica	8
2.5 Cuando utilizar un motor de pasos.	9
2.6 Aplicaciones del motor de pasos.	9
2.7 Modelo matemático del motor de pasos.	11
3 Control por backstepping	14
3.1 Introducción	14
3.2 Diseño del control backstepping del sistema	16
3.3 Resultados de simulación	20
3.4 Comparación entre el sistema en lazo abierto y el sistema con control backstepping	23
3.5 Conclusiones	25
4 Perturbaciones Singulares	26
4.1 Introducción a perturbaciones singulares	26
4.1.1 Diseño del control por modos deslizantes	28
4.2 Modelo matemático del motor de pasos	32
4.3 Diseño del controlador	36

4.4	Resultados de Simulación.	40
4.5	Conclusiones	45
5	Diseño y construcción de un robot móvil	46
5.1	Introducción	46
5.1.1	¿Qué es un robot?	46
5.1.2	Robots móviles	47
5.1.3	Proyecto robot móvil Tigre 02	48
5.2	Consideraciones básicas para el acopio del material de construcción	49
5.3	Aspectos de diseño del robot Tigre 02	50
5.4	Adaptación del transmisor y receptor de radiofrecuencia del robot móvil Tigre 02	53
5.5	Conclusiones:	56
6	Conclusiones generales	58
6.1	Trabajos futuros	58

Lista de figuras

2.1	Vista Seccionada de un motor de pasos	5
2.2	Comportamiento de la posición del rotor (x_1) de un motor de pasos	6
2.3	Comportamiento de la velocidad del rotor (x_2) de un motor de pasos	7
2.4	Comportamiento de la corriente de fase A (x_3) de un motor de pasos	8
2.5	Comportamiento de la corriente de fase B (x_4) de un motor de pasos	8
2.6	Resonancia Mecánica de un Motor de Pasos: (a) Respuesta oscilatoria de un motor de pasos; (b) velocidad del rotor; (c) excitación de fases para ω_r (línea continua) la pérdida de par a causa de ω_r se muestra en la parte (d).	10
3.1	Respuesta dinámica de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos	21
3.2	Respuesta dinámica de la velocidad angular del rotor (x_2) de un motor de pasos	21
3.3	Corriente de la fase A (x_3) de un motor de pasos	22
3.4	Corriente de la fase B (x_4) de un motor de pasos	22
3.5	Control u_1 aplicado a la fase A	23
3.6	Control u_2 aplicado a la fase B	24
3.7	Comportamiento dinámico de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos en lazo abierto.	24
3.8	Comportamiento dinámico de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos controlado por medio de la técnica backstepping	25
4.1	Comportamiento de la posición del rotor (x_1) de un motor de pasos.	41
4.2	Comportamiento de la velocidad del rotor (x_2) de un motor de pasos.	41
4.3	Comportamiento de la corriente de fase A (x_3) de un motor de pasos.	42
4.4	Comportamiento de la corriente de fase B (x_4) de un motor de pasos.	42
4.5	Control u_1 aplicado	43

4.6	Control u_2 aplicado	43
4.7	$K_6 \frac{K_D}{f}$ cambio en K_D de 0 a 0.01 en $t = 0.055\text{seg}$, $K_7 \frac{\tau_L}{f}$ cambio en τ_L de 0.05 a 0.06 en $t = 0.02\text{seg}$	44
5.1	Partes que forman el robot móvil Tigre 02	48
5.2	Organización interna de las bobinas del motor de pasos	49
5.3	Vistas del robot móvil tigre 02: (a)vista isométrica, (b) vista lateral izquierda, (c) vista posterior (donde se observa la transmisión de engranes del brazo antropomórfico)	50
5.4	Interfase, sección de potencia.	51
5.5	Interfase, sección lógica	51
5.6	Efector final	52
5.7	Eslabón	53
5.8	descripción del funcionamiento de un grado de libertad del robot móvil	55

Lista de tablas

2.1	Parámetros del Motor de Pasos.	12
4.1	Valores Nominales de los Parámetros del Motor de Pasos.	33
5.1	Secuencia de operación de las bobinas del motor de pasos	54

Capítulo 1

Síntesis

1.1 Introducción

En cualquier proceso existen variables que permiten ejecutar ciertas acciones de control las cuales son definidas como las entradas del sistema. Las respuestas de éstas se ven reflejadas a través de variables que se denominan las salidas del sistema, las cuales pueden ser medidas mediante sensores. Desde un punto de vista práctico, el accionador es el dispositivo que ejecuta las acciones de control físicamente sobre el proceso. Ejemplos de accionadores son: los motores en las uniones en un robot, en donde se requiera control de posicionamiento, en periféricos de computadora. En la aplicación de control de procesos en particular, los accionadores son a menudo usados para operar componentes de control (elementos finales de control), tales como servoválvulas. Los accionadores en esta categoría son llamados accionadores de control. Los accionadores que automáticamente responden al uso de una señal de un proceso en retroalimentación para la correcta operación del proceso son llamados servoaccionadores. En particular, los motores que usan posición, velocidad, y quizá medición del par de carga, y corriente de armadura o corriente de campo en retroalimentación son llamados servomotores. Factores como potencia, resolución de movimiento, repetitibilidad, y ancho de banda son los requerimientos para que un accionador pueda diferir significativamente, dependiendo en lo particular del sistema de control y la función específica del accionador con el sistema. La selección apropiada de un accionador para una aplicación en particular es de extrema importancia en la instrumentation y el diseño de sistemas de control.

Los accionadores más frecuentemente usados en las aplicaciones de control son dispositivos de accionamiento continuo. Ejemplos son motores de par de corriente directa (CD), motores

de inducción, motores hidráulicos y motores neumáticos, y pistones cilíndricos que también pueden ser hidráulicos y neumáticos. Por otra parte, los motores de paso son accionadores eléctricos de accionamiento incremental, los cuales son utilizados por sus características como accionadores digitales. En los motores de pasos cada paso de rotación es la respuesta del rotor del motor a un pulso de entrada aplicado en forma digital. En esta forma, el ángulo de rotación del rotor puede ser sincronizado mediante una secuencia de pulsos, suponiendo, por supuesto, que no hay pérdida de pasos durante esta secuencia. Esto permite que el motor responda a la señal de entrada, la cual es generada por la secuencia de pulsos en una configuración de lazo abierto. Además, debemos recordar, al igual que un motor de accionamiento continuo, el motor de pasos es un accionador electromagnético, que convierte energía electromagnética en energía mecánica para el desarrollo de un trabajo.

Los motores de pasos se emplean principalmente para el control de posicionamiento de sistemas. Sin embargo, el control de posicionamiento de sistemas ha sido tradicionalmente implementado usando motores de CD debido a la relativa facilidad de control de los mismos. Esta facilidad en el control de los motores de CD se debe a que las ecuaciones que los describen son lineales. Sin embargo, es ahí donde se encuentran las desventajas de usar tales motores para sistemas de posicionamiento. Por las altas velocidades de movimiento repetitivo, las escobillas están sometidas a un excesivo desgaste mecánico, lo cual disminuye su desempeño. También se presenta el calentamiento de bobinas de armadura y del rotor producto de la repetitibilidad de movimiento, además las bobinas del rotor no cuentan con un sistema de disipación del calor al medio ambiente directamente, por lo cual el calor generado debe ser disipado a través del estator. Otra desventaja es que el par mecánico es relativamente bajo. Además, los motores de CD requieren un mantenimiento periódico, lo cual los hace costosos.

Existen en la literatura algunos trabajos reportados sobre el modelado y el control de posicionamiento [23, 4]. Una de las principales dificultades que se presentan en los motores de pasos es la presencia de efectos de *resonancia mecánica*, [13, 1, 10, 5, 7, 9] es decir, son las oscilaciones que aparecen entre cada paso de posicionamiento. Uno de los objetivos de control de los motores de pasos es el de eliminar la resonancia mecánica mediante estrategias de control adecuadas que además de la eliminación de este fenómeno permiten realizar ya sea la regulación o el seguimiento de trayectorias.

1.2 El objetivo de la tesis

El objetivo de este trabajo de tesis es el desarrollar algoritmos de control para el seguimiento de trayectorias, los cuales serán aplicados a un modelo no lineal del motor de pasos. Como una aplicación práctica, se presentara un prototipo de robot móvil, el cual está controlado mediante motores de pasos. Un estudio comparativo será realizado, donde dos estrategias de control son desarrolladas, una de ellas mediante la técnica conocida como backstepping y la otra basada en las técnicas de la teoría de perturbaciones singulares.

1.3 Organización de la tesis

Este trabajo de tesis está organizado como sigue: en el capítulo 2, se presenta una introducción sobre los motores de pasos así como sus ventajas y desventajas de la aplicación de estos. También, se introduce su forma de operación, se describe el problema de resonancia mecánica, el cual es uno de los problemas a tratar de esta tesis, y una breve descripción de las aplicaciones de los motores de pasos. Además, se introduce el modelo matemático que describe el comportamiento dinámico del motor de pasos.

En el capítulo 3, se diseña un algoritmo de control basado en técnica conocida como backstepping, la cual es aplicada al motor de pasos. Se presentan resultados de simulación.

En el capítulo 4, es presentado un algoritmo de control basado en la técnica de perturbaciones singulares, donde se presentan resultados de simulación. Además, una comparación de las técnicas estudiadas es presentada.

Finalmente, en el capítulo 5 se presenta la forma como fue construido el robot móvil así como el funcionamiento del mismo dando una descripción general de el modo de operar de la electrónica, así como un esquema básico del funcionamiento de radio control.

Al final de este trabajo se dan las conclusiones generales y los trabajos futuros.

Capítulo 2

Motor de pasos de imanes permanentes

2.1 Introducción

El motor de pasos es un dispositivo electromecánico (ver Figura 2.1), el cual convierte pulsos eléctricos de entrada en movimientos mecánicos discretos de salida. La flecha o eje del motor de pasos efectúa una rotación de un ángulo de 1.8° /pulso de incremento discreto, cuando un tren de pulsos eléctricos es aplicado mediante una secuencia característica del motor. La rotación del motor está directamente relacionada a estos pulsos aplicados en la entrada, donde la secuencia de los pulsos aplicado está directamente relacionada con la dirección de la rotación del eje del motor. La velocidad de rotación del motor es directamente proporcional a la frecuencia de los pulsos eléctricos aplicados a la entrada, y el ángulo de rotación es directamente proporcional al número de pulsos eléctricos aplicados a la entrada.

A diferencia de los motores de CD, los cuales operan en forma continua, la flecha de un motor de pasos se mueve en forma de incrementos angulares discretos (comúnmente conocidos como pasos).

Por otra parte, en un motor de CD la entrada de control es el voltaje de CD, en cambio en un motor de pasos una secuencia de pulsos a una frecuencia específica son aplicados como entrada de control. En general, un motor de pasos convierte cada pulso aplicado en un paso o incremento angular. El tamaño de este paso depende del diseño del motor de pasos.

La operación de un motor de pasos depende de la aplicación de pulsos a sus bobinas de fase en una secuencia apropiada. La aplicación de pulsos proporciona a las bobinas de cada una de las fases del motor de pasos la corriente suficiente, la cual lo hace funcionar.

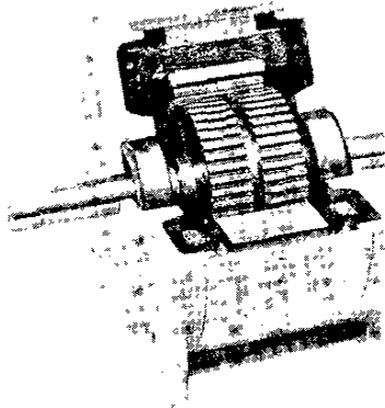


Figura 2.1: Vista Seccionada de un motor de pasos

2.2 Ventajas y desventajas de un motor de pasos.

A continuación se describen las ventajas y desventajas de los motores de pasos:

Ventajas:

1. El ángulo de rotación del motor de pasos es proporcional al número de pulsos aplicados en la entrada.
2. El motor tiene par completo de retención (cuando las bobinas están energizadas).
3. Precisión de posicionamiento y repetitibilidad de movimiento donde un buen motor de pasos tiene una exactitud de $\pm 3 - 5\%$ de un paso y este error no es acumulativo de un paso a otro.
4. Excelente respuesta al arranque, al paro y a la reversa.
5. Presenta una alta confiabilidad debido a que el motor no tiene escobillas de contacto. De ahí que la vida del motor dependa simplemente de la vida de los baleros que sostienen al eje del rotor.
6. El motor responde a pulsos digitales de entrada, lo cual proporciona un control en lazo abierto, siendo este tipo de control simple y de bajo costo.
7. Permite obtener una velocidad sincrónica a muy baja velocidad con una carga que esté directamente acoplada a la flecha o eje del rotor.

8. Un amplio rango de velocidades de rotación puede ser obtenido, esto es debido a que la velocidad es proporcional a la frecuencia de los pulsos aplicados a la entrada.

Desventajas:

1. Se presenta resonancia mecánica o pérdida de sincronismo si no es controlado correctamente.
2. No es fácil de operar a velocidades extremadamente altas.

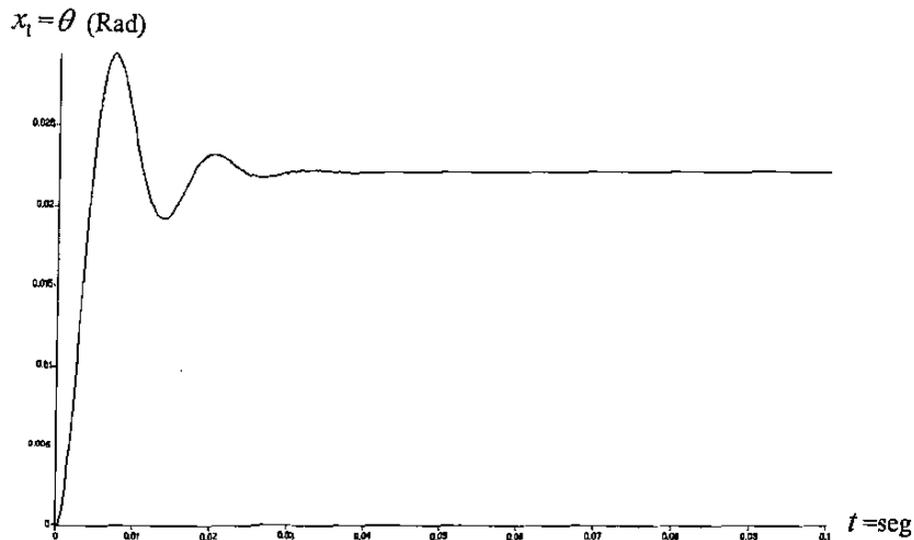


Figura 2.2: Comportamiento de la posición del rotor (x_1) de un motor de pasos

2.3 Operación en lazo abierto

Una de las ventajas más significativas de un motor de pasos es la capacidad de ser controlado en lazo abierto. El control en lazo abierto significa que la información de retroalimentación acerca de su posición no es necesaria. Este tipo de control elimina la necesidad de dispositivos costosos de sensado y retroalimentación tales como los encoders. Puesto que la posición del eje del rotor es determinada a partir del número de pulsos aplicados a la entrada, la posición puede almacenarse ya sea en la memoria de un microcontrolador o en un flip-flop. La respuesta característica en lazo abierto de posición de un motor de pasos se muestra en la Fig. 2.2 la cual representa el comportamiento dinámico de la posición del rotor, donde un pulso unitario es aplicado al motor de pasos, y dando lugar a la velocidad del rotor se comporte de una

manera bien definida de acuerdo con la curva que se muestra en la Fig. 2.3. El tiempo de paso t es el tiempo que toma la flecha del motor para rotar un paso o ángulo, una vez que el primer pulso es aplicado. El tiempo de paso es altamente dependiente de la inercia (carga) así como del tipo de controlador utilizado.

Esto puede verse como una pérdida repentina o caída del par a ciertas velocidades, lo cual puede resultar en la pérdida de pasos (ángulos de rotación) o pérdida de sincronismo. Esto ocurre cuando la frecuencia de los pulsos de entrada coincide con la frecuencia natural de oscilación del rotor. En general, la frecuencia natural de oscilación es el límite de frecuencia de operación del motor, la cual se encuentra alrededor de los 100 - 200 pulsos por segundo.

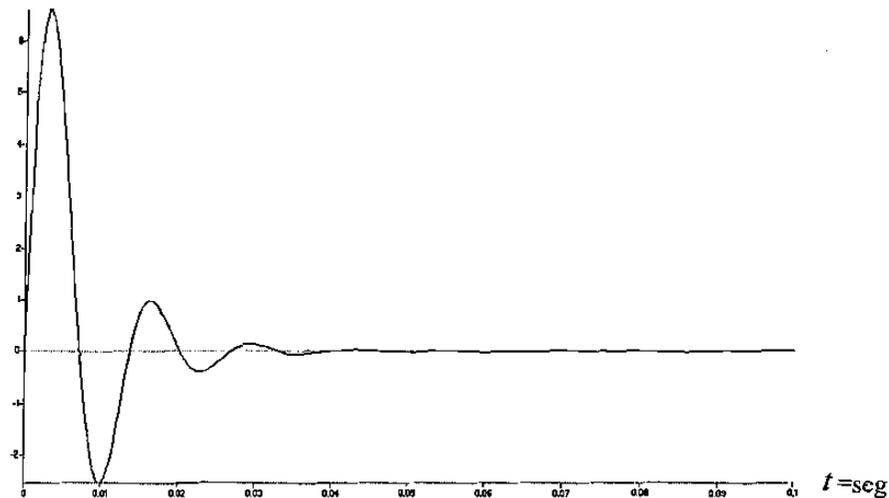


Figura 2.3: Comportamiento de la velocidad del rotor (x_2) de un motor de pasos

El fenómeno de resonancia de un motor de pasos depende básicamente de las características de construcción, de modo que no es posible eliminarlo completamente. Esta resonancia también depende de las condiciones de carga, y puede ser reducida controlando el motor de pasos con técnicas tales como medios pasos, micro-pasos, las cuales dependen de la manera en como se interconectan eléctricamente sus fases, o mediante técnicas de control moderno.

A continuación se muestra en las siguientes figuras el comportamiento de las variables de estado del motor de pasos las fases de un motor de pasos de cuatro fases operando en lazo abierto en configuración de paso completo se muestra en las Figuras 2.4 y 2.5, respectivamente.

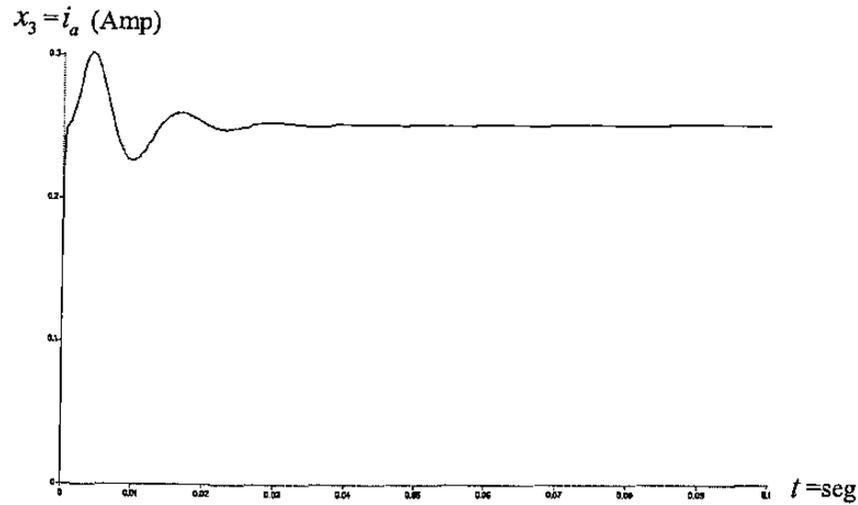


Figura 2.4: Comportamiento de la corriente de fase A (x_3) de un motor de pasos

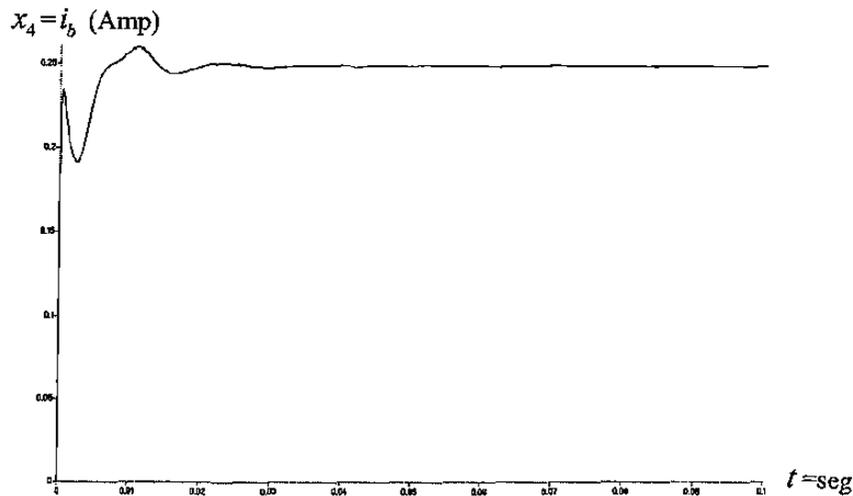


Figura 2.5: Comportamiento de la corriente de fase B (x_4) de un motor de pasos

2.4 Resonancia mecánica

Algunos motores de pasos tienen una respuesta oscilatoria en el rotor cuando éste alcanza la posición de un paso como se ilustra en la Figura 2.6(a). Como se puede apreciar, dos trenes de pulsos de excitación a la entrada se utilizan para excitar al motor: el primer tren de pulsos se genera a la frecuencia ω_{s_1} y el segundo tren a la frecuencia ω_{s_2} .

Suponiendo que el tren de pulsos a la frecuencia ω_{s_2} es aplicado (ver figura 2.6(c)), con el primer pulso en t_1 , el rotor avanza a la posición 2, el cual presenta un comportamiento oscilatorio antes de estabilizarse definitivamente. Posteriormente, en un tiempo t_2 aparece el segundo pulso pasando a la posición 3 y así sucesivamente.

Ahora, aplicando el tren de pulsos a la frecuencia ω_1 , donde $\omega_1 < \omega_2$ se puede ver en la figura 2.6(c) que al aplicar el primer pulso se obtiene una respuesta transitoria, la cual no alcanza a amortiguarse completamente cuando llega el segundo pulso que produce otra respuesta transitoria oscilatoria. Como se puede apreciar en la Figura 2.6 (a), la respuesta del motor de pasos a esta frecuencia no permite un régimen de operación adecuado ya que la frecuencia del tren de pulsos es menor que la frecuencia natural del motor. Para evitar esta situación la frecuencia del tren de pulsos que se debe aplicar debe tomar en cuenta esta frecuencia natural para obtener una operación adecuada. La velocidad angular del rotor puede ser expresada como $\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$. Cuando se aplica un tren de pulsos a una frecuencia inferior (ω_1) a la frecuencia natural del sistema, se puede apreciar de la Figura 2.6(d) que la velocidad angular del rotor se incrementa continuamente, provocando pérdida de sincronismo o desbocamiento. Por otra parte, la respuesta del sistema nunca alcanza un estado de equilibrio ya que antes de alcanzarse aparece otro pulso provocando que el motor siempre se encuentre oscilando alrededor de los valores de referencia asociado a los pasos. Lo anterior se explica al considerar que el motor tiene siempre suficiente energía cinética para sobrepasar las diferentes posiciones dando lugar a respuestas oscilatorias permanentes, lo que ocasionaría que el sincronismo entre los pasos y los pulsos de excitación se perdiera y el valor del par de arranque decaería, como se muestra en la Fig. 2.6(d). Por esta razón la velocidad de resonancia ω_r se debe evitar durante la operación normal.

2.5 Cuando utilizar un motor de pasos.

Los motores de pasos son utilizados para el control de posicionamiento. Estos pueden ser usados tomando en cuenta sus ventajas en las diferentes aplicaciones donde se requiera controlar el ángulo de rotación, la velocidad, la posición, y el sincronismo. Por las ventajas inherentes mencionadas anteriormente, el motor de pasos tiene una gran variedad de aplicaciones como se mencionará a continuación.

2.6 Aplicaciones del motor de pasos.

El uso del motor de pasos tuvo en sus inicios como principal área de aplicación la industria militar. Después, en el área de control numérico para máquinas de producción. Posterior-

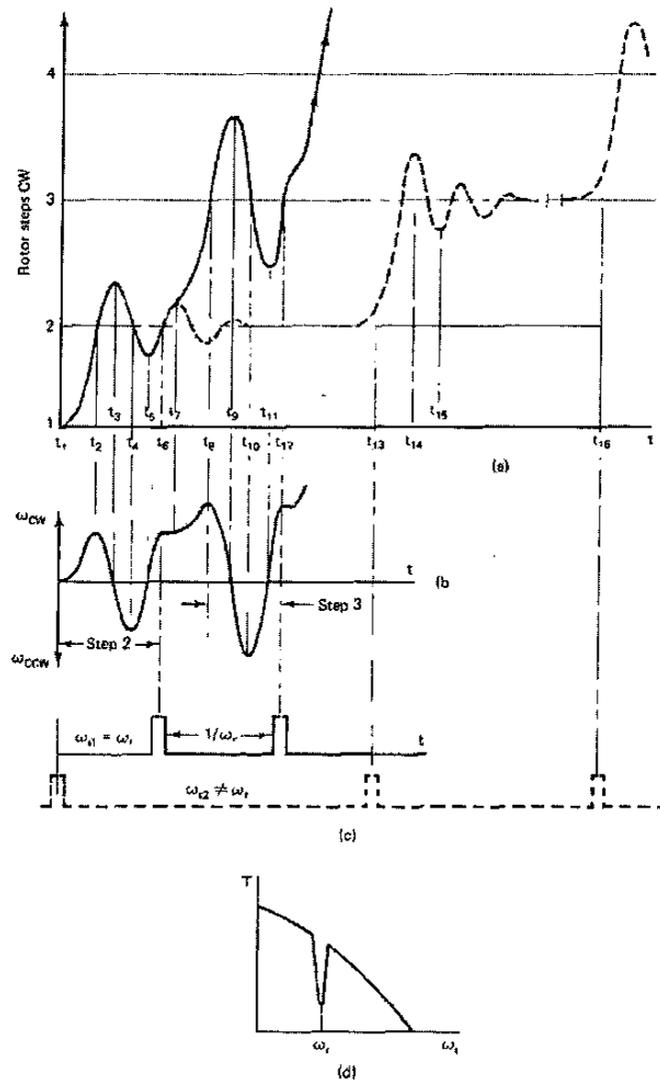


Figura 2.6: Resonancia Mecánica de un Motor de Pasos: (a) Respuesta oscilatoria de un motor de pasos; (b) velocidad del rotor; (c) excitación de fases para ω_r (línea continua) la pérdida de par a causa de ω_r se muestra en la parte (d).

mente, con el desarrollo de la computación y la electrónica, estos fueron utilizados en equipos periféricos de computadora y de oficina, donde los motores de DC con escobillas fueron reemplazados por los motores de pasos.

Este campo (el de los periféricos computacionales) es considerado como el área de aplicación principal del motor de pasos. La proliferación de las computadoras de escritorio (desktop) y las computadoras portátiles (laptops) en los 80's incrementó el uso de motores pequeños para los disk drives e impresoras, siendo está el área en la que más se utiliza el motor de pasos.

2.7 Modelo matemático del motor de pasos.

A continuación se presenta el modelo matemático que representa la dinámica del motor de pasos que será utilizado en este trabajo. En la referencias [1, 4, 5, 10, 13, 23], se puede encontrar una descripción detallada del modelo del motor de pasos.

El modelo considerado es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_a}{dt} = [v_a - Ri_a + K_m\omega \sin(N_r\theta)]/L \\ \frac{di_b}{dt} = [v_b - Ri_b - K_m\omega \cos(N_r\theta)]/L \\ \frac{d\omega}{dt} = [-K_m i_a \sin(N_r\theta) + K_m i_b \cos(N_r\theta) - B\omega - K_D \sin(4N_r\theta)]/J - \tau_L/J \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega \end{array} \right.$$

donde:

- v_a es el voltaje aplicado a la fase A.
- v_b es el voltaje aplicado a la fase B.
- i_a es la corriente de fase A.
- i_b es la corriente de fase B.
- ω es la velocidad angular del rotor.
- θ es la posición del motor.
- R es la resistencia del devanado del estator por cada bobina de fase.

- L son las inductancias propias del devanado del estator por fase.
 B es el coeficiente de fricción de viscosidad.
 J es la inercia de rotor.
 K_m es la constante de par del motor.
 N_r es el número de dientes del rotor.
 τ_l es el par de carga.
 K_D es la constante de fuerza electromotriz (K_D es típicamente de 5% a 10% del valor de $K_m i_a$ donde i_a es la corriente medida).

$K_D \sin(4N_r)$ representa el par de retención debido a la interacción del magnetismo permanente del rotor con el material de los polos del estator. Note que este par siempre estará presente aún si las corriente de fase están ausentes.

Ahora, definiendo, $[x_1, x_2, x_3, x_4]^T = [\theta, \omega, i_a, i_b,]^T$, con la notación como se muestra en la Tabla 2.1.

$K_1 = R/L$	$K_2 = K_m/L$	$K_3 = K_m/J$	$K_4 = B/J$
$K_5 = N_r$	$K_7 = \tau_L/J$	$u_1 = v_a/L$	$u_2 = v_b/L$

Tabla 2.1: Parámetros del Motor de Pasos.

El modelo matemático original [4] del motor de pasos queda de la siguiente forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -K_3 x_3 \sin(K_5 x_1) + K_3 x_4 \cos(K_5 x_1) - K_4 x_2 - K_6 \sin(4K_5 x_1) - \tau_L/J \\ \frac{dx_3}{dt} = -K_1 x_3 + K_2 x_2 \sin(K_5 x_1) + u_1 \\ \frac{dx_4}{dt} = -K_1 x_4 - K_2 x_2 \cos(K_5 x_1) + u_2 \end{array} \right. \quad (2.1)$$

Por otra parte, este modelo resulta ser igual al modelo propuesto por M. Zribi (ver [23]), el cual será utilizado para el diseñar el control en la presente investigación. Cabe mencionar que este modelo también tiene otras versiones equivalentes pero con diferente asignación de variables [4, 13]. A la ecuación anterior se le añadirán puntos de referencia para que los valores converjan a estos, y por lo anterior, se tendrá que definir el modelo anterior en variables de

desviación. Ahora, definiendo las siguientes variables de desviaciones

$$\begin{aligned}
 \Delta x_1 &= x_1 - x_{1r} \\
 \Delta x_2 &= x_2 \\
 \Delta x_3 &= x_3 \\
 \Delta x_4 &= x_4
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

se obtiene el siguiente sistema incremental:

$$\left\{ \begin{aligned}
 \frac{d\Delta x_1}{dt} &= \Delta x_2 \\
 \frac{d\Delta x_2}{dt} &= -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + K_3\Delta x_4 \cos(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) \\
 &\quad - K_4\Delta x_2 - K_6 \sin(4K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) - \tau_L/J \\
 \frac{d\Delta x_3}{dt} &= -K_1\Delta x_3 + K_2\Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_1 \\
 \frac{d\Delta x_4}{dt} &= -K_1\Delta x_4 - K_2\Delta x_2 \cos(K_3(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_2
 \end{aligned} \right. \tag{2.3}$$

Finalmente el modelo matemático obtenido resulta en una forma apropiada para el diseño del controlador basado en el método de control no lineal backstepping que será planteado en el capítulo siguiente.

Capítulo 3

Control por backstepping

3.1 Introducción

En este capítulo se diseñará una ley de control basada en el método conocido como backstepping, la cual es una técnica utilizada para controlar sistemas no lineales (para más detalles ver [11, 14]).

Considere un sistema de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = f(\eta) + g(\eta)\xi \\ \frac{d\xi}{dt} = u \end{cases} \quad (3.1)$$

donde $\{\eta, \xi\} \in R^{n+1}$ es el estado y u es el control de entrada. Las funciones $f : D \rightarrow R^n$ y $g : D \rightarrow R^n$ son suaves en el dominio D que contiene $\eta = 0$ y $f(0) = 0$.

El objetivo es diseñar una ley de control por retroalimentación de estado para estabilizar el origen definido por el vector $(\eta = 0; \xi = 0)$, donde el subsistema representado por $\frac{d\eta}{dt}$ tiene por entrada a la variable ξ , donde la componente ξ representa el integrador. Suponiendo que el componente $\frac{d\xi}{dt}$ puede ser estabilizado por un control por retroalimentación de estado suave $\xi = \phi(\eta)$ con $\phi(0) = 0$. Entonces el siguiente subsistema:

$$\frac{d\eta}{dt} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) \quad (3.2)$$

es asintóticamente estable en el origen. Ahora, suponiendo que existe una función de Lyapunov $V(\eta)$, la cual es definida positiva, satisface la siguiente desigualdad:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] \leq -W(\eta), \quad \forall \eta \in D \quad (3.3)$$

donde $W(\eta)$ es una función definida positiva.

Ahora, con el fin de poder diseñar la ley de control se adiciona y se sustrae el término $g(\eta)\phi(\eta)$ en el lado derecho de la ecuación del primer subsistema (3.1), de tal modo que se obtiene la siguiente representación:

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + g(\eta)[\xi - \phi(\eta)] \\ \frac{d\xi}{dt} = u \end{cases} \quad (3.4)$$

Definiendo el siguiente cambio de variable

$$z = \xi - \phi(\eta) \quad (3.5)$$

Resulta que el sistema anterior queda descrito por la siguiente estructura

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = [f(\eta) + g(\eta)] + g(\eta)z \\ \frac{dz}{dt} = u - \dot{\phi}(\eta) \end{cases} \quad (3.6)$$

La derivada de $\phi(\eta)$ con respecto al tiempo satisface la siguiente expresión:

$$\frac{d\phi(\eta)}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial\eta}[f(\eta) + g(\eta)]\xi \quad (3.7)$$

Definiendo el siguiente control auxiliar $\nu = u - \dot{\phi}$, el sistema (3.6) resulta ser de la forma

$$\begin{cases} \frac{d\eta}{dt} = [f(\eta) + g(\eta)] + g(\eta)z \\ \frac{dz}{dt} = \nu \end{cases} \quad (3.8)$$

el cual es similar al sistema original (3.1), con la diferencia que ahora el primer subsistema es asintóticamente estable en el origen cuando z es igual a cero.

Ahora, considere la siguiente función de Lyapunov para el sistema completo (3.8)

$$V_a(\eta, z) = V(\eta) + \frac{1}{2}z^2 \quad (3.9)$$

Para el diseño del controlador se procede de la siguiente manera. Derivando la función candidata de Lyapunov con respecto al tiempo a lo largo de las trayectorias del sistema (3.8) se

obtiene que

$$\begin{aligned}\frac{dV_a}{dt} &= \frac{\partial V}{\partial \eta}[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta)] + \frac{\partial V}{\partial \eta}g(\eta)z + z\nu \\ &\leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta}g(\eta)z + z\nu\end{aligned}\quad (3.10)$$

$$\frac{dV_a}{dt} \leq -W(\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta}g(\eta)z + z\nu$$

Seleccionando el control ν por

$$\nu = -\frac{\partial V}{\partial \eta}g(\eta) - kz, \quad \forall k > 0, \quad (3.11)$$

Finalmente, se obtiene

$$\frac{dV_a}{dt} = -W(\eta) - kz^2, \quad \forall k > 0 \quad (3.12)$$

lo cual muestra que \dot{V}_a es definida negativa, lo que implica que el origen de (3.8) ($\eta = 0, z = 0$) es asintóticamente estable. Y en consecuencia concluimos que el origen del sistema original (3.1) ($\eta = 0, \xi = 0$) es asintóticamente estable.

Como consecuencia de lo anterior, el diseño del control está dado de la siguiente manera

$$u = \nu + \frac{d\phi(\eta)}{dt} \quad (3.13)$$

Sustituyendo en (3.13) las expresiones adecuadas se obtiene la ley de control de retroalimentación de estado

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial \eta}[f(\eta) + g(\eta)\xi] - \frac{\partial V}{\partial \eta}g(\eta) - k[\xi - \phi(\eta)] \quad (3.14)$$

la cual estabiliza asintóticamente al sistema (3.8) en el origen.

3.2 Diseño del control backstepping del sistema

A partir del modelo del motor de pasos (2.3), se diseñará una ley de control basada en la técnica backstepping que ha sido presentada en la sección anterior.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\Delta x_1}{dt} &= \Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} &= -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + K_3\Delta x_4 \cos(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) \\ &\quad - K_4\Delta x_2 - K_6 \sin(4K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) - \tau_L/J \\ \frac{d\Delta x_3}{dt} &= -K_1\Delta x_3 + K_2\Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_1 \\ \frac{d\Delta x_4}{dt} &= -K_1\Delta x_4 - K_2\Delta x_2 \cos(K_3(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_2 \end{aligned} \right. \quad (3.15)$$

Para el diseño del algoritmo de control basado en la técnica de backstepping se introducen las siguientes hipótesis:

- Se considera que $\tau_L = 0$, i.e. que no existe un par de carga aplicado en el motor.
- La constante K_6 es suficientemente pequeña la cual será despreciada.

Observación: El hecho que τ_L sea considerada igual a cero permitirá simplificar los cálculos y además será considerada posteriormente como una perturbación en el sistema.

Ahora, aplicando el siguiente control por retroalimentación de estado:

$$u_2 = \bar{K}\Delta x_4 + K_2\Delta x_2 \cos(K_3(\Delta x_1 + x_{1r}))$$

se obtiene el siguiente sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Delta x_1}{dt} = \Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} = -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + K_3\Delta x_4 \cos(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) \\ \quad - K_4\Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_3}{dt} = -K_1\Delta x_3 + K_2\Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_1 \\ \frac{d\Delta x_4}{dt} = (\bar{K} - K_1)\Delta x_4 \end{array} \right. \quad (3.16)$$

el subsistema representado por Δx_4 converge exponencialmente hacia cero, como consecuencia de ello se obtiene el siguiente subsistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Delta x_1}{dt} = \Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} = -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) - K_4\Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_3}{dt} = -K_3\Delta x_3 + K_2\Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_1 \end{array} \right. \quad (3.17)$$

sumando y restando el término Δx_1 en (3.17) tenemos

$$\begin{cases} \frac{d\Delta x_1}{dt} = \Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} = -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + \Delta x_1 - \Delta x_1 - K_4\Delta x_2 \\ \frac{d\Delta x_3}{dt} = -K_3\Delta x_3 + K_2\Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + u_1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Ahora, haciendo el siguiente cambio de variable $w_1 = \Delta x_1$, $w_2 = \Delta x_2$ y $w_3 = -K_3\Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + \Delta x_1$ el sistema puede ser reescrito en la forma:

$$\begin{cases} \frac{dw_1}{dt} = w_2 \\ \frac{dw_2}{dt} = -w_1 - K_4w_2 + w_3 \\ \frac{dw_3}{dt} = \psi \end{cases} \quad (3.19)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi = & w_2 + K_3w_1 - K_3w_3 - K_2K_3w_2 + K_2K_3w_2 \cos^2(K_5(w_1 + w_{1r})) \\ & + \frac{K_5w_2(w_3 - w_1) \cos(K_5(w_1 + w_{1r}))}{\sin(K_5(w_1 + w_{1r}))} - K_3 \sin(K_5(w_1 + w_{1r}))w_1 \end{aligned} \quad (3.20)$$

De esta forma, resulta una estructura similar a la considerada en (3.8), es decir

$$\begin{pmatrix} \frac{dw_1}{dt} \\ \frac{dw_2}{dt} \\ \frac{dw_3}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_2 \\ -w_1 - K_4 w_2 \\ \psi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} w_3 \quad (3.21)$$

donde:

$$\eta = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \quad \xi = w_3$$

$$f(\eta) = \begin{pmatrix} w_2 \\ -w_1 - K_4 w_2 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$g(\eta) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

se obtiene un sistema de la forma (3.1)

Una vez establecidas las funciones $f(\eta)$, $g(\eta)$, $\frac{d\eta}{dt}$, ξ , se propone una función de Lyapunov $W(\eta)$ de la siguiente forma:

$$V(\eta) = w_2^2 + 2w_1^2 + (K_4 w_1 + w_2)^2 \quad (3.23)$$

Derivando con respecto al tiempo y reemplazando las expresiones adecuadas, se tiene

$$\frac{dV}{dt} = -2K_4 w_1^2 - 2K_4 w_2^2 + 2\phi(K_4 w_1 + 2w_2) \quad (3.24)$$

con

$$\phi = 0 \quad (3.25)$$

tenemos

$$\dot{V} = -2K_4 w_1^2 - 2K_4 w_2^2 \quad (3.26)$$

Entonces, para el sistema anterior tenemos la siguiente ley de control backstepping.

$$\psi = \left(\frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} \right) (f(\eta) + g(\eta)\xi) - \left(\frac{\partial W}{\partial \eta} \right) g(\eta) - k[\xi - \phi(\eta)] \quad (3.27)$$

así

$$\psi = -2(K_4 w_1 + 2w_2) - kw_3 \quad (3.28)$$

y

$$u = -K_2 \Delta x_2 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + K_3 \Delta x_3 + \frac{(\Delta x_2 - K_3 \Delta x_2 \Delta x_3 \cos(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) - \psi)}{K_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r}))} \quad (3.29)$$

donde

$$\psi = -2(K_4 \Delta x_1 + 2\Delta x_2) - k(-K_3 \Delta x_3 \sin(K_5(\Delta x_1 + x_{1r})) + \Delta x_1) \quad (3.30)$$

Este control presenta singularidades las cuales pueden ser evitadas introduciendo una saturación, sin embargo esto degrada el desempeño del sistema.

3.3 Resultados de simulación

A continuación se presentan los resultados de simulación obtenidos al aplicar la ley de control basada en la técnica backstepping al modelo del motor de pasos (2.3). En la Figura 3.1 se muestra el comportamiento dinámico de la posición angular del eje del motor con el control propuesto y como se puede apreciar que la trayectoria converge hacia el valor de referencia el cual es igual a (0.00157 Rad.). Como se observa en la Figura 3.1 el rotor llega a su posición de referencia presentando menos oscilaciones, cumpliendo con ello uno de los principales objetivos que debe presentar el motor de pasos para un buen desempeño.

Cabe mencionar que el tiempo de respuesta puede ser reducido, aumentando el valor de la ganancia k del control, logrando mejorar el desempeño de la respuesta.

En la Figura 3.2 se muestra la respuesta dinámica. Como se puede apreciar la velocidad angular del rotor presenta un transitorio el cual se atenúa rápidamente hasta llegar a cero, que es una característica deseada. Además, esta es siempre positiva debido a que la posición angular no presenta oscilaciones alrededor del valor de referencia. El rotor siempre mantendrá un giro en el mismo sentido.

Ambas corrientes de fase se encuentran dentro de los límites físicos. En particular la corriente de fase B, la cual es controlada por el control u_2 presenta una respuesta sin oscilaciones. En cambio, la corriente de fase A muestra un transitorio, el cual se atenúa rápidamente.

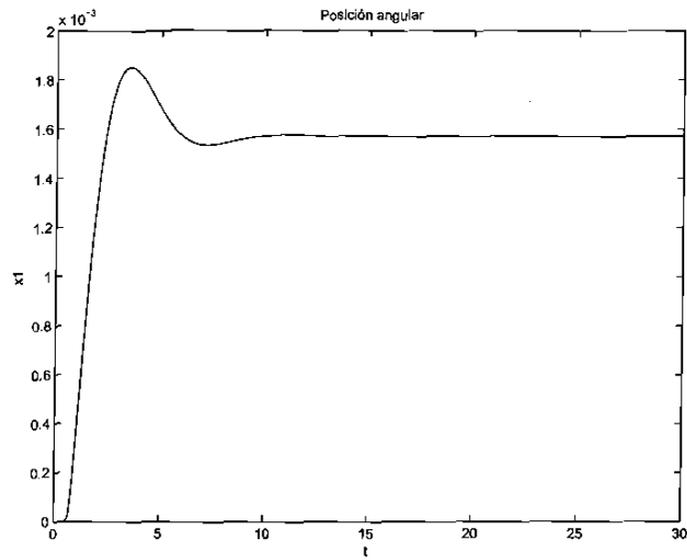


Figura 3.1: Respuesta dinámica de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos

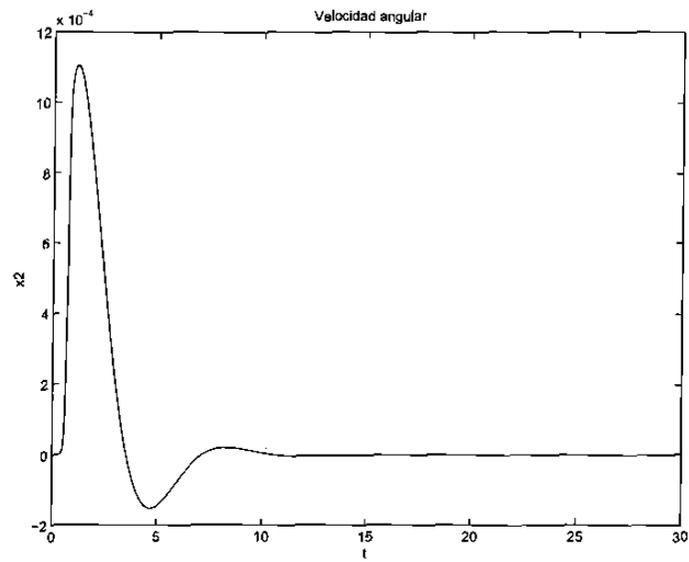


Figura 3.2: Respuesta dinámica de la velocidad angular del rotor (x_2) de un motor de pasos

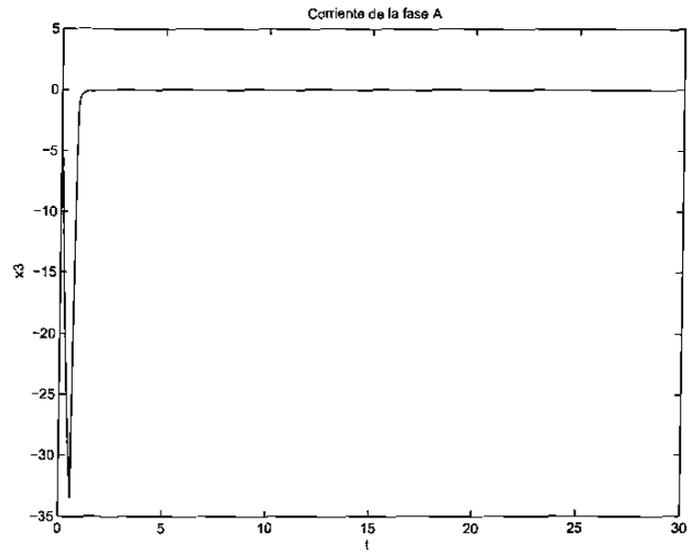


Figura 3.3: Corriente de la fase A (x_3) de un motor de pasos

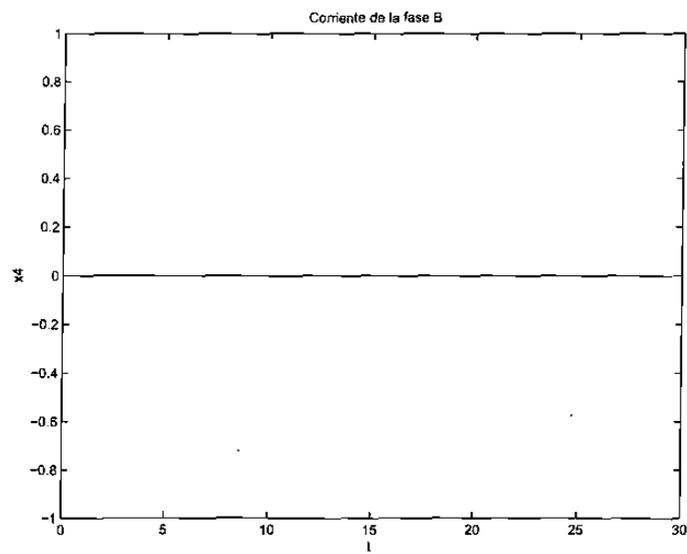


Figura 3.4: Corriente de la fase B (x_4) de un motor de pasos

Finalmente en la Figura 3.5 se muestra el control u_1 que es aplicado al motor para controlar la posición angular del motor de pasos.

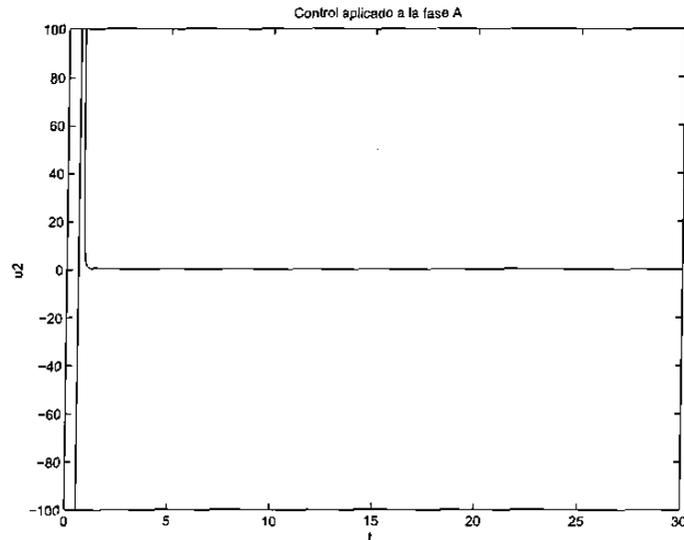


Figura 3.5: Control u_1 aplicado a la fase A

El valor de la constante k en el control fue seleccionado como $k = 200$.

3.4 Comparación entre el sistema en lazo abierto y el sistema con control backstepping

En las Figuras 3.7 y 3.8 de lazo abierto y lazo cerrado se puede observar que el control backstepping logra estabilizar la operación de posicionamiento angular del sistema en el mismo tiempo que la estabilización natural del sistema en lazo abierto, pero con la diferencia que el sistema ya no presenta las oscilaciones producidas por la resonancia mecánica. Puesto que el motor a pasos tiene una frecuencia natural límite, el lazo abierto (ver la Fig. 3.7) la cual no debe sobrepasarse ya que ocasionaría pérdida de sincronismo en el motor, la acción del control tiene por objetivo eliminar las oscilaciones naturales del motor (ver Fig. 3.8), las cuales son las que limitan la frecuencia de operación del mismo.

Al eliminar estas oscilaciones se obtiene una respuesta rápida del motor, lo cual implica que el tiempo de respuesta es menor, entonces esto implica que la frecuencia de operación del motor aumenta. Esto ocasiona que el motor pueda incrementar su velocidad angular

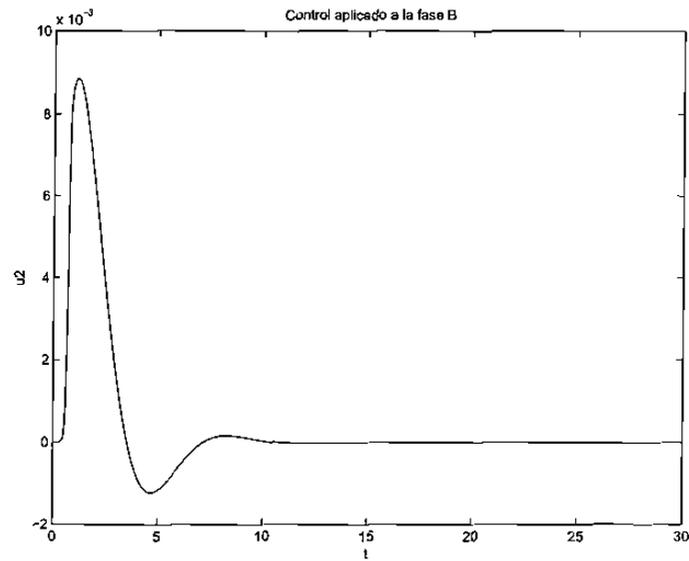


Figura 3.6: Control u_2 aplicado a la fase B

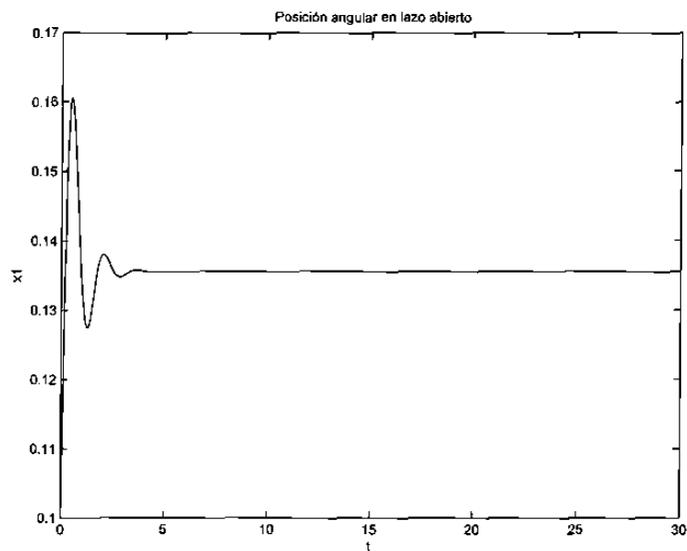


Figura 3.7: Comportamiento dinámico de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos en lazo abierto.

con respecto a velocidad angular obtenida en lazo abierto (la velocidad natural del motor) permitiendo con ello generar un tren de impulsos de un período más pequeño.

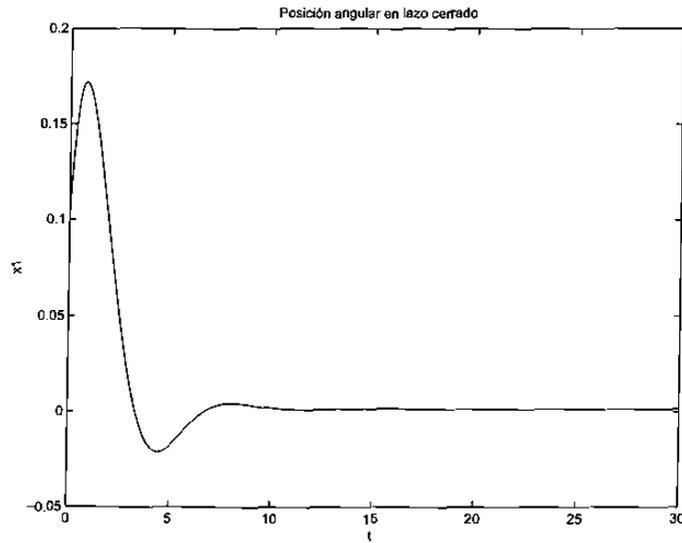


Figura 3.8: Comportamiento dinámico de la posición angular del rotor (x_1) de un motor de pasos controlado por medio de la técnica backstepping

3.5 Conclusiones

En esta capítulo se presentó el diseño de un controlador basado en la técnica backstepping y resultados de simulación fueron mostrados para ilustrar su desempeño. Como se vio en la sección precedente la técnica presenta ciertas limitaciones debido a discontinuidades en el control lo cual limita la aplicación de esta técnica para este problema. Como resultado de esto consideraremos otras técnicas mejor adaptadas al motor de pasos.

Capítulo 4

Perturbaciones Singulares

4.1 Introducción a perturbaciones singulares

En este capítulo, se presentará el diseño de un algoritmo de control combinando las técnicas basadas en la teoría de perturbaciones singulares y los métodos de modos deslizantes para una clase de sistemas no lineales. Además, este algoritmo de control será implementado via simulación, donde se muestra el desempeño bajo esta acción de control. La idea principal de aprovechar cada una de estas técnicas son las siguientes: mediante el método de perturbaciones lo que se pretende es particionar el sistema en subsistemas de menor dimensión los cuales están descritos en escalas de tiempos diferentes. Siguiendo dicha metodología se pretende diseñar un control completo constituido por un control obtenido por cada una de las partes que comúnmente se denominan para un sistema de dos escalas de tiempo en control lento y control rápido. Por otro lado mediante el uso de la técnica de modos deslizantes lo que se pretende es dar robustez al esquema de control.

Ahora siguiendo los objetivos de este capítulo, se considere la clase de sistemas no lineales descritos en la forma singularmente perturbada

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x) + F_1(x)z \quad (4.1)$$

$$\varepsilon \frac{dz}{dt} = f_2(x) + F_2(x)z + g_2(x)u \quad (4.2)$$

donde $t_0 \geq 0$, $x \in B_x \subset R^n$ es el estado lento, $z \in B_z \subset R^m$ es el estado rápido, $u \in R^r$ es el control de entrada y $\varepsilon \in [0, 1)$, es el pequeño parámetro de perturbación. Se asume que las funciones f_i , y g_i ($i = 1, 2$) con sus componentes son funciones suaves, acotadas y analíticas de x , B_x y B_z son el subconjunto cerrado y acotado centrado en el origen. Esto es suponiendo

que $f_1(0) = 0$, $f_2(0) = 0$ y para $u(0) = 0$, el origen $(x, z) = (0, 0)$ es un punto de equilibrio aislado, y se asume que $F_2(x)$ es no singular para todo $x \in B_x$.

El sistema lento reducido se encuentra haciendo $\varepsilon = 0$ en (4.1) y (4.2), obtenemos un *sistema lento de orden reducido*

$$\frac{dx_s}{dt} = f(x_s) + g(x_s)u_s \quad x_s(t_0) = x_0 \quad (4.3)$$

$$z_s = h(x_s) = -F_2^{-1}(x_s)[f_2(x_s) + g_2(x_s)u_s] \quad (4.4)$$

donde x_s , z_s y u_s son las componentes lentas de las variables originales x , z y u , respectivamente

$$f(x_s) = f_1(x_s) - F_1(x_s)F_2^{-1}(x_s)f_2(x_s) \quad (4.5)$$

$$g(x_s) = -F_1(x_s)F_2^{-1}(x_s)g_2(x_s) \quad (4.6)$$

$u_s(x_s)$ en (4.3) muestra que la retroalimentación de estado lenta la cual sólo depende de x_s , la variedad invariante del sistema n -dimensional, está definida por

$$M_\xi = \{z \in B_z \subset R^m \mid z = h_\varepsilon(x_s, \varepsilon) := \phi(x_s, \varepsilon)u_{es}(x_s, \varepsilon)\} \quad (4.7)$$

donde las funciones $\phi(x_s, \varepsilon)$, $\psi(x_s, \varepsilon)$ y $u_{es}(x_s, \varepsilon)$ satisfacen la llamada condición de variedad

$$f_2 + F_2\phi + F_2\psi u_{es} = \varepsilon \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_s} + \frac{\partial \psi}{\partial x_s} u_{es} + \psi \frac{\partial u_{es}}{\partial x_s} \right) [f_1 + F_1\phi + F_1\psi u_{es}] \quad (4.8)$$

para todo $x_s \in B_x$ y para ε suficientemente pequeño, donde el subíndice (*es*) se entiende por la solución exacta.

Antes proponer una solución aproximada introducimos la siguiente definición:

Definición 4.1 Una función vectorial $f(t, \varepsilon) \in R^n$ se dice que es $\mathcal{O}(\varepsilon)$ sobre un intervalo $[t_1, t_2]$ si existen constantes positivas k y ε^* tal que

$$\|f(t, \varepsilon)\| \leq k\varepsilon \quad \forall \varepsilon \in [0, \varepsilon^*], \quad \forall t \in [t_1, t_2] \quad (4.9)$$

donde $\|\cdot\|$ es la norma euclidiana.

Puesto que, generalmente es difícil obtener la envolvente lenta del subsistema en M_ξ , se introduce lo que se conoce como una aproximación $\mathcal{O}(\varepsilon)$ de dicha variedad que se obtiene

mediante una expansión en series de Taylor de ϕ y ψ alrededor de $\varepsilon = 0$. Entonces, una aproximación exacta $\mathcal{O}(\varepsilon)$ al subsistema lento es dada por (4.3)

$$\begin{aligned}\phi(x_s, \varepsilon) &= -F_2^{-1}(x_s)f_2(x_s) + \mathcal{O}(\varepsilon) & \psi(x_s, \varepsilon) &= -F_2^{-1}(x_s)g_2(x_s) + \mathcal{O}(\varepsilon) \\ u_{es}(x_s, \varepsilon) &= u_s(x_s) + \mathcal{O}(\varepsilon) & h_e(x_s, \varepsilon) &= h(x_s) + \mathcal{O}(\varepsilon)\end{aligned}$$

Por otra parte, la dinámica rápida se obtiene mediante una transformación de la escala de tiempo t (lenta), a la escala de tiempo $\tau = (t - t_0)/\varepsilon$ e introduciendo la variable de desviación $[\eta = z_0 - h_e(x, \varepsilon)]$ de z de M_ξ , entonces el sistema original (4.1), (4.2) se convierte en

$$\frac{dx}{dt} = \{f_1(x) + F_1(x)[\eta + h_e(x_s, \varepsilon)]\} \quad (4.10)$$

$$\frac{d\eta}{d\tau} = f_2(x) + F_2(x)[\eta + h_e(x_s, \varepsilon)] + g_2(x)u - \frac{\partial h_e(x_s, \varepsilon)}{\partial x} \frac{dx}{d\tau} \quad (4.11)$$

donde $[\eta(0) = z_0 - h_e(x_s)]$, $z(\tau) = z(\varepsilon\tau + t_0)$ con $z(0) = z_0$, $x(\tau) = x(\varepsilon\tau + t_0)$ con $x(0) = x_0$.

Finalmente el control compuesto para el sistema original (4.1) y (4.2) está dado por

$$u(x, \eta, \varepsilon) = u_{es}(x, \varepsilon) + u_{ef}(x, \eta, \varepsilon) \quad (4.12)$$

donde u_{es} y u_{ef} son las componentes rápida y lenta del control, la componente u_{ef} es utilizada para construir M_ξ i.e. $u_{ef}(x, 0) = 0$, si $u_{es}(x, \varepsilon)$, y $\frac{\partial h_e(x_s, \varepsilon)}{\partial x}$ son acotadas y permanece relativamente constante con respecto a τ , entonces el término $\frac{\partial h_e(x_s, \varepsilon)}{\partial x}$ puede ser despreciado.

Por otra parte, de (4.11) se define el subsistema rápido reducido, donde una aproximación $\mathcal{O}(\varepsilon)$ puede ser obtenida usando las ecuaciones (4.4), (4.10) y (4.11), esto es, el modelo rápido reducido está dado por

$$\frac{d\eta_{aprox}}{d\tau} = F_2(x)\eta_{aprox} + g_2(x)u_f \quad (4.13)$$

donde η_{aprox} , $h_e(x, 0) = h(x)$ y u_f son aproximaciones de $\mathcal{O}(\varepsilon)$ para η , $h_e(x, \varepsilon)$ y u_{ef} , y x es constante en esta escala de tiempo.

4.1.1 Diseño del control por modos deslizantes

El control por modos deslizantes para el sistema (4.1)-(4.2) es diseñado en dos etapas. Primero, el *control lento* es diseñado para el subsistema lento (4.3)-(4.4). Para hacer esto, consideremos una superficie de conmutación de dimensión $(n - r)$ definida por

$$\sigma_s(x_s) = col(\sigma_{s_1}(x_s), \dots, \sigma_{s_r}(x_s)) = 0 \quad (4.14)$$

donde cada función $\sigma_{s_i} : B_x \rightarrow R$, $i = 1, \dots, r$; es una función C^1 tal que $\sigma_{s_i}(0) = 0$. El *método del control equivalente* [14] es utilizado para determinar el movimiento del sistema de orden

reducido restringido a la superficie de conmutación lenta $\sigma_s(x_s) = 0$, obteniendo el *control lento equivalente*

$$u_{se} = - \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x_s} g(x_s) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x_s} f(x_s) \right] \quad (4.15)$$

donde la matriz $(\partial \sigma_s / \partial x_s) g(x_s)$ se considera no singular para todo $x_s \in B_x$. La substitución de (4.15) en (4.3)- (4.4) lleva a la ecuación de modo deslizamiento lento

$$\dot{x}_s = f_e(x_s)$$

donde $f_e(x_s) = \left\{ I_n - g(x_s) \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x_s} g(x_s) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma_s}{\partial x_s} \right\} f(x_s)$, con I_n denotando la matriz identidad de dimensión $n \times n$.

A fin de completar el diseño de control lento se pone [14]

$$u_s = u_{se} + u_{sN} \quad (4.16)$$

donde u_{se} es el control lento equivalente (4.15), el cual actúa cuando el sistema lento reducido está restringido a $\sigma_s(x_s) = 0$, mientras u_{sN} actúa cuando $\sigma_s(x_s) \neq 0$. En este trabajo el control u_{sN} es seleccionado como

$$u_{sN} = - \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x_s} g(x_s) \right]^{-1} L_s(x_s) \sigma_s(x_s)$$

donde $L_s(x_s)$ es una matriz positiva definida de dimensión $r \times r$, cuyos componentes son funciones no lineales acotadas reales C^0 de x_s , tal que $\|L_s(x_s)\| \leq \rho_s$, para todo $x_s \in B_x$ con una constante $\rho_s > 0$. La ecuación que describe la proyección de la evolución del subsistema lento fuera $\sigma_s(x_s) = 0$ está dada por

$$\dot{\sigma}_s(x_s) = -L_s(x_s) \sigma_s(x_s) \quad (4.17)$$

Las propiedades de estabilidad de $\sigma_s(x_s) = 0$ en (4.17) pueden ser estudiadas por medio de la función candidata de Lyapunov $V(x_s) = \frac{1}{2} \sigma_s^T(x_s) \sigma_s(x_s)$, cuya derivada temporal a lo largo de (4.17) satisface

$$\dot{V}(x_s) = -\sigma_s^T(x_s) L_s(x_s) \sigma_s(x_s), \quad \text{para todo } x_s \in B_x.$$

De las propiedades C^1 de $\sigma_s(x_s)$ se tiene que $\|\sigma_s(x_s) - \sigma_s(0)\| \leq l_{\sigma_s} \|x_s\|$, $\forall x_s \in B_x$, donde l_{σ_s} es la constante de Lipschitz de $\sigma_s(x_s)$ con respecto a x_s . Entonces, obtenemos $\dot{V}(x_s) \leq -\rho_s a_1 \|x_s\|^2$, donde $a_1 = l_{\sigma_s}^2$. Así, la existencia de un modo de deslizamiento lento puede ser concluido.

El sistema (4.3)-(4.4) con el control (4.16) lleva a el sistema lento reducido en lazo cerrado, el cual está representado como sigue

$$\dot{x}_s = f_e(x_s) + p_s(x_s, u_{sN}) \quad (4.18)$$

donde $p_s(x_s, u_{sN}) = g(x_s)u_{sN}$.

Ahora introducimos las siguientes suposiciones:

A1. El equilibrio $x_s = 0$ de $\dot{x}_s = f_e(x_s) + p_s(x_s, u_{sN})$ es localmente exponencialmente estable.

Por un teorema inverso de Lyapunov (see [14]), la Suposición A1 asegura la existencia de una función de Lyapunov $V_s = V_s(x_s)$ la cual satisface

$$c_1 \|x_s\|^2 \leq V_s \leq c_2 \|x_s\|^2, \quad \frac{\partial V_s}{\partial x} f_e(x_s) + p_s(x_s, u_{sN}) \leq -c_3 \|x_s\|^2, \quad \left\| \frac{\partial V_s}{\partial x} \right\| \leq c_4 \|x_s\| \quad (4.19)$$

para algunas constantes positivas c_1, c_2, c_3 y c_4 . Se puede usar $V_s(x_s)$ como una función candidata de Lyapunov para investigar la estabilidad del origen $x_s = 0$ como un punto de equilibrio del para el sistema (4.18). Usando la Suposición A1 y (4.19), la derivada temporal de V_s a lo largo de las trayectorias de (4.19) satisface $\dot{V}(x_s) \leq -c_3 \|x_s\|^2$, y el sistema lento reducido (4.19) es exponencialmente estable.

El diseño del *control rápido* para el subsistema (4.14) puede ser obtenido de una manera similar a la usada para el control lento. Esto es, se considera una superficie de conmutación rápida $(m - r)$ -dimensional definida por $\sigma_f(\eta_{apx}) = \text{col}(\sigma_{f_1}(\eta_{apx}), \dots, \sigma_{f_r}(\eta_{apx})) = 0$, donde cada función $\sigma_{f_i} : B_z \rightarrow R$, $i = 1, \dots, r$; es también una función C^1 tal que $\sigma_{f_i}(0) = 0$. El control rápido completo toma la forma

$$u_f = u_{fe} + u_{fN} \quad (4.20)$$

donde u_{fe} es el *control equivalente rápido* dado por

$$u_{fe}(\tilde{x}, \eta_{apx}) = - \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} g_2(\tilde{x}) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} F_2(\tilde{x}) \eta_{apx} \right], \quad (4.21)$$

y

$$u_{fN}(\tilde{x}, \eta_{apx}) = - \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} g_2(\tilde{x}) \right]^{-1} L_f(\eta_{apx}) \sigma_f(\eta_{apx}), \quad (4.22)$$

En (4.21) y (4.22), la matriz $(\partial \sigma_f / \partial \eta_{apx}) g_2(\tilde{x})$ se supone no singular, para todo $(\tilde{x}, \eta_{apx}) \in B_x \times B_z$, y $L_f(\eta_{apx})$ es una matriz positiva definida de dimensión $r \times r$, cuyos componentes

son C^0 funciones no lineales reales acotadas de η_{apx} , tal que $\|L_f(\eta_{apx})\| \leq \rho_f$, para todo $(\tilde{x}, \eta_{apx}) \in B_x \times B_z$, con una constante ρ_f .

La proyección de la evolución del subsistema rápido fuera $\sigma_f(\eta_{apx}) = 0$ es descrita por

$$\frac{d\sigma_f}{d\tau} = \frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} \frac{d\eta_{apx}}{d\tau} = -L_f(\eta_{apx})\sigma_f(\eta_{apx}) \quad (4.23)$$

y argumentos similares a los usados para la evolución del subsistema lento pueden ser aplicados para el sistema (4.23) para concluir la existencia de un modo de deslizamiento rápido.

Cuando el control rápido completo (4.20) es substituido en (4.13), el sistema rápido reducido en lazo cerrado toma la forma

$$\frac{d\eta_{apx}}{d\tau} = g_c(\tilde{x}, \eta_{apx}) \quad (4.24)$$

donde $g_c(\tilde{x}, \eta_{apx}) = F_2(\tilde{x})\eta_{apx} - g_2(\tilde{x}) \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} g_2(\tilde{x}) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta_{apx}} F_2(\tilde{x})\eta_{apx} + L_f(\eta_{apx})\sigma_f(\eta_{apx}) \right]$.

Ahora, la siguiente suposición es introducida:

A2. El equilibrio $\eta_{apx} = 0$ de $d\eta_{apx}/d\tau = g_c(\tilde{x}, \eta_{apx})$ es localmente exponencialmente estable.

De la Suposición A2, por un teorema inverso de Lyapunov (see [14]), existe una función de Lyapunov $W_f = W_f(\eta_{apx})$ la cual satisface

$$\bar{c}_1 \|\eta_{apx}\|^2 \leq W_f \leq \bar{c}_2 \|\eta_{apx}\|^2, \quad \frac{\partial W_f}{\partial \eta_{apx}} g_c(\tilde{x}, \eta_{apx}) \leq -\bar{c}_3 \|\eta_{apx}\|^2, \quad \left\| \frac{\partial W_f}{\partial \eta_{apx}} \right\| \leq \bar{c}_4 \|\eta_{apx}\| \quad (4.25)$$

para algunas constantes positivas $\bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3$ y \bar{c}_4 .

También se podría usar, $W_f(\eta_{apx})$ como una función candidata de Lyapunov para investigar la estabilidad del origen $\eta_{apx} = 0$ como un punto de equilibrio para el sistema (4.24). Usando la suposiciones A2 y (4.25), la derivada temporal de W_f a lo largo de las trayectorias de (4.24) entonces satisface $dW_f(\eta_{apx})/d\tau \leq -\bar{c}_3 \|\eta_{apx}\|^2$, y el sistema rápido reducido (4.24) es exponencialmente estable.

Las variables originales rápidas y lentas son ahora usadas para construir el control compuesto, *i.e.* $u(x, \eta) = u_s(x) + u_f(x, \eta)$, donde (4.16, 4.20)

$$\begin{aligned} u_s &= - \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x} f(x) + L_s(x)\sigma_s(x) \right] \\ u_f &= - \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta} g_2(x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_f}{\partial \eta} F_2(x)\eta + L_f(\eta)\sigma_f(\eta) \right] \end{aligned}$$

Cuando el control compuesto (4.16,4.20) es substituido en (4.1)-(4.2), se obtiene el sistema singularmente perturbado no lineal en lazo cerrado

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_c(x, \eta) \\ \epsilon \dot{\eta} &= g_c(x, \eta) - \epsilon \frac{\partial h}{\partial x} [f_c(x, \eta)] \end{aligned} \quad (4.26)$$

donde $\eta = z - h(x)$, $x(t_o) = x_o$, $z(t_o) = z_o$ y

$$f_c(x, \eta) = f(x) + F_1(x)\eta - g(x) \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma_s}{\partial x} f(x) + L_s(x)\sigma_s(x) \right].$$

En el presente trabajo las funciones candidatas de Lyapunov V_s y W_f son útiles para investigar las propiedades de estabilidad del sistema en lazo cerrado obtenido cuando el control compuesto $u = u_s + u_f$ es utilizado.

4.2 Modelo matemático del motor de pasos

Ahora introduciremos el modelo matemático del motor de pasos que será considerado para el diseño del control basado en el método de perturbaciones singulares y modos deslizantes.

Considere el siguiente modelo matemático del motor de pasos

$$\frac{dx_m}{dt} = f(x_m) + g(x_m)u \quad (4.27a)$$

donde x_m es el vector de estado $x_m = \text{col}[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = \text{col}[i_a \ i_b \ \omega \ \theta]$, $u = [\nu_a \ \nu_b]$ es el vector de

entradas, y $f(x_m)$ y $g(x_m)$ representan los campos vectoriales, los cuales están definidos por

$$f(x_m) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}x_{m1} + \frac{K_m}{L}x_{m3} \sin(N_r x_{m4}) \\ -\frac{R}{L}x_{m2} - \frac{K_m}{L}x_{m3} \cos(N_r x_{m4}) \\ \frac{K_m}{J}x_{m1} \sin(N_r x_{m4}) + \frac{K_m}{J}x_{m3} \cos(N_r x_{m4}) - \frac{B}{J}x_{m2} - \frac{K_D}{J} \sin(4N_r x_{m4}) - \frac{\tau_L}{J} \end{pmatrix}$$

$$g(x_m) = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(4.27b)

Los valores de los parámetros utilizados para este modelo están dados en la tabla 4.1.

$R = 10\Omega$	$K_m = 0.113N - m/A$	$N_r = 50$	$B = 0.01N - m/s$
$K_D = 0N - m$	$\tau_L = 0.05N - m$	$J = 5.7 * 10^{-6}Kg - m$	$L = 0.0011H$

Tabla 4.1: Valores Nominales de los Parámetros del Motor de Pasos.

Por otra parte, con el fin de obtener el modelo en variables de desviación se procede de la siguiente forma.

Primero se determina el punto de equilibrio $x_m^* = col(x_{m1}^*, x_{m2}^*, x_{m3}^*, x_{m4}^*)$ asociado al sistema (4.27) para un vector de entrada fijo $\nu^* = col(\nu_1^*, \nu_2^*) = col(\nu_a^*, \nu_b^*)$, y resolviendo la siguiente ecuación

$$0 = f(x_m) + g(x_m)u \tag{4.28}$$

para x_m^* , sabiendo que, en el equilibrio $x_{m3} = \omega^* = 0$.

Seleccionando $K_D = 0$, resulta que el punto de equilibrio está dado por

$$x_{m_1}^* \dot{i}_a^* = \frac{1}{R} \nu_a^* \quad (4.29a)$$

$$x_{m_2}^* \dot{i}_b^* = \frac{1}{R} \nu_b^* \quad (4.29b)$$

$$0 = -\frac{K_m}{JR} \nu_a \sin(N_r x_{m_4}^*) + \frac{K_m}{JR} \nu_b \cos(N_r x_{m_4}^*) - \frac{\tau_L}{J} \quad (4.29c)$$

$$x_{m_3}^* = \omega^* = 0 \quad (4.29d)$$

Utilizando el lenguaje simbólico MAPLE V, se encuentra que la ecuación (4.29c) tiene dos soluciones para $x_{m_4}^*$. Estas son

$$x_{m_{41}}^* = 2 \frac{\arctan\left(\frac{K_m \nu_a^* + \sqrt{K_m^2 (\nu_a^*)^2 + K_m^2 (\nu_b^*)^2 - \tau_L^2 R^2}}{-K_m \nu_b^* - \tau_L R}\right)}{N_r} \quad (4.30a)$$

$$x_{m_{42}}^* = 2 \frac{\arctan\left(\frac{K_m \nu_a^* - \sqrt{K_m^2 (\nu_a^*)^2 + K_m^2 (\nu_b^*)^2 - \tau_L^2 R^2}}{-K_m \nu_b^* - \tau_L R}\right)}{N_r} \quad (4.30b)$$

Después de realizar algunas evaluaciones numéricas de las expresiones (4.30), y utilizando los valores nominales de la tabla 4.1, además de pares de entradas admisibles, se encuentra que la ecuación (4.30b) siempre tiene una solución para $x_{m_{41}}^*$, la cual tiene significado físico. Por ejemplo, para los pares de entrada:

$$\nu_a^* = 2.1621V \text{ y } \nu_b^* = 5.4064V \quad (4.31)$$

se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$\begin{aligned} x_{m_1}^* &= 0.21621A \\ x_{m_2}^* &= 0.54054A \\ x_{m_3}^* &= 0rad/seg \\ x_{m_4}^* &= 0.006538rad = 0.3772^\circ \end{aligned} \quad (4.32)$$

Por otro lado, para los mismos pares de entrada (4.31), los mismos valores nominales de la tabla 4.1 y seleccionando $\tau_L = 0N - m$ (es decir no hay par de carga), se obtiene el siguiente punto de equilibrio:

$$\begin{aligned} x_{m_1}^* &= 0.21621A \\ x_{m_2}^* &= 0.54054A \\ x_{m_3}^* &= 0rad/seg \\ x_{m_4}^* &= 0.02380rad = 1.36392^\circ \end{aligned} \quad (4.33)$$

Sin embargo, si $\tau_L = 0N - m$ en (4.30a) y para los valores anteriores del punto de equilibrio, después de algunas manipulaciones trigonométricas $x_{m_{41}}^*$, está dado por

$$x_{m_{41}}^* = \frac{1}{N_r} \arctan \left(\frac{\nu_a^*}{\nu_b^*} \right) \quad (4.34)$$

la cual es la solución que se obtiene directamente de (4.29c) con $\tau_L = 0N - m$. Así que, en lo sucesivo se usará la expresión (4.30a) como la solución de la ecuación (4.29c) para $x_{m_{41}}^*$.

Ahora, definiendo las siguientes variables de desviación

$$\delta x_{mi} = x_{mi} - x_{mi}^* \quad i = 1, \dots, 4. \quad (4.35a)$$

$$\delta \nu_j = \nu_j - \nu_j^* \quad j = 1, 2. \quad (4.35b)$$

Se obtiene el siguiente modelo en variables de desviación

$$\delta \dot{x}_m = f_{\Delta}(\delta x_m) + g_{\Delta}(\delta x_m) \quad (4.36a)$$

donde $x_{m_3}^* = w^* = 0$ y $(K_D = 0N - m)$.

$$\delta x_m = \begin{pmatrix} \delta x_{m1} \\ \delta x_{m2} \\ \delta x_{m3} \\ \delta x_{m4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta i_a \\ \delta i_b \\ \delta \omega \\ \delta \theta \end{pmatrix} \quad \delta \nu = \begin{pmatrix} \delta \nu_1 \\ \delta \nu_2 \end{pmatrix} \quad (4.36b)$$

$$f_{\Delta}(\delta x_m) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L}(\delta x_{m1} + x_{m1}^*) + \frac{K_m}{L} \delta x_{m3} \sin(N_r(\delta x_{m4} + x_{m_{41}}^*)) + \frac{\nu_a^*}{L} \\ -\frac{R}{L}(\delta x_{m2} + x_{m2}^*) + \frac{K_m}{L} \delta x_{m3} \cos(N_r(\delta x_{m4} + x_{m_{41}}^*)) + \frac{\nu_b^*}{L} \\ \frac{K_{jm}}{J}(\delta x_{m1} + x_{m_{11}}^*) \sin(N_r(\delta x_{m4} + x_{m_{41}}^*)) + \frac{K_{jm}}{J}(\delta x_{m2} + x_{m_2}^*) \cos(N_r(\delta x_{m4} + x_{m_{41}}^*)) - \frac{B}{J} \delta x_{m3} - \frac{L_f}{J} \\ \delta x_{m3} \end{pmatrix}$$

$$g_{\Delta}(\delta x_m) = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Este modelo será utilizado para diseñar el algoritmo de control mencionado anteriormente. Este modelo satisface las propiedades establecidas en la introducción de este capítulo.

4.3 Diseño del controlador

A continuación se realizará el diseño del algoritmo de control, para ello se efectuará el análisis para representar el modelo del motor de pasos descrito en variables de desviación a una estructura singularmente perturbada.

Puesto que la inductancia L es un parámetro pequeño que no varía con respecto al tiempo y la temperatura durante el funcionamiento del motor de pasos, entonces definimos

$$\varepsilon = L \quad (4.37)$$

como el parámetro de perturbación. Al seleccionar este parámetro, significa que el subsistema eléctrico tendrá una dinámica más rápida que la del subsistema mecánico. Esto es, las corrientes δi_a y δi_b en los embobinados constituyen los estados rápidos y se denotan como

$$\delta z = \begin{pmatrix} \delta z_1 \\ \delta z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta x_{m_1} \\ \delta x_{m_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta i_a \\ \delta i_b \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

mientras que las variables de estado lentas serán $\delta \omega$ y $\delta \theta$ y se denotan como

$$\delta x = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta x_{m_3} \\ \delta x_{m_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \omega \\ \delta \theta \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

Para simplificar la notación se hace la misma asignación de los parámetros que se utilizó en el capítulo 2 en 2.7, los cuales se encuentran establecidos en la Tabla 2.1. Mediante estas asignaciones, la descripción del modelo (4.36) en la forma singularmente perturbada está dada por

$$\begin{aligned} \frac{d\delta x_1}{dt} &= -K_4(\delta z_1 + x_{m_1}^*) \sin(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) + K_4(\delta z_2 + x_{m_2}^*) \cos(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) \\ &\quad - K_5 \delta x_{m_1} - K \end{aligned} \quad (4.40a)$$

$$\frac{d\delta x_2}{dt} = \delta x_1 \quad (4.40b)$$

$$\varepsilon \frac{d\delta z_1}{dt} = -K_1(\delta z_1) + K_2 \delta x_1 \sin(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) + \delta \nu_1 \quad (4.40c)$$

$$\varepsilon \frac{d\delta z_2}{dt} = -K_1(\delta z_2) - K_2 \delta x_1 \cos(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) + \delta \nu_2 \quad (4.40d)$$

El objetivo es diseñar una ley de control tal que δx_2 siga una señal de referencia δx_r constante.

Primero, se diseñará una ley de control para el subsistema lento de la forma

$$\delta \nu_s = \Gamma_s(\delta x_s) \quad (4.41)$$

de tal manera que $\delta x_2 \rightarrow \delta x_r$ cuando $t \rightarrow \infty$. Para realizar esto, considere que el subsistema rápido (4.40c)-(4.40d) tiene una única raíz $\delta z = h(\delta x, \delta \nu)$ cuando $\varepsilon = 0$, es decir que se calculan las raíces del subsistema rápido, las cuales están dadas por

$$\delta z_1 = \frac{K_2 \delta x_1 \sin(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) + \delta \nu_1}{K_1} \quad (4.42a)$$

$$\delta z_2 = \frac{-K_2 \delta x_1 \cos(K_3(\delta x_2 + x_{m_4}^*)) + \delta \nu_2}{K_1} \quad (4.42b)$$

Substituyendo estas raíces en el subsistema lento reducido, resulta que el sistema lento reducido equivalente está dado por

$$\begin{aligned} \frac{d\delta x_{s_1}}{dt} &= -\left(\frac{K_4 K_2}{K_1}\right) \delta x_{s_1} + \frac{K_4}{K_1} (\nu_b^* \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) - \nu_a \sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))) - K_7 \\ &\quad + \frac{K_4}{K_1} \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \delta \nu_{s_2} - \frac{K_4}{K_1} \sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \delta \nu_{s_1} \end{aligned}$$

$$\frac{d\delta x_{s_2}}{dt} = \delta x_{s_1} \quad (4.43)$$

donde el parámetro K_3 representa el número de dientes del rotor, el cual es conocido. Además $\delta x_s = \text{col}(\delta x_{s_1}, \delta x_{s_2})$ y $\delta \nu_s = \text{col}(\delta \nu_{s_1}, \delta \nu_{s_2})$ denotan las variables lentas y el vector de control del subsistema lento.

Ahora, definiendo el siguiente cambio de variable con respecto a los controles en términos de $\delta\nu_s$

$$\delta\nu_{s_1} = -\sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))\delta\nu_s \quad (4.44a)$$

$$\delta\nu_{s_2} = \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))\delta\nu_s \quad (4.44b)$$

donde $\delta\nu_s$ es una nueva señal de entrada. Reemplazando (4.44) en (4.43) nos lleva al sistema lento

$$\begin{aligned} \frac{d\delta x_{s_1}}{dt} &= -\left(\frac{K_4 K_2}{K_1}\right)\delta x_{s_1} + (\nu_b^* \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) - \nu_a) \sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \\ &\quad - K_7 + \frac{K_4}{K_1}\delta\nu_{s_2} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\frac{d\delta x_{s_2}}{dt} = \delta x_{s_1}$$

Puesto que se quiere que $\delta x_2 \rightarrow \delta x_r$ cuando $t \rightarrow \infty$, una selección de la función de conmutación lenta σ_s tiene la siguiente forma

$$\sigma_s = s_1\delta x_{s_1} - s_2\delta\ell - s_3 \int_0^t \delta\ell(\gamma)d\gamma \quad (4.46)$$

donde

$$\delta\ell = \delta x_r - \delta x_{s_2} \quad (4.47)$$

con $s_{12} > 0$, $s_2 > 0$ y $s_3 > 0$.

Ahora se diseñará el control equivalente para el subsistema lento de modo que las trayectorias del sistema permanezcan sobre la superficie $\sigma_s = 0$, esto es calculando la derivada de la superficie $\sigma_s = 0$, se obtiene que

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_s}{dt} &= s_1 \frac{d\delta x_{s_1}}{dt} - s_2 \frac{d\sigma_s \ell}{dt} - s_3 \delta\ell \\ \frac{d\sigma_s}{dt} &= s_1 \left\{ -\left(\frac{K_4 K_2}{K_1}\right)\delta x_{s_1} + (\nu_b^* \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))) \right. \\ &\quad \left. - \nu_a^* \sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))) - K_7 + \frac{K_4}{K_1}\delta\nu_{s_2} \right\} - s_2 \delta\ell \dot{\delta\ell} - s_3 \delta\ell = 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

de donde el control equivalente, $\delta\nu_{seq}$ resultante está dado por

$$\begin{aligned} \delta\nu_{seq} &= \frac{K_1}{K_4} \left[-\left(\frac{K_4 K_2}{K_1}\right)\delta x_{s_1} + K_7 \frac{s_2}{s_1} \delta\ell + \frac{s_3}{s_1} \delta\ell \right] \\ &\quad - \left[\nu_b^* \cos(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))) - \nu_a \sin(K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*))) \right] \end{aligned} \quad (4.49)$$

Una vez obtenido el control equivalente $\delta\nu_{seq}$ se diseña el control de atracción, $\delta\nu_{SN}$ que obliga a las trayectorias que se encuentran fuera de la superficie de conmutación a entrar en ella y mantenerlas dentro, de tal manera que la ley de control debe satisfacer la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_s}{dt} = & s_1 \left\{ - \left(\frac{K_4 K_2}{K_1} \right) \delta x_{s_1} + \frac{K_4}{K_1} \left[\nu_b^* \cos (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) - \nu_a \sin (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \right. \right. \\ & \left. \left. - K_7 + \frac{K_4}{K_1} (\delta\nu_{seq} + \delta\nu_{SN}) \right] \right\} - s_2 \delta \ell - s_3 \delta \ell = -l_s \sigma_s \end{aligned} \quad (4.50)$$

donde $l_s > 0$. Puesto que $\delta\nu_{seq}$ está dada por (4.49). A partir de (4.46) entonces $\delta\nu_{SN}$ resulta ser

$$\delta\nu_{SN} = \frac{K_1}{K_4} \left[-l_s \delta x_{s_1} + \frac{s_2}{s_1} l_s \delta \ell + \frac{s_2}{s_1} \int_0^1 l_s \delta \ell(\gamma) d\gamma \right] \quad (4.51)$$

Finalmente, el control lento resultante al combinar ambos controles está dado por

$$\begin{aligned} \delta\nu_s = & \frac{K_1}{K_4} \left[\left(\frac{K_4 K_2}{K_1} \right) \delta x_{s_1} + K_7 \frac{s_2}{s_1} \delta \ell + \frac{s_2}{s_1} \delta \ell - l_s \delta x_{s_1} + \frac{s_2}{s_1} l_s \delta \ell + \frac{s_2}{s_1} \int_0^1 l_s \delta \ell(\gamma) d\gamma \right] \\ & - \left[\nu_b^* \cos (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) - \nu_a \sin (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \right] \end{aligned} \quad (4.52)$$

De modo que los controles lentos $\delta\nu_{s_1}$ y $\delta\nu_{s_2}$ están dados por las expresiones (4.44), esto es

$$\delta\nu_{s_1} = \Gamma_{s_1}(\delta x_s) = -\sin (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \delta\nu_s \quad (4.53)$$

$$\delta\nu_{s_2} = \Gamma_{s_2}(\delta x_s) = \cos (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) \delta\nu_s$$

ya que, de las ecuaciones (4.40c) y (4.40d),

$$A_z = \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} -K_1(\delta z_1) + K_2 \delta x_1 \sin (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) + \Gamma_{s_1}(\delta x_s) \\ -K_1(\delta z_2) + K_2 \delta x_1 \sin (K_3(\delta x_{s_2} + x_{m_4}^*)) + \Gamma_{s_2}(\delta x_s) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$$A_z = \begin{pmatrix} -K_1 & 0 \\ 0 & -K_1 \end{pmatrix}$$

y los valores propios de A_z son

$$\lambda_1 = \lambda_2 = -K_1 = -R \quad (4.55)$$

se tiene que el subsistema rápido es asintóticamente estable. Entonces, no se necesita un control rápido, es decir.

$$\delta\nu_f = \Gamma_f(\delta x, \delta x) \quad (4.56)$$

y el control para el sistema completo es

$$\delta\nu_1 = \delta\nu_{s_1}, \quad \delta\nu_2 = \delta\nu_{s_2} \quad (4.57)$$

4.4 Resultados de Simulación.

Las ecuaciones diferenciales (4.27) asociadas al motor de pasos fueron simuladas junto con los controles (4.57) y utilizando los valores nominales de la tabla 4.1. En las gráficas de 4.1 a 4.7 se muestran la velocidad angular ω , la posición angular θ y las corrientes y voltajes i_a, i_b y v_a, v_b respectivamente. En las simulaciones mostradas.

$$\delta \frac{dx}{dt} = 0.0248775 \quad \text{para } t \geq 0$$

y los valores iniciales de las variables θ, ω, i_a, i_b fueron $x_1(0) = \omega(0) = 0, x_2(0) = \theta(0) = 0.0065385, z_1(0) = i_a(0) = 1.21621, z_2(0) = i_b(0) = 0.5$.

Los valores de los parámetros s_1, s_2, s_3 y l_s utilizados fueron

$$s_1 = 1, s_2 = 500, s_3 = 5000, l_s = 10000$$

de igual manera los valores de τ_L y K_D en el modelo del motor fue alterado como sigue.

Cambio de $\tau_L = 0.05N - m$ a $\tau_L = 0.06N - m$ en $t=0.02$ seg.

Cambio de $K_D = 0N - m$ a $K_D = 0.01$ en $t=0.055$ seg.

En la realización del programa que lleva a cabo la simulación numérica se incluyó también una saturación en los controles generados, de tal manera que ν_a y ν_b no rebasan los valores de $\pm 40\nu$. Esto se debe a que el modelo del motor a pasos usado aquí corresponde a un motor cuyo rango de operación es precisamente $\pm 40\nu$ ν_a y ν_b para $\pm 4A$ para i_a e i_b .

De las figuras mostradas puede observarse que el sistema en lazo cerrado tiene una respuesta bastante rápida con un sobrepaso mínimo y un error en estado estacionario casi despreciable ($x_2 \cong x_2 = \delta x_r + x_{m_4}^* = 0.031416rad$).

Como se puede observar en la figura 4.1 al aplicar al motor de pasos el control por el metodo de perturbaciones singulares este llega a su posición de referencia establecida pero presentando un pequeño sobrepaso (mínimo) con lo que el objetivo de llegar a la referencia

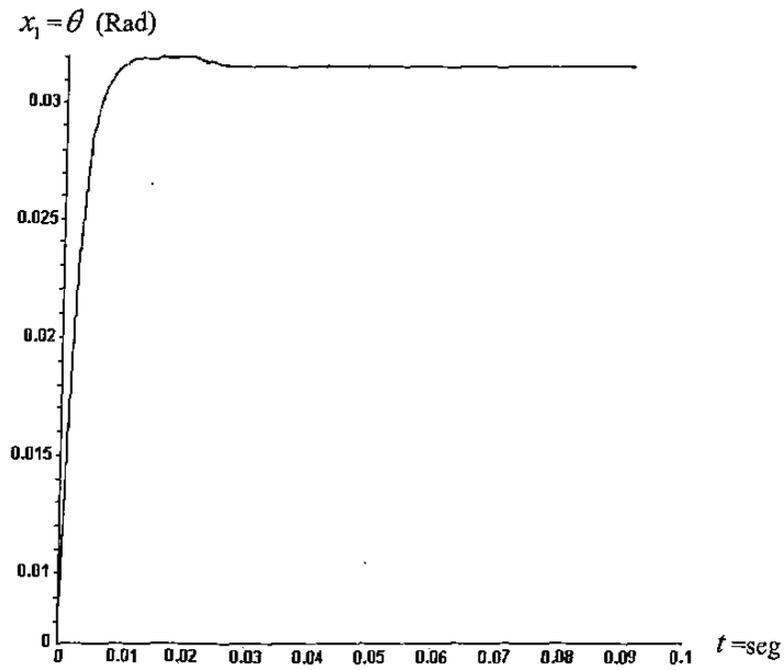


Figura 4.1: Comportamiento de la posición del rotor (x_1) de un motor de pasos.

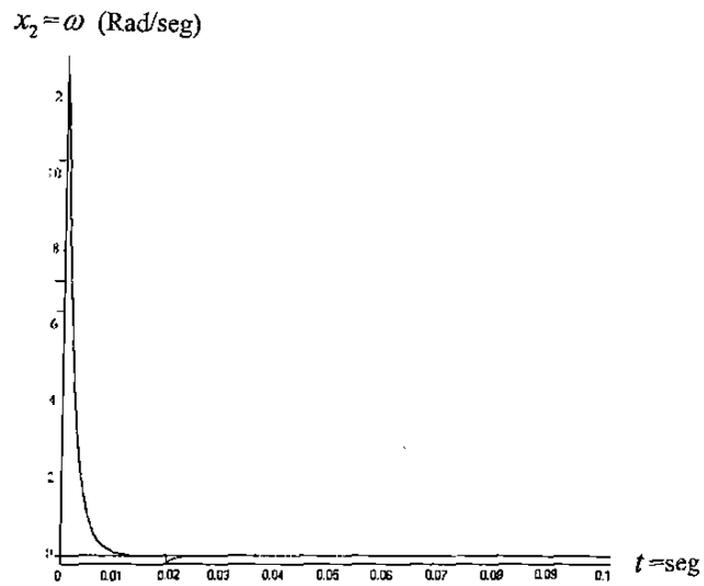


Figura 4.2: Comportamiento de la velocidad del rotor (x_2) de un motor de pasos.

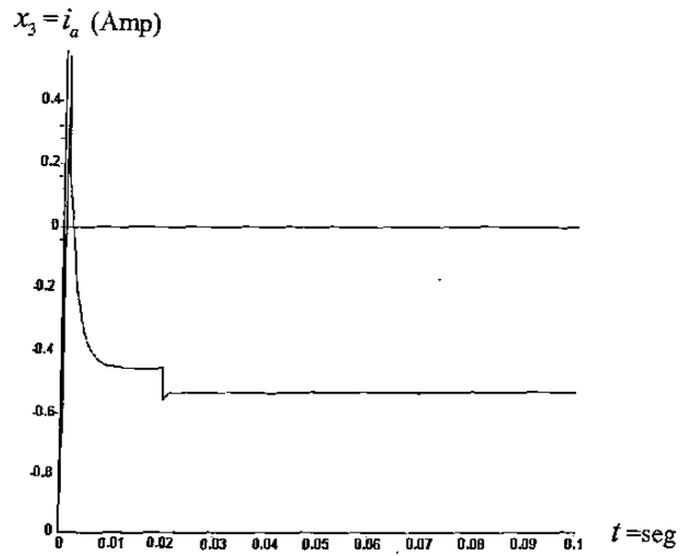


Figura 4.3: Comportamiento de la corriente de fase A (x_3) de un motor de pasos.

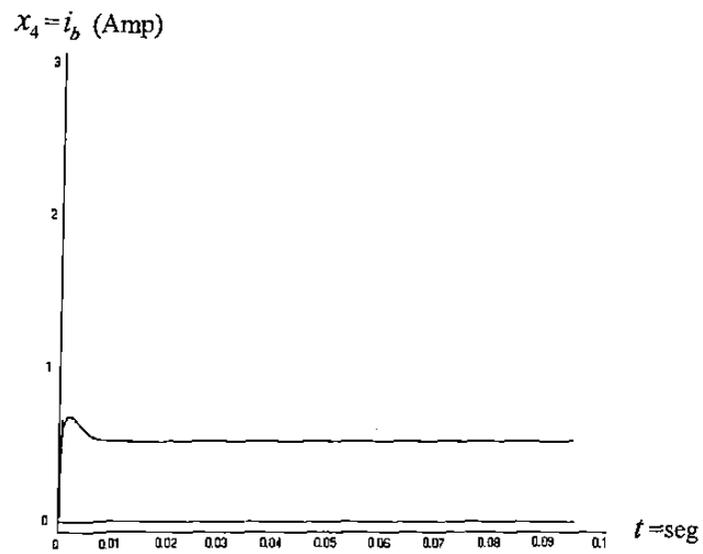
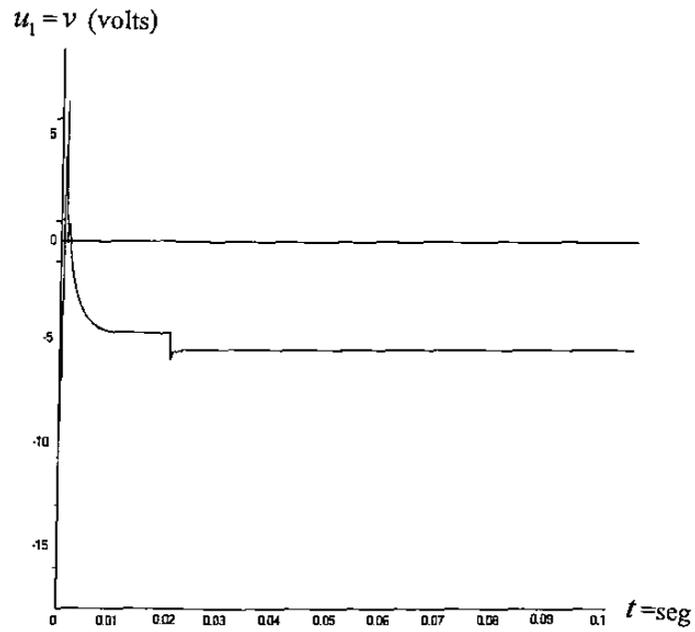
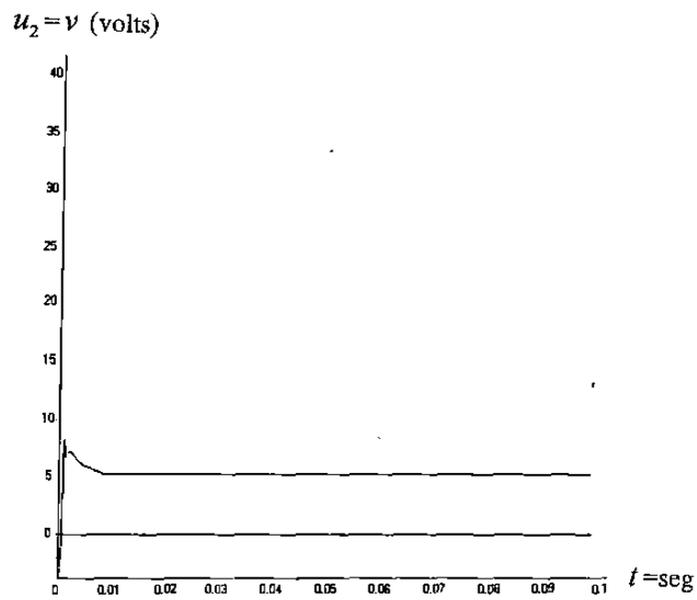


Figura 4.4: Comportamiento de la corriente de fase B (x_4) de un motor de pasos.

Figura 4.5: Control u_1 aplicadoFigura 4.6: Control u_2 aplicado

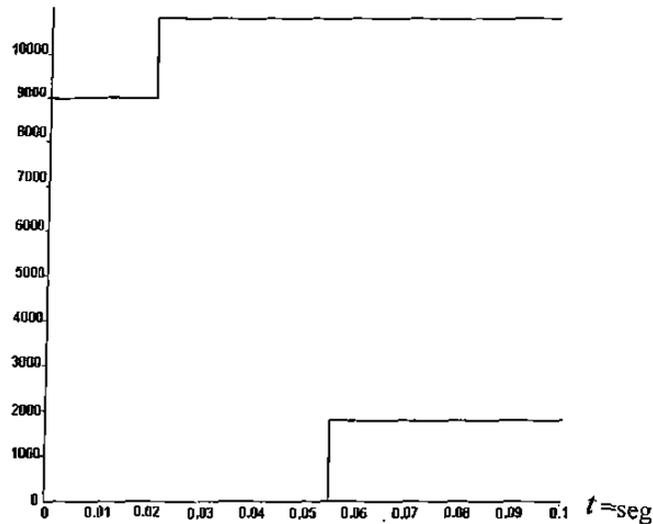


Figura 4.7: $K_6 \frac{K_P}{J}$ cambio en K_D de 0 a 0.01 en $t = 0.055 \text{seg}$, $K_7 \frac{r_f}{J}$ cambio en τ_L de 0.05 a 0.06 en $t = 0.02 \text{seg}$

se cumple, pero no el de eliminar las oscilaciones por mínimas que sean, donde además se presenta un pequeño error de estado estacionario casi despreciable. Cabe mencionar que el tiempo de respuesta puede ser disminuido pero esto ocasionaría un sobrepaso mayor lo cual no es deseable. También se puede observar en el sistema que la velocidad angular presenta dos transitorios siendo el primero positivo y de gran valor que significa que no sobrepasa el valor de referencia, pero una vez estabilizado presenta un segundo transitorio negativo lo que representa que el rotor repentinamente sobrepasa su valor de referencia lo cual no es deseable. En la figura 4.3 se puede observar que la corriente de fase A se encuentra dentro de los límites físicos del motor y presenta un transitorio con dos cambios de sentido en la corriente y un escalon negativo con un sobrepaso antes de estabilizarse que en sí es lo que ocasiona el segundo transitorio no deseable en la figura 4.2 Al observar la figura 4.4 se observa que la corriente de fase B presenta un pequeño sobrepaso antes de estabilizarse y \dot{y} y cuando se estabiliza al mismo tiempo que la corriente de fase B esta no presenta ningún cambio de sentido en la corriente, ningún escalón siendo esta por lo tanto suave.

4.5 Conclusiones

Como se puede observar en la figura 4.1 el rotor llega a su posición de referencia presentando un pequeño sobrepaso (mínimo), cumpliendo una de los principales objetivos que se busca también con el control perturbaciones singulares para que el motor de pasos presente el funcionamiento al aplicar al motor de pasos el control por el método de perturbaciones singulares pero sin que este tenga oscilaciones este llega a su posición de referencia establecida pero presentando un pequeño sobrepaso (mínimo) con lo que el objetivo de llegar a la referencia se cumple, pero no el de eliminar las oscilaciones por mínimas que sean, donde además se presenta un pequeño error de estado estacionario casi despreciable. Cabe mencionar que el tiempo de respuesta puede ser disminuido pero esto ocasionaría un sobrepaso mayor lo cual no es deseable. También se puede observar en el sistema que la velocidad angular presenta dos transitorios siendo el primero positivo y de gran valor que significa que no sobrepasa el valor de referencia, pero una vez estabilizado presenta un segundo transitorio negativo lo que representa que el rotor repentinamente sobrepasa su valor de referencia lo cual no es deseable.

Capítulo 5

Diseño y construcción de un robot móvil

5.1 Introducción

En este capítulo se presenta el diseño y construcción de un robot móvil con un brazo robot rígido de cinco grados de libertad y con configuración antropomórfica operado por radiocontrol en lazo abierto (Figura 5.1). Este robot cuenta con una transmisión mecánica, la cual es de bajo costo, fácil construcción e implementación, de tal modo que pueda ser accesible para cualquier institución de educación superior. Este proyecto de diseño y construcción fue realizado con la finalidad de ser utilizado con fines académicos y pedagógicos de la robótica así como de investigación.

Las aplicaciones de este robot pueden ser muy variadas, puesto que puede ser útil en la toma de muestras a distancia de sustancias peligrosas, en el desactivado y traslado de objetos explosivos, en el monitoreo radiográfico de tuberías donde el ser humano no tenga acceso y sean peligrosas, o en una de las más recientes aplicaciones bélicas como arma móvil. Las aplicaciones de este robot pueden ser muy diversas usando aditamentos apropiados para que realice la función requerida.

5.1.1 ¿Qué es un robot?

Un robot es una máquina, la cual tiene un comportamiento que puede ser programado o manipulado. Esta definición que incluye objetos como videocaseteras y hornos de microondas los cuales están muy lejos de ser un robot móvil ó un androide parlante. Los robots tienen cinco componentes fundamentales:

1. Un cerebro que controla las acciones y respuestas a entradas de sensores del robot. Comúnmente el cerebro es una computadora de algún tipo.
2. El cuerpo del robot es físicamente un simple chasis se dobla con las otras piezas que tiene unidas.
3. Accionadores que proporcionan al robot el movimiento. Estos son usualmente motores, también existen muchas otras posibilidades, tales como los pistones hidráulicos.
4. Sensores que le dan al robot la información acerca del medio en que se desenvuelve.
5. Una fuente de poder que no es siempre un componente obvio, el cual proporciona la energía necesaria para el funcionamiento del cerebro, accionadores y sensores.

5.1.2 Robots móviles

En la actualidad una de las áreas de mas desarrollo en la robótica es la de los robots móviles, debido a su gran versatilidad de funciones ya que pueden desplazarse de un lugar a otro sin problemas para realizar operaciones con gran precisión y exactitud que pueden ser riesgosas para el ser humano.

Los robots móviles presentan cambios especiales con respecto a un robot estacionario. Estos robots pueden mover sus cuerpos de un lugar a otro. Siendo móviles se multiplica el número de situaciones que el robot necesita ser capaz de manipular.

Los robots móviles en la actualidad pueden ser de dos tipos: autónomos y no autónomos en cuanto a alimentación y operación. Un robot no autónomo en cuanto a alimentación y control siempre está unido por cables de energía a una fuente externa la cual proporciona la alimentación para su movimiento y cables de información los cuales proporcionan las instrucciones necesarias para que este realice una función.

Los robots móviles autónomos siempre tienen más cambios. Estos robots necesitan traer siempre incluida una fuente de poder y un cerebro. La fuente de poder es típicamente un arreglo de baterías, las cuales le añaden mucho peso al robot. El cerebro es también obligatorio ya que éste es el que opera y hace los ajustes del robot, no es muy pesado, y es económico comparado con el arreglo de baterías.

5.1.3 Proyecto robot móvil Tigre 02

El proyecto del robot rígido Tigre 02 (Figura 5.3) es el segundo robot que se construye en el Posgrado en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, el cual funciona con corriente continua y cuyos accionadores son motores de paso. Este robot está constituido en dos secciones mecánicas, que son: la primera un vehículo de desplazamiento de tracción doble y la segunda sección que representa un brazo mecánico de configuración antropomórfica el cual permite levantar una carga de hasta 850g. Además, el desarrollo de este proyecto tiene como propósito proporcionar a las escuelas de nivel superior de equipo de laboratorio que permita la enseñanza de la robótica a diferentes niveles así como desarrollar investigación en el campo del Control y Robótica, sin tener que recurrir a la importación de robots. El diseño del robot móvil Tigre 02 es original (Figura 5.2) y la tecnología utilizada para su construcción es sumamente sencilla y fácil de asimilar. El brazo del robot está constituido con 6 motores de paso (*stepper motor*) marca *Sanyo* de 1.8 grados / paso, 2.1 Amperes y 2.5 Volts. Este tipo de motores ha sido ampliamente estudiado, donde el control del encendido y del sentido de giro de éstos se realiza mediante varias tarjetas electrónicas controladas por radiocontrol, las cuales están conectadas a los embobinados de los motores por medio de una interfase, que está construida con componentes que son fáciles de adquirir.

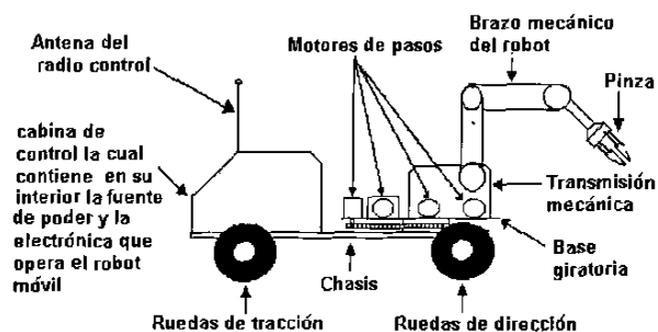


Figura 5.1: Partes que forman el robot móvil Tigre 02

5.2 Consideraciones básicas para el acopio del material de construcción

En esta sección se presenta una descripción de las principales características de los motores de paso de cuatro fases (Figura 5.2) que han sido utilizados en la construcción del robot debido a su confiabilidad, su capacidad potencia y su velocidad.

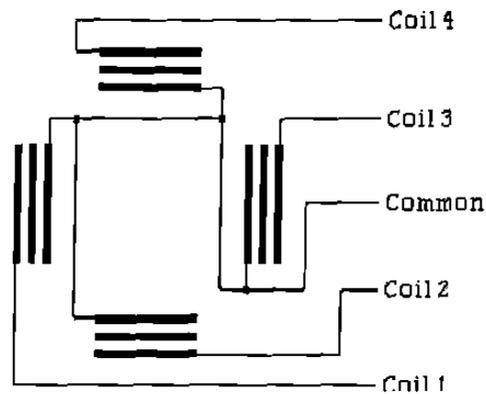


Figura 5.2: Organización interna de las bobinas del motor de pasos

1. Los motores responden a pulsos digitales de entrada proporcionando un control de lazo abierto, haciendo que el motor tenga un control simple y de bajo costo.
2. El ángulo de rotación del motor es proporcional a los pulsos de entrada.
3. El motor tiene par completo si las bobinas son energizadas.
4. Precisión de posicionamiento y repetitividad de movimiento.
5. Excelente respuesta al arranque/paro/reversa.
6. Mucha confiabilidad debido a que no contiene escobillas de contacto, de ahí que la vida del motor simplemente dependa de la vida de los baleros.
7. Un amplio rango de velocidades de rotación pueden ser realizadas debido a que la velocidad es proporcional a la frecuencia de los pulsos de entrada

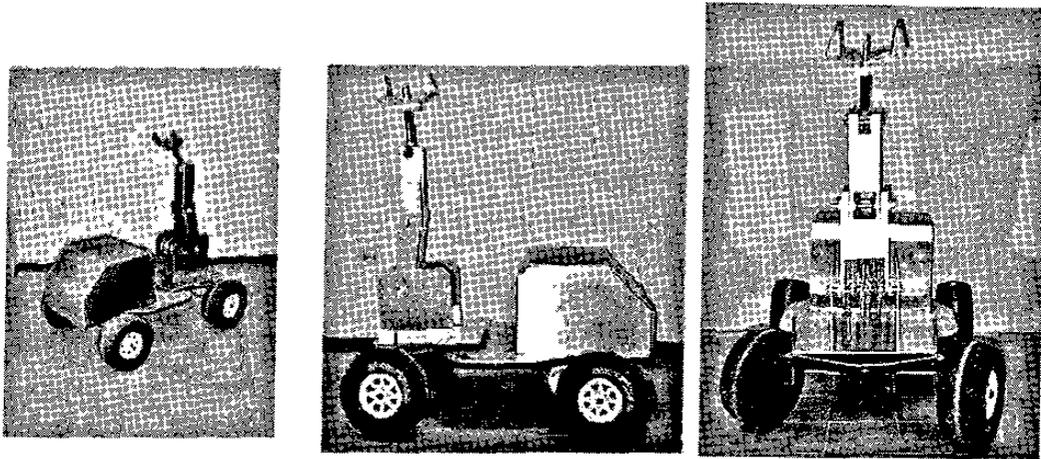


Figura 5.3: Vistas del robot móvil tigre 02: (a) vista isométrica, (b) vista lateral izquierda, (c) vista posterior (donde se observa la transmisión de engranes del brazo antropomórfico)

5.3 Aspectos de diseño del robot Tigre 02

El robot móvil cuenta con siete grados de libertad, de los cuales dos corresponden al vehículo de desplazamiento y cinco grados de libertad que corresponden a la estructura del brazo robot que permite efectuar movimientos independientes, estos se describen a continuación:

1. Desplazamiento del vehículo.
2. Dirección del desplazamiento del vehículo.
3. Giro del cuerpo del brazo sobre el vehículo.
4. Giro del hombro,
5. Giro del codo,
6. Giro vertical de la muñeca
7. Giro de la muñeca sobre su propio eje.

Todos estos movimientos son controlados mediante sus respectivos motores de paso.

El diseño del robot móvil Tigre 02 se divide en tres subsistemas básicos que son: el sistema de radiofrecuencia, el sistema de control y el sistema mecánico.

La sección de electrónica o Interfase se divide a su vez en tres subsecciones: lógica, óptica y de potencia.

Todos los componentes utilizados para la construcción de robot fueron seleccionados en función del lo que está disponible en el mercado nacional.

Por otra parte, la sección de potencia (Figura 5.4), suministrará la corriente necesaria a los accionadores, utilizando para este propósito transistores tipo Darlington como interruptores.

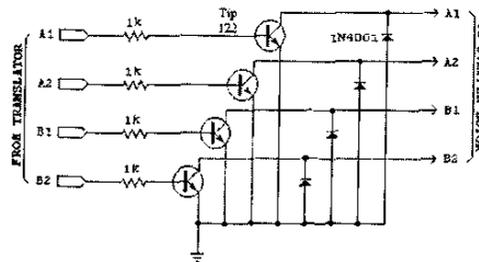


Figura 5.4: Interfase, sección de potencia.

La fuente de energía utilizada por el robot es un banco de baterías recargables comerciales que trabajan a 6 Volts y proporciona hasta 50 Amperes, los cuales son suficientes para el funcionamiento de los accionadores. Además, la sección lógica (Figura 5.5) tiene como función primordial mantener la señal o secuencia que genera el movimiento de los accionadores, sin que estos pierdan su señal de enclavamiento, así como la selección del accionador que operará según la tarea que se desea realizar por el robot. Finalmente, la sección óptica tiene la finalidad de aislar la sección de potencia de la sección lógica, utilizando opto-transistores .

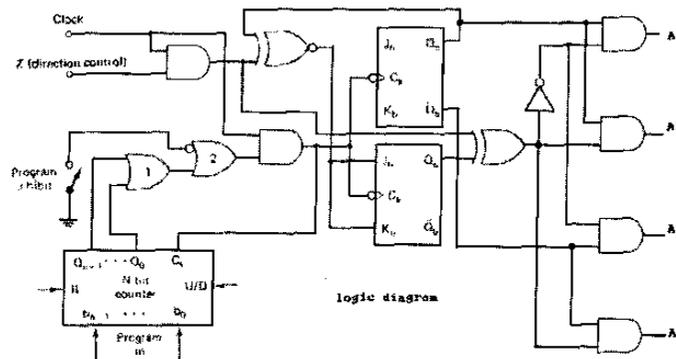


Figura 5.5: Interfase, sección lógica

En lo que respecta a la parte mecánica, se diseñó un sistema de doble tracción y de dirección para el vehículo de desplazamiento y un sistema de transmisión de tipo cadena

para el brazo mecánico para cada uno de sus accionadores. Esta transmisión está constituida con componentes básicos tales como sprockets (catarinas o estrellas) y cadenas. Por lo que para este tipo de configuración suministrará la potencia necesaria al robot, produciendo una reducción en la velocidad pero a su vez un aumento, en gran medida, de la potencia y de la precisión de este.

Por otra parte, la muñeca tiene dos grado de libertad y sus movimientos son controlados mediante dos motores. Uno de ellos regula el movimiento del engranaje izquierdo y el otro el del derecho, a través de una unión diferencial (Figura 5.6). Según el giro de los dos engranes, el cual puede ser en el mismo sentido o en sentido opuesto, gira el engranaje intermedio de salida y que es el tipo de articulación al que se le llama diferencial, el cual da lugar al giro vertical del aprehensor (*pitch*) y al giro sobre sí mismo (*roll*).

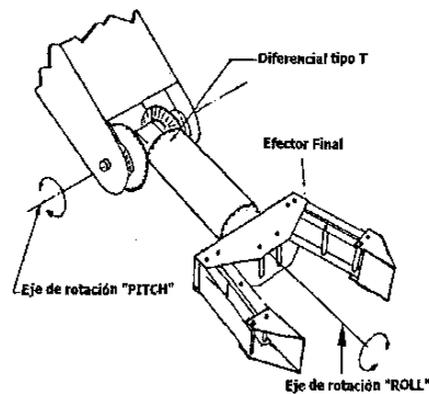


Figura 5.6: Efector final

Los eslabones (Figura 5.7) fueron construidos de aluminio, y para este robot en particular, solo se usan dos.

Las posibilidades que ofrece el diseño de control en lazo abierto, el cual está basado en el uso de un transmisor y receptor de radiofrecuencia, que hace que se trabaje a velocidad constante, se puede realizar todo el control mediante el transmisor de radiocontrol: a) la velocidad de los pasos se mantiene fija, b) se asegura la generación de la secuencia de fases que se aplica a las bobinas del motor, c) se transmite la señal generando la secuencia de los pasos hasta alcanzar la posición deseada, en cuyo momento se ordena parar.

Por otra parte, el efector final o herramienta (Figura 5.6) consta de una pinza de dos dedos la cual permite cumplir con las tareas encomendadas. Esta puede ser reemplazada por

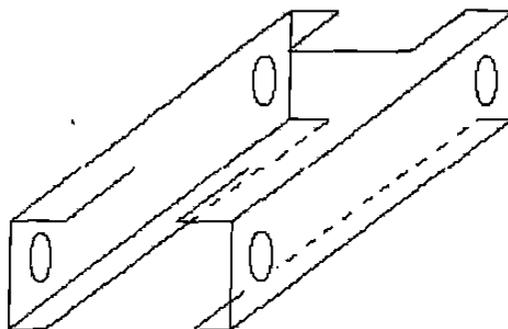


Figura 5.7: Eslabón

otro tipo de herramienta según su aplicación. Cabe mencionar que los controles no lineales utilizados en los capítulos anteriores deben ser introducidos entre la etapa de potencia y la sección lógica (ver Figura 5.8) para poder controlar la dinámica de los motores de pasos en forma correcta.

5.4 Adaptación del transmisor y receptor de radiofrecuencia del robot móvil Tigre 02

A continuación, se describe la forma en que funciona el robot móvil (Figura 5.8). Existe la posibilidad, de que una vez comprendida la mecánica del control de los motores de paso, el robot pueda ser controlado por software (utilizando cualquier lenguaje de alto, mediano o bajo nivel que tenga acceso a los puertos I/O de la computadora) o por radiofrecuencia .

Las tareas que se consideraron para realizar el diseño de la electrónica del robot son:

1. Control de la secuencia de bits para activar cada uno de los motores de paso utilizando una tarjeta electrónica digital.
2. Control de varios motores de paso simultáneamente.
3. Adaptación del transmisor utilizando un método de control manual.

El robot móvil Tigre 02 se construyó con 8 motores de paso de 4 fases cada uno : 5 para accionar los ejes de las articulaciones o grados de libertad del brazo mecánico del robot , 1 como

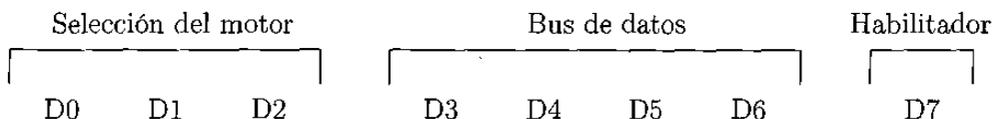
Index	A1	A2	A3	A4
1	1	0	0	1
2	1	1	0	0
3	0	1	1	0
4	0	0	1	1
5	1	0	0	1
6	1	1	0	0
7	0	1	1	0
8	0	0	1	1

Tabla 5.1: Secuencia de operación de las bobinas del motor de pasos

accionador final cuya función es abrir y cerrar la pinza y dos utilizados para el movimiento y dirección del vehículo. En la tabla 5.1 se muestra una posible secuencia de bits para un motor de paso de 4 fases

Esta secuencia puede variar de acuerdo con la disposición de las bobinas del motor, siendo A_x ($x=1,2,3,4$) el transistor que activa la bobina correspondiente. Sin embargo, se puede adecuar de tal modo que coincida con la secuencia antes descrita.

La sección lógica genera los bits de datos, y un motor de paso requiere únicamente de cuatro bits para definir la posición de un paso (Tabla 5.1). Considerando tres de estos 8 bits se construye una dirección que pueda seleccionar ocho canales (ocho motores), los utilizados en el robot construido para este proyecto. El canal direccionado capturará las señales del motor en una memoria, de cuatro bits, y continuará excitando las líneas del motor hasta que se le indique otra función. Se requiere de una señal de habilitación para poder indicar a los circuitos que las líneas del motor se activen o desactiven. Las terminales de las tarjetas sobre las que se sustenta el diseño son las siguientes:



En el esquema general del circuito de control del robot, al decodificador llegan las 3 líneas de dirección, las cuales seleccionan un motor en particular. El bus de datos se conecta directamente a cada una de las básculas, donde la señal de habilitar es procesada haciéndola pasar por una compuerta inversora, siendo las básculas del tipo JK las utilizadas. Después,

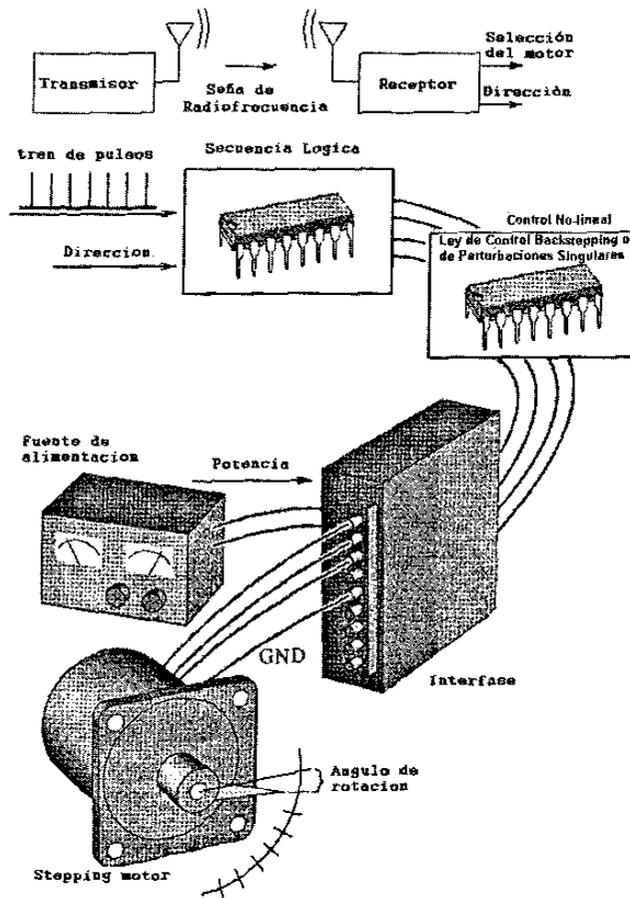


Figura 5.8: descripción del funcionamiento de un grado de libertad del robot móvil

estas básculas transfieren el dato cuando el pulso de habilitar pasa del nivel bajo al nivel alto. Debido a las características de control deseadas, estas consideraciones también se toman en cuenta en el diseño de la tarjeta de control.

El procedimiento para enviar datos a la interfase y activar los motores requeridos es el siguiente:

1. Buscar el código del motor que se desea controlar.
2. Poner el habilitador en alto y enviarlo por el bus de datos.
3. Enviar por el bus la secuencia de bits en el bus de datos bajando el habilitador.
4. Repetir los pasos anteriores para obtener el movimiento del motor.

Se puede controlar el robot en régimen de pasos completos y semi-pasos. En este caso se controla por medio de pasos completos.

En el siguiente ejemplo se analiza la forma en que se envía un paso al motor.

Canal	Dato	Habilitador (alto)																
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">D0</td> <td style="padding: 5px;">D1</td> <td style="padding: 5px;">D2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	D0	D1	D2	0	0	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">D3</td> <td style="padding: 5px;">D4</td> <td style="padding: 5px;">D5</td> <td style="padding: 5px;">D6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	D3	D4	D5	D6	1	0	1	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">D7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </table>	D7	1
D0	D1	D2																
0	0	0																
D3	D4	D5	D6															
1	0	1	0															
D7																		
1																		

Paso número 1 con habilitador alto. Con esta salida a la interfase, se selecciona el motor, que en este caso se ha seleccionado el motor 0, y se ponen en el bus los datos necesarios para que este se posicione en el primer paso. Sin embargo, como el habilitador está en alto, la báscula correspondiente no los engancha. Entonces, para que esto ocurra, se debe de mandar la misma información, pero con el habilitador bajo :

Canal	Dato	Habilitador (bajo)																
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">D0</td> <td style="padding: 5px;">D1</td> <td style="padding: 5px;">D2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	D0	D1	D2	0	0	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">D3</td> <td style="padding: 5px;">D4</td> <td style="padding: 5px;">D5</td> <td style="padding: 5px;">D6</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	D3	D4	D5	D6	1	0	1	0	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px;">D7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> </table>	D7	0
D0	D1	D2																
0	0	0																
D3	D4	D5	D6															
1	0	1	0															
D7																		
0																		

Paso número 1 con habilitador bajo. De esta manera se ordena al motor que se mueva un paso, para llegar a un punto determinado, se le ordena que realice los pasos necesarios, siguiendo la secuencia del 1 al 4 e inmediatamente volviendo a empezar, y para regresar a la posición original, o para mover el motor en sentido contrario, se manda la secuencia de pasos en sentido inverso, por ejemplo : 1, 4, 3, 2, 1...

5.5 Conclusiones:

El robot móvil Tigre 02 es un robot que utiliza para su operación un transmisor y receptor de radiofrecuencia que en un futuro se puede acoplar a una Computador Personal, la cual utilizaría un software diseñado en cualquier lenguaje de programación que maneje salidas al puerto LPT1 para ser programado, tomando en consideración que se tendría que diseñar una tarjeta uniese al puerto LPT1 con el transmisor de radiofrecuencia. Además, cuenta con un diferencial tipo T para su muñeca, la cual tiene dos grados de libertad. Cuenta también con un sistema de transmisión mecánica a base de sprockets y cadenas.

Los accionadores, que en este caso son motores de paso, fueron seleccionados debido a que son fáciles de controlar y por la precisión que estos ofrecen.

Capítulo 6

Conclusiones generales

En este trabajo se presentaron resultados teóricos y el diseño de un prototipo de un robot móvil constituido con motores de pasos en sus articulaciones. En lo referente a la parte teórica se han propuesto dos técnicas de diseño de controladores para el motor de pasos con imanes permanentes. La primera basada en el método backstepping y la segunda basada en el método de perturbaciones singulares. Como consecuencia de los resultados obtenidos via simulación, el controlador que mostró mejor desempeño fue el basado en la técnica de perturbaciones singulares. Este controlador resultó ser más simple de sintetizar y de igual manera mostró un mejor desempeño dinámico, por otro lado, el controlador basado en el método de backstepping mostró un buen desempeño, sin embargo presentó ciertas dificultades debido a la presencia de singularidades en el controlador.

En cuanto al diseño y construcción del robot móvil este proporcionó la práctica y experiencia de diseñar un prototipo multifunción que en un futuro puede ser utilizado para diversas aplicaciones, así como para investigación.

6.1 Trabajos futuros

En lo referente al robot móvil con articulaciones accionadas por motores de pasos requieren para su mejor utilización tanto práctica como de investigación de encoders en cada una de estas articulaciones, lo cual permitirá la implementación de los algoritmos presentados. Otra de las posibles ventajas de este tipo de prototipos es que su control actualmente puede llevarse a cabo en lazo abierto debido a las características de los motores, sin embargo, se pueden aprovechar mejor cuando se aplican controles en lazo cerrado.

En lo referente a la parte teórica estrategias de control robustas pueden ser consideradas para mejorar el desempeño de los motores para reducir el consumo de energía, rapidez en la respuesta, robustez ante incertidumbres paramétricas provocadas por dinámicas no modeladas, variaciones en la carga, por mencionar algunas. Además, la introducción de estrategias de estimación de estados permitiría reducir el número de sensores y su vez la electrónica asociada.

Bibliografía

- [1] P. P. Acanley. *Stepping motors: a guide to modern theory and practice*. IEE, 1996.
- [2] M. P. Grover and. *Nonlinear control design*. Prentice Hall, 1993.
- [3] A. Barrientos. *Fundamentos de robótica*. McGraw Hill Interamericana, 1999.
- [4] M. Bodson and J. Chiasson. Application of nonlinear control methods to the position of stepper motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(5):620–625, mayo 1990.
- [5] Ericsson Corp. *Tutorial of stepping motors: industrial circuits applications notes*.
- [6] J. Craig. *Robotic, mechanics and control*. Addison Wesley, 1988.
- [7] W. de Silva. *Sensors control and actuators*. Prentice Hall, 1989.
- [8] K. S. Fu, R. C. González, and S. G. Lee. *Robótica, control, detección, visión e inteligencia*. McGraw Hill/ Interamericana de España, 1993.
- [9] R. Gayakwad and L. Sokoloff. *Analog and digital control systems*. Prentice Hall, 1988.
- [10] D. W. Jones. Tutorial of stepping motors. Tutorial, University of Iowa, 1998.
- [11] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic, and A.S. Morse. A toolkit for nonlinear feedback design. Technical report, University of California, 1990.
- [12] M. Kaufman and A. H. Sheidman. *Manual para ingenieros y técnicos en electrónica*. McGraw Hill.
- [13] T. Kenjo and A. Sugawara. *Stepping Motors and their microprocessor controls*. Oxford Science Publications, 2da edition, 1993.
- [14] H. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2nd edition, 1996.

-
- [15] B. C. Kuo. *Automatic control systems*. Prentice Hall, 1982.
- [16] R. Marino and P. Tomei. *Nonlinear control design*. Prentice Hall, 1993.
- [17] M. Krstic, L. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic. *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley, 1993.
- [18] F. Plestan and A. Glumineau. Linearization by generalized input-output injection for electrical motors observers. In *Electrimacs*, 1996.
- [19] R. J. Schilling. *Fundamentals of robotics. Analysis and control*. Prentice Hall, 1990.
- [20] M. Spong and M. Vidyasagar. *Robot dynamics and control*. John Wiley, 1989.
- [21] W. Tomasi. *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Prentice Hall, 1994.
- [22] A. Ziniber. Sliding and backstepping control. Technical report, University of Sheffield, 1990.
- [23] M. Zribi and J. Chiasson. Position control of a PM stepper motor by exact linearization. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(5):620–625, mayo 1990.

