

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UNA CLASE DE
SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE
ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS

Por

JAVIER MENDEZ ANCONA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L.

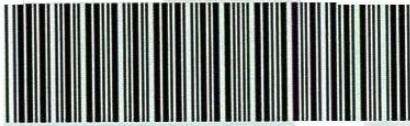
DICIEMBRE DE 2007

TD
Z5 85 3
. M2
F I M E
2 0 0 7
. M4 2 4

DISERNO DE CONTROLOS PARA UNA CLASE DE
SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE
ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS

J. M. A.

20

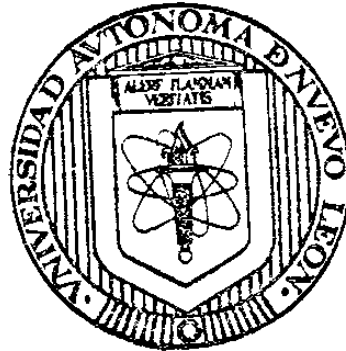


1020160685

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UNA CLASE DE
SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE
ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS**

Por

JAVIER MENDEZ ANCONA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

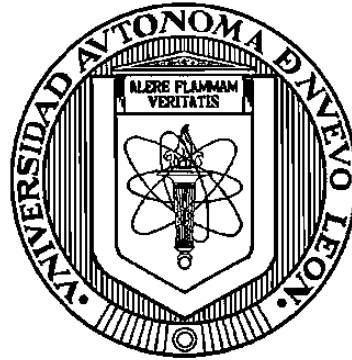
SAN NICOLAS DE LOS GARZA, N. L. DICIEMBRE DE 2007



FONDO
TESIS

TD
ZS8S3
.M2
FME
2007
M424

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UNA CLASE DE
SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE
ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS

POR:

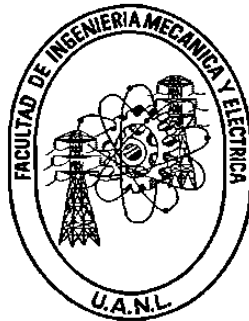
JAVIER MENDEZ ANCONA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA, NUEVO LEON
DICIEMBRE 2007

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UNA CLASE DE
SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE
ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS

POR:

JAVIER MENDEZ ANCONA

TESIS

EN OPCION AL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERIA ELECTRICA

SAN NICOLAS DE LOS GARZA NUEVO LEON

DICIEMBRE 2007

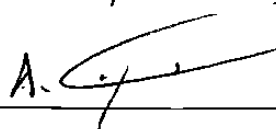
DISEÑO DE CONTROLADORES PARA UNA CLASE DE SISTEMAS NO LINEALES MEDIANTE FUNCIONES DE ENERGIA CON APLICACION A SISTEMAS ELECTRICOS

Los miembros del comité aprueban la Tesis Doctoral de Javier Méndez Ancona.


Dr. Marco Tulio Mata Jiménez
Presidente



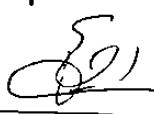
Dr. Alberto Cavazos González
Secretario



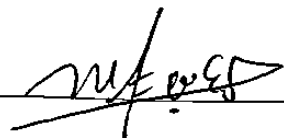
Dr. Aarón Sariñana Toledo
Vocal



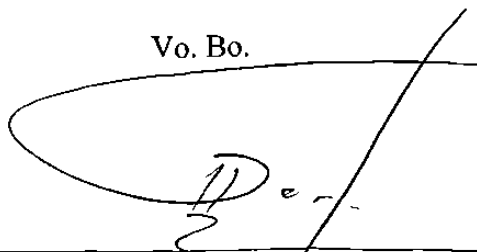
Dr. César Elizondo González
Vocal



Dr. Miguel Francisco Escalante Gutiérrez
Vocal



Vo. Bo.



Dr. Guadalupe Alan Castillo Rodríguez
División de Estudios de Posgrado

Dedicatoria:

A HaShem.

A mis Padres Andrés Méndez Carrera y Adda Ruth Ancona Escalante, por su guianza.

A mi Esposa Yahara García Alvarado por su gran apoyo y amor.

A mis Hijos Isacar, Ruth Isaf, Javier y Suay que les amo con todo mi corazón.

A mis Hermanos Andrés, Ana Ruth y Myrna.

Agradecimientos:

Al Dios creador de los cielos y de la tierra.

Al Doctor Marco Tulio Mata Jiménez por su tiempo y dedicación para la realización de esta tesis.

A los Doctores del Programa Doctoral por sus enseñanzas, mil gracias.

Al Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica.

Al Instituto Tecnológico de Veracruz.

Al DIE de la UANL.

Resumen

En el presente documento se diseñan controladores para una clase de sistemas no lineales mediante funciones de energía aplicados a sistemas eléctricos. La clase de sistemas no lineales empleados en la investigación son los sistemas pasivos, siendo más precisos, los llamados sistemas hamiltonianos de puerto controlado PCH (*Port Controlled Hamiltonian*), a los cuales se les aplica una técnica de control basada en pasividad conocida como IDA-PBC (*Interconnection and Damping Assignment-Passivity Based Control*); las funciones de energía se determinan mediante el hamiltoniano del sistema, teniendo su aplicación en sistemas eléctricos, como casos particulares, el diseño de controladores para el generador sincrónico y para el convertidor trifásico de potencia.

Para elegir la técnica de control a usar, los aspectos que se tomaron en cuenta son:

a) La respuesta dinámica del sistema con y sin ley de control, es decir, bajo los siguientes casos:

- Sin control
- Con control lineal
- Con control $L_g V$ estático
- Con control $L_g V$ dinámico
- Con control IDA-PBC

- b) La estabilidad en el punto de operación
- c) El efecto de cada una de las leyes de control sobre el dominio de atracción del equilibrio asintóticamente estable del generador sincrónico

bajo estas condiciones, los controladores arrojaron diferencias en el dominio de atracción y en la respuesta transitoria, siendo el controlador IDA-PBC el que proporciona el mejor desempeño combinado en el compromiso entre tamaño de dominio de atracción y respuesta dinámica. Aunque el resultado puede cambiar si no se elige adecuadamente la función de Lyapunov y se sintonizan de igual forma algunos de los parámetros del controlador, por tal motivo se realiza un análisis de sensibilidad de parámetros al generador sincrónico conectado a bus infinito (SMIB).

Una vez mostrada la superioridad de la técnica IDA-PBC (incluyendo su ventaja de ser un estabilizador universal), se aplica al convertidor trifásico de potencia, diseñando controladores en los siguientes casos:

- a) Carga constante
- b) Carga variable
- c) Reducción de efectos provocados por la carga variable
- d) Reducción de efectos provocados por la variación en la carga y por la variación en el voltaje de entrada

Para verificar los algoritmos y controladores desarrollados, se hacen simulaciones por computadora en ambos sistemas eléctricos (generador y convertidor), en los que se consideran cambios repentinos en el funcionamiento dinámico (perturbaciones externas), lo cual facilita el éxito en la aplicación de la metodología para el diseño de los controladores.

Índice general

Índice de figuras	VIII
Índice de cuadros	X
1. Introducción	1
1.1. Generalidades	1
1.2. Justificación	3
1.3. Objetivos de la Tesis	4
1.4. Organización de la Tesis	6
2. Preliminares Conceptuales y Matemáticos	8
2.1. Pasividad	8
2.1.1. Espacios \mathcal{L}_2 y \mathcal{L}_{2e}	9
2.1.2. Definición de Pasividad y Estabilidad de Ganancia-Finita . . .	10
2.1.3. Forma de Energía	11
2.1.4. Estabilización vía Balance de Energía	14
2.1.5. Estructura de Asignación de Interconexión y Amortiguamiento	15
2.2. Modelado Hamiltoniano	17
2.2.1. Elementos constitutivos	19
2.2.2. Circuitos LC	21
2.3. Definiciones Sobre el Mínimo de una Función Vectorial	23
2.4. Esquemas de Control Usados en Sistemas Eléctricos	25

2.4.1. Control Lineal	25
2.4.2. Control L_gV Estático	29
2.4.3. Control L_gV Dinámico	31
2.4.4. Control IDA-PBC	33
3. Generador Sincrónico	34
3.1. Introducción	34
3.1.1. Operación	35
3.1.2. Clasificación	36
3.1.3. Eficiencia	37
3.1.4. Descripción	37
3.1.5. Valores Nominales	38
3.2. Modelo Matemático	38
3.2.1. Puntos de Equilibrio	39
3.3. Dominio de Atracción	40
3.3.1. Métodos para el Cálculo del Dominio de Atracción	41
3.3.2. Dominio de Atracción del Generador en Lazo Abierto	44
3.4. Respuesta Dinámica del Generador	46
3.4.1. En Lazo Abierto	49
3.4.2. Con Control Lineal	49
3.4.3. Con Control L_gV Estático	53
3.4.4. Con Control L_gV Dinámico	53
3.4.5. Con Control IDA-PBC	56
3.5. Análisis de Sensitividad	60
3.5.1. Análisis Paramétrico del Generador Sincrónico	63
4. Convertidor Trifásico de Potencia	70
4.1. Introducción	70
4.2. Modelo Matemático	72
4.2.1. Formulación de Parámetros	73

4.3. Control IDA-PBC para Carga Constante	74
4.3.1. Diseño del Controlador	74
4.3.2. Simulaciones	78
4.3.3. Resultados	79
4.4. Control IDA-PBC para Carga Variable	80
4.4.1. Diseño del Controlador	80
4.4.2. Simulaciones	85
4.4.3. Resultados	87
4.5. Reducción de Efectos Provocados por la Carga Variable	88
4.5.1. Diseño del Controlador	88
4.5.2. Simulaciones	92
4.5.3. Resultados	93
4.6. Reducción de Efectos Provocados por la Variación en la Carga y en el Voltaje de Entrada	95
4.6.1. Diseño del Controlador	95
4.6.2. Simulaciones	98
4.6.3. Resultados	101
5. Conclusiones	104
5.1. Contribución de la Tesis	105
5.2. Trabajos Futuros	106
A.	107
B.	111
Bibliografía	115

Índice de figuras

3.1. Estimado del RAS en Lazo Abierto y Puntos de Equilibrio	46
3.2. Regiones de Estabilidad en Lazo Abierto	47
3.3. Variedad Estable del Equilibrio Inestable	48
3.4. Ángulo de Carga (x_1) sin Control	50
3.5. Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) sin Control	50
3.6. Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) sin Control	51
3.7. Ángulo de Carga (x_1) con Control Lineal	51
3.8. Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control Lineal	52
3.9. Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control Lineal	52
3.10. Ley de Control Lineal	53
3.11. Ángulo de Carga (x_1) con Control L_gV Estático	54
3.12. Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control L_gV Estático	54
3.13. Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control L_gV Estático	55
3.14. Ley de Control L_gV Estático	55
3.15. Ángulo de Carga (x_1) con Control L_gV Dinámico	56
3.16. Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control L_gV Dinámico	57
3.17. Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control L_gV Dinámico	57
3.18. Ley de Control L_gV Dinámico	58
3.19. Ángulo de Carga (x_1) con Control IDA-PBC	58
3.20. Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control IDA-PBC	59
3.21. Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control IDA-PBC	59

3.22. Ley de Control IDA-PBC	60
3.23. Sensitividad de x_1 con respecto a los parámetros b_1 y P	64
3.24. Sensitividad de x_1 con respecto a los parámetros b_3, b_4 y E	65
3.25. Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro b_1	65
3.26. Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro P	66
3.27. Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro b_3	66
3.28. Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro b_4	67
3.29. Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro E	67
3.30. Sensitividad de x_3 con respecto a los parámetros b_1 y P	68
3.31. Sensitividad de x_3 con respecto a los parámetros b_3, b_4 y E	68
4.1. Convertidor Trifásico de Potencia	73
4.2. Corriente de Eje Directo	79
4.3. Corriente de Eje de Cuadratura	80
4.4. Voltaje del Bus de Salida	81
4.5. Voltaje del Bus de Salida	85
4.6. Corriente de Eje Directo	86
4.7. Corriente de Eje de Cuadratura	87
4.8. Voltaje del Bus de Salida	93
4.9. Corriente de Eje Directo	94
4.10. Corriente de Eje de Cuadratura	95
4.11. Voltaje de Salida con Carga Variable	99
4.12. Corriente de Eje Directo con Carga Variable	100
4.13. Corriente de Eje en Cuadratura con Carga Variable	101
4.14. Voltaje de Salida con V_m Variable	102
4.15. Corriente de Eje Directo con V_m Variable	102
4.16. Corriente de Eje en Cuadratura con V_m Variable	103

Índice de cuadros

Notaciones

Las notaciones usadas en esta tesis son:

\mathfrak{R}	Campo de los números reales
\mathfrak{R}^n	Espacio lineal de los vectores reales de dimensión n
$\mathfrak{R}^{n \times m}$	Anillo de matrices con n renglones y m columnas y elementos en \mathfrak{R}
$\mathfrak{R} \geq 0$	Campo de los números reales no negativos
I_n	La matriz identidad de dimensión n
t	Tiempo, $t \in \mathfrak{R} \geq 0$
\mathcal{L}_2^n	Espacio de funciones integrables cuadrado de dimensión n
\mathcal{L}_{2e}^n	Espacio extendido de funciones integrables de dimensión n
$\langle \cdot \cdot \rangle$	Producto interno in \mathcal{L}_2^n
$\langle \cdot \cdot \rangle_T$	Producto interno truncado
$\ \cdot \ _{2T}$	La norma \mathcal{L}_2^n truncada
\rightarrow	Mapeo de un dominio a un rango. También Tiende a
\mapsto	Mapeo de dos elementos dentro de su imagen
\triangleq	Definido como
$\ x \ $	La norma euclidiana de $x \in \mathfrak{R}^n$
$\ A \ $	con $A \in \mathfrak{R}^{n \times m}$; Norma 2 inducida
$ a $	Valor absoluto del escalar a

Capítulo 1

Introducción

1.1. Generalidades

La industria de servicios eléctricos está teniendo grandes cambios en su estructura en todo el mundo. La aparición de entidades separadas de generación, transmisión y distribución, han dado lugar a nuevos problemas en la operación y planeación de sistemas de potencia. La estrategia de desregularización del mercado de energía y de descentralización de la producción no hace más que reforzar la necesidad de nuevas estrategias de control. Es claro para el sector de la energía que la utilización de los métodos recientes de control automático constituye un aspecto fundamental para el progreso en esta área[15].

Estructuralmente, los elementos que forman los sistemas de potencia son fundamentalmente máquinas sincrónicas que se utilizan para producir la energía eléctrica. El generador sincrónico es un convertidor de energía esencial que proporciona la potencia eléctrica a los usuarios y participa directamente en el control de tensión a través de la red a pesar de las variaciones de la carga y otras perturbaciones provocadas por los usuarios. La complejidad de estos sistemas radica en que el número de estas unidades conectadas en red es muy grande, además, en la misma red, se encuentran las cargas que demandan la energía generada y diversos dispositivos,

principalmente convertidores de potencia encargados de mejorar la operación del sistema.

El análisis de la calidad y la estabilidad de la red eléctrica puede hacerse por medio del conocimiento y del control de estos generadores (modelado, control de las excitaciones y estabilización de la potencia), estos medios permitirán regular la tensión y la frecuencia en diferentes puntos de la red y garantizar que la energía necesaria sea producida. La importancia del generador sincrónico puede evolucionar considerablemente en los años venideros, puesto que habrá más y más productores independientes conectados en la red; el problema de la interacción de estos productores y de su coordinación eventual es un problema importante que debe ser considerado.

Hablando del control, el primordial objetivo es el de sincronizar el funcionamiento de las diferentes unidades generadoras que forman el sistema de potencia y los elementos secundarios de soporte (convertidores de potencia), de tal manera que las cargas reciban un voltaje (de amplitud y frecuencia) constante y una corriente que corresponda a la potencia requerida por cada elemento.

Esta problemática ha movido a desarrollar, modificar y aplicar estrategias basadas en energía que contribuyan a resolver dichos problemas para mejorar la operación de los sistemas eléctricos, en especial lo concerniente al diseño de controladores para el generador sincrónico y para los convertidores de potencia.

El concepto de energía es fundamental en la práctica de la ingeniería y las ciencias, donde es común considerar sistemas dinámicos como dispositivos que transforman energía. Esta perspectiva es particularmente útil para el estudio de complejos sistemas no lineales, que son descompuestos en subsistemas más simples bajo interconexión, sumando sus energías para determinar el funcionamiento completo del sistema.

1.2. Justificación

La justificación de este proyecto de investigación proviene de un convenio de cooperación científica entre México y Francia, llamado **Laboratorio Mixto Franco-Mexicano de Automática Aplicada** cuyo título del proyecto es **Control y Diagnóstico de Sistemas Eléctricos**, y cuyas palabras clave son: Máquinas eléctricas, convertidores de potencia, redes eléctricas, FACTS, sistemas no lineales, observación, control, diagnóstico, estabilidad, robustez, desempeño.

Las instituciones participantes son

En Francia:

- Laboratoire d'Automatique de Grenoble LAG
- Institut de Recherche en Communication et Cybernétique de Nantes IRCCyN
- Laboratoire des Signaux et Systèmes LSS

En México:

- Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica UANL
- Tecnológico de Monterrey Campus Querétaro TECMTYQ
- Universidad Autónoma de San Luis Potosí USLP
- Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN CINVESTAV

Los objetivos que se han pretendido alcanzar en este convenio están relacionados con el modelado, diagnóstico y control de sistemas eléctricos, que se enumeran a continuación:

1. Obtener modelos matemáticos de máquinas eléctricas, de convertidores de potencia y de sistemas FACTS que intervienen en el estudio de las redes eléctricas.

2. Sintetizar leyes de control a partir de los modelos para máquinas eléctricas (generador sincrónico, motor sincrónico y asíncrono), convertidores y sistemas FACTS (para el control de la conmutación de los interruptores de potencia y el estudio de la estabilidad de la red).
3. Determinar el diagnóstico de fallas y la estimación paramétrica o de estado en los sistemas eléctricos y en las redes eléctricas.
4. Diseñar estrategias de control global para coordinar las diferentes acciones de control de los elementos que intervienen en la red eléctrica (generadores y FACTS, principalmente) para garantizar el desempeño, la robustez y la estabilidad de las redes.

1.3. Objetivos de la Tesis

Una de las principales fuentes de variaciones de carga está constituida por las máquinas eléctricas y por los convertidores de potencia conectados a la red, resultando necesario el estudio y control de los comportamientos dinámicos de las máquinas eléctricas y de los convertidores de potencia; inclusive el control automático moderno, aporta técnicas esenciales para el control de máquinas mejorando su desempeño (control de energía mínima, robustez, etc.) y minimizando la degradación de la calidad de la energía que se presenta en la red.

Objetivos Generales

Estas necesidades llevan a desarrollar los siguientes objetivos generales:

- Diseñar controladores que aumenten la región de atracción del equilibrio asintóticamente estable y por consecuencia el tiempo crítico de libramiento de falla
- Incorporar características de adaptación para estimar los parámetros y/o los posibles equilibrios desconocidos

- Diseñar controladores mediante funciones de energía

Objetivos Particulares para el Generador Sincrónico

- Investigar la región de atracción del generador operando solo y conectado a una línea de transmisión barra infinita
- Comparar el dominio de atracción del generador sometido a diferentes controladores
- Comparar la respuesta dinámica de diversos controladores contra la respuesta dinámica generada por el controlador IDA-PBC
- Realizar un estudio de sensibilidad de los parámetros del generador y de los parámetros del controlador IDA

Objetivos Particulares para el Convertidor Trifásico de Potencia

- Diseñar un control IDA-PBC dirigido a que las variables del sistema alcancen un valor predeterminado de referencia, regulando el voltaje de salida de DC del convertidor con carga constante
- Diseñar un control IDA-PBC que mantenga la regulación del voltaje de salida del convertidor al variar la carga
- Diseñar un control IDA-PBC que reduzca los efectos provocados por la variación en la carga (reducción del amortiguamiento del transitorio)
- Reducir los Efectos Provocados por la Variación en la Carga Variable y por la variación en el Voltaje de Entrada
- Lograr que el factor de potencia sea unitario

1.4. Organización de la Tesis

Lo que resta de este documento está organizado como sigue: En el capítulo 2 se exponen los preliminares conceptuales y matemáticos a ser utilizados en la tesis, tales como la clase de sistemas no lineales a los que se aplican las técnicas de análisis y diseño propuestas, es decir los sistemas pasivos, incluyendo una muy breve reseña del desarrollo de éstos hasta llegar al establecimiento de la metodología IDA-PBC (*Interconnection and Damping Assignment-Passivity Based Control*) por sus siglas en inglés, pasando por la descripción del clásico control PBC (*Passivity Based Control*); por supuesto incluyendo conceptos fundamentales como Forma de energía, Estabilización vía balance de energía, Interconexión y Amortiguamiento, etc., se continúa con una revisión de las técnicas de control a emplearse en los capítulos subsecuentes, éstos son Control por retroalimentación de estados (Ubicación de polos para caso lineal), Control L_gV estático y dinámico y Control IDA-PBC.

El capítulo 3 se dedica por completo al generador sincrónico, que es uno de los dos sistemas eléctricos a los que se le aplican las técnicas mencionadas en el capítulo anterior. Los temas a tratar aquí muestran información fundamental de la máquina, su modelo matemático, análisis de su región de atracción, la aplicación de las técnicas de control mencionadas y el análisis de sensibilidad.

El convertidor trifásico de potencia se trata en el capítulo 4, en el que después de una pequeña revisión de los trabajos escogidos sobre el tema, se presenta el modelo matemático seguido por la formulación de sus parámetros; posteriormente se diseñan controladores mediante la técnica IDA-PBC para los casos de:

1. Carga constante
2. Carga variable
3. Reducción de efectos provocados por la carga variable
4. Reducción de los efectos provocados por la variación de la carga y del voltaje de entrada

Se muestran los resultados y simulaciones.

Las conclusiones, contribución de la tesis y trabajos futuros se dan en el capítulo 5. Se dispone de un par de apéndices, en el primero se desglosa la forma en la que el modelo del generador sincrónico es obtenido y, en el segundo, la teoría del concepto de por unidad (p.u.) que se emplea en las cantidades de los sistemas eléctricos.

Capítulo 2

Preliminares Conceptuales y Matemáticos

2.1. Pasividad

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales la energía intercambiada con el medio ambiente juega un importante papel; son también una clase de sistemas disipativos, para los cuales la tasa en la que la energía fluye dentro del sistema (*supply rate*) es simplemente $u^T y$. Un sistema pasivo no puede almacenar más energía que la que se le es suministrada desde el exterior, siendo la diferencia la energía disipada. Al hablar de disipatividad se habla de una propiedad fundamental de los sistemas físicos relacionados con el fenómeno más bien intuitivo de pérdida de disipación de energía. Los circuitos eléctricos son un ejemplo típico de sistemas disipativos, en los cuales la energía eléctrica y magnética es disipada en forma de calor en los resistores; un papel similar es dado por la fricción en los sistemas mecánicos.

Para definir la propiedad de disipatividad se necesitan conocer dos cosas: la primera es (*supply rate* que es) la tasa en la cual la energía fluye dentro del sistema, que de ahora en adelante se nombrará como tasa de suministro (ó función tasa de

suministro); y la segunda la función de almacenamiento (*storage function*), la cual mide la cantidad de energía que es almacenada dentro del sistema. Esas funciones se relacionan por medio de una desigualdad de energía, la cual establece que a lo largo de las trayectorias en el tiempo de un sistema disipativo, la tasa de suministro no es menor que su incremento en almacenamiento.

No se requiere la definición de la (ó las) variable(s) de entrada y salida de los sistemas dinámicos para la definición de disipatividad, sin embargo se distinguen $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^m$ respectivamente. En lo que sigue se restringe esta tesis a una clase particular de sistemas disipativos llamados sistemas pasivos en la que la tasa de suministro es $u^T y$. Más adelante se darán las definiciones formales de disipatividad y de pasividad.

2.1.1. Espacios \mathcal{L}_2 y \mathcal{L}_{2e}

Se considera el conjunto Ξ de todas las funciones de valor real n-dimensional $f(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}^n$. Se define el conjunto:

$$\mathcal{L}_2 \triangleq \{x \in \Xi \mid \|f\|_2^2 \triangleq \int_0^\infty \|f(t)\|^2 dt < \infty\}$$

siendo $\|\cdot\|$ la norma estándar euclidiana. Este conjunto forma un espacio vectorial normado sobre el campo de los números reales con norma $\|\cdot\|_2$. Se define ahora el espacio extendido \mathcal{L}_{2e} como:

$$\mathcal{L}_{2e} \triangleq \{x \in \Xi \mid \|f\|_{2T}^2 \triangleq \int_0^T \|f(t)\|^2 dt < \infty, \forall T\}$$

Claramente $\mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_{2e}$, porque el espacio extendido contiene las señales cuya norma \mathcal{L}_2 puede crecer a infinito, pero solamente en infinito.

Se define también el producto interno y el producto interno truncado de dos funciones u y y como:

$$\langle u | y \rangle \triangleq \int_0^\infty u(t)^T y(t) dt$$

$$\langle u | y \rangle_T \triangleq \int_0^T u(t)^T y(t) dt$$

2.1.2. Definición de Pasividad y Estabilidad de Ganancia-Finita

Se restringe por simplicidad a sistemas de la forma:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x(0) = x_o \in \mathfrak{R}^n \\ y = h(x, u) \end{cases}$$

con estado $x \in \mathfrak{R}^n$, entrada $u \in \mathfrak{R}^m$ y salida $y \in \mathfrak{R}^m$. La ecuación anterior define un operador dinámico causal $\Sigma: \mathcal{L}_{2e} \rightarrow \mathcal{L}_{2e}: u \mapsto y$.

Se tienen las siguientes definiciones:

Definición 1 (Disipatividad) Un sistema es disipativo con respecto al suministro $w(u, y): \mathfrak{R}^m \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}$ Si y solo si existe una función de almacenamiento $\mathcal{H}: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}_{\geq 0}$, tal que

$$\mathcal{H}(x(T)) \leq \mathcal{H}(x(0)) + \int_0^T w(u(t), y(t)) dt$$

para toda u , toda $T \geq 0$ y toda $x_o \in \mathfrak{R}^n$.

Definición 2 (Pasividad) El sistema es pasivo si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^T y$. Es entrada estrictamente pasiva (ISP) si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^T y - \delta_i \|u\|^2$, donde $\delta_i > 0$. Finalmente, el sistema es salida estrictamente pasiva (OSP) si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = u^T y - \delta_o \|y\|^2$, donde $\delta_o > 0$.

Definición 3 (Estabilidad \mathcal{L}_2) El sistema se dice ser \mathcal{L}_2 estable, si existe una constante positiva γ tal que para cada condición inicial x_o , existe una constante finita $\beta(x_o)$ tal que

$$\|y\|_{2T} \leq \gamma \|u\|_{2T} + \beta(x_o)$$

El siguiente corolario sale de las definiciones anteriores.

Corolario (Estabilidad \mathcal{L}_2 y Disipatividad) Un sistema de espacio de estado Σ es \mathcal{L}_2 estable, si es disipativo con tasa de suministro $w(u, y) = 1/2\gamma^2 \|u\|^2 - \|y\|^2$, para alguna $\gamma > 0$.

La proposición de abajo sigue inmediatamente de las definiciones y de un argumento para completar los cuadrados.

Proposición (Estabilidad \mathcal{L}_2 OSP) Si $\Sigma: u \rightarrow y$ es OSP, entonces es \mathcal{L}_2 estable.

2.1.3. Forma de Energía

Energía es uno de los conceptos fundamentales en la ciencia y la práctica de la ingeniería, donde los sistemas dinámicos son vistos como dispositivos que transforman energía. Esta perspectiva es particularmente útil en el estudio de complejos sistemas no lineales, descomponiéndolos en sistemas más simples que, mediante interconexión, suman sus energías para determinar el funcionamiento del sistema completo[8]. La acción de un controlador puede también ser entendido en términos de energía como otro sistema dinámico interconectado con el proceso para modificar su funcionamiento. El problema de control puede entonces ser resuelto encontrando un sistema dinámico y un patrón de interconexión tal que toda la función de energía toma la forma deseada. Esta "forma de energía" (*energy-shaping*), es la esencia del control basado en pasividad (PBC)[27].

El término control basado en pasividad fue introducido para definir una metodología de diseño de controladores, la cual logra la estabilización por pasividad. El objetivo de control es acomodar al sistema de modo que tenga estructura de pasividad mediante una función de almacenamiento, la cual tiene un mínimo en el punto de equilibrio deseado. Un segundo requerimiento que asegura estabilidad asintótica, es la detectabilidad de la salida pasiva[28].

El PBC también ha sido aplicado a sistemas físicos descritos por ecuaciones (EL)

Euler-Lagrange de movimiento, los cuales incluyen aplicaciones de sistemas mecánicos, eléctricos y electromecánicos. Desafortunadamente, para aplicaciones que requieren la modificación de la energía cinética, el lazo cerrado no es ya un sistema EL, y la función de almacenamiento del mapa pasivo (la cual es típicamente cuadrática en el error) no tiene la interpretación de energía total. Esta situación radica en el hecho de que estos diseños, llevan a cabo una inversión del sistema a lo largo de las trayectorias de referencia, lo cual destruye la estructura EL por un lado, y por el otro impone un requerimiento no natural de invertibilidad estable al sistema[25].

El interés se enfoca en sistemas con parámetros amontonados (*lumped-parameter*) interconectados al ambiente externo a través de algunas variables (de puerto) de potencia $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^m$, las cuales son conjugadas, en el sentido que su producto tiene unidades de potencia (e.g., corrientes y voltajes en circuitos eléctricos, o fuerzas y velocidades en sistemas mecánicos). Más preciso, el interés está en los sistemas de parámetros amontonados que satisfacen el principio de balance de energía, donde la interconexión con el medio ambiente es establecido a través de las variables de puerto mencionadas. Este escenario es el que surge desde cualquier forma de modelado de redes físicas.

Existen al menos dos importantes ventajas para adoptar tal forma de energía para el control:

1) La función de energía determina no sólo el funcionamiento estático, sino que también por medio de la transferencia de energía entre subsistemas, su funcionamiento transitorio.

2) Los expertos están familiarizados con conceptos de energía, lo cual puede servir como una *lingua franca* para facilitar la comunicación con los teóricos, incorporando conocimiento prioritario y proveyendo interpretación física a la acción de control.

Se asume que el sistema satisface la ecuación de balance de energía:

$$H[x(t)] - H[x(0)] = \int_0^t u^T(s)y(s)ds - d(t) \quad (2.1)$$

la parte del lado izquierdo es la energía almacenada, la primera parte del lado derecho es la energía suministrada al sistema y la restante es la energía disipada. El vector de estado $x \in \mathbb{R}^n$, $H(x)$ es la función de energía total y $d(t)$ es una función no negativa que contiene los efectos de disipación (e.g., debido a resistencias y fricción). El balance de energía es una propiedad universal de los sistemas físicos; sin embargo, esta clase de sistemas no es otra que los bien conocidos sistemas pasivos, que cubren un amplio rango de aplicaciones que incluyen dinámicas no lineales y variantes en el tiempo.

Dos corolarios importantes se desprenden de 2.1:

Corolario 1 La energía del sistema sin control (i.e., con $u \equiv 0$) es no creciente y será decreciente en presencia de disipación. Si la función de energía es acotada desde abajo, el sistema eventualmente se detendrá en un punto de energía mínimo. También como se espera, la tasa de convergencia de la función de energía se incrementa si se extrae energía del sistema, por principio colocando $u = -k_{di}y$ con $k_{di} = k_{di}^T > 0$ una así llamada ganancia de inyección de amortiguamiento.

Corolario 2 Dado que:

$$-\int_0^t u^T(s)y(s)ds \leq H[x(0)] < \infty \quad (2.2)$$

la cantidad total de energía que puede ser extraída de un sistema pasivo es limitada.

El punto donde la energía de lazo abierto es mínima (la cual típicamente coincide con el estado cero) usualmente no es de interés práctico, por lo tanto el control es introducido para que el sistema opere alrededor de algún punto de equilibrio x^* diferente de cero. En la formulación estándar PBC, se etiquetan las variables de puerto como entradas y salidas (u y y respectivamente) y se trabaja el problema de estabilización en la forma clásica.

Se selecciona una acción de control $u = \beta(x) + v$ tal que la dinámica de lazo

cerrado satisface la nueva ecuación de balance de energía.

$$H_d[x(t)] - H_d[x(0)] = \int_0^t v^T(s)z(s)ds - d_d(t) \quad (2.3)$$

donde H_d es la función de energía total deseada, que tiene un mínimo estricto en x^* , z (la cual puede ser igual a y) es la nueva salida pasiva, se ha reemplazado el término de disipación natural por alguna función $d_d \geq 0$ para incrementar la tasa de convergencia[26].

2.1.4. Estabilización vía Balance de Energía

Existe una clase de sistemas para el cual, la solución al problema anterior es muy simple:

Se reduce a encontrar una función $\beta(x)$ tal que la energía suministrada por el controlador pueda ser expresada como una función del estado. De hecho de 2.1, se nota que si se puede encontrar una función $\beta(x)$ tal que:

$$- \int_0^t \beta^T[x(s)]y(s)ds = H_a[x(t)] + \kappa \quad (2.4)$$

para alguna función $H_a(x)$, entonces el control $u = \beta(x) + v$ asegura que el mapa $v \mapsto y$ es pasivo con nueva función de energía:

$$H_d(x) \triangleq H(x) + H_a(x) \quad (2.5)$$

Si aún más, $H_d(x)$ tiene un mínimo en el equilibrio deseado x^* , será estable. Hay que notar que la energía de lazo cerrado es igual a la diferencia entre las energías almacenada y suministrada, por lo que esta clase particular de PBC es conocido como balance de energía[52].

2.1.5. Estructura de Asignación de Interconexión y Amortiguamiento

La estructura de interconexión y amortiguamiento comprende una clase más amplia de sistemas, de modo que:

- (i) La estructura física (hamiltoniana) es preservada en lazo cerrado.
- (ii) La función de almacenamiento del mapa pasivo es precisamente la energía total del sistema de lazo cerrado.

además contiene estrictamente la clase de modelos EL. Ellos resultan del modelado de red de sistemas físicos de parámetros amontonados que conservan energía con elementos de almacenamiento independientes. Junto con las características de balance de energía de sistemas físicos como en los modelos EL, los modelos PCH proveen una clasificación de variables y las ecuaciones asociadas a los fenómenos físicos que definen la estructura relacionada con el intercambio de energía[24].

Existe por lo tanto pasos básicos bien convenientes para llevar a cabo la modificación de la función de energía de PBC adicionando disipación[39]. Aún más, la estructura geométrica de espacio de estado de los sistemas PCH puede ser convenientemente usado por los PBC. Por principio la deficiencia de rango de la matriz de interconexión interna revela la existencia de invariantes de movimiento del sistema dinámico, los cuales son independientes de la función de energía, las funciones de Casimir[4].

La diferencia principal entre el PBC clásico y el IDA-PBC, está en el procedimiento, en el primero, se selecciona la función de almacenamiento a ser asignada y luego se diseña el controlador que asegura el objetivo. En el segundo, se obtiene la función de energía de lazo cerrado por medio de la solución de la ecuación diferencial PDE como un resultado de la elección de la interconexión y amortiguamiento deseados.

El éxito del diseño PBC se plasma en la habilidad para resolver la PDE, es bien conocido que hacer esto no es fácil, sin embargo es posible incorporar conocimiento

prioritario acerca del sistema para simplificar la tarea. La metodología IDA-PBC es un estabilizador universal, en el sentido que genera todos los controladores estabilizados asintóticamente para sistemas PCH. Una ventaja final del diseño es que este es sistemático y ameno para computación simbólica.

Más específicamente, para modelos hamiltonianos de puerto controlado, junto con la ley de control, se tiene un grado de libertad más al seleccionar la estructura de interconexión y amortiguamiento de lazo cerrado; tal dinámica está dada por:

$$\dot{x} = [J_d(x) - R_d(x)] \frac{\partial H_d}{\partial x}(x) \quad (2.6)$$

donde $J_d(x) = -J_d^T(x)$ y $R_d(x) = R_d^T \geq 0$ son las nuevas matrices de interconexión y amortiguamiento respectivamente. Para IDA-PBC la PDE se vuelve:

$$[J(x) + J_a(x) - R(x) - R_a(x)] \frac{\partial H_a}{\partial x}(x) = -[J_a(x) - R_a(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)\beta(x) \quad (2.7)$$

donde $J_a(x) \triangleq J_d(x) - J(x)$, $R_a(x) \triangleq R_d(x) - R(x)$ son los nuevos parámetros de diseño que suman más grados de libertad a la solución de la PDE. De lo anterior se desprende la siguiente proposición:

Proposición Dado $J(x)$, $R(x)$, $H(x)$, $g(x)$ y el punto de equilibrio deseado a ser estabilizado x_* , se asume que se pueden encontrar funciones $\beta(x)$, $R_a(x)$ y $J_a(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} J(x) + J_a(x) &= -[J(x) + J_a(x)]^T & (2.8) \\ R(x) + R_a(x) &= [R(x) + R_a(x)]^T \geq 0 \end{aligned}$$

y una función vector $K(x)$ satisfaciendo:

$$[J(x) + J_a(x) - (R(x) + R_a(x))]K(x) = -[J_a(x) - R_a(x)] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)\beta(x) \quad (2.9)$$

tal que ocurren las siguientes condiciones:

(i) (*Integrabilidad*). $K(x)$ es el gradiente de una función escalar; esto es,

$$\frac{\partial K}{\partial x}(x) = \left[\frac{\partial K}{\partial x}(x) \right]^T \quad (2.10)$$

(ii) (*Asignación de Equilibrio*). $K(x)$ en x_* , verifica,

$$K(x_*) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x_*) \quad (2.11)$$

(iii) (*Estabilidad de Lyapunov*). El jacobiano de $K(x)$ en x_* , satisface la cota,

$$\frac{\partial K}{\partial x}(x_*) > -\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}(x_*) \quad (2.12)$$

Bajo estas condiciones, el sistema de lazo cerrado $u = \beta(x)$ será un sistema hamiltoniano de puerto controlado con disipación de la forma 2.6, donde $H_d(x) = H(x) + H_a(x)$ y

$$\frac{\partial H_a}{\partial x}(x) = K(x) \quad (2.13)$$

Aún más, x_* será (localmente) un equilibrio estable de lazo cerrado. Será asintóticamente estable si además, el conjunto invariante más grande bajo la dinámica de lazo cerrado contenido en:

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^n \cap \mathbf{B} \mid \left[\frac{\partial H_d}{\partial x}(x) \right]^T R_d(x) \frac{\partial H_d}{\partial x}(x) = 0 \right\} \quad (2.14)$$

es igual a x_* .

2.2. Modelado Hamiltoniano

Un sistema hamiltoniano generalizado es un sistema no lineal sin pérdida, provisto de entradas de control externas, el cual es definido de la manera tradicional en espacio de estados[5]. Sin embargo un sistema hamiltoniano generalizado es identificado por una inclusión explícita, de la contribución del gradiente de la energía total

del sistema en ecuaciones diferenciales describiendo la evolución controlada del vector de estado. En general, los circuitos eléctricos no son considerados como sistemas hamiltonianos debido a la presencia de elementos resistivos y algunos elementos no disipativos los cuales, sin embargo, rompen la estructura fundamental canónica de los sistemas sin pérdida. Así, los circuitos con transformadores, acoplamiento magnético ente inductores, diodos, etc., no son considerados verdaderos sistemas hamiltonianos generalizados.

Todavía el formalismo hamiltoniano y mucha de su rica estructura geométrica y sus propiedades físicas atrayentes, pueden permanecer preservadas convenientemente en el caso de circuitos eléctricos, siguiendo una estructura básica sin pérdidas, construida para el circuito LC , mientras se considera al resto de los elementos modelados como puertos externos o entradas desde el principio con relaciones constitutivas describiendo sus propiedades particulares de entrada-salida. De esta manera, los circuitos resistivos, circuitos conmutados y otros circuitos interesantes pueden ser sistemáticamente modelados con un extendido punto de vista hamiltoniano en una manera relativamente directa.

La aproximación hamiltoniana sigue el modelado sistemático de redes incluyendo resistores, transformadores, diodos y switches, algo que no es fácil y en algunos casos imposible para lograrlo dentro del formalismo Lagrangiano. Esos términos no energéticos son primero extraídos del circuito dejando un circuito LC conservando energía con puertos correspondientes a los varios elementos extraídos. El circuito LC con puertos puede ser representado como un sistema hamiltoniano lineal generalizado con variables de entrada externas. Determinando los puertos del sistema hamiltoniano con relaciones constitutivas caracterizando cada uno de los términos extraídos, se obtiene una descripción matemática del circuito conmutado original en forma de hamiltoniano generalizado forzado con entradas externas. Una de las ventajas de esta aproximación es que para todos los modos de operación de circuitos conmutados, la descripción del sistema usa las mismas variables de estado, el mismo hamiltoniano y la misma función de disipación. El modelo matemático obtenido es

realmente conveniente para la aplicación de la metodología de diseño de regulación por retroalimentación PBC.

2.2.1. Elementos constitutivos

Dentro de la aproximación del modelado hamiltoniano generalizado, todos de los elementos de los circuitos son representados como puertos eléctricos, en los cuales las corrientes son identificadas como variables de flujo, denotadas por f , y los voltajes son identificados como variables de esfuerzo, denotadas por e .

Se consideran primero los elementos constitutivos continuos, tales como resistores, capacitores, inductores y transformadores. Luego, se considerarán los elementos discontinuos, tales como switches y diodos. Es denotado por q_C y ϕ_L la carga en el capacitor y el encadenamiento de flujo en el inductor, respectivamente.

Elementos continuos constitutivos

Las leyes constitutivas para elementos resistivos, capacitivos e inductivos (lineales), están dadas por:

- Resistencia:

$$e_R = Rf_R$$

donde f_R es la corriente circulando a través de la resistencia.

- Capacitor:

$$f_C = \dot{q}_C; \quad e_C = \frac{q_C}{C}$$

- Inductor:

$$f_L = \frac{\phi_L}{L}; \quad e_L = \dot{\phi}_L$$

En término de coordenadas naturales q_C y ϕ_L la energía eléctrica en el capacitor (juega el rol de la energía potencial V) y la energía magnética en el inductor

(juega el rol de la energía cinética T), son dados, respectivamente por:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2C}q_C^2; \quad \mathcal{T} = \frac{1}{2L}\phi_L^2$$

El hamiltoniano, la cual representa la energía total en un circuito LC , está simplemente dado por:

$$\mathcal{H} = \mathcal{T} + \mathcal{V} = \frac{1}{2C}q_C^2 + \frac{1}{2L}\phi_L^2$$

- Transformador ideal:

El caso de un transformador ideal, requiere la consideración de los terminales primario y secundario como dos puertos separados, cada uno con su correspondiente definición de variables de flujo y esfuerzo. Los puertos, sin embargo, interactúan el uno con el otro, de una manera externa, de acuerdo a una de las siguientes relaciones constitutivas:

$$(a) \quad \begin{pmatrix} e_{T1} \\ f_{T2} \end{pmatrix} = \mathcal{J}(n) \begin{pmatrix} f_{T1} \\ e_{T2} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$(b) \quad \begin{pmatrix} f_{T2} \\ e_{T1} \end{pmatrix} = \mathcal{J}_T(n) \begin{pmatrix} e_{T2} \\ f_{T1} \end{pmatrix}$$

donde:

$$\mathcal{J}_T(n) = \begin{pmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

es una matriz skew simétrica parametrizada por n , así se refleja la propiedad de conservación de potencia del circuito transformador.

Elementos discontinuos constitutivos

La aproximación es conveniente para el modelado de algunos otros dispositivos discontinuos tales como transistores.

- El switch ideal:

Un switch ideal puede ser considerado como un elemento sin pérdida, debido al hecho que este puede conducir corriente con voltaje cero (mientras permanece cerrado) y este es capaz de mantener un voltaje con corriente cero (cuando está abierto). La variable que describe el cambio es u la cual toma valores del conjunto discreto $\{0,1\}$. La siguiente relación entre las variables de flujo y esfuerzo describen el funcionamiento de un elemento de conmutación.

$$u = \begin{cases} 1 \Rightarrow; & f_{SW} \in \mathfrak{R}, \quad e_{SW} = 0 \\ 0 \Rightarrow; & f_{SW} = 0, \quad e_{SW} \in \mathfrak{R} \end{cases}$$

Así el switch ideal puede conducir corriente en ambas direcciones.

El diodo ideal:

Un diodo ideal es un caso particular de un switch controlado en una dirección.

Su funcionamiento entrada-salida es representado por las siguientes relaciones :

$$\begin{cases} \text{Modo 1} & e_D \leq 0, \quad f_D = 0 \\ \text{Modo 2} & f_D \geq 0, \quad e_D = 0, \quad f_D e_D = 0 \end{cases}$$

2.2.2. Circuitos LC

Como se ha mencionado en la aproximación de modelado hamiltoniano de elementos no energéticos tales como, resistores, transformadores, diodos y switches, son primero extraídos del circuito, y se prepara un circuito LC que conserve energía con los puertos correspondientes a los varios elementos extraídos. Este circuito LC con puertos, puede ser representado de una manera intrínseca como un sistema hamiltoniano con variable de puertos. La representación del

circuito original es entonces obtenida determinando los puertos del sistema hamiltoniano por la extracción de los elementos no energéticos:

Un circuito LC con n -elementos, m -puertos de entrada y forma de energía total está dada por:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}x^T Qx \quad (2.17)$$

donde $x \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de estado del circuito, que consiste de flujo en las inductancias ϕ_{Li} y carga en los capacitores q_{Ci} , y Q conteniendo los parámetros del circuito $\frac{1}{C_i}$, $\frac{1}{L_i}$ en una matriz simétrica diagonal que pueden siempre ser rerepresentado en la forma:

$$\dot{x} = \mathcal{J}Qx + Gu \quad (2.18)$$

donde $u \in \mathfrak{R}^m$ es el vector de entradas externas para el sistema. La matriz G es llamada la matriz de entrada y \mathcal{J} es una matriz skew-simétrica de $n \times n$, la cual es llamada la matriz de estructura. Las matrices G y \mathcal{J} son determinadas por leyes de Kirchoff.

Se puede mostrar de hecho, que la salida natural del sistema hamiltoniano generalizado 2.18 puede siempre ser escrito en la forma:

$$y = G^T Qx + Du; \quad y \in \mathfrak{R}^m$$

donde D es una matriz skew-simétrica, llamada la matriz *throughput*, es decir, es la matriz que afecta directamente la salida desde la entrada; ésta aparece si existe relación estática entre las variables de puerto. La skew-simétrica de esas matrices es el resultado del hecho de que las interconexiones, son todas conservadoras de energía.

A lo largo de las trayectorias del sistema se tiene $\dot{\mathcal{H}} = u^T y$, lo cual expresa la conservación de energía, entonces integrando de 0 a T se verifica la propiedad de pasividad del circuito.

Es importante mencionar que los sistemas hamiltonianos lineales son tratados como un caso especial de una clase más general de sistemas llamados sistemas hamiltonianos generalizados, los cuales incluyen sistemas que son descritos en coordenadas locales por las siguientes ecuaciones,

$$\dot{x} = \mathcal{J}(x) \frac{\partial H}{\partial x} + G(x)u \quad (2.19)$$

$$y = G^T Q(x) \frac{\partial H}{\partial x} + Du \quad (2.20)$$

donde las matrices $\mathcal{J}(x)$, $G(x)$ y $D(x)$ no son constantes, son función del estado. En este caso general, el hamiltoniano no necesita ser una función cuadrática de x .

2.3. Definiciones Sobre el Mínimo de una Función Vectorial

Sea $f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ una función suave, entonces resultan las siguientes definiciones.

Definición 4 (Punto crítico). Un punto $x^* \in \mathfrak{R}^n$ es llamado punto crítico de $f(x)$ si y solo si $\frac{\partial f}{\partial x}(x^*) = 0$

Definición 5 (Mínimo). Un punto $x^* \in \mathfrak{R}^n$ es un mínimo local de $f(x)$ si existe un vecindario B_δ de x^* con $0 < \delta < \infty$ tal que $f(x) \geq f(x^*)$ para toda $x \in B_\delta$.

Definición 6 (Absoluto o Mínimo global). Un punto $x^* \in \mathfrak{R}^n$ es un absoluto o mínimo global de $f(x)$ si $f(x) \geq f(x^*)$ para toda $x \in \mathfrak{R}^n$.

Definición 7 (Mínimo aislado). Un punto $x^* \in \mathfrak{R}^n$ es un mínimo aislado de $f(x)$ si no existe otro mínimo local de $f(x)$ en \mathfrak{R}^n .

Definición 8 (Mínimo estricto). Un punto $x^* \in \mathfrak{R}^n$ es un mínimo local estricto

de $f(x)$ si existe un vecindario B_δ de x^* con $0 < \delta \leq \infty$ tal que $f(x) > f(x^*)$ para toda $x \in B_\delta$.

- **Teorema 2.1 (Valor medio).** *Se asume que $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es diferenciable en cada punto de x de un conjunto abierto $S \subseteq \mathbb{R}^n$. Sean x e y dos puntos de S tal que el segmento de línea $L(x, y) \subset S$. Entonces existe un punto z de $L(x, y)$ tal que*

$$f(y) - f(x) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(z) \right) (y - x)$$

◇ ◇ ◇

Lema 2.1 *Sea $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y $B_\sigma \subseteq \mathbb{R}^n$, tal que*

- i) $f(0) = 0$
- ii) $\frac{\partial f}{\partial x}(0) = 0$
- iii) $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > I_\eta \varepsilon > 0$, $\varepsilon > 0$, para toda $x \in B_\sigma$

entonces $f(x)$ tiene un mínimo estricto aislado en el origen, localmente en B_σ . Si $B_\sigma = \mathbb{R}^n$ entonces el mínimo es global y único.

◇ ◇ ◇

El lema 2.1 parece demasiado fuerte en algunos casos. Una condición necesaria para iii) es que $f(x) = \mathcal{O}(\|x\|^2)$ en la bola B_σ , especialmente cuando globalmente es seguro que es deseable para encontrar condiciones más suaves. El siguiente lema establece condiciones suficientes más suaves para una función $f(x)$ que tiene un mínimo global en el origen.

Lema 2.2 *Sea $f(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función C^1 . Se asume*

1. $f(x) > 0$, para toda $x \in \mathbb{R}^n$, $x \neq 0$ y $f(0) = 0$
2. $\left\| \frac{\partial f}{\partial x} \right\| > 0$, para toda $x \neq 0 \in \mathbb{R}^n$

Entonces la función $f(x)$ es globalmente definida positiva con un único y mínimo global en $x = 0$.

◇ ◇ ◇

La condición 1 implica que $f(x)$ es definida positiva con 0, un mínimo global estricto. De cualquier forma es importante recalcar que esta sola condición no implica la unicidad del mínimo. La condición 2 implica que 0 es el único punto crítico, de aquí que 0 es también un mínimo aislado de $f(x)$.

2.4. Esquemas de Control Usados en Sistemas Eléctricos

Existe una gran variedad de leyes de control disponibles para sistemas eléctricos[10], sin embargo se han escogido cuatro de ellas que serán explicadas a continuación y que se aplican a sistemas pasivos.

2.4.1. Control Lineal

La técnica de control lineal que a usar, es la conocida como ubicación, o asignación de polos. Se supone que todas las variables de estado son medibles y que están disponibles para retroalimentación. Si el sistema es de estado completamente controlable, los polos del sistema de lazo cerrado se pueden ubicar en cualquier posición deseada mediante una retroalimentación del estado a través de una matriz de ganancias de la retroalimentación del estado. La técnica de diseño empieza con la determinación de los polos en lazo cerrado a partir en este caso de los requerimientos en estado estable.

Suponiendo que los polos en lazo cerrado están en $s = \mu_1, s = \mu_2, \dots, s = \mu_n$. Seleccionando una matriz de ganancias apropiada para una retroalimentación

del estado, es posible obligar al sistema para que tenga los polos en lazo cerrado en las posiciones deseadas, siempre y cuando el sistema original sea de estado completamente controlable[3].

Se supone que la señal de control es un escalar, por lo que la condición necesaria y suficiente para que los polos de lazo cerrado se ubiquen en cualquier posición arbitraria en el plano s es que el sistema sea de estado completamente controlable.

Se considera un sistema de control:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2.21)$$

en donde

\mathbf{x} = vector de estado (vector de dimensión n)

u = señal de control (escalar)

\mathbf{A} = matriz de coeficientes constantes $n \times n$

\mathbf{B} = matriz de coeficientes constantes $n \times 1$

Se selecciona la señal de control como

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (2.22)$$

Este esquema de control se denomina retroalimentación de estados. La matriz \mathbf{K} de $1 \times n$ se denomina matriz de ganancias de retroalimentación de estado. El problema de ubicar los polos de lazo cerrado en las posiciones deseadas se denomina problema de ubicación de polos.

Pasos de diseño para la ubicación arbitraria de polos

Considerar el sistema definido mediante la ecuación 2.21. Se supone que la magnitud de la señal de control u no está acotada, con la estructura dada por 2.22. La matriz de ganancia de retroalimentación \mathbf{K} que obliga a los valores característicos de $\mathbf{A}-\mathbf{BK}$ a ser $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ (valores deseados) se determina mediante los pasos siguientes.

Paso 1: Verificar la condición de controlabilidad para el sistema. Si el sistema es de estado completamente controlable, usar los siguientes pasos.

Paso 2: A partir del polinomio característico para la matriz A ,

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-1}s + a_n$$

determinar los valores de a_1, a_2, \dots, a_n .

Paso 3: Determinar una matriz de transformación (\mathbf{T})[14] que convierta la ecuación de estado del sistema a la forma canónica controlable. (Si la ecuación del sistema determinada ya está en la forma canónica controlable, entonces $\mathbf{T} = \mathbf{I}$). No es necesario escribir la ecuación de estado en la forma canónica controlable. Solo se necesita encontrar la matriz \mathbf{T} que se obtiene de $\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$, en donde \mathbf{M} es la matriz de controlabilidad:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \ ; \ \mathbf{AB} \ ; \ \dots \ ; \ \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \quad (2.23)$$

y \mathbf{W} se obtiene

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ a_1 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Paso 4: Usando los valores característicos deseados (polos deseados de lazo cerrado), se escribe el polinomio característico que se busca:

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n$$

y determinar los valores de $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

Paso 5: La matriz de ganancias de retroalimentación del estado \mathbf{K} requerida se determina como:

$$\mathbf{K} = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] \mathbf{T}^{-1}$$

Si el sistema es de un orden inferior o igual a tres, se puede sustituir de manera directa la matriz \mathbf{K} en el polinomio característico deseado e igualar como sigue:

$$| s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK} | = (s - \mu_1)(s - \mu_2)(s - \mu_3)$$

Fórmula de Ackermann

La fórmula de Ackermann es una forma muy difundida para determinar la matriz de ganancia de retroalimentación de estado \mathbf{K} . Esta fórmula es conveniente hasta para sistemas de tercer orden. Existen varios métodos para aplicar dicha fórmula, sin embargo solo se mostrará uno de ellos.

Se define la matriz de ganancias de retroalimentación del estado deseado \mathbf{K} como sigue:

$$\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3]$$

e igualando $|s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}|$ con la ecuación característica deseada se obtiene el valor de las ganancias.

2.4.2. Control L_gV Estático

Los controladores L_gV se basan en el análisis de Lyapunov, como un medio para proporcionar estabilidad asintótica a un sistema de Lyapunov estable, o para incrementar el amortiguamiento de un sistema asintóticamente estable. Esta clase de controladores ocupa un lugar importante en el estudio de estabilidad por retroalimentación y estabilización de sistemas no lineales[1].

Los controladores L_gV como la mayoría de los diseños de controladores por retroalimentación es estado, mejoran el funcionamiento dinámico de un sistema alrededor de un punto de equilibrio dado, requiriendo el conocimiento de este equilibrio.

Se consideran sistemas no lineales afines en la entrada, con la usual suposición de existencia y unicidad de soluciones:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (2.25)$$

con $x \in \mathcal{X} = \mathfrak{R}^n$ y $u \in \mathcal{U} = \mathfrak{R}^m$, y su equilibrio x_* en el cual el sistema opera en estado estable:

$$f(x_*) = 0$$

Se asume que el equilibrio x_* , es un punto de equilibrio asintóticamente estable

del sistema de lazo abierto 2.26

$$\dot{x} = f(x) \quad (2.26)$$

Por lo tanto existe una función continua $V(x)$, la cual satisface en algún vecindario \mathcal{D} de x_*

$$V(x) > 0, \quad \forall x \in \{\mathcal{D} - x_*\} \quad (2.27)$$

$$V(x_*) = 0 \quad (2.28)$$

$$L_f V(x) < 0 \quad (2.29)$$

donde

$$L_f V(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x)$$

es la derivada de Lie de $V(x)$ a lo largo del campo vectorial $f(x)$. La función de Lyapunov también satisface la condición no decreciente, la cual se asume se mantiene sobre todo el conjunto \mathcal{D}

$$\mathcal{L}v(c_1) \supset \mathcal{L}v(c_2) \text{ si } c_1 > c_2, \quad \forall c_1 : \mathcal{L}v(c_1) \subset \mathcal{D}$$

donde $\mathcal{L}v(c)$ es el interior de la superficie de nivel $V(x) = c$ y \subset es usado en el sentido estricto.

Bajo estas condiciones, una ley de control de la forma $u = -k(L_g V(x))^T$, $k > 0$ es llamada un controlador $L_g V$ y $V(x)$ es llamada una función control de Lyapunov $L_g V$. El sistema de lazo cerrado es entonces descrito por

$$\dot{x} = f(x) - kg(x)(L_g V(x))^T \quad (2.30)$$

En un sentido ligeramente diferente, en el cual el equilibrio de 2.25 es globalmente estable en el sentido de Lyapunov, pero no asintóticamente estable, tales controladores L_gV han sido usados para probar algunas condiciones importantes para estabilidad asintótica global. También se ha notado que el control L_gV puede ser interpretado como una retroalimentación de salida con ganancia unitaria impuesto sobre el sistema pasivo definido por 2.25 eligiendo el mapa de salida

$$y = k(L_gV(x))^T \quad (2.31)$$

Entonces el resultado antes mencionado puede ser visto como una consecuencia de la pasividad de la planta 2.25, por el mapa de salida 2.31 y la propiedad de (SPR) estrictamente positiva real de la retroalimentación de ganancia unitaria. Una propiedad bien conocida de los controladores L_gV es que garantizan margen de ganancia infinita. También, un controlador L_gV no cambia la posición del equilibrio, desde que

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_*}$$

lo cual implica que el control se desvanece en x_* .

2.4.3. Control L_gV Dinámico

El L_gV dinámico es una estructura de control por retroalimentación de estados dinámico, concebida como un controlador adaptativo con el equilibrio en una ley de control L_gV como un parámetro incierto, el cual sigue la implementación de los controladores para sistemas con equilibrio desconocido. Se trata el equilibrio como un parámetro incierto en la ley de control L_gV y se diseña un mecanismo adaptativo para seguirlo, mientras se mantiene la estabilidad de todo el sistema; así el conocimiento del punto de equilibrio no se requiere[2].

El controlador que resulta presenta una estructura por retroalimentación de estado dinámico que es referido como un controlador L_gV dinámico, en oposición a

su contraparte no adaptativo conocido como controlador L_gV estático. Algunas propiedades importantes de los controladores L_gV estáticos se transmiten a los controladores L_gV dinámicos.

Se asume que la ley de control es de la siguiente forma:

$$u = -k(L_gV(x))^T = \varphi(x) - \varphi(x_*) \quad (2.32)$$

En lugar de implementar la ley de control como en 2.32, el valor del equilibrio de la función $\varphi(x)$ puede ser considerado como un parámetro incierto $\theta \triangleq \varphi(x_*)$. Entonces un cierto controlador equivalente con un mecanismo de adaptación para este parámetro incierto puede ser aplicado. La estructura es

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (2.33)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = A(\varphi(x) - \hat{\theta}) \quad (2.34)$$

con $A \in \mathfrak{R}^{m \times m}$, $A = A^T > 0$. Esta estructura de control es llamada controlador L_gV dinámico, en oposición a la ley de control original 2.32, conocido como controlador L_gV estático.

Si bien la función de Lyapunov depende del equilibrio, su conocimiento usualmente no requiere del conocimiento del equilibrio, desde que la función de Lyapunov puede ser parametrizada en términos de un equilibrio genérico. El conocimiento del equilibrio es requerido para el controlador L_gV solo en el punto de implementación de 2.32. De otra forma, el equilibrio no aparece en 2.33 y 2.34 tal que la implementación de este control no requiere su conocimiento. Así, el controlador L_gV dinámico no requiere el conocimiento del punto de operación, el cual sigue su implementación directa en sistemas con punto de operación desconocido. Sin embargo, el punto de operación es invariante bajo esta retroalimentación.

2.4.4. Control IDA-PBC

El diseño del controlador consiste en hacer que $x(t) \rightarrow x_1^*$. La idea primordial en la metodología es asignar a la dinámica de lazo cerrado una función de energía deseada, modificando de manera conveniente las matrices de interconexión y amortiguamiento. Todos los detalles sobre este controlador se dan en el capítulo 4, con el diseño de diferentes tipos de controladores aplicados a un convertidor trifásico de potencia.

Capítulo 3

Generador Sincrónico

3.1. Introducción

La energía eléctrica es una fuente de energía fácil de transmitir a grandes distancias, es fácil de controlar, es limpia y eficiente, otros tipos de energía como la calorífica y la mecánica pueden ser convertidas a energía eléctrica, es por ello que son tan populares las máquinas eléctricas. El estudio y diseño de las máquinas eléctricas empieza a finales del siglo diecinueve y llegan a ser empleadas por ingenieros de todo el mundo utilizando unidades como el volt, ampere, ohm y watt para representar las cantidades eléctricas en las máquinas.

La máquina eléctrica es un dispositivo que puede convertir energía mecánica a energía eléctrica o convertir energía eléctrica en energía mecánica, pueden ser de CD (corriente directa) o de CA (corriente alterna). Cuando el dispositivo es usado para convertir energía mecánica a eléctrica este es llamado generador; cuando convierte energía eléctrica a mecánica es llamado motor. Una máquina eléctrica convierte energía en ambas direcciones y puede ser usada como motor o como generador. Casi todos los convertidores de energía (motores y generadores) en la práctica lo hacen a través de la acción de un campo magnético.

La mayor parte de las máquinas de CD son como las de CA que tienen un voltaje de CA y corrientes dentro de ellas, las máquinas de CD tienen una salida de CD solo porque existe un mecanismo que convierte el voltaje interno de CA a voltaje de CD en sus terminales; el mecanismo es llamado conmutador o mecanismo conmutativo. El generador sincrónico (que es de CA, también es llamado Alternador) es una máquina eléctrica cuya corriente de campo es suministrada por una fuente de poder de CD externa; normalmente, los generadores sincrónicos son trifásicos y disponen de tres devanados iguales en el estator, dispuestos de forma que queden desplazados entre sí 120 grados. Por coincidir siempre el desplazamiento del campo magnético giratorio con el desplazamiento del rotor (rueda polar) es por lo que se denominan generadores sincrónicos.

Todos los generadores trifásicos utilizan un campo magnético giratorio, es decir que durante una vuelta del rotor, los polos Norte y Sur pasan frente a los tres devanados del estator, son tres electroimanes alrededor de un círculo, cada uno de los tres imanes está conectado a su propia fase en la red eléctrica trifásica, cada electroimán produce alternativamente un polo Norte y un polo Sur hacia el centro. La fluctuación en el magnetismo corresponde exactamente a la fluctuación en la tensión de cada fase; cuando una de las fases alcanza su máximo, la corriente en las otras dos está circulando en sentido opuesto y a la mitad de tensión y dado que la duración de la corriente en cada imán es un tercio de la de un ciclo aislado, el campo magnético dará una vuelta completa por ciclo, se dice que tienen la misma fase de oscilación.

3.1.1. Operación

Si el imán es forzado para que gire (en lugar de dejar que la corriente de red lo mueva) la máquina trabaja como generador, devolviendo corriente alterna a la red. Cuanta más fuerza (par-torsión) se aplique, mayor electricidad producirá, aunque el generador seguirá girando a la misma velocidad impuesta por la frecuencia de la red eléctrica. Se puede desconectar completamente el generador de la red y construir

su propia red eléctrica trifásica, enganchando bombillas a tres bobinas arrolladas a electroimanes (principio de inducción eléctrica/magnética)[18].

Si se desconecta el generador de la red principal se tendrá que accionar a una velocidad de giro constante para que produzca corriente alterna a una frecuencia constante, por lo tanto, con este tipo de generador, normalmente se querrá usar una conexión indirecta a red del generador. En la práctica, los generadores sincrónicos de imán permanente no son muy usados; hay varias razones para que así sea, una ellas es que los imanes permanentes tienden a desmagnetizarse al trabajar en los potentes campos magnéticos en el interior de un generador, otra de las razones es que estos potentes imanes (fabricados a partir de tierras raras, como el neodimio) son bastante caros[38].

3.1.2. Clasificación

Según la ubicación del campo magnético, los generadores sincrónicos se clasifican en[6]:

Campo en el estator: la resistencia variable permite hacer más o menos intenso el campo del electroimán.

Campo en el rotor: es más eficiente ya que se necesita menos energía para hacer lo mismo que con el de campo en el estator. Se puede decir que el imán es una especie de catalizador el cual permite convertir potencia mecánica en potencia eléctrica.

Según la forma del campo magnético:

Polos salientes: existe una inclinación para la magnetización en la dirección de las expansiones polares. El término saliente significa protuberante o resaltado; y un polo saliente es un polo magnético que resalta de la superficie del motor. Éstos se utilizan normalmente en rotores de 4 o más polos.

Polos cilíndricos: el entrehierro es constante. Entonces el flujo es independiente de la posición. Los rotores de polo no saliente se usan normalmente para rotores de 2 y 4 polos.

3.1.3. Eficiencia

Un generador pequeño a condiciones nominales tiene baja eficiencia, por ejemplo, un generador de 1 KW puede tener una eficiencia de 50 a 60 por ciento, mientras que uno de 10 MW puede tener una eficiencia de 90 por ciento y uno de 1000 MW puede alcanzar 99 por ciento de eficiencia.

3.1.4. Descripción

Los devanados de la máquina sincrónica polifásica constituyen un grupo de circuitos eléctricos acoplados inductivamente, algunos de los cuales se encuentran en rotación relativa con respecto a otros, por lo que las inductancias mutuas son variables. Las ecuaciones generales desarrolladas para los enlaces de flujo de los diversos devanados son aplicables al estado estable y al análisis transitorio[7].

Si se consideran los circuitos magnéticos lineales sin tomar en cuenta a la saturación, permitirá que cuando sea conveniente, el referirse por separado al flujo y a los enlaces de flujo producidos por una componente de la fuerza magnetomotriz (fmm); aunque en cualquier máquina eléctrica sólo se presenta el flujo físico total debido a la fmm resultante de todas las fuerzas magnetizantes. Las dos partes principales de una máquina sincrónica son estructuras ferromagnéticas.

La parte estacionaria, que es esencialmente un cilindro hueco, se llama estator o armadura, y tiene ranuras longitudinales en las que hay bobinas del devanado de armadura. Estos devanados llevan la corriente suministrada a la carga eléctrica por el generador, o la corriente recibida por un motor desde una fuente de CA. El rotor es la parte de la máquina que se monta sobre una flecha y rota dentro del estator hueco. El devanado sobre el rotor, llamado devanado de campo, se alimenta con corriente de CD.

La fmm de muy alta intensidad producida por esta corriente en el devanado de campo se combina con la fmm producida por las corrientes en los devanados de

la armadura. El flujo resultante en el entrehierro, o espacio de aire que hay entre estator y rotor, genera voltajes en las bobinas de los devanados de la armadura y da el par electromagnético entre el estator y el rotor. Se suministra la corriente de CD al devanado de campo por medio de un excitador, que puede ser un generador montado sobre la misma flecha o una fuente de CD separada conectada a los devanados de campo por medio de escobillas sobre anillos deslizantes. Generalmente, los grandes generadores de CA tienen excitadores que consisten en una fuente de CA con rectificadores de estado sólido.

3.1.5. Valores Nominales

Los valores nominales típicos de una máquina sincrónica son el voltaje, la frecuencia, la velocidad, la potencia aparente (kilovoltamperes), el factor de potencia, la corriente de campo y el factor de servicio.

3.2. Modelo Matemático

Se considera un modelo dinámico simplificado de un generador, conectado a una línea de transmisión a través de un bus infinito, conocido como sistema de potencia SMIB (*Single Machine Infinite Bus*). El modelo considerado es el modelo clásico de flujo-decadente. Después de hacer las consideraciones pertinentes (ver apéndices A y B) y de asumir que la potencia mecánica de entrada es constante, un modelo para el generador puede ser escrito como sigue [23]:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -b_1 x_3 \sin x_1 - b_2 x_2 + P \\
 \dot{x}_3 &= b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E + u
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Las variables de estado del sistema son el ángulo de carga (x_1), la desviación de

la velocidad del eje de la velocidad síncrona (x_2) y el voltaje interno del eje de cuadratura (x_3). Los coeficientes b_i , $i = 1, \dots, 4$ son positivos, las entradas P y E las cuales representan la potencia mecánica y el voltaje de campo respectivamente, se mantienen constante, y la señal u representa la entrada de control[15].

3.2.1. Puntos de Equilibrio

Debido a consideraciones físicas, se restringe la operación del sistema al conjunto cerrado

$$\mathcal{D}_\delta = \left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x_1 \leq \frac{\pi}{2} - \delta_1, \quad \delta_2 \leq x_3 \right\} \quad (3.2)$$

donde δ_1 y δ_2 son algún número positivo pequeño.

El equilibrio del sistema de lazo abierto 3.1, está dado por $x^* = [x_1^* \ 0 \ x_3^*]^T$, donde x_1^* y x_3^* son las soluciones de

$$E = b_4 x_3^* - b_3 \cos(x_1^*), \quad P = b_1 x_3^* \sin(x_1^*)$$

Una condición necesaria para la existencia del equilibrio es $E > b_4 P / b_1 - b_3$. Si esta desigualdad se mantiene, existe un equilibrio asintóticamente estable en \mathcal{D}_δ , el cual se denota con el superíndice $(\cdot)^*$, esto es $x^* = [x_1^* \ 0 \ x_3^*]^T$, para subrayar el hecho que este es el punto de equilibrio a ser estabilizado[30].

Junto con x^* , el sistema de lazo abierto tiene un equilibrio adicional (x_u^*) el cual puede mostrarse que es inestable. Hay que notar que si $b_4 P / b_1 E > 1$, este equilibrio inestable está dentro de \mathcal{D}_δ , y estará severamente restringido el tamaño del dominio de atracción de x^* .

Para determinar los puntos de equilibrio del sistema 3.1, tomamos las raíces reales de $f(x) = 0$, las consideraciones tomadas en los párrafos anteriores de esta misma sección y los datos de las constantes, que están dadas por: $b_1 = 34,29$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0,149$, $b_4 = 0,3341$, $P = 28,22$, $E = 0,2593$ y $u = 0$. Como resultado, se

presentan dos puntos de equilibrio $x^*=[0,8944 \ 0 \ 1,0552]^T$ y $x_u^*=[1,4524 \ 0 \ 0,8287]^T$, realizando un análisis local para ambos puntos de equilibrio, esto es, linealizamos alrededor de cada uno de ellos, el equilibrio $x^*=[0,8944 \ 0 \ 1,0552]^T$ es asintóticamente estable, mientras que $x_u^*=[1,4524 \ 0 \ 0,8287]^T$ es inestable (se deja esta tarea al lector interesado). El punto de equilibrio asintóticamente estable es el que se utilizará durante todos los análisis que se hagan del generador sincrónico, a menos que se indique lo contrario o que se desplace al origen.

3.3. Dominio de Atracción

El dominio de atracción es también llamado región de estabilidad asintótica o basin, y se explica a continuación[11]:

Sea $\phi(t; x)$ la solución de 3.3, donde $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapeo localmente Lipschitz de un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ dentro de \mathbb{R}^n ; la solución comienza en el estado inicial x en el tiempo $t = 0$, entonces la región de atracción es definida como el conjunto de todos los puntos x tal que el $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t; x) = 0$.

$$\dot{x} = f(x) \quad (3.3)$$

Encontrar la región de atracción exacta analíticamente puede ser difícil o aún imposible[9]. Sin embargo, las funciones de Lyapunov pueden ser usadas para estimar la región de atracción, que es, encontrar conjuntos contenidos en la región de atracción[34][37].

Teorema 3.1 *Sea $x = 0$ un punto de equilibrio para 3.3 y $D \subset \mathbb{R}^n$ un dominio conteniendo $x = 0$. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable, tal que*

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \text{ en } D - \{0\} \quad (3.4)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } D \quad (3.5)$$

Entonces x es estable. Aún más, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ en } D - \{0\} \quad (3.6)$$

entonces $x = 0$ es asintóticamente estable.

◇ ◇ ◇

De la prueba del teorema 3.1 se nota que, si existe una función de Lyapunov que satisface las condiciones de estabilidad asintótica sobre un dominio D , y si $\Omega_c = \{x \in \mathfrak{R}^n \mid V(x) \leq c\}$ es acotado y contenido en D , entonces cada trayectoria que empieza en Ω_c se queda en Ω_c y se aproxima al origen como $t \rightarrow \infty$. Así Ω_c es un estimado del dominio de atracción[11].

Este estimado sin embargo, puede ser conservativo; esto es, puede ser mucho más pequeño que la región de atracción real. La región de atracción será el espacio completo \mathfrak{R}^n , si para cualquier estado inicial x , la trayectoria $\phi(t; x)$ se aproxima al origen como $t \rightarrow \infty$, no importa que tan grande es $\|x\|$; si algún punto de equilibrio asintóticamente estable en el origen tiene esta propiedad, se dice que es globalmente asintóticamente estable. La estabilidad asintótica global puede ser establecida si cualquier punto $x \in \mathfrak{R}^n$ puede ser incluido en el interior de un conjunto acotado Ω_c . Es obvio que para que esto se mantenga, la condición del teorema 3.1 debe de mantenerse globalmente, esto es, $D = \mathfrak{R}^n$.

3.3.1. Métodos para el Cálculo del Dominio de Atracción

Muy a menudo, no es suficiente determinar que un sistema dado tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable, más bien, es importante encontrar la región de atracción de ese punto, o al menos un estimado de el[40].

Es importante encontrar estimados de la región de atracción que no sean tan conservativo, ya que un estimado muy conservativo de la región de atracción puede

resultar en un tiempo crítico de libramiento de falla demasiado pequeño para que sea útil [12][32][33].

Sea el origen $x = 0$ un punto de equilibrio asintóticamente estable para el sistema no lineal 3.3

donde $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ es un mapeo localmente Lipschitz y $D \subset \mathbb{R}^n$ es un dominio conteniendo al origen. Sea $\phi(t; x)$ la solución de 3.3 que empieza en el estado x en el tiempo $t = 0$. La región de atracción del origen denotada por R_A , es definida por

$$R_A = \{x \in D \mid \phi(t; x) \rightarrow 0 \text{ como } t \rightarrow \infty\} \quad (3.7)$$

Algunas propiedades de la región de atracción se establecen en el siguiente lema.

Lema 3.1 *Si $x = 0$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable para 3.3, entonces su región de atracción R_A es un abierto, conectado, conjunto invariante. Aún más, el límite de R_A está formado por trayectorias.*

◇ ◇ ◇

Este lema sugiere que una manera de determinar la región de atracción es caracterizar esas trayectorias las cuales quedan sobre el límite de R_A . Existen algunos métodos los cuales aproximan el problema desde este punto de vista. También los métodos de Lyapunov pueden ser usados para encontrar la región de atracción R_A o un estimado de este. La herramienta básica para encontrar el límite de R_A es el teorema de Zubov, que tiene el carácter de un teorema de existencia y requiere la solución de una ecuación diferencial parcial; por medio de procedimientos más simples se pueden encontrar estimados de R_A usando métodos de Lyapunov. Por un estimado de R_A se refiere a un conjunto $\Omega \subset R_A$ tal que cada trayectoria que empieza en Ω se aproxima al origen como $t \rightarrow \infty$.

El estimado de la región de atracción por medio de los conjuntos Ω_c es simple, pero es usualmente conservativo; hay dos ideas para obtener mejores estimados de la

región de atracción, el primero está basado en el teorema de LaSalle[16][21], mientras que el segundo es el método de la trayectoria inversa[21], el cual usa simulación computacional.

El teorema de LaSalle provee un estimado de R_A dado por el conjunto Ω , el cual es un conjunto compacto invariante positivamente:

Teorema 3.2 *Sea $\Omega \subset D$ un conjunto compacto que es positivamente invariante con respecto a 3.3. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una función continuamente diferenciable tal que $\dot{V} \leq 0$ en Ω . Sea E el conjunto de todos los puntos en Ω donde $\dot{V} = 0$. Sea M el conjunto invariante más grande en E . Entonces cada solución que comienza en Ω se aproxima a M como $t \rightarrow \infty$.*

◇ ◇ ◇

Trabajando con el conjunto Ω_c , cuyo límite es una superficie de Lyapunov, es un caso especial donde la invarianza del conjunto sigue de la definición de negatividad de $\dot{V}(x)$; se puede trabajar con conjuntos más generales, pero se necesita establecer primero que el conjunto será un conjunto positivamente invariante. Esto requiere investigar el campo vectorial en el límite del conjunto para asegurar que las trayectorias que comienzan en el conjunto no salen de este.

El método de la trayectoria inversa usa simulación computacional para hacer más grande el estimado inicial de la región de atracción. El nombre del método viene de la dirección inversa de las trayectorias de 3.3 por medio de integración hacia atrás. Esto es equivalente a integrar el sistema 3.8 hacia adelante

$$\dot{x} = -f(x) \tag{3.8}$$

el cual es obtenido de 3.3 al reemplazar t por $-t$. El sistema tiene la misma configuración de trayectorias en el espacio de estado que el sistema 3.3, pero con las trayectorias recorridas en sentido contrario.

Sea $W_o \subset D$ un conjunto compacto que contiene el origen en su interior. Suponer que W_o es positivamente invariante con respecto a 3.3 y que existe una función continuamente diferenciable definida positiva $V : W_o \rightarrow \mathfrak{R}$ tal que

$$\dot{V}(x) < 0 \quad \forall x \in W_o - \{0\}$$

De acuerdo con los teoremas 3.1 y 3.2 el origen es un equilibrio asintóticamente estable para 3.3 y $W_o \subset R_A$. Consecuentemente, W_o es conectado. Para $x \in W_o$, sea $\psi(t, x)$ la solución de 3.8 que comienza en x en el tiempo $t = 0$. Esto es la integración inversa de 3.3 comenzando en x . Ya que $f(x)$ es localmente Lipschitz y W_o es compacto, existe $T > 0$ tal que $\psi(t, x)$ está definido en $[0, T)$ para toda $x \in W_o$. La integración inversa comenzando en $x \in W_o$ puede tener un escape de tiempo finito, sin embargo la integración hacia adelante está definida para toda t desde que $x \in R_A$.

3.3.2. Dominio de Atracción del Generador en Lazo Abierto

Los pasos para determinar el dominio de atracción del generador sincrónico de tercer orden se toman de [21]. Es posible trasladar el sistema 3.1 al origen y determinar todos los puntos de equilibrio incluyendo el trivial, sin embargo esto no es necesario, pero en este ejercicio se hará de esta manera, realizándose el análisis de estabilidad local de tales puntos. Así se presentan dos puntos de equilibrio uno en $x_1^* = (0,0,0)$ y el otro en $x_2^* = (0.5579, 0, -0.2264)$ que se repiten cada $2n\pi$ para valores de $n = \pm 1, 2, 3, \dots$. Después de linealizar alrededor de ambos puntos de equilibrio y determinar sus valores propios para ambas matrices, el punto de equilibrio x_1^* resultó asintóticamente estable, mientras que x_2^* inestable.

Se determina una región de estabilidad arbitrariamente pequeña Ω_o alrededor de cada punto de equilibrio asintóticamente estable en el dominio del espacio de estado de interés. Esto significa encontrar regiones Ω_o con límites Γ_o , como en el siguiente

teorema, que puede obtenerse fácilmente una vez que el paso anterior se ha realizado.

Teorema 3.3 . *Dado el sistema autónomo 3.1 con la parte derecha continua, si el origen es asintóticamente estable, i.e., existe una función de Lyapunov definida positiva $V(x)$ tal que:*

a) $\Omega_o = \{x : V(x) < k_o\}$ está simplemente conectado con límite Γ_o ,

b) $\dot{V}(x) < 0 \forall x \in \{x : V(x) \leq k_o\}, x \neq 0$

◇ ◇ ◇

Entonces el RAS puede aproximarse arbitrariamente bien por medio de una secuencia convergente de dominios simplemente conectados generados por la técnica de integración inversa, empezando desde el estimado inicial del RAS Ω_o . Para esto se genera una circunferencia con radio arbitrariamente pequeño, en este caso $r = 0,005$ y paso también suficientemente pequeño para cubrir la mayor área posible ($\pi/36$) alrededor de ambos puntos de equilibrio; se aplica el teorema y se integra inversamente el sistema 3.1 en el punto de equilibrio asintóticamente estable, se realiza integración hacia adelante e inversa empezando en el vecindario del otro punto crítico en el dominio de interés; dando la figura 3.1.

En la figura 3.2 se muestran las regiones de estabilidad del generador sincrónico en los puntos de equilibrio x_1^* y x_2^* , y en $\pm 2\pi$ a x_1^* en un periodo anterior y uno posterior.

En los extremos de la figura 3.2 solo se muestra la integración hacia atrás alrededor del equilibrio estable; en la parte del centro se incluye la integración hacia adelante del equilibrio inestable más cercano.

En la figura 3.3 se incrementa el número de puntos alrededor del equilibrio inestable. Puede notarse una trayectoria que cubre por completo el dominio de atracción, esa es la variedad estable del equilibrio inestable.

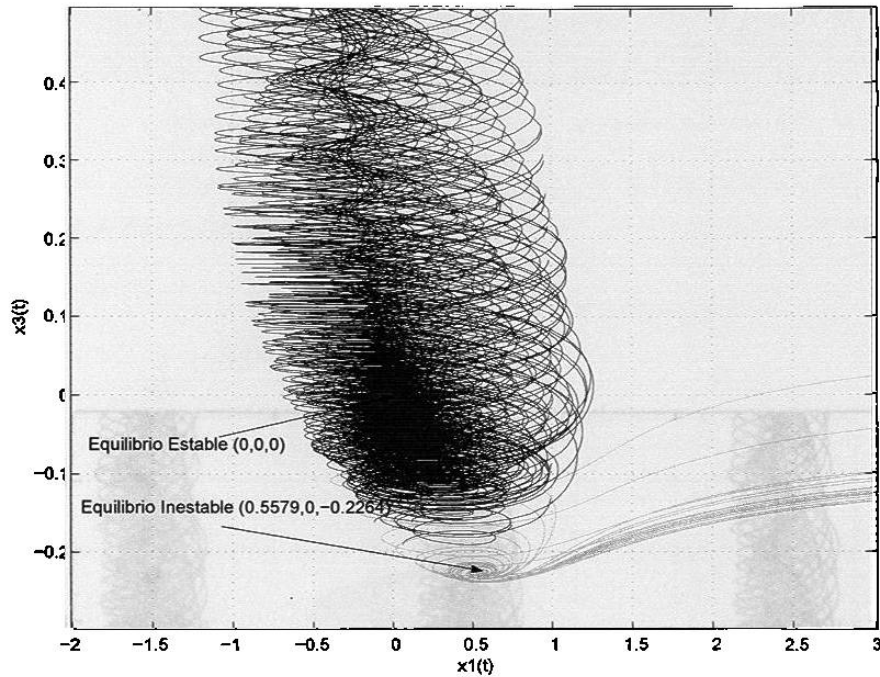


Figura 3.1: Estimado del RAS en Lazo Abierto y Puntos de Equilibrio

Ahora, tomando un punto arbitrariamente cerca del límite de esa variedad se obtiene la siguiente figura que cubre por completo el dominio de atracción del generador. También se puede observar la misma trayectoria en tres dimensiones en la figura 3. El tiempo inverso de 3.1 es equivalente a considerar el sistema (integración hacia atrás): que da la misma trayectoria en el espacio de estado como 3.1 pero en sentido contrario. Esto implica que los puntos de equilibrio asintóticamente estables de 3.1 y en particular el origen, se convertirá en inestable para 3.1.

3.4. Respuesta Dinámica del Generador

En las figuras 3.4 a 3.22 se muestran las respuestas dinámicas del generador en lazo abierto y en lazo cerrado sometido a varias leyes de control, inclusive se muestran los esfuerzos de esas leyes de control. Hay que recordar que esta sección es solo una

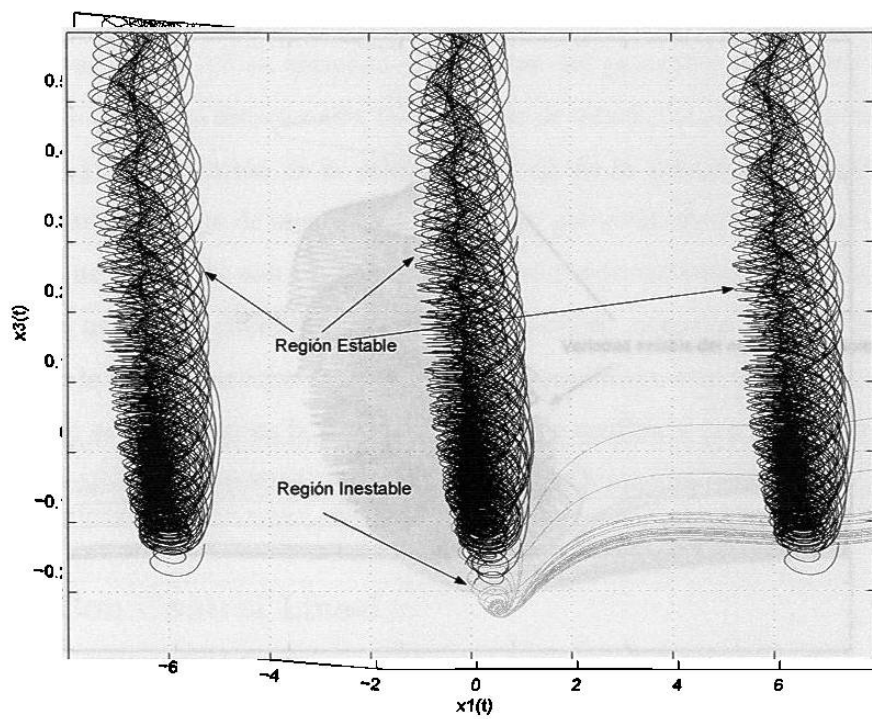


Figura 3.2: Regiones de Estabilidad en Lazo Abierto

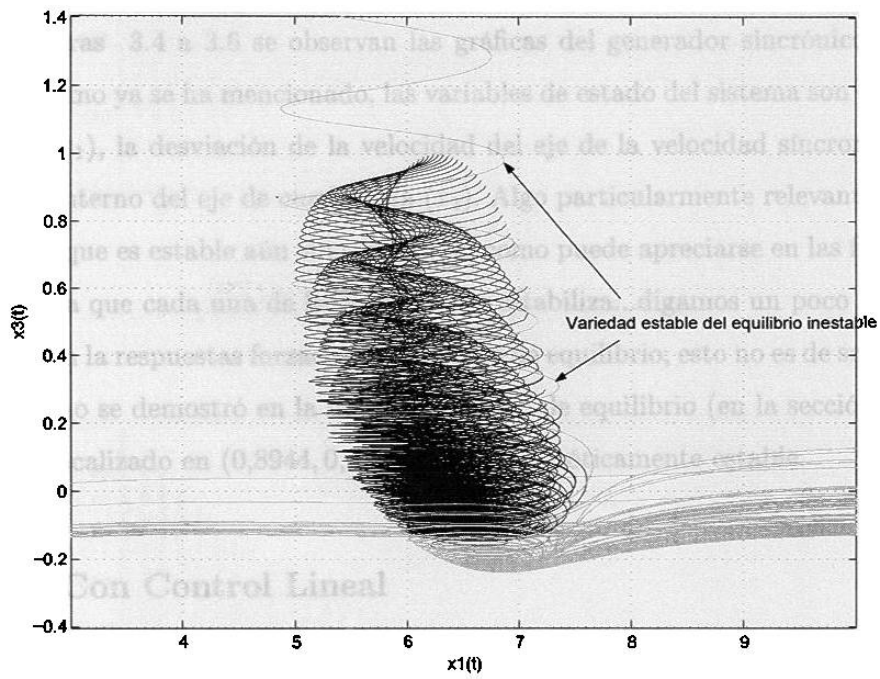


Figura 3.3: Variedad Estable del Equilibrio Inestable

prueba para comparar la respuesta dinámica del sistema bajo el control IDA-PCH, contra las demás leyes de control que se han venido trabajando durante el desarrollo de esta tesis; la aplicación una vez demostrada la superioridad de esta técnica, se llevará a cabo en el siguiente capítulo, con el diseño de diversos controladores IDA-PBC para el convertidor trifásico de potencia.

3.4.1. En Lazo Abierto

En las figuras 3.4 a 3.6 se observan las gráficas del generador sincrónico en lazo abierto. Como ya se ha mencionado, las variables de estado del sistema son el ángulo de carga (x_1), la desviación de la velocidad del eje de la velocidad síncrona (x_2) y el voltaje interno del eje de cuadratura (x_3). Algo particularmente relevante en este sistema es que es estable aún sin control, tal como puede apreciarse en las figuras en cuestión, ya que cada una de las variables se estabiliza...digamos un poco lento (en relación con la respuestas forzadas) en el punto de equilibrio; esto no es de sorprender ya que como se demostró en la sección de punto de equilibrio (en la sección 3.2.1.), éste está localizado en $(0,8944, 0, 1,0552)$ y es asintóticamente estable.

3.4.2. Con Control Lineal

La respuesta dinámica del generador sometido a una ley de control lineal se aprecia en las figuras 3.7 a 3.10. Se notan dos aspectos principalmente en estas gráficas: el primero es la suavidad en las respuestas dinámicas y lo segundo es que el tiempo de establecimiento es mucho menor comparado con el tiempo de establecimiento que se presenta en lazo abierto. Hay que recordar que la ley de control lineal es una ley de control por retroalimentación de estados, determinado por medio de la fórmula de Ackermann; aunque la dinámica se aprecia muy suave, la región en el espacio de estado en la que se presenta este comportamiento es en realidad menor que la región en la que los controladores no lineales siguientes operan.

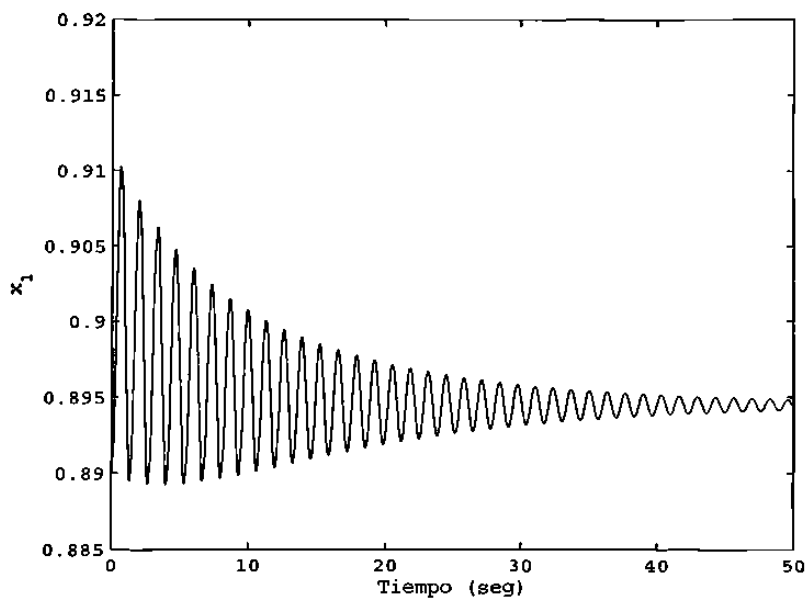


Figura 3.4: Ángulo de Carga (x_1) sin Control

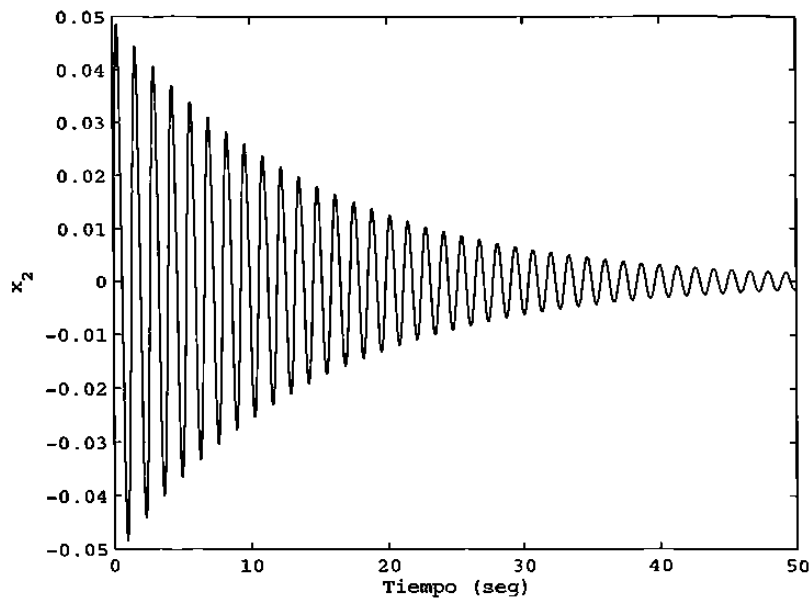


Figura 3.5: Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) sin Control

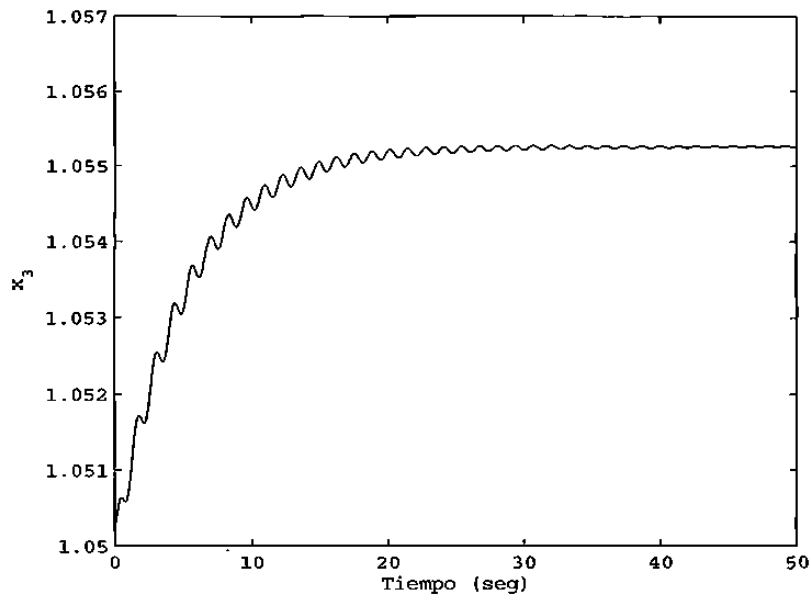


Figura 3.6: Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) sin Control

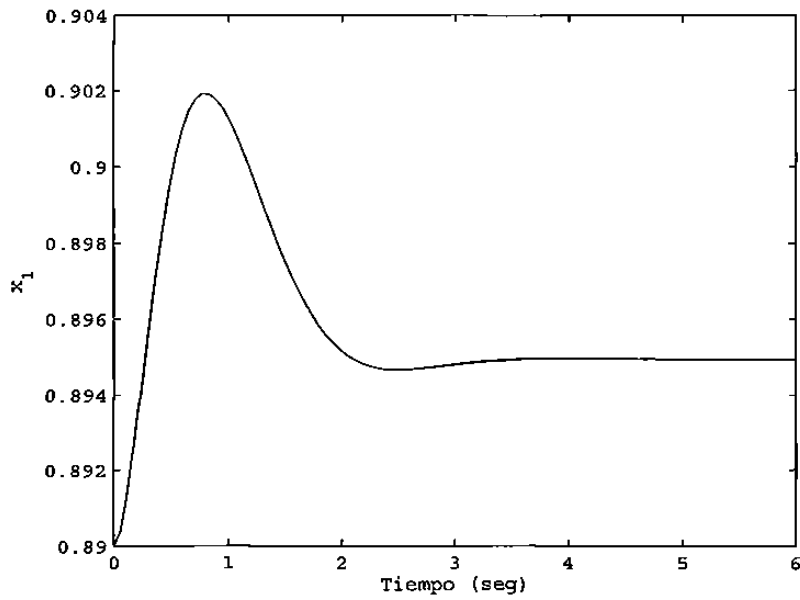


Figura 3.7: Ángulo de Carga (x_1) con Control Lineal

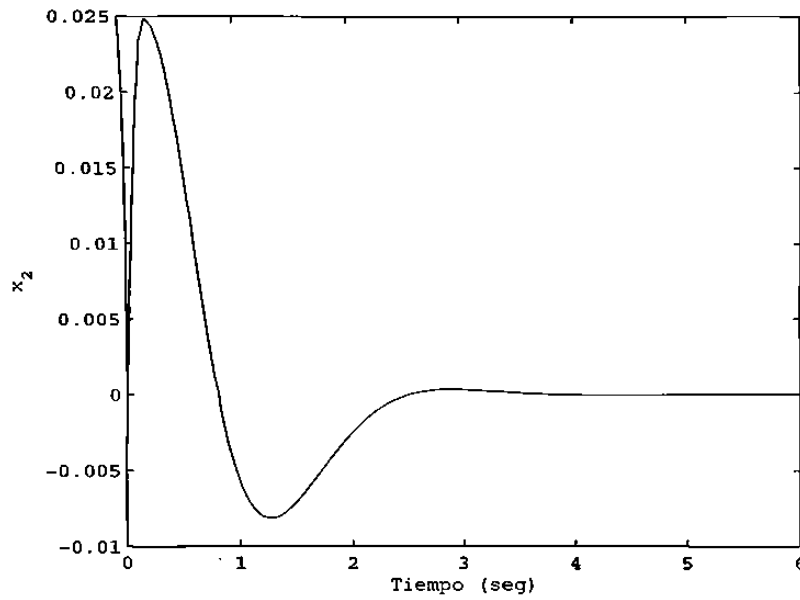


Figura 3.8: Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control Lineal

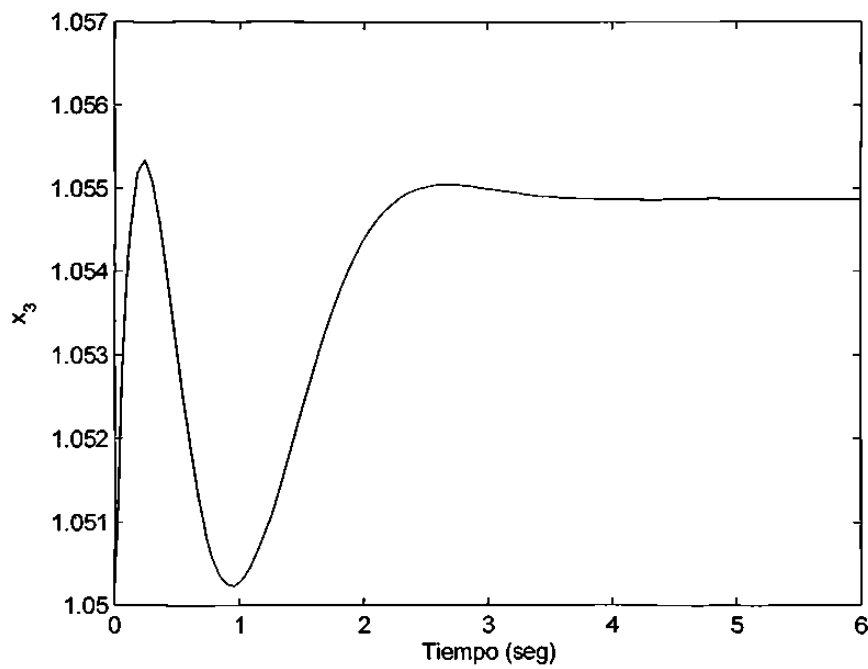


Figura 3.9: Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control Lineal

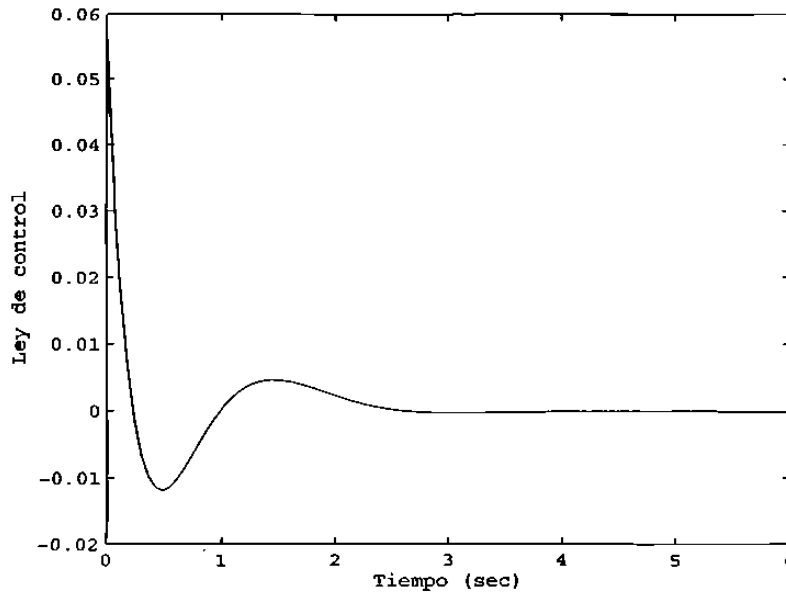


Figura 3.10: Ley de Control Lineal

3.4.3. Con Control L_gV Estático

De la figura 3.11 a la 3.14, se presentan los comportamientos de las variables de estado sometidas a la acción de un control L_gV estático, cuyo esfuerzo es mostrado también en la figura número 3.10. En realidad no se observa un comportamiento tan “bonito” como en el caso del control lineal, incluso el tiempo de establecimiento es mayor que en este último, sin embargo este tipo de controladores es muy popular para aplicaciones como la que se presenta en este trabajo.

3.4.4. Con Control L_gV Dinámico

Se presenta en las figuras 3.15 a 3.18, el comportamiento de las variables de estado provocado por una ley de control no lineal conocida como controlador L_gV dinámico, una modificación del controlador L_gV estático, en el que no es necesario conocer el punto de equilibrio del sistema. Como se nota en las correspondientes curvas de re-

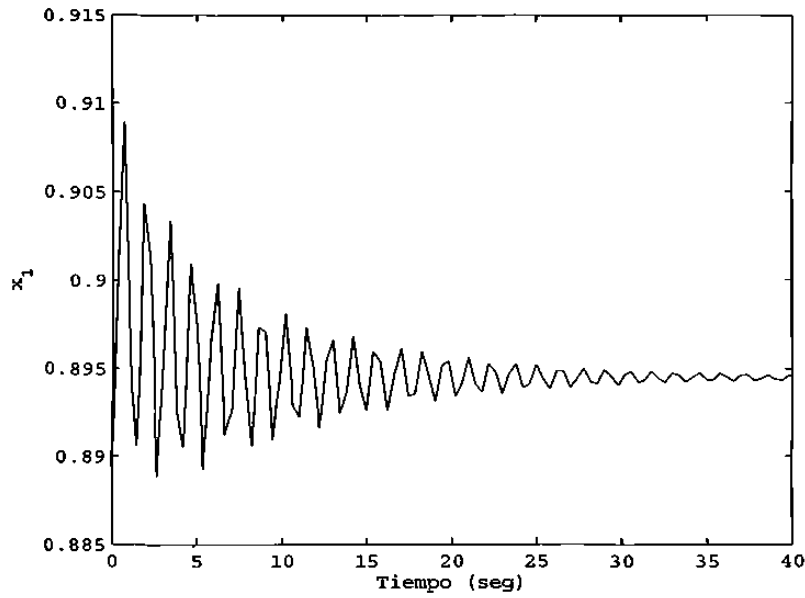


Figura 3.11: Ángulo de Carga (x_1) con Control L_gV Estático

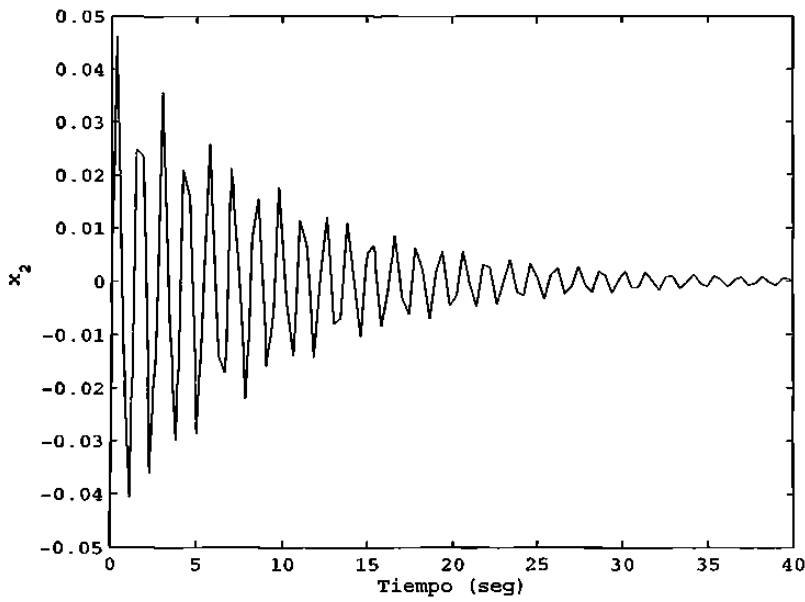


Figura 3.12: Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control L_gV Estático

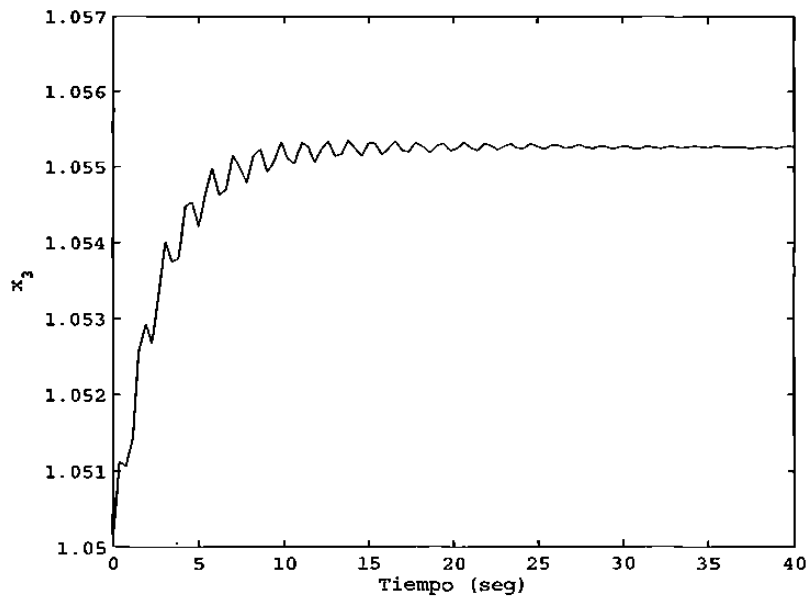


Figura 3.13: Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control L_qV Estático

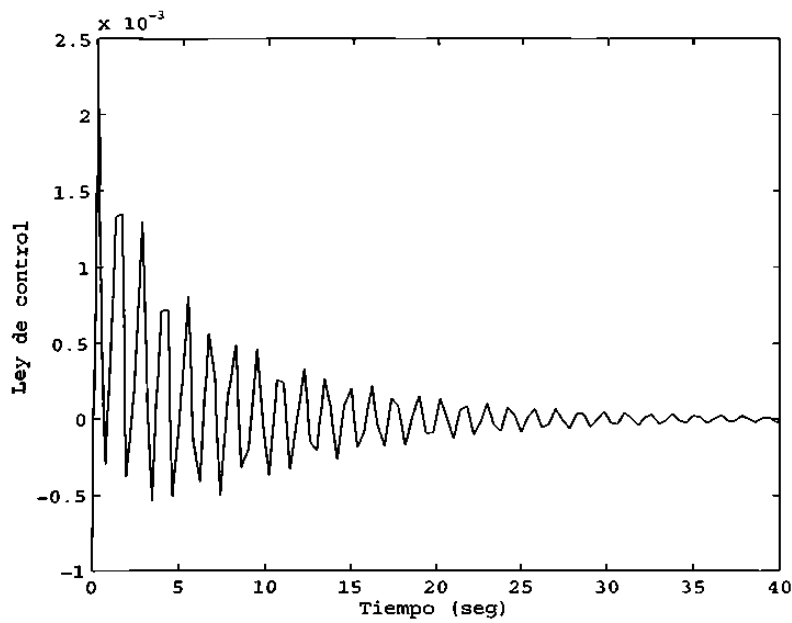


Figura 3.14: Ley de Control L_qV Estático

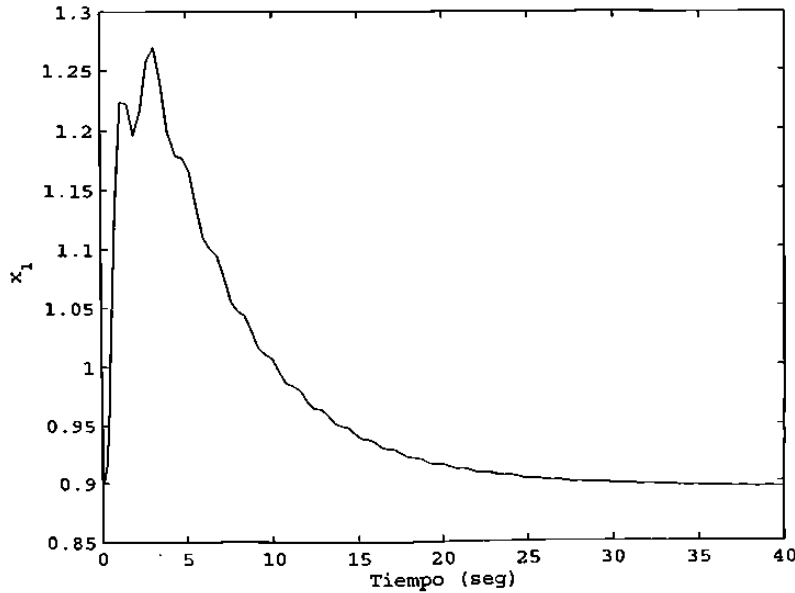


Figura 3.15: Ángulo de Carga (x_1) con Control L_gV Dinámico

spuesta, el comportamiento mejora considerablemente con relación a su contraparte estática, aunque el tiempo de establecimiento es parecido. Lo cierto es que esta ley de control logra llevar al sistema al equilibrio en un tiempo relativamente pequeño.

3.4.5. Con Control IDA-PBC

Definitivamente la mejor combinación la tenemos en la respuesta dinámica que presenta el generador con la aplicación de la ley de control IDA-PBC, ya que este controlador, está formado por una parte lineal y otra no lineal; ésta relación provoca que las dinámicas se establezcan con mayor rapidez que en los casos de los controladores L_gV estático y dinámico, aunque los efectos transitorios duren un poco más que con el controlador lineal, por obvias razones. En las figuras 3.19 a 3.22 se observan dichos comportamientos.

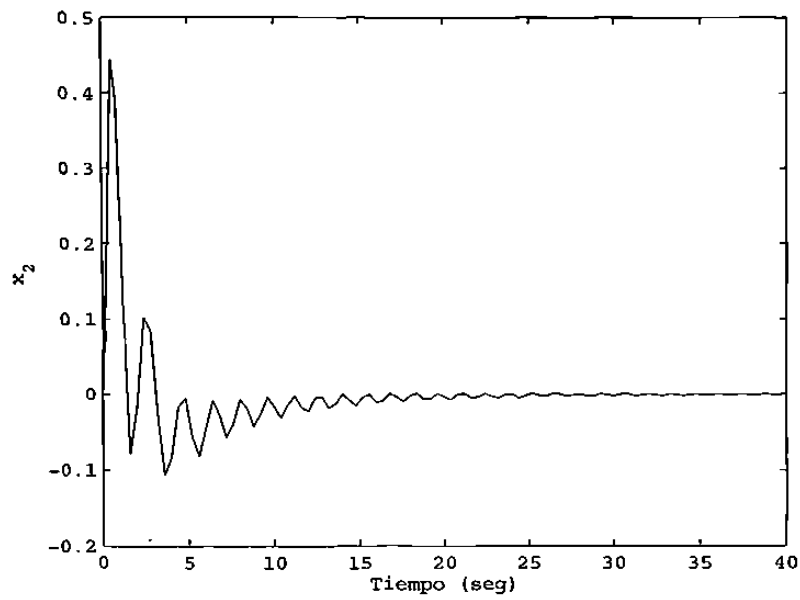


Figura 3.16: Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control L_gV Dinámico

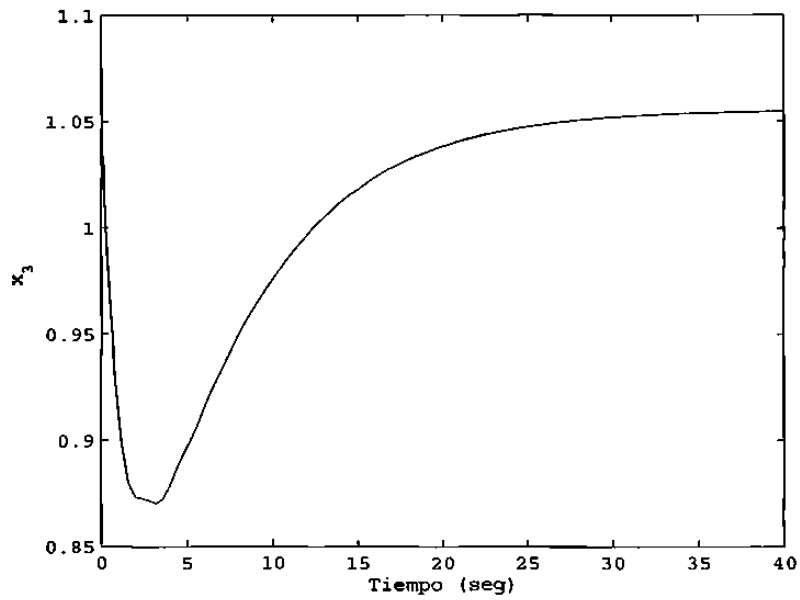


Figura 3.17: Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control L_gV Dinámico

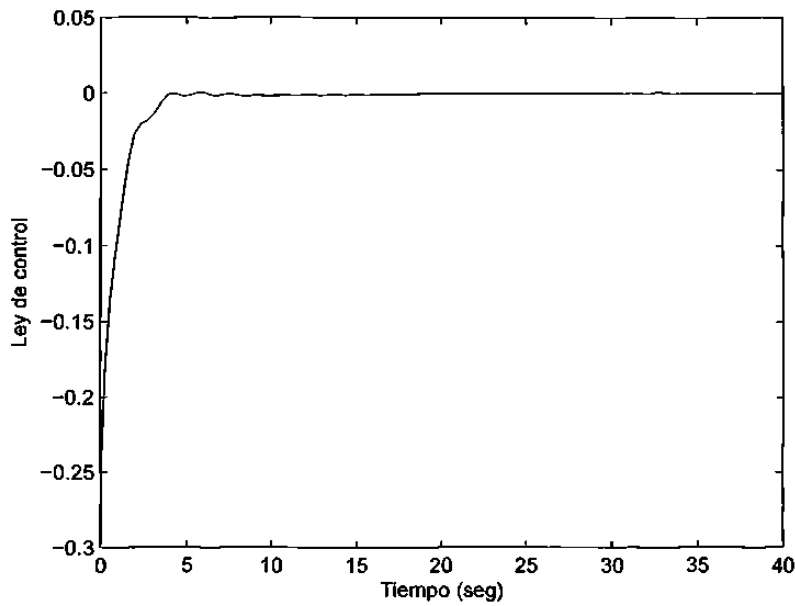


Figura 3.18: Ley de Control $L_g V$ Dinámico

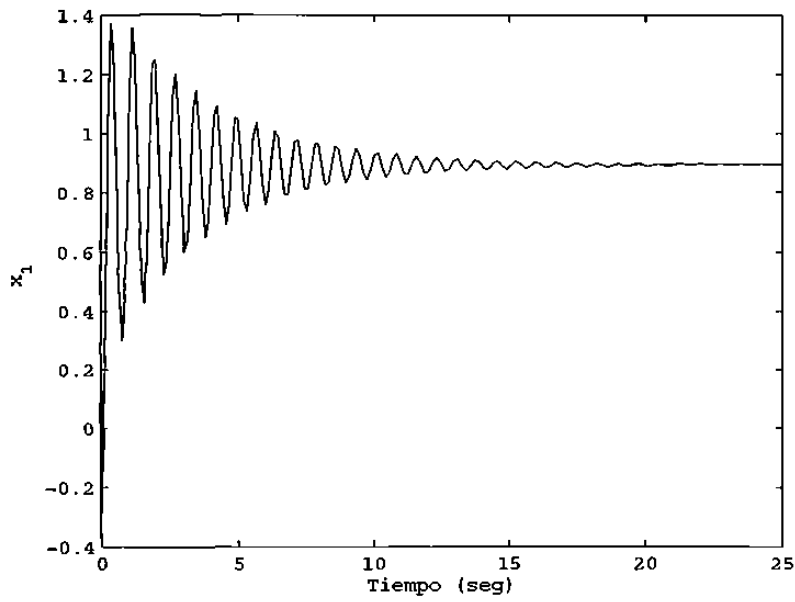


Figura 3.19: Ángulo de Carga (x_1) con Control IDA-PBC

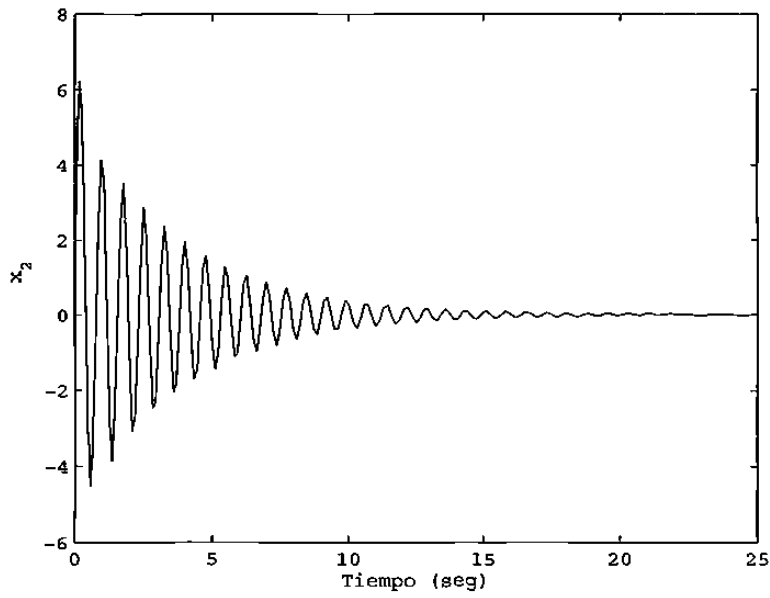


Figura 3.20: Desviación de la Velocidad del Eje (x_2) con Control IDA-PBC

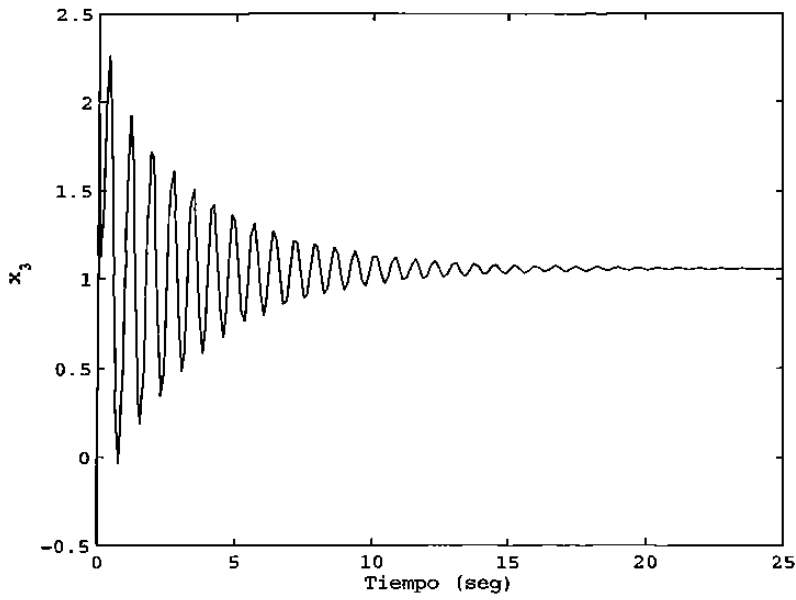


Figura 3.21: Voltaje Interno del Eje de Cuadratura (x_3) con Control IDA-PBC

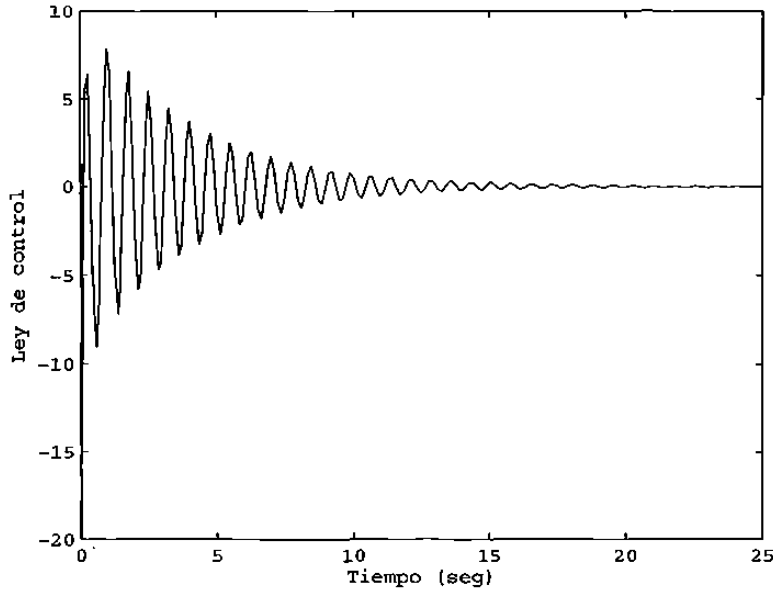


Figura 3.22: Ley de Control IDA-PBC

3.5. Análisis de Sensitividad

Suponer que $f(t, x, \lambda)$ es continua en (t, x, λ) y tiene primeras derivadas parciales continuas con respecto a x y λ para toda $(t, x, \lambda) \in [t_o, t_1] \times \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^p$. Sea λ_o un valor nominal de λ , y suponer la ecuación nominal de estado

$$\dot{x} = f(t, x, \lambda_o) \quad \text{con} \quad x(t_o) = x_o$$

tiene una única solución $x(t, \lambda_o)$ sobre $[t_o, t_1]$. Del siguiente teorema:

Teorema 3.4 *Sea $f(t, x, \lambda)$ continua en (t, x, λ) y localmente Lipschitz en x (uniformemente en t y λ) sobre $[t_o, t_1] \times D \times \{\|\lambda - \lambda_o\| \leq c\}$, donde $D \subset \mathfrak{R}^n$ es un conjunto conectado abierto. Sea $y(t, \lambda_o)$ una solución de $\dot{x} = f(t, x, \lambda_o)$ con $y(t_o, \lambda_o) = y_o \in D$. Suponer que $y(t, \lambda_o)$ está definida y pertenece a D para toda*

$t \in [t_o, t_1]$. Entonces, dado un $\epsilon > 0$, existe un $\delta > 0$, tal que si

$$\|z_o - y_o\| < \delta \quad \text{y} \quad \|\lambda - \lambda_o\| < \delta$$

entonces hay una solución única $z(t, \lambda)$ de $\dot{x} = f(t, x, \lambda)$ definida sobre $[t_o, t_1]$, con $z(t_o, \lambda) = z_o$, y $z(t, \lambda)$ que satisface

$$\|z(t, \lambda) - y(t, \lambda_o)\| < \epsilon, \quad \forall t \in [t_o, t_1]$$

◇ ◇ ◇

se conoce que para toda λ suficientemente cercana a λ_o , esto es, $\|\lambda - \lambda_o\|$ suficientemente pequeña, la ecuación de estado

$$\dot{x} = f(t, x, \lambda_o) \quad \text{con} \quad x(t_o) = x_o$$

tiene una solución única $x(t, \lambda)$ sobre $[t_o, t_1]$ que está cerca a la solución nominal $x(t, \lambda_o)$. La continua diferenciable de f con respecto a x y λ implica la propiedad adicional que la solución $x(t, \lambda)$ es diferenciable con respecto a λ cerca de λ_o . Para notar esto, se escribe[11]:

$$x(t, \lambda) = x_o + \int_{t_o}^t f(s, x(s, \lambda), \lambda) ds$$

Tomando derivadas parciales con respecto a λ resulta

$$x_\lambda(t, \lambda) = \int_{t_o}^t \left[\frac{\partial f}{\partial x}(s, x(s, \lambda), \lambda) x_\lambda(s, \lambda) + \frac{\partial f}{\partial \lambda}(s, x(s, \lambda), \lambda) \right] ds$$

donde $x_\lambda(t, \lambda) = \left[\frac{\partial x(t, \lambda)}{\partial \lambda} \right]$ y $\left[\frac{\partial x_o}{\partial \lambda} \right] = 0$, ya que x_o es independiente de λ . Diferenciando con respecto a t , $x_\lambda(t, \lambda)$ satisface la ecuación diferencial

$$\frac{\partial x_\lambda(t, \lambda)}{\partial t} = A(t, \lambda) x_\lambda(t, \lambda) + B(t, \lambda), \quad x_\lambda(t_o, \lambda) = 0 \quad (3.9)$$

donde

$$A(t, \lambda) = \left. \frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial x} \right|_{x=x(t, \lambda)}, \quad B(t, \lambda) = \left. \frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x=x(t, \lambda)}$$

Para λ suficientemente cercana a λ_o , las matrices $A(t, \lambda)$ y $B(t, \lambda)$ son definidas sobre $[t_o, t_1]$. Entonces, $x_\lambda(t, \lambda)$ está definida sobre el mismo intervalo. En $\lambda = \lambda_o$, el lado derecho de la ecuación 3.10 depende solo de la solución nominal $x(t, \lambda_o)$. Sea $S(t) = x_\lambda(t, \lambda_o)$; entonces $S(t)$ es la única solución de la ecuación

$$\dot{S}(t) = A(t, \lambda_o)S(t) + B(t, \lambda_o), \quad S(t_o) = 0 \quad (3.10)$$

La función $S(t)$ es llamada la función de sensibilidad, y 3.10 es llamada la ecuación de sensibilidad. Las funciones de sensibilidad proporcionan estimados de primer orden de los efectos de las variaciones de los parámetros sobre las soluciones. Esto puede también ser usado para aproximar la solución cuando λ está suficientemente cerca a su valor nominal λ_o . Para pequeño $\|\lambda - \lambda_o\|$, $x(t, \lambda)$ puede ser expandido en una serie de Taylor acerca de la solución nominal $x(t, \lambda_o)$ para obtener

$$x(t, \lambda) = x(t, \lambda_o) + S(t)(\lambda - \lambda_o) + \text{términos de alto orden}$$

Rechazando los términos de alto orden, la solución $x(t, \lambda)$ puede ser aproximada por

$$x(t, \lambda) \approx x(t, \lambda_o) + S(t)(\lambda - \lambda_o) \quad (3.11)$$

El significado de 3.11 está en el hecho que el conocimiento de la solución nominal y la función de sensibilidad basta para aproximar la solución para todos los valores de λ en una (pequeña) bola centrada en λ_o .

El procedimiento para calcular la función de sensibilidad $S(t)$ es dada por los siguientes pasos:

- Resolver la ecuación de estado nominal para la solución nominal $x(t, \lambda_o)$.

- Evaluar el jacobiano de las matrices

$$A(t, \lambda_o) = \left. \frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial x} \right|_{x=x(t, \lambda_o), \lambda=\lambda_o}$$

$$B(t, \lambda_o) = \left. \frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{x=x(t, \lambda_o), \lambda=\lambda_o}$$

- Resolver la ecuación de sensibilidad 3.11 para $S(t)$.

En este procedimiento, se necesita resolver una ecuación de estado nominal no lineal y una ecuación de sensibilidad lineal variante en el tiempo. Excepto para algún caso trivial, será necesario resolver esas ecuaciones numéricamente. Una aproximación alternativa para calcular $S(t)$ es resolver para la solución nominal y la función de sensibilidad simultáneamente. Un procedimiento para calcular $x_\lambda(t, \lambda)$ es adjuntar la ecuación variacional 3.9 con la ecuación de estado original para obtener la ecuación aumentada ($n + np$)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x, \lambda), & x(t_o) &= x_o \\ \dot{x}_\lambda &= \left[\frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial x} \right] x_\lambda + \left[\frac{\partial f(t, x, \lambda)}{\partial \lambda} \right], & x_\lambda(t_o) &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

la cual es resuelta numéricamente. La función de sensibilidad $S(t)$ puede ser calculada resolviendo 3.12 en el valor nominal $\lambda = \lambda_o$. Si la ecuación de estado nominal es autónoma, esto es, $f(t, x, \lambda) = f(x, \lambda)$, entonces la ecuación aumentada 3.12 será autónoma también.

3.5.1. Análisis Paramétrico del Generador Sincrónico

El análisis de sensibilidad fue aplicado al modelo matemático del generador, para el cual se consideraron los parámetros b_1 , b_3 , b_4 , P y E (ver apéndice A para su formulación), el parámetro b_2 no se consideró debido a que el valor que se le asignó

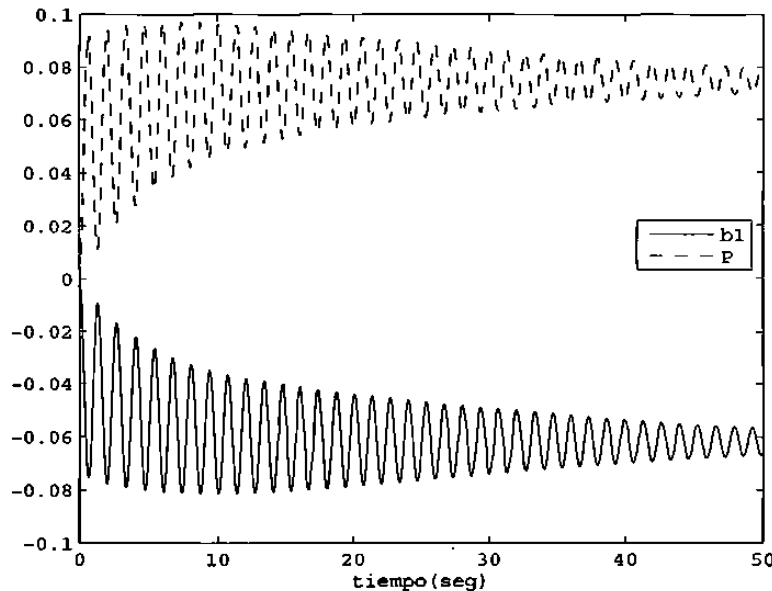


Figura 3.23: Sensitividad de x_1 con respecto a los parámetros b_1 y P

en el modelo matemático de tercer orden con decaimiento de flujo es de cero. Explorando las figuras 3.23 a 3.31 se puede observar que las soluciones del sistema son más sensitivas a variaciones en los parámetros b_3 , b_4 y E que a b_1 y P .

En el caso de la sensitividad para la variable x_1 , se aprecia en las figuras 3.23 y 3.24 que la mayor influencia está dada por los parámetros b_4 y E .

En las soluciones de x_2 puede notarse en las figuras 3.25 a 3.29 que sucede lo mismo que en la variable anterior, es decir, x_2 es más sensitiva a los parámetros b_4 y E además de b_3 .

En el caso de la sensitividad para x_3 , de acuerdo con las figuras 3.30 y 3.31 se nota que esta variable es la menos afectada por los cinco parámetros, aunque de igual forma que en x_1 y x_2 , los parámetros que tienen mayor influencia son b_4 y E además de b_3 en menor proporción como ocurre particularmente con x_2 .

Con las observaciones anteriores se puede concluir sin lugar a duda que los parámetros

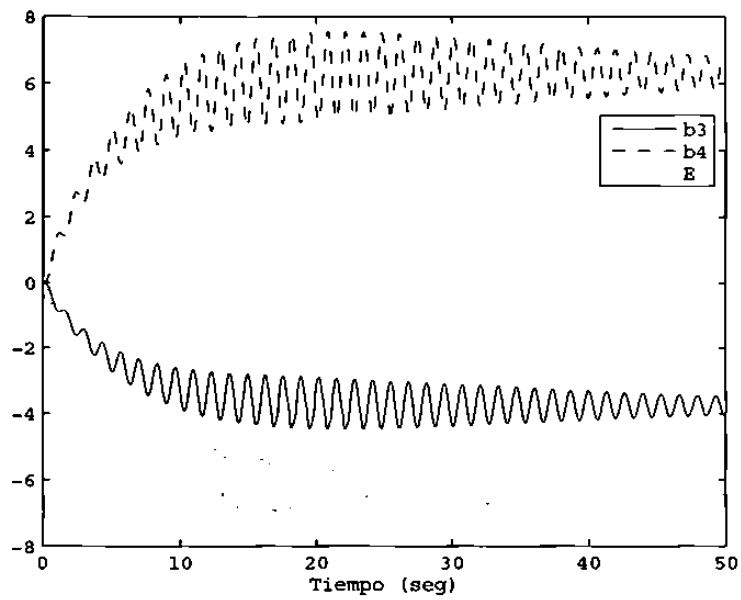


Figura 3.24: Sensibilidad de x_1 con respecto a los parámetros b_3 , b_4 y E

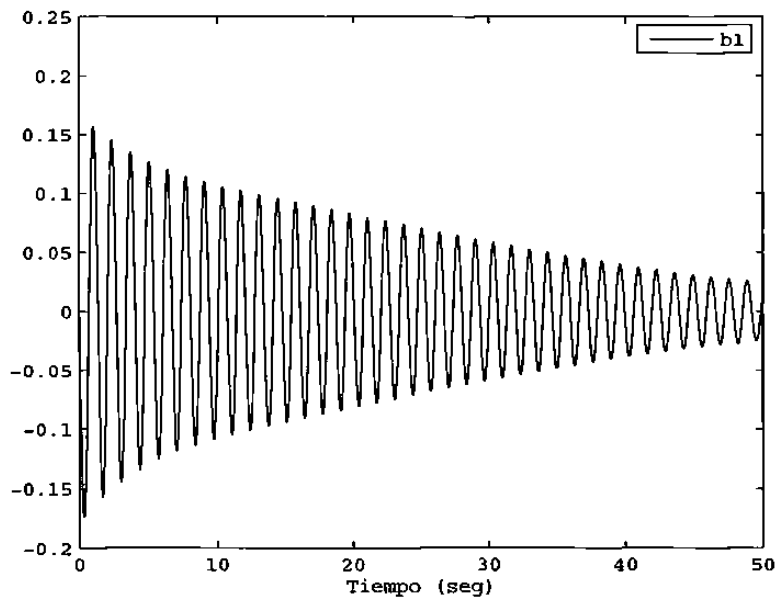


Figura 3.25: Sensibilidad de x_2 con respecto al parámetro b_1

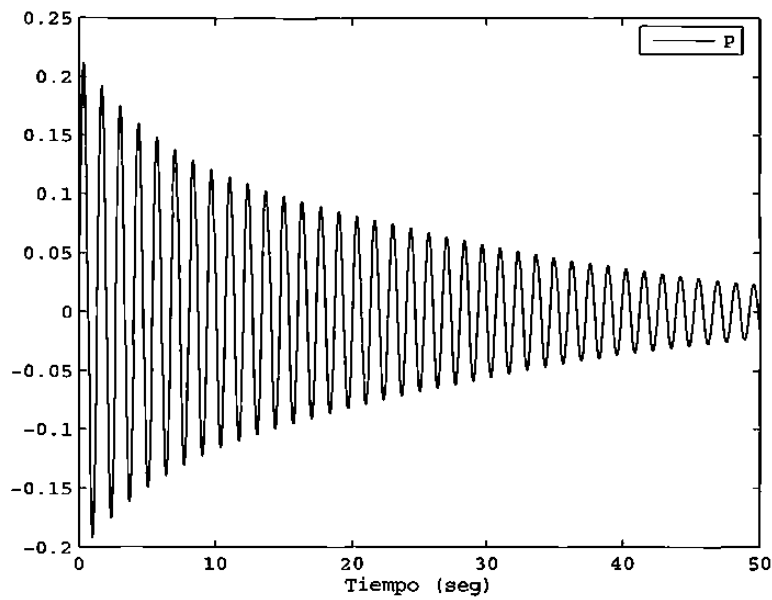


Figura 3.26: Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro P

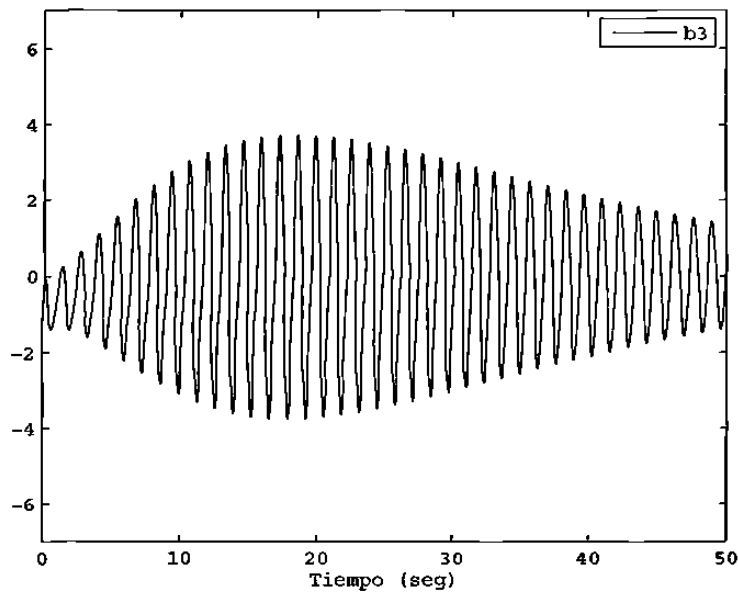


Figura 3.27: Sensitividad de x_2 con respecto al parámetro b_3

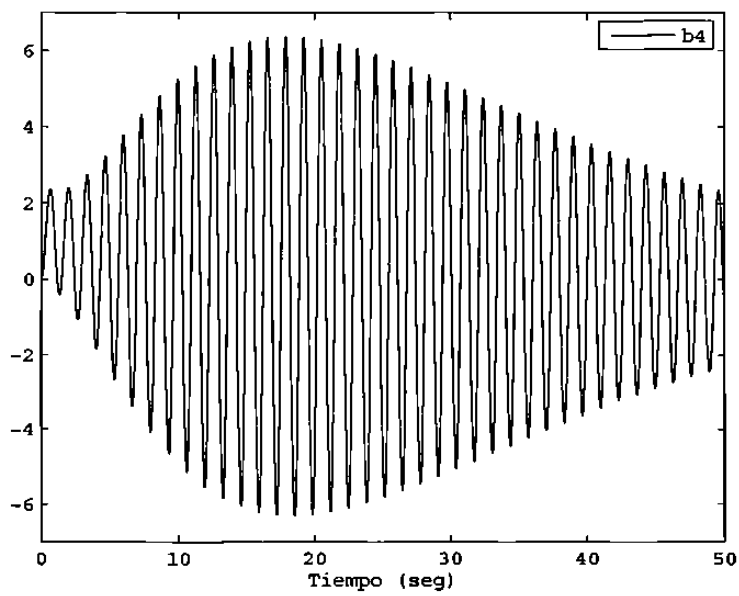


Figura 3.28: Sensibilidad de x_2 con respecto al parámetro b_4

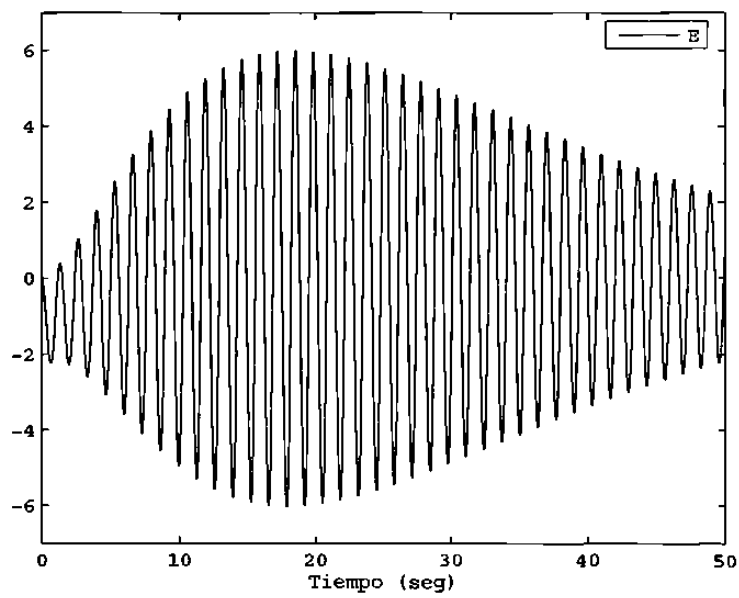


Figura 3.29: Sensibilidad de x_2 con respecto al parámetro E

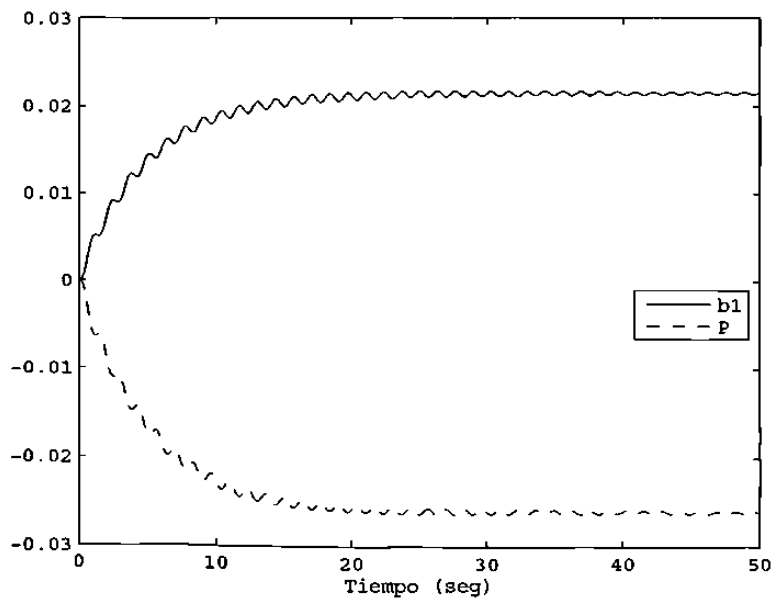


Figura 3.30: Sensitividad de x_3 con respecto a los parámetros b_1 y P

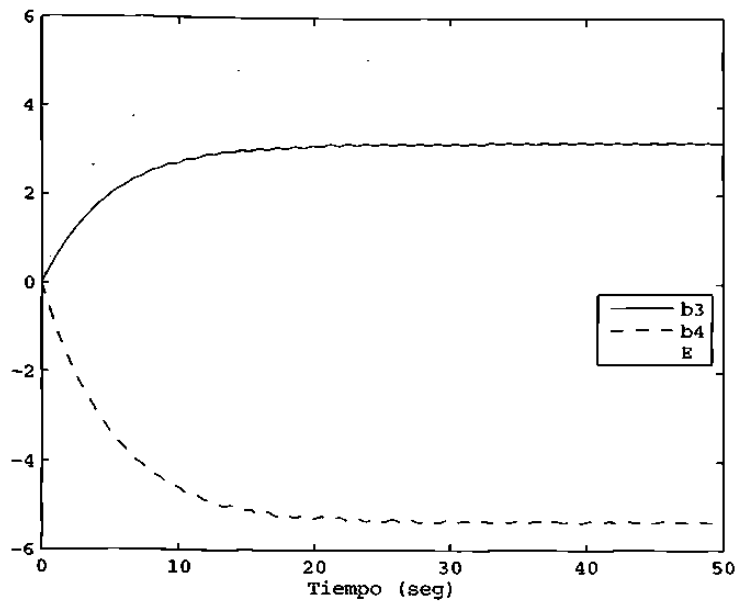


Figura 3.31: Sensitividad de x_3 con respecto a los parámetros b_3 , b_4 y E

ros que afectan mayormente a las soluciones del sistema son b_4 y E , y que las soluciones de la variable x_2 son las que tienen mayor influencia de estos parámetros. Este patrón de comportamiento se mantiene si se analiza el sistema con condiciones iniciales diferentes.

Capítulo 4

Convertidor Trifásico de Potencia

4.1. Introducción

Después del análisis desarrollado en el caso del generador sincrónico de flujo-decadente, se llega a la conclusión que la metodología IDA-PBC arroja los mejores resultados combinados, es decir, el mayor compromiso entre el tamaño del dominio de atracción y el desempeño dinámico del sistema[45]. La acción del controlador puede también ser entendido en términos de energía, como otro sistema dinámico interconectado con el proceso para modificar su funcionamiento. El problema del control entonces se resuelve encontrando un sistema dinámico y una interconexión, tal que toda su función de energía tome la forma que se desea. Esta forma de energía (*energy-shaping*) que es la esencia del control basado en pasividad (PBC)[41], se seguirá usando en el presente capítulo, y se expresará en el modelo matemático del convertidor trifásico de potencia, en la forma (o clase) de los sistemas hamiltonianos de puerto controlado PCH, donde la función de energía es dada por el hamiltoniano del sistema.

Es necesario que los elementos secundarios en un sistema de potencia, específicamente, los convertidores de potencia, entreguen un voltaje de amplitud y frecuencia constante, con una corriente que corresponda a la potencia requerida por la carga.

El convertidor trifásico es uno de los elementos claves para la construcción de dispositivos FACTS (*Flexible Alternating Current Transmission Systems*), que dependiendo de su aplicación, se utilizan ya sea como un simple compensador de energía reactiva o como filtro activo.

Por ejemplo, si se utiliza como un compensador de energía reactiva, las corrientes son constantes, pero si la aplicación es como filtro activo, las corrientes de referencia toman formas muy caprichosas volviéndose señales complicadas de seguir, ya que tienen que ver con las armónicas del sistema a filtrar y esto las vuelve variantes en el tiempo, y en algunos puntos no se pueden diferenciar debido a que presentan muchos picos.

Es interesante el estudio de los convertidores de potencia porque tienen dispositivos que conmutan, cuya dinámica promedio es descrita por un sistema bilineal de segundo orden de fase no mínima, con entrada saturada y parámetros altamente inciertos como lo son la resistencia de carga y el voltaje de entrada, siendo altamente deseable que el controlador sea robusto a ambas cosas.

Los trabajos en los que se utiliza la técnica IDA-PBC (*Interconnection and Damping Assignment-Passivity Based Control*) para controlar convertidores de potencia, emplean convertidores de una fase en su mayoría, como se muestra en [42], donde se determina el control IDA-PBC de un rectificador AC/DC tipo boost de onda completa con flujo de potencia bi-direccional; en dicho trabajo el diseño del controlador toma ventaja de la técnica de modelado promedio de espacio de estado generalizado del rectificador GSSA, por las siglas en inglés: *Generalized State Space Averaging*, para convertir el problema no estándar en variables originales en uno de regulación estándar en variables GSSA, voltaje de CD constante a la salida y factor de potencia de entrada unitario.

Se trabaja exactamente el mismo rectificador en [43] y [44], pero la diferencia está en el modelado del elemento de carga que hace diferente la representación matemática del sistema. En [43] por ejemplo, el funcionamiento del sistema de lazo cerrado

cumple con el factor de potencia de entrada unitario y la regulación del voltaje de salida de CD, siendo las señales medidas la corriente de salida en lugar de la corriente de línea y el voltaje de carga, suponiendo conocido el voltaje de entrada; el número de sensores sin embargo no se incrementa en comparación con aproximaciones tradicionales; el sistema completo es robusto con respecto a variaciones en la carga.

Se desarrolla un PBC para un rectificador trifásico en [45] y otro en [46], pero ninguno mediante control IDA; en el primero se realizó una ligera modificación a un *nested-loop* PBC consistente de la adición de un término integral a la corriente interna del controlador y en el segundo se desarrollo un PBC por medio del modelado lagrangiano con los mismos objetivos que en los artículos anteriores, de ahí la importancia para ser tomado en cuenta para los trabajos desarrollados aquí, incluso en [47] a [50] se encuentra el control basado en pasividad de diferentes convertidores, con estos mismos objetivos. En [51] se pueden encontrar más detalles sobre la regulación de voltaje de convertidores de potencia usando PBC. Finalmente en [41] se obtiene una nueva familia de controladores no lineales basados en energía para convertidores de potencia conmutados, en el cual se obtiene un IDA-PBC para el rectificador trifásico empleado en esta tesis.

4.2. Modelo Matemático

La estructura del convertidor trifásico se muestra en la figura 4.1 y su modelo representado en coordenadas de Park o en d-q se da a continuación:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= -ax_1 + \omega x_2 - bx_3u_d + e \\
 \dot{x}_2 &= -\omega x_1 - ax_2 - bx_3u_q \\
 \dot{x}_3 &= -dx_3 + cx_1u_d + cx_2u_q
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

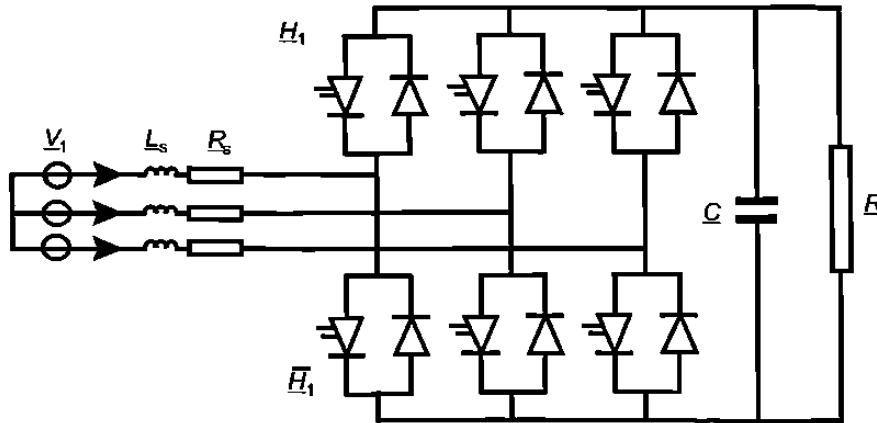


Figura 4.1: Convertidor Trifásico de Potencia

El vector de estado $x \in \mathfrak{R}^n$ y el vector de entrada $u \in \mathfrak{R}^m$, con $m < n$. El vector de estado está definido como $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [i_d \ i_q \ v_o]^T$ donde i_d e i_q son las corrientes en el marco d-q, v_o es el voltaje de salida, u_d y u_q representan las señales de control en el marco d-q; a, b, c, d, e y ω son constantes positivas que se definen a continuación.

4.2.1. Formulación de Parámetros

Los parámetros en el modelo 4.1 están relacionados a los elementos del convertidor por las siguientes expresiones:

$$a = \frac{R_s}{L_s}, \quad b = \frac{1}{2L_s}, \quad c = \frac{1}{2C}, \quad d = \frac{1}{RC} \quad \text{y} \quad e = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{V_m}{L_s}$$

Donde:

L_s = la inductancia (incluye los efectos del transformador de la fuente de AC.

R_s = la resistencia (toma en cuenta las pérdidas por inductores, interruptores y fuente).

C = la capacitancia de la parte de DC.

i_l = la corriente de carga.

R = la resistencia de carga.

V_m = el voltaje máximo de AC.

V_o = el voltaje de salida de DC.

V_d = el voltaje deseado de salida de DC.

ω = la frecuencia de la fuente de AC.

$V_i = V_i(t) = V_m \sin \omega t$

4.3. Control IDA-PBC para Carga Constante

4.3.1. Diseño del Controlador

El modelo matemático de un convertidor trifásico de potencia expresado en coordenadas de Park, es representado y analizado en forma de un sistema PCH (*Port Controlled Hamiltonian*) y controlado por medio de la técnica de pasividad IDA-PBC (*Interconnection and Damping Assignment-Passivity Based Control*).

Los objetivos de control están dirigidos a que las variables de estado del sistema alcancen un cierto valor pre-determinado de referencia, como caso particular, mantener la regulación del voltaje de DC del bus de salida del convertidor. Esta sección resulta de la aplicación directa de la técnica IDA-PBC, a un tipo de circuito que ha sido poco abordado en la literatura.

Tomando un nuevo juego de variables de estado, el modelo representado por 4.1 puede ser escrito en la forma:

$$\begin{aligned} L_d \frac{di_d}{dt} &= -R_s i_d + \omega L_q i_q - 0,5 v_o u_d + L_d e \\ L_q \frac{di_q}{dt} &= -\omega L_d i_d - R_s i_q - 0,5 v_o u_q \\ C \frac{dv_o}{dt} &= 0,5 i_d u_d + 0,5 i_q u_q - \frac{1}{R} v_o \end{aligned} \quad (4.2)$$

Ahora $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [L_d i_d \ L_q i_q \ C v_o]^T$ donde L_d y L_q son las inductancias en el

marco d-q. 4.2 puede a su vez, ser expresado como un sistema PCH con función de energía:

$$H = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_d} x_1^2 + \frac{1}{L_q} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] \quad (4.3)$$

Tomando la siguiente estructura:

$$\dot{x} = (J(u) - R)(\nabla H)^T + g \quad (4.4)$$

Con $J(u) = -J(u)^T$ y $R = R^T \geq 0$, que son las matrices de interconexión y amortiguamiento respectivamente, la matriz g representa una perturbación externa. Esta representación es tomada de [43].

Como en [52], consideramos que las inductancias son iguales, es decir, $L_d = L_q = L_s$ por lo que las matrices están dadas por:

$$J(u) = \begin{pmatrix} 0 & \omega L_s & -0,5u_d \\ -\omega L_s & 0 & -0,5u_q \\ 0,5u_d & 0,5u_q & 0 \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} L_s e \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Como en cualquier problema, el diseño del controlador consiste en hacer que $x(t) \rightarrow x^*(t)$. La idea primordial en la metodología aplicada, es asignar a la dinámica de lazo cerrado una función de energía deseada, modificando de manera conveniente las matrices de interconexión y amortiguamiento.

Para lograr la estabilidad con IDA, la dinámica de lazo cerrado debe tener la siguiente forma:

$$\dot{x} = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.6)$$

Donde H_d es la nueva función de energía total deseada del sistema, la cual tiene un mínimo en un equilibrio deseado, cumpliendo además que $J_d = -J_d^T$ y $R_d = R_d^T \geq 0$, que son las nuevas matrices de interconexión y amortiguamiento.

El balance de energía se logra resolviendo la PDE:

$$(J - R)(\nabla H)^T + g = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.7)$$

Donde $H_d = H + H_a$, $J_d = J + J_a$ y $R_d = R + R_a$. A esto se le llama balance de energía, ver [?]. Fijando las matrices de interconexión y amortiguamiento con $J_d = J$ y $R_d = R$ la PDE se simplifica a:

$$-(J - R)(\nabla H_a)^T + g = 0 \quad (4.8)$$

Arrojando un juego de tres ecuaciones de las cuales se obtienen u_d y u_q :

$$u_d = -2R_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_1}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} + 2\omega L_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_2}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} - \frac{2L_s e}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} \quad (4.9)$$

$$u_q = -2R_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_2}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} - 2\omega L_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_1}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} \quad (4.10)$$

Resultando finalmente 4.11, que puede resolverse con un programa de matemáticas simbólicas (por ejemplo MAPLE):

$$R_s \left[\frac{\partial H_a^2}{\partial x_1} + \frac{\partial H_a^2}{\partial x_2} \right] + L_s e \frac{\partial H_a}{\partial x_1} + \frac{1}{R} \frac{\partial H_a^2}{\partial x_3} = 0 \quad (4.11)$$

El resultado arrojado por MAPLE está formado a su vez de tres funciones:

$$\frac{\partial \phi_1(x_1)^2}{\partial x_1} = -\frac{C_3^2}{RR_s} - C_2^2 - \frac{L_s e}{R_s} \frac{\partial \phi_1(x_1)}{\partial x_1} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \phi_2(x_2)}{\partial x_2} = C_2 \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} = C_3 \quad (4.14)$$

La ecuación 4.12 se resuelve al sustituir C_2 y C_3 calculadas de la condición de equilibrio.

La condición de equilibrio es:

$$\nabla H_d |_{x=x^*} = (\nabla H + \nabla H_a) |_{x=x^*} = 0 \quad (4.15)$$

Con el punto de equilibrio: $x^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$. Da como resultado las siguientes tres ecuaciones:

$$\frac{1}{L_s} x_1^* + \frac{\partial \phi_1(x_1)}{\partial x_1} |_{x_1=x_1^*} = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{L_s} x_2^* + C_2 = 0 \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{C} x_3^* + C_3 = 0 \quad (4.18)$$

Al obtener el valor de las constantes, sustituyéndolas en la ecuación 4.16 y tomando el valor más pequeño de las dos soluciones que se presentan, se asegura el equilibrio y se cumple con el balance de energía. Por lo tanto:

$$H_a = -\frac{1}{L_s} x_1^* x_1 - \frac{1}{L_s} x_2^* x_2 - \frac{1}{C} x_3^* x_3 \quad (4.19)$$

y

$$H_d = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_s} x_1^2 + \frac{1}{L_s} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] + H_a \quad (4.20)$$

El sistema en la forma 4.6 debe preservar la estructura de los sistemas PCH.

El sistema será localmente estable si el hessiano es positivo. Como:

$$\frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.21)$$

El equilibrio es al menos un mínimo local. Aun más, como $R_d(x)$ es de rango completo y la solución de $\nabla H_d(x) = 0$ es única, el equilibrio es asintóticamente estable.

Sustituyendo los datos encontrados en las ecuaciones 4.9 y 4.10, resultan las expresiones para los controles u_d y u_q como sigue:

$$u_d = -\frac{2R_s C}{L_s} x_{1*} x_{3*} + 2\omega C x_{2*} x_{3*} + 2L_s C e x_{3*} \quad (4.22)$$

$$u_q = -2\omega C x_{1*} x_{3*} - \frac{2R_s C}{L_s} x_{2*} x_{3*} \quad (4.23)$$

Hasta este momento no se ha definido ningún punto de equilibrio, sino que sólo se ha encontrado la familia de curvas que cumple con las condiciones requeridas por la metodología. En la sección siguiente se escogerá una solución que cumpla con los objetivos requeridos.

4.3.2. Simulaciones

Algunos valores de las constantes son tomadas de [42]; los parámetros están acompañados con sus respectivas unidades.

$C = 4500\mu F$, $R_s = 0,1\Omega$, $R = 50\Omega$, $\omega = 377\text{rad}^{-1}$, $V_m = 127V$, $v_o = 150V$ y $L_s = 0,001mH$.

Los puntos de equilibrio se calcularon de forma que el convertidor trifásico trabaje como regulador y entregue un voltaje a la salida de 150 voltios, las corrientes se eligieron de forma que $i_d = 0$ A y la corriente $i_q = 67,1$ A.

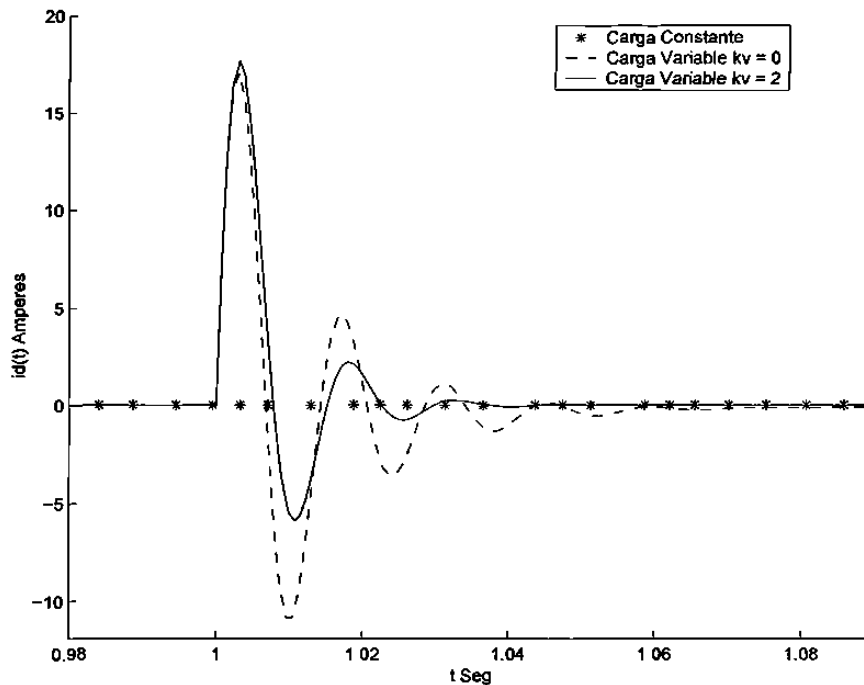


Figura 4.2: Corriente de Eje Directo

Puede verse en la figura 4.12 la gráfica de la corriente de eje directo que alcanza a estabilizarse en cero amperes, tal como fue diseñado para este caso particular.

La figura 4.13 muestra la gráfica de la corriente del eje en cuadratura que se estabiliza en el valor antes mencionado de 67.1 amperes.

Finalmente, figura 4.11 muestra la regulación de voltaje del convertidor, que inicia en 140 V y se estabiliza a los 0.15 segundos en 150 V.

4.3.3. Resultados

Se ha presentado el diseño de un controlador por asignación de interconexión y amortiguamiento, con técnicas de control basado en pasividad para un convertidor trifásico de potencia, en el cual, el convertidor reguló el voltaje del bus de salida al valor deseado. Las corrientes de igual forma se estabilizaron en los valores pre-

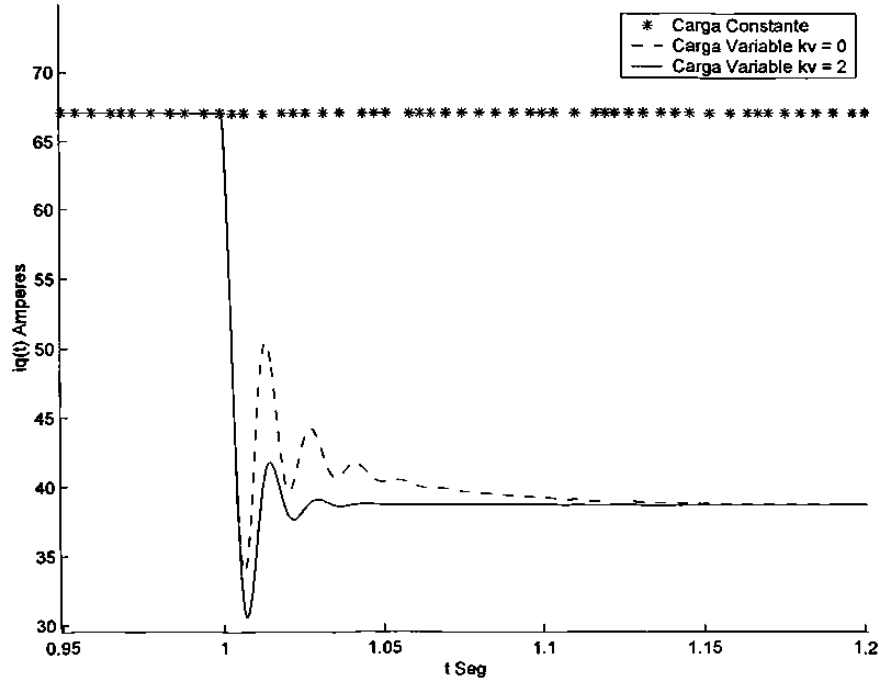


Figura 4.3: Corriente de Eje de Cuadratura

determinados. Estos resultados eran de esperarse por las conclusiones obtenidas especialmente en las referencias [42] y [44], con un convertidor de una sola fase.

4.4. Control IDA-PBC para Carga Variable

4.4.1. Diseño del Controlador

El modelo matemático de un convertidor trifásico de potencia expresado en coordenadas de Park, es representado en forma de un sistema PCH con carga variable y controlado por medio de la técnica de pasividad IDA-PBC. El primer objetivo de control es mantener la regulación del voltaje de DC del bus de salida del convertidor al variar la carga, mientras que el segundo objetivo está dirigido a mantener las variables de estado en valores pre-determinados a pesar de las variaciones mencionadas.

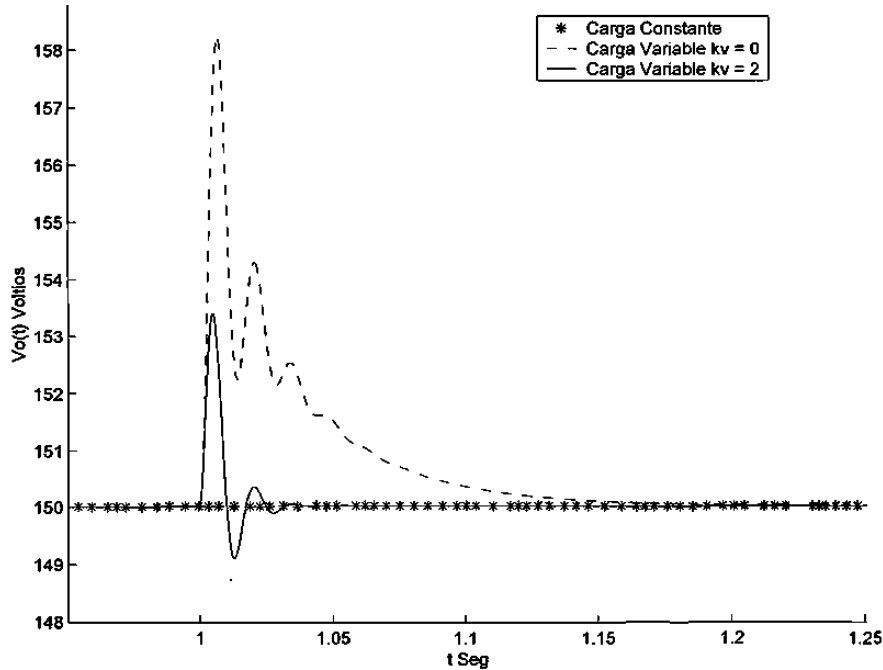


Figura 4.4: Voltaje del Bus de Salida

En [41] se determina una familia de controladores no lineales basados en energía para convertidores de potencia, donde se estudia el mismo convertidor usado en [53], la diferencia entre ambos artículos es la manera en que la función de energía total es determinada, en [53] la función se fija, mientras que en [41] se calcula de manera tradicional.

La aportación se plasma en el manejo del elemento de carga variable, a partir del juego seleccionado de variables de estado y en mantener la regulación deseada para el convertidor trifásico de potencia. La necesidad de este estudio es por la existencia de parámetros altamente inciertos como la resistencia de carga y el voltaje de entrada, los cuales son modelados en una matriz de perturbación externa que permite compensar los efectos provocados por la carga variable, como caso particular.

Haciendo un cambio en el modelo representado por 4.1, el nuevo modelo para

manejar carga variable está dado por:

$$\begin{aligned} L_s \frac{di_d}{dt} &= -R_s i_d + \omega L_s i_q - 0,5 v_o u_d + L_s e \\ L_s \frac{di_q}{dt} &= -\omega L_s i_d - R_s i_q - 0,5 v_o u_q \\ C \frac{dv_o}{dt} &= 0,5 i_d u_d + 0,5 i_q u_q - i_l \end{aligned} \quad (4.24)$$

Las variables de estado son: $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [L_s i_d \ L_s i_q \ C v_o]^T$ donde L_s es la inductancia en el marco d-q.

La función de energía es:

$$H = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_s} x_1^2 + \frac{1}{L_s} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] \quad (4.25)$$

Recordando que el sistema debe tomar la siguiente estructura:

$$\dot{x} = (J(u) - R)(\nabla H)^T + g \quad (4.26)$$

siendo $J(u) = -J(u)^T$ y $R = R^T \geq 0$ las matrices de interconexión y amortiguamiento respectivamente; la matriz g representa una perturbación externa (representación tomada de [43]). Por lo que las matrices están dadas por:

$$\begin{aligned} J(u) &= \begin{pmatrix} 0 & \omega L_s & -0,5 u_d \\ -\omega L_s & 0 & -0,5 u_q \\ 0,5 u_d & 0,5 u_q & 0 \end{pmatrix} \\ R &= \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} L_s e \\ 0 \\ -i_l \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Como en cualquier problema, el diseño del controlador consiste en hacer que $x(t)$

→ $x^*(t)$. La idea primordial en la metodología aplicada, es asignar a la dinámica de lazo cerrado una función de energía deseada, modificando de manera conveniente las matrices de interconexión y amortiguamiento. Para lograr la estabilidad con IDA, la dinámica de lazo cerrado debe tener la siguiente forma:

$$\dot{x} = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.28)$$

Donde H_d es la nueva función de energía total deseada del sistema, la cual tiene un mínimo en un equilibrio deseado, cumpliendo además que $J_d = -J_d^T$ y $R_d = R_d^T \geq 0$, que son las nuevas matrices de interconexión y amortiguamiento. Fijando estas variables como: $J_d = J$ y $R_d = R$ el balance de energía se logra al resolver:

$$-(J - R)(\nabla H_a)^T + g = 0 \quad (4.29)$$

Arrojando las siguientes ecuaciones:

$$R_s \frac{\partial H_a}{\partial x_1} - wL_s \frac{\partial H_a}{\partial x_2} + 0,5u_d \frac{\partial H_a}{\partial x_3} + L_s e = 0 \quad (4.30)$$

$$wL_s \frac{\partial H_a}{\partial x_1} + R_s \frac{\partial H_a}{\partial x_2} + 0,5u_q \frac{\partial H_a}{\partial x_3} = 0 \quad (4.31)$$

$$-0,5u_d \frac{\partial H_a}{\partial x_1} - 0,5u_q \frac{\partial H_a}{\partial x_2} - i_l = 0 \quad (4.32)$$

Despejando u_d y u_q de las primeras dos ecuaciones anteriores y sustituyéndolas en la restante ecuación se obtiene:

$$R_s \left[\frac{\partial H_a^2}{\partial x_1} + \frac{\partial H_a^2}{\partial x_2} \right] + L_s e \frac{\partial H_a}{\partial x_1} - i_l \frac{\partial H_a}{\partial x_3} = 0 \quad (4.33)$$

Resolviendo la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{\partial \phi_1(x_1)^2}{\partial x_1} = \frac{i_1 C_3}{R_s} - C_2^2 - \frac{L_s e}{R_s} \frac{\partial \phi_1(x_1)}{\partial x_1} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial \phi_2(x_2)}{\partial x_2} = C_2 \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} = C_3 \quad (4.36)$$

Donde las ecuaciones 4.35 y 4.36 nos indican que la derivada de cada función es una constante, mientras que la ecuación 4.34 se resuelve al sustituir en ella C_2 y C_3 a encontrarse de la condición de equilibrio y tomando el valor más pequeño de las dos soluciones que se presentan, se asegura el equilibrio y se cumple con las condiciones requeridas por la metodología. La condición de equilibrio es:

$$\nabla H_d |_{x=x^*} = (\nabla H + \nabla H_a) |_{x=x^*} = 0 \quad (4.37)$$

Con el punto de equilibrio: $x^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$. Por lo tanto:

$$H_a = -\frac{1}{L_s} x_1^* x_1 - \frac{1}{L_s} x_2^* x_2 - \frac{1}{C} x_3^* x_3 \quad (4.38)$$

y

$$H_d = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_s} x_1^2 + \frac{1}{L_s} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] + H_a \quad (4.39)$$

El sistema debe preservar la estructura de los sistemas PCH. El sistema será localmente estable si el hessiano es positivo. Como a continuación:

$$\frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.40)$$

Hasta este momento no se ha definido ningún punto de equilibrio, sino que sólo se

ha encontrado la familia de curvas que cumple con las condiciones requeridas por la metodología. A continuación se escogerá una solución que cumpla con los objetivos requeridos.

4.4.2. Simulaciones

La mayoría de los valores para las constantes son tomadas de [42], se repiten aquí por comodidad. Los puntos de equilibrio se calcularon de forma que el convertidor trifásico trabaje como regulador y mantenga un voltaje de salida de 150 voltios, a pesar de las variaciones en la carga; las corrientes se eligieron de forma que $i_d = 0$.

Los parámetros están acompañados con sus respectivas unidades.

$C = 4500\mu F$, $R_s = 0,1\Omega$, $R = 50\Omega - 150\Omega$, $\omega = 377\text{rads}^{-1}$, $V_m = 127V$, $v_o = 150V$ y $L_s = 0,001mH$.

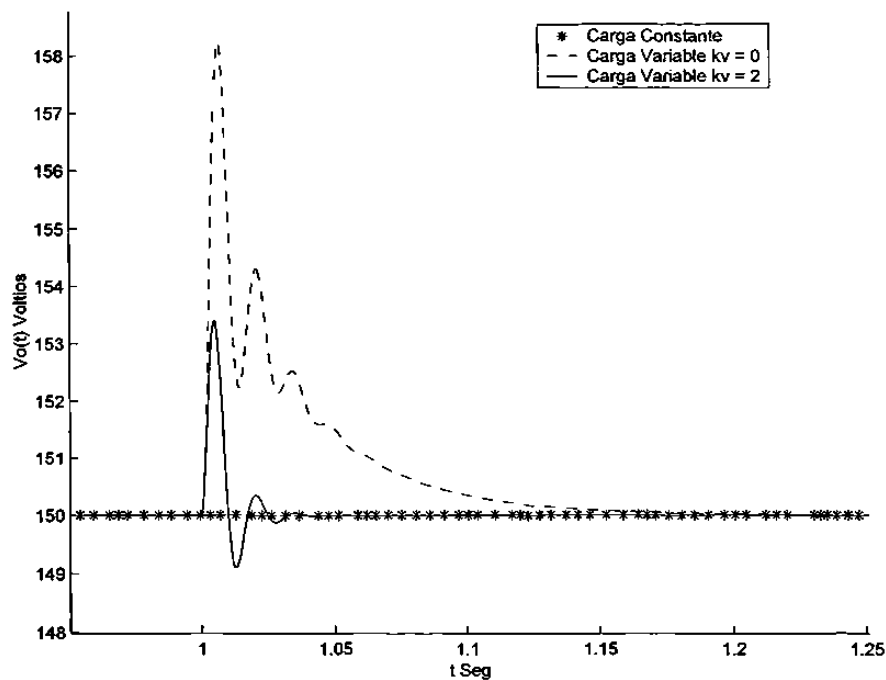


Figura 4.5: Voltaje del Bus de Salida

La figura 4.11 muestra la regulación de voltaje del convertidor, que inicia en 140 V y se estabiliza en 150 V. Cuando $t = 1$ segundo, se presenta una variación repentina en la carga que es compensada por el convertidor, el efecto es mostrado con un transitorio de voltaje en ese instante de tiempo, quedando finalmente en el valor deseado de 150 V.

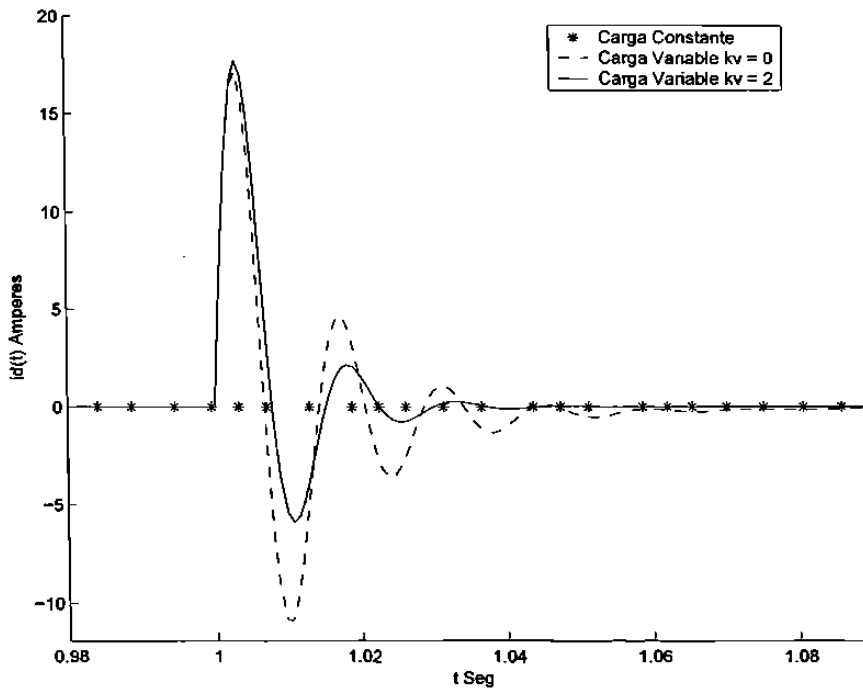


Figura 4.6: Corriente de Eje Directo

Puede verse en la figura 4.12 la gráfica de la corriente de eje directo que alcanza a estabilizarse en cero amperes, mostrando de igual forma el efecto de la variación de carga.

La figura 4.13 muestra la gráfica de la corriente del eje en cuadratura, en ella se muestra la compensación de corriente para lograr los objetivos mencionados con anterioridad.

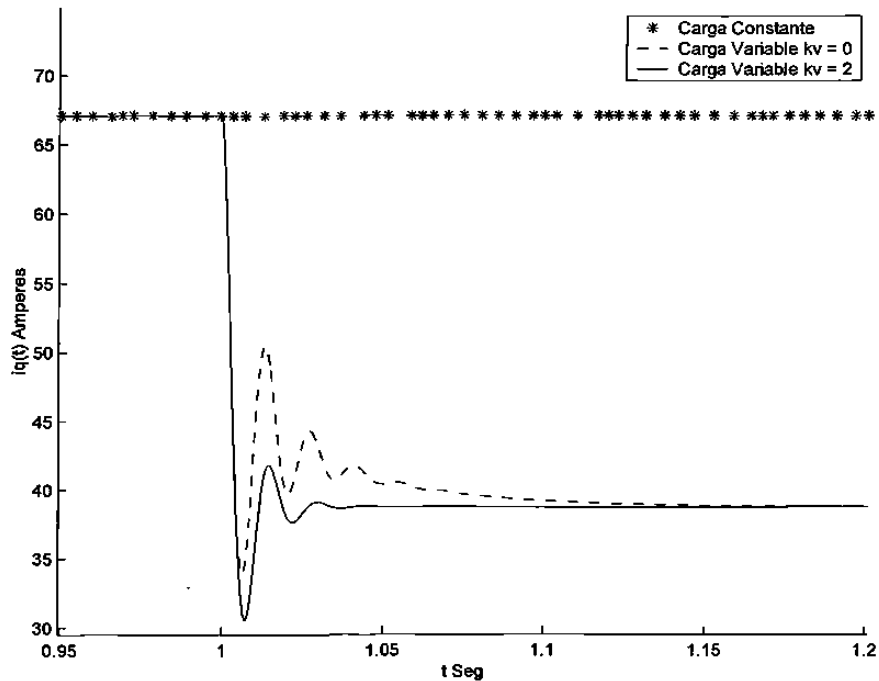


Figura 4.7: Corriente de Eje de Cuadratura

4.4.3. Resultados

Se ha presentado el diseño de un controlador por asignación de interconexión y amortiguamiento, con técnicas de control basado en pasividad para un convertidor trifásico de potencia con carga variable, en el cual, el convertidor reguló el voltaje del bus de salida al valor deseado a pesar de las variaciones en la carga. Las corrientes de igual forma se estabilizaron en los valores requeridos. Se nota que el transitorio en las variables de estado (en el marco d-q) es bastante pronunciado, por lo que es preciso inyectar amortiguamiento en dichas variables para reducir tan indeseable efecto.

4.5. Reducción de Efectos Provocados por la Carga Variable

4.5.1. Diseño del Controlador

El modelo matemático del rectificador trifásico de potencia con carga variable, expresado en forma de un sistema PCH es controlado por medio de la técnica de pasividad IDA-PBC; la función de energía es fijada en lugar de ser calculada como se hace tradicionalmente. Los objetivos de control están dirigidos a mantener la regulación del voltaje de dc del bus de salida del rectificador trifásico con carga variable; a la par de esto, es reducido el transitorio provocado por la variación de la carga.

Parámetros altamente inciertos como la resistencia de carga y el voltaje de entrada, son contenidos en una sola matriz de perturbación externa. Esta parte surge por la necesidad de minimizar los efectos provocados por la variación de la carga de la sección anterior, por lo que se inyecta amortiguamiento en las variables del sistema para reducir el transitorio, como se observa en las simulaciones al final de ésta.

La estructura del convertidor es la misma que en los análisis anteriores, al igual que el juego de variable de estados y parámetros, por lo que se omitirán, aunque por comodidad se repetirá el modelo en forma PCH:

$$\begin{aligned}
 L_s \frac{di_d}{dt} &= -R_s i_d + \omega L_s i_q - 0,5v_o u_d + L_s e \\
 L_s \frac{di_q}{dt} &= -\omega L_s i_d - R_s i_q - 0,5v_o u_q \\
 C \frac{dv_o}{dt} &= 0,5i_d u_d + 0,5i_q u_q - i_l
 \end{aligned} \tag{4.41}$$

La función de energía en lazo abierto, la estructura en lazo cerrado y la definición de matrices es la misma que se usó anteriormente, sin embargo se darán los valores de las matrices en lazo abierto y se procederá a determinar la función de energía de

lazo cerrado:

$$J(u) = \begin{pmatrix} 0 & \omega L_s & -0,5u_d \\ -\omega L_s & 0 & -0,5u_q \\ 0,5u_d & 0,5u_q & 0 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

$$R = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} g = \begin{pmatrix} L_s e \\ 0 \\ -i_l \end{pmatrix}$$

La PDE que debe resolverse tiene la forma:

$$(J - R)(\nabla H)^T + g = (J_d - R_d)(\nabla H_d)^T \quad (4.43)$$

Recordando que $H_d = H + H_a$, $J_d = J + J_a$ y $R_d = R + R_a$, se fija la matriz de interconexión como $J_d = J$ y:

$$R_d = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & k_v \end{pmatrix}$$

Con $k_v > 0$ un parámetro que introduce amortiguamiento a las variables del sistema.

Siguiendo el procedimiento empleado anteriormente resulta la ecuación 4.45:

$$R_s \left[\frac{\partial H_a^2}{\partial x_1} + \frac{\partial H_a^2}{\partial x_2} \right] + L_s e \frac{\partial H_a}{\partial x_1} - i_l \frac{\partial H_a}{\partial x_3} + k_v \frac{\partial H_a^2}{\partial x_3} + \frac{k_v}{C} x_3 \frac{\partial H_a}{\partial x_1} = 0 \quad (4.45)$$

El resultado está formado a su vez de tres funciones:

$$\frac{\partial \phi_3(x_3)^2}{\partial x_3} = -\frac{R_s C_2^2}{k_v} + \frac{i_l C - k_v x_3}{k_v C} \frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial \phi_1(x_1)}{\partial x_1} = C_1 \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial \phi_2(x_2)}{\partial x_2} = C_2 \quad (4.48)$$

La ecuación 4.46 se resuelve al sustituir C_1 y C_2 calculadas de la condición de equilibrio.

La condición de equilibrio es:

$$\nabla H_d |_{x=x^*} = (\nabla H + \nabla H_a) |_{x=x^*} = 0 \quad (4.49)$$

Con el punto de equilibrio: $x^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$. Da como resultado las siguientes tres ecuaciones:

$$\frac{1}{L_s} x_1^* + C_1 = 0 \quad (4.50)$$

$$\frac{1}{L_s} x_2^* + C_2 = 0 \quad (4.51)$$

$$\frac{1}{C} x_3^* + \frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} |_{x_3=x_3^*} = 0 \quad (4.52)$$

Tomando el valor más pequeño de las dos soluciones que se presentan en la ecuación 4.52, se asegura el equilibrio y se cumple con el balance de energía. Por lo tanto:

$$H_a = -\frac{1}{L_s} x_1^* x_1 - \frac{1}{L_s} x_2^* x_2 - \frac{1}{C} x_3^* x_3 \quad (4.53)$$

y

$$H_d = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_s} x_1^2 + \frac{1}{L_s} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] + H_a \quad (4.54)$$

El sistema debe preservar la estructura de los sistemas PCH.

El sistema será localmente estable si el hessiano es positivo. Como:

$$\frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.55)$$

El equilibrio es al menos un mínimo local. Aun más, como $R_d(x)$ es de rango completo y la solución de $\nabla H_d(x) = 0$ es única, el equilibrio es asintóticamente estable.

Hasta el momento no se ha definido ningún punto de equilibrio en particular, sino que solo se ha encontrado la familia de curvas que cumple con las condiciones requeridas por la metodología.

La manera en que los controles han sido obtenidos es fijando la función de energía; esto es, se despejan los controles de la ecuación de balance de energía y se resuelve la función de energía utilizando las condiciones de equilibrio, se sustituye finalmente el resultado en las expresiones para los controles; mientras que la manera tradicional es asignar primeramente la ley de control y luego determinar la función de energía que cumpla con la condición de balance de energía.

La obtención de los controles se basa en una serie de suposiciones tales como: las variables que se pueden medir (o que se tienen disponibles para la retroalimentación), que sea robusto para un parámetro (o varios) e incluso ambas cosas; desde luego que mejoren el desempeño dinámico del sistema, entre otras.

En este tipo de sistemas, se tiene especial interés en que los controles sean robustos al voltaje de entrada y a la carga, ya que son altamente inciertos; por ello se han manejado ambos parámetros dentro de una matriz de perturbación externa.

Se considera que la única variable disponible para retroalimentación es x_1 . Sin embargo cuando se determinan los controles por medio de un programa de matemáticas simbólicas, se obtienen varios resultados, desde el control en lazo abierto hasta controles tan complicados que son prácticamente imposibles de implementar. Se deja al

lector interesado este ejercicio. A continuación se escogerá una solución que cumpla con los objetivos marcados.

4.5.2. Simulaciones

Los puntos de equilibrio se calcularon de forma que el convertidor trifásico de potencia trabaje como regulador y mantenga un voltaje de salida de 150 voltios, a pesar de las variaciones en la carga; las corrientes se eligieron de forma que se mantenga $i_d = 0$.

Como se mencionó con anterioridad k_v es un parámetro positivo, que introduce amortiguamiento a las variables del sistema y reduce considerablemente los efectos de la variación en la carga. En las siguientes figuras se observa el comportamiento de las variables del sistema dado en el marco d-q, donde la línea punteada muestra la respuesta del sistema con amortiguamiento natural y la línea continua la respuesta con inyección de amortiguamiento.

Los parámetros son:

$C = 4500 \mu F$, $R_s = 0,1\Omega$, $R = 50\Omega - 150\Omega$, $\omega = 377 \text{rads}^{-1}$, $V_m = 127V$, $v_o = 150V$ y $L_s = 0,001mH$.

La figura 4.11 muestra la regulación de voltaje del convertidor con carga variable, que se estabiliza en 150 V. Cuando $t = 1$ segundo, se presenta una variación repentina en la carga que es compensada por el convertidor, cuyo efecto es mostrado con un transitorio de voltaje en ese instante de tiempo, tomando nuevamente el valor deseado de 150 V. Puede observarse que k_v reduce considerablemente el transitorio de voltaje.

Puede verse en la figura 4.12 la gráfica de la corriente de eje directo que alcanza a estabilizarse en cero amperes, mostrando de igual forma el efecto de la variación de la carga al tiempo $t = 1$ segundo. Al considerarse el parámetro k_v se introduce amortiguamiento en esta variable del sistema, notándose la reducción en el transitorio

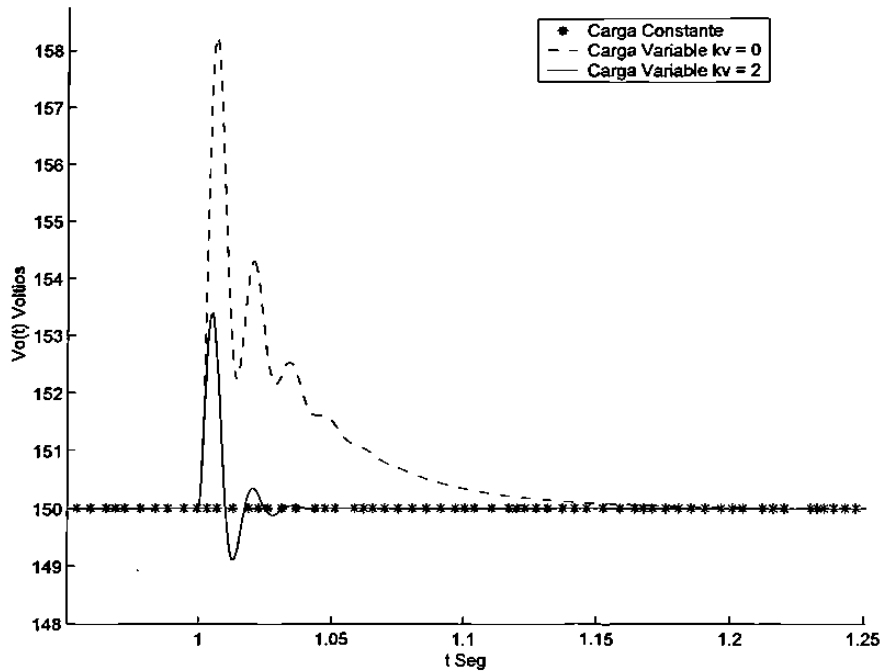


Figura 4.8: Voltaje del Bus de Salida

producido por la variación en la carga.

La figura 4.13 muestra la gráfica de la corriente del eje en cuadratura, en ella se nota la compensación de corriente para lograr los objetivos mencionados con anterioridad. Los efectos en las variables anteriores se repiten con esta corriente.

4.5.3. Resultados

Se presentó el diseño de un controlador por asignación de interconexión y amortiguamiento, con la técnica de control basado en pasividad para un convertidor trifásico de potencia con carga variable, donde la función de energía total deseada para el sistema se fijó, esto es, se despejaron los controles de la ecuación de correspondencia y se resolvió de la misma ecuación la función de energía que quedó utilizando la condición de equilibrio, luego se asignó una ley de control y se determinó la función de energía que cumple con la condición de balance de energía.

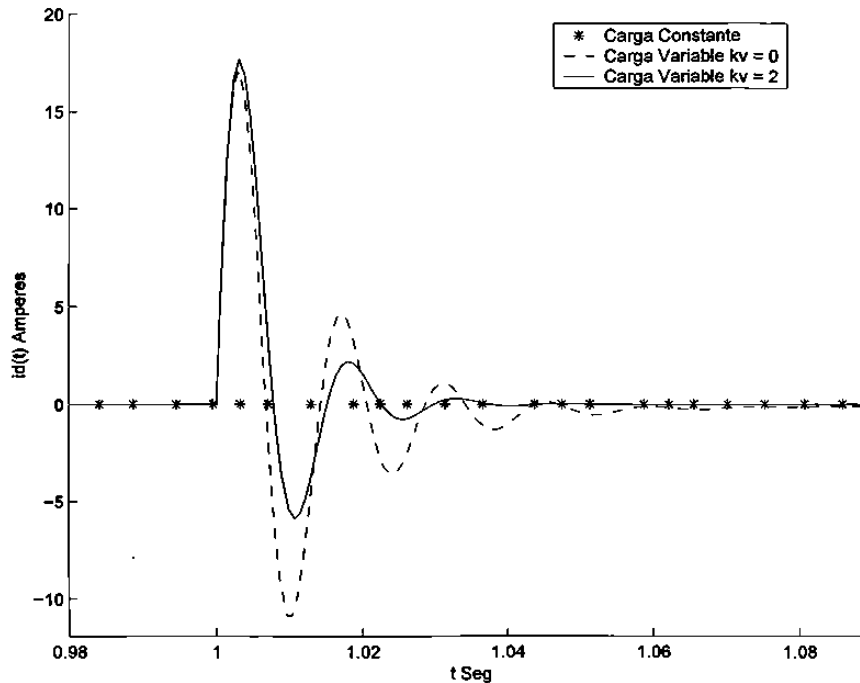


Figura 4.9: Corriente de Eje Directo

Para el cálculo de los controles se supuso que dependían únicamente de la variable x_1 buscando principalmente que fuera robusto a las variaciones de la carga, tal como ocurrió, sin embargo se quería que fuera robusto con respecto al voltaje de entrada de la fuente, lamentablemente uno de los controles depende de ese voltaje, por lo tanto, es necesario encontrar un control que cumpla con ese requerimiento.

El convertidor reguló el voltaje del bus de salida al valor deseado a pesar de las variaciones en la carga; las corrientes de igual forma se estabilizaron en los valores requeridos. Además se inyectó amortiguamiento en las variables del sistema logrando reducir considerablemente los efectos en la variación de la carga como se muestra en las simulaciones.

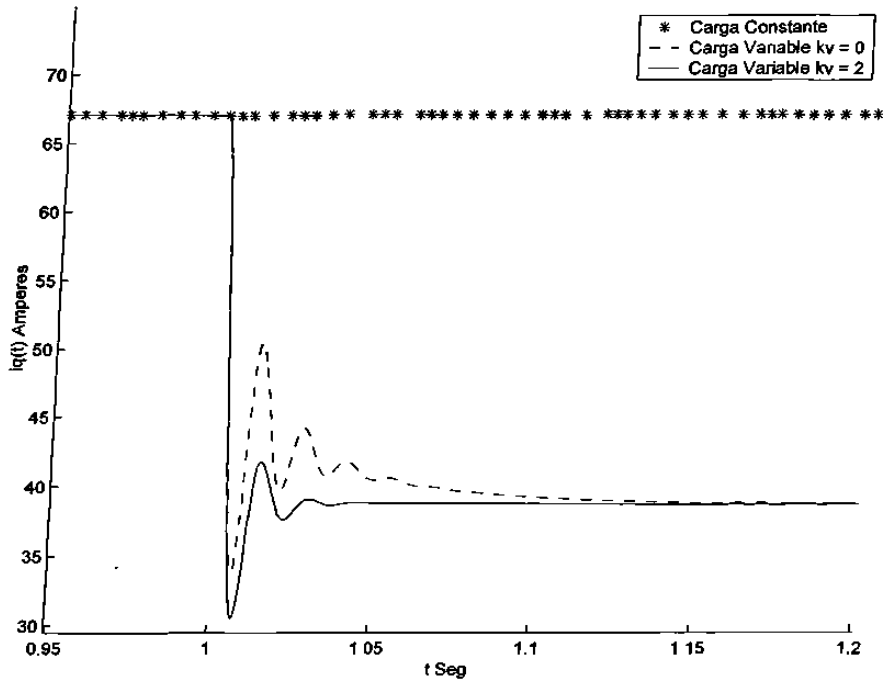


Figura 4.10: Corriente de Eje de Cuadratura

4.6. Reducción de Efectos Provocados por la Variación en la Carga y en el Voltaje de Entrada

4.6.1. Diseño del Controlador

El modelo matemático del convertidor trifásico de potencia es representado en forma PCH, capaz de manejar tanto carga constante como variable; el diseño del controlador para el convertidor se logra empleando la técnica de pasividad IDA-PBC, se asigna a la dinámica de lazo cerrado una función de energía deseada modificando de manera conveniente las matrices de interconexión y amortiguamiento.

Los objetivos de control son mantener la regulación del voltaje de CD de salida del convertidor aún con carga variable, mientras el factor de potencia de entrada

permanece unitario; al mismo tiempo, el controlador es robusto a cambios en el voltaje de entrada.

Parámetros altamente inciertos como la resistencia de carga y el voltaje de entrada, están contenidos en una sola matriz de perturbación externa en este diseño, que surge por la necesidad de desarrollar un controlador que haga al sistema robusto a cambios repentinos en la carga y en el voltaje de entrada, con la selección apropiada de variables de estado y del modelado del elemento de carga para el convertidor.

El modelo a usar está dado por la ecuación 4.24, la función de energía por la 4.25 y las matrices por 4.44. Para el balance de energía $J_d = J$ y:

$$R_d = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & k_v \end{pmatrix}$$

con k_v un parámetro que introduce amortiguamiento a las variables del sistema. De la ecuación de balance de energía un conjunto de tres ecuaciones es obtenido del cual se pueden calcular u_d y u_q :

$$u_d = -2R_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_1}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} + 2\omega L_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_2}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} - \frac{2L_s e}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} \quad (4.57)$$

$$u_q = -2R_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_2}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} - 2\omega L_s \frac{\frac{\partial H_a}{\partial x_1}}{\frac{\partial H_a}{\partial x_3}} \quad (4.58)$$

Resultando la siguiente ecuación:

$$R_s \left[\frac{\partial H_a^2}{\partial x_1} + \frac{\partial H_a^2}{\partial x_2} \right] + L_s e \frac{\partial H_a}{\partial x_1} - i_l \frac{\partial H_a}{\partial x_3} + k_v \frac{\partial H_a^2}{\partial x_3} + \frac{k_v}{C} x_3 \frac{\partial H_a}{\partial x_3} = 0 \quad (4.59)$$

Finalmente el resultado obtenido es:

$$\frac{\partial \phi_3(x_3)^2}{\partial x_3} + \frac{R_s C_1^2 + L_s e C_1 + R_s C_2^2}{k_v} - \frac{(i_l C - k_v x_3) \partial \phi_3(x_3)}{k_v C} = 0 \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial \phi_1(x_1)}{\partial x_1} = C_1 \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial \phi_2(x_2)}{\partial x_2} = C_2 \quad (4.62)$$

Con el punto de equilibrio: $x^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$, el valor más pequeño de las dos soluciones que se presentan (de la condición de equilibrio) asegura el equilibrio y se satisface la condición de balance de energía. Por lo tanto:

$$H_a = -\frac{1}{L_s} x_1^* x_1 - \frac{1}{L_s} x_2^* x_2 + \phi_3(x_3) \quad (4.63)$$

y

$$H_d = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{L_s} x_1^2 + \frac{1}{L_s} x_2^2 + \frac{1}{C} x_3^2 \right] + H_a \quad (4.64)$$

El sistema es localmente estable ya que el hessiano es positivo como se muestra en 4.65:

$$\frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} + \frac{\partial^2 \phi_3(x_3)}{\partial x_3} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.65)$$

Así que el equilibrio es un mínimo local al menos. Aún más, como $R_d(x)$ es de rango completo y la solución de $\nabla H_d(x) = 0$ es única, por lo tanto el equilibrio es asintóticamente estable.

Ahora se obtienen las expresiones para los controles:

$$u_d = -\frac{2R_s C_1}{\psi(x_3)} - \frac{2L_s e}{\psi(x_3)} \quad (4.66)$$

$$u_q = -\frac{2\omega L_s C_1}{\psi(x_3)} \quad (4.67)$$

Con:

$$C_1 = -\frac{x_1^*}{L_s} \quad (4.68)$$

$$C_2 = -\frac{x_2^*}{L_s} \quad (4.69)$$

$$\psi(x_3) = \frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial \phi_3(x_3)}{\partial x_3} = \frac{k_v x_3 - i_l C}{2Ck_v} - \frac{\sqrt{k_v^2 x_3^2 - 2k_v x_3 i_l C + i_l^2 C^2 - 4C^2 k_v (L_s e C_1 + R_s C_1^2)}}{2Ck_v} \quad (4.71)$$

4.6.2. Simulaciones

El punto de equilibrio es:

$$x_1^* = \frac{L_s^2 e}{2R_s} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{L_s^2 e}{R_s}\right)^2 - \frac{4V_d L_s^2 i_l}{R_s}} \quad (4.72)$$

$$x_2^* = 0 \quad (4.73)$$

$$x_3^* = CV_d \quad (4.74)$$

Los valores de los parámetros para la simulación son:

$C = 4000\mu F$, $R_s = 0.008\Omega$, $R = 100\Omega$, $v_o = 1500V$, $\omega = 314,1593\text{rad/s}$, $V_m = 220*\text{sqrt}(2) V$ y $L_s = 500 \mu H$.

Los puntos de equilibrio se calcularon de tal forma que el convertidor opere como regulador y mantenga un voltaje de salida $V_d = 1500$ volts; las corrientes fueron elegidas tal que el factor de potencia de entrada permanezca unitario, por lo que i_q debe ser cero amperes todo el tiempo.

Como se mencionó previamente k_v es un parámetro positivo, el cual inyecta amortiguamiento a las variables del sistema, reduciendo los efectos causados por la variación de valor de la carga.

En las figuras de la 4.11 a la 4.16 se observa el desempeño de las variables de interés en el marco d-q. En las figuras de la 4.11 a la 4.13 la respuesta del sistema

con asterisco representa carga constante y la línea continua carga variable, ambas con inyección de amortiguamiento, es decir $k_v \neq 0$.

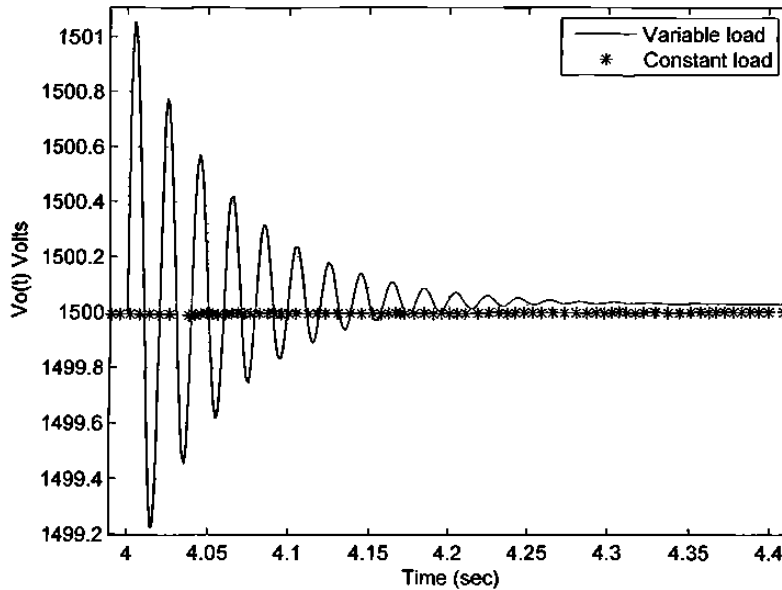


Figura 4.11: Voltaje de Salida con Carga Variable

La figura 4.11 muestra la regulación de voltaje en el convertidor con carga constante y variable. El voltaje de salida es estabilizado en 1500 volts, cuando una variación repentina en la carga se presenta en $t = 4$ segundos, la variación en la carga cuyo efecto es mostrado con un transitorio de voltaje en ese mismo tiempo es compensado por el convertidor, estabilizando este finalmente en el valor deseado de 1500 volts.

La figura 4.12 muestra la gráfica de la corriente de eje directo, en esta figura se muestra la compensación de corriente para lograr los objetivos mencionados, mostrando de la misma forma el efecto de la variación en la carga en el tiempo $t = 4$ segundos.

Se puede observar en la figura 4.13 la gráfica de la corriente de eje en cuadratura, esta es estabilizada en cero amperes, los efectos mostrados en las variables previas se repiten con esta variable, la cual permanece en el valor original para mantener el

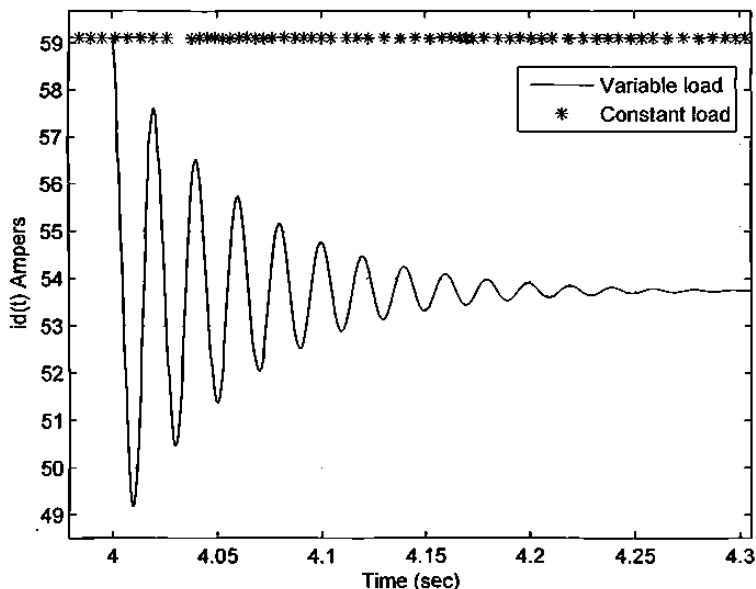


Figura 4.12: Corriente de Eje Directo con Carga Variable

factor de potencia unitario.

En las figuras de la 4.14 a la 4.16 la respuesta del sistema con asterisco representa voltaje de línea constante y la línea continua voltaje de línea variable, ambos con inyección de amortiguamiento.

La figura 4.14 muestra la regulación de voltaje del convertidor con el voltaje de entrada variable que es estabilizado en 1500 volts. En $t = 4$ segundos, una variación en el voltaje de entrada se presenta cuyo efecto se muestra con un transitorio en ese tiempo, el cual es compensado por el convertidor y estabilizado en el valor deseado.

Como en el caso de la carga variable, la corriente de eje directo es la que compensa los cambios causados en el voltaje de entrada, y la corriente de eje en cuadratura permanece todo el tiempo en cero amperes. Esto es para cumplir con la regulación de voltaje y con el alto factor de potencia de entrada; ver figuras 4.15 y 4.16. La variación tanto en la carga como en el voltaje de entrada es del 10 por ciento.

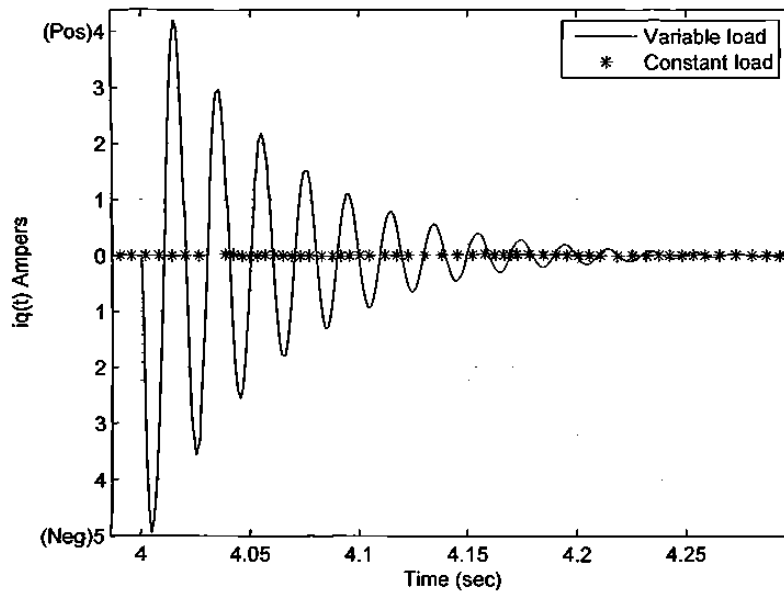


Figura 4.13: Corriente de Eje en Cuadratura con Carga Variable

4.6.3. Resultados

Se presentó el diseño del controlador por asignación de interconexión y amortiguamiento, con disturbios en la carga y en el voltaje de entrada, en el que el convertidor cumple con los objetivos marcados como puede verse en las simulaciones.

El amortiguamiento fue inyectado en las variables del sistema, siendo el controlador capaz de reducir el efecto transitorio.

La función de energía total se fijó, esto es, el controlador se calculó de dos (de tres) ecuaciones del balance de energía, sustituyéndose en la tercera restante, de la cual la función de energía se obtuvo; una ley de control se asignó que cumpliera los objetivos propuestos, en lugar de asignar primero la ley de control y entonces determinar una función de energía de acuerdo con la ecuación de balance de energía.

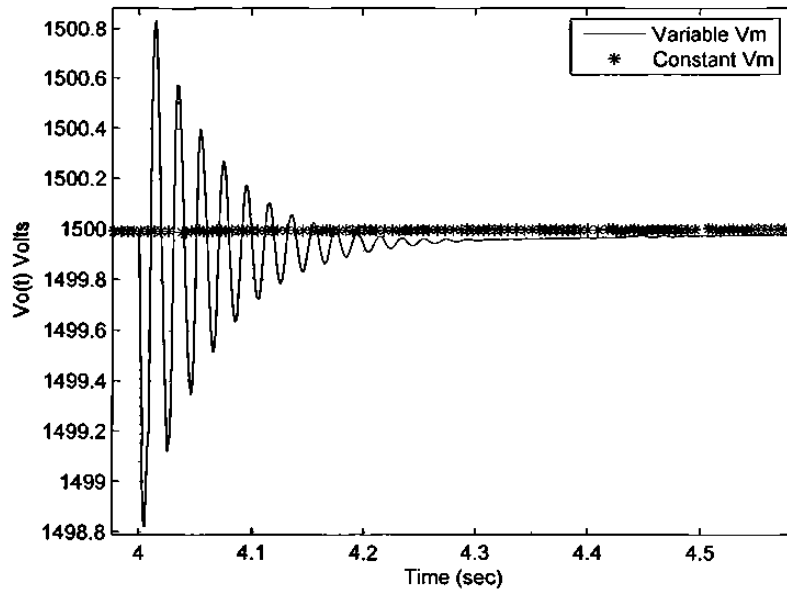


Figura 4.14: Voltaje de Salida con V_m Variable

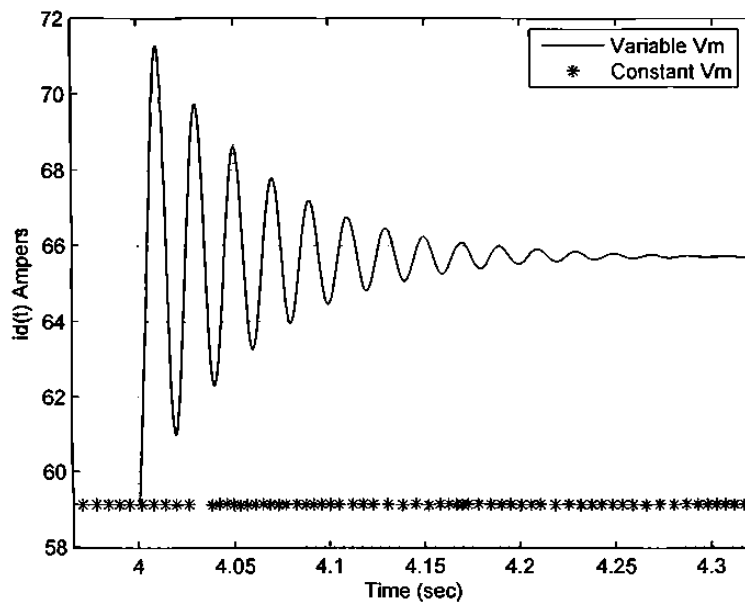


Figura 4.15: Corriente de Eje Directo con V_m Variable

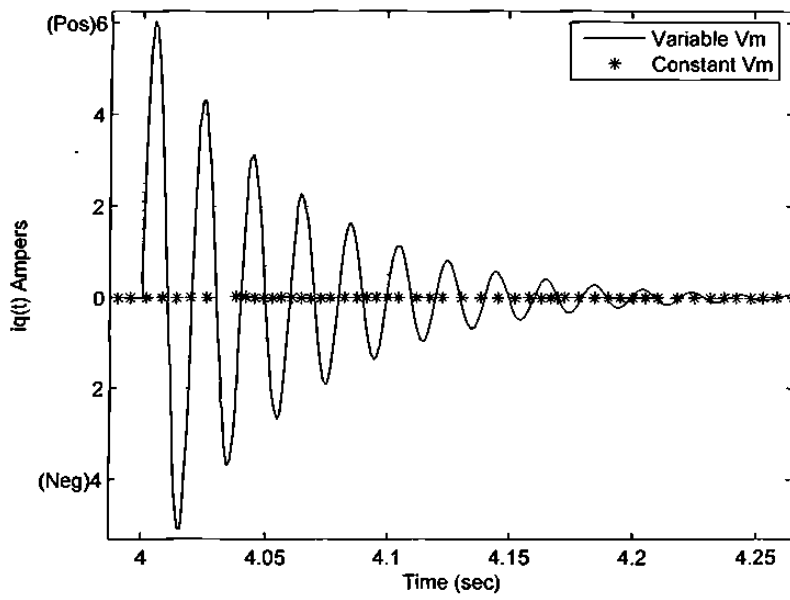


Figura 4.16: Corriente de Eje en Cuadratura con V_m Variable

Capítulo 5

Conclusiones

El documento demuestra las ventajas de utilizar la formulación Hamiltoniana IDA-PBC, para ser utilizada en sistemas eléctricos de potencia, especialmente en los casos del generador sincrónico y del convertidor trifásico de potencia. En el primero, de acuerdo a que se necesitaba desarrollar un controlador que aumentara el dominio de atracción y por consiguiente el tiempo crítico de libramiento de falla. Se comparó con las dinámicas producidas por otros controladores, como:

- Control lineal
- Control $L_g V$ estático
- Control $L_g V$ dinámico

Se comparó también la estabilidad en el punto de operación y el efecto de cada una de las leyes de control sobre el dominio de atracción del equilibrio asintóticamente estable del generador sincrónico. Los controladores arrojaron diferencias en el dominio de atracción y en la respuesta transitoria, siendo el controlador IDA-PBC el que proporciona el mejor desempeño combinado en el compromiso entre tamaño de dominio de atracción y respuesta dinámica. Aunque el resultado puede cambiar si no se elige adecuadamente la función de Lyapunov y se sintonizan de igual forma

algunos de los parámetros del controlador, por tal motivo se realizó un análisis de sensibilidad de parámetros al generador sincrónico conectado a bus infinito (SMIB). En el segundo caso, es decir, para el convertidor trifásico de potencia, se aplicó la técnica IDA-PBC directamente para solucionar los problemas comunes de este tipo de sistemas. Los casos estudiados incluyen al convertidor con:

- Carga constante con V_m constante
- Carga variable con V_m constante
- Carga constante con V_m variable
- Carga variable con V_m variable
- Corrección del factor de potencia

En todos los casos se obtuvieron resultados satisfactorios.

Como el balance vía forma total de energía es un estabilizador universal, arroja controladores estables tal como se muestra en las figuras donde se grafica el control IDA-PBC.

5.1. Contribución de la Tesis

En el presente documento se diseñan controladores para una clase de sistemas no lineales mediante funciones de energía aplicados a sistemas eléctricos. La clase de sistemas no lineales empleados en la investigación son los sistemas pasivos, siendo más precisos, los llamados sistemas hamiltonianos de puerto controlado PCH (*Port Controlled Hamiltonian*), a los cuales se les aplica una técnica de control basada en pasividad conocida como IDA-PBC (*Interconnection and Damping Assignment-Passivity Based Control*); las funciones de energía se determinan mediante el hamiltoniano del sistema, teniendo su aplicación en sistemas eléctricos, como casos particulares, el diseño de controladores para el generador sincrónico y para el convertidor trifásico de potencia. Con estos controladores se resolvieron los siguientes problemas:

- Carga constante con V_m constante
- Carga variable con V_m constante
- Carga constante con V_m variable
- Carga variable con V_m variable
- Corrección del factor de potencia

5.2. Trabajos Futuros

Para el generador sincónico, es importante incluir en el controlador los parámetros que afectan más a las respectivas variables de estado; esto debe mejorar todavía más tanto la respuesta dinámica como el tamaño del dominio de atracción y por consiguiente en tiempo crítico de libramiento de falla. Desde luego será importante seguir el estudio en el caso de sistemas multimáquinas.

En el caso del convertidor trifásico de potencia, un estudio paramétrico podría mejorar la respuesta dinámica y corregir aun más el factor de potencia. Será importante desarrollar un controlador conjunto para ambos sistemas.

Apéndice A

El modelo general de la máquina síncrona basado en la transformación de Park, consta de una serie de ecuaciones tales como:

- Ecuaciones de voltaje y de encadenamiento de flujo
- Ecuaciones de potencia activa y reactiva
- Ecuaciones del par eléctrico y de oscilación

del cual se derivan 7 modelos matemáticos basados cada uno en el número de devanados presentes en el rotor.

Modelos derivados	Devanados	considerados				
Modelo	Ψ_f	Ψ_g	f	g	k_d	k_q
I	Constante	Constante	Si	Si	No	No
II	Constante	0	Si	No	No	No
III	Variable	0	Si	No	No	No
IV	Variable	Variable	Si	Si	No	No
V	Variable	0	Si	No	Si	Si
VI	Variable	Variable	Si	Si	Si	Si

El modelo VII se obtiene al tomar las ecuaciones del modelo III con resistencia de armadura cero, lo cual resulta en el modelo linealizado para el generador síncrono en configuración barra infinita.

Las ecuaciones de Park son una transformación de coordenadas con la que se pasa del marco de referencia (a, b, c) estático y variante en el tiempo, al marco de referencia $(d, q, 0)$ giratorio e invariante en el tiempo; este cambio provoca inductancias mutuas entre los circuitos de rotor y estator.

El comportamiento de las variables eléctricas del generador queda definido por las ecuaciones de voltaje y encadenamiento de flujos que relacionan a los devanados, por las ecuaciones de potencia activa y reactiva, la ecuación del par eléctrico y la ecuación de oscilación, que completan el modelo matemático en un total de 16 ecuaciones. Las ecuaciones para los enlaces de flujo de los diversos devanados son aplicables al estado estable y al análisis transitorio.

El modelo del SMIB está dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \tilde{\omega} \\ \frac{2H}{\omega_o} \dot{\tilde{\omega}} &= P_m - P_e - D\tilde{\omega} \\ T'_{do} \dot{E}'_q &= \frac{(X_d - X'_d)}{(X'_d + X_E)} E_B \cos(\delta) - \frac{(X_d + X_E)}{(X'_d + X_E)} E'_q + E'_{fd} + T'_{do} u \end{aligned} \quad (A.1)$$

con

$$P_e = \frac{1}{(X'_d + X_E)} E_B E'_q \sin(\delta) \quad (A.2)$$

donde

d = Eje directo (A.2)

q = Eje en cuadratura

0 = Secuencia cero

δ = Ángulo del rotor en radianes.

ω_o = Velocidad síncrona en rad/seg.

$\tilde{\omega}$ = Desviación de la velocidad del eje de ω_o en rad/seg.

E'_q = Voltaje interno del eje de cuadratura en p.u.

P_m = Potencia mecánica en p.u.

P_e = Potencia eléctrica en p.u.

E_{fd}^o = Término constante del voltaje de campo en p.u.

E_B = Voltaje de bus infinito igual con 1.0 p.u.

D = Constante de amortiguamiento en p.u.

T'_{do} = Constante de tiempo transitorio de eje directo en segundos.

H = Constante de inercia en segundos.

X_d = Reactancia de eje directo en p.u.

X'_d = Reactancia transitoria de eje directo en p.u.

X_E = Reactancia de línea de transmisión en p.u.

Tomando $x_1 = \delta$, $x_2 = \bar{\omega}$, $x_3 = E'_q$ y asignando:

$$b_1 = \frac{\omega_o E_B}{2H(X'_d + X_E)}$$

$$b_2 = \frac{D\omega_o}{2H}$$

$$b_3 = \frac{(X_d - X'_d)E'_q}{T'_{do}(X'_d + X_E)}$$

$$b_4 = \frac{X_d + X_E}{T'_{do}(X'_d + X_E)}$$

$$P = \frac{\omega_o P_m}{2H}$$

$$E = \frac{E_{fd}^o}{T'_{do}}$$

Finalmente el modelo del SMIB queda:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -b_1 x_3 \sin x_1 - b_2 x_2 + P \\ \dot{x}_3 &= b_3 \cos x_1 - b_4 x_3 + E + u\end{aligned}\tag{A.-19}$$

Apéndice B

Debido a que en potencia se opera a niveles en los que el kilovolt (kV) es la unidad más conveniente para expresar sus voltajes, los términos comunes son los kilowatts o megawatts y los kilovoltamperes o megavoltamperes. Sin embargo, estas cantidades, al igual que los amperes y los ohms, se expresan frecuentemente en por ciento o en por unidad de un valor base o de referencia especificado para cada una. Si se selecciona una base de voltaje de 120 kV, los voltajes de 108, 120 y 126 kV equivaldrán a 0.90, 1.00 y 1.05 en por unidad o en 90, 100 y 105 % respectivamente.

El valor en por unidad de cualquier cantidad se define como la relación de la cantidad a su base y se expresa como un decimal. La relación en por ciento es 100 veces el valor en por unidad. Ambos métodos de cálculo, porcentual y en por unidad, son más simples y más informativos que los volts, los amperes y los ohms reales. El método en por unidad tiene una ventaja sobre el porcentual; el producto de dos cantidades expresadas en por unidad se expresa también en por unidad, mientras que el producto de dos cantidades dadas en por ciento se debe dividir entre 100 para obtener el resultado en por ciento.

El voltaje, la corriente, los kilovoltamperes y la impedancia están relacionados de tal manera que la selección de los valores base para cualquiera dos de ellos determina la base de los dos restantes. Si se especifican los valores base de corriente y de voltaje, se pueden determinar las bases de impedancia y de kilovoltamperes. La impedancia base es aquella que tiene una caída de voltaje igual a la del voltaje base, cuando la

corriente que fluye a través de ella es igual a la del valor base de corriente.

Los kilovoltamperes base en sistemas monofásicos son el producto del voltaje base en kilovolts y de la corriente base en amperes. Por lo general, los megavoltamperes base y el voltaje base en kilovolts son las cantidades seleccionadas para especificar las bases. Para sistemas monofásicos, o para trifásicos, donde el término corriente se refiere a corriente de línea, el de voltaje se refiere a voltaje a neutro y el de kilovoltamperes se refiere a los kilovoltamperes por fase, las siguientes fórmulas relacionan las siguientes cantidades:

$$\text{Corriente base, } A = \frac{\text{kVA}_{1\phi} \text{ base}}{\text{voltaje base, } kV_{LN}} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{\text{voltaje base, } V_{LN}}{\text{corriente base, } A} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{(\text{voltaje base, } kV_{LN})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{1\phi} \text{ base}} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{(\text{voltaje base, } kV_{LN})^2}{\text{MVA}_{1\phi}} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Potencia base, } kW_{1\phi} = \text{kVA}_{1\phi} \text{ base} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Potencia base, } MW_{1\phi} = \text{MVA}_{1\phi} \text{ base} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia por unidad de un elemento} = \frac{\text{impedancia real, } \Omega}{\text{impedancia base, } \Omega} \quad (\text{B.0})$$

En estas ecuaciones los subíndices 1ϕ y LN significan monofásico y línea a neutro, respectivamente, cuando las ecuaciones se aplican a circuitos trifásicos. Si las ecuaciones se usan para circuitos monofásicos, los kV_{LN} representan el voltaje a través de la línea monofásica o el voltaje línea a tierra si uno de los lados está aterrizado.

Debido a que los circuitos trifásicos balanceados se resuelven como si fuera una línea con un neutro de regreso, las bases para las diferentes cantidades en los diagramas de impedancia son los kilovoltamperes por fase y los kilovolts de línea a neutro. Generalmente, los datos que se dan son los kilovoltamperes o megavoltam-

peres trifásicos totales, puede surgir alguna confusión al considerar la relación entre el valor por unidad del voltaje de línea y el del voltaje de fase.

Aunque se puede especificar un voltaje de línea como base, el voltaje que se requiere para la solución del circuito monofásico es el voltaje a neutro. El voltaje base a neutro es el voltaje base línea a línea dividido entre $\sqrt{3}$. Debido a que ésta es también la relación entre los voltajes línea a línea y línea a neutro de un sistema trifásico balanceado, el valor en por unidad de un voltaje línea a neutro sobre el voltaje base línea a neutro es igual al valor en por unidad del voltaje línea a línea en el mismo punto sobre el voltaje base línea a línea, siempre que el sistema esté balanceado.

Los kilovoltamperes trifásicos son tres veces los kilovoltamperes monofásicos, y la base de los kilovoltamperes trifásicos es tres veces la base de los kilovoltamperes monofásicos. Por lo tanto, el valor en por unidad de los kilovoltamperes trifásicos sobre los kilovoltamperes base trifásicos es idéntico al valor en por unidad de los kilovoltamperes monofásicos sobre los kilovoltamperes base monofásicos.

La impedancia base y la corriente base pueden ser calculadas directamente desde valores trifásicos de los kilovolts y los kilovoltamperes base. Si se interpretan los kilovoltamperes base y el voltaje base en kilovolts como los kilovoltamperes totales de las tres fases y el voltaje base de línea a línea, se encuentra que

$$\text{Corriente base, A} = \frac{\text{kVA}_{3\phi} \text{ base}}{\sqrt{3} \times \text{voltaje base, kV}_{LL}} \quad (\text{B.0})$$

y de la ecuación B

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{(\text{voltaje base, kV}_{LL}/\sqrt{3})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{3\phi} \text{ base}/3} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{(\text{voltaje base, kV}_{LL})^2 \times 1000}{\text{kVA}_{3\phi} \text{ base}} \quad (\text{B.0})$$

$$\text{Impedancia base, } \Omega = \frac{(\text{voltaje base, } kV_{LL})^2}{MVA_{3\phi} \text{ base}} \quad (\text{B.0})$$

Para expresar estas relaciones, se han usado subíndices con el fin de hacer énfasis en la distinción de emplear cantidades trifásicas y monofásicas.

Se hacen evidentes las ventajas de los cálculos en por unidad cuando los problemas por resolver sean más complejos y, en particular, cuando incluyan transformadores. Generalmente, cuando se dan valores en por unidad de la impedancia y de otros parámetros de un componente del sistema sin especificar las bases, se supone que éstos son los megavoltamperes y kilovolts nominales de estos componentes.

Bibliografía

- [1] Peter V. Kokotovic Alexandre S. Bazanella and Aguinaldo S. e Silva. "Lyapunov design of excitation control for synchronous machines". *Proceedings of the 36th IEEE CDC San Diego California, USA, 1997*, pages 211–216.
- [2] Peter V. Kokotovic Alexandre S. Bazanella and Aguinaldo S. e Silva. "A dynamic extension for LgV controllers". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(3):588–592, March 1999.
- [3] Howard Anton. *Introducción al Algebra Lineal*. Editorial Limusa, S. A. de C. V., Balderas 95, México, D. F., primera reimpresión de la segunda edición en español edition, 1998.
- [4] V. T. Coppola C-J Wan and D. S. Bernstein. "A Lyapunov function for the energy-casimir method". *Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas*, pages 3122–3123, December 1993.
- [5] Iván Ernesto Macías Cardoso. "Diseño de controladores no lineales por medio de la formulación hamiltoniana con aplicación al generador síncrono". Master's thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Departamento de Estudios de Postgrado, Febrero 2003.

- [6] Stephen J. Chapman. *Máquinas Eléctricas*. Mc Graw Hill Interamericana, S. A., Avenida de las Américas 46-41. Santa Fe de Bogotá, Colombia., tercera edition, Diciembre 2002.
- [7] A. A. Fouad and V. Vittal. "The transient energy function method, state of the art paper". *Electrical Power and Energy Systems*, 10(4):233–246, October 1988.
- [8] Ian A. Hiskens and David J. Hill. "Energy functions, transient stability and voltaje behaviour in power systems with nonlinear loads". *IEEE Transaction on Power Systems*, 4(4):1525–1533, October 1989.
- [9] Morris W. Hirsch Hsiao-Dong Chiang and Feliz F. Wu. "Stability regions of nonlinear autonomous dynamical systems". *IEEE Transaction on Automatic Control*, 33(1):16–27, January 1988.
- [10] Alberto Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, 2nd edition edition, 1989.
- [11] Hassan K. Khalil. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, Inc, Upper Saddle River, New Jersey 07458, 2nd edition edition, 1996.
- [12] Atif Z. Khan. "Effects of power system parameters on critical clearing time: comprehensive analysis". *Elsevier, Electric Power Systems Research 41 (1999)*, pages 37 44.
- [13] Ignacio Luna López. "Método bcu modificado para la estimación de estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia". Master's thesis, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, Unidad Guadalajara, Guadalajara Jalisco, Octubre 2000.
- [14] Jerrold E. Marsden and Anthony J. Tromba. *Cálculo Vectorial*. Addison Wesley Longman de México, S. A. de C. V., Calle 4 No. 25 segundo piso Fracc. Ind. Alce Blanco, Naucalpan de Juarez, Edo. de México, cuarta edición, 1998.

- [15] Alexandre S. Bazanella Aleksandar M. Stankovic Martha Galaz, Romeo Ortega. "An energy-shaping approach to the design of excitation control of synchronous generators". *Automatica* 39 (2003) 111-119.
- [16] M. Said Abd-El Moteleb and Fadia M. A. Ghali. "Development of energy function algorithm for improving the stability assessment criterion of power systems". *IEEE, International Symposium on Micromechatronics and Human Science*, pages 189-192, 2001.
- [17] Henk Nijmeijer and Arjan van der Schaft. *Nonlinear Dynamical Control System*. Springer-Verlag, 175 Fifth Avenue, New York, USA, 1990.
- [18] IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions. "Definition and classification of power system stability". *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(2):1387-1401, May 2004.
- [19] M. A. Pai. *Power Systems Stability*, volume 3 of *North-Holland Systems and Control Series*. North-Holland Publishing Company, 1981.
- [20] M. Jankovic R. Sepulchre and P. V. Kokotovic. *Constructive Nonlinear Control*. Springer-Verlag, 1997.
- [21] Michele Tartaglia Roberto Genesio and Antonio Vicino. "On the estimation of asymptotic stability regions: State of the art and new proposals". *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-30(8):747-755, August 1985.
- [22] Alessandro Astolfi Yuanzhang Sun Romeo Ortega, Martha Galaz and Tielong Shen. "Transient stabilization of multimachine power systems with nontrivial transfer conductances". *IEEE Transaction on Automatic Control*, 50(1):60-75, January 2005.
- [23] Alexandre Bazanella Romeo Ortega, Martha Galaz. "A consistent parameter estimator for excitation control of synchronous generators". *Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, Nevada USA, December 2002.

- [24] Alexandre S. Bazanella Alexander Stankovic Romeo Ortega, Martha Galaz-Larios. "Excitation control of synchronous generators via total energy-shaping". *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington, VA June 25–27, 2001.
- [25] Bernhard Maschke Romeo Ortega, Arjan van der Schaft and Gerardo Escobar. "Energy-shaping of port-controlled hamiltonian systems by interconnection". *Proceedings of the 38th Conference on Decision and Control Phoenix, Arizona, USA, December 1999*, pages 1646–1651.
- [26] Bernhard Maschke Romeo Ortega, Arjan van der Schaft and Gerardo Escobar. "Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems". *Automatica* 38, pages 585–596, 2002.
- [27] Iven Mareels Romeo Ortega, Arjan J. van der Schaft and Bernhard Maschke. "Putting energy back in control". *IEEE Control Systems Magazine*, pages 18–33, April 2001.
- [28] Zhong P. Jiang Romeo Ortega and David J. Hill. "Passivity-based control of nonlinear systems: A tutorial". *Proceedings of the American Control Conference, Albuquerque, New Mexico, June 1997*.
- [29] Hadi Saadat. *Power System Analysis*. Electrical and Computer Engineering. Kevin Kane, 11 West 19th Street, New York, New York, 1999.
- [30] J. T. Scruggs and L. Mili. "Dynamic gradient method for pebs detection in power system transient stability assessment". *Elsevier, Electric Power Systems* 29 (2001), pages 155–165.
- [31] Jean-Jacques E. Slotine and Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1991.
- [32] R.Ñ. Tiwari and Satya Sheel. "Estimation of critical clearing time for parametric changes in power system". *Electric Power Systems Research*, 2(1979) 183-188. *Elsevier Sequoia S.A.*

- [33] S. Chusanapiputt U. Smanmit and S. Phoomivuthisarn. "An application of energy function for calculation of critical fault clearing time". *IEEE*, pages 393–395, 2002.
- [34] A. Vannelli and M. Vidyasagar. "Maximal Lyapunov functions and domains of attraction for autonomous nonlinear systems". *Automatica, International Federation of Automatic Control*, 21(1):69–80, 1985.
- [35] Juan Manuel Mendivil Ávila. Diseño de controladores para una clase de sistemas no lineales, aplicación al motor a pasos de magneto permanente. Master's thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Departamento de Estudios de Postgrado, Agosto 2002.
- [36] Guadalupe Acosta Villarreal. *Técnicas de Control para Sistemas No Lineales*. PhD thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Departamento de Estudios de Postgrado, Junio 2002.
- [37] Jacques L. Willems. "Direc methods for transient stability studies in power system analysis". *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-16(4):332–341, August 1971.
- [38] John J. Grainger y William D. Stevenson Jr. *Análisis de Sistemas de Potencia*. Mc Graw Hail Interamericana de México, S. A. de C. V., Atlacomulco 499-501, Fracc. Ind. San Andrés Atoto, 53500 Naucalpan de Juárez, Edo. de México., segunda edition, Mayo 2003.
- [39] Y. H. Song Y. Z. Sun and X. Li. "Novel energy-based Lyapunov function for controlled power systems". *IEEE Power Engineering Review*, pages 55–57, May 2000.
- [40] Byoung-Kon Choi Young-Hyun Moon and Tae-Hoon Roh. "Estimating the domain of attraction for power systems via a group of damping-reflected energy functions". *Automatica* 36 (2000), pages 419–425.

- [41] H. Rodríguez, R. Ortega and G. Escobar. "A New Family of Energy-Based Non-Linear Controllers for Switched Power Converters". *IEEE ISIE*, Pusan, Korea, pages 723-727, 2001.
- [42] C. Batle, A. Doria-Cerezo and E. Fossas, "IDA-PBC Controller for a Bidirectional Power Flow Full-Bridge Rectifier", *European Sponsored Project Geoplex*. 2005.
- [43] C. Batle, D. Biel, E. Fossas, C. Gaviria and R. Griñó, "Control and Analysis of GSSA and VSS Models", *European Sponsored Project Geoplex*, October 2004.
- [44] C. Gaviria, E. Fossas and R. Griñó, "Robust Controller for a Full-Bridge Rectifier Using the IDA Approach and GSSA Modeling", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 52, No. 3, March 2005.
- [45] J. M. Carrasco, E. Galván, G. Escobar, A. M. Stankovic and R. Ortega, "Passivity-Based Controller for a Three Phase Synchronous Rectifier", *IEEE IECON* 2000.
- [46] T. S. Lee, "Lagrangian Modeling and Passivity-Based Control of Three-Phase AC/DC Voltage-Source Converters", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 51, No. 4, August 2004.
- [47] X. Shi and C. Chan, "Analysis and Passivity-Based Control of Zero-Voltage-Transition PWM Converters", *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 17, No. 5, 633-640, September 2002.
- [48] G. Escobar, D. Chevreau, R. Ortega, and E. Mendes, "An Adaptive Passivity-Based Controller for a Unity Power Factor Rectifier", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 4, 637-644, July 2001.
- [49] Z. Yang and L. Wu, "A new Passivity-Based Control Method and Simulation for DC/DC Converter", *Proceedings of the 5th World Congress on*

- Intelligent Control and Automation*, Hangzhou, P. R. China, June 15-19, 2004.
- [50] G. Escobar and H. Sira-Ramirez, "A Passivity Based-Sliding Mode Control Approach for the Regulation of Power Factor Precompensators", *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision Control*, Tampa, Florida USA. December 1998.
- [51] G. Escobar, "On Nonlinear Control of Switching Power Electronics Systems", *PhD Thesis*, Universite de Paris, XI Orsay France, May, 1999.
- [52] V. Petrovic, R. Ortega and A. M. Stankovic, "Interconnection and Damping Assignment Approach to Control of PM Synchronous Motors", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 9, No. 6, November 2001.
- [53] J. Méndez, A. Sariñana y M. Mata, "Controlador IDA-PBC para un Convertidor Trifásico de Potencia", *Memorias del Congreso Anual IEEE AMCA*, Acapulco, Guerrero México. 29 de Noviembre al 4 de Diciembre de 2005.

