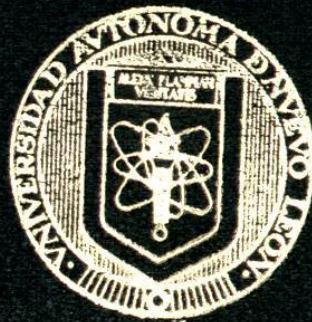


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**LA TEORIA DE CAOS: ALGUNAS IMPLICACIONES
EN EL AREA DE LA METODOLOGIA EN LA CIENCIA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRIA EN
METODOLOGIA EN LA CIENCIA**

PRESENTA

CARLOS JESUS GARCIA MEZA

MONTERREY, N. L.

ENERO DE 1993

TM

Q172

.5

.C45

G3

C.1



1080071457

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



LA TEORIA DE CAOS: ALGUNAS IMPLICACIONES EN EL
AREA DE LA METODOLOGIA DE LA CIENCIA

LA TEORIA DE CAOS: ALGUNAS IMPLICACIONES
EN EL AREA DE LA METODOLOGIA EN LA CIENCIA

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
MAESTRIA EN
METODOLOGIA EN LA CIENCIA

PRESENTA

CARLOS JESUS GARCIA MEZA

MONTERREY, N. L.

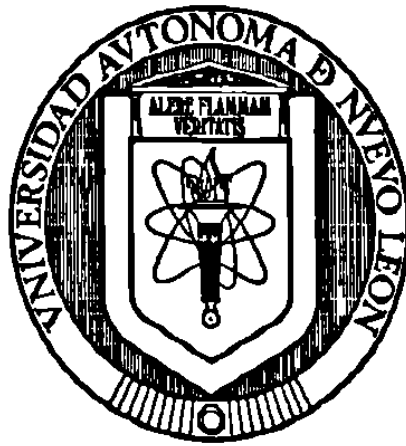
ENERO 1993

MONTERREY, N. L.

ENERO DE 1993

TH
Q172
•5
•C45
G3

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE FILOSOFIA Y LETRAS
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**LA TEORIA DE CAOS: ALGUNAS IMPLICACIONES EN EL
AREA DE LA METODOLOGIA DE LA CIENCIA**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE MAESTRIA EN
METODOLOGIA DE LA CIENCIA**

PRESENTA:

CARLOS JESUS GARCIA MEZA

MONTERREY, N. L.

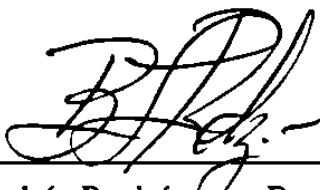
ENERO 1993

BURANI RANZEL FIBRE
UHL
PONDO
TERRA MAESTRA

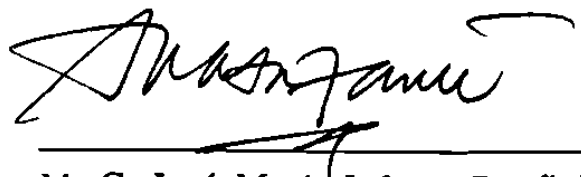
**LA TEORIA DE CAOS: ALGUNAS IMPLICACIONES EN
EL AREA DE LA METODOLOGIA DE LA CIENCIA**

Carlos Jesús García Meza.

Tesis de Maestría en Metodología de la Ciencia aprobada por la División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Filosofía y Letras de la Universidad Autónoma de Nuevo León por el siguiente Jurado:



Dr. Bernabé Rodríguez Buenrostro



M. C. José María Infante Bonfiglio

M. C. María de los Angeles Pozas Garza

Reconocimientos:

Agradezco al Dr. Bernabé Rodríguez Buenrostro su valiosa supervisión y el apoyo que me brindó a lo largo de la elaboración de la Tesis, así como al Lic. José María Infante, y a la Lic. María de los Angeles Pozas, por sus útiles consejos.

Agradezco también al Dr. Augusto Pozo Pino, y a la Ing. Rebeca González Avila, por su gran apoyo en mi constante superación (o sea, la mejora continua).

Dedicatoria:

A Leticia, mi perfecta compañera en la vida, atractora (*strange*) de todos mis sistemas dinámicos, sin la cual no soy, y a quien está por llegar ...

A mis queridos padres, que nunca me dicen "no" ...



Tabla de contenido.

Introducción.	v
Sección 1 Marco de Referencia: los Sistemas Dinámicos.	
I.1 Introducción.	1
I.2 Los sistemas dinámicos.	2
I.3 El espacio de fases.	3
I.4 Modelación matemática de los sistemas dinámicos.	3
I.4.1 Ecuaciones diferenciales.	4
I.4.2 Ecuaciones de diferencias.	4
I.4.3 Ecuación dinámica de símbolos.	6
I.5 Atractores.	7
I.5.1 Punto fijo.	7
I.5.2 Ciclo límite.	8
I.5.3 Toro.	8
I.5.4 Atractor extraño.	9
I.6 Cuencas de atracción.	10
I.7 Rutas al caos.	10
I.7.1 Duplicación del periodo.	10
I.7.2 Intermittencia.	10
I.7.3 Cuasiperiodicidad.	10
I.8 Definición de caos.	11
I.9 Medición del caos.	12
I.9.1 Dimensión de correlación de Grassberger y Procaccia.	12
I.9.1.1 Mapeo de tienda de acampar.	14
I.9.2 Complejidad algorítmica.	19
I.9.3 Entropía de Kolmogorov y otras entropías.	21

Sección II Desarrollo Histórico de la Teoría de Caos.

II.1	Introducción.	22
II.2	Georg Cantor.	23
II.3	Jules-Henri Poincaré.	24
II.4	A. M. Liapunov y la Escuela Rusa.	28
II.5	Teoría de oscilaciones: Duffing y van der Pol	29
II.6	George D. Birkhoff.	30
II.7	Gastón Julia y Pierre Fatou.	31
II.8	Felix Hausdorff y A. S. Besicovitch.	32
II.9	Edward N. Lorenz.	33
II.10	Steve Smale.	35
II.11	David Ruelle y Floris Takens.	36
II.12	Tien-Yien Li y James Yorke.	38
II.13	Mitchell J. Feigenbaum.	38
II.14	Grupo de Sistemas Dinámicos.	39

Sección III Introducción a la Teoría de Caos: la Ecuación Logística.

III.1	Introducción.	40
III.2	La ecuación logística.	41
III.3	Atractores y bifurcaciones en la ecuación logística.	44
III.4	El diagrama de bifurcaciones.	54
III.5	El diagrama de bifurcaciones y las constantes de Feigenbaum.	56
III.6	Sensibilidad a las condiciones iniciales.	58

Sección IV Teoría de Caos y el Determinismo Laplaciano.

IV.1	El determinismo laplaciano.	61
IV.2	El determinismo laplaciano y la mecánica cuántica.	63
IV.3	El determinismo laplaciano y la teoría de caos.	64
IV.4	Diferenciación entre el determinismo laplaciano y la predecibilidad.	65
IV.5	La sensibilidad a las condiciones iniciales y la repetibilidad de los experimentos.	74

Sección V Función de la Computadora en la Teoría de Caos.

V.1	Introducción.	76
V.2	La computadora como instrumento de investigación.	77
V.3	La matemática experimental como cambio de paradigma: matemática = deducción + inducción.	78
V.4	Pros y contras de la matemática experimental.	79
V.5	Resultados rigurosos de la computadora.	80
V.6	La matemática experimental y la modelación de sistemas físicos.	82
V.7	El laboratorio de matemática experimental.	85
V.8	Visualización científica.	89
V.8.1	Beneficios de la visualización científica.	91
V.8.2	Visualización y sonido.	93

Sección VI Conclusiones.

VI.1	Recapitulación.	94
VI.2	Líneas de investigación sugeridas.	95
VI.2.1	La teoría de caos y las revoluciones científicas.	95
VI.2.2	La teoría de caos y la mecánica cuántica.	99
VI.2.3	La matemática experimental como modalidad científica.	100
VI.2.4	La teoría de caos en las ciencias sociales.	100
VI.2.5	Aspectos metodológicos de la teoría de caos.	100
	Bibliografía.	101



Introducción.

La teoría de caos, en el campo particular de las ciencias naturales, es en la actualidad una nueva teoría, con características que la distinguen de manera significativa de otras disciplinas. En primer lugar, los fenómenos caóticos se presentan en diferentes áreas científicas, que le dan un carácter de universalidad. Además, el desarrollo de la teoría de caos ha dado lugar a nuevos métodos de estudio y nuevas técnicas analíticas. Y aquí encontramos otro de sus rasgos que creemos interesante: el uso de la computadora. A diferencia de otras disciplinas de la ciencia, la función de la computadora es imprescindible en la teoría de caos, y esto ha provocado que se lleve a cabo una revisión de conceptos tales como la práctica científica, las revoluciones científicas, la relación ciencia/tecnología, etc.

Sin embargo, y muy lógicamente, la característica esencial de la teoría de caos es su tema de estudio. La teoría centra su interés en el estudio de fenómenos que desde el origen mismo de la ciencia moderna han sido relegados. Nos referimos naturalmente a los fenómenos caóticos, esto es, a los fenómenos irregulares, de naturaleza aparentemente aleatoria, donde la predecibilidad es un imposible, y para los cuales las teorías físicas resultan inefectivas.

La modelación matemática de los fenómenos caóticos se da en la forma de sistemas dinámicos no-lineales. El calificativo "no-lineal" significa que las variables que afectan un sistema no son proporcionales a las variables que describen su estado. Matemáticamente, el término "lineal" se refiere a la acción de cierto operador L tal que:

$$L [a f(z) + b g(t)] = a L [f(z)] + b L [g(t)]$$

Por ejemplo, la multiplicación por una constante, la derivada o la integral indefinida, son todos ellos operadores lineales. En física, la linealidad queda expresada por el Principio de Superposición Lineal, ya sea en la mecánica clásica con el Principio de Superposición de Fuerzas, o en la teoría clásica de campos (gravitacionales, eléctricos y magnéticos), Principio de Superposición Lineal de Campos, y en la mecánica cuántica, con el Principio de Superposición Lineal de Estados. Los operadores no-lineales, en cambio, son aquellos tales como el cuadrado de una función o su raíz cúbica. El comportamiento de un sistema que tenga operadores lineales será completamente diferente de aquel que requiera operadores no-lineales (donde no se cumpla el Principio de Superposición Lineal).

El término "no-lineales" puede sonar raro, pues parece sugerir que los fenómenos lineales son los principales. Sin embargo, la teoría de caos ha modificado esta creencia, y ahora se piensa que lo cierto es justamente lo contrario. Los sistemas dinámicos no-lineales no son la excepción, sino más bien la regla. La ciencia, en conjunto, se ve en la actualidad más como ciencia no-lineal, gracias a las contribuciones de la teoría de caos. Stanislaw M. Ulam, un pionero en la matemática experimental, hizo la observación de que el usar un término como el de la ciencia no-lineal sería tanto como referirse a toda la zoología como el estudio de animales no-elefantes (citado por Campbell *et al.* [1985]). La razón para la nomenclatura y el fuerte sesgo hacia los sistemas lineales no era otra que la conveniencia. En el pasado, lo *no-lineal* era casi sinónimo de *irresoluble*. Ahora, gracias en gran medida a la teoría de caos y el uso de la computadora, muchos problemas que antes eran inatacables han sido retomados.

Objetivo de la Tesis.

El objetivo de la Tesis es mostrar y describir los fundamentos de la teoría de caos, además de señalar las consecuencias que ha provocado en diferentes aspectos de la metodología de la ciencia. La discusión se limita a los dominios de las ciencias naturales.

Origen de la Tesis.

Nuestro interés por el tema elegido para la Tesis tuvo un origen hasta cierto punto desligado de la teoría de caos, y fue el contacto con la geometría fractal, a través de las imágenes atractivas de fractales en textos o en la computadora. En las entrevistas iniciales con el Dr. Bernabé Rodríguez B., nos dimos cuenta que atrás de las "bonitas figuras" había algo trascendente: la teoría de caos. Gradualmente, nos percatamos del valor y de la relevancia del tema respecto a la metodología de la ciencia, y por supuesto para la ciencia misma, por lo cual la inquietud inicial (los fractales) tuvo un repliegue, y nos concentramos en el estudio de la teoría de caos. Como resultado final, llegamos a la definición de tres temas alrededor de los cuales giraría la Tesis: la ecuación logística como medio simple para mostrar los conceptos básicos de la teoría de caos, el determinismo laplaciano y la matemática experimental.

Contenido de la Tesis:

El contenido definitivo de la Tesis quedó comprendido en seis secciones, descritas a continuación:

Sección I

Marco de Referencia: los Sistemas Dinámicos.

La primera sección de la Tesis se dedica a presentar los conceptos fundamentales de la teoría de sistemas dinámicos, que constituye el marco de referencia de la teoría de caos. Las definiciones que se proporcionan sirven para fundamentar las siguientes secciones. Como punto central, se ofrecen varias definiciones de nuestro objeto de estudio, el "caos", definiciones que se sintetizan en una frase: comportamiento aparentemente aleatorio de un sistema determinista.

Sección II

Desarrollo Histórico de la Teoría de Caos.

En esta sección se hace un recuento histórico de las principales figuras que han realizado contribuciones a la teoría de caos, dentro de disciplinas como la meteorología, la matemática, la física, la ingeniería eléctrica y la ecología. Se parte de Isaac Newton, siguiendo con Jules-Henri Poincaré, hasta finalizar con el *Grupo de Sistemas Dinámicos*, asociación que reunió importantes investigadores de la teoría, y que la llevó a la categoría de ciencia.

Sección III

Introducción a la Teoría de Caos: la Ecuación Logística.

Se presenta un ejemplo sencillo de un sistema caótico, la denominada ecuación logística, para ilustrar y enfatizar las características distintivas del caos: la complejidad del comportamiento, y la extrema dependencia respecto a las condiciones iniciales. Esto servirá de apoyo teórico de la siguiente sección, acerca del determinismo laplaciano, al tiempo que se utilizará para marcar los límites de validez de uno de los postulados del método experimental, a saber, la repetibilidad del experimento. Además, se presentan las constantes de Feigenbaum, que le dan carácter de universalidad al comportamiento de ciertos sistemas caóticos.

Sección IV

Teoría de Caos y el Determinismo Laplaciano.

El objetivo de esta sección es el de refutar la validez del determinismo científico o laplaciano para los sistemas caóticos. Independientemente de la refutación efectuada por la mecánica cuántica, la teoría de caos invalida la pretensión decimonónica de la predecibilidad de los sistemas clásicos, al introducir dinámicas complejas. El análisis se centra en la separación que debe existir entre determinismo y predecibilidad a la hora de estudiar sistemas dinámicos no-lineales, y se efectúa considerando dos enfoques: primero, por la sensibilidad que tienen los sistemas caóticos a las condiciones iniciales; segundo, por tipos de algoritmos.

Sección V

La Función de la Computadora en la Teoría de Caos.

Aunque los orígenes de la teoría de caos son anteriores a la era cibernética, sus principales resultados se obtuvieron del uso de la computadora. En esta sección se examina la función imprescindible que ha tenido la computadora en el desarrollo de la teoría de caos. También se presenta una nueva disciplina científica que ha sido fruto del trabajo de algunos matemáticos con la computadora, en las investigaciones del caos: la matemática experimental. Como subproducto de la matemática experimental, pero no menos importante, presentamos el tema de la visualización científica, que representa una renovación metodológica en la investigación científica de vanguardia.

Sección VI

Conclusiones.

Por razones obvias, la Tesis está limitada en cuanto al número de temas a tratar, pero aquí deseamos llamar la atención al hecho de que la teoría de caos, lejos de estar sistematizada o de pretender tener una forma acabada, es una teoría en formación, que por sus características particulares ha conmovido las concepciones científicas de nuestros tiempos. Las implicaciones que la teoría de caos puede tener respecto al cuerpo completo del saber científico son diversas, y su número es hasta ahora incierto. Y es aquí donde presentamos un objetivo secundario de esta Tesis, que consiste de la enumeración, a manera de sugerencia, de algunos temas que otros estudiantes de la Maestría en Metodología de la Ciencia podrían analizar con referencia a la teoría de caos.