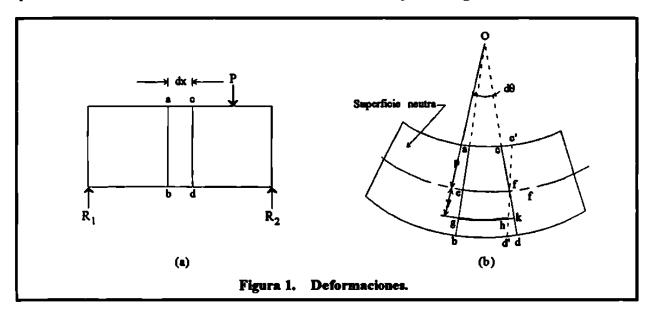
- 5. El material sigue la ley de Hooke; es decir, el esfuerzo y las deformaciones unitarias se relacionan linealmente.
- 6. Las deflexiones de la columna son pequeñas. Por lo tanto, la curvatura puede aproximarse por la segunda derivada del desplazamiento lateral.

$$\emptyset = -\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho}$$

7. El módulo elástico es igual a tensión que a compresión.

VI.2.2. Deducción de las formulas.

Los esfuerzos normales producidos por el momento flexionante se llaman esfuerzos por flexión y las relaciones entre estos esfuerzos y el momento flexionante se expresan mediante, la fórmula de la flexión. Para su deducción, se sigue el siguiente procedimiento: las deformaciones elásticas junto con la ley de Hooke determinan la forma de la distribución de esfuerzos, y mediante las condiciones de equilibrio se establece la relación entre los esfuerzos y las cargas.



La figura 1(a) muestra dos secciones advacentes ab y cd separadas una distancia dx. Debido a la flexión producida por la carga P, las secciones ab y cd giran una con respecto a la otra un pequeño ángulo $d\theta$, como se ve en la figura 1(b), pero permanecen planas y sin distorsión de acuerdo con la hipótesis 3 de la sección anterior.

La fibra ac de la parte superior se acorta y la fibra bd se alarga. En algún punto entre ellas existe una fibra, tal como ef, cuya longitud no varía. Trazando la línea c'd' por f, paralela a ab, se observa que la fibra bd se ha alargado la longitud d'd y está sometida a tensión.

El plano que contiene todas las fibras como la ef se llama superficie neutra, ya que tales fibras no varían de longitud y, por tanto, no están sujetas a esfuerzo alguno. En seguida veremos que la superficie neutra pasa por los centros de gravedad de las secciones transversales de la viga.

Consideremos ahora la deformación de una fibra cualquiera gh situada a una distancia y de la superficie neutra. Su alargamiento hk es el arco de circunferencia de radio y y ángulo $d\theta$ y viene dado por:

$$\delta = hk = v \, d\theta \tag{1}$$

La deformación se obtiene dividiendo el alargamiento entre la longitud inicial ef de la fibra:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{y \, d\theta}{ef} \tag{2}$$

Llamando ρ al radio de curvatura de la superficie neutra, la longitud ef es igual a ρ $d\theta$, por lo que la deformación unitaria vale

$$\varepsilon = \frac{yd\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} \tag{3}$$

Suponiendo que el material es homogéneo y obedece a la ley de Hooke, hipótesis 5, el esfuerzo en la fibra gh viene dado por:

$$\sigma = E\varepsilon = \left(\frac{E}{\rho}\right)y \tag{4}$$

Esta expresión indica que el esfuerzo en cualquier fibra es directamente proporcional a su distancia y a la superficie neutra, ya que se ha supuesto que el módulo elástico es igual a tensión que a compresión, hipótesis 7, y el radio de curvatura ρ de la superficie neutra es independiente de la ordenada y de la fibra. Ahora bien, los esfuerzos no deben sobrepasar el límite de proporcionalidad, pues en caso contrario dejaría de cumplirse la ley de Hooke en la que se ha basado la determinación de la forma de distribución de los esfuerzos.

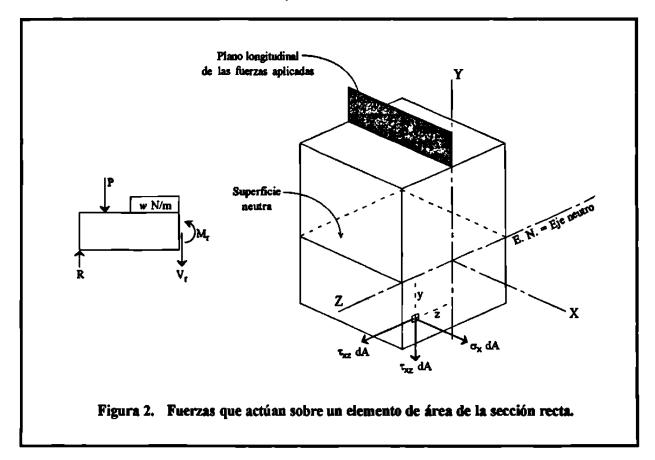
Para completar la deducción de la fórmula de la flexión se aplican las condiciones de equilibrio. Las fuerzas exteriores que actúan a un lado de la sección en estudio quedan equilibradas por la fuerza cortante y el momento flexionante resistentes. Para que se produzca este equilibrio, un elemento diferencial cualquiera de la sección de exploración está sometido a las fuerzas que indica la figura 2. La intersección de la superficie neutra con la sección se llama eje neutro, abreviadamente E.N.

Para satisfacer la condición de que las fuerzas exteriores no tengan componente según el eje X, hipótesis 5, se tiene

$$\left[\Sigma X=0\right] \qquad \int \sigma_x dA=0$$

en donde σ_x equivale a σ de la (4). Sustituyendo σ_x por su valor Ey/ρ y resulta,

$$\frac{E}{\rho} \int y \, dA = 0$$



Los términos E y p, constantes, se han sacado fuera del signo integral. Como y dA es el momento elástico del área diferencia dA respecto de E.N., la integral $\int y \, dA$ es el momento estático total del área. Por tanto,

$$\frac{E}{\rho}A\bar{y}=0$$

Sin embargo, como solamente \tilde{y} en esta expresión puede ser nulo, se deduce que la distancia a E.N.L, eje de referencia, del centro de gravedad de la sección recta debe ser cero, es decir, que la línea neutra pasa por el centroide del área de la sección transversal.

MODELO DE COLUMNAS

La condición $\Sigma Y = 0$ conduce a que da V = Vr conduce a la fórmula del esfuerzo cortante. De momento, se hace observar solamente que la fuerza cortante resistente V_r , es la suma de todas las fuerzas cortantes $\tau_{xy}dA$, es decir $V_r = \int \tau_{xy}dA$.

La condición $\Sigma Z = 0$ conduce a que $\int T_{xx} dA = 0$. Puesto que las fuerzas exteriores no tienen según el eje Z, en el sistema de fuerzas cortantes $T_{xx} dA$ está en equilibrio.

Consideremos ahora la condición $\Sigma M_y = 0$. Las fuerzas exteriores no producen momento con respecto al eje Y, ni tampoco las fuerzas cortantes interiores. Por tanto,

$$[\Sigma My = 0] \qquad \int z(\sigma_x dA) = 0$$

Sustituyendo σ_x por Ey/ρ , resulta,

$$\frac{E}{\rho} \int xy \, dA = 0$$

La integral $\int zy \, dA$ es el producto de inercia P_{xy} , que es nulo solamente si Y y Z son ejes de simetría o ejes principales de la sección.

La última condición de equilibrio $\Sigma M_x = 0$ requiere que el momento flexionante sea equilibrado por el momento resistente, es decir, $M = M_x$. El momento resistente con respecto a E.N. de un elemento cualquiera es $y(\sigma_x dA)$ y, por tanto,

$$M = \int y(\sigma_x dA)$$

Sustituyendo σ_x por Ey/ρ , resulta

$$M = \frac{E}{e} \int y^2 dA$$

Puesto que $\int y^2 A$ es el momento de inercia I del área con respecto al eje de referencia, que en este caso es E.N., que pasa por el centro de gravedad, se obtiene finalmente,

$$M = \frac{EI}{\rho} \tag{5}$$

La forma más común de escribir la ecuación (5) es

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \tag{6}$$

que se utiliza como base para hallar la deformación de las vigas. Puesto que la curvatura es el recíproco del radio de curvatura, la ecuación (6) indica que la curvatura es directamente proporcional al momento flexionante.

y como
$$\rho \approx \frac{1}{d^2 y} \tag{7}$$

por que las deflexiones de la columna son pequeñas. Entonces, la curvatura puede aproximarse por la segunda derivada del desplazamiento lateral.

Sustituyendo en (6)
$$\rho \approx \frac{1}{1} = \frac{M}{EI}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2}$$

Entonces: $\frac{M}{EI} = \frac{d^2y}{dr^2}$

Multiplicando toda la ecuación por EI, tenemos,

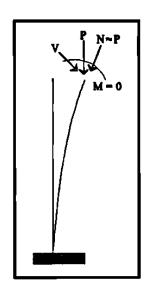
$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \tag{8}$$

derivando la ecuación (8) con respecto a x

$$\frac{dM}{dx} = \frac{d}{dx} \left(EI \frac{d^2 y}{dx^2} \right)$$

$$\frac{dM}{dx} = EI \frac{d^3 y}{dx^3}$$
(9)

De la siguiente figura se tiene que:



$$N \approx P$$
 $M = 0$

$$Vext = (P) \frac{dy}{dx}$$

$$V \text{ int} = (-EI) \frac{d^3y}{dx^3}$$

Derivando Vext y Vint con respecto a x, tenemos que:

$$\frac{d(Vext) =}{dx} = \frac{d}{dx} \left(P \frac{dy}{dx} \right) = P \frac{d^2y}{dx^2}$$

$$\frac{d(V \text{ int})}{dx} = \frac{d}{dx} \left(-EI \frac{d^3y}{dx^3} \right) = -EI \frac{d^4y}{dx^4}$$

y como Vext = Vint tenemos:

$$P\frac{d^2y}{dx^2} = -EI\frac{d^4y}{dx^4}$$

Sumando $EI\frac{d^4y}{dx^4}$ a la ecuación.

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} + P\frac{d^2y}{dx^4} = 0$$

Haciendo

$$\lambda^2 = \frac{P}{EI} \qquad (12)$$

$$P = \lambda^2 EI$$

Entonces sustituyendo P en (11).

$$0 = EI \frac{d^4 y}{dx^2} + \lambda^2 EI \frac{d^2 y}{dx^4}$$

dividiendo por EI.

$$0 = \frac{d^4y}{dx^2} + \lambda^2 \frac{d^2y}{dx^2}$$

sustituyendo por operadores.

$$D^4 + \lambda^2 D^2 = 0$$

ecuación general diferencial de cuarto orden con coeficientes constantes con raíces imaginarias.

La ecuación característica es:

$$m^4 + \lambda^2 m^2 = 0$$

sacando de factor común m²

$$m^2(m^2+\lambda^2)=0$$

por lo tanto 2 raíces son igual a 0

$$m_1 = 0 \qquad m_2 = 0$$

$$m^2 + \lambda^2 = 0$$

restando λ^2 en ambos miembros de la ecuación.

$$m^2 = -\lambda^2$$

sacando raíz cuadrada en la ecuación.

$$\sqrt{m^2} = \sqrt{-\lambda^2}$$

$$m = \pm \lambda i$$

$$m_3 = \lambda i$$
 $m_4 = \lambda i$

∴ La solución de la ecuación diferencial es:

$$y = A + Bx + C \operatorname{sen} \lambda x + D \cos \lambda x(a)$$

con 4 constantes de integración, A,B,C y D; y cuatro condiciones de frontera: dos en cada extremos de la columna.

MODELO DE COLUMNAS

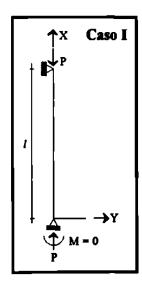
A continuación se deducirán las formulas de las cargas críticas en los siguientes casos:

Caso I Columna de Eüler-Doblemente articulada con extremos no desplazables.

Caso II Columna doblemente empotrada con extremos no desplazables.

Caso III Columna empotrada en un extremo y articulada en el otro.

Caso I Columna de Eüler-Doblemente articulada con extremos no desplazables.



$$=A+Bx+Csen \lambda x +Dcos \lambda x \qquad (a)$$

Condiciones de frontera:

1.
$$y(0) = 0$$

2.
$$y(x) = 0$$

3.
$$M(0)=0 \Rightarrow y''(0)=0$$

4.
$$M(x)=0 \Rightarrow y''(x)=0$$

Sustituyendo las condiciones de frontera en la ecuación (a).

Condición 1

$$0 = A+B(0)+Csen \lambda(0)+Dcos\lambda(0)$$

$$0 = A + 0 + 0 + D$$

$$0 = A + D \tag{13}$$

CAPITULO VI

Cond. 2
$$0 = A + B\ell + C \operatorname{sen} \ \mathcal{U} + \operatorname{Dcos} \ \mathcal{U}$$
 (14)

Obteniendo la 2^{th} derivada de (a) y'= $B + C \lambda \operatorname{cos} \ \lambda x - D \lambda \operatorname{sen} \ \lambda x$

y"- $C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda x - D \lambda^2 \operatorname{cos} \lambda x$ (b)

Cond. 3 $0 - C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda (0) - D \lambda^2 \operatorname{cos} \lambda (0)$ (c)

 $0 = D \lambda^2$ dividiendo la ecuación por $-\lambda^2$
 $D = 0$ (15)

y"= $-C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda x - D \lambda^2 \operatorname{cos} \lambda x$

Cond. 4 $0 = -C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell - D \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell$ (16)

Sustituyendo (15) en (13)

 $0 = A + 0$
 $A = 0$ (17)

Sustituyendo (15) y (17) en (14) tenemos:

 $0 = 0 B\ell + \operatorname{Csen} \lambda \ell + (0) \operatorname{cos} \lambda \ell$ (18)

 $0 = B\ell + \operatorname{Csen} \lambda \ell$

Sustituyendo (15) en (16) tenemos:

 $0 = -C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell - (0) \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell$ (19)

 $0 = C \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell = 0$ (18)

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \ell & \operatorname{sen} \lambda \ell \\ 0 & \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} \ell & \sin \lambda \ell \\ 0 & \lambda^2 \sin \lambda \ell \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante.

$$\ell(-\lambda^2 \operatorname{sen} \lambda \ell) + (0)(\operatorname{sen} \lambda \ell) = 0$$

$$-\lambda^2 t \operatorname{sen} \lambda t = 0$$

$$\lambda^2 \neq 0$$
: $\ell \neq 0$

sen
$$\lambda \ell = 0$$

$$\lambda \ell = n\pi$$

 $n = 0, 1, 2, 3 \dots$ (números enteros reales).

$$\lambda = \frac{n\pi}{\ell}$$

$$\lambda^2 = \frac{n^2\pi^2}{\ell^2} \tag{20}$$

Igualando (20) y (12)

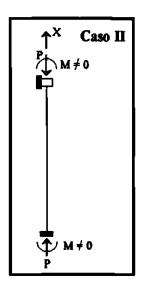
$$\frac{n^2\pi^2}{\ell^2} = \frac{P}{EI}$$

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{\ell^2}$$
 n = 1 por cortar solo una vez el eje X.

Por lo tanto,

$$\frac{P}{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$
 (d)

Caso II Columna doblemente empotrada con extremos no desplazables.



$$y = A + Bx + C \operatorname{sen} \lambda x + D \cos \lambda x$$

Condiciones de frontera:

1.
$$y(0) = 0$$

2.
$$y(\ell) = 0$$

3.
$$\theta(0) = 0 \Rightarrow y'(0) = 0$$

4.
$$\theta(\ell) = 0 \Rightarrow y'(\ell) = 0$$

Sustituyendo las condiciones en las ec's respectivas:

Cond. 1
$$0A + B(0) + C \operatorname{sen} \lambda(0) + D \cos \lambda(0)$$

 $0 = A + 0 + 0 + D$
 $0 = A + D$ (21)

Cond. 2
$$0 = A + B(\ell) + C \operatorname{sen} \lambda(\ell) + D \cos \lambda(\ell)$$
$$0 = A + B\ell + C \operatorname{sen} \lambda \ell + D \cos \lambda \ell$$
 (22)

Cond. 3
$$0 = B + C\lambda \cos \lambda(0) - D\lambda \sin \lambda(0)$$
$$0 = B + C\lambda \tag{23}$$

Cond. 4
$$0 = B + C\lambda \cos \lambda(\ell) - D\lambda \sin \lambda(\ell)$$
$$0 = B + C\lambda \cos \lambda \ell - D\lambda \sin \lambda \ell$$
 (24)

De $(21) \rightarrow de (22)$

$$A = -D \tag{25}$$

De (23)

$$B = C\lambda \tag{26}$$

Sustituyendo (25) y (26) en (22)

$$0 = -D - C\lambda \ell + C \operatorname{sen} \lambda \ell + D \cos \lambda \ell$$

Simplificando

$$0 = C(\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell) D(\cos \lambda \ell - 1)$$
(27)

Sustituyendo (26) en (24)

$$0 = -C\lambda + C\lambda \cos \lambda \ell - D\lambda \sin \lambda \ell$$

Simplificando:

$$0 = C(\lambda \cos \lambda \ell -) - D(\lambda \sin \lambda \ell)$$

Sacando de factor común λ , tenemos que:

$$0 = \lambda [C(\cos \mathcal{U} - 1) - D(\sin \mathcal{U})]$$

Dividiendo por λ

$$0 = C(\cos \lambda \ell - 1) + D(-\sin \lambda \ell)$$
 (28)

Expresando en forma matricial: (27) y (28)

$$\begin{bmatrix} (\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell) & (\cos \lambda \ell - 1) \\ (\cos \lambda \ell - 1) & (-\operatorname{sen} \lambda \ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell) & (\operatorname{cos} \lambda \ell - 1) \\ (\operatorname{cos} \lambda \ell - 1) & (-\operatorname{sen} \lambda \ell) \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante:

$$(\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell)(-\operatorname{sen} \lambda \ell) - (\cos \lambda \ell - 1)^{2} = 0$$
$$-\operatorname{sen}^{2} \lambda \ell + \lambda \ell \operatorname{sen} \lambda \ell - (\cos^{2} \lambda \ell - 2\cos \lambda \ell + 1) = 0$$

Simplificando:

$$-\sin^2 \lambda \ell + \lambda \ell \sin \lambda \ell - \cos^2 \lambda \ell + 2\cos \lambda \ell - 1 = 0$$
$$-(\sin^2 \lambda \ell + \cos^2 \lambda \ell) + \lambda \ell \sin \lambda \ell + 2\cos \lambda \ell - 1 = 0$$

y como
$$\sin^2 \lambda \ell + \cos^2 \lambda \ell = 1$$

 $-1 + \lambda \ell \sin \lambda \ell + 2\cos \lambda \ell - 1 = 0$
 $\lambda \ell \sin \lambda \ell + 2\cos \lambda \ell - 2 = 0$ (29)

Utilizando las identidades trigonométricas:

$$\operatorname{sen} \lambda \ell = 2 \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \operatorname{cos} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right)$$

$$\operatorname{cos} \lambda \ell = 1 - 2 \operatorname{sen}^{2} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \operatorname{obtenemos};$$

$$\lambda \ell \left[2 \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \operatorname{cos} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \right] + 2 \left[1 - 2 \operatorname{sen}^{2} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \right] - 2 = 0$$

$$2 \lambda \ell \operatorname{sen} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) \operatorname{cos} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) + 2 - 4 \operatorname{sen}^{2} \left(\frac{\lambda \ell}{2} \right) - 2 = 0$$

Dividiendo por 4

$$\frac{\lambda \ell}{2} \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda \ell}{2}\right) \cos\left(\frac{\lambda \ell}{2}\right) - \operatorname{sen}^{2}\left(\frac{\lambda \ell}{2}\right) = 0$$

Sacando de factor común
$$\operatorname{sen}\left(\frac{\lambda\ell}{2}\right)$$

$$\left[\operatorname{sen}\left(\frac{\lambda\ell}{2}\right)\right]\frac{\lambda\ell}{2}\cos\left(\frac{\lambda\ell}{2}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\lambda\ell}{2}\right)\right] = 0 \tag{30}$$

Esta ecuación tiene 2 soluciones:

Solución 1

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\lambda \ell}{2}\right) = 0$$

$$\lambda \ell = 2n\pi$$

(31)

n = 0,1,2, (números enteros reales)

$$\mathcal{M}=2(0)\pi=0$$

$$\mathcal{M}=2(1)\pi=2\pi$$

$$\lambda \ell = 4\pi = 4\pi$$

Dividiendo por l

(31)

$$\lambda = \frac{2n\pi}{\ell}$$

Elevando al cuadrado:

$$\lambda^2 = \frac{4n^2\pi^2}{\ell^2} \tag{32}$$

Igualando (32) y (12)

$$\frac{4n^2\pi^2}{\ell^2} = \frac{\rho}{EI}$$

$$P = \frac{4n^2\pi^2 EI}{\ell^2} \qquad n=1$$

$$P = \frac{4(1)^2 \pi^2}{\ell^2}$$

$$P = \frac{4\pi^2 EI}{\ell^2}$$
 Modo simétrico (e)

Solución 2

$$\left[\frac{\lambda \ell}{2} \cos \frac{\lambda \ell}{2} - \left(\sin \frac{\lambda \ell}{2}\right)\right] = 0 \tag{33}$$

Se hace

$$\frac{\lambda \ell}{2} = \theta$$

entonces

$$\theta \cos \theta - \sin \theta = 0 \tag{34}$$

Sumando sen θ en ambos miembros:

$$\theta \cos \theta = \sin \theta$$

dividiendo por $\cos\theta$ en ambos miembros

$$\theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

entonces:

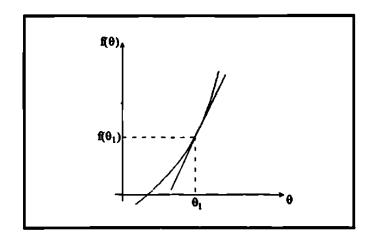
$$\theta = \operatorname{tg} \theta$$

restando θ en ambos miembros

$$tg\theta - \theta = 0 \tag{35}$$

$$t(\theta) = \operatorname{tg} \theta - \theta \tag{36}$$

suponiendo la siguiente gráfica



MODELO DE COLUMNAS

Entonces

$$m = f'(\theta) = \frac{f(\theta)}{\theta_1 - \theta_2}$$

multiplicando la ec. por $(\theta_1 - \theta_2)$

$$f'(\theta) \bullet (\theta_1 - \theta_2) = f(\theta)$$

dividiendo la ec. por $f'(\theta)$

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{f(\theta)}{f'(\theta)}$$

restando θ_1 en la ec.

$$-\theta_2 = \frac{f(\theta)}{f'(\theta)} - \theta_1$$

multiplicando la ec. por -1

$$\theta_2 = \theta_1 - \frac{f(\theta_1)}{f'(\theta_1)} \tag{37}$$

derivando $f(\theta)$

$$f'(\theta) = \sec^2 \theta - 1$$

como:

$$\sec^2 \theta - 1 = tg^2 \theta$$
 (Ident. trigonométrica)

entonces:

$$f'(\theta) = \lg^2 \theta$$

CAPITULO VI

sustituyendo como fórmula general en (36)

$$\theta_{n+1} = \theta_n - \frac{f(\theta_n)}{f'(\theta_n)}$$
 método de Newton (38)

Esquematizando.

n	On	$f(\theta) = \operatorname{tg}(\theta) - \theta$	$f'(\theta n) = tg^2 \theta n$	$\frac{f(\theta)}{f'(\theta n)}$	$\theta_{n+1} = \theta n - \frac{f(\theta)}{f'(\theta n)}$
1	4.5	0.1373	21.5048	0.0064	4.4936
2	4.4936	0.0042	20.2271	0.0005	4.4935
3	4.4934	0.0002	20.1889	0.00001	4.4934

$$\therefore \theta = 4.4934$$

entonces

$$\theta = \frac{\lambda \ell}{2} = 4.4934$$

$$\lambda \ell = 8.9868$$

$$\lambda = \frac{8.9868}{\ell}$$

$$\lambda^2 = \frac{80.763}{\ell^2}$$

(39)

Igualando (39) y 12

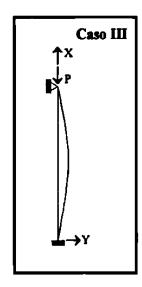
$$\frac{80.763}{\ell^2} = \frac{P}{EI}$$

$$P = \frac{80.763}{\ell^2} EI$$

(f)

MODELO DE COLUMNAS

Caso III Columna articulada en extremo y empotrado en el otro.



$$y = A + Bx + C \operatorname{sen} \lambda x + D \cos \lambda x$$

Condiciones:

1.
$$y(0) = 0$$

2.
$$\theta(0) = 0 \Rightarrow y'(0) = 0$$

3.
$$y(\ell) = 0$$

4.
$$M(\ell) = 0 \Rightarrow y''(\ell) = 0$$

Sustituyendo las condiciones de frontera en las ecuaciones respectivas:

Cond. 1
$$0 = +B(0) + C \operatorname{sen} \lambda(0) + D \cos \lambda(0)$$
 (40)
 $0 = A + 0 + 0 + D$
 $0 = A + D$

Cond. 2
$$0 = B + C\lambda \cos \lambda(0) + D \cos \lambda(0)$$

$$0 = B + C\lambda$$
(41)

Cond. 3
$$0 = A + B(\ell) + C \operatorname{sen} \lambda(\ell) + D \cos \lambda(\ell)$$
 (42)
$$0 = A + B\ell + C \operatorname{sen} \lambda \ell + D \cos \lambda \ell$$

Cond. 4
$$0 = -C\lambda^{2} \operatorname{sen} \lambda(\ell) - D\lambda^{2} \cos \lambda(\ell)$$

$$0 = -C\lambda^{2} \operatorname{sen} \lambda \ell - D\lambda^{2} \cos \lambda \ell$$
(43)

Restando D en (40)

$$A = -D \tag{44}$$

CAPITULO VI

Restando
$$C\lambda$$
 en (41) (44)

$$B = -C\lambda \tag{45}$$

Sustituyendo (44) y (45) en (42)

$$0 = -D - C\lambda \ell + C \operatorname{sen} \lambda \ell + D \operatorname{cos} \lambda \ell$$

$$0 = C(\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell) + D(\operatorname{cos} \lambda \ell - 1)$$
(46)

Dividiendo (43) por $-\lambda^2$

$$\mathbf{0} = C \operatorname{sen} \mathcal{U} + D \operatorname{cos} \mathcal{U} \tag{47}$$

Expresado en forma matricial (46) y (47):

$$\begin{bmatrix} (\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell) & (\operatorname{sen} \lambda \ell) \\ (\operatorname{cos} \lambda \ell - 1) & (\operatorname{cos} \lambda \ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sin \lambda \ell - \lambda \ell & \sin \lambda \ell \\ \cos \lambda \ell - 1 & \cos \lambda \ell \end{vmatrix} = 0$$

$$(\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell)(\cos \lambda \ell) - (\cos \lambda \ell - 1)(\operatorname{sen} \lambda \ell) = 0$$

$$(\operatorname{sen} \lambda \ell)(\cos \lambda \ell) - \lambda \ell \cos \lambda \ell - \operatorname{sen} \lambda \ell \cos + \operatorname{sen} \lambda \ell = 0$$

$$\operatorname{sen} \lambda \ell - \lambda \ell \cos \lambda \ell = 0$$

Se hace

$$\lambda \ell = \theta$$

MODELO DE COLUMNAS

entonces

$$sen \theta = \theta \cos \theta$$

$$\theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{cos} \theta}$$

$$\theta = tan\theta$$

$$tan\theta - \theta = 0$$

$$t(\theta) = tg\theta - \theta$$

(48)

y como (48) es igual a (36) entonces

$$\theta = 4.4934$$

entonces:

$$\lambda \ell = 4.4934$$

$$\lambda = \frac{4.4934}{\ell}$$

$$\lambda^2 = \frac{20.1906}{\ell_2}$$

$$\frac{20.1906}{\ell^2} = \frac{P}{EI}$$

$$\therefore \text{ Por} = \frac{20.1906}{\ell^2} EI$$

VI.3. Conceptualización del modelo.

Las columnas generalmente son concebidas como parte de un conjunto de estructuras y no como columnas aisladas; sin embargo, la demostración de las formulas para obtener las cargas criticas esta basada en columnas aisladas tomando en cuenta las restricciones en sus apoyos.

Definitivamente cualquier columna tiene restricciones distintas en sus apoyos, en nuestro modelo se aprecian los siguientes casos: doblemente articulada (articulaciones en ambos extremos), doblemente empotrada (empotrada en ambos extremos) y articulada en un extremo y empotrada en el otro. La elección del tipo de apoyos para el modelo dependió de la facilidad para elaborar dicho modelo.

El modelo esta constituido de la siguiente manera: las restricciones en los apoyos fue dada mediante acrílicos circulares de 1 1/2" de diámetro; en el caso de los apoyos inferiores, la altura de dichas piezas es de 4 cm, mientras que en los apoyos superiores es de 13 cm, en ambos casos se hicieron ranuras diametrales de 3 mm, la justificación de esta medida es debida a que las laminas de acrílico que funcionaran como columnas es de 3 mm. Las ranuras antes mencionadas tienen profundidades de 3 mm para el caso de las articulaciones y de 24 mm para los apoyos empotrados. La justificación de las anteriores profundidades es la siguiente: se eligió 3 mm en las articulaciones ya que lo único que se necesita lograr en este tipo de apoyos es la restricción del movimiento lateral; y 24 mm en los empotramientos ya que en estos se necesita la restricción del giro y con esta profundidad se logra dicha requisición.

Las columnas estan hechas de acrílico color verde fluorescente cuya finalidad es la de resaltar el desplazamiento o flecha que se produzca al momento de aplicar la

carga. La razón de elegir este material ya se comento en el capitulo anterior por lo que no creo necesario el volver a hacerlo. Los apoyos inferiores estan colocados en unos orificios hechos de 1 1/2" con una profundidad de 2.7 cm en una base de madera con espesor de 4 cm, lo que nos dice que el acrílico sale de la base de madera 1.3 cm. Las otras medidas de la madera son 6" de ancho por 80 cm de largo, dicha medida tiene su justificación en las deflecciones máximas que se pudieran presentar en las 3 columnas. Cuenta con dos soportes laterales también de madera que le dan rigidez al conjunto, encima de estos soportes se colocaron dos maderas cuyo espesor es de 4 cm separadas en altura también 4 cm gracias a dos pequeños barrotes de madera de 4 x 4 cm colocados a la altura de los soportes laterales antes mencionados. A las maderas colocadas encima de los soportes laterales se hicieron 3 orificios en los cuales se colocan los apoyos superiores (acrílicos), además se hicieron dos ranuras tanto longitudinales como transversales en la madera adyacentes a dichos orificios, para colocar poleas o carruchillas que servirán de guía para el movimiento que se producirá en el apoyo superior al momento de aplicar la carga. Las poleas fueron colocadas mediante clavos a la madera. Por otro lado, no debe de haber fricción entre las poleas y los acrílicos que funcionan como apoyos superiores ya que esto seria una importante en el conjunto. El espesor de la madera se dispuso por ser este un espesor comercial y fácil de conseguir. La razón de colocar dos maderas separadas entre sí 4 cm es que si se hubiera elegido por colocar solamente una de ellas provocaría probablemente poca rigicez en el apoyo superior, es por eso que se la necesidad de dar esta rigidez mediante las maderas previamente señaladas.

La distancia que dan la colocación de las dos maderas y los barrotes es de 12 cm, ello da como justificación la altura de los acrílicos en apoyos superiores de 13 cm. Esta diferencia de un 1 cm sumada a 1.3 cm dado por el apoyo inferior nos da una

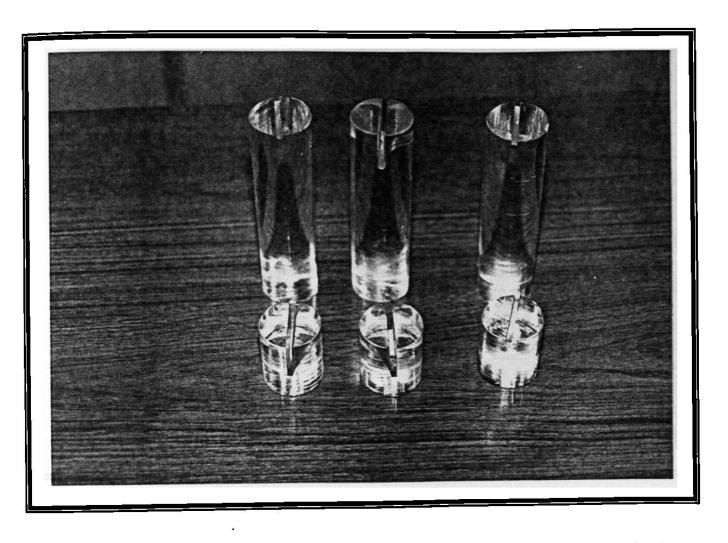
CAPITULO VI

distancia de 2.3 cm como máxima para que las columnas bajen y provoquen una deflexion aproximada de 12.5 cm.

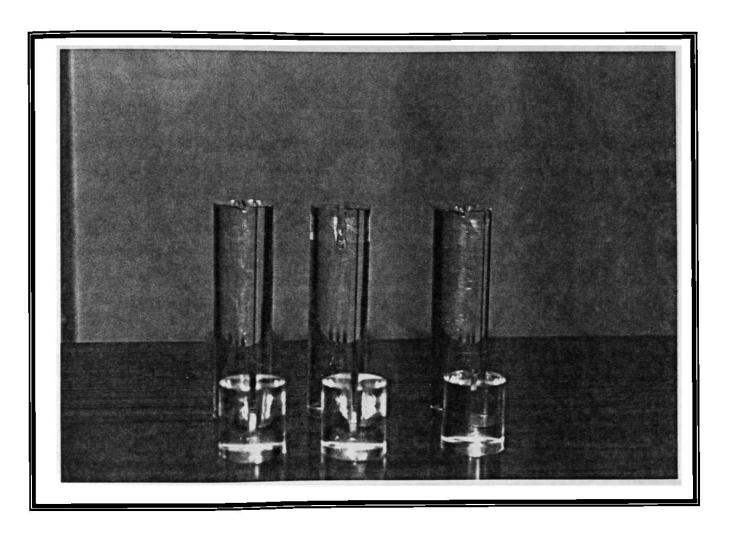
Arriba de los acrílicos se colocan una cajas también hechas de acrílico en las que se les colocan las pesas para aplicar la carga a las columnas.

Las columnas también estan instrumentadas con strain gages que son conectadas a una caja de control de igual manera que las armaduras mencionadas en el capitulo anterior; y también mediante la Ley de Hooke se obtiene la carga a la que esta sometida a la columna para finalmente compararla con la obtenida analíticamente.

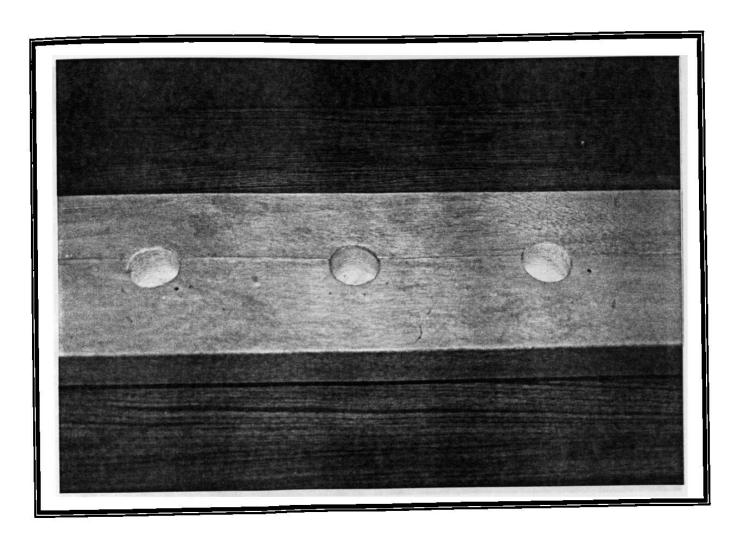
VI.4. Fabricación del modelo de columnas.



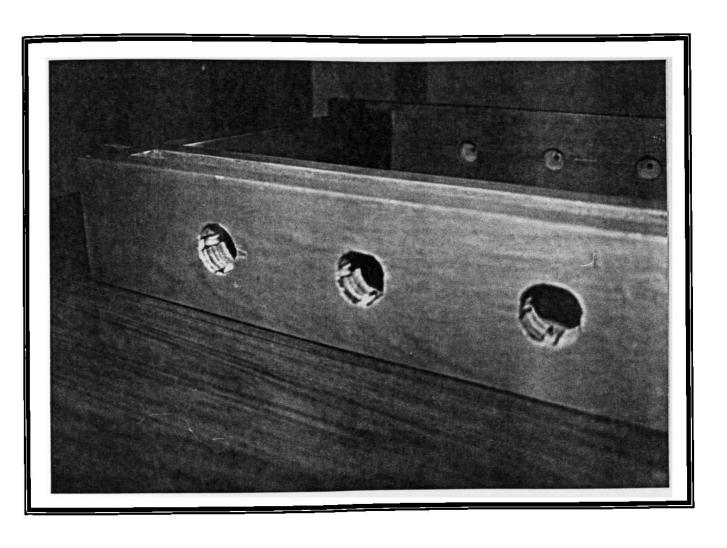
Se muestra en esta fotografía los elementos de acrílico que sirven como soportes, dando las condiciones de apoyo diversas, de izquierda a derecha en la parte superior está articulado, empotrado, articulado y objeto, empotrado, articulado.



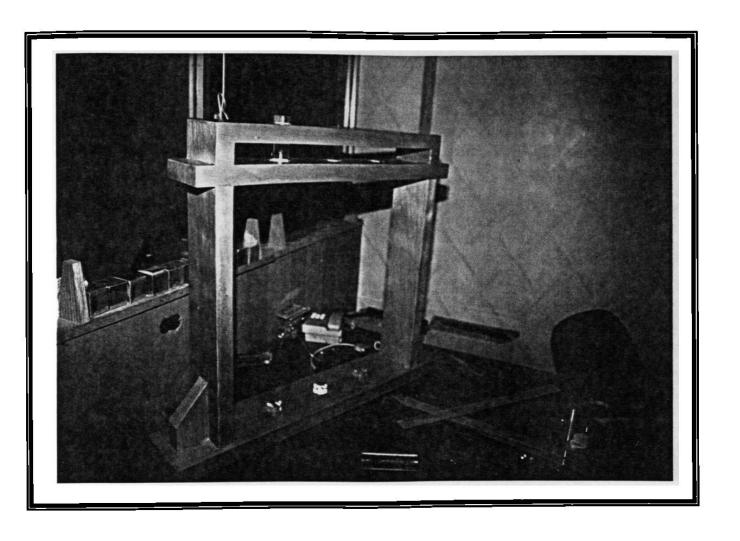
Se muestra en esta fotografía los elementos de acrílico que sirven como soportes, dando las condiciones de apoyo diversas, de izquierda a derecha en la parte superior está articulado, empotrado, articulado y objeto, empotrado, articulado.



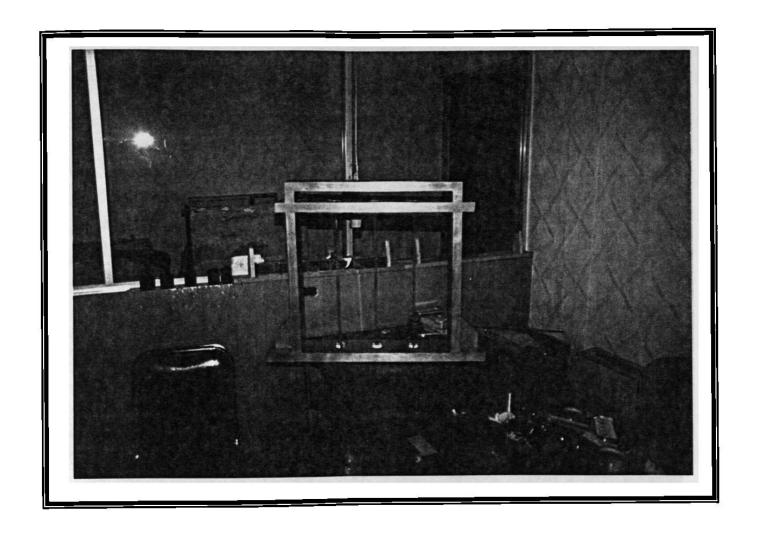
Se muestra el orificio donde insertarán los elementos de acrílico que darán las condiciones de apoyo inferiores a la columna.



Se muestra la parte superior del modelo, éstos orificios cuentan con rodillos para eliminar la fricción con el elemento de acrílico, que da las condiciones de apoyo a la parte superior de la columna. Cada orificio cuenta con ocho rodillos.

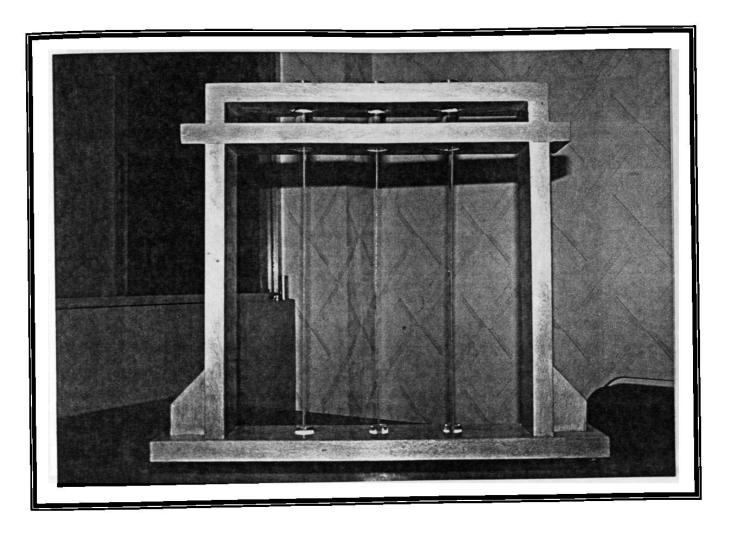


En esta fotografía se observa el modelo mostrando los apoyos inferiores (acrílico transparente) y uno de los apoyos superiores.



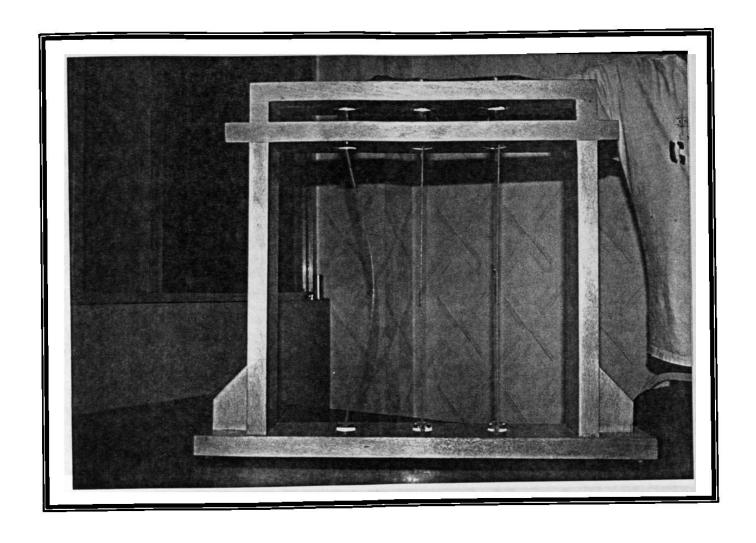
En esta fotografía se observa el modelo finalizando sin aplicar carga.

VI.5. Demostración del modelo funcionando.

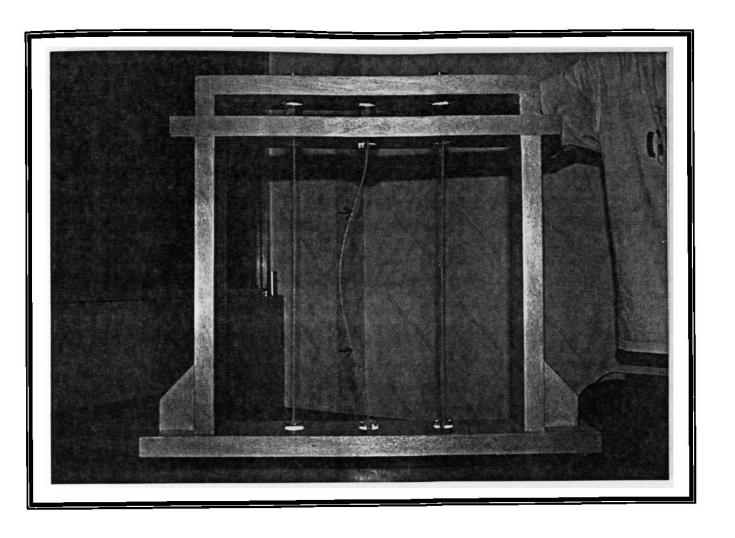


El modelo habilitado y sin cargar las sin pandeo de izquierda a derecha tenemos:

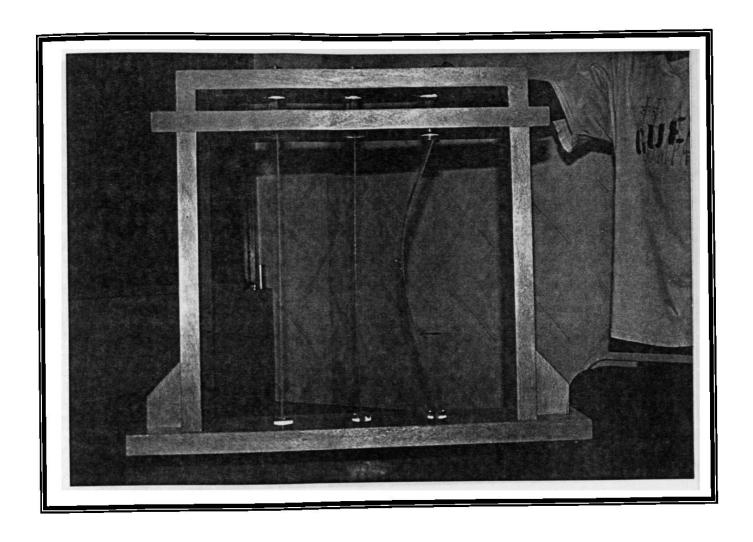
- a) Articulado abajo, articulado arriba.
- b) Empotrado abajo, empotrado arriba.
- c) Empotrado abajo, articulado arriba.



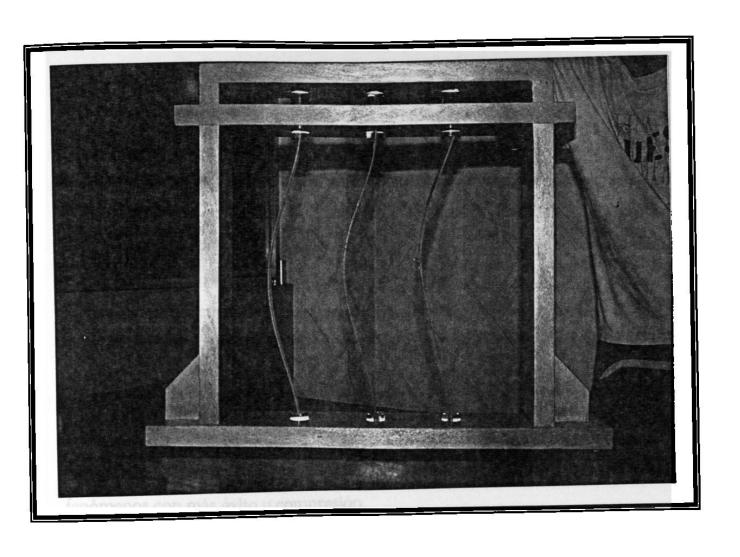
Aplicándole carga hasta el pandeo al elemento articulado-articulado, se puede observar que su pandeo es en toda la longitud y en forma senoidal, aquí la longitud efectiva es toda su longitud.



Aplicando carga hasta el pandeo al elemento empotrado-empotrado, se puede observar donde cambia de concavidad, la distancia, corresponde a 0.5 \(\epsilon\) esto es la longitud efectiva. En el modelo se puede apreciar sensiblemente el aumento de fuerza necesario para deformar el elemento.



Aplicando carga hasta el pandeo al elemento empotrado articulado. Se observa donde esta la flecha del cambio de concavidad, esta corresponda a la longitud efectiva de 0.7 &



Finalmente, se observan las tres columnas pandeadas simultáneamente para efectos de comparación de sus configuraciones deformadas.

VI.6. Conclusiones de columnas.

Se puede observar perfectamente la configuración deformada de cada una de las columnas, en el caso de la columna doblemente articulada, se observa la configuración senoidal en toda la longitud l, en el caso de la empotrada articulada, se observa con la cinta que sensiblemente es 0.7 l donde cambia la curvatura, esto es su longitud efectiva y en la columna empotrada-empotrada podemos observar el 0.5 l en el medio de la columna.

Estas configuraciones nos representan realmente el comportamiento de las columnas con éstas condiciones de apoyo, lo cual nos ayuda a explicar de forma cualitativa la teoría de columnas y concluir el proceso de aprendizaje de éstos fenómenos con más éxito y compresión.

VII. VARIABLES E INDICADORES

Cuando mayor es la objetividad en los auxiliares didácticos utilizados para la enseñanza del diseño de estructuras, mayor y mejor es el aprendizaje del diseño antes citado; por lo tanto, se propone el uso de modelos físicos tridimensionales como el mejor auxiliar para la enseñanza-aprendizaje del diseño correcto y adecuado de estructuras en la Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Estructural.

VII.1. Propuesta de diseño para evaluar la utilización de los modelos.

Las unidades de análisis serán los alumnos y la enseñanza del Diseño Estructural.

Si las variables son ciertas características o propiedades cualitativas o cuantitativas que presenten las unidades de análisis, entonces podemos considerar las siguientes variables:

- a) Las cualidades de los maestros (homologadas).
- b) Las cualidades de los alumnos (homologadas).
- c) Las dificultades para aprender los contenidos (objetivadas).
- d) La efectividad de las estrategias de enseñanza, en este caso sólo se estudia la del uso de modelos tridimensionales en la enseñanza-aprendizaje de estructuras de ingeniería.
- e) La calidad y cantidad del aprendizaje logrado por los alumnos.
- f) La objetividad de los auxiliares didácticos.

Por definición, o por sentido común se acepta que los auxiliares que tienen mayor objetividad son aquellos en cuya percepción se hace intervenir mayor cantidad de sentidos del alumno; así, un mensaje grabado, que se hace oír solamente a una persona vendada de la vista tendrá mucha menor objetividad que los especímenes colectados en una excursión organizada para ese efecto.

En esta investigación, la variable dependiente será el mayor o menor aprendizaje logrado por los alumnos de estructuras. La variable independiente será el uso de modelos tridimensionales en la enseñanza del diseño estructural. Esta variable, experimental nos permitirá observar qué ocurre en el aprendizaje, cuando se enseña estructuras utilizando modelos tridimensionales, en condiciones controladas. Por un lado, se usará solamente el pintarrón para explicar la solución de problemas de estructuras bidimensionales y esquemáticamente. Por el otro lado, se utilizarán, además del pintarrón, modelos tridimensionales traídos al aula o elaborados por los propios alumnos.

El experimentador es el propio tesista, en ambos casos, con lo cual se controla la variable de las características del profesor.

Los alumnos, para ambos grupos serán elegidos al azar, alfabéticamente enlistados, con lo cual se pretende controlar la variable de las características de los alumno. Se impartirán las clases en dos horas sucesivas, alternadas, y en una misma aula.

Tanto el grupo experimental como el grupo de control tendrán las condiciones restantes lo más semejantes posibles.

CAPITULO VII

Se aplicará una prueba (pretest) a los sujetos de aprendizaje, para reconocer su estatus de aprendizaje. Se aplicará otra prueba (T_2)(pretest) para apreciar las diferencias en el aprendizaje.

Se tomarán como indicadores solamente los resultados de las pruebas aplicadas a los alumnos. El verdadero indicador sería la eficiencia futura, profesional, que obtengan para diseñar estructuras para la edificación de obras de ingeniería; pero es demasiado difícil efectuar un seguimiento de los egresados y, sobre todo, controlar la no intervención posterior de variables extrañas.

Definición de términos

Los términos más importantes de esta investigación aparecen definidos dentro del escrito, en algunos casos, y en un glosario, al final, en la mayoría de los casos.

VIII. CONCLUSIONES

La elaboración de modelos físicos para la enseñanza - aprendizaje en el diseño de estructuras de Ingeniería constituye una estrategia de aprendizaje de mayor objetividad y por lo tanto, excelente para que se de un aprendizaje perdurable.

La contextualización a través de modelos físicos, es una tarea que los maestros no prefieren enfrentarla, sin embargo la mentalidad debe ser cambiada, espero que con el desarrollo de esta investigación se inicien otras más en el área pedagógica aplicado a la Ingeniería Civil, para que con ello el alumno tenga más capacidad a través del desarrollo de habilidades para afrontar los nuevos retos que se le presenten.

Siempre sería mejor utilizar alguna tecnología educativa; pero nada mejor que la realidad misma. Una educación libresca y repetidora no logrará que nuestros alumnos aspiren por la educación misma a conseguir algún desarrollo.

Ahora solo tienen más posibilidades de destacar los alumnos capaces de auto - aprendizaje, responsables de su propia formación, independientes, participativos, críticos, pero sobre todo creativos.

Es necesario el desarrollo y la aplicación de mecanismos que permiten verificar la "maduración" del alumno así como su nivel cognitivo.

La actividad de estos modelos requiere de un espacio físico para su realización, además de que es necesario que el margen de error se encuentre dentro de 90% de confiabilidad con respecto a los datos obtenidos analíticamente.

CONCLUSIONES

Espero que la aplicación de esta modesta contribución como un medio de enseñanza contribuya a una mejora continua para el engrandecimiento académico de nuestros alumnos, nuestra Facultad de Ingeniería Civil y de nuestra querida Universidad.

Será en esos momentos cuando me sienta orgulloso y satisfecho por el esfuerzo desarrollado en esta investigación.

GLOSARIO

Abstracción científica.

Es el proceso mediante el cual se destacan los aspectos, elementos y vínculos fundamentales de los fenómenos y de los objetivos, a fin de iniciar su estudio intensivo.

Ajuste de la ayuda pedagógica.

Se refiere al cambio regulado en la cantidad y cualificación de los apoyos o soportes que el autor (docente, experto o compañero más avanzado) brindan al aprendiz. Dichos apoyos pueden involucrar aspectos tan diversos como intervenciones en la esfera motivacional y afectiva, manejo de procesos de atención y de memoria en el alumno, pistas para pensar, inducción de estrategias de aprendizaje para un manejo eficiente en la información.

Analogías.

Estrategia de enseñanza que consiste en establecer una proposición comparativa entre la información nueva a aprender (generalmente de mayor abstracción y complejidad) con otra información conocida familiar y concreta para el aprendiz, con la finalidad de facilitar el aprendizaje de la primera.

Andamiaje (scaffolding).

Metáfora de Jerome Bruner basada en la idea de Zona de Desarrollo Próximo de Vigotsky, que permite explicar la función tutorial de soporte o establecimiento de puentes cognitivos que cubre el docente con sus alumnos. Implica que las intervenciones tutoriales del profesor deben mantener una relación inversa con el nivel de competencia en la tarea de aprendizaje manifestado por el alumno, de

manera tal que el control sobre el aprendizaje sea cedido y traspasado progresivamente del docente hacia el alumno.

Aprendizaje cooperativo.

Situación de aprendizaje en la cual los participantes establecen metas que son benéficas para sí mismos y para los demás miembros del grupo, buscando maximizar tanto su aprendizaje como el de los otros. Se sustenta en el concepto de interdependencia positiva: "Todos para uno y uno para todos".

Aprendizaje estratégico.

Conjunta una serie de proceso cognitivos que ocurren cuando el estudiante intenta aprender de manera significativa e involucra un procesamiento del contenido de tipo informado, deliberado y autorregulado.

Aprendizaje repetitivo.

Ocurre cuando la información nueva por aprender se relaciona con la estructura cognitiva del aprendiz de manera arbitraria o al pie de la letra, debido a que aquél no tiene conocimientos previos pertinentes, manifiesta una actitud de memorizar o porque el contenido por aprender no posee significación lógica.

Aprendizaje significativo.

Ocurre cuando la información nueva por aprender se relaciona con la información previa ya existente en la estructura cognitiva del alumno de forma no arbitraria ni al pie de la letra; para llevarlo a cabo debe existir una disposición favorable del aprendiz así como significación lógica en los contenidos o materiales de aprendizaje.

Confiabilidad de la investigación.

Un diseño de investigación será confiable si permite guiar el proceso de investigación para estudiar el mismo fenómeno, en distintos momentos, pero en condiciones similares. De igual manera, los procedimientos de clasificación, medición y análisis serán confiables, si al emplearse por dos o más personas proporcionan resultados similares, o al utilizarse por una sola persona, en momentos diferentes, se obtiene el mismo resultado.

Constructivismo.

Confluencia de diversos enfoques psicológicos que enfatizan la existencia y prevalencia de procesos activos de autoestructuración y reconstrucción de los saberes culturales, los cuales permiten explicar la génesis del comportamiento y del aprendizaje.

Definición operación.

En este tipo de definición se presentan los elementos concretos que permiten observar y/o medir los fenómenos que se estudian. Esos elementos son: indicadores o referentes empíricos.

Entrenamiento ciego.

Se refiere al tipo de entrenamiento limitado de estrategias cognitivas (de aprendizaje, comprensión, composición, etc.) en el cual se les proporciona a los aprendices información sobre la naturaleza de las estrategias, pero no se les enseña cuándo, cómo y dónde utilizarlas, ni tampoco se les enseña cómo aplicarlas correctamente en forma independiente.

Entrenamiento informado.

Entrenamiento de las estrategias cognitivas donde se proporciona información condicional (dónde y cuándo aplicarlas) sobre su uso eficaz, adecuación y viabilidad en función de determinados contextos y tareas.

Entrenamiento informado con autorregulación.

Similar al entrenamiento informado, donde además de enseñarles a los alumnos a tener conciencia metacognitiva y condicional del uso de las estrategias, se enfatiza la enseñanza en el cómo aplicarlas y autorregularlas de manera efectiva. Este entrenamiento ha demostrado tener mejores resultados en el mantenimiento, generalización y transferencia de las estrategias.

Esquemas.

Abstracciones o generalizaciones que los individuos hacen a partir de los objetos, hechos y conceptos, y de las interrelaciones que se dan entre éstos. Estructura de datos elaborada por un sujeto para conceptos genéricos almacenado en la memoria.

Estrategias de apoyo.

Estrategias que se ubican en el plano afectivo-motivacional y permiten al aprendizaje mantener un estado mental propicio para el aprendizaje. Pueden optimizar la concentración, reducir la ansiedad ante situaciones de aprendizaje y evaluación, dirigir la atención, organizar las actividades y tiempo de estudio, etcétera.

Estrategias de aprendizaje o inducidas.

Procedimientos o habilidades que el alumno posee y emplea en forma flexible para aprender y recordar la información, afectando los procesos de adquisición, almacenamiento y utilización de la información.

Estrategias de enseñanza.

Estrategias que consisten en realizar manipulaciones o modificaciones en el contenido o estructuras de los materiales de aprendizaje, o por extensión dentro de un curso o una clase, con el objetivo de facilitar el aprendizaje y comprensión de los alumnos. Son planeadas por el agente de enseñanza (docente, diseñador de materiales o software educativo) y deben utilizarse en forma inteligente y creativa.

Estructura cognitiva.

Integra los esquemas de conocimiento que construyen los individuos; se compone de conceptos, hechos y proposiciones organizados jerárquicamente, de manera que existe información que es menos inclusiva (subordinada) la cual es subsumida o integrada por información más inclusiva (supraordinada).

Evaluación diagnóstica.

La evaluación realizada antes de cualquier ciclo o proceso educativo con la intención de obtener información valiosa respecto a valorar las características de ingreso de los alumnos (conocimientos, expectativas, motivaciones previas, competencia cognitiva general, etc.). La información que se obtiene de la evaluación diagnóstica puede utilizarse para realizar al menos un ajuste en la organización y secuencia de las experiencias de enseñanza y aprendizaje.

Evaluación formal.

Actividades y procedimientos que exigen una planificación y elaboración sofisticada y previa, y que se aplican en momentos o contextos en los cuales el profesor determina el inicio y fin, así como las reglas sobre cómo habrán de conducirse los participantes (exigen mayor control y estandarización). Esto provoca que los alumnos participantes sientan que están siendo objeto de evaluación.

Evaluación formativa.

Aquella evaluación que ocurre en forma concurrente con el proceso de enseñanza y aprendizaje. La evaluación formativa exige un nivel mínimo de análisis de los procesos de interactividad entre la situación de enseñanza y los procesos de aprendizaje que realizan los alumnos sobre unos contenidos curriculares determinados. La información obtenida a partir de la evaluación formativa permite a su vez proporcionar una ayuda ajustada a los procesos de construcción que realizan los alumnos.

Evaluación informal.

Actividades o procedimientos que utiliza el profesor y que suelen confundirse (no hay una delimitación clara) con acciones didácticas, lo cual provoca que los alumnos no perciban con claridad que están siendo objeto de evaluación. Esta es muy utilizada en la evaluación formativa.

Evaluación psicoeducativa.

Actividad de reflexión y diálogo sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje, con la intención de proponer mejoras sustantivas al mismo.

Evaluación sumativa.

La evaluación que se realiza al término de la situación, ciclo o proceso de enseñanza y aprendizaje. El fin principal de este tipo de evaluación consiste en valorar si el proceso de enseñanza fue eficaz para que los alumnos alcancen las intenciones educativas planeadas previamente.

Interacción educativa.

Evoca situaciones en donde los protagonistas (docente, alumnos) actúan simultánea y recíprocamente en un contexto determinado, en torno a una tarea o un contenido

de aprendizaje, a fin de lograr ciertos propósitos, en particular la negociación y construcción conjunta de significados.

Mapas conceptuales.

Recursos gráficos que permiten visualizar las relaciones entre conceptos y explicaciones (proposiciones) sobre una temática o campo de conocimiento declarativo particular. Esta inspirado en las ideas de Ausubel sobre la forma en que se almacena la información en la base de conocimientos (organización jerárquica). Pueden utilizarse como estrategias de enseñanza (si las usa el docente), como estrategias de aprendizaje (si las usan los alumnos), como recursos para la evaluación de conocimientos declarativos, como instrumentos para el análisis de cuerpos de conocimientos disciplinares y para la estructuración y organización del currículo.

Marco teórico y conceptual.

Es la exposición organizada de los elementos teóricos generales y particulares, así como la explicitación de los conceptos básicos en que se apoya la investigación.

Metacognición.

Conocimiento sobre los procesos y los productos de nuestro conocimiento. Es de naturaleza estable, constatable, falible y de aparición relativamente tardía en el desarrollo. Pueden distinguirse dos aspectos: el relativo a las variables persona, tarea y estrategia, y el relativo a las experiencias metacognitivas.

Método científico.

Conjunto de posturas, reglas y procedimientos generales y específicos que guían una investigación científica y permiten obtener un conocimiento objetivo de la realidad concreta.

Modelo.

Construcción o conjunto de construcciones estructuradas de tal manera que sus relaciones formales resulten útiles para representar algún(os) aspecto(s) de la realidad o de alguna teoría.

Motivación.

Se deriva del vocablo *movere* que significa moverse, poner en movimiento o estar listo para actuar. Es un factor cognitivo afectivo que determina a los actos volitivos de los sujetos. En el plano pedagógico se relaciona con la posibilidad de estimular la voluntad, interés y esfuerzo por el aprendizaje.

Motivación extrínseca.

Motivación que depende más bien de lo que digan o hagan los demás respecto a la actuación del alumno, o de lo que éste obtenga como consecuencia tangible de su aprendizaje.

Motivación intrínseca.

Motivación que se centra en la tarea misma y en la satisfacción personal que representa enfrentarla con éxito.

Organizador previo.

Conjunto de conceptos y proposiciones que permiten relacionar la información que ya posee el alumno con la información que tiene que aprender. Proporciona una visión introductoria del contexto donde se inserta el contenido por aprender, siendo más abstracto, general e inclusivo que éste.

Operacionalización de la hipótesis.

También se llama reducción de variables, o deducción de consecuencias verificables. Es desglosar las variables que componente la hipótesis en aspectos o elementos más concretos, que reciben el nombre de indicadores. Así se obtienen referentes empíricos, es decir, datos concretos del fenómeno que se estudia.

Paradigma.

Es una perspectiva, una forma fundamentada metódica y estructurada de interpretar una zona más o menos amplia de fenómenos de la realidad.

Pistas tipográficas.

Estrategia de enseñanza que consiste en colocar señalamientos en el texto para organizar y/o enfatizar ciertos elementos de la información contenida, con la finalidad de facilitar su aprendizaje y compresión.

Procesamiento profundo.

El procesamiento que se centra en los aspectos sustantivos de un mensaje visual, oral o escrito. En el procesamiento profundo de la información están involucrados de manera importante los esquemas y las estrategias (de alto nivel) del aprendiz, los cuales permiten dar un tratamiento conceptual y semántico al mensaje.

Procesamiento superficial.

El procesamiento que atiende a los aspectos menos relevantes de un mensaje visual, oral o escrito que se le presenta al aprendiz (se centra en aspectos episódicos de la presentación del mensaje y no se realiza ningún tratamiento conceptual del mismo). Tiene que ver directamente con el aprendizaje memorístico y las estrategias de recirculación de la información.

Puente cognitivo.

Ideas, conceptos o apoyos que permiten enlazar la estructura cognitiva con los contenidos por aprender, de manera tal que orientan al alumno de forma regulada a detectar las ideas fundamentales, organizarlas e integrarlas significativamente en su estructura de conocimientos.

Redes semánticas.

Recursos gráficos en los que se establecen las formas de relación existentes entre conceptos (a partir de rubros ya elaborados) y cuya construcción no se realiza necesariamente en forma jerárquica. Pueden utilizarse como estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Referente empírico.

Es el aspecto más concreto de una variable y sirve para cuantificar la observación del fenómeno que se estudia. Ejemplo: para la variable: calidad de vida; indicador: tipo de vivencia; referentes empíricos: disponibilidad de servicios públicos, tipos de materiales de la vivienda, cantidad y calidad de muebles y aparatos, etc.

Sentido.

Se refiere al carácter experiencial del aprendizaje escolar. Involucra el conjunto de factores motivacionales, relacionales y afectivos que desempeñan un papel crucial en la movilización del conocimiento previo y en la construcción de significados.

Transferencia de responsabilidad

El nivel de responsabilidad para lograr una meta o propósito se deposita al principio casi en su totalidad en el profesor, y éste de manera gradual va cediendo o traspasando dicha responsabilidad al alumno, para que éste logre al final del episodio un dominio pleno e independiente de lo aprendido.

CAPITULO IX

Variable.

Característica, atributo, propiedad o cualidad que:

- a) puede darse o estar ausente en personas, grupos sociedades que se investigan.
- b) Pueden presentarse en matices o modalidades diferentes.
- c) Se dan en grados, magnitudes o medidas distintas.

BIBLIOGRAFIA

Beer Ferdinand P. Y Russell Mecánica vectorial para ingenieros.

Johnston Jr. (1990) México, Mc Graw - Hill.

Brockett Ralph G. y Roger El aprendizaje autodirigido en la educación de adultos.

Hiemstra (1993) Barcelona, Piados Educador

CESDER (Centro de Estudios Educación para el medio rural.

para el Desarrollo Rural) Monterrey, N.L., Castillo.

(1998)

Díaz Barriga Arceo Frida y Estrategias docentes para un aprendizaje significativo.

Gerardo Hernández Rojas México, Mc Graw Hill.

(1998)

Drapeau Christian (1996) Aprendiendo a aprender.

México, Océano.

Facultad de Ingeniería Civil, Apuntes de estructuras.

U.A.N.L. (1998) Versión mimeográfica.

Fernández Pérez Miguel Tareas de la profesión docente.

(1994) Madrid, Siglo XXI de España.

Garza Rosa María y Susana Aprender cómo aprender.

Leventhal (1998) México, Trillas – ITESM.

Giacomantonio Marcello La enseñanza audiovisual.

(1976) Barcelona, Gustavo Gili.

Gimeno Sacristán J. y A. I. Comprender y transformar la enseñanza.

Pérez Gómez (1992) Madrid, Morata.

BIBLIOGRAFIA

Hardy Leahey Thomas y Aprendizaje y cognición.

Richard Jackson Harris Madrid, Prentice Hall.

(1998)

Lizárraga Ignacio M. (1990) Estructuras isostáticas.

México, Mc Graw Hill.

Martinez Beltrán José Mª Enseño a pensar.

(1995) Madrid, Bruño.

Muñoz Razo Carlos (1998) Cómo elaborar y asesorar una investigación de tesis.

México, Prentice Hall.

Pansza González Margarita Operatividad de la didáctica.

Esther Carolina Pérez J. México, Gernika.

otro (1986)

Pérez Gómez Angel y Julián Lecturas de aprendizaje y enseñanza.

Almaráz (1981) México, F.C.E. Paideia.

Rojas Soriano Raúl (1992) Formación de investigadores educativos.

México, Plaza y Valdés.

Rojas Soriano Raúl (1995) Investigación-acción en el aula.

México, Plaza y Valdés.

SILO (Mario Luis Cobos) Contribuciones al pensamiento.

(1990) México, Plaza y Valdés.

Singer Ferdinand L. (1979) Mecánica para ingenieros.

México, Harla.

