

## **Capítulo 4**

### **Métodos Estadísticos Empleados en el Mejoramiento de la Calidad.**

#### **4.1 Introducción.**

Existen unos principios básicos que sirven para comprender el comportamiento estadístico de los fenómenos que son los siguientes:

##### **1) No hay dos cosas exactamente iguales.**

Éste principio se basa en que jamás existirán dos partes que sean iguales, pero es deseable conservar las diferencias entre esas partes al mínimo.

##### **2) Las variaciones en un producto o proceso son medibles.**

Todo proceso debe ser monitoreado de manera continua, con objeto de visualizar los resultados de cierta operación para observar si se está presentando un problema o si hay un comportamiento normal en el mismo.

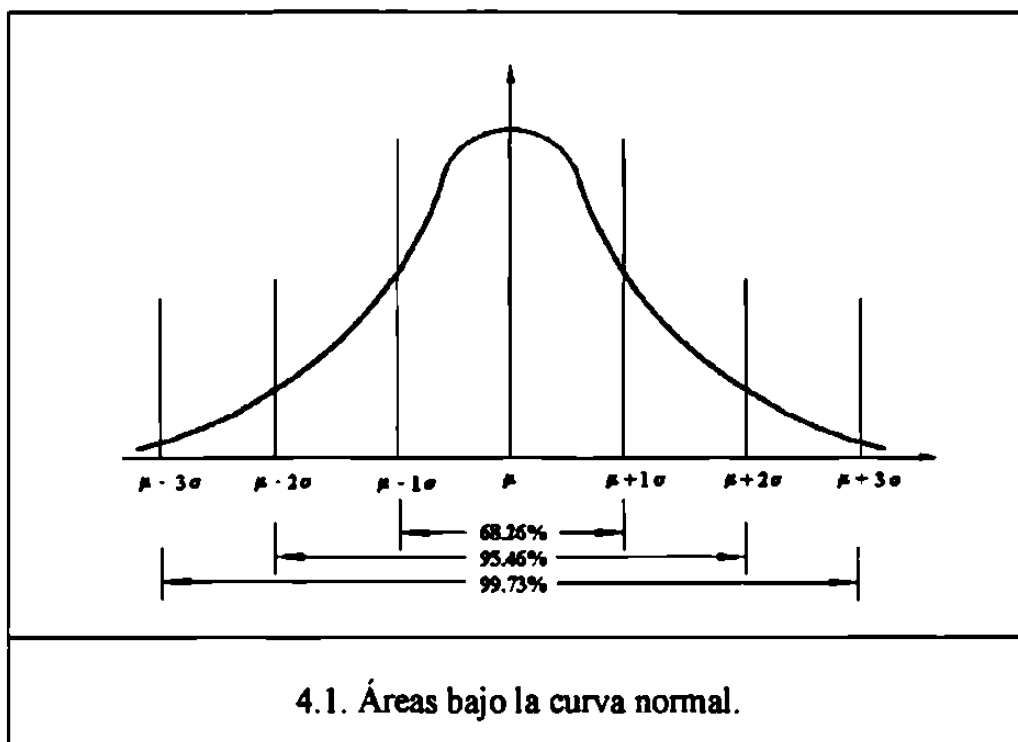
##### **3) Las cosas varían de acuerdo con un patrón determinado.**

Para que el patrón tome forma se deberán registrar las lecturas de la dimensión de cualquiera de las partes y si se agrupan se observará la formación de un patrón después de haber medido y registrado varias de estas lecturas. Al patrón que se forma se le conoce como distribución de frecuencia la cual queda formada al trazar una línea

alrededor de los grupos y en esta curva se observará que hay más lecturas hacia el centro y menos en los bordes tomando la curva la forma de una campana, y esta curva de distribución de frecuencia se repetirá tantas veces como se tomen lecturas.

4) Cada vez que se miden cosas del mismo tipo, la mayoría de las lecturas tienden a agruparse hacia el centro.

Es posible predecir con bastante exactitud el porcentaje de lecturas en diferentes secciones de la curva como se muestra en la figura 4.1.



Será conveniente recordar que las lecturas tienden a agruparse hacia el centro como se muestra en la curva de campana la cual recibe el nombre de “Curva Normal de Distribución”.

5) Es posible determinar la forma de la curva de distribución para las partes fabricadas por un proceso.

Si se hace una agrupación o una distribución de frecuencias de las piezas fabricadas en un proceso podemos entonces compararlas contra las especificaciones para esa dimensión y así se sabrá que es lo que hace el proceso comparado con lo que queremos que haga. Un proceso puede tener su origen de variación en alguna de las siguientes

áreas: materiales, máquinas, procedimientos, medio ambiente y operarios. Pero la variación observada cuando medimos piezas en un proceso es resultado de dos tipos de causas a las cuales podemos llamarles causas fortuitas y causas asignables. En algunos textos le llaman causas de sistema y causas especiales. Las causas fortuitas son aquellas contra las que no se puede hacer algo, éstas están siempre dentro del proceso y forman parte de éste, mientras que las causas asignables son aquellas contra las que si podemos hacer algo ya que pueden detectarse por no estar siempre activas en el proceso. Entonces si las variaciones en un proceso que se deban a las áreas antes mencionadas fueran por causa fortuita entonces el producto varía de manera normal y predecible y podemos decir que éste es un proceso estable. Pero si ocurre un cambio poco usual y éste cambio se refleja en la curva normal de distribución y entonces se puede decir que éste es resultado de una causa asignable. De ser así, la curva normal de distribución sufrirá una deformación y perderá su forma acampanada. Como puede verse en la figura 4.2.

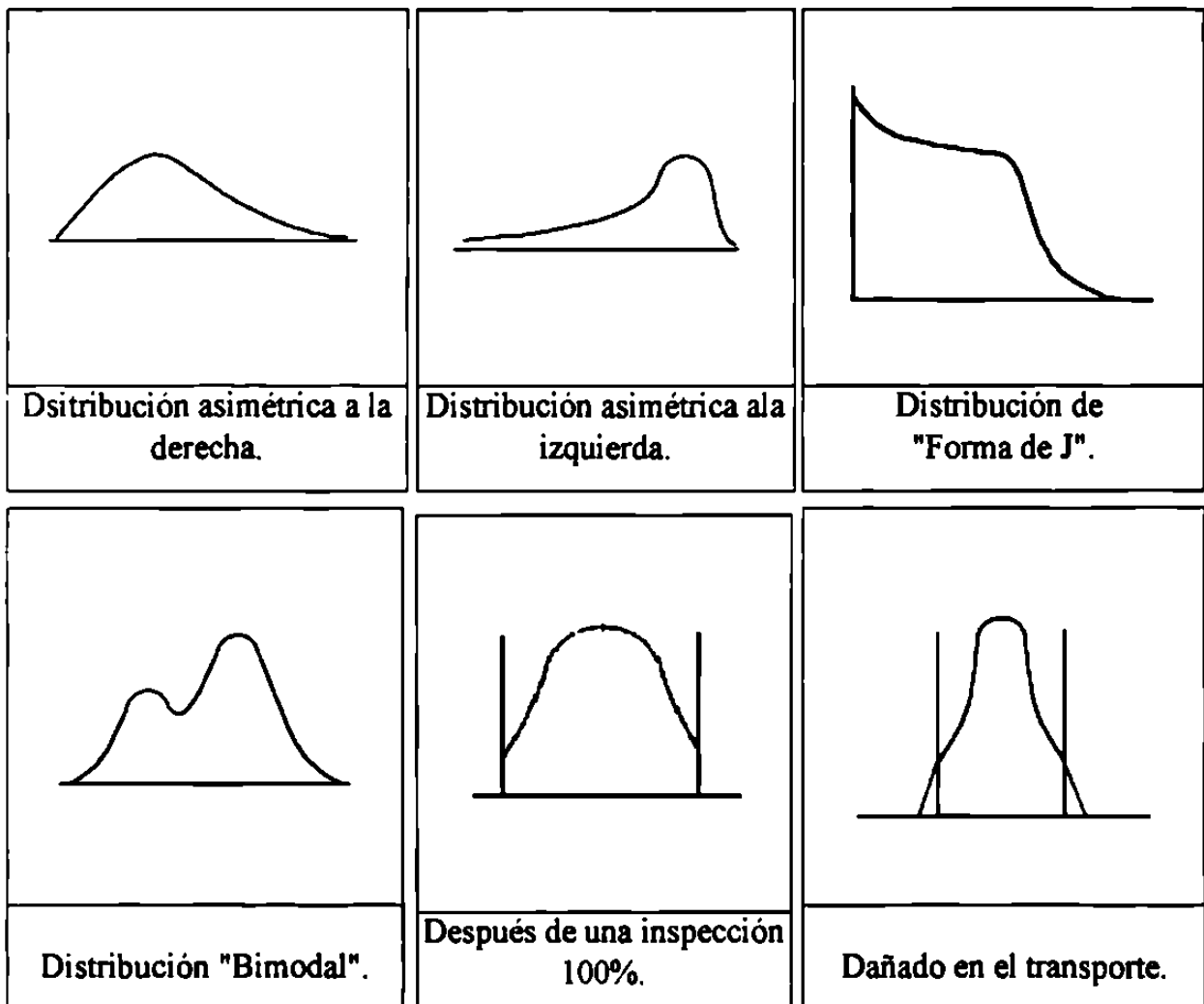


Figura 4.2. Asimetría.

## **6) Las variaciones debido a causas asignables tienen a deformar la curva normal de distribución.**

La distribución de frecuencia es una lista de mediciones que muestran cuantas veces incluye cada medida en el grupo. Es de gran ayuda para determinar si las causas fortuitas son las únicas presentes en el proceso o si también hay causas asignables.

En las distribuciones de frecuencia es posible observar los principios anteriormente mencionados.

## **4.2 Las Siete Herramientas Estadísticas de la Calidad Total.**

A continuación se describen las siete herramientas que son indispensables para llevar a cabo un adecuado control de calidad. Estas herramientas son: **Diagrama de Pareto, diagrama causa efecto, estratificación, hoja de verificación, histograma de frecuencia, diagrama de dispersión, gráfica de control de Shewart.** Se considera que un 95% de los problemas de calidad se resuelven con estas herramientas. Es importante que los miembros de la alta gerencia, así como los trabajadores de línea estén familiarizados en el manejo de estas sencillas herramientas.

### **4.2.1 Diagrama de Pareto.**

Llamado también el Principio de **“Pocos Vitales, Muchos Triviales”**. El diagrama de Pareto es una gráfica parecida al diagrama de barras donde se muestra en forma ordenada el grado de importancia que tienen las diferentes causas en un cierto problema, tomando en consideración la frecuencia con que ocurre cada una de las causas. O sea que prácticamente es un histograma de datos. Este diagrama tomó el apellido de Vilfredo Pareto quién era un economista italiano que observó que cuando se analizan las causas de un problema existen pocas vitales y muchas triviales. Pocos vitales son los factores que representan la parte más grande o el porcentaje más alto de un total, y los muchos triviales son los numerosos factores que están representando la parte restante. Esta herramienta fue popularizada por Joseph Juran y Alan Lakelin éste último formuló la regla 80-20 basándose en los estudios de Pareto, esta regla enuncia que el 80% de un

valor o de un costo se debe al 20% de los elementos causantes de éste. El objetivo del diagrama de Pareto es la identificación de los pocos vitales, o sea el 20%, el diagrama facilita la toma de decisiones ya que se ven agrupados por orden de importancia las causas de un problema. El análisis de Pareto es de bastante utilidad porque nos muestra la necesidad de cambio y mejora y es una ayuda para jerarquizar los problemas que necesitan ser resueltos y así poder decidir que hacer primero, tomando decisiones basadas en datos. Una aplicación de este tipo de diagrama es para mostrar los resultados de programas de mejoramiento a través del tiempo. Este tipo de análisis puede aplicarse para analizar los datos que se tienen reunidos en las hojas de verificación. Las características que se observen se deben de ordenar desde la mayor frecuencia hasta la menor.

A continuación se muestran los pasos recomendados para la elaboración de un diagrama de Pareto.

**Paso 1.** Se deberá de elaborar una lista de causas posibles del problema.

**Paso 2.** Establezca el intervalo de tiempo en que se obtendrán las mediciones.

**Paso 3.** Realice las mediciones y obtenga la frecuencia de ocurrencia de cada causa en el intervalo fijado.

**Paso 4.** Deberá de ordenar las causas o factores que influyen en el problema en orden decreciente pero de acuerdo a su frecuencia.

**Paso 5.** Calcule el porcentaje absoluto de defectuosos por cada causa respecto al número total de artículos inspeccionados.

**Paso 6.** Deberá de calcular el % relativo de defectuosos por cada causa con respecto al número total de artículos defectuosos.

**Paso 7.** Calcule el % relativo acumulado.

**Paso 8.** Elabore la gráfica trazando dos ejes verticales y uno horizontal.

Paso 9. Graficar las barras de los diferentes factores o causas donde la altura de la barra será la frecuencia con la que se está presentando la causa. Las barras tendrán la misma base y las barras adyacentes tendrán lados comunes.

Paso 10. Grafique los puntos que representan el % relativo acumulado considerando el extremo derecho de cada barra. A continuación en la figura 4.3 se puede ver la forma que tomaría el Pareto.

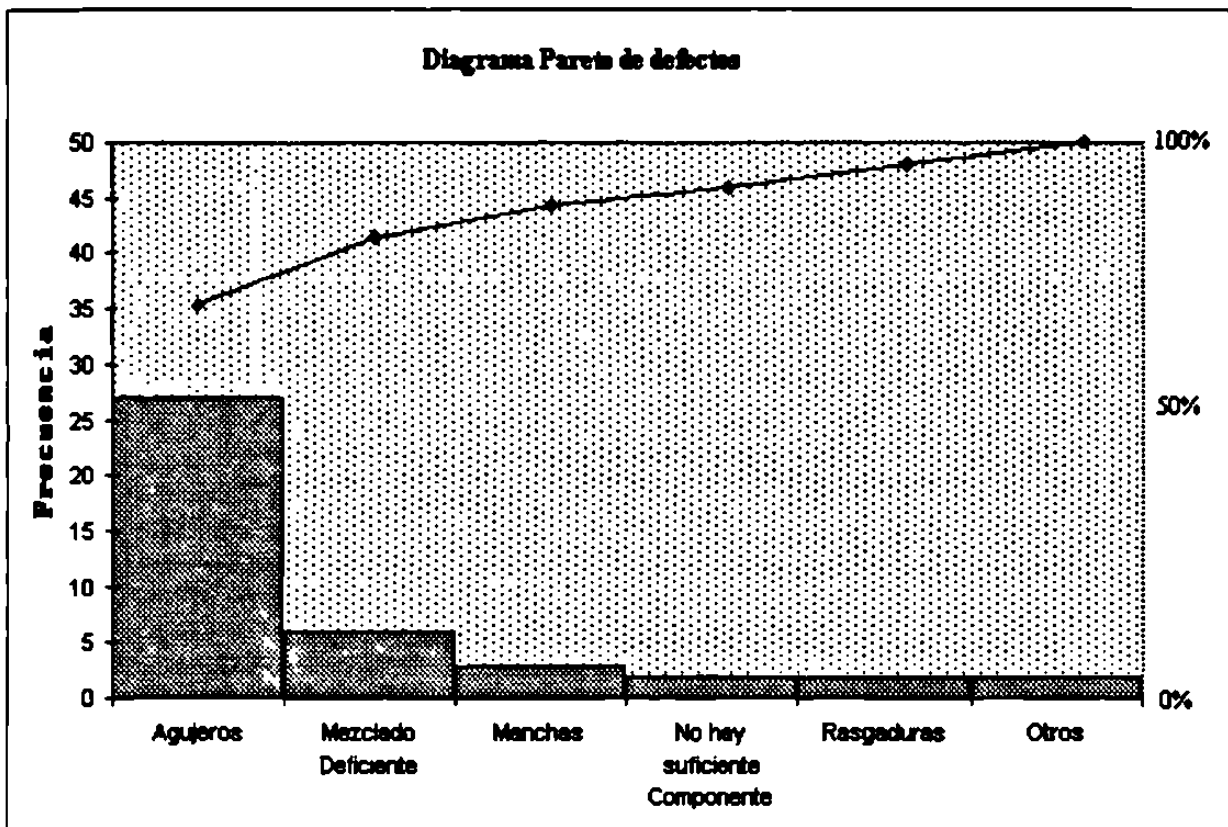


Figura 4.3. Diagrama de Pareto terminado.

A continuación se hará un análisis de Pareto para artículos defectuosos ordenándose los tipos de defectos de acuerdo a su porcentaje relativo como se muestra en la tabla 4.1.

	Número.	Porcentaje del total.
Incompletas	48	42
Rayadura superficial	32	28
Roturas	23	20
Otras	8	7
Accidentales	4	3

Tabla 4.1. Ejemplo de Pareto.

En esta tabla se puede apreciar que en cuanto a defectos la incompletas explican el 42% del total y que las tres categorías principales explican el 80% de todos los defectos. Ésto visto en un diagrama de Pareto queda como se muestra en la figura 4.4.

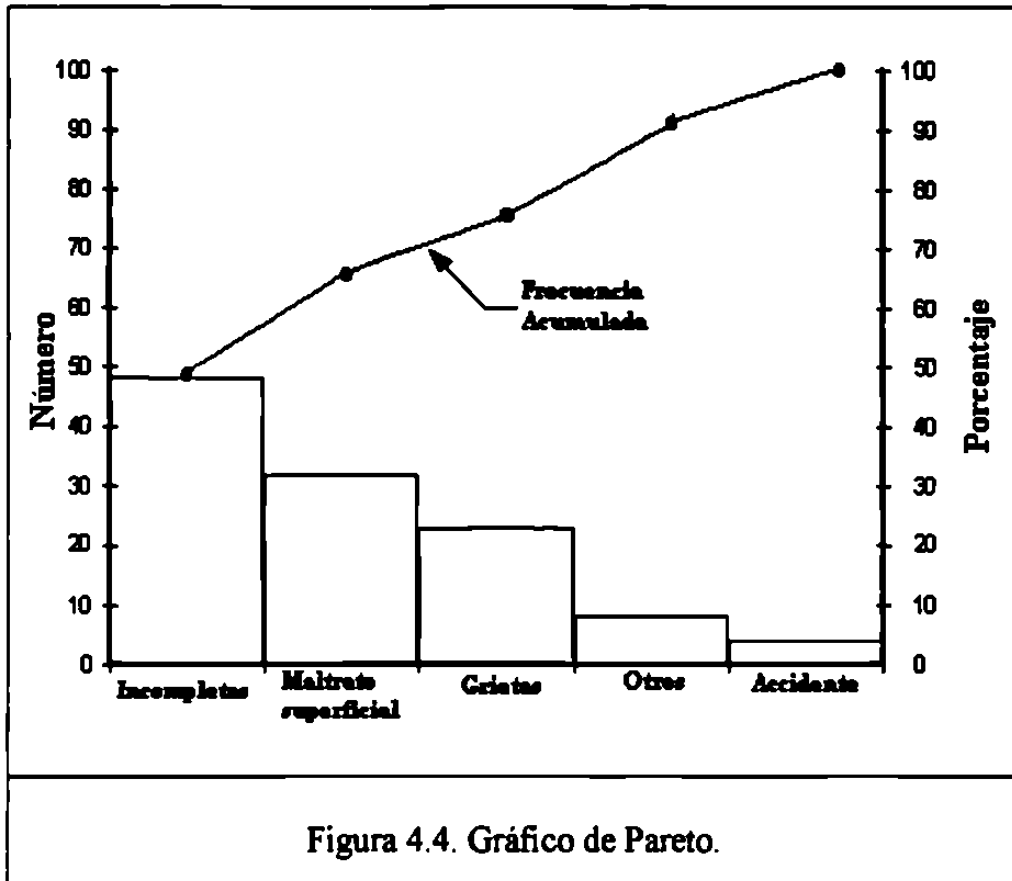


Figura 4.4. Gráfico de Pareto.

Puede apreciarse con facilidad la causa principal de un problema y de esta manera deberemos enfocar toda nuestra atención para eliminarlo.

Algunas ventajas al utilizar el diagrama de Pareto son las siguientes:

- Se puede visualizar rápidamente cuáles son las causas que afectan un proceso o sistema.
- Se sabe inmediatamente cuáles son las causas de un problema en las que debe actuarse en forma inmediata.
- Se puede verificar la eficacia de las acciones correctivas comparando el Pareto antes y después que se tomó la acción.
- Es posible expresar los costos que representa cada tipo de defecto así como la economía lograda después de las modificaciones.

### **4.2.2 Diagrama Causa Efecto.**

Generalmente habrá variación en los productos derivados de un proceso y esto puede deberse a causas como materiales, mano de obra, maquinaria, métodos de trabajo y medio ambiente. Y para poder identificar las causas con claridad, es conveniente primero hacer una tormenta de ideas antes de construir el diagrama causa efecto, la tormenta de ideas es un método que permite solucionar problemas en equipo, aquí se aprovecha la habilidad creativa de la gente para identificar y resolver problemas, con este procedimiento se genera en gran cantidad de ideas en un corto tiempo.

Para hacer una tormenta de ideas se requiere lo siguiente:

a) Que halla un equipo que esté dispuesto a trabajar unido, de hecho la propia tormenta de ideas puede crear un equipo, en este grupo debe de incluirse a todas las personas que estén relacionadas con el problema ya que serán éstas las que tomarán parte activa de la solución del mismo.

b) Se deberá de elegir algún miembro del grupo para que tome el papel de líder con objeto de que mantenga el orden y al mismo tiempo alentar las ideas de la gente y su participación.

c) Deberá de establecerse un lugar de reunión donde no haya interrupciones ni distracciones.

A continuación algunas recomendaciones para lograr una buena sesión de tormenta de ideas.

a) Elegir el tema.

b) Asegurarse que todos comprendan el problema.

c) Cada persona debe de tener su turno para expresar su idea.

d) Todas las ideas deben de escribirse.



e) Deben de alentarse las ideas atrevidas ya que pueden desencadenar el pensamiento de alguien más, quedarán prohibidas las críticas hasta que termine la sesión ya que si no puede bloquearse el flujo libre de ideas.

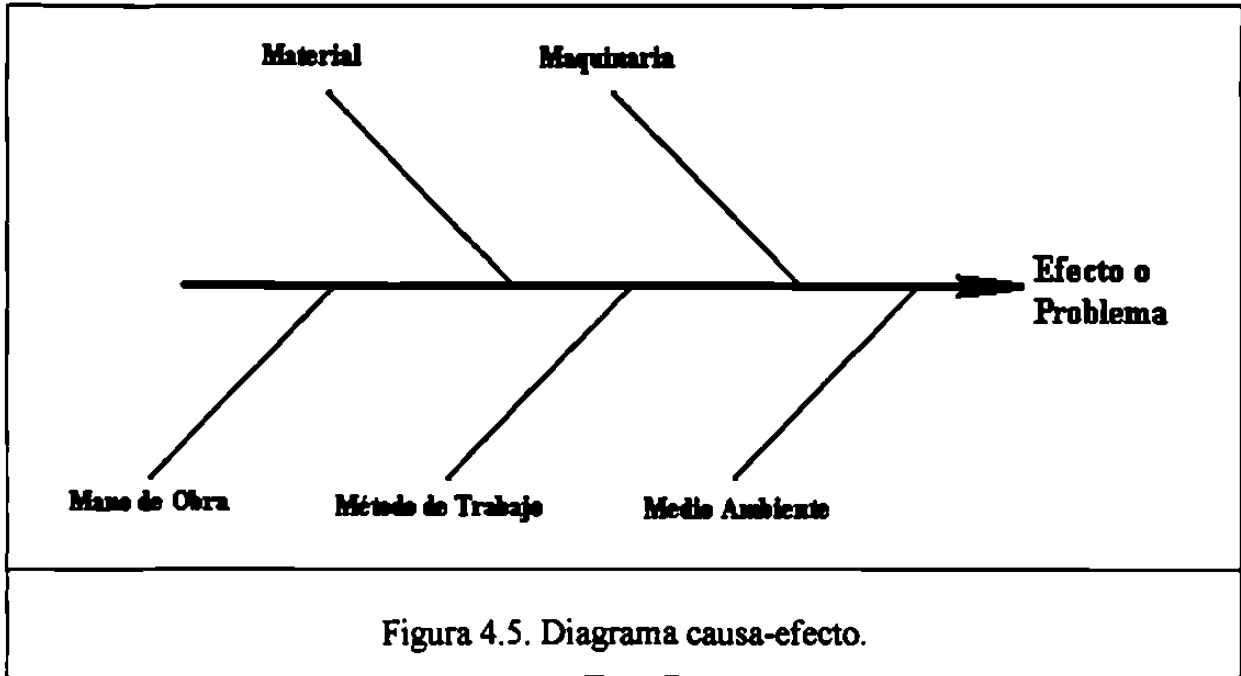
f) Debe de procurarse un ambiente agradable.

g) Se debe de permitir que transcurra tiempo para que halla pensamientos posteriores.

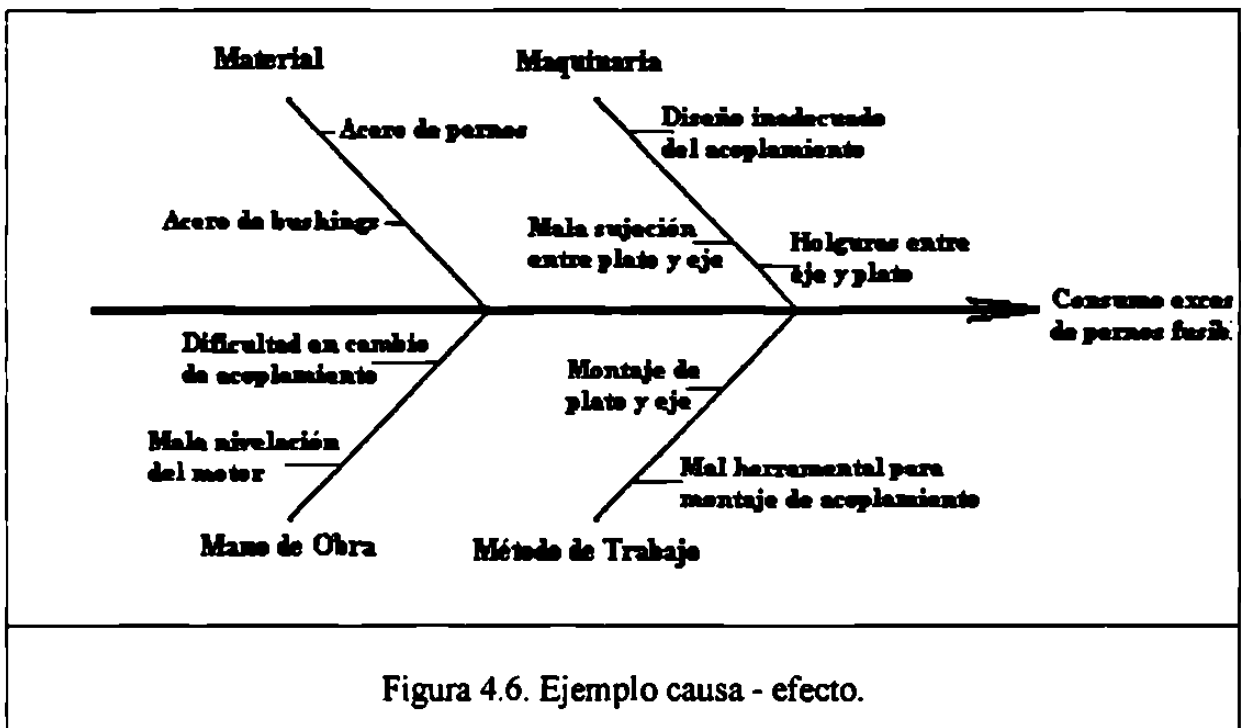
Una vez que se ha terminado la tormenta de ideas es posible ya elaborar una diagrama de causa y efecto. En este diagrama se podrá ver en forma gráfica las relaciones entre sí de las ideas que fueron expuestas en la tormenta de ideas.

Si se desea corregir la variabilidad de un proceso será necesario identificar las causas para llevar a cabo una acción correctiva. El diagrama causa efecto es una herramienta que fué desarrollada por el profesor Kaoru Ishikawa de la Universidad de Tokio en 1943, y una definición de este diagrama es proporcionada por Japan Industrial Standars “el diagrama causa efecto muestra la relación sistemática entre un resultado fijo y las causas seleccionadas”. Será conveniente definir primero el problema, el cual es un efecto o característica de la calidad y pueden haber una o varias causas potenciales de un problema, en este diagrama se ilustran precisamente las relaciones que existen entre las causas que generan una cierta característica de calidad. Las siguientes son consideradas causas universales tales como: mano de obra, materia prima, maquinaria, métodos de trabajo y medio ambiente. Por eso es que también se le llama “diagrama de las cinco m” o diagrama de pescado por la similitud con las espinas de pescado. La estructura general se aprecia en la figura 4.5.

Para construirlo una vez que se reunió el material y la gente involucrada en el problema se procedió a desarrollar el diagrama de tal forma que en el extremo derecho del papel se escribe el problema o efecto encerrado en un recuadro a partir de éste se traza la espina de pescado trazando una línea horizontal desde la izquierda del papel hacia el recuadro con terminación de flecha, posteriormente se añaden las causas principales, esto se refiere a las "m's", finalmente cada una de las ideas sobre el problema que proceden de la tormenta se agrupan en la “m” correspondiente.



En la figura 4.6 se muestra un diagrama causa efecto que se realizó para determinar la causa del consumo excesivo de pernos. Como puede apreciarse no se determinó que el medio ambiente fuera causa de problema.



### 4.2.3 Estratificación.

Estratificar significa dividir los elementos de algo en capas situadas en diferentes planos. La estratificación es utilizada para clasificar los datos en una serie de grupos con características similares. Esta herramienta sirve para encontrar la causa mayor más

facilmente, analizar la causa elegida y confirmar los efectos sobre la situación. Esta herramienta sirve porque toda la información que tenemos dispersa provocaría que se generalizaran conclusiones y en cambio si separamos la información por estratos se podrán obtener conclusiones particulares para cada segmento. Los valores observados están siempre acompañados por alguna variación, por ellos cuando los datos son estratificados de acuerdo a los factores que se piensa, causan la variación, las causas de esta variación son más fácilmente detectadas. Sucede que cuando los mismos productos se elaboran en varias máquinas o por varios operarios será mejor que los datos sean clasificados de acuerdo a la máquina u operador para obtener una comprensión más clara de su estructura y así poder identificar las causas del problema y llevar a cabo las acciones correctivas convenientes, por otra parte permitirá examinar la diferencia en los valores promedios y la variación entre diferentes estratos y tomar medidas contra la diferencia si existe alguna. Si es posible tomar medidas al instante, es necesario llevar el control del proceso usando cartas de control estratificadas. La estratificación es generalmente hecha acorde al material, máquina, condiciones de trabajo y mano de obra.

Se realizó una inspección sobre el porcentaje de piezas producidas que no cumplieran con las especificaciones o simplemente que no pasaban, y se encontró que el porcentaje era alto, por lo cual se procedió a hacer una estratificación de estas piezas tomando en cuenta la maquinaria empleada la cual se clasificó como I, II y III, para cada uno de los tres modelos distintos de máquinas y se obtuvieron los siguientes resultados, como se muestra en la tabla 4.2.

Modelo de máquina	No. de piezas	No. de piezas del tipo " NO PASA "	% de piezas del tipo " NO PASA "
I	310	42	13.5
II	198	24	12.12
II	225	33	14.67

Tabla 4.2 Ejemplo de estratificación.

Después de haber realizado el procedimiento de estratificación se observó que los datos indican que el modelo de la máquina no es el que produce diferencias significativas en los % de los artículos que no cumplen con las especificaciones " NO PASA " por lo cual será recomendable investigar otras causas que pudieran provocar este porcentaje alto de defectuosos y entre las causas pudieran estar la mano de obra, la maquinaria, materiales, medio ambiente y el método de trabajo.

#### 4.2.4 Hoja de Verificación.

La hoja de verificación es un formato especialmente diseñado para coleccionar datos de manera sencilla. Los factores que va a contener la hoja deben ser establecidos antes que su construcción, debe ser de diseño sencillo para que sea fácil de llenar. Ésta es una excelente herramienta como guía de referencia para hacer inspecciones, examinar la distribución de un proceso de distribución para revisar artículos que puedan tener defectos, analizar la localización de éstas fallas y para comprobar causas de desviaciones, entre otros usos. Básicamente la hoja de verificación tiene dos propósitos, por un lado sirve para coleccionar datos así como guía práctica para la inspección. Las hojas de verificación son utilizadas para coleccionar datos, cuando se examinan diferentes características y se requiere observar su frecuencia. Luego se construyen gráficas o diagramas, se usan también como reporte diario para evaluar la producción. Las hojas de verificación para inspección son usadas para revisar las características de calidad que son importantes de evaluar en un proceso o un producto.

Si se desea diseñar una hoja de verificación se debe determinar primero el objetivo, ésto se refiere a la información que se necesita, se hace la distribución de los espacios, se orienta al personal que la va a llenar y se procede a recolectar los datos.

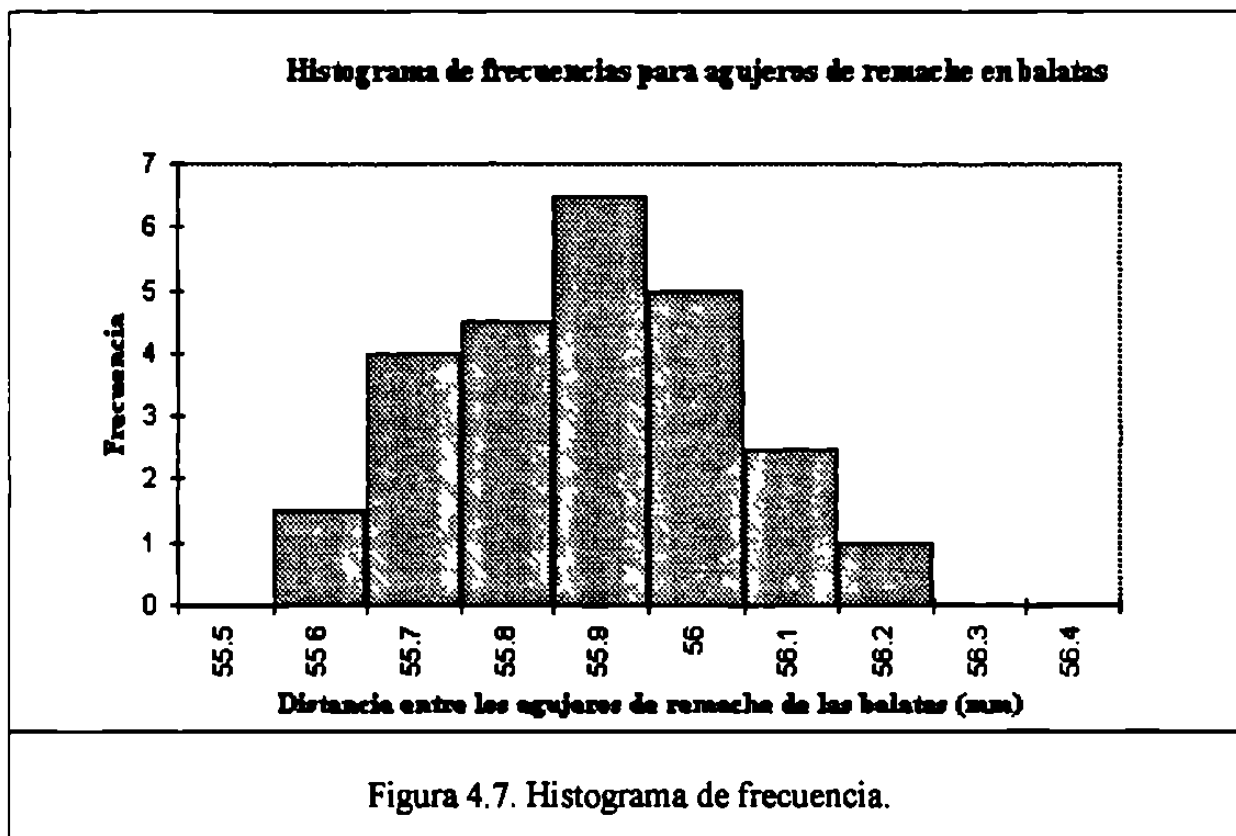
A continuación se muestra una hoja de verificación, obtenida de una muestra de datos de atributos recopilados sobre el número de llamadas telefónicas que respondieron varias recepcionistas en todas las divisiones de la compañía, como se muestra en la tabla 4.3.

Recepcionistas	Recuentos
A	/// /// //
B	/// /// /// /
C	/// /// /// /// /// //
D	/// /// ///
E	/// //
Tabla 4.3 Hoja de verificación.	

### 4.2.5 Histograma de Frecuencia.

Un histograma se puede definir como una representación gráfica de la variación en un conjunto de datos. Toda variación que se tenga en un proceso tiene determinado comportamiento el cual puede revisarse con un histograma de frecuencias, donde se podrán apreciar el número de observaciones de cierto valor o frecuencia encuadrados en grupos determinados. En el histograma se puede ver la forma que tiene la distribución y así poder hacer inferencias sobre la población y éstos comportamientos difícilmente se pueden apreciar en una tabla de números.

El histograma de frecuencia es una herramienta que ayuda a seguir con atención las variaciones. En éste tipo de diagrama se puede observar la dispersión de las lecturas así como la cantidad que hay de cada lectura. En la figura 4.7 se puede apreciar la forma de un histograma.



En el histograma mostrado el margen inferior de la gráfica se llama escala horizontal, las medidas se ordenan de izquierda a derecha, cada barra representa un grupo de medidas dentro de cierto rango. En un histograma de frecuencia se pueden ver las dispersión que hay de las lecturas de manera rápida y fácil, sin fórmulas o tablas.

Pero los histogramas de frecuencias no dan información exacta sobre la variación, así es que no se podría saber si las variaciones fueron causadas por una sola máquina o por varias y no indica relaciones de tiempo porque no puede proporcionar información en función del tiempo. En resumen, habrá que poner especial énfasis en tres propiedades que pueden observarse fácilmente en un histograma, que son: forma, acumulación o tendencia central y dispersión o variabilidad.

A continuación se describe el procedimiento para formar un histograma de frecuencia:

**Paso 1. Reunir las lecturas.**

Éstas pueden estar en los reportes de inspección, de no ser así, tal vez sea necesario compilarlas de varios lugares.

**Paso 2. Encontrar y marcar la lectura más alta y la más pequeña de cada grupo.**

**Paso 3. Encontrar la lectura mayor y la menor de toda la serie.**

**Paso 4. Calcular el rango de las medidas.**

En este paso, se restará el número más pequeño del más alto de toda la serie, y a la diferencia se le llama rango.

**Paso 5. Determinación de los intervalos de clase.**

Si ya se sabe la dimensión más pequeña y la mayor, ahora se deberá dividir este intervalo en una serie de intervalos más pequeños de la misma amplitud. Será importante la elección de la cantidad correcta de intervalos para el número de lecturas, si son pocos intervalos, se ocultará información valiosa, y si son muchos probablemente conformen un histograma tan plano que pueda omitir algo importante.

**Paso 6. Determinación de intervalos, límites y puntos medios.**

Primero dividir el rango de los datos entre el número de intervalos deseado. Redondear este resultado, si es conveniente. Ésto indicará la amplitud de cada intervalo.

Posteriormente se deberán establecer límites para cada intervalo. Cada lectura deberá quedar entre dos límites el establecimiento de límites entre los intervalos es para que ninguna lectura quede exactamente sobre estos, una forma de hacerlo es sumar o restar una decimal de cada límite extremo si los datos no tienen decimales. Restar 0.5 a cada intervalo y ésto cambiara el límite. Por último se deberá de establecer un punto medio en el centro de cada intervalo. Al límite inferior se le sumará la mitad de la amplitud de cada barra.

#### **Paso 7. Determinación de las frecuencias.**

Anotar una marca en cada intervalo de clase después de revisar las marcas sumarias y listar los totales bajo el título de “frecuencia”.

#### **Paso 8. Preparación del histograma de frecuencia.**

El histograma de frecuencia deberá de reflejar lo que dicen los datos además debe ser claro y fácil de leer.

Para trazarlo se deberá marcar la escala vertical y darle un título, marcar la escala horizontal y darle un título también así como titular el histograma.

Algunas recomendaciones útiles para elaborar un Histograma de Frecuencia son las siguientes:

- Usar intervalos del mismo ancho.
- No usar intervalos abiertos .
- No hacer cortes en las escalas horizontal y vertical.
- No poner demasiados intervalos ni muy pocos.
- No poner demasiada información en el histograma.
- Proporcionar lo que sea necesario para identificar la información en forma completa.

La variación de un proceso es completamente normal y el Histograma de Frecuencias es una herramienta que ayuda a manejar la variación. Es una fotografía del proceso que muestra el rango de lecturas en una muestra en un momento dado e indica cuantas piezas hay en cada medida.

Los Histogramas de Frecuencia tienen diferentes patrones que revelan información importante sobre un proceso.

Un patrón podrá revelar que la información en el proceso es tan pequeña que todas la partes producidas cumplen con las especificaciones. Otro patrón pudiera mostrar que el proceso tiene problemas y que es inevitable producir partes defectuosas.

Por ejemplo en la tabla 4.4 se muestran las observaciones que se registraron del tiempo de llenado de envases, se desea, empleando un histograma de distribución, observar si la característica de calidad se distribuye de acuerdo a la distribución normal.

	1	2	3	4	5
1	52.43	51.96	49.43	46.92	61.63
2	54.11	51.54	51.67	51.48	56.36
3	57.41	49.40	52.54	53.93	56.04
4	50.68	49.88	56.91	56.73	56.73
5	56.19	55.81	56.29	52.15	46.65
6	47.74	52.04	53.82	50.72	49.01
7	52.79	53.06	51.26	53.73	56.27
8	49.84	53.98	54.35	51.06	51.95
9	48.36	49.45	54.55	52.56	56.30
10	54.32	51.51	51.97	58.53	55.22
11	53.70	54.04	53.20	49.27	50.22
12	53.99	53.09	49.05	53.82	53.45
13	50.04	48.84	54.71	50.08	58.81
14	50.28	46.55	50.65	45.31	50.43
15	46.14	52.39	49.70	52.04	49.23
16	51.94	52.48	52.21	55.46	50.09
17	50.52	55.16	55.25	52.30	51.81
18	51.60	53.12	51.13	53.90	51.27
19	46.98	55.88	50.62	52.82	52.94
20	52.76	50.34	57.51	49.61	50.71

Tabla 4.4. Ejemplo de histograma de frecuencia.

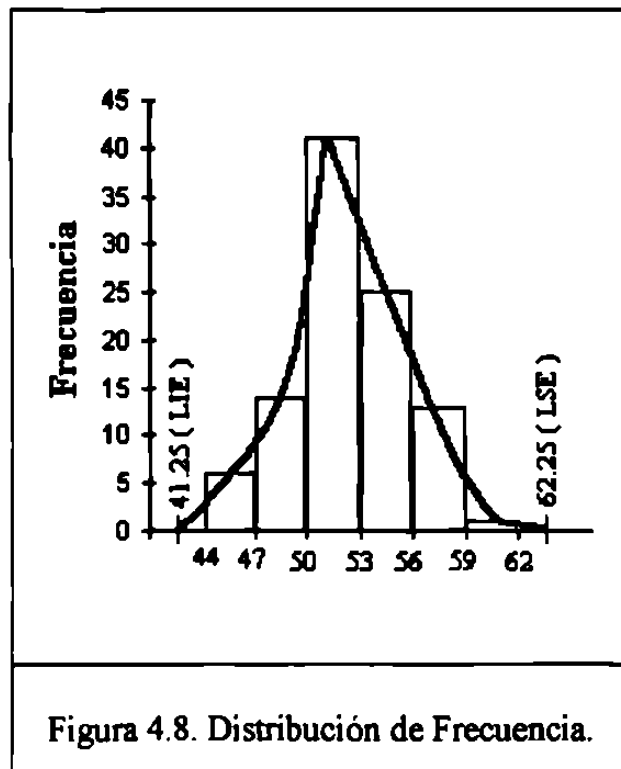
A continuación en la tabla 4.5 se muestran las frecuencias absolutas y relativas con las cuales se podrá construir el histograma:

Intervalos de Clase	Frecuencia	Frecuencia Relativa	Frecuencia Relativa Acumulada
$44 \leq X < 47$	6	0.06	0.06
$47 \leq X < 50$	14	0.14	0.20
$50 \leq X < 53$	41	0.41	0.61
$53 \leq X < 56$	25	0.25	0.86
$56 \leq X < 59$	13	0.13	0.99
$59 \leq X < 62$	1	0.01	1.00
	100	1.00	

Tabla 4.5. Tabulación histograma de frecuencia.



Como puede apreciarse puede decirse que la característica de calidad si tiene una distribución normal, lo cual se observa en la figura 4.8



#### 4.2.6 Diagrama de Dispersión.

El diagrama causa efecto nos proporciona una visión global que nos ayuda a identificar las posibles causas responsables de una característica de calidad. El ordenamiento de estas causas que se lleva a cabo en el diagrama de Pareto, facilita ver que causas deben eliminarse en forma prioritaria, a fin de reducir en gran medida el número de productos defectuosos. Con el propósito de controlar mejor el proceso y por consiguiente de mejorarlo resulta a veces indispensable conocer la forma como se comportan algunas variables o características de calidad entre sí, ésto es descubrir si el comportamiento de unas depende de otras o no y en que grado. El diagrama de dispersión es una herramienta utilizada con frecuencia cuando se desea realizar un análisis gráfico de datos bivariados, es decir los que se refieren a dos conjuntos de datos. El resultado del análisis puede mostrar que existe una relación entre dos variables y este estudio puede ampliarse para incluir una medida cuantitativa de tal relación. En estudios de mejoramiento de calidad los dos conjuntos pueden referirse a lo siguiente:

- Una característica de calidad y un factor que incide sobre ésta.
- Dos características de calidad relacionadas.
- Dos factores relacionados con una sola característica.

### **Pasos para la construcción de un diagrama de Dispersión.**

Paso 1.- Se deberá de recolectar y presentar en una tabla de  $n$  parejas de datos en forma  $X$   $Y$  donde se representarían con  $X$  y  $Y$  los valores respectivos de las dos variables.

Paso 2- Diseñar las escalas apropiadas para los dos ejes  $X$  y  $Y$  es conveniente que las longitudes de los dos ejes sean aproximadamente iguales.

Paso 3- Graficar los datos. Si hay parejas repetidas los puntos se muestran con círculos concéntricos.

Paso 4- El diagrama de dispersión deberá de incluir lo siguiente: fecha , nombre del operario, período de recolección, y nombre del proceso.

### **Interpretación y uso del Diagrama de Dispersión.**

En este diagrama se muestran en forma gráfica los dos conjuntos de datos con la idea de examinar el patrón de distribución.

La relación entre los dos conjuntos de datos recibe el nombre de correlacion, así que cuando a un aumento de un valor de la variable  $X$  le acompaña un aumento en la otra variable la correlación es positiva y en caso inverso la correlación será negativa. Pero también se puede dar el caso de no haya relación entre variables y en éste caso se dice que no hay correlación. En la figura 4.9 se aprecian las posibilidades antes mencionadas.

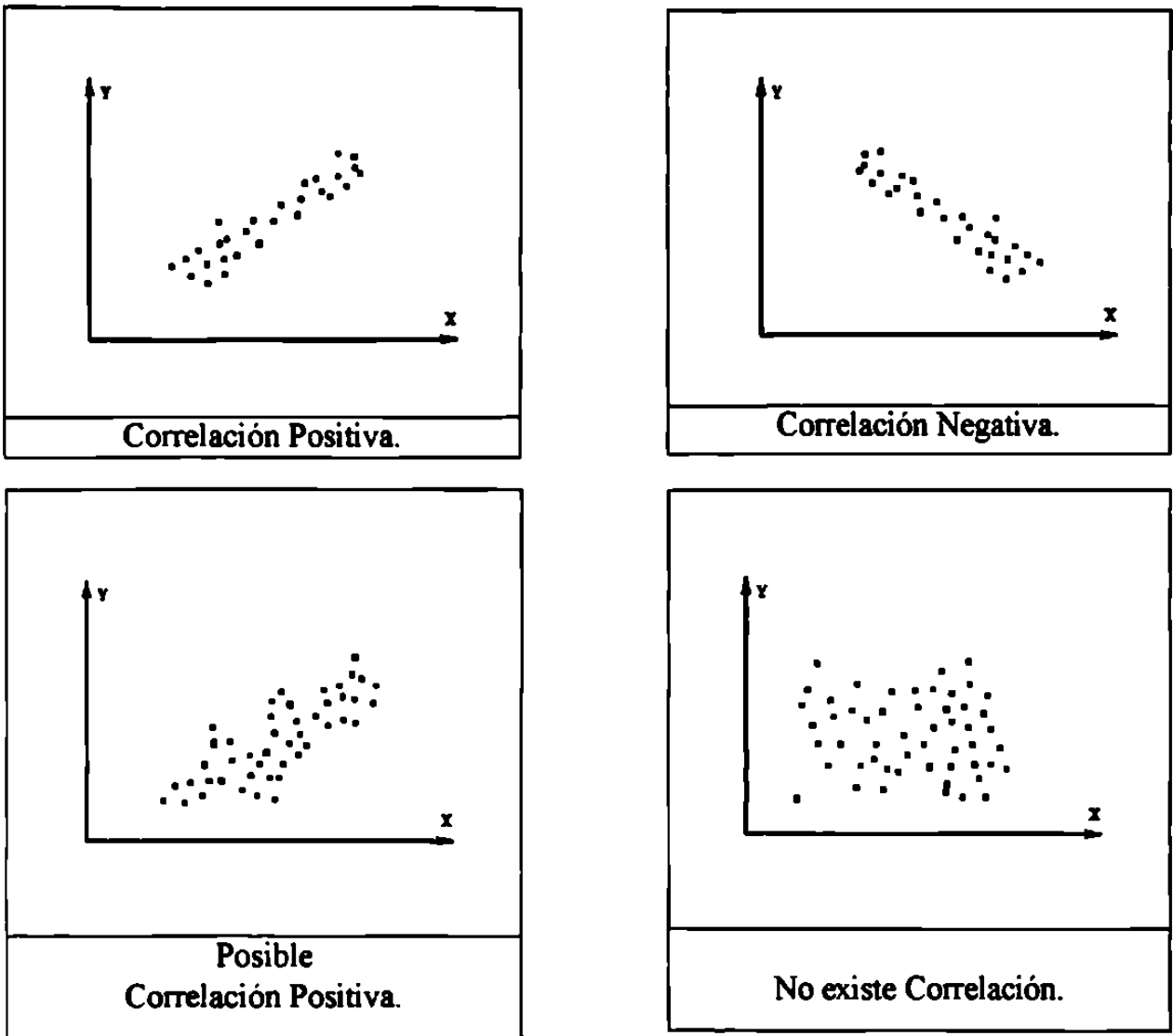


Figura 4.9. Diagrama de dispersión.

Por ejemplo para verificar el grado de relación entre esfuerzo al corte y el diámetro de los puntos de soldadura, se obtuvo la información correspondiente a 12 puntos de soldadura. Los valores resultantes se muestran enseguida en la tabla 4.6. Por lo tanto se procede a elaborar el diagrama de dispersión con el objeto de ver si hay correlación entre variables.

En la figura 4.10 muestra una fuerte correlación positiva entre estas variables, y se ha dibujado una línea recta que puede modelar la relación entre X y Y.

Diámetro de soldadura ( $10^{-3}$ pulgadas)	Esfuerzo al corte ( $\text{lb}/\text{pulg}^2$ )
370	400
1550	1600
3530	3600
1960	2000
3840	4000
580	800
2920	2500
3200	4000
910	1250
920	700
2670	3100
1700	2200

Tabla 4.6 Ejemplo de dispersión.

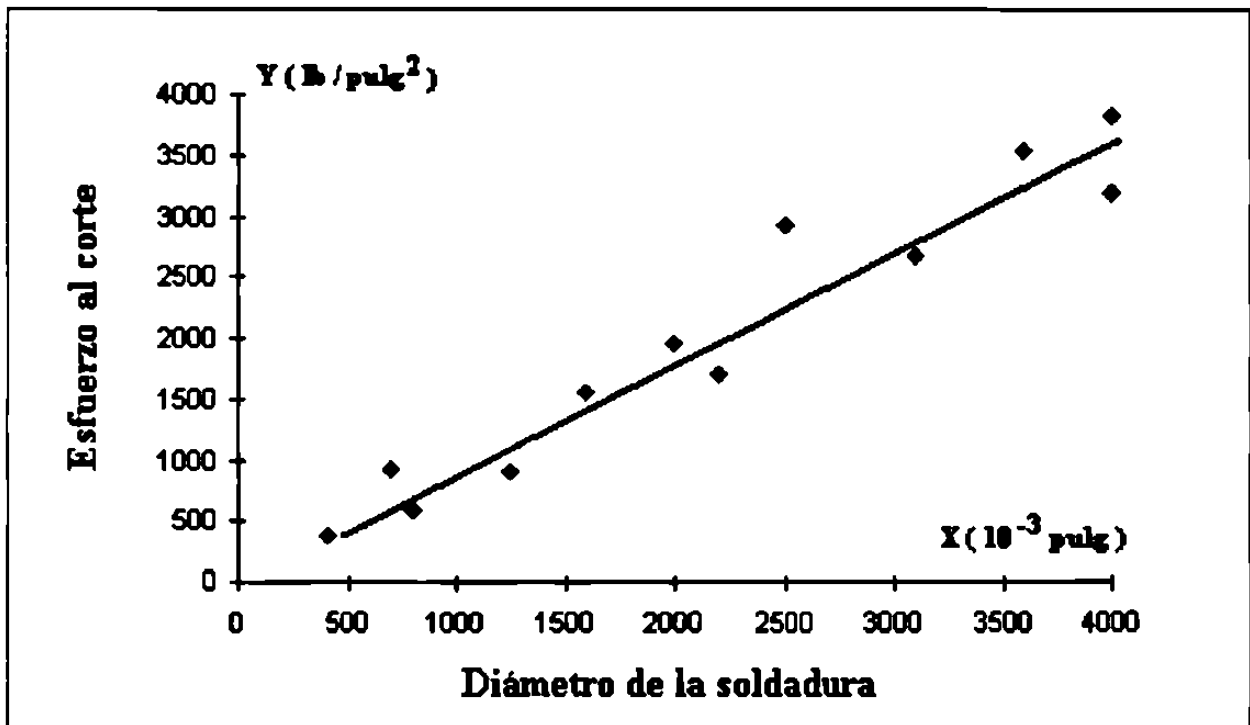


Figura 4.10. Correlación entre variables.

#### 4.2.7 La Gráfica de Control de Shewart.

La gráfica de control es una importante herramienta para mantener un proceso bajo control. Por primera vez Walter Shewart en la década de los años veintes la propuso, después de que se dió cuenta que hay causas comunes y especiales en la variación de un proceso y diseño las gráficas de control con objeto de hacer una separación.

Existen dos causas de variabilidad en un proceso, éstas pueden deberse a lo que son las causas especiales y éstas son aquellas que se deben a circunstancias que no se dan en forma ordinaria. Se detectan fácilmente y se solucionan con una acción particular que en la mayoría de los casos resulta claro como debe hacerse esto. Por otra parte, están las causas comunes las cuales son debidas en gran parte al azar. La solución de éstas requiere de acciones sobre el sistema, ésto es cambios en el diseño del proceso o en los elementos que intervienen en dicho proceso.

Es de vital importancia el empleo de las gráficas de control para hacer un análisis del comportamiento de un proceso, una gráfica de control es un registro continuo del trabajo, y nos informa si el proceso se desarrolla adecuadamente, y además nos dice cuando requiere atención el mismo. Es una buena herramienta que indica si hay problema y también si ya se ha hecho la corrección adecuada.

Existen muy buenas razones para emplear un diagrama de control y son las siguientes:

a) El diagrama de control mejorará la productividad. El diagrama de control reduce el rechazo y la reelaboración con esto hay un aumento de la productividad, los costos disminuyen y la capacidad de la producción aumenta.

b) Los diagramas de control son eficaces para evitar defectos. El diagrama de control mantiene bien el proceso bajo control, ésto implica que las cosas se hacen bien desde el principio, si no hubiera un control de proceso eficiente, se estaría pagando a la gente por fabricar con defectos.

c) Los diagramas de control evitan ajusten innecesarios al proceso. Este diagrama puede distinguir entre el ruido de fondo y una variación anormal si los operarios del proceso hacen sus ajustes con base en pruebas no relacionadas con un programa de diagrama de control tomarán demasiado en cuenta el ruido de fondo y harán ajustes innecesarios.

d) Los diagramas de control proporcionan información para el análisis. A menudo el patrón de los puntos del diagrama de control, contienen información diagnóstica para un operario o ingeniero con experiencia, lo cual facilita hacer un cambio en el proceso que mejore su rendimiento.

e) Los diagramas de control proporcionan información de la capacidad del proceso. La gráfica de control ofrece información sobre el valor del proceso y de su estabilidad en el tiempo, lo cual permite estimar la capacidad del proceso.

Existen dos gráficas de control que son:

- a) Gráficas de control de variables.
- b) Gráficas de control de atributo.

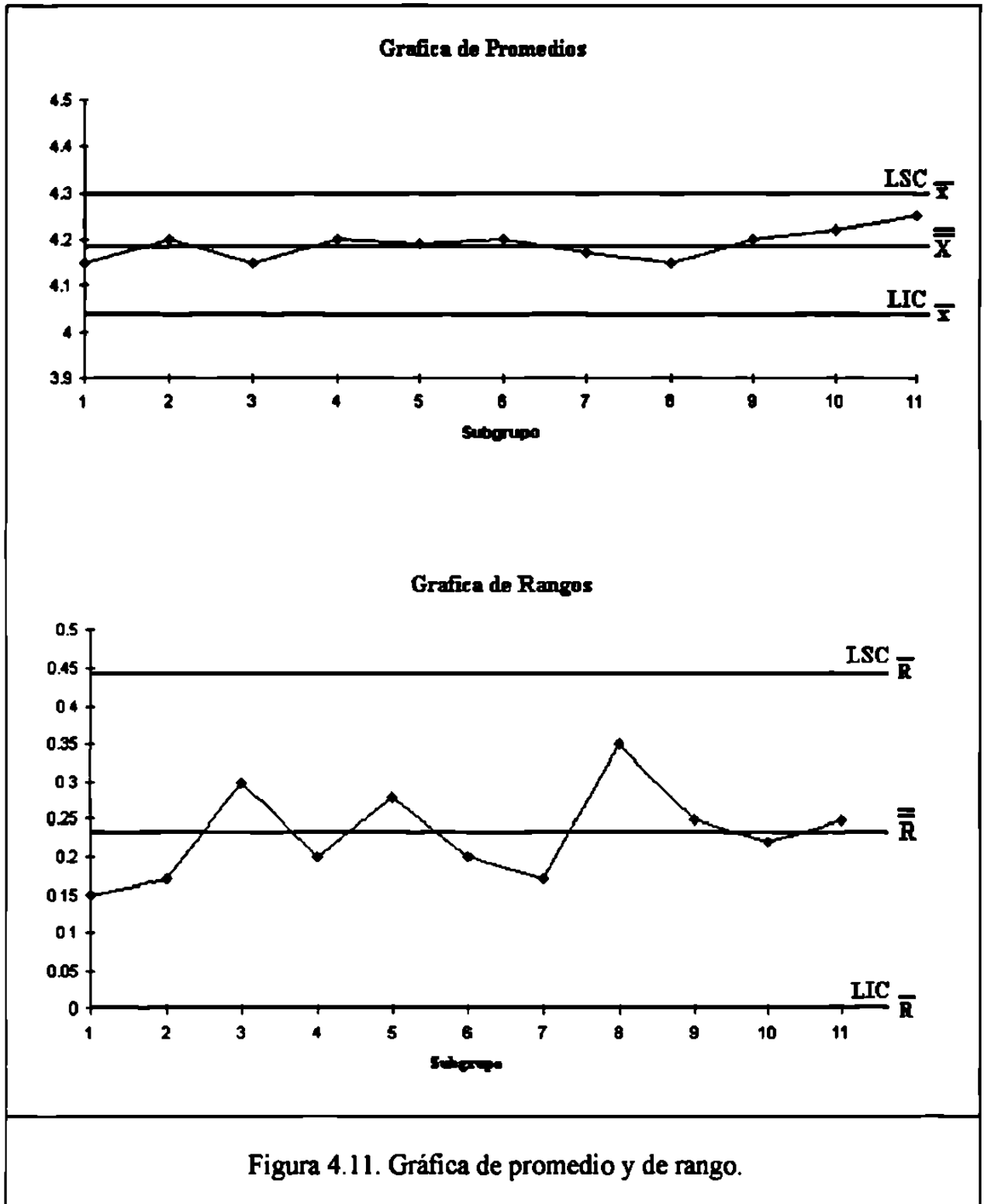
Entendiéndose por variable a la característica de la calidad medible que puede expresarse mediante un número, mientras que un atributo es la característica de la calidad que se juzga mediante expresiones calificativas como son: pasa o no pasa, aprobado, rechazado, conforme a, no conforme a.

La gráfica de control de variables se usa cuando se mide una dimensión o característica y el resultado es una cifra. Dentro de este tipo de gráficas la que más se emplea es la gráfica de promedio y rango es por esto que a continuación se describe en que consiste.

Esta gráfica en realidad son dos, una es la gráfica de promedio que se utiliza para monitorear la exactitud de la operación en la dimensión especificada y la gráfica de rango para monitorear la dispersión de la dimensión respecto al promedio, como puede verse en la figura 4.11.

Gráfica de atributos, después de que se hace una cuidadosa inspección y teniendo resultados como bueno o malo, pasa o no pasa se le dan valores a estos resultados para poder graficarlos y de ésta manera con métodos estadísticos poder controlar y monitorear dichos valores.

Por ejemplo si se desea monitorear el diámetro de un eje se podría emplear un medidor de pasa o no pasa este medidor dirá si el eje está dentro de los límites de calibración establecidos, pero no proporciona lecturas reales, pero como no se puede utilizar una gráfica de promedio y rango para este tipo de información, es que se usa la gráfica de atributo y una variedad de ésta, es la gráfica de porcentaje defectuoso que se muestra en la figura 4.12.



Los puntos del gráfico anterior se obtuvieron después de que se revisó una cierta muestra, el operador tuvo que contar las piezas que fueron rechazadas por el calibrador por no estar dentro de especificación y calculó el porcentaje defectuoso de la muestra extraída y con esto, se pudo trazar la gráfica de porcentaje defectuoso. Y si los puntos graficados quedan dentro de los límites de control todo es satisfactorio y de no ser así habrá que hacer correcciones.

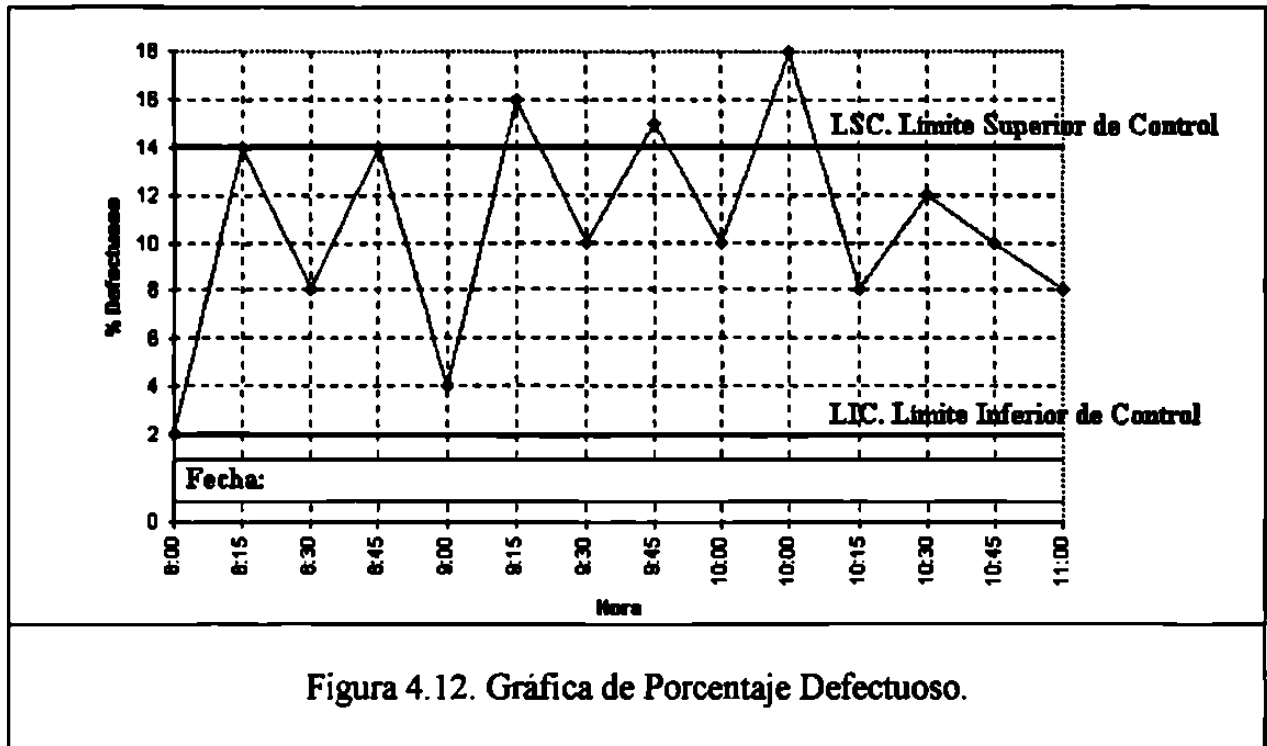


Figura 4.12. Gráfica de Porcentaje Defectuoso.

### 4.3 Las Siete Nuevas Herramientas.

Recientemente se ha dado difusión a las siete nuevas herramientas que se emplean para el mejoramiento de la calidad, éstas son de gran utilidad para que los administradores realicen su trabajo de mejora continua en lo que se refiere a la planeación de la calidad, a continuación se describe brevemente cada una de éstas.

#### 2.3.1 Diagrama de Afinidad y Método KJ.

Ésta es una creación de Kawakita Jiro en la década de 1960, con esta herramienta se puede reunir y organizar una cantidad bastante grande de ideas, comentarios y opiniones que se relacionen con un problema amplio al cual se le llama área temática, la idea de esta metodología es poder filtrar un gran volumen de información de manera práctica y así identificar los comportamientos y agrupamientos naturales que la información tiene y así la gente que trabaja con esta información se pueda concentrar en lo más importante y así trabajará con la información organizada.



### **4.3.2 Diagrama de interrelación.**

Esta metodología permite tomar una idea central y planear eslabones secuenciales o lógicos entre las categorías relacionadas. Esta herramienta establece que cualquier idea se puede enlazar en forma lógica con más de una idea a la vez esto facilita el razonamiento lateral y no el lineal. Normalmente esto se emplea después de que el diagrama de afinidad resaltó los problemas y opiniones más relevantes.

### **4.3.3 Diagrama de árbol.**

Esto facilita la relación de trayectorias y tareas que se necesitan llevar a cabo para alcanzar una meta o completar un proyecto específico, esto permite saber cual es la secuencia de tareas que necesitan terminar para manejar mejor un asunto, o bien cuales son todos los factores que contribuyen a la existencia del problema clave.

### **4.3.4 Diagramas matriciales.**

Estos diagramas son prácticamente las hojas de cálculo que muestran las relaciones entre características, funciones y tareas en presentación gráfica, para obtener puntos de conexión lógica entre cada artículo.

### **4.3.5 Análisis de datos matriciales.**

Esta metodología consiste en tomar datos de los diagramas matriciales y los trata de acomodar en forma cuantitativa con objeto de presentar las relaciones y los aspectos importantes de esas relaciones entre variables, esta técnica se basa en el análisis de factores.

### **2.3.6 Gráfica de programa de decisión de proceso.**

Este método sirve para delinear el curso de todo evento y contingencia que sea concebible y que puedan suceder cuando se pasa de enunciar un problema a las posibles soluciones y dar contramedidas que eviten que suceda una desviación o bien que se tomen medidas si esto sucede.

### **4.3.7 Diagrama de flechas .**

La gente que trabaja en proyectos de construcción ha empleado esta técnica por muchos años en forma de ruta crítica y Pert para poder planear dichos proyectos. Estos diagramas de flechas también se enseñan en cursos de administración.

## **4.4 Modelos Estadísticos que se pueden emplear.**

Las distribuciones de probabilidad son de utilidad para modelar o describir las características de calidad de un proceso. Como ya se comentó anteriormente la distribución de frecuencias y el histograma son un buen método para hacer una descripción de la variación de un proceso, y ésto es importante porque es imposible evitar la variación en un proceso y entonces lo que se hace es mantenerla dentro de ciertos límites y al hacer ésto aseguramos que las piezas que se obtienen de un proceso estén bajo especificación.

### **4.4.1 Distribuciones de Probabilidad.**

Debemos entender una muestra como una colección de valores que se observan o se miden y que se seleccionan a partir de un conjunto más grande llamado población. Si se emplean los métodos estadísticos adecuados entonces es factible que de los resultados de analizar la muestra se puedan obtener conclusiones válidas acerca de un determinado proceso.

Una distribución de probabilidad puede entenderse como un modelo matemático que permite relacionar el valor de la variable con la probabilidad de ocurrencia de este valor en la población. Básicamente existen dos tipos de distribuciones de probabilidad:

**a) Distribuciones continuas.** Cuando la variable que se mide se expresa en una escala continua, su distribución de probabilidad recibe el nombre de distribución continua.

Por ejemplo si  $x$  es una variable aleatoria que represente el contenido real en onzas en las latas de café de una libra se supone que la distribuciones de probabilidad de  $x$  es:

$$f(x) = \frac{1}{15} \quad 15.5 \leq x \leq 17.0$$

Entonces ésta es una distribución continua ya que el intervalo de  $x$  es de 15.5 a 17, esta distribución se denomina distribución uniforme y el área bajo la función  $f(x)$  corresponde a una probabilidad de tal forma que la probabilidad de que una lata contenga menos de 16 onzas es :

$$\begin{aligned} P(x \leq x \leq 16.0) &= \int_{15.5}^{16.0} f(x) dx \\ &= \int_{15.5}^{16.0} \frac{1}{15} dx \\ &= \frac{16.0 - 15.5}{1.5} = 0.3333 \end{aligned}$$

**b) Distribuciones discretas.** Cuando el parámetro a medir solamente puede tomar ciertos valores como los números enteros 1,2..., la distribución de probabilidad se denomina distribución discreta.

Por ejemplo, en un proceso de manufactura que produce miles de transistores diariamente se sabe que en promedio el 1% no se apega a las especificaciones y cada hora un inspector selecciona una muestra aleatoria de 50 transistores para clasificarlos como

conforme o disconforme y si  $x$  representa a la variable aleatoria del número de piezas con disconformidad en la muestra, entonces la distribución de probabilidad de  $x$  es:

$$p(x) = \binom{50}{x} (0.01)^x (0.99)^{50-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, 50$$

donde  $\binom{50}{x} = \frac{50!}{x!(50-x)!}$  es el número de combinaciones de 50 partes tomadas

$x$  cada vez, esta es una distribución discreta ya que el número observado de disconformidades es  $x = 0, 1, 2, \dots, 50$  y se denomina distribución binomial. Y se puede calcular la probabilidad de encontrar a lo más una pieza disconforme en la muestra como:

$$\begin{aligned} P(x \leq 1) &= P(x = 0) + P(x = 1) \\ &= p(0) + p(1) \\ &= \sum_{x=0}^1 \binom{50}{x} (0.01)^x (0.99)^{50-x} \\ &= \frac{50!}{0! 50!} (0.99)^{50} (0.01)^0 + \frac{50!}{1! 49!} (0.99)^{49} (0.01)^1 \\ &= 0.6050 + 0.3056 = 0.9106 \end{aligned}$$

La figura 4.13 muestra como lucen las distribuciones anteriormente mencionadas.

Se aprecia que una distribución discreta tiene forma de una serie de trazos o estacas verticales donde la altura de cada trazo es proporcional a la probabilidad. La probabilidad de que la variable aleatoria  $x$  tome un valor específico  $x_i$  se expresa como:

$$P\{x = x_i\} = p(x_i)$$

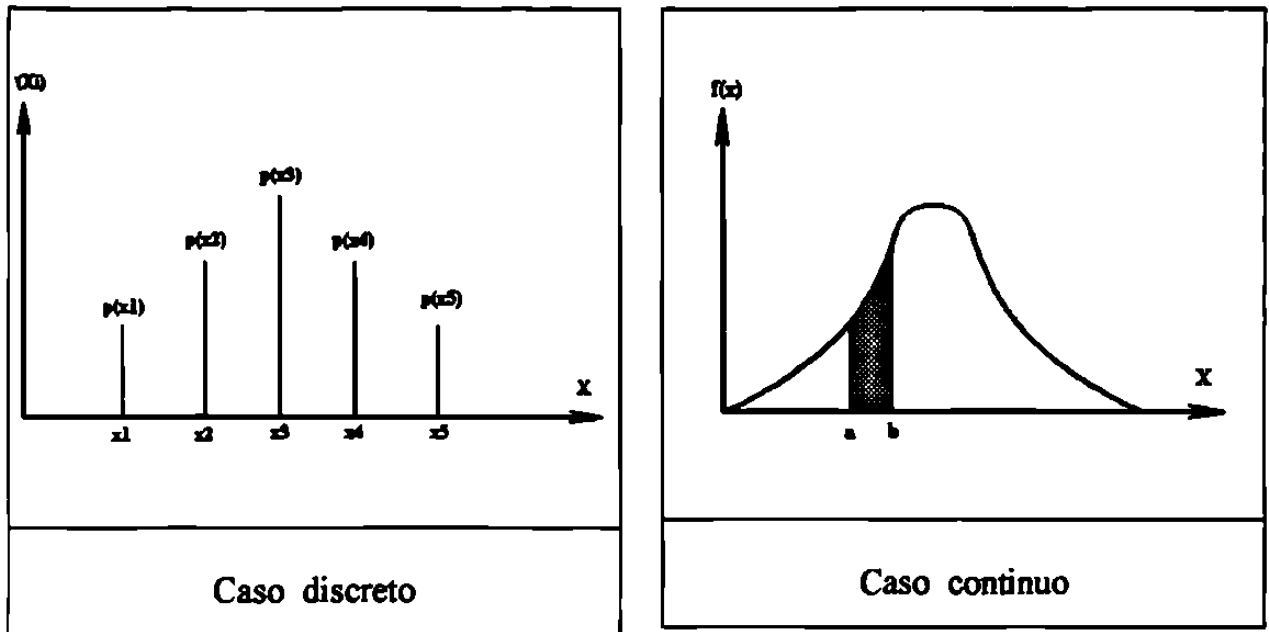


Figura 4.13. Distribuciones de probabilidad.

Mientras que una distribución continua es una curva en forma de campana donde el área bajo la curva es igual a la probabilidad, así que la probabilidad de que  $x$  se encuentre en el intervalo de  $a$  hasta  $b$  puede expresarse de la siguiente manera:

$$P \{ a \leq x \leq b \} = \int_a^b f(x) dx$$

La media  $m$  de una distribución de probabilidad es una medida de la tendencia central en la distribución y si la población tiene  $n$  elementos entonces la media puede expresarse de la siguiente manera:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

Prácticamente la media es el punto de equilibrio de la distribución o centro de gravedad de la distribución de probabilidad mientras que la dispersión o variabilidad se expresa como la varianza  $\sigma^2$  y si hay  $N$  elementos en una población entonces la varianza será :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$$

La varianza es el promedio de los cuadrados de las desviaciones ó sea la distancia de cada elemento de la población respecto a la media. La desviación estándar es una medida de la disgregación o dispersión de los datos de la población expresada en la unidad original y sería la raíz cuadrada de la expresión anterior y se expresa con la letra griega  $\sigma$ .

#### 4.4.1.1 Distribuciones discretas.

Entre las más importantes que se emplean en el control estadístico de la calidad están las distribuciones **hipergeométrica, binomial, Poisson y la de Pascal.**

**a) Distribución hipergeométrica.** Si se tiene una población finita con  $n$  elementos algunos de estos serán de interés y les asignamos la letra  $D$  de tal manera que  $D$  sea  $\leq N$  si se selecciona una muestra aleatoria de la población sin reposición entonces se observará el número de elementos en la muestra que quedan en la clase de interés digamos  $x$  de tal manera que  $x$  es una variable aleatoria hipergeométrica que tiene la siguiente distribución de probabilidad:

$$P(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad x = 0, 1, 2, \dots, \min(n, D)$$

donde:

$$\binom{a}{b} = \frac{a!}{b! (a-b)!}$$

Esto muestra el número de combinaciones de  $a$  elementos tomados  $b$  cada vez. La media y la varianza de la distribución hipergeométrica son:

$$\mu = \frac{nD}{N}$$

y

$$\sigma^2 = \frac{nD}{N} \left(1 - \frac{D}{N}\right) \left(\frac{N-n}{N-1}\right)$$

La distribución hipergeométrica es el modelo probabilístico apropiado para seleccionar una muestra aleatoria de  $n$  elementos sin reposición en un lote de  $N$  de ellos de los cuales  $D$  son disconformes o defectuosos en estas aplicaciones  $x$  normalmente representa el número de artículos disconformes encontrados en la muestra este tipo de modelos probabilísticos son también empleados para diseñar procedimientos de muestreo de aceptación.

Por ejemplo, si tenemos un lote que contenga 100 artículos de los que 5 no cumplieran los requisitos si se seleccionaran 10 artículos al azar sin reposición entonces la probabilidad de encontrar a lo más un artículo disconforme en la muestra es:

$$P\{x \leq 1\} = P\{x = 0\} + P\{x = 1\}$$

$$= \frac{\binom{5}{0} \binom{95}{10}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{5}{1} \binom{95}{9}}{\binom{100}{10}} = 0.923$$

**b) Distribución binomial.** Si se tiene un proceso que consiste en una sucesión de  $n$  pruebas independientes donde el resultado de cada una es un éxito o un fracaso tales pruebas se llama pruebas de Bernoulli. Si la probabilidad de un éxito en cualquier prueba por ejemplo  $p$  es constante entonces el número de éxitos  $x$  en  $n$  pruebas de Bernoulli tendrá la distribución binomial siguiente:

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots, n$$

Aquí se puede apreciar que los parámetros de la distribución son  $n$  y  $p$ , donde  $n$  es un número entero positivo, y  $0 < p < 1$ . La media y la varianza de la distribución binomial son:

$$\mu = np$$

y

$$\sigma^2 = np(1-p)$$

La distribución binomial se usa con frecuencia en el control de calidad, es un buen modelo probabilístico que facilita el muestreo de una población infinitamente grande donde  $p$  representa la fracción o proporción de artículos defectuosos en la población, y donde  $x$  suele representar el número de artículos disconformes encontrados en una muestra aleatoria de  $n$ .

Si por ejemplo,  $p = 0.10$  y  $n = 15$  entonces la probabilidad de obtener  $x$  artículos disconformes se evalúa con la fórmula  $p(x)$  como se muestra en la tabla 4.7.

Según la representación gráfica de la distribución de probabilidad los valores de  $p(x)$  aumentan hasta cierto punto y después disminuyen, específicamente  $p(x) > p(x - 1)$  para  $x < (n + 1) p$  y  $p(x) < p(x - 1)$  para  $x > (n + 1) p$ . Si  $(n + 1) p = m$  es un número entero entonces  $p(m) = p(m - 1)$ .

$x$	$P(x)$
0	0.2059
1	0.3432
2	0.2669
3	0.1285
4	0.0428
5	0.0105
6	0.0019
7	0.0003
8	0.000
·	
·	
15	0.000

Tabla 4.7. Distribución binomial

Hay un sólo entero  $m$  tal que  $(m + 1) p - 1 < m \leq (n + 1) p$  de tal manera que la variable aleatoria que aparece frecuentemente en control estadístico es:

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

donde  $x$  tiene una distribución binomial con parámetros  $n$  y  $p$ , y se considera muchas veces a  $\hat{p}$  el cociente del número de artículos defectuosos en la muestra entre el tamaño muestral, y suele denominarse fracción muestral de defectuosos o fracción muestral de disconformes. Así que la distribución de probabilidad de  $\hat{p}$  que se obtiene a



partir de la binomial es:

$$P\{\hat{p} \leq a\} = P\left\{\frac{x}{n} \leq a\right\} = P\{x \leq na\} = \sum_{x=0}^{[na]} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

donde  $(na)$  denota el mayor entero menor que o igual a  $na$  por lo que la media de  $\hat{p}$  es  $p$ , así que la varianza de  $\hat{p}$  es:

$$\sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{p(1-p)}{n}$$

c) **Distribución de Poisson.** Es una distribución discreta útil en el control estadístico de la probabilidad y se evalúa con la siguiente expresión:

$$p(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, \dots$$

Donde el parámetro  $\lambda > 0$ . La media y la varianza de la distribución de Poisson son:

$$\begin{aligned} \mu &= \lambda \\ y, \\ \sigma^2 &= \lambda \end{aligned}$$

Ésto quiere decir que la media y la varianza de la distribución de Poisson son ambas iguales al parámetro  $\lambda$ .

Una aplicación en control de calidad de esta distribución es como un modelo del número de defectos o disconformidades que ocurren en una unidad del producto ó sea cualquier fenómeno aleatorio que ocurre por unidad de área, de volumen o de tiempo, etc, muchas veces se puede aproximar bien con la distribución de Poisson.

Por ejemplo si suponemos que el número de defectos por unidad en las conexiones de conductores en un dispositivo electrónico tiene distribución de Poisson con parámetro  $\lambda = 4$ . Entonces la probabilidad de que uno de estos dispositivos seleccionados al azar contenga nada más dos defectos en la conexiones es:

$$\begin{aligned} P\{x \leq 2\} &= \sum_{x=0}^2 \frac{e^{-4} 4^x}{x!} \\ &= 0.0183 + 0.0733 + 0.1464 = 0.2380 \end{aligned}$$

**d) Distribución de Pascal** La distribución de Pascal al igual que la binomial se basa en pruebas de Bernoulli. Si se considera una sucesión de pruebas independientes cada una con probabilidad de éxito  $p$  y sea  $x$  la prueba en la que se presenta el  $r$ -ésimo éxito entonces  $x$  es una variable aleatoria de Pascal con distribución de probabilidad.

$$P(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r} \quad x = r, r+1, r+2, \dots$$

Donde  $r \geq 1$  es un entero. La media y la varianza de la distribución de Pascal son:

$$\mu = \frac{r}{p}$$

y,

$$\sigma^2 = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

Dos casos de la distribución de Pascal tienen especial interés, el primero es aquel en el cual  $r > 0$  y no necesariamente entero y la distribución que resulta se llama distribución binomial negativa y normalmente la:

$$P(x) = \binom{x-1}{r-1} p^r (1-p)^{x-r}$$

Recibe este nombre aún para valores enteros de  $r$  y esta distribución como la de Poisson, es útil como del estadístico para varios tipos de datos de conteo tal como ocurrencia de disconformidades en una unidad de un producto. Existe una dualidad importante en las distribuciones binomial y binomial negativa, donde en la primera se fija el tamaño muestral (número de pruebas de Bernoulli) y se observa el número de éxitos y en la segunda se fija el número de éxitos y se observa el tamaño muestral (número de pruebas de Bernoulli) requerido para lograrlo. Existe otro caso especial de la distribución de Pascal y se presenta para  $r = 1$  lo que produce una distribución geométrica y se trata de la distribución del número de pruebas de Bernoulli hasta obtener el primer éxito.

#### 4.4.1.2 Distribuciones Continuas.

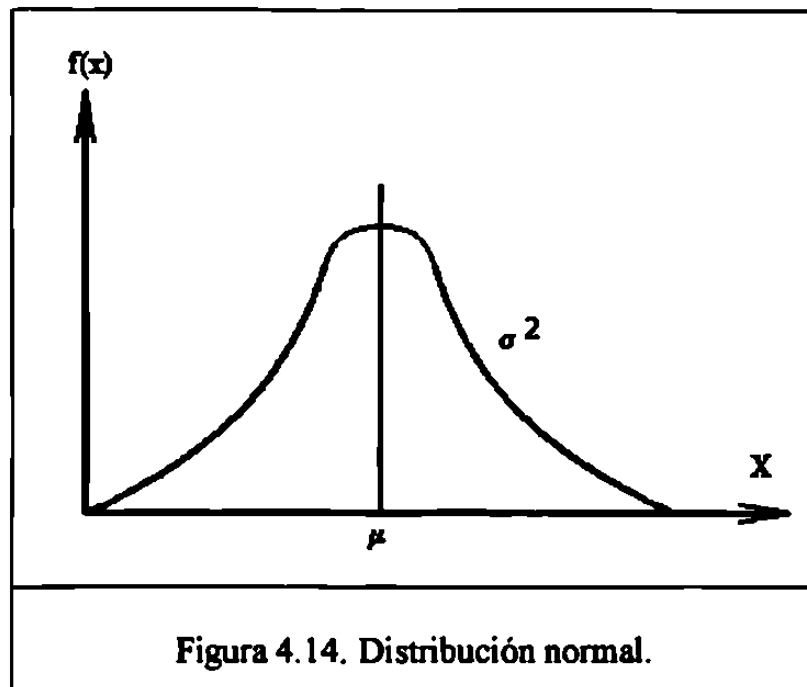
Las más importantes son las distribuciones normal, exponencial, gamma y de Weibull.

##### a) Distribución normal.

La distribución más importante tanto en el aspecto teórico como en el práctico es muy probablemente la distribución normal. Si  $x$  es una variable aleatoria normal entonces su distribución de probabilidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < \infty$$

Los parámetros de la distribución normal son la media  $\mu$  ( $-\infty < x < \infty$ ) y la varianza  $\sigma^2 > 0$ . Y esta distribución se utiliza tan extensamente que a menudo se aplica cierta notación especial  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$  que implica que  $x$  tiene distribución normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . La distribución normal será una curva simétrica unimodal con forma acampanada. Como se muestra en la figura 4.14.



Hay una forma simple de interpretar la desviación estándar  $\sigma$  de una distribución normal.

En la figura 4.15 se observa que el 68.26% de los valores poblacionales se encuentran entre los límites definidos por la media más y menos una desviación estándar ( $\sigma \pm 1 \sigma$ ), 95.46% de los valores están entre los límites definidos por la media más y menos dos desviaciones ( $\sigma \pm 2 \sigma$ ) y 99.73 % de los valores de la población caen entre los límites definidos por la media más y menos tres desviaciones estándares ( $\sigma \pm 2 \sigma$ ) de tal forma que la desviación estándar mide la distancia en la escala horizontal que se asocia a los límites de contención de 68.26 %, 95.46 % y 99.73 %.

$$P\{x \leq a\} = F(a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx$$

No es posible evaluar esta integral en forma cerrada. Sin embargo, utilizando el cambio de variable:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

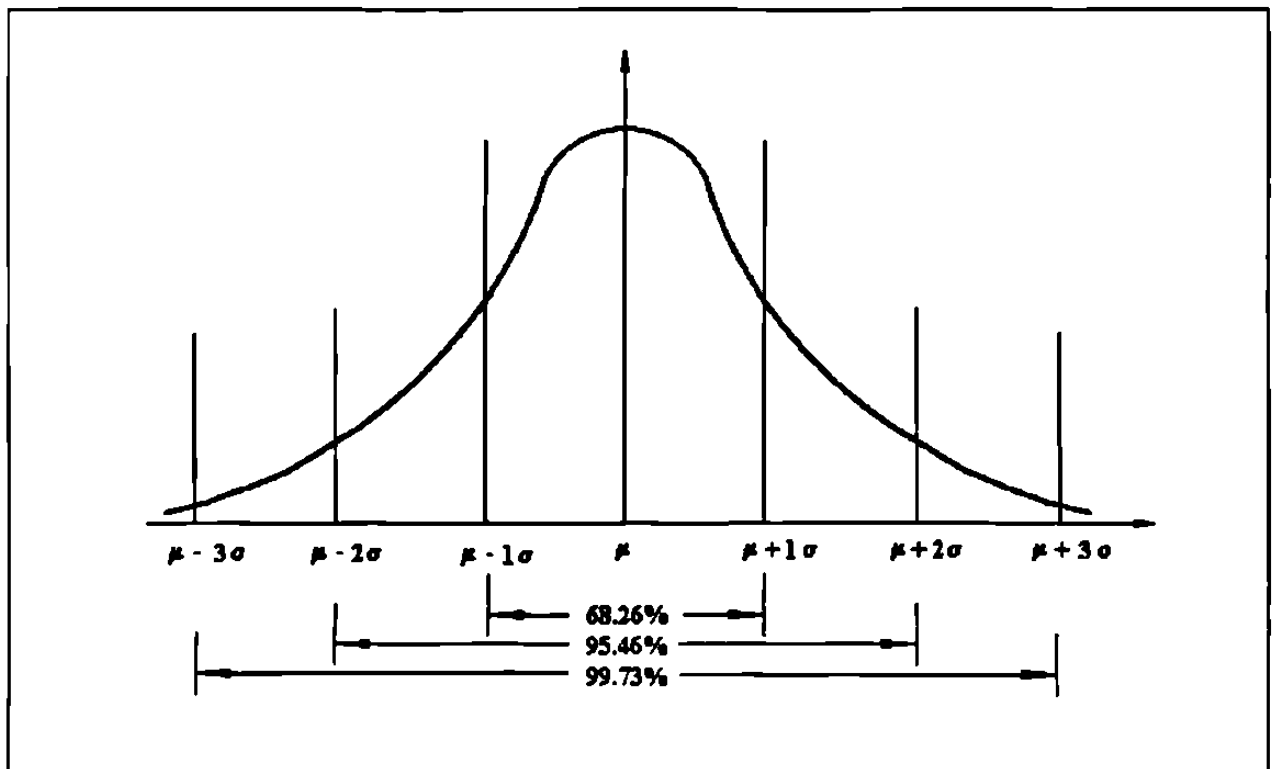


Figura 4.15. Áreas bajo la curva de distribución normal.

## b) Distribución exponencial.

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria exponencial tiene la forma:

$$y, \quad \mu = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

La distribución exponencial acumulativa es:

$$\begin{aligned} F(a) &= P \{x \leq a\} \\ &= \int_0^a \lambda e^{-\lambda t} dt \\ &= 1 - e^{-\lambda a} \quad a \geq 0 \end{aligned}$$

Esta distribución de probabilidad exponencial se utiliza ampliamente en el campo de la ingeniería de confiabilidad como modelo para el tiempo hasta la falla de un componente o sistema y para estas aplicaciones el parámetro  $\lambda$  se llama índice de falla del sistema y la media de la distribución  $1/\lambda$  se denomina tiempo medio hasta la falla, de tal manera que si un componente tuviera una vida útil que estuviera descrita por una distribución exponencial con un índice de falla de  $10^{-3}$  hrs. es decir,  $\lambda = 10^{-3}$  entonces el tiempo medio hasta la falla de este componente es  $1/\lambda = 10^3 = 1000$  hrs. y para determinar la probabilidad de que el componente fallara antes de su vida esperada se puede evaluar con la siguiente expresión:

$$P \left\{x \leq \frac{1}{\lambda}\right\} = \int_0^{1/\lambda} \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-1} = 0.63212$$

El resultado sigue siendo válido sin importar el valor de  $\lambda$ , o sea que, la probabilidad de que un valor de una variable aleatoria exponencial sea menor que su media es igual a 0.63212 y esto sucede porque la distribución no es simétrica. Hay una

relación importante entre la distribución exponencial y la de Poisson, si se considera esta última, un modelo del número de ocurrencias de algún evento en el intervalo  $(0, t]$  se puede obtener la expresión:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} (\lambda t)^x}{x!}$$

Entonces  $x = 0$  implica que el evento no ocurre en el intervalo  $(0, t)$  y la probabilidad  $P\{x=0\} = p(0) = e^{-\lambda t}$ . Es posible considerar a  $p(0)$  la probabilidad de que el intervalo hasta la primera ocurrencia sea mayor que  $(t, 0)$ :

$$P\{y > t\} = p(0) = e^{-\lambda t}$$

donde  $y$  es la variable aleatoria que denota el intervalo hasta la primera ocurrencia, ya que:

$$F(t) = P\{y \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t}$$

y utilizando el hecho de que  $f(y) = dF(y)/dy$ , se obtiene

$$f(y) = \lambda e^{-\lambda y}$$

Como la distribución del intervalo hasta la primera ocurrencia. La fórmula anterior es una distribución exponencial con parámetro  $\lambda$  por lo tanto se observa que si el número de ocurrencias de un evento tiene distribución de Poisson con parámetro  $\lambda$ , entonces, la distribución del intervalo entre dos ocurrencias será un exponencial con parámetro  $\lambda$ .

### c) Distribución Gamma.

La distribución de probabilidad de una variable aleatoria Gamma tiene la forma:

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(r)} (\lambda x)^{r-1} e^{-\lambda x} \quad x \geq 0$$

donde los parámetros son  $\lambda > 0$  y  $r > 0$ . Normalmente,  $r$  se llama parámetro de forma, y  $\lambda$  se denomina parámetro de escala. La media y la varianza de la distribución Gamma son:

$$\mu = \frac{r}{\lambda}$$

y

$$\sigma^2 = \frac{r}{\lambda^2}$$

En la figura 4.16 se muestra varias distribuciones Gamma, se puede apreciar que si  $r=1$  la distribución Gamma se convierte en la distribución exponencial con parámetro  $\lambda$ . Esta distribución puede tomar muchas formas, dependiendo de los valores escogidos para  $r$  y  $\lambda$ . Ésto la hace útil como un modelo para una gran variedad de variables aleatorias continuas. Si el parámetro  $r$  es un número entero, entonces la distribución Gamma es la suma de  $r$  distribuciones exponenciales distribuidas independiente e idénticamente cada una con parámetro  $\lambda$ . Esto es si  $x_1, x_2, \dots, x_r$  son exponenciales con parámetro  $\lambda$  e independientes, entonces,  $y = x_1 + x_2 + \dots + x_r$  se distribuye en la forma Gamma con parámetros  $r$  y  $\lambda$ , existe un gran número de aplicaciones importantes de este resultado.

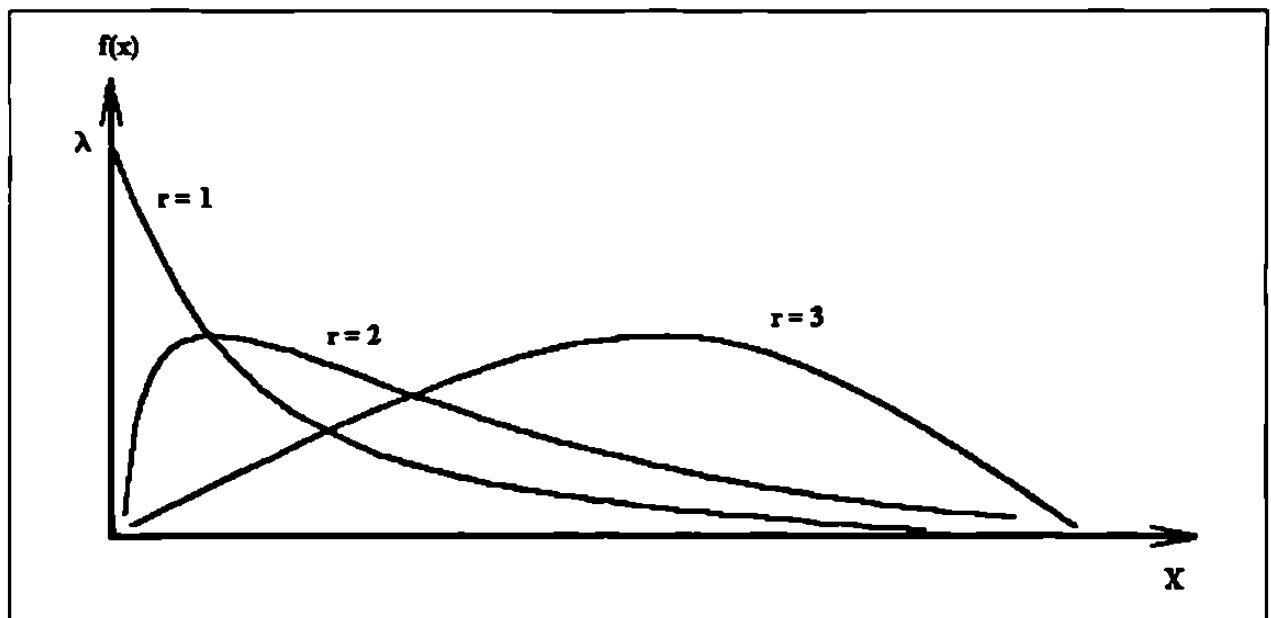


Figura 4.16. Distribuciones Gamma para valores de  $r$  y  $\lambda$  constante.

#### d) Distribución Weibull.

Con la siguiente expresión puede definirse la distribución de Weibull:

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left( \frac{x-\gamma}{\delta} \right)^{\beta-1} \exp \left[ -\left( \frac{x-\gamma}{\delta} \right)^{\beta} \right] \quad x \geq \gamma$$

Donde  $\gamma$  ( $-\infty < \gamma < \infty$ ) éste es el parámetro de disposición,  $\delta > 0$  es el parámetro de escala, y  $\beta > 0$  es el parámetro de forma, de tal manera que la media y la varianza de la distribución de Weibull son respectivamente:

$$\mu = \gamma + \delta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

y,

$$\sigma^2 = \delta^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left( \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right)^2 \right]$$

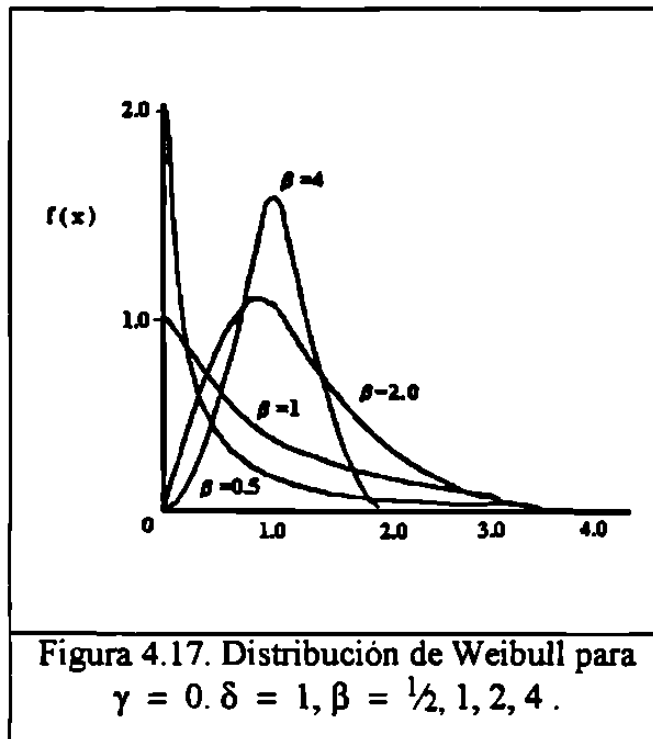
Esta distribución es bastante flexible y si se selecciona de manera adecuada los parámetros  $\gamma$ ,  $\delta$ , y  $\beta$  pueden tomar una gran variedad de formas. En la figura 4.17 se observan diversas distribuciones de Weibull para  $\gamma = 0$ ,  $\delta = 1$  y  $\beta = 1/2, 1, 2$  y  $4$ .

Se puede apreciar que la distribución del Weibull se reduce a una distribución exponencial con parámetro  $1/\delta$  cuando  $\gamma = 0$  y  $\beta = 1$ . Así que la distribución acumulativa de Weibull queda como:

$$F(a) = 1 - \exp \left[ -\left( \frac{a-\gamma}{\delta} \right)^{\beta} \right]$$

Esta distribución se emplea en la ingeniería de confiabilidad como modelo del tiempo hasta la falla en componentes y sistemas electrónicos y mecánicos.





#### 4.4.2. Aproximaciones.

Para la solución de ciertos problemas de control de calidad es útil a veces aproximar una distribución de probabilidad con otra, esto debido a que hay situaciones en las que es difícil manipular analíticamente la distribución original, es por eso que a continuación se comentan algunas aproximaciones importantes. Como la aproximación binomial a la hipergeométrica, de Poisson a la binomial y la aproximación normal a la binomial.

##### a) Aproximación binomial a la Hipergeométrica.

Si se considera la distribución hipergeométrica dada por la ecuación:

$$P(x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad x = 0, 1, 2, \dots, \min(n, D)$$

Si la razón  $n/N$  (llamada a menudo fracción de muestreo) es pequeña de tal forma que  $n/N \leq 1$ , entonces la distribución binomial con parámetros  $p = D/N$  y  $n$  es una

adecuada aproximación a la hipergeométrica. La aproximación es mejor en el caso de valores pequeños de  $n/N$ .

Esta aproximación es muy útil en el diseño de planes de muestreo para aceptación, recuerdese que la distribución hipergeométrica es el modelo adecuado para el número de artículos disconformes obtenidos en una muestra aleatoria de  $n$  artículos de un lote de tamaño finito  $N$ . De tal manera que si el tamaño muestral  $n$  es pequeño con respecto al tamaño del lote  $N$ , puede usarse la aproximación binomial, lo que suele simplificar considerablemente los cálculos.

### b) Aproximación de Poisson a la binomial.

Es posible obtener la distribución de Poisson como una forma límite de la distribución binomial en el caso en que  $p$  tiende a cero y  $n$  tiende a infinito con  $\lambda = np$  cte. ésto quiere decir que para valores pequeños de  $t$  y valores grandes de  $n$  puede usarse la distribución de Poisson con  $\lambda = np$  para aproximar la distribución binomial. Esta aproximación es adecuada para valores grandes de  $n$  si  $p < 0.1$ . Y cuanto más grande es el valor  $n$  y más pequeño el valor de  $p$  tanto mejor resultará esta aproximación.

### c) Aproximación normal a la binomial.

Se puede ver la distribución binomial como la suma de una secuencia de  $n$  pruebas de Bernoulli, cada una con probabilidad de éxito  $p$ . Si el número de pruebas  $n$  es grande, podrá usarse el teorema central del límite para justificar la distribución normal con media  $np$  y varianza  $(np)(1-p)$  como una aproximación a la binomial.

$$P \{ x = a \} = \binom{n}{a} p^a (1-p)^{(n-a)}$$

$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi np(1-p)}} e^{-\frac{1}{2}[(a-np)^2 / np(1-p)]}$$

Como la distribución binomial es discreta, y la normal es continua, es práctica común usar correcciones de continuidad en la aproximación, de manera que:

$$P\{x = a\} \approx \Phi\left(\frac{a + \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

donde  $\Phi$  denota la función de distribución normal acumulativa estándar. Otros tipos de planteamientos probabilísticos se evalúan de manera similar, como:

$$P\{a \leq x \leq b\} \approx \Phi\left(\frac{b + \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

Se sabe que la aproximación normal a la binomial es satisfactoria para  $p$  casi igual a  $\frac{1}{2}$  y  $n > 10$ . Para otros valores de  $p$  se necesitan valores más grandes de  $n$ . En general, la aproximación no es adecuada para  $p < 1/(n+1)$  o bien  $P > n/(n+1)$ , o para valores de la variable aleatoria fuera de un intervalo con amplitud de seis desviaciones estándares, centrado de la media (es decir, el intervalo  $np \pm 3\sqrt{np(1-p)}$ ).

También puede usarse la aproximación normal para la variable aleatoria  $P = x/n$ ; o sea, la fracción muestral defectuosa de la sección anterior. La variable aleatoria  $P$  tiene distribución aproximadamente normal, con media  $p$  y varianza  $p(1-p)/n$ , de manera que

$$P\{a \leq x \leq b\} = \Phi\left(\frac{b + \frac{1}{2n} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right) - \Phi\left(\frac{a - \frac{1}{2n} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)$$

Anteriormente se comentó que las distribuciones de probabilidad eran de bastante utilidad para describir o modelar la salida de un proceso, pero en los ejemplos que anteriormente se presentaron, se suponía que se conocían los parámetros de la distribución de probabilidad de tal forma que también se conocían los parámetros del proceso, pero en muy pocas ocasiones esto sucede, por ejemplo, si se quisiera utilizar una distribución binomial para modelar el número de unidades disconformes encontradas mediante muestreo de un proceso de fabricación se consideraba que se conocía el parámetro  $p$  de la distribución binomial y la interpretación de  $p$  es que se trata de la verdadera fracción o proporción de unidades no conformes producidas en el proceso, pero si se conociera el verdadero valor de  $p$  y éste se mantuviera constante en el tiempo

entonces podríamos decir que los procedimientos formales de control de calidad serían innecesarios siempre que  $p$  sea aceptablemente pequeño.

Pero lo que ocurre más comunmente es que se desconoce los parámetros de un proceso además éstos continuamente cambian con el tiempo y entonces hay que desarrollar procedimientos para evaluar los parámetros de las distribuciones de probabilidad y resolver otros problemas diferenciales o que esten orientados hacia decisiones y es por eso que son de utilidad las técnicas estadísticas de cálculo de parámetros y la prueba de hipótesis, dichas técnicas forman la base de una gran parte de la metodología del control estadístico de la calidad. Por lo anteriormente expuesto a continuación se describen las distribuciones de muestreo más importantes.

#### **4.4.3 Distribuciones de muestreo.**

El término muestra indica una porción de la población que se extrae de la misma con objeto de obtener información sobre el conjunto mayor de datos llamado población.

El muestreo es una técnica importante para la toma de decisiones con respecto a la aceptabilidad de un lote de bienes y servicios, con objeto de poder mejorar la calidad del producto cuando se eliminan lotes deficientes debido a que lotes defectuosos indican que hay que hacer mejoras substanciales al proceso.

En el aspecto económico tomar muestras es bastante conveniente, como el lote no se inspecciona en su totalidad existe cierto riesgo si no se usan los métodos estadísticos adecuados. La técnica de muestreo hace más fácil revisar con más detenimiento los artículos que si se evaluara todo el lote.

#### **a) Distribuciones de muestreo y estadísticas.**

La inferencia estadística tiene como objetivo extraer conclusiones y tomar decisiones con respecto a la población todo esto basado en la muestra seleccionada. Es común el uso de muestras aleatorias, esto quiere decir que se selecciona la muestra con un procedimiento que no tiene una orientación sistemática. Pero además existen otras estrategias de muestreo y el método de análisis debe ser congruente con el diseño que se

tiene de muestreo. Una medida estadística puede verse como una función de datos muestrales que no contiene los parámetros desconocidos así que si tenemos las observaciones de una muestra  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

la varianza muestral:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

y la desviación estándar muestral:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Estas estadísticas miden la tendencia central y la dispersión. Cuando se conoce la distribución de probabilidad de la población de la que fue obtenida la muestra entonces es posible determinar la distribución de probabilidad de diversas estadísticas calculadas a partir de los datos muestrales. La distribución de probabilidad de una estadística recibe el nombre de distribución de muestreo.

#### **b) Muestreo empleando una distribución normal .**

Sea  $x$  una variable aleatoria que se distribuye normalmente, que tiene una media  $\mu$  y una varianza  $\sigma^2$  y además sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de tamaño  $n$  tomada en este proceso, entonces la distribución de la media muestral  $\bar{x}$  es:

$$N(\mu, \sigma^2/n)$$

Entonces puede llegarse a la expresión siguiente empleando directamente los resultados respecto a la distribución de combinaciones lineales de variables aleatorias normales. Esta propiedad muestral no se limita al caso de una muestra de poblaciones normales, entonces podemos llegar a la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}\right)\sqrt{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

Por el teorema de límite sabemos que la distribución de:

$$\sum_{i=1}^n x$$

Es aproximadamente normal con media  $n\mu$  y varianza  $n\sigma^2$  sin importar la distribución de la población, así por lo tanto la distribución de muestreo de la media muestral es aproximadamente:

$$\bar{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Sin importar la distribución de la población.

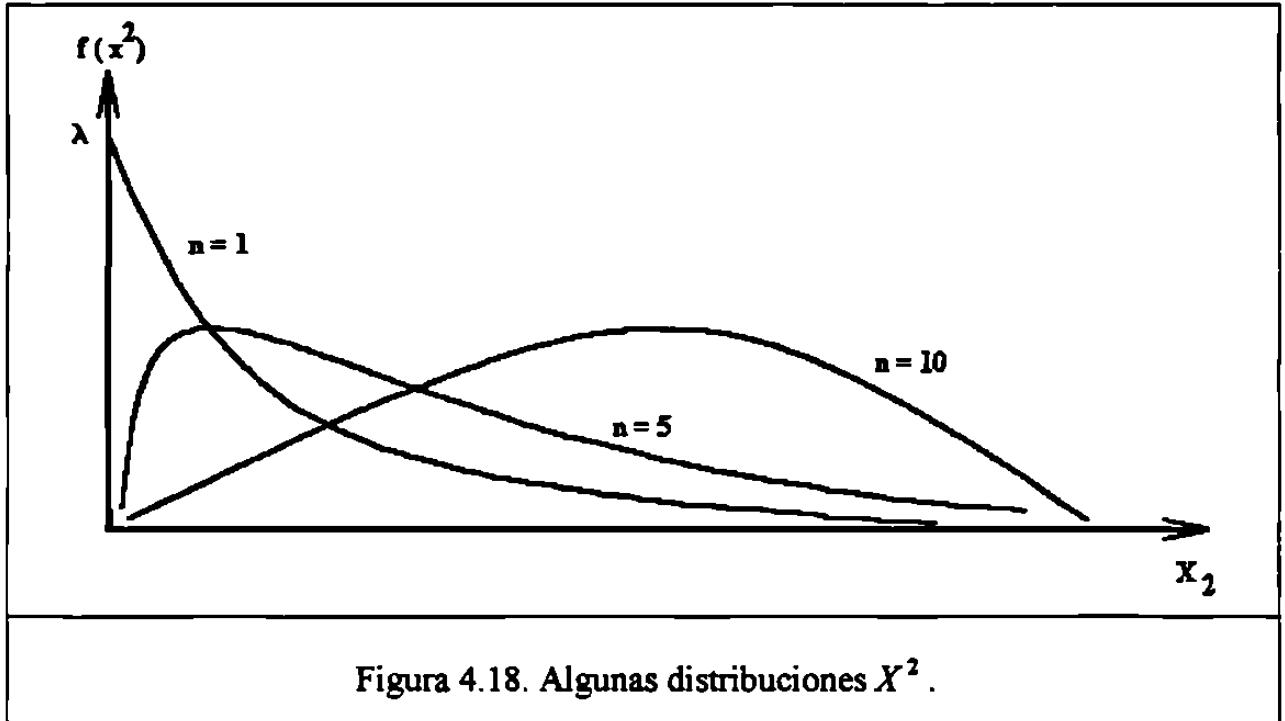
Una distribución que es importante y que está definida en términos de la distribución normal es la distribución  $\chi^2$  o  $X^2$ , si  $X_1, X_2 \dots X_n$  son variables aleatorias que están distribuidas de forma normal con media cero y varianza 1, así es que la variable aleatoria queda de la siguiente manera:

$$X_n^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

se distribuirá como una  $\chi^2$  con  $n$  grados de libertad. La distribución de probabilidad de  $X^2$  es:

$$f(X^2) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} (X^2)^{(n/2)-1} e^{-X^2/2} \quad X^2 > 0$$

En la figura 4.18 se muestran varias distribuciones  $X^2$ . La distribución se observa sesgada con media  $\mu = n$  y varianza  $\sigma^2 = 2n$ .



Con objeto de explicar como se emplea la distribución  $\chi^2$  podemos suponer que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  es una muestra aleatoria de una distribución  $N(\mu, \sigma)$ , entonces la variable aleatoria:

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

Recombinando términos podemos llegar a la siguiente expresión:

$$\frac{(n-1) S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

O sea, que la distribución de muestreo de  $(n - 1)S^2/\sigma^2$  es  $X_{n-1}^2$  cuando se realiza el muestreo a partir de una distribución normal.

Otra distribución de muestreo que también es de utilidad es la distribución t. Cuando  $x$  y  $t$  son variables aleatorias independientes, normal estándar y ji cuadrada respectivamente entonces la variable aleatoria:

$$t_k = \frac{x}{\sqrt{X_k^2 / k}}$$

Se distribuirá como t con  $k$  grados de libertad denotada por  $t_k$  la distribución de probabilidad de  $t$  es:

$$f(t) = \frac{\Gamma[(k + 1)/2]}{\sqrt{k} \pi \Gamma(k/2)} \left( \frac{t^2}{k} + 1 \right)^{-(k + 1)/2} \quad -\infty < t < \infty$$

Donde la media y la varianza de  $t$  son  $\mu = 0$  y  $\sigma^2 = k/(k - 2)$  para  $k > 2$ . Y los grados de libertad para  $t$  son los grados de libertad correspondientes a la variable aleatoria ji cuadrada en el denominador de la ecuación:

$$t_k = \frac{x}{\sqrt{X_k^2 / k}}$$

En la figura 4.19 se muestran distintas distribuciones t.

Como ejemplo de una variable aleatoria distribuida como t supongase que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  es una muestra aleatoria de la distribución:  $N(\mu, \sigma^2)$ . Si  $\bar{x}$  y  $S^2$  se calcula para esta muestra llegamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}{S/\sigma} = \frac{N(0, 1)}{\sqrt{X_{n-1}^2 / (n - 1)}}$$



Empleando el hecho de que  $(n-2)S^2/\sigma^2$  entonces por consiguiente la variable aleatoria queda como:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

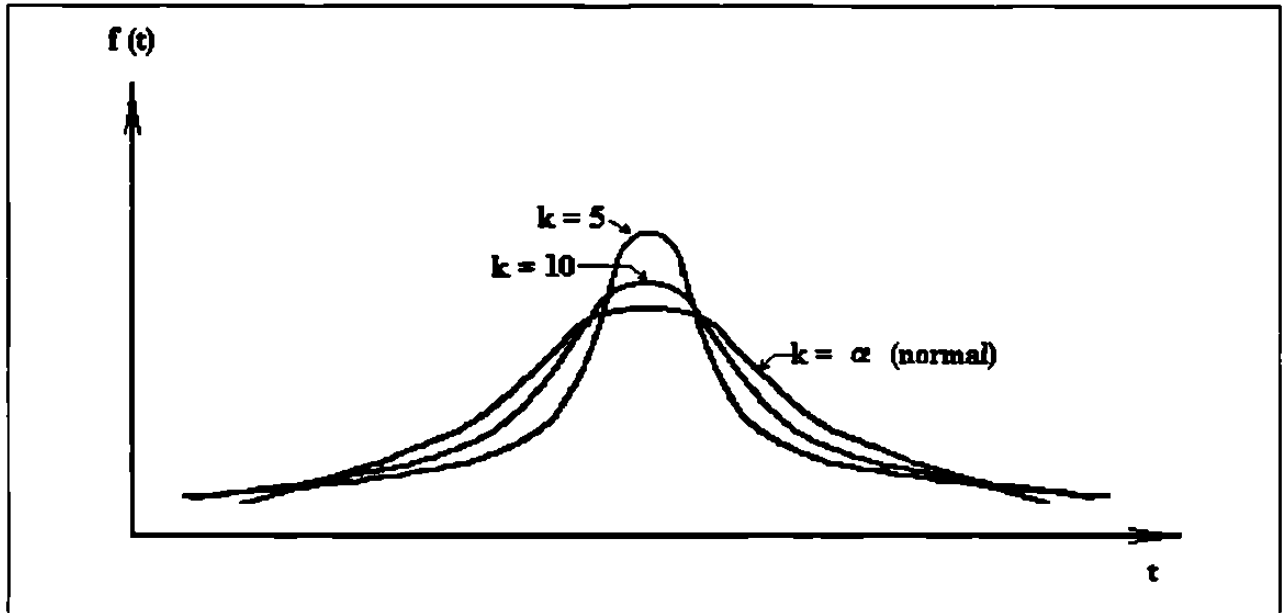


Figura 4.19. Algunas distribuciones t.

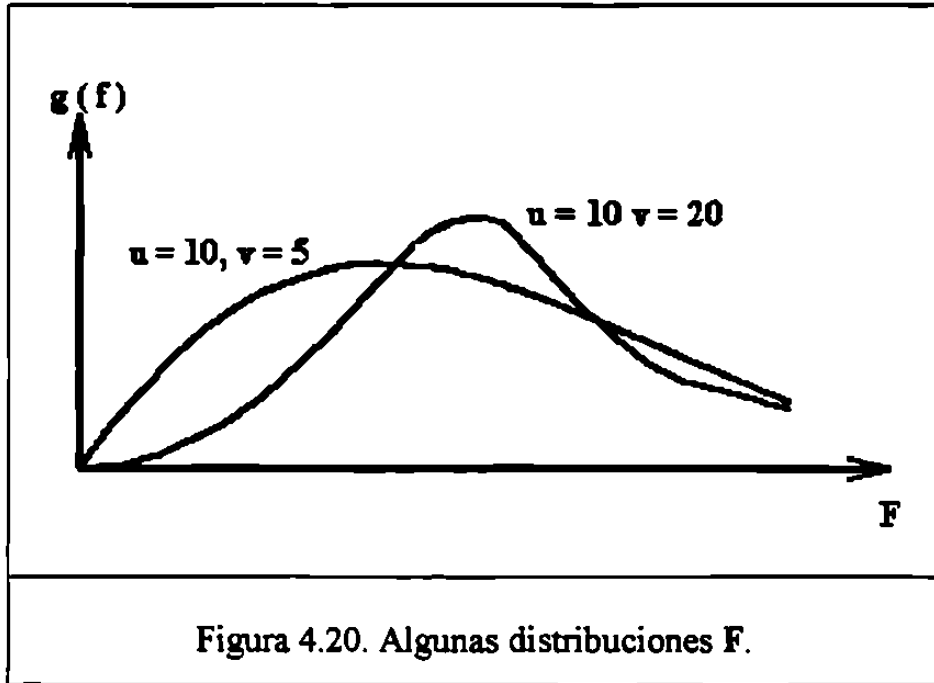
La última distribución muestral basada en el proceso normal que se expone aquí es la distribución F. Si  $X_u^2$  y  $X_v^2$  que son dos variables aleatorias ji cuadrada independientes con  $u$  y  $v$  grados de libertad respectivamente y entonces la razón es:

$$F_{u,v} = \frac{X_u^2 / u}{X_v^2 / v}$$

Se distribuye como una F, son  $u$  grados de libertad en el numerador y  $v$  grados de libertad en el denominador, así es que la función de densidad de F es:

$$g(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{u+v}{2}\right) \left(\frac{u}{v}\right)^{u/2}}{\Gamma\left(\frac{u}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \frac{F^{(u/2)-1}}{\left[\left(\frac{u}{v}\right)F + 1\right]^{(u+v)/2}} \quad 0 < F < \infty$$

En la figura 4.20 se presentan algunas distribuciones F.



Como ejemplo de una variable aleatoria que se distribuye como F se puede suponer que tenemos dos procesos normales independientes tales como  $x_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  y  $x_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ . Sea  $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n_1}$  una muestra aleatoria de  $n_1$  observaciones a partir del primer proceso normal, y sea  $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n_2}$  de una muestra aleatoria con tamaño  $n_2$  tomada del segundo proceso y si  $S_1^2$  y  $S_2^2$  son las varianzas muestrales, entonces el cociente queda de la siguiente manera:

$$\frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \sim F_{n_1 - 1, n_2 - 1}$$

Ésto se deduce directamente de la distribución de muestreo de  $S^2$  que ya se consideró. La distribución F se puede emplear para hacer inferencias acerca de las varianzas de dos distribuciones normales.

#### 4.5 Costos de la Calidad.

Sólo mediante la calidad será posible lograr un auténtico crecimiento de la empresa y definitivamente las mejoras que se hagan en el campo de la calidad lograrán además una dramática reducción de los costos de calidad.

Dichos costos sirven como un medio de control financiero de la empresa pero también son útiles con objeto de poder encontrar la forma de reducir los costos de calidad.

Existen varias razones por las cuales hay que tener presente los costos de calidad en una empresa como son el hecho de que el personal administrativo de la empresa comunique adecuadamente los costos de calidad en el lenguaje de la compañía o sea en términos de dinero. Otro aspecto importante es que la complejidad de los productos que se producen aumentan los costos de calidad y por último el hecho de que se deberá tener mayor conocimiento con respecto a los costos del ciclo de vida de un producto esto incluye la mano de obra, el mantenimiento y los costos de fallas durante el servicio.

Existen varias organizaciones tanto de producción como de servicios que emplean cuatro categorías de costos de calidad que son las siguientes:

#### **4.5.1 Costos Preventivos.**

Estos se relacionan con los esfuerzos de diseño y producción y se encaminan a prevenir una disconformidad, todos estos costos se derivan de tratar de hacer las cosas bien desde un principio y estos costos preventivos tienen subcategorías como son:

**Planeación e Ingeniería para la calidad.** Esto se refiere a todo lo que se relaciona con el plan general de calidad, planes de inspección, de confiabilidad y las actividades respectivas al aseguramiento de calidad. Elaboración de manuales y procedimientos para comunicar el plan de calidad y también incluye el costo de revisión o auditoría del sistema.

- **Revisión de nuevos productos.** En estos costos se incluyen la preparación de propuestas de oferta, la evaluación de nuevos diseños, la elaboración de pruebas y programas experimentales con objeto de evaluar nuevos productos así como durante las etapas de desarrollo y anteriores a la fabricación de nuevos productos y diseños.

- **Diseño de productos y procesos.** Durante el diseño de un producto o la selección de un proceso de manufactura con objeto de mejorar la calidad del producto se generan costos.

- **Control de procesos.** Éste es el costo de elaborar los diagramas de control con objeto de vigilar el proceso de fabricación con tal de incorporar mayor calidad al producto.
- **Supervigilancia.** Éste es un costo por concepto de operación vigilada estrechamente del producto antes del embarque para prevenir fallas inmediatas durante el servicio.
- **Adiestramiento.** Éste es el costo del desarrollo, preparación , implementación, manejo y mantenimiento de programas formales de entrenamiento respecto a la calidad.
- **Obtención y análisis de los datos de calidad.** Éste es un costo de aplicar el sistema de datos de la calidad para obtener información respecto al funcionamiento del producto y el proceso incluye también el costo de análisis de datos para la detección de problemas así como el trabajo de resumir y publicar la información acerca de la calidad para los miembros de la administración.

#### 4.5.2 Costos de Evaluación

Estos costos se relacionan con la medición, evaluación o revisión de productos así como componentes y otros materiales comprados para asegurar la conformidad con los estándares aplicados y estos costos tienen las siguientes subcategorías:

- **Inspección y pruebas del material entrante.** Éstos costos se relacionan con la inspección y prueba del material que suministra el proveedor y se refiere a lo que es la inspección y ensayos al recibir inspección, pruebas y evaluación en las instalaciones del proveedor así como una revisión periódica de su sistema de aseguramiento de calidad.
- **Inspección y pruebas del producto.** Ésto comprende los costos de verificar la conformidad del producto a lo largo de las diversas etapas que comprenden su fabricación incluyendo la prueba final de aceptación, las comprobaciones de embalaje y embarque así como cualquier prueba que se realice en las instalaciones del consumidor antes de entregarle el producto , incluye también pruebas de duración ambientales y de confiabilidad.

- **Materiales y servicios consumidos.** Esta subcategoría, abarca los costos de los materiales y productos consumidos en una prueba destructiva o de evaluados por pruebas de confiabilidad.

- **Conservación de la precisión del equipo de pruebas.** Esta subcategoría, abarca los costos de utilizar un sistema que mantiene calibrados los instrumentos y el equipo de medición.

#### **4.5.3 Costos de Fallas Internas.**

Se incurre en tales costos cuando los productos componentes, materiales y servicios no satisfacen los requisitos de calidad y se descubren estas fallas antes de entregar el producto al consumidor. Estos costos desaparecerían si el producto no tuviera defectos. La subcategorías importantes se exponen a continuación:

- **Desperdicio:** Pérdida neta de mano de obra material y costos generales debido a que hay productos defectuosos que no se pueden reparar o utilizar económicamente.

- **Retrabajo o reelaboración:** Costos en los que se incurre al corregir unidades disconformes para satisfacer las especificaciones. En algunas operaciones de manufactura los costos de reelaboración incluyen operaciones o pasos extras diseñados para resolver defectos crónicos o esporádicos.

- **Reexámen:** Éstos son los costos de una nueva inspección o de volver a probar los productos después de la reelaboración u otras modificaciones.

**Análisis de fallas:** Éste es el costo de determinar las causas de las fallas del producto.

- **Tiempo muerto:** Costo de la inactividad de las instalaciones de producción debido a disconformidad con las especificaciones. La línea de producción pudiera quedar ociosa por una disconformidad de las materias primas suministradas por el proveedor que no se detecto en la inspección inicial o de recepción.

- **Pérdidas de producción:** Son los costos de una producción deficiente que es menor que la que se podría obtener mediante controles mejorados.

- **Subpreciación o venta a precio menor:** Ésta es la diferencia entre el precio de venta normal y cualquier precio que tenga que fijarse a un producto por no satisfacer las especificaciones normales.

#### **4.5.4 Costos de Fallas Externas.**

Se presentan cuando el producto no funciona satisfactoriamente después de ser entregado al consumidor. Este costo no existiría si los productos fueran conformes con los requisitos las subcategorías de estos costos se presentan en seguida:

- **Ajuste por reclamaciones:** Son todos los costos por investigación y arreglos por quejas justificadas atribuibles a un producto disconforme.

**Devolución de productos o materiales:** Son todos los costos asociados a la recepción, manejo y reemplazo de productos o materiales disconformes devueltos desde el campo de servicio o el mercado.

- **Cargos por garantía:** Incluyen todos los costos por servicio a los consumidores según contratos de garantía.

- **Costos de responsabilidad legal:** Son los costos por indemnización en los que se incurre por resultados de litigios relacionados con la responsabilidad legal en la manufactura de un producto.

- **Costos indirectos:** Además de los costos de operación directos por fallas externas existe un gran número de costos indirectos debidos al descontento del consumidor respecto al nivel de la calidad de un producto entregado y estos costos pueden reflejar la actitud del consumidor hacia la compañía. Y pueden traer una pérdida de la buena reputación de la empresa, la pérdida de negocios futuros y la pérdida de un parte del mercado que resulte inevitablemente de la entrega de productos y servicios que no cumplen con las expectativas del consumidor respecto a aptitud para el uso.

En muchas empresas los costos de calidad son bastante más altos de lo que se necesita y la administración tendrá que realizar esfuerzos continuos para evaluarlos, analizarlos y reducirlos. La reducción de los costos sigue el principio de Pareto, es decir, que la mayoría de las reducciones en costos resultarán de la solución de los pocos problemas causantes de la mayoría de los costos de la calidad. En muchas empresas se destina demasiado presupuesto para el aseguramiento de la calidad en lo que se refiere al aspecto evaluación pero no se invierte lo suficiente en el aspecto prevención.

## **Capítulo 5.**

### **Análisis de los Sistemas de Medición.**

#### **5.1 Introducción.**

La medición se puede definir como el acto de cuantificar la cantidad de una característica que posee un artículo. Existen ordinariamente cuatro escalas de medición como son la nominal, ordinal, de intervalo y de relación. **La escala nominal** se utiliza para nombrar o identificar objetos pero no es empleada en sentido dimensional esto se aplica en la identificación de números de parte en una línea de productos. **La escala ordinal** es empleada para clasificar objetos de cierta característica o dimensión así por ejemplo se podría separar en secciones tuberías de diferentes diámetros. **La escala de intervalo** requiere de intervalos iguales entre unidades adyacentes esto aunque la escala tenga un punto cero arbitrario tal es el caso de las escalas Celsius de temperatura, de tal manera que cada grado de éstas tenga el mismo tamaño que el vecino aunque se establezca un punto cero arbitrario. **La escala de relación**, ésta corresponde al nivel más alto de medición en esta escala habrá un punto cero absoluto lo contrario a uno establecido en forma arbitraria, ejemplo de estas escalas son la distancia y el peso.

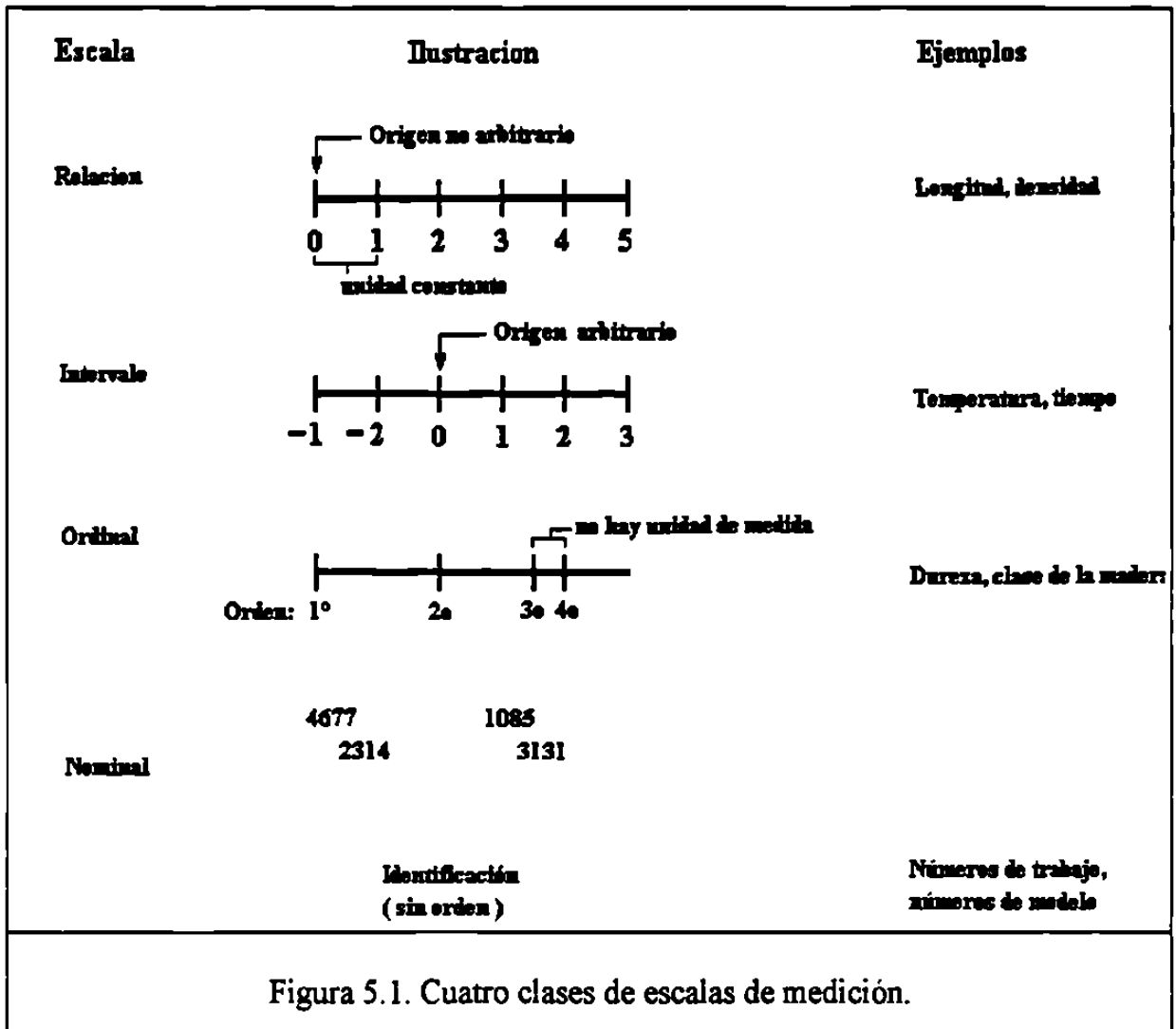
Un comparativo de las cuatro escalas de medición se muestra en la figura 5.1.

Normalmente los sistemas de control estadístico emplean una combinación de medición y conteo con objeto de mejorar el nivel de la calidad. Cuando se cuantifica la cantidad de una característica que tiene un artículo generalmente se necesita el empleo de los sentidos como vista, oído, tacto, gusto y olfato además de algún instrumento o calibrador para la magnitud de la característica de calidad en unidades normales.

#### **5.2. Calibradores e instrumentos de medición.**

Se emplean en la actualidad varios calibradores e instrumentos de medición de baja y alta tecnología, entendiendo por instrumento de baja tecnología los dispositivos que han estado disponibles desde hace varios años y que no tienen incorporados los progresos recientes tales como microprocesadores, láseres o dispositivos ópticos. Los





calibradores se dividen en dos categorías como son **calibradores variables** y **calibradores fijos**. Los variables se ajustan para medir cada parte individual o dimensión que se inspecciona y los fijos se ajustaran previamente a determinada dimensión y las partes que se miden se clasifican con sí cumplen o no, con esa dimensión usando los términos pasa o no pasa, los **calibradores variables se usan para inspección de variables** mientras que los fijos se emplean en la inspección de atributos.

Existen varios tipos de calibradores variables como son:

**Calibradores de graduación.** Estos tienen espacios graduados representando distancias conocidas ejemplo de estos son reglas, cintas, diversos tipos de pies de rey o verniers y micrómetros y cada instrumento varía de acuerdo con la función y precisión de la medida por ejemplo las reglas y cintas que se emplean para medir longitud por lo general son exactas hasta 1/64" o 0.5 mm. Y los calibradores de vernier se emplean para medir diámetros interiores y exteriores y su exactitud puede llegar hasta 0.001" de acuerdo a su diseño se requiere mucha habilidad para obtener indicaciones exactas. Por

ejemplo los micrómetros que se emplean para medir diámetros interiores y exteriores su exactitud normal es 0.001" pero hay algunos con graduación de 0.0001" los micrómetros tienen mayor confiabilidad que los calibradores de vernier.

**Calibradores de carátula, digitales y ópticos.** Aquí se usan como sistema mecánico, electrónico u óptico con el propósito de obtener lecturas dimensionales por ejemplo los micrómetros de carátula emplean un sistema mecánico en el que un elemento de contacto móvil toca la parte que se mide y traduce la característica dimensional a través de un tren de engranajes hasta la aguja y la dimensión se indica en la carátula. Los calibradores digitales emplean sistemas electrónicos para traducir el movimiento del elemento de contacto directamente a un número o lectura en una carátula por lo cual su exactitud es mayor que la de un calibrador mecánico. Por otra parte los calibradores ópticos emplean un sistema de lentes para aumentar el perfil de un objeto y para proyectarlo en una pantalla para poder verlo y medirlo. Los calibradores fijos son de construcción más sencilla que los variables y una vez que se ajustan para una dimensión determinada no se necesita ajuste mientras el desgaste o los depósitos en las superficies de medición sean pequeños. **Los calibradores fijos son los de cilindro, anillo, exteriores y bloques calibradores.**

**Los calibradores de cilindro.** Estos tienen aplicación en la medición de diámetros internos de agujeros, constan de un diámetro maquinado en uno o ambos extremos que corresponderán a dimensiones de **pasa o no pasa**, que se hayan especificado para el agujero que se va a inspeccionar, por ejemplo, si el agujero es mayor que la dimensión no pasa el tapón, entonces se rechazará. Pero si es menor que la dimensión pasa se debe de volver a taladrar para cumplir con la especificación de diámetro mínimo.

**Calibradores de anillo.** Estos se emplean para medir diámetros externos de las partes empleando el principio de **pasa o no pasa** y normalmente se fabrican en pares y se usa un anillo no pasa para la dimensión mínima y un anillo pasa para el límite máximo del diámetro.

**Calibradores de Exteriores.** Estos son semejantes a los de anillo, pero trabajan de manera diferente, se emplean para medir diámetros exteriores de partes pero son de extremo abierto de modo que puedan abrazar el diámetro de la parte.

**Bloques Calibradores.** Son tipos especiales de calibradores fijos diseñados para usarse como patrón de precisión para calibrar otros instrumentos de medición e inspección y son fabricados de acero especial en varias longitudes, tienen superficies

maquinadas perfectamente paralelas y muy pulidas y si se apilan se podrían emplear diversas combinaciones de longitudes para producir con exactitud cualquier dimensión hasta 0.0001" más cercana.

### 5.3 Metrología

Básicamente la metrología es la ciencia de la medición y normalmente se empleaba para medir atributos físicos de un objeto, en la actualidad se puede definir metrología de manera amplia como el conjunto de personas, equipo, instalaciones, métodos y procedimientos empleados para asegurar la corrección o adecuación de las mediciones.

La metrología es extremadamente importante para asegurar la calidad debido a que cada vez se da más importancia a lo que representa el error de medición para la seguridad y responsabilidad que se tiene por un producto que se elabora así como a la confianza en los métodos de control de calidad como es el control estadístico de proceso.

Desde luego que toda medición que se haga estará sujeta a un error y cuando se observe variación en las mediciones tomadas una parte de esta variación puede deberse a un error en el sistema de medición. Algunos errores serán sistemáticos, denominados sesgo y otros serán aleatorios y por lógica la magnitud de los errores en relación con el valor medido puede afectar considerablemente la calidad de los datos y las decisiones que se tomen en base a estos, por otra parte la evaluación de los datos obtenidos de la inspección y medición no tendrán significado a menos que suceda que los instrumentos sean exactos, precisos y reproducibles.

**Exactitud.** Puede definirse como la cercanía de concordancia entre un valor que se observa y un valor de referencia aceptado que también recibe el nombre de norma. Al existir falta de exactitud esto se reflejará en un sesgo sistemático en la medida como cuando un medidor esté descalibrado o que esté gastado o bien simplemente que el operador lo esté utilizando mal. Entonces la exactitud se puede determinar como la cantidad de error en una medición en proporción con el tamaño total de la medición. Así es que una medición será más exacta que otra si tiene error relativo menor, así por ejemplo, si se tuvieran dos instrumentos que pudieran medir una dimensión con valor real de 0.250" y suponiendo que el instrumento de medición "A" indicara 0.248" y que el "B" indicara 0.259" entonces:

$$\text{El error relativo del instrumento A} = \frac{0.250 - 0.248}{0.250} = 0.8 \%$$

$$\text{El error relativo del instrumento B} = \frac{0.250 - 0.259}{0.250} = 3.6 \%$$

Entonces esto quiere decir que el instrumento "A" es más exacto que el "B".

**Precisión y Repetibilidad.** Este término se puede definir como la cercanía de concordancia entre mediciones o resultados individuales seleccionados al azar, así es que la precisión se relaciona con la varianza de mediciones repetidas por lo que si un instrumento de medición que tuviera baja varianza sería más preciso que otro que tenga mayor varianza. La baja precisión se debe a la variación aleatoria que forma parte del instrumento, como pudiera ser fricción entre sus partes como resultado de un mal diseño o bien falta de mantenimiento. Un sistema de medición podrá ser preciso, pero no necesariamente exacto al mismo tiempo, así por ejemplo si suponemos que cada uno de los instrumentos se usa para medir tres veces la misma dimensión entonces el instrumento "A" podrá indicar valores de 0.248", 0.246" y 0.251" y con el instrumento "B" se podrán tener valores de 0.259", 0.258", 0.259" por lo que se puede decir que el instrumento "B" es más preciso que el instrumento "A". La figura 5.2 muestra las relaciones que se tienen entre exactitud y precisión.

En esta figura se pueden apreciar cuatro distribuciones distintas de frecuencia posibles para diez mediciones repetidas de determinada característica de calidad, en el inciso a la medición promedio no se encuentra muy cercana al valor verdadero y hay una amplia variación de valores respecto al promedio. Aquí se aprecia que la medición no es exacta ni precisa. En el inciso b, aún cuando la medición promedio no se acerca al valor real hay un margen pequeño de variación, así decimos que la medición es precisa, pero no exacta. En los incisos c y d el valor promedio es cercano al valor verdadero, ésto es la medición es exacta, pero en c la distribución esta muy dispersa por lo tanto no hay precisión., pero en d es exacta y precisa a la vez, por eso es importante que todos los instrumentos usados para mediciones de calidad estén calibrados y en buen estado.

**Reproducibilidad.** Esta es la variación en el mismo instrumento de medición cuando lo usan distintas personas para medir las mismas partes. Las causas de poca reproducibilidad se deben a la poca capacitación de los operadores para que usen el instrumento o también pudieran deberse a calibraciones poco claras en un micrómetro de carátula por ejemplo.

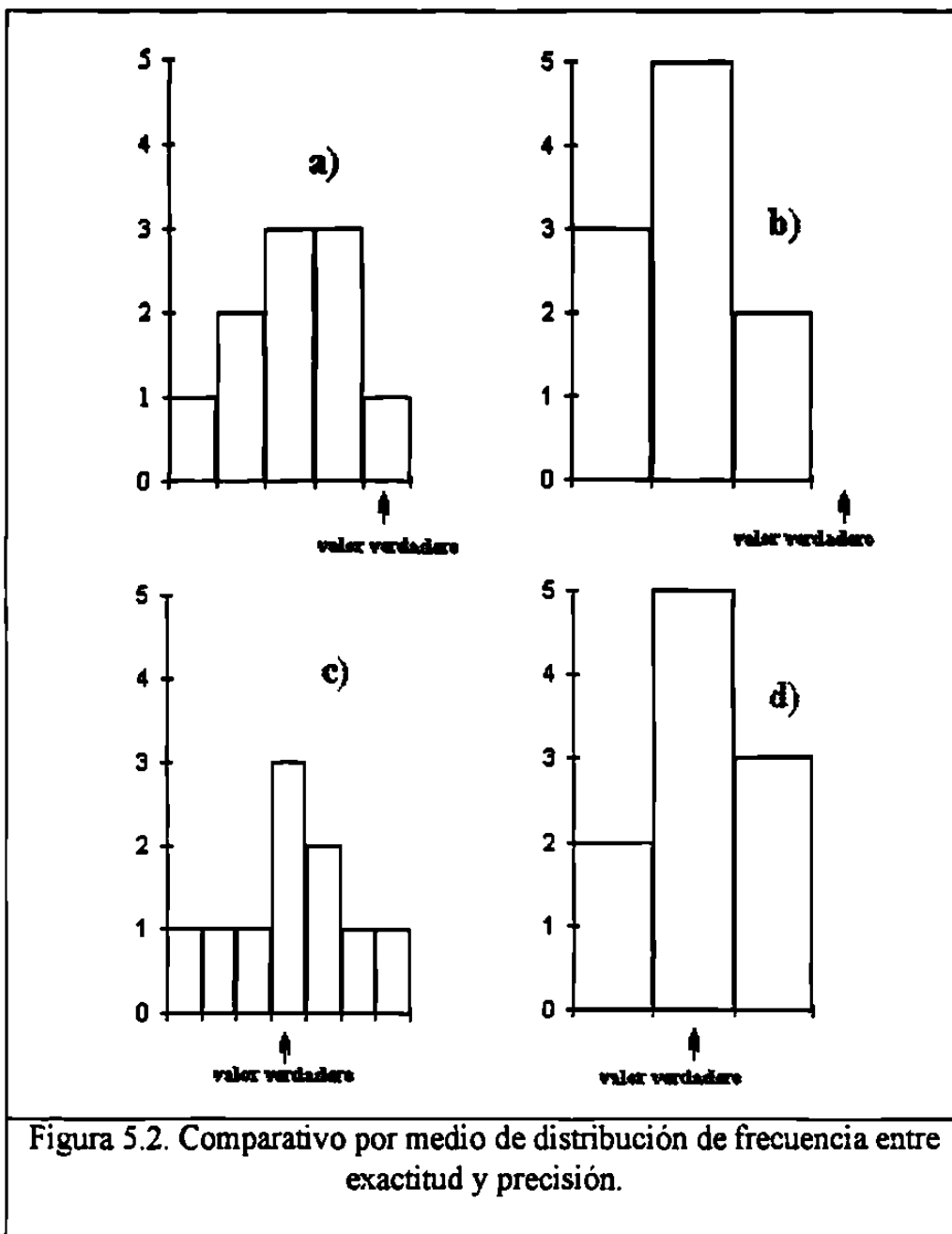


Figura 5.2. Comparativo por medio de distribución de frecuencia entre exactitud y precisión.

Es fácil de comprender que la calidad de un producto dependerá del equipo de medición y de pruebas exactas, precisas y reproducibles para las inspecciones de tal manera que una de las principales funciones de la metrología es la **calibración**. Esto es, la comparación de un dispositivo o sistema de medición que tiene una relación conocida con los patrones nacionales con otro dispositivo o sistema cuya relación con los parámetros nacionales se desconocen. Es necesaria la calibración para asegurar la exactitud de la medición y así tener más confianza en la capacidad de poder saber que porción de la producción cumple y que porción no cumple con las especificaciones. Y lógicamente las mediciones que se realicen con equipo mal calibrado o no calibrado conducirán a decisiones erróneas y costosas, así si un inspector que tuviera un micrómetro que indicara 0.002" de menos cuando se hagan mediciones cercanas al límite superior las partes que tengan hasta 0.002" más que el límite de tolerancias serán

aceptadas como buenas, y las que esten en el límite bajo o que tengan hasta 0.002" arriba de ese límite bajo serán rechazadas como malas. La oficina nacional de normas (National Bureau of Standards) tiene la función de conservar y vigilar los patrones nacionales y trabajan con varios laboratorios de metrología con objeto de asegurar que las mediciones que hagan diversos individuos aún en diferentes lugares den el mismo resultado. La NBS tiene la función de calibrar los patrones de nivel de referencia de las organizaciones que requieran el mayor grado de exactitud. Esas organizaciones calibran sus propios patrones de nivel de trabajo, y los de otros laboratorios de metrología. Los patrones de nivel de trabajo se emplean para calibrar los instrumentos de medición que se van a emplear en el campo. Se recomienda calibrar el equipo contra patrones de nivel de trabajo cuya exactitud sea 10 veces mayor que la del equipo que se calibra, y cuando sea posible se recomienda una relación mínima de 4 a 1 entre los patrones de nivel de referencia y de nivel de trabajo, esto quiere decir que los patrones de referencia deben de ser cuando menos 4 veces más exactos que los de nivel de trabajo.

A la capacidad de cuantificar la incertidumbre de medición en un laboratorio en relación con las normas nacionales se le llama susceptibilidad de rastreo y se basa en los análisis de medición de errores en cada paso del proceso de calibración, por ejemplo desde los patrones de la NBS pasando por el laboratorio de medición y finalmente a la medición del artículo mismo.

#### **5.4 Análisis de sistemas de medición.**

Normalmente los sistemas de control estadístico emplean una combinación de medición y conteo con objeto de mejorar el nivel de la calidad. Cuando se cuantifica la cantidad de una característica que tiene un artículo generalmente se necesita el empleo de los sentidos como vista, oído, tacto, gusto y olfato además de algún instrumento o calibrador para la magnitud de la característica de calidad en unidades normales.

La variación en un sistema de medición se debe a dos factores por un lado el equipo o instrumento de medición y por otra parte el evaluador y como ambos están sujetos a variación es indispensable que el sistema de medición sea confiable, y de esta manera los índices de capacidad serán absolutamente confiables.

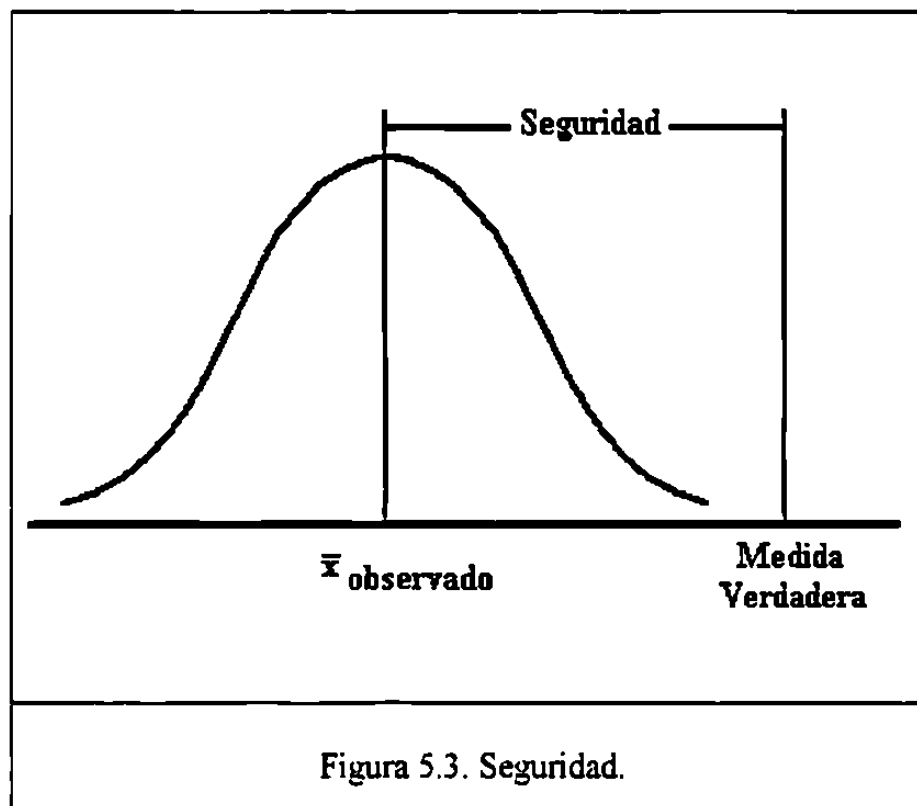
Será conveniente que las piezas puedan ser reconocidas por quien este analizando el sistema de medición pero no por quien realice las mediciones, también es necesario que

quien mide no se de cuenta cuando esta midiendo las mismas piezas ésto es para evitar sesgo en la medición .

Las pruebas a las que se somete el sistema de medición arrojarán información del porcentaje de tolerancia que absorbe el sistema de medición, los elementos de capacidad del sistema serán probados y cada uno de estos tiene sus propios parámetros de aceptación.

#### 5.4.1.Elementos de capacidad de un sistema de medición.

**Seguridad.** Ésta es la variación sistemática cuando el equipo no está calibrado. Se medirá la misma característica de la misma pieza y a la diferencia entre la medida verdadera y el promedio observado se le llamará seguridad. Observar figura 5.3



Existe una prueba que evalúa la capacidad del calibrador y puede realizarse a través del siguiente procedimiento:

1. Medir la dimensión (medida verdadera).
2. Medir la característica de la pieza en cuestión 10 veces.
3. A la medida verdadera le restamos el promedio observado.

Por ejemplo, si se sabe que:

1. La medida verdadera de una característica es 0.80 mm y la tolerancia permisible es de  $\pm 0.20$  mm

2. Las diez lecturas observadas cuando se midió la misma pieza fueron. Las que se observan en la tabla 5.1.

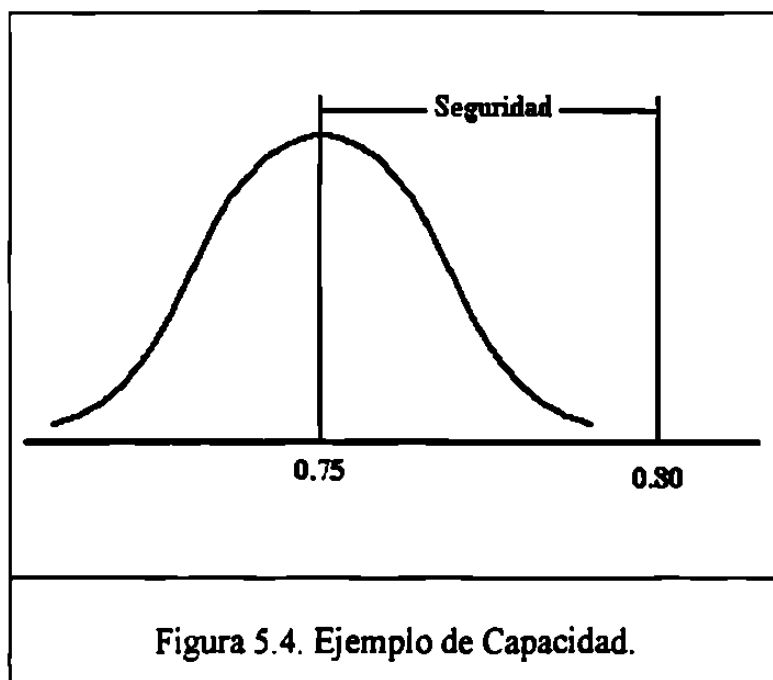
X1 = 0.75	X6 = 0.80
X2 = 0.75	X7 = 0.75
X3 = 0.80	X8 = 0.75
X4 = 0.80	X9 = 0.75
X5 = 0.65	X10 = 0.80

Tabla 5.1. Ejemplo de medición de Capacidad.

Entonces  $\sum x = 7.5$  y  $\bar{x} = 0.75$ , por lo cual:

$$\text{seguridad} = 0.80 - 0.75 = 0.5$$

Observar figura 5.4.





Y el consumo de la tolerancia por concepto de la seguridad es:

$$\frac{\textit{seguridad}}{\textit{tolerancia}} \times 100 = \frac{0.5}{0.40} \times 100 = 12.5 \%$$

**Linealidad.** Ésta es la diferencia entre valores de seguridad a través del rango de medición del calibrador.

Existen dos formas de evaluar la linealidad.

**1. Linealidad de los promedios.** Esta linealidad se evalúa a partir de estudios de seguridad combinados de tal manera que la linealidad promedio es:

$$\textit{Linealidad promedio} = \textit{máxima seguridad} - \textit{mínima seguridad}$$

**2. Linealidad de variación.** Esta depende también de los valores de rangos observados en la seguridad.

Puede suceder que la seguridad no sea constante a través de la operación de calibración.

**Estabilidad.** Es la variación periódica causada por el uso, deterioro o condiciones; se mide en los promedios de las medidas cuando los valores del instrumento de medición se registran en un intervalo de tiempo especificado. Y la forma mediante la cual se determina la estabilidad dependerá de la frecuencia de uso del calibrador entre calibraciones normales.

La necesidad de calibración será resultado de algunos factores como tiempo y número de mediciones hechas, si se conoce el factor la frecuencia de calibración se puede ajustar para minimizar el error debido a la estabilidad. Así que si el calibrador se emplea en forma intermitente y se calibra antes de cada uso, su estabilidad se determina entonces a través de un estudio de repetibilidad y reproducibilidad. Si éste fuera el caso el gage debe calibrarse antes y después de cada prueba para determinar la cantidad de

cambio en calibración, y ésta diferencia es la estabilidad para esa prueba nada más y la forma de calcular la estabilidad del gage es:

$$\text{Estabilidad del gage} = \frac{\text{suma de cambios de calibración}}{\text{número de pruebas}}$$

**Repetibilidad.** Como anteriormente se definió es la variación en la medición cuando una persona mide la misma dimensión o característica varias veces con el mismo gage. También se puede decir que es la variación aleatoria combinada del sistema. Se puede decir que ésta es la **variación en el equipo**.

**Reproducibilidad.** Esta es la variación en el promedio de las medidas cuando más de un persona mide la misma dimensión o característica empleando el mismo instrumento de medición viene a ser una medición sistemática cuando diferentes personas utilizan el equipo. Se puede decir que esta es la **variación del operador**.

**Método corto o Método del rango.** Este método provee una aproximación rápida, no descompone la variabilidad en reproducibilidad y repetibilidad, sino que proporciona el total. A continuación se describe un caso de aplicación de dicho método.

Se seleccionaron dos operadores y cinco partes para el estudio y ambos operadores miden cada parte sólo una vez según tabla 5.2.

Parte	Operador "A"	Operador "B"	Rango ( A - B )
1	0.85	0.80	0.05
2	0.75	0.70	0.05
3	1.00	0.95	0.05
4	0.45	0.55	0.10
5	0.50	0.60	0.10

Tabla 5.2. Reproducibilidad y Repetibilidad ( Método Corto ).

$$\sum R = 0.35 \quad \text{y} \quad \bar{R} = 0.07$$

$$GRR = 4.33 \bar{R} = 4.33 (0.07) = 0.3031$$

Como  $n$  es igual a 2 y  $m$  es igual a 5, consultando la tabla de factores para calcular la desviación estándar, observamos que  $1/d_2 = 0.84$ , así que el valor 4.33 de la fórmula se obtiene de:

$$4.33 = (0.84)(5.15) \text{ del } 99\% \text{ de confiabilidad ( valores de } z \text{ ).}$$

$$\% \text{ de tolerancia} = (0.3031/0.4)100 = 75.77 \% \text{ del GRR.}$$

Si el porcentaje de tolerancia es menor o igual a 20% de la tolerancia de especificación el sistema de medición se considera aceptable, por lo tanto, en este ejemplo el porcentaje no es aceptable.

### **Repetibilidad y Reproducibilidad o Método del promedio y el rango (Método largo).**

Este es un método matemático que determina por separado la repetibilidad y reproducibilidad.

Así por ejemplo si la reproducibilidad es mayor que la repetibilidad habrá que tomar dos acciones.

1. Se necesita entrenar al operador en el uso y lectura del gage.
2. Se deberán de definir más claramente las calibraciones en el dial.

Y si la repetibilidad es mayor que la reproducibilidad habrá que tomar las siguientes acciones:

1. Se requiere mantenimiento del gage (Instrumento de medición).
2. El gage se deberá rediseñar para darle mayor rigidez.
3. Se deberá de mejorar la localización o sujeción de la parte al gage.
4. Entre la misma pieza la variabilidad puede ser grande, cámbiala.

En un sistema normal de calibración intervienen las siguientes actividades:

- Evaluación del equipo.
- Identificación de los requisitos de calibración.
- Selección de los patrones.
- Para llevar a cabo la calibración seleccionar métodos y procedimientos.
- Establecer una frecuencia de calibración.
- Establecimiento de un sistema para asegurar que los instrumentos se calibren de acuerdo con lo programado.
- Ejecución de un sistema de documentación e informes.
- Establecer un proceso de auditoría para evaluar el sistema de calibración.

La exactitud repetibilidad y reproducibilidad de cualquier sistema de medición deberá de cuantificarse y evaluarse, por ejemplo, la exactitud se puede medir comparando el promedio observado de un conjunto de mediciones con el valor verdadero de un patrón de referencia. La repetibilidad y reproducibilidad requieren de un estudio de variación que emplea el análisis estadístico y se lleva a cabo como sigue:

#### Estudio de la variación mediante un análisis estadístico.

1. Se seleccionan  $m$  operadores y  $n$  partes por lo general se seleccionan cuando menos dos operadores y 10 partes, se enumeran las partes de tal manera que no puedan ver los números los operadores.

2. Se calibra el instrumento de medición.

3. Se deja a cada operador que mida cada parte en orden aleatorio y que anote los resultados, después se repite lo anterior hasta completar  $r$  pruebas, se deben de emplear cuando menos dos pruebas. Sea  $M_{ijk}$ , la  $k$ -ésima medición de operador  $i$  sobre la parte  $j$ .

4. Se deberá de calcular la medición promedio para cada operador.

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_j \sum_k M_{ijk}}{nr}$$

La diferencia entre el promedio mayor y menor es:

$$\bar{x}_D = \max \{ \bar{x}_i \} - \{ \min \bar{x}_i \}$$

5. Se deberá de calcular el recorrido para cada parte y cada operador.

$$R_{ij} = \max \{ M_{ijk} \} - \min_k \{ M_{ijk} \}$$

Los valores mostrarán variabilidad de mediciones repetidas de la misma parte y por el mismo operador, y entonces la amplitud promedio para cada operador será:

$$\bar{R}_i = \frac{\sum R_{ij}}{n}$$

El promedio general queda expresado como:

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{m}$$

6. Se calcula un límite de control en cada amplitud  $R_{ij}$

$$\text{Limite de control} = D_4 \bar{R}$$

Donde  $D_4$  es una constante que depende del tamaño de muestra (número de pruebas  $r$ ) y que se puede encontrar en el apéndice "Factores para Gráficas de Control". Y cualquier valor de amplitud más allá de ese límite se debería de poder asignar a alguna causa determinada y no a error aleatorio, por lo que las causas posibles se deberán de investigar y si se encuentran se deberán de corregir. El operador deberá de repetir esas mediciones con la misma parte y si no se encuentran causas asignables se deben desechar

esos valores, y todas las medidas estadísticas del paso 5, así como el límite de control se deberán de calcular de nueva cuenta. Ya que se hicieron los cálculos básicos se deberá de llevar a cabo un análisis de repetibilidad y reproducibilidad. Así que la repetibilidad o variación del equipo (EV). Se podrá calcular de la siguiente manera:

$$EV = K_1 \bar{R}$$

Y la reproducibilidad o variación del operador (OV) es:

$$OV = \sqrt{(K_2 \bar{x}_D)^2 - (EV^2/nr)}$$

Las constantes  $K_1$  y  $K_2$  dependen del número de pruebas y del número de operadores respectivamente, en la siguiente tabla se presentan algunos valores de esas constantes con las cuales se obtiene un intervalo de confianza de 99% para esas medidas estadísticas. Observar tabla 5.3.

Número de pruebas	2	3	4	5
$K_1$	4.56	3.05	2.50	2.21
Número de operadores	2	3	4	5
$K_2$	3.65	2.70	2.30	2.08

Tabla 5.3. Valores de  $K_1$  y  $K_2$ .

Una medida general para calcular repetibilidad y reproducibilidad se obtiene mediante:

$$RR = \sqrt{(EV)^2 + (OV)^2}$$

La repetibilidad y reproducibilidad se expresan con frecuencia como porcentaje de la tolerancia de la característica de calidad que se mide. La ASQC (American Society for Quality Control) sugiere los siguientes lineamientos para evaluar repetibilidad y reproducibilidad.

- Menos de 10% de error: se puede aceptar.
- De 10 a 30% de error: se puede aceptar con base a la importancia de la aplicación, costo del instrumento, costo de reparación, etc.
- Más de 30% de error: por lo general no se puede aceptar. Se debe de hacer todo lo posible para identificar el error y corregirlo.

A continuación se muestra un estudio de repetibilidad y reproducibilidad de un calibrador.

Se desea evaluar un calibrador empleado para medir el espesor de un empaque cuya especificación es de 0.50 a 1.0 mm. Se seleccionaron 10 partes para su medición por parte de tres operadores, cada parte se midió dos veces con los siguientes resultados. Que se muestran en la tabla 5.4.

Prueba/número de partes	Operador 1		Operador 2		Operador 3	
	1	2	1	2	1	2
1	0.63	0.59	0.56	0.56	0.51	0.54
2	1.00	1.00	1.04	0.96	1.05	1.01
3	0.83	0.77	0.80	0.76	0.81	0.81
4	0.86	0.94	0.82	0.78	0.81	0.81
5	0.59	0.51	0.43	0.43	0.46	0.49
6	0.98	0.98	1.00	1.04	1.04	1.00
7	0.96	0.96	0.94	0.90	0.95	0.95
8	0.86	0.83	0.72	0.74	0.81	0.81
9	0.97	0.97	0.98	0.94	1.03	1.03
10	0.64	0.72	0.56	0.52	0.84	0.81

Tabla 5.4. Ejemplo de Repetibilidad y Reproducibilidad.

La medición promedio para cada operador,  $\bar{x}_i$ , es:

$$\bar{X}_1 = 0.8295 \quad \bar{X}_2 = 0.7740 \quad \bar{X}_3 = 0.8285$$

Así,  $\bar{x}_D = 0.8295 - 0.7740 = 0.0555$ . La amplitud, para cada operador,  $R_y$ , se muestra a continuación en la tabla 5.5.

Número de parte	Operador 1			Operador 2			Operador 3		
	1	2	Amplitud	1	2	Amplitud	1	2	Amplitud
1	0.63	0.59	0.04	0.56	0.56	0.00	0.51	0.54	0.03
2	1.00	1.00	0.00	1.04	0.96	0.08	1.05	1.01	0.04
3	0.83	0.77	0.06	0.80	0.76	0.04	0.81	0.81	0.00
4	0.86	0.94	0.08	0.82	0.78	0.04	0.81	0.81	0.00
5	0.59	0.51	0.08	0.43	0.43	0.00	0.46	0.49	0.03
6	0.98	0.98	0.00	1.00	1.04	0.04	1.04	1.00	0.04
7	0.96	0.96	0.00	0.94	0.90	0.04	0.95	0.95	0.00
8	0.86	0.83	0.03	0.72	0.74	0.02	0.81	0.81	0.00
9	0.97	0.97	0.00	0.98	0.94	0.04	1.03	1.03	0.00
10	0.64	0.72	0.08	0.56	0.52	0.04	0.84	0.81	0.03

Tabla 5.5. Ejemplo R & R.

La amplitud media para cada operador es:

$$\bar{R}_1 = 0.037 \quad \bar{R}_2 = 0.034 \quad \bar{R}_3 = 0.017$$

El recorrido promedio general es:

$$\bar{R} = (0.036 + 0.034 + 0.017)/3 = 0.029$$

En el apéndice "Factores para Gráficas de Control" vemos que  $D_4 = 3.267$ , porque hay dos pruebas. Por lo tanto, el límite de control es  $(3.267)(0.029) = 0.095$ . Vemos que todos los valores de amplitud están dentro de este límite y, por tanto, se piensa que no hay causas asignables de variación. Calculamos las medidas de repetibilidad y reproducibilidad:

$$EV = (4.56)(0.029) = 0.132$$

$$OV = \sqrt{[(0.0555)(2.70)]^2 - (0.132)^2} / (10)(2) = 0.147$$

$$RR = \sqrt{(0.132)^2 + (0.147)^2} = 0.198$$



Como la tolerancia del empaque es  $1.00 - 0.50 = 0.50$ , expresamos esas medidas como porcentaje de la tolerancia, y obtenemos:

Variación del equipo:  $100 (0.132) / 0.50 = 26.4 \%$   
 Variación del operador:  $100 (0.147) / 0.50 = 29.4 \%$   
 R total y variación de R:  $100 (0.198) / 0.50 = 39.6 \%$

Si bien individualmente la variación del equipo y la del operador podrían ser aceptables, su efecto combinado no lo es. Se debe tratar de reducir la variación a un nivel aceptable. En la tabla 5.6 se observa un ejemplo R&R.

	1	2	3	4	1	2	3	4
Operador	Operador "A"				Operador "B"			
#Muestra	1a. Prueba	2a. Prueba	3a. Prueba	4a. Prueba	1a. Prueba	2a. Prueba	3a. Prueba	4a. Prueba
1	0.852	0.871	0.839	0.032	0.859	0.861	0.831	0.03
2	1.201	1.184	1.212	0.028	1.370	1.381	1.387	0.017
3	1.057	1.059	1.037	0.022	1.092	1.032	1.097	0.065
4	1.054	1.039	1.067	0.028	1.083	1.090	1.071	0.019
5	0.758	0.763	0.739	0.024	0.855	0.897	0.886	0.042
6	1.205	1.189	1.191	0.016	1.201	1.225	1.209	0.024
7	1.153	1.144	1.124	0.029	1.153	1.140	1.176	0.036
8	1.059	1.069	1.041	0.028	1.252	1.241	1.231	0.021
9	1.210	1.198	1.221	0.023	1.305	1.338	1.316	0.033
10	0.836	0.852	0.832	0.020	1.820	0.833	0.809	0.024
Totales:	10.385	10.368	10.303	0.250	10.990	11.038	11.013	0.31
		10.385 10.303 Suma: $\bar{x}_A =$	$\bar{R}_A =$	0.0250		10.990 11.013 Suma: $\bar{x}_B =$	$\bar{R}_B =$	0.031

Tabla 5.6. Ejemplo de repetibilidad y reproducibilidad de sistemas de medición (Método Largo).

$$\begin{aligned} \bar{R}_A &= 0.025 \\ \bar{R}_B &= 0.031 \\ \text{Suma} &= 0.056 \\ \bar{R} &= 0.028 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Máx. } \bar{x} &= 1.1013 \\ \text{Min. } \bar{x} &= 1.0352 \\ \text{Dif. } \bar{x} &= 0.0662 \end{aligned}$$

$$\bar{R} D_4 = LSC_R$$

$$0.028 \times 2.58 = 0.072$$

**Límites de rangos individuales.** Circule aquellos que sobrepasen éste límite, identifique la causa y corrijala. Repita estas lecturas con la persona y unidad original ó elimine valores, promediar de nuevo y calcular los rangos (R) y su nuevo valor límite. El límite de control superior de rango (  $LSC_R$  ) es de las observaciones restantes. Observar tabla 5.7.

Nombre y número de parte:	
Característica:	
Especificación:	$\pm 0.15$
Nombre del calibrador:	
Calibrador número:	
Tipo de calibrador:	
Fecha:	
Realizado por:	
Tabla 5.7. Especificaciones.	

De la hoja de información obtenemos  $\bar{R} = 0.028$  y  $\bar{x}_{Dif} = 0.0662$ .

Análisis de la unidad de medida. Observar tabla 5.8.

Pruebas	2	3	Operadores	2	3
K1	4.56	3.05	K2	3.65	2.70
Tabla 5.8. Pruebas y operadores.					

Donde **n** es el número de piezas y **r** es el número de pruebas.

**Repetibilidad:** Variación del equipo ( E.V.):

$$E.V. = \frac{\bar{x}}{R} k_1 = 0.028 \times 3.05 = 0.0854$$

**Reproducibilidad: Variación del evaluador (A.V.):**

$$A.V. = \sqrt{(\bar{x}_{Dif.}) (k_2) - [(E.V.)^2/nr]}$$

$$A.V. = \sqrt{(0.0662) (3.65) - [(0.0854)^2/nr]} = 0.2411$$

**Repetibilidad y Reproducibilidad (R & R):**

$$R \& R = \sqrt{(E.V.)^2 + (A.V.)^2}$$

$$R \& R = \sqrt{(0.0854)^2 + (0.2411)^2} = 0.2557$$

Todos los cálculos están basados en la predicción (equivalente al 99% del área bajo la curva).

**Análisis del porcentaje de tolerancia:**

$$\% E.V. = 100 \frac{(E.V.)}{(Tolerancia)}$$

$$\% E.V. = 100 \frac{(0.0854)}{(0.30)} = 28.47 \%$$

$$\% A.V. = 100 \frac{(A.V.)}{(Tolerancia)}$$

$$\% A.V. = 100 \frac{( 0.2411 )}{( 0.30 )} = 80.37$$

$$R \& R = \sqrt{ ( \% E.V. )^2 + ( \% A.V. )^2 }$$

$$R \& R = \sqrt{ ( 28.47 )^2 + ( 80.37 )^2 } = 85.26$$

### 5.5. Cómo evaluar la capacidad de los calibradores.

Con objeto de calificar apropiadamente la calibración, el equipo de pruebas o bien ambos, será necesario familiarizarse con los procedimientos estadísticos que pueden emplearse para analizar la variabilidad inherente contenida en estos instrumentos, normalmente la gente tiene cierta inclinación a depositar su confianza en el número generado, sólo porque el costo de un dispositivo de calibración representa una suma elevada y es frecuente que esta aceptación generalizada dé como resultado una mala interpretación así como la respectiva confusión, las cuales pueden tener efectos perjudiciales sobre la operación de manufactura y los productos producidos, aunque los fabricantes de calibradores y equipos de prueba procuran lograr tendencias mayores, de las que necesitan algunos componentes automotrices, por ejemplo, y también se enfrentan con la variabilidad del producto ya que este factor no puede eliminarse económicamente, será conveniente que el personal con la responsabilidad de determinar la capacidad de los instrumentos conozca los procedimientos a seguir, entendiéndose **capacidad** como seguridad, repetibilidad, reproducibilidad y estabilidad combinadas en un solo valor. En la figura 5.5 se muestra un diagrama causa efecto que indica a que puede deberse la variación de una medición.

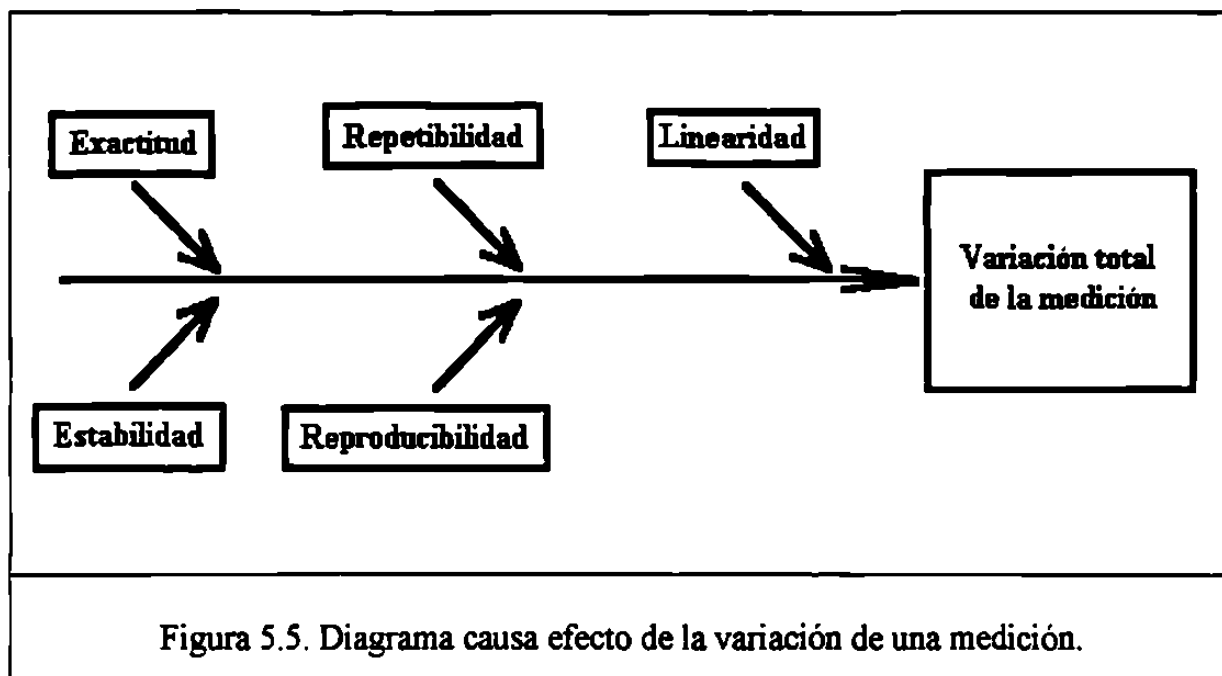


Figura 5.5. Diagrama causa efecto de la variación de una medición.

En la figura número 5.6, se representan los principales elementos de la capacidad, por ejemplo a la izquierda se muestra la repetibilidad o variación esperada en las lecturas de una persona, y los promedios para las tres diferentes poblaciones pueden representarse como  $\bar{x}_A$ ,  $\bar{x}_B$ ,  $\bar{x}_C$ . Y la distribución de la reproducibilidad representa la variación promedio, la seguridad se calcula promediando  $\bar{x}_A$ ,  $\bar{x}_B$ ,  $\bar{x}_C$  y tomando la diferencia entre este resultado y el valor real.

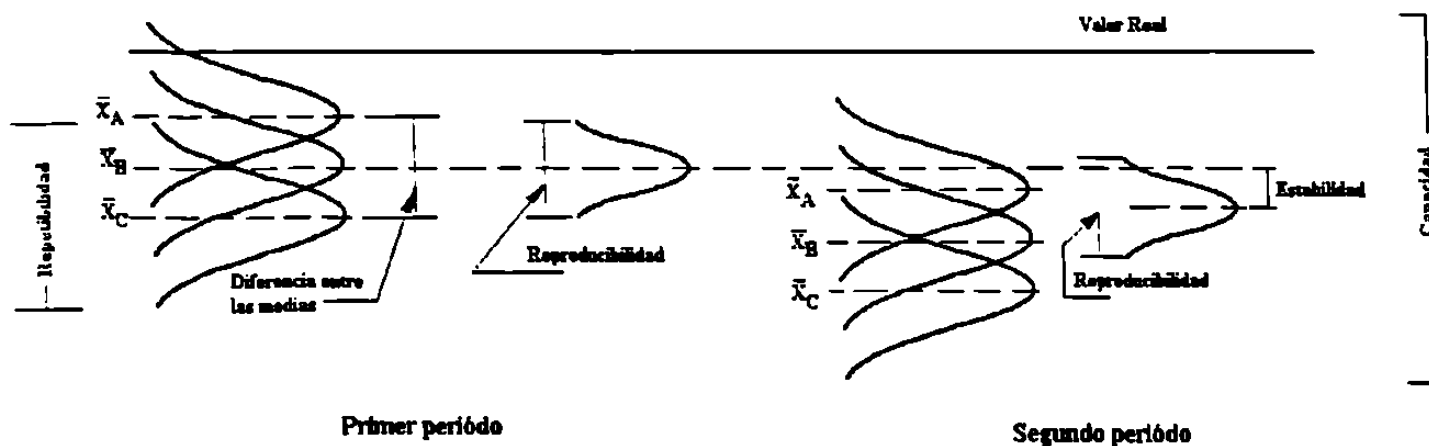


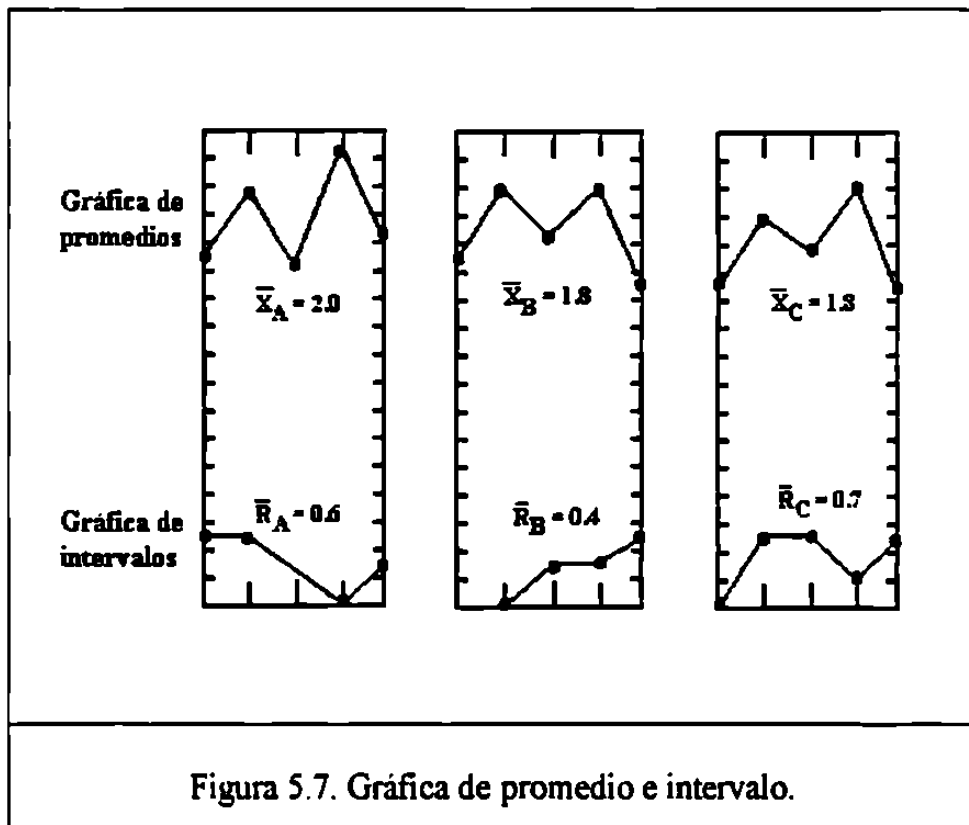
Figura 5.6. Capacidad esquemática.

La estabilidad aparece como una distribución en el segundo periodo y de nuevo se representa como una variación en los valores promedios. Así que la capacidad estará representada como la diferencia entre los extremos que se encuentren sobre el periodo:

Número de la pieza	Inspector A					Inspector B					Inspector C				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Primera lectura	2.0	2.0	1.5	3.0	2.0	1.5	2.5	2.0	2.0	1.5	1.0	1.5	2.0	2.5	1.5
Segunda lectura	1.0	3.0	1.0	3.0	1.5	1.5	2.5	1.5	2.5	0.5	1.0	2.5	1.0	3.0	0.5
Total	3.0	5.0	2.5	5.0	3.5	3.0	5.0	3.5	4.5	2.0	2.0	4.0	3.0	5.5	2.0
Promedio	1.5	2.5	1.25	3.0	1.75	1.5	2.5	1.75	2.25	1.0	2.0	1.5	2.75	1.0	

Tabla 5.9. Estudio de la capacidad del calibrador.

En la tabla 5.9 se puede ilustrar cómo deben aparecer éstos elementos de la capacidad en un estudio real. Se seleccionaron 5 partes y una sola dimensión especificada como medida, posteriormente se enumeraron las partes en una secuencia del 1 al 5. Se seleccionaron 3 inspectores, cada uno usando el mismo instrumento de calibración y midiendo las partes en orden aleatorio, para asegurar que cualquier tendencia o cambio se disperse al azar a lo largo del estudio. Después de que se obtenga el primer conjunto de lecturas, cada inspector realiza una nueva serie de medidas al azar, y para eliminar la posibilidad de que un inspector pueda ejercer una cierta influencia en las lecturas de otro las personas que dirigen el estudio se deberán de cerciorar de que no haya intercambio de información.



En la figura 5.7, los resultados se trazaron en una gráfica de promedio e intervalo con fines ilustrativos. Cuando se definió anteriormente la repetibilidad se describió a esta como la variación obtenida cuando una persona que usa el mismo instrumento de medida mide la dimensión dos o más veces. Como en el ejemplo estamos analizando se tomaron dos medidas a cada pieza de tal forma que la medida de la muestra fué de dos. La desviación estándar para estos valores puede estimarse utilizando el intervalo promedio en las aplicaciones de la gráfica de control, esto se hace empleando:

$$\hat{\sigma}_x = \frac{1}{d_2} \bar{R}$$

El factor  $d_2$  es esencialmente independiente cuando el número de muestras  $k$  es mayor de 10 o 15. En la tabla se pueden obtener los valores corregidos del factor  $k$  para valores  $1/d_2$  más pequeños.

$n \setminus k$	1	2	3	4	5	8	10	$\infty$
2	0.709	0.781	0.813	0.826	0.840	0.855	0.862	0.885
3	0.524	0.552	0.565	0.571	0.575	0.581	0.581	0.592
4	0.446	0.465	0.472	0.474	0.476	0.481	0.481	0.485
5	0.403	0.417	0.420	0.422	0.424	0.426	0.427	0.429
6	0.375	0.385	0.388	0.389	0.391	0.392	0.392	0.395
7	0.353	0.361	0.364	0.365	0.366	0.368	0.368	0.370
8	0.338	0.344	0.346	0.347	0.348	0.348	0.350	0.351
9	0.325	0.331	0.332	0.333	0.334	0.334	0.336	0.337
10	0.314	0.319	0.322	0.323	0.323	0.324	0.324	0.325

Tabla 5.10. Factores para gráficas de control.

Como una ilustración de la analogía existente entre las gráficas de control y el análisis de varianza usando el intervalo como un estimador se ordenaron los datos de la figura capacidad de un calibrador, y se obtuvo la tabla 5.11.

Al calcular con los datos de la tabla anterior la desviación estándar estimada dentro de las partes correspondientes a cada inspector ( repetibilidad ) se obtuvieron los siguientes resultados :

$$\text{Inspector A : } \bar{R} = 0.6$$

$$\frac{1}{d_2} = 0.84$$

Inspector	Número de parte	Lecturas individuales		Dentro de las partes		Debidas a los inspectores		Entre los inspectores $R_3$
				$R_1$	$\bar{x}_1$	$R_2$	$\bar{x}_2$	
A	1	2.0	1.0	1.0	1.5	1.75	2.0	0.35
	2	2.0	3.0	1.0	2.5			
	3	1.5	1.0	0.5	1.25			
	4	3.0	3.0	0.0	3.0			
	5	2.0	1.5	0.5	1.75			
			$\bar{R}_A$	0.6				
B	1	1.5	1.5	0.0	1.5	1.5	1.8	
	2	2.5	2.5	0.0	2.5			
	3	2.0	1.5	0.5	1.75			
	4	2.0	2.5	0.5	2.25			
	5	1.5	0.5	1.0	1.0			
			$\bar{R}_B$	0.4				
C	1	1.0	1.0	0.0	1.0	1.75	1.65	
	2	1.5	2.5	1.0	2.0			
	3	2.0	1.0	1.0	1.5			
	4	2.5	3.0	0.5	2.75			
	5	1.5	0.5	1.0	1.0			
			$\bar{R}_C$	0.7				

Tabla 5.11. Análisis de Varianza.

$$\hat{\sigma}_{dentro\ de\ las\ partes} = (0.840)(0.6) = 0.504$$

n = Medida de la muestra.

k = Número de muestras.

$$\text{Inspector B: } \bar{R} = 0.4$$

$$\frac{1}{d_2} = 0.84$$

$$\hat{\sigma}_{dentro\ de\ las\ partes} = (0.840)(0.7) = 0.588$$

donde la medida de la muestra es 2 y se midieron 5 partes.

Cuando se hace una evaluación de los resultados individuales del inspector B presenta la menor variación y la mejor repetibilidad pero suponiendo que los tres inspectores manejen esta operación de calibración se podrá calcular la desviación estándar empleando el intervalo promedio de los tres:



## Análisis de los Sistemas de Medición

$$\bar{R}_1 = \frac{(0.6 + 0.4 + 0.7)}{3} = 0.567$$

$$\hat{\sigma}_{dentro\ de\ las\ partes} = \frac{1}{d_2} \bar{R}_1 = (0.885)(0.567) = 0.5018 = 0.502$$

Como el valor de  $k$  se cambió de 5 a 15 entonces la relación  $1/d_2$  es igual a 0.885.

Aún cuando no es aplicable para este análisis puede estimarse la variación de vida a cada inspector ( o sea la variación real de las partes ) Utilizando el promedio de los valores tenemos :

$$\hat{\sigma}_{con\ los\ inspectores} = \frac{1}{d_2} R_2 = 0.420 \times 1.67 = 0.7014$$

Como la medida de la muestra es de 5 y  $k = 3$ , entonces la relacion  $1/d_2 = 0.420$ .

Por reproducibilidad podemos entender la variación en el promedio de medidas (variación entre inspectores) y puede estimarse usando los valores  $R_3$  de la tabla de análisis de varianza. El factor  $1/d_2$  esta basado en una muestra con una medida de muestra igual a tres. En la tabla anterior este valor es de 0.524 de tal forma que:

$$\hat{\sigma}_{en\ las\ partes} = \frac{1}{d_2} R_3 = 0.524 \times 0.35 = 0.1834 = 0.183$$

Estadísticamente las varianzas pueden combinarse para dar un valor sencillo donde el valor resultante será empleado para medir la repetibilidad y reproducibilidad:

$$\hat{\sigma}_{repetibilidad\ y\ reproducibilidad} = \sqrt{0.502^2 - 0.183^2} = 0.5343$$

Para ilustrar la dispersión que puede incluirse en los porcentajes especificados de estos datos pueden obtenerse los múltiplos del factor Z en cualquier tabla de áreas bajo la curva normal para 99%  $z = \pm 2.575$  para 95%  $z = \pm 1.96$  y para 90%  $z = \pm 1.645$  y los resultados son:

$$99 \% : (2) (z) (\hat{\sigma}_{R \text{ and } R}) = 2 \times 2.575 \times 0.5343 = 2.752$$

$$95 \% : (2) (z) (\hat{\sigma}_{R \text{ and } R}) = 2 \times 1.96 \times 0.5343 = 2.094$$

$$90 \% : (2) (z) (\hat{\sigma}_{R \text{ and } R}) = 2 \times 1.645 \times 0.5343 = 1.758$$

Estos valores pueden usarse ahora para estimar la tolerancia consumida por la reproducibilidad y la repetibilidad si se supone que la parte total de las partes empleadas para este estudio sea de tres haciendo referencia solo al 99% de la dispersión, así que el porcentaje de tolerancia consumido es:

$$\frac{2.752}{3} \times 100 = 91.73 \%$$

Este porcentaje no puede asociarse directamente con el porcentaje de partes buenas rechazadas o el porcentaje de partes malas aceptadas, aspecto que puede considerarse indeseable aún cuando se haya aceptado que el estándar para la capacidad de calibración es aproximadamente igual al 10 % o inferior a la tolerancia total.

La variabilidad reducida puede lograrse mediante el entrenamiento del inspector el cual puede minimizar las diferencias en los promedios o mediante la obtención de dispositivos de calibración más precisos. Estas técnicas se emplean en:

1. La evaluación de equipo de medición nuevo ( de preferencia en la planta del vendedor ).
2. La comparación de uno o más instrumentos de medida.

3. La revisión del equipo cuando se sospecha la existencia de un error.
4. La comparación del equipo de medida antes y después de su reparación o ajuste.
5. La determinación de la verdadera capacidad del proceso de vida a la persistente variabilidad de las mediciones.

### **5.6 Inspección para asegurar la calidad.**

La inspección es un factor primordial en un sistema de aseguramiento de la calidad. Una primera actividad es hacer una planificación de inspección de lo que se desprenderá un **plan de inspección** el cual es un documento que identifica lo que se va a inspeccionar, como se va a inspeccionar, la localización de las estaciones de inspección, la frecuencia de inspección, así como, la disposición de los artículos inspeccionados. En este documento se deberá determinar la responsabilidad de las actividades de inspección así como la coordinación entre diversos grupos de la organización, como manufactura, ingeniería, compras y servicios.

El objetivo de llevar a cabo una inspección será descubrir los productos que no cumplen con las especificaciones.

#### **Características de la calidad.**

Estas son las propiedades de un producto que se evalúan contra las especificaciones, y siempre habrá características de calidad que inspeccionar. Las especificaciones determinan las características de calidad, que se diseñan en un producto, pero la inspección no necesita examinar todas las posibles características de calidad. Se recomienda clasificar los defectos de la inspección en tres categorías:

**a) Defecto crítico.** En este tipo de defecto el juicio y la experiencia indicarán que si no se tiene cuidado con esto habrá condiciones inseguras a personas que usen, que den servicio o que dependan de un producto.

**b) Defecto principal.** Este tipo de defecto no es crítico, pero es probable que ocasiones la falla o que reduzca materialmente la facilidad de uso de la unidad para su objeto previsto.

**c) Defecto menor.** Este defecto es aquel que no es probable que reduzca la facilidad de uso del artículo para su finalidad prevista, ni tenga efecto alguno sobre el uso u operación efectiva de la unidad.

Los defectos críticos deberán de ser la base de nuestra inspección ya que si no se pueden provocar consecuencias serias o tal vez juicios de responsabilidad por el producto, por otra parte la inspección de características de calidad que se puedan clasificar como defectos principales dependerá de las metas estratégicas en calidad que tenga la empresa, ya que una empresa que desee permanecer y lograr ventaja competitiva en el mercado deberá de evitar los defectos principales tanto como sea posible, pero sin embargo, los defectos menores pueden escapar a la inspección en muchos productos, ya que no afectan la adecuación al uso. Pero aún un defecto menor pudiera producir respuestas negativas por parte de los clientes.

### **Tipo de inspección.**

Una característica de calidad se puede clasificar en dos categorías, tales como:

**a) Atributo.** Esta es una característica de calidad que esta presente o ausente en la unidad o producto y siempre toma uno de dos valores, por ejemplo: se adecúa o no se adecúa, dentro de la tolerancia, o fuera de esta, completo incompleto.

**b) Variable.** Ésta se evalúa en términos de valores medibles en una escala continua y con las mediciones de variables nos ocupamos del grado de adecuación a las especificaciones.

La inspección por atributos por lo general es más sencilla que la inspección por variables, por varias razones. La inspección misma se puede llevar a cabo con más rapidez y fácilmente se necesita anotar menos información y su administración es más fácil, y en un sentido estadístico la inspección para atributos es menos eficaz que la inspección para variables. Así por ejemplo, una inspección por atributos, requerirá de una muestra mayor que la de variables, con objeto de obtener la misma cantidad de

información estadística acerca de la calidad del producto, y esta diferencia puede ser importante cuando la inspección es tardada o cara. Y el hecho de que la mayor parte de las características de calidad en los servicios son atributos, y esta es una razón por la cual las organizaciones de servicio se han tardado más en adoptar métodos de control de calidad.

### **Ubicación de las Estaciones de Inspección.**

Con el objeto de determinar donde colocar las estaciones de inspección se deberán considerar balanceos entre los costos explícitos de detección, reparación o reemplazo, y los costos implícitos de inversión adicional y necesaria en un artículo que no se adecúa, si no se lleva a cabo la inspección, por tal motivo se pueden seguir algunas reglas para definir la ubicación de las estaciones, como son:

- a) Ubicación antes de todas las operaciones del proceso.
- b) Ubicación antes de operaciones relativamente costosas, o cuando se agrega un valor apreciable al producto.
- c) Ubicación antes de las operaciones de proceso que hagan costosa o difícil la detección de piezas defectuosas.
- d) Ubicar después de operaciones en las que sea probable generar una gran proporción de piezas defectuosas.
- e) Ubicar después de la determinación del producto.

### **Cantidad de inspección.**

Para definir la cantidad de inspección necesaria se deberán de tomar en cuenta varios factores, como son: el tipo de producto por inspeccionar, las características de calidad a examinar, los antecedentes de calidad del productor, el costo de la inspección y el efecto que tiene la inspección sobre el producto.

### **Inspección al 100%.**

Esta es la que se hace a cada unidad que se produce para las características críticas de la calidad, normalmente es necesaria esta inspección la cual proporciona un seguro de cumplimiento con las especificaciones y hay que comentar que no es perfecta debido a error humano, falla del equipo de inspección o al empleo de normas incorrectas, y muy comúnmente no es práctica a causa del tiempo, esfuerzo y costos empleados. Y lógicamente no podría emplearse en pruebas destructivas. Cuando existen técnicas automatizadas de inspección se hace más económica y posible la inspección al 100%

### **Procedimientos de muestreo.**

Estos sólo son para inspeccionar una parte de un lote de producción, y son útiles para determinar grandes cantidades de características no críticas de calidad, donde desde luego el muestreo será más económico que la inspección al 100%, pero estará sujeto a mayor riesgo, se deberán de comparar los menores costos de la inspección de muestreo contra el riesgo de incurrir en mayores costos, si se permite la aceptación de productos que no se adecuen.

Los procedimientos de muestreo basados en conceptos de probabilidad y estadística forman la base de la mayor parte de los procedimientos de control de calidad que se emplean en la práctica.

### **Métodos de Inspección.**

Entre las actividades de inspección se tienen la **inspección de aceptación, inspección de clasificación, inspección de control e inspección de auditoría.**

### **Inspección de aceptación.**

Esta es la de las materias primas, partes o componentes al recibirlas de los proveedores en cualquier punto en el proceso de producción o después de terminada ésta, se decide si aceptar o no los artículos, y un tipo de esta inspección es la inspección de recibo, donde los materiales o partes que entran en una empresa procedentes de un proveedor externo se inspeccionan para ver su grado de adecuación a las especificaciones de compra.

### **Inspección de clasificación.**

Esta es la inspección que se requiere para separar partes en categorías de acuerdo con las especificaciones, es una operación de proceso que se puede ubicar en cualquier parte entre el inicio y el final del proceso de producción y se empleará en donde se pueda emplear un proceso de clasificación.

### **Inspección de control.**

En esta se hace una muestra periódica del trabajo en proceso para obtener un producto terminado y el objetivo es asegurar que el proceso esté trabajando en un estado de control estadístico y proporciona retroalimentación puntual para corregir cualquier desviación que indique que el proceso no se produce según las especificaciones.

### **Inspecciones de auditoría.**

Estas son periódicas y aleatorias de procesos de planta o departamentales así como de sus resultados, éstas inspecciones se emplean para asegurar que tanto procedimientos como procesos se sigan de tal forma que se mantenga la validez de la confiabilidad de la inspección actual de operaciones o la inspección de aceptación. o de clasificación de control.

## **El factor humano.**

La inspección no es fácil, generalmente está sujeta a errores y no son raros los errores del 10 al 50%, y lo mismo sucede con las tareas de inspección donde hay varios factores que afectan dichas tareas, como son:

a) Complejidad. El cual es el número de defectos que detecta un inspector que disminuye cuando hay más partes y el orden es menor.

b) Frecuencia de defectos. Cuando es baja la frecuencia de defectos de un producto, el inspector tiende a pasar por alto que cuando la frecuencia es alta.

c) Inspecciones repetidas. Distintos inspectores, no pasan por alto los mismos defectos, por lo cual es recomendable que un mismo producto sea inspeccionado por varias personas.

d) Rapidez de la inspección. El desempeño del inspector disminuye rápidamente a medida que aumenta la rapidez de la inspección.

Con objeto de mejorar la inspección se recomienda lo siguiente: reducir al mínimo el número de características de calidad que se consideren para una inspección, lo recomendable es de 5 a 6 tipos diferentes, es recomendable también reducir al mínimo las influencias perturbadoras y las premuras, se deberán dar instrucciones claras y detalladas para la tarea de inspección, y por último se deberá de diseñar el espacio de trabajo para que se haga más fácil la tarea de inspección.