

# **CAPITULO 1 :**

## **INTRODUCCION**

- 1.1 Las estructuras de Concreto Reforzado**
- 1.2 La mecánica del Concreto Reforzado**
- 1.3 Los miembros de Concreto Reforzado**
- 1.4 Algunos de los factores que afectan la selección de un concreto para una estructura.**
- 1.5 Los Códigos de Edificación y el Código de la ACI.**

## **1.1.- LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO.**

El concreto y el concreto reforzado se usan como materiales de construcción en todos los países. En algunos, incluyendo E.U.A. y Canadá, el concreto reforzado es denominado el material estructural de la construcción en ingeniería

La composición universal del concreto reforzado utilizado en construcción la constituyen las varillas de acero de refuerzo, la grava, la arena y el cemento. El concreto reforzado se utiliza en puentes, edificios de todos tamaños y formas, tanques de almacenamiento, bases para estructuras, presas, etc.

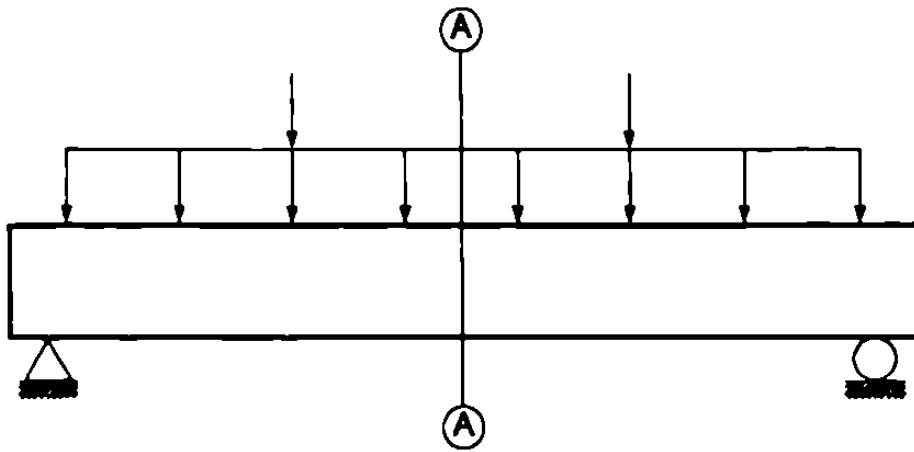
## **1.2.- LA MÉCANICA DEL CONCRETO REFORZADO.**

El concreto es muy resistente a compresión; pero poco para la tensión. Debido a esto, aparecen grietas debido a las cargas, a contracciones y a cambios de temperatura, dado que los esfuerzos de tensión exceden el esfuerzo de tensión resistido por el concreto.

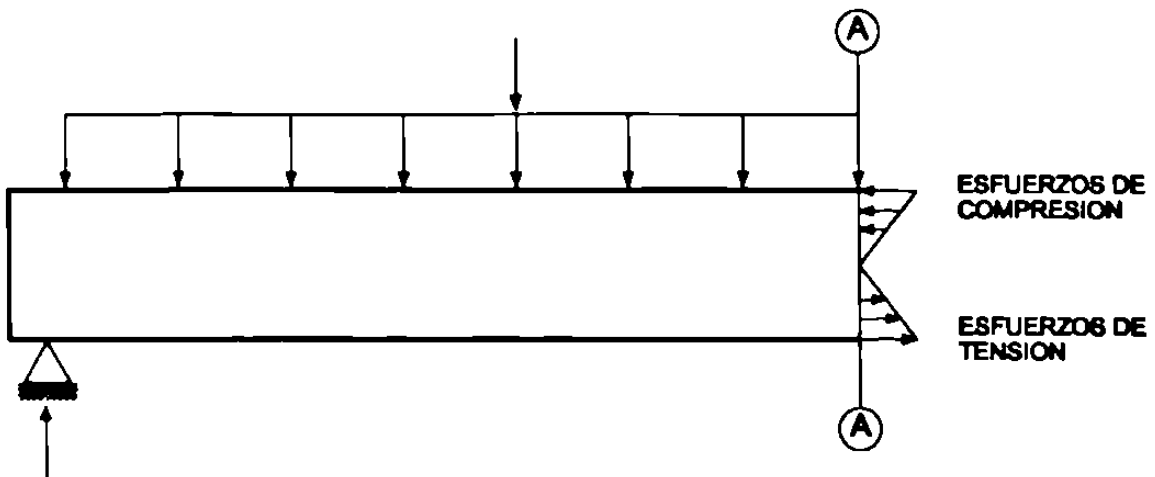
En una viga recta de concreto reforzado como se muestra en la Figura 1-1b, los momentos con respecto a "O" debidos a las cargas aplicadas, son resistidos por un par interno de tensión y compresión.

La viga falla muy súbitamente y por completo cuando se forman las grietas en la viga sin refuerzo.

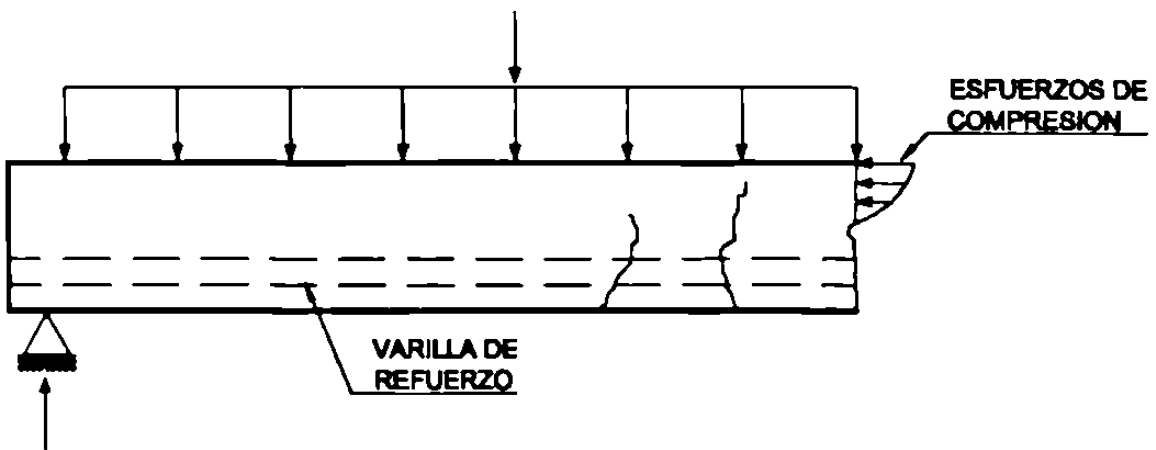
En una viga de concreto reforzado (Figura 1.1), las varillas de refuerzo embebidas en el concreto ejercen las fuerzas de tensión necesarias para formar el par interno resistente.



VIGA Y CARGAS.



ESFUERZOS EN UNA VIGA DE CONCRETO.



ESFUERZOS EN UNA VIGA DE CONCRETO REFORZADO.

FIGURA 1-1  
VIGA DE CONCRETO REFORZADO.

Para construir un elemento de concreto reforzado que forme parte de la estructura de un edificio, normalmente el concreto se cuela dentro de una forma o cimbra. La cimbra debe diseñarse para soportar el peso y la presión del concreto que ha de contener, así como el peso de la gente que efectúe el colado, el peso de las carretillas, la presión del viento, etc.

El refuerzo del elemento debe estar colocado adecuadamente, de acuerdo con los planos dentro de las formas, durante la operación del colado del concreto. Después de que el concreto ha endurecido, las formas deben ser removidas.

### **1.3.- LOS MIEMBROS DE CONCRETO REFORZADO.**

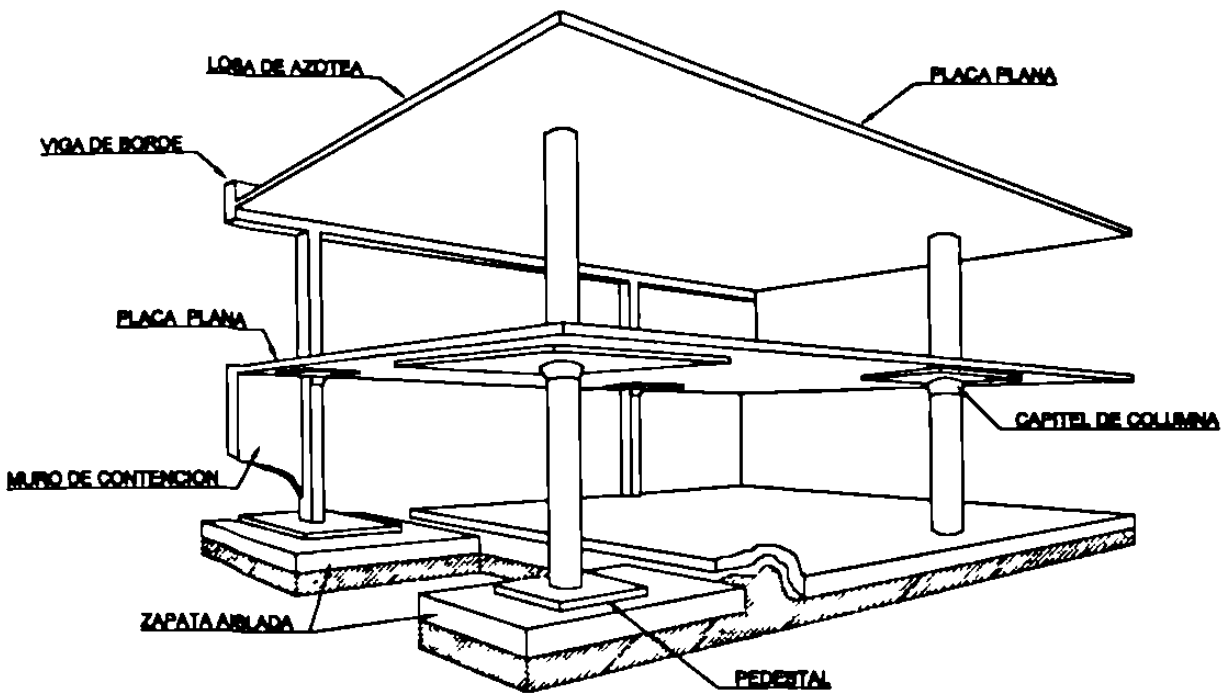
Las estructuras de concreto reforzado consisten de una serie de miembros individuales que, por interacción con los apoyos, transmiten las cargas de la estructura.

El segundo piso del edificio de la Figura 1-3 es un sistema de losa de concreto que utiliza "joists", las cuales son nervaduras paralelas que transmiten la carga sobre la losa. Las reacciones de los "joists" son las cargas sobre las vigas, las cuales transmiten la carga a sus apoyos que, en el caso de la figura, son muros y columnas. Las nervaduras o vigas "joist" actúan como vigas de sección "T". El primer piso de la figura 1-3, es un sistema de losa-viga en el que la losa se diseña como apoyada en las vigas y éstas se apoyan sobre las columnas.

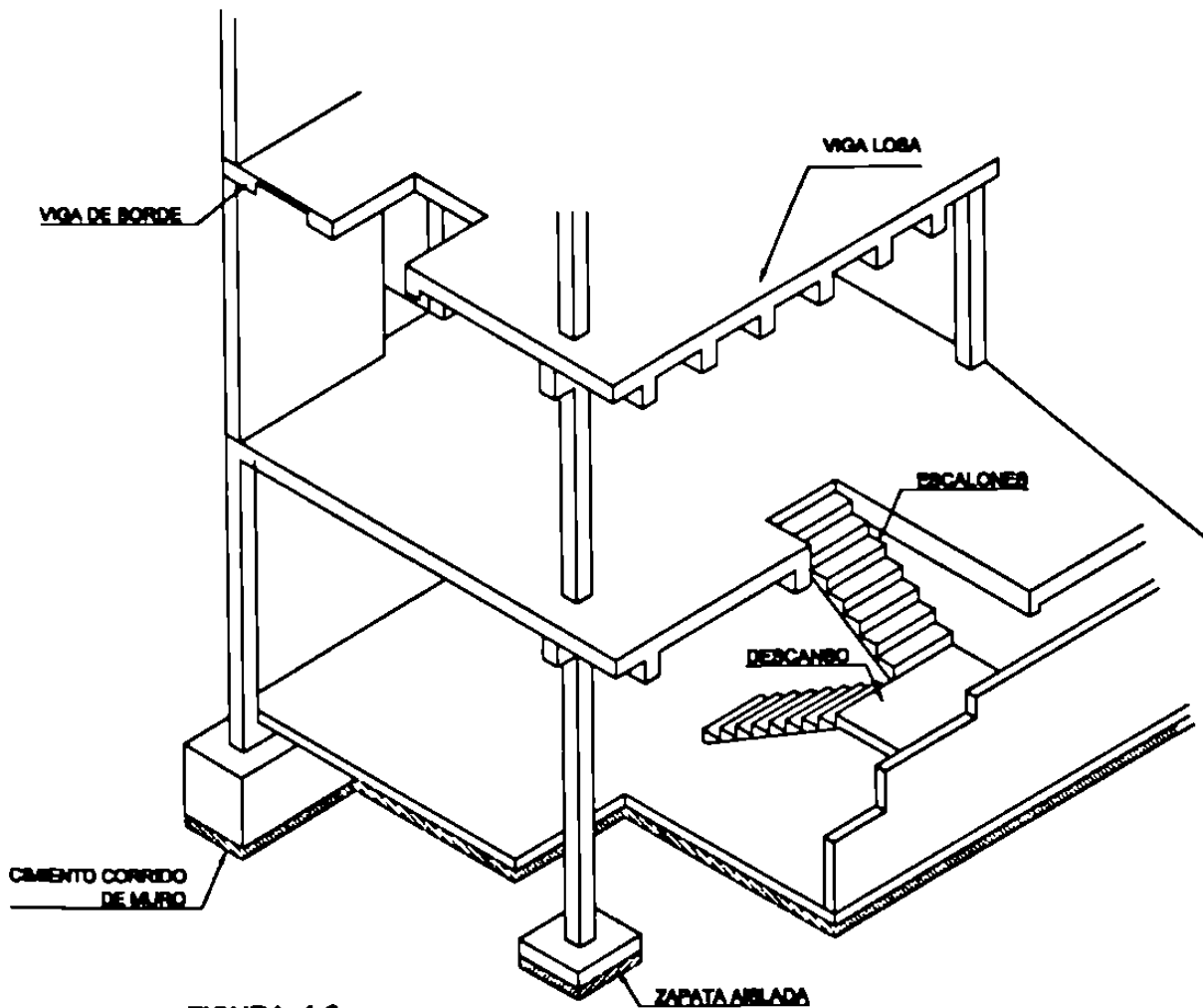
Las cargas sobre las columnas se transmiten a unas zapatas aisladas, las cuales transmiten su carga al suelo ; por lo que deben tener suficiente área para evitar el asentamiento del mismo. Algunos tipos de suelo requieren pilotes de cimentación u otras cimentaciones mayores. En un edificio, también puede ser necesario el uso de muros de contención, para soportar el empuje del suelo, cuando se tiene sótano, como se muestra también en la figura 1-2.

La carga sobre la losa la puede transmitir ésta también en dos direcciones. En la periferia de las columnas, en ocasiones se incrementa el espesor de la losa mediante ábacos ("droppanel") y capiteles cónicos o piramidales. Este incremento en el espesor proporciona una resistencia al incremento del momento y del cortante perimetral, en la cercanía de la columna. También reduce las deflexiones de la losa.

La losa de azotea del edificio mostrado en la Figura 1.2 es de espesor uniforme, sin ábacos ni capiteles en las columnas. A este tipo especial de losa plana también se le llama placa plana ("flat plate").



**FIGURA 1-2**  
**ELEMENTOS EN UN EDIFICIO DE CONCRETO ARMADO.**



**FIGURA 1-3**  
**ELEMENTOS EN UN EDIFICIO DE CONCRETO REFORZADO.**

## **1.4.- FACTORES QUE AFECTAN LA SELECCIÓN DE UN CONCRETO PARA UNA ESTRUCTURA.**

La selección de una estructura formada de concreto, acero, albañilería, o madera depende de la existencia de los materiales en el mercado y el número de alternativas en cuanto se refiere a la solución estructural.

1.- La economía. Frecuentemente, la consideración más importante es el costo total de la estructura. Este es, por supuesto, una función del costo de los materiales y la mano de obra para colocarlos. Frecuentemente, sin embargo, el costo total también depende del tiempo de ejecución por el constructor, costo que puede afectar la ocupación del edificio, y así reducir los gastos de financiamiento. Cualquier medida que se tome, ya sea en la selección del tipo de estructura o en el procedimiento de construcción, reduce el costo total de la obra.

En algunos casos, la economía, de la estructura a largo plazo, puede ser más importante que el costo inicial, debido a que el mantenimiento y durabilidad son consideraciones importantes.

2.- Selección del material adecuado para su función arquitectónica y estructural. En un sistema de concreto reforzado, el diseñador frecuentemente combina las funciones Arquitectónica y Estructural. El concreto tiene la ventaja de que es colocado en condición plástica y adopta la forma y textura deseadas. A todos los elementos de concreto reforzado, tales como : vigas, losas, columnas y muros, se les puede dar un acabado arquitectónico atractivo, aún cuando fueron diseñados para soportar cargas de gravedad, viento o sismo.

3.- La resistencia al fuego. La estructura de un edificio puede resistir los efectos del fuego y se conserva mientras que el edificio pudiese ser evacuado y el fuego se extinga. El concreto puede estar próximo al fuego de 1 a 3 horas, sin que se alteren sus propiedades mecánicas.

4.- La rigidez. Raramente las vibraciones por viento, en un edificio, son un problema ; debido a la rigidez de la masa de la estructura de concreto, lo cual permite gran variedad de usos habitacionales o de otros tipos.

5.- El bajo mantenimiento. Los elementos de concreto requieren de menor mantenimiento que los de acero o de madera. Esto es debido a la densidad, pues el aire contenido en el concreto ha sido expuesto a la atmósfera, y esto permite un drenaje adecuado en la estructura.

6.- La disponibilidad de los materiales. La arena, la grava, y el cemento se mezclan fácilmente y están casi siempre disponibles ; el acero de refuerzo puede ser transportado con mayor facilidad que el acero estructural. Esto permite usar el concreto en grandes áreas, por más alejadas de las ciudades que éstas estén.

Por otro lado, hay una serie de factores que deben tomarse en cuenta al seleccionar el concreto reforzado. Estos incluyen:

1.- La baja resistencia a la tensión. A temprana edad, la resistencia a la tensión en el concreto es mucho más baja que la resistencia a la compresión (cerca de 1/10) por lo que el concreto se puede agrietar. Para fines estructurales, esto se soluciona, con acero de refuerzo, las fuerzas de tensión controlan el ancho de las grietas dentro de valores aceptables.

2.- Las formas y ademes. La construcción de elementos colados en el lugar implica tres pasos que no están involucrados con las estructuras de acero o de madera. Estos son: a) La construcción de las formas, b) La remoción de éstas formas y, c) El apuntalamiento adecuado, hasta que el concreto alcance una resistencia considerable.

3.- La relación de la resistencia por unidad de peso o volumen. La resistencia a la compresión, del concreto es del 5 al 10% de la del acero, mientras que la densidad específica es del 30% de la del acero. Como resultado de esto, las estructuras de concreto requieren de mayor volumen que las estructuras de acero y mayor peso.

Por esta razón, las estructuras de grandes claros a menudo se construyen de acero de acero.

4.- Los cambios de volumen con el tiempo. Tanto el concreto como el acero tienen aproximadamente la misma expansión y contracción térmica.

Debido a que hay menor masa de acero para ser calentado o enfriado, ya que el acero es mejor conductor que el concreto, una estructura de acero es más afectada por lo cambios de temperatura que una estructura de concreto.

Por otro lado, si en el concreto, las deformaciones son restringidas, se puede causar deflexiones que tienden a incrementarse con el tiempo ; posiblemente al doble, debido a la vibración del concreto sometido a cargas sostenidas.

## 1.5.- LOS CÓDIGOS DE EDIFICACIÓN Y EL CÓDIGO DEL ACI

La primera reglamentación para edificios de concreto reforzado fue publicada por el Profesor Mörsch, de la Universidad de Stuttgart, en Prussia en 1904. Posteriormente, aparecieron otras especificaciones en Britania, Francia, Austria y Suiza, entre 1907 y 1909.

La "American Railway Engineering Association" formó un Comité, en Masonry, en 1890. En 1903, este Comité presentó especificaciones para Concreto con cemento Portland. Entre 1908 y 1910, la "National Association of Cement" publicó las "Standard Building Regulations for the Use of Reinforced Concrete".

En 1904, se formó un Comité en Concreto y Concreto Reforzado por la "American Society of Civil Engineers", la "American Society for Testing and Materials", la "American Railway Engineering Association" y la "Association of American Portland Cement Manufacturers". Este grupo se unió para formar el ACI (American Concrete Institute). Una historia sobre los Códigos sobre Concreto Reforzado fue redactada en 1954 por Kerekes y Reid.

Desde entonces surgió el Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (ACI-318) el cual se complementa con un sección de Comentarios

Este Código, el cual es referido generalmente como "El Código ACI", ha sido incorporado en muchos códigos de edificación, en Los Estados Unidos, y sirve como base de comparación para los Códigos de Canadá, de Nueva Zelanda, de Australia y de partes de Latino América.

El Código ACI es revisado y nuevamente publicacado cada seis años. El ACI-318-95 es la revisión publicada en 1995. Una revisión intermedia o suplemento se publica a la mitad del periodo de seis años.

Las reglas para el Diseño de puentes de Concreto Reforzado son especificadas en el "STANDARD SPECIFICATIONS FOR HIGHWAY BRIDGES", la "American Association of State Highway and Transportation Officials", en Washington, D.C.

Cada nación o grupo de naciones, en Europa tiene un Código para las Construcciones de concreto Reforzado. El CEB-FIP Código Modelo para Estructuras de Concreto publicado en 1978 y revisado en 1990 por el Comité Internacional de Béton, Lausanne, intenta servir como base de los Códigos de Europa



# **CAPITULO 2 :**

## **EL PROCESO DE DISEÑO**

- 2.1 Los Objetivos del Diseño.**
- 2.2 El Proceso de Diseño**
- 2.3 Los Estados Límite y el Diseño de Concreto Reforzado.**
- 2.4 La Seguridad Estructural.**
- 2.5 El Cálculo Probabilístico de los Factores de Seguridad.**
- 2.6 Los Procedimiento de Diseño Especificados por el Código ACI.**
- 2.7 Cargas y Acciones.**

## **2.1.- LOS OBJETIVOS DEL DISEÑO.**

Una estructura de concreto deberá satisfacer cuatro criterios, deberá ser :

**1.- Apropriada.** El arreglo de espacios y claros, las alturas libres, los accesos y las áreas de flujo deben ser funcionales. La estructura deberá ser no contaminante y estética.

**2.- Económica.** El costo total de la estructura no debe exceder del presupuesto dado al cliente. Frecuentemente, el equipo de trabajo busca soluciones económicas.

**3.- Estructuralmente segura.** Una estructura ideal involucra dos aspectos:

- (a) Debe soportar las cargas con seguridad.
- (b) No debe tener deflexiones excesivas.

**4.-De fácil mantenimiento.** Una estructura deberá diseñarse de tal forma que se requiera el mínimo mantenimiento y a un bajo costo.

## **2.2- EL PROCESO DE DISEÑO.**

El proceso de diseño es una toma de decisiones secuencial e iterativa. Las tres fases principales del mismo son:

**1.- La definición de las necesidades del cliente y prioridades.**

Esto involucra requisitos de uso del edificio o estructura, el funcionamiento, la apariencia estética y el presupuesto. Este último implica : el costo directo (materiales, mano de obra, y equipo), el tiempo de ejecución para poder ocupar la obra rápido y la disminución de gastos de conservación.

**2.- El desarrollo del concepto de proyecto.**

Con base en las necesidades del cliente y las prioridades, se presenta un número de posibles soluciones desarrollándolas. Se revisan y se selecciona la mejor solución, procurando que sea la que coincide con las necesidades del cliente, funcional y estéticamente.

Al proyecto arquitectónico anterior se le busca adaptar la solución estructural. Basándose en un análisis aproximado de los momentos, los cortantes, y las fuerzas axiales, seleccionando el tamaño del miembro, para cada tramo de estructura. Con esto, es posible estimar el costo y seleccionar el sistema estructural adecuado.

**3.- El diseño de sistemas individuales.** Una vez que se ha seleccionado el sistema estructural y se tienen las dimensiones generales, puede diseñarse la estructura. Para diseñar una estructura, se hace un análisis estructural para determinar los momentos, las fuerzas cortantes y axiales, que actúan en cada miembro; para diseñarlo adecuadamente, tomando en cuenta, la estética, el procedimiento de construcción y el futuro mantenimiento. La solución final del proceso de diseño se dibuja detalladamente en planos, añadiendo las especificaciones correspondientes.

## **2.3- LOS ESTADOS LÍMITE Y EL DISEÑO DE CONCRETO REFORZADO.**

### **Estados límite.**

Cuando una estructura o un elemento estructural comienza a deteriorarse por su intenso uso, se dice que ha caído en "estado límite". Los estados límite de las estructuras de concreto reforzado se han dividido en tres grupos básicos.

**1.-Estados límite último.** Esto implica el colapso de una parte o del total de la estructura. Si una estructura se colapsa, puede ocasionar pérdidas de vidas y pérdidas financieras. Los estados límite son:

**(a).-** La pérdida de equilibrio de una parte o del total de la estructura, como un cuerpo rígido. Este tipo de falla generalmente es un ladeo o desplazamiento de la estructura completa y ocurre si no se desarrollan las reacciones necesarias para el equilibrio.

**(b).-** La ruptura de las partes críticas de la estructura, provocando el colapso parcial o total.

**(c).-** El colapso progresivo. En algunos casos, una falla menor localizada puede provocar que los miembros adyacentes fallen y la estructura se colapse. El colapso progresivo se puede prevenir o reducir, corrigiendo los detalles; como pueden ser las uniones y probar con alternativas de carga en el caso de una falla localizada. Algunas fallas ocurren durante la construcción. el calculista debe diseñar tomando en cuenta las cargas y los procedimientos de construcción.

**(d).**- La formación de mecanismo plástico. Un mecanismo se forma cuando el acero de refuerzo fluye y produce una rótula plástica en varias secciones haciendo la estructura inestable.

**(e).**- La inestabilidad debida a las deformaciones de la estructura. Este tipo de falla se debe al pandeo.

**(f).**- La fatiga. Falla de los miembros debido a ciclos de refuerzo, repetidos bajo cargas de servicio, pueden provocar el colapso.

**2.-** Los estados límite de servicio. Esto implica la ruptura de la estructura ; pero sin llegar al colapso. Reduce la vida útil de la estructura. Estos estados incluyen:

**(a).**- Las deflexiones excesivas para servicio normal. Pueden ser causadas por maquinaria o mal funcionamiento, pueden ser visiblemente inaceptables, por dañar los miembros de la estructura y cambiar la distribución de las fuerzas. En cubiertas con drenaje pluvial, el agua almacenada puede incrementar las deflexiones, lo cual provoca que se almacene más agua, hasta que se exceda de la capacidad de la cubierta y esto produce falla.

**(b).**- El excesivo ancho de grieta. Se pueden presentar grietas en el concreto, antes de que trabaje el refuerzo, lo cual permite el paso del agua, causando la corrosión del acero de refuerzo y el deterioro del concreto.

**(c).**- Las vibraciones no deseadas. Las vibraciones verticales en pisos o puentes y las laterales y torsionales, en edificios, pueden producir estados límite en el servicio.

**3.-** Los estados límite especiales. Esta clase de estados límite implica daño o falla, debido a condiciones o cargas anormales, incluye:

**(a).**- Daño o colapso por sismos.

**(b).**- Efectos estructurales por fuego, explosiones o colisiones vehiculares.

**(c).**- Efectos estructurales por corrosión o deterioro.

El diseño por estados límite es un proceso que incluye:

1.- La identificación de todos los modos de falla.

2.- la determinación de niveles aceptables de seguridad en la ocurrencia de cada estado límite.

3.-Consideración por parte del calculista del significado de los estados límite.

## Relación del diseño básico.

La figura 2-1a muestra una viga soportando un peso muerto,  $w$ , más unas cargas  $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ . Estas cargas producen momentos flexionantes, distribuidos como se muestra en la Fig. 2-1b. Las cargas pueden producir también: cortante, carga axial, torsión, deflexión y vibración.

El momento interno resistente cuando la sección transversal falla, es llamado "capacidad de momento" o "momento resistente".

La viga mostrada en la Figura 2-2 soportará con seguridad las cargas si la resistencia de la sección excede los efectos de la carga.

$$\text{Resistencia} \geq \text{efectos de la carga} \quad (2-1)$$

Si consideramos la posibilidad de que la resistencia pueda ser menor que la encontrada, y los efectos de la carga mayores, llamando  $\phi$  al factor de reducción de resistencia, menor que 1, y  $\alpha$  a los factores de carga mayores que 1, e introduciéndolos en la ecuación anterior:

$$\phi R_n \geq \alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2 + \dots \quad (2-2)$$

donde:  $R_n$  es la resistencia nominal y

$S$  es el efecto de carga basado en cargas específicas.

Escribiendo en términos de momento, la ecuación (2-2):

$$\phi_M M_n \geq \alpha_D M_D + \alpha_L M_L \quad (2-3a)$$

donde:  $M_n$  = Momento resistente nominal.

La palabra "nominal" implica que la resistencia se calcula en función de las resistencias específicas del acero y el concreto y las dimensiones de la sección transversal del elemento.  $M_D$  es el momento flexionante debido a la carga muerta y  $M_L$  debido a la carga viva;  $\phi_M$  es factor de reducción de resistencia para momento; y  $\alpha_D$  y  $\alpha_L$  son los factores de carga muerta y viva, respectivamente.

Ecuaciones similares se pueden escribir para cortante, v, o carga axial, P:

$$\phi_v V_n > \alpha_D V_D + \alpha_L V_L + \dots \quad (2-3b)$$

$$\phi_P P_n \geq \alpha_D P_D + \alpha_L P_L + \dots \quad (2-3c)$$

La ecuación 2-1 es llamada la ecuación básica de diseño límite. Las ecuaciones (2-3b y c), son formas especiales de la ecuación básica. La ecuación 11-1 de el Código ACI, por ejemplo, es la misma que la ecuación 2-3b, excepto que en esta ecuación, el grupo de términos ( $\alpha_D V_D + \alpha_L V_L + \dots$ ) están expresadas como  $V_u$ , el cual se define como "fuerza cortante factorizada". En el Código ACI el símbolo U se usa para referirse a la combinación ( $\alpha_D D + \alpha_L L + \dots$ ). Esta combinación se define como la resistencia requerida para las cargas factorizadas. Los símbolos  $M_u$ ,  $V_u$ ,  $T_u$ , se refieren a los "efectos de la carga factorizada" calculadas con las cargas factorizadas U, y se denotan con el subíndice u.

## 2.4.- SEGURIDAD ESTRUCTURAL

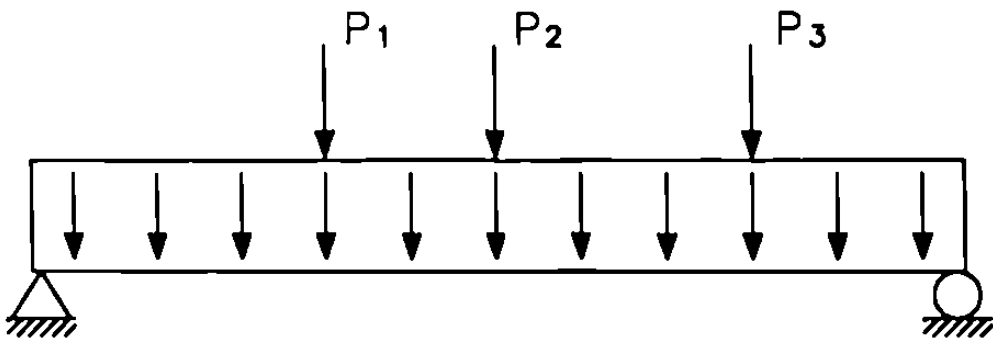
Hay tres razones significativas para establecer los factores de seguridad que son necesarios en el diseño estructural:

**1.- Variación en la resistencia.** La resistencia de vigas, columnas u otros miembros estructurales siempre difiere de los valores calculados por el diseñador. Por las siguientes razones:

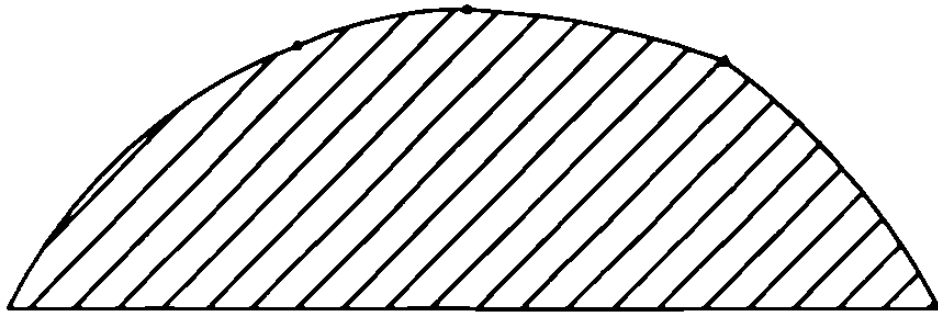
- (a).- Variación en las resistencias del concreto y el acero.
- (b).- Diferencias entre las dimensiones marcadas en los planos estructurales.
- (c).- Efecto de las simplificaciones hechas en las ecuaciones para calcular la resistencia del miembro.

Un histograma de la relación de la capacidad de momento de una viga observada durante la prueba,  $M_{test}$ , y la resistencia nominal calculada por el diseñador,  $M_n$ , está dibujada en la Figura 2-3. Se observa que la resistencia es marcadamente 1.05 veces la resistencia nominal, en ésta muestra, hay una probabilidad definida de que algunas secciones de la viga tienen baja capacidad. La variación que se muestra se debe en gran parte a las consideraciones simplificadorias al calcular el momento resistente,  $M_n$ .

**2.- Variación en las cargas.** Todas las cargas son variables, especialmente las cargas vivas y las cargas debidas a fenómenos naturales como nieve, viento o sismo. La figura 2-2a compara la intensidad de la carga viva en una familia de áreas de 151 ft<sup>2</sup> en oficinas con la frecuencia con que se presenta.

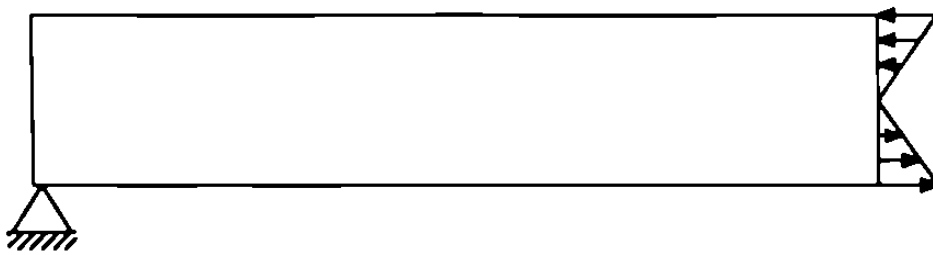


(a) Viga

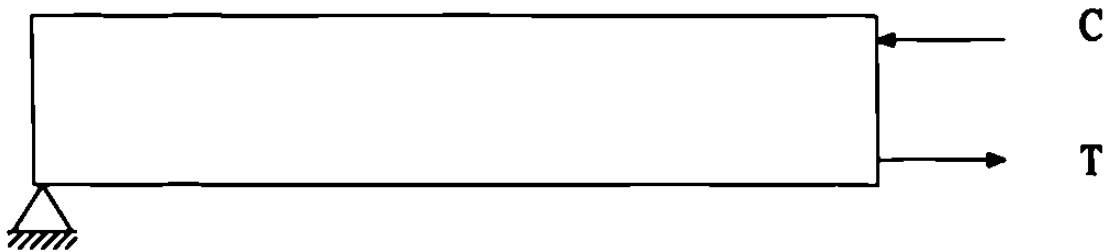


(b) Efecto de la carga  
(Diagrama de momentos flexionantes)

**FIGURA 2-1 . CARGAS Y EFECTOS DE LAS CARGAS**



(a) Esfuerzos actuando en la seccion transversal



(b) Par interno

**FIGURA 2-2 . MOMENTO INTERNO RESISTENTE**

La mayor ocurrencia de la carga viva es para 13 Lbs/ft<sup>2</sup> en este ejemplo, el 1% de la carga medida excede las 44 Lbs/pie<sup>2</sup>. Para este tipo de ocupación y área, el código especifica una carga viva de 50 Lbs/pie<sup>2</sup>. Para áreas mayores, la disminuye, como se muestra en la Figura 2-4 (b). Los factores de carga y los factores de resistencia en las ecuaciones 2-2 y 2-3 se pueden aplicar para reducir la probabilidad de falla a un mínimo nivel.

Un tercer factor puede ser considerado para establecer el factor de seguridad de una estructura en particular es:

**3.- Consecuencias de falla.** Un número de factores subjetivos puede ser considerado para determinar un nivel aceptable de seguridad, en una clase particular de estructura. Esto incluye lo siguiente:

- (a).- El costo de demoler la estructura y reemplazarla toda o parte de ella.
- (b).- La pérdida potencial de vidas. Puede ser deseable tener un factor de seguridad mayor para un auditorio que para un almacén.
- (c).- El costo de pérdida de tiempo debido a la falla. Por ejemplo, la falla de un puente puede resultar de gran costo porque provoca el congestionamiento del tráfico.
- (d).- El tipo de falla, el aviso de la falla, la existencia de patrones alternativos de carga. Si la falla de un miembro es precedido por deflexiones excesivas, como en el caso de falla por flexión en una viga de concreto reforzado, esto da tiempo a que las personas desalojen el edificio. Esto no ocurre en las columnas, puesto que la falla de una columna causa el colapso completo de la estructura.

Por lo tanto, dependiendo también del miembro que se esté diseñando, es el factor de seguridad.

## **2.5.- CÁLCULO PROBABILISTICO DE LOS FACTORES DE SEGURIDAD .**

La distribución de una población de resistencia, R, de un grupo de estructuras similares y dibujadas en el eje horizontal como se muestra en la Figura 2-5.



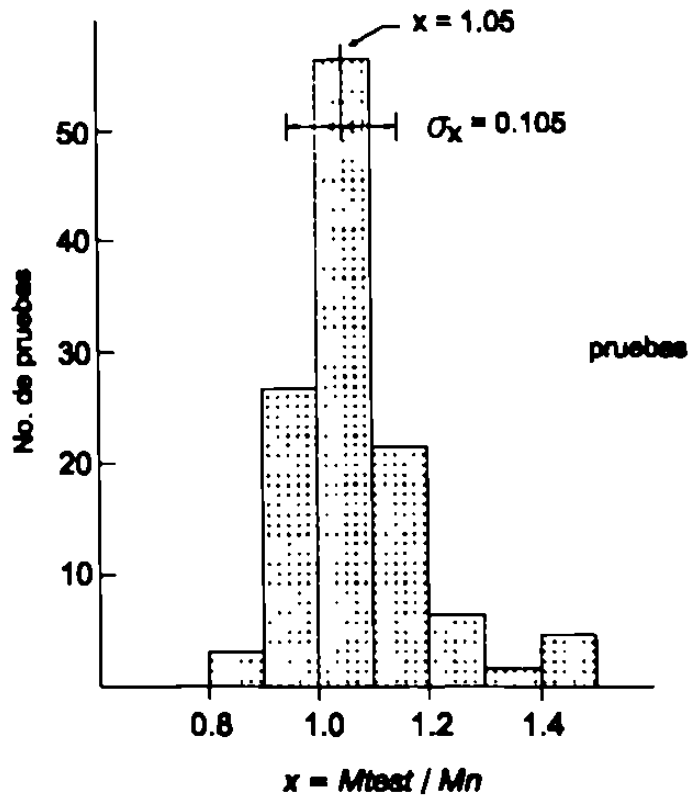


FIGURA 2-3  
 COMPARACION DE LOS MOMENTOS DE FALLA  $M(test)$   
 Y NOMINAL BASADA EN LOS DATOS DE VIGAS DE  
 CONCRETO REFORZADO CON  $f'_c > 2000 \text{ LBS/pg}^2$

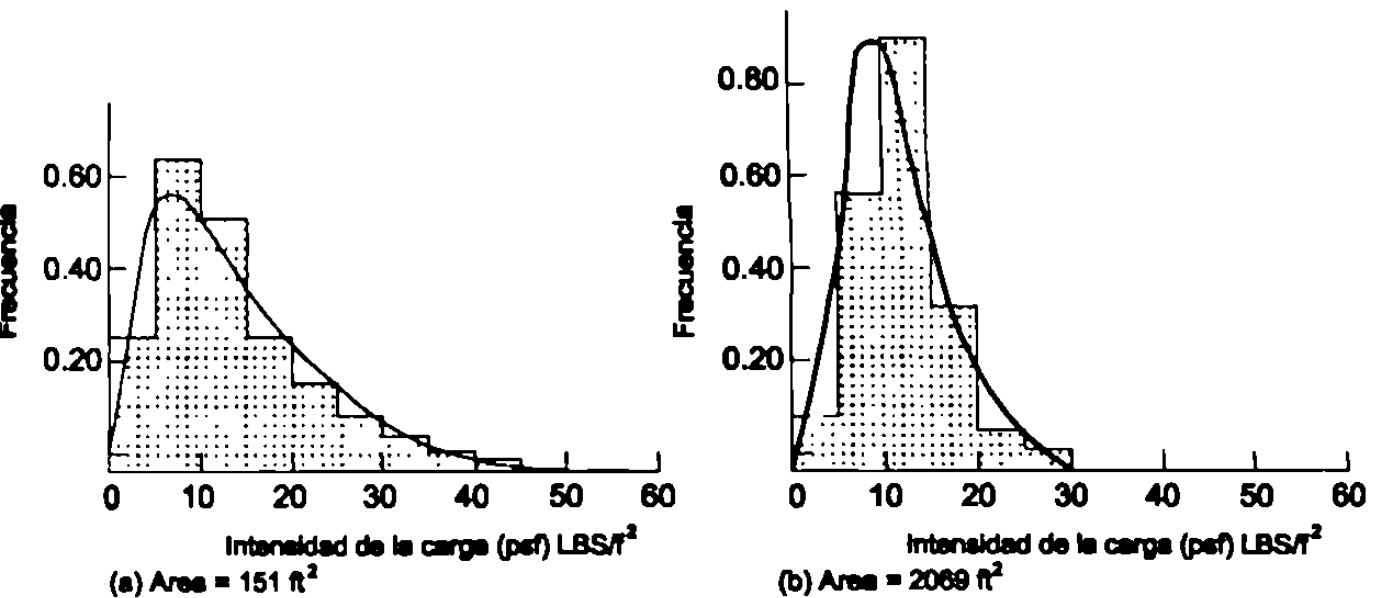


FIGURA 2-4  
 FRECUENCIA DE DISTRIBUCION DE LA COMPONENTE  
 SOSTENIDA DE CARGAS VIVAS EN OFICINAS.

Esto es comparado con la distribución de los efectos de carga máximos,  $S$ , considerando que se presentan durante la vida útil de la estructura, dibujado en el eje vertical de la misma figura. La línea a  $45^\circ$  expresa el efecto de la carga igual a la resistencia. Valores de  $S > R$  representan la falla. Entonces un efecto de carga  $S_1$  actuando en una estructura de resistencia  $R_1$  produce la falla, mientras que un efecto de carga  $S_2$  actuando en una estructura de resistencia  $R_2$  representa una combinación segura para una distribución dada de efectos de carga, la probabilidad de falla puede reducir incrementando la resistencia, esto corresponde a la distribución de resistencias a la derecha de la figura 2-5. La probabilidad de falla también puede reducirse al reducir la dispersión de las resistencias. El término  $Y = R - S$  es llamado "límite de seguridad". Por definición, la falla ocurrirá si  $Y$  es negativa, como se muestra en la Figura 2-6. La probabilidad de falla  $P_f$ , es la ocurrencia de que se presente una combinación particular de  $R$  y  $S$  dando un valor negativo de  $Y$ . Esta probabilidad es igual a la relación del área achurada a el área total bajo la curva de la Figura 2-6.

La probabilidad de falla,  $P_f$ , puede ser expresada como:

$$P_f = \text{Probabilidad que } [Y < 0] \quad (2-4)$$

La función " $Y$ " tiene un valor medio  $\bar{Y}$  y una desviación estándar  $\sigma_Y$ . De la Figura 2-6 podemos ver que  $\bar{Y} = 0 + \beta\sigma_Y$ , donde:  $\beta = \bar{Y}/\sigma_Y$

Si la distribución se cambia a la derecha para hacer  $\bar{Y}$  mayor,  $\beta$  se incrementará, y el área achurada,  $P_f$ , disminuye. Entonces  $P_f$  es una función de  $\beta$ . El factor  $\beta$  es llamado "índice de seguridad".

Si " $Y$ " sigue una distribución estadística estándar, y si  $\bar{Y}$  y  $\sigma_Y$  se conocen, la probabilidad de falla puede calcularse y obtener unas tablas estadísticas en función de el tipo de distribución y el valor de  $\beta$ . Entonces si " $Y$ " sigue una distribución normal y  $\beta$  es 3.5 entonces  $\bar{Y} = 3.5\sigma_Y$  y de las tablas de la distribución normal,  $P_f$  es  $1/9091$  ó  $1.1 \times 10^{-4}$ .

Esto significa que rigurosamente 1 de 10,000 miembros estructurales diseñados con base de  $\beta = 3.5$  fallará debido a carga excesiva o se sobre-esforzará durante su vida útil.

Los valores apropiados de  $P_f$  y por lo tanto  $\beta$  dependen de las consecuencias de la falla. Basado en un diseño práctico,  $\beta$  se toma entre 3 y 3.5 para falla dúctil y con un promedio de consecuencia de falla entre 3.5 y 4. Para falla súbita y con graves consecuencias.

Debido a que las resistencias y las cargas varían independientemente, es necesario tener un factor o una serie de factores que consideren la variación de la resistencia y una segunda serie de factores que consideren la variación de los efectos de carga. Estos factores son llamados Factores de resistencia,  $\phi$ , y Factores de carga,  $\alpha$ . El resultado son las ecuaciones de diseño 2-2 y 2-3.

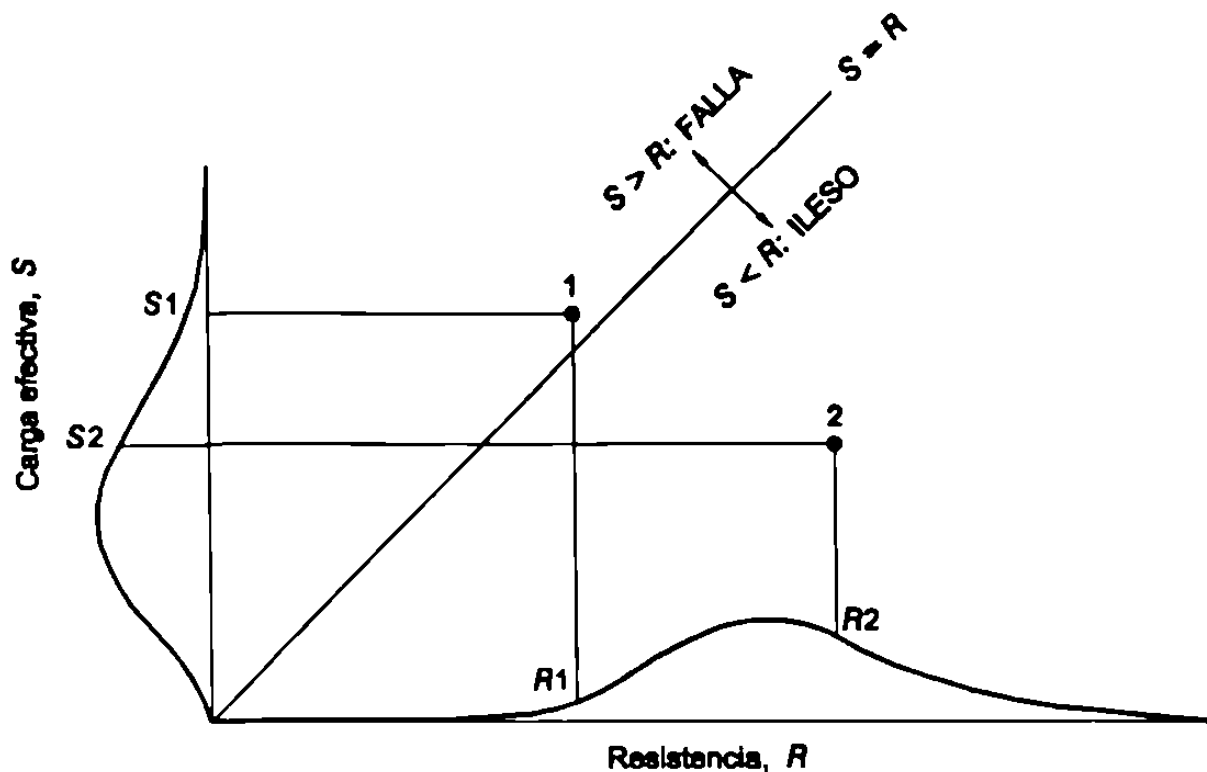


FIGURA 2-5  
 FALLA Y NO FALLA PARA COMBINACIONES  
 DE CARGAS Y RESISTENCIAS.

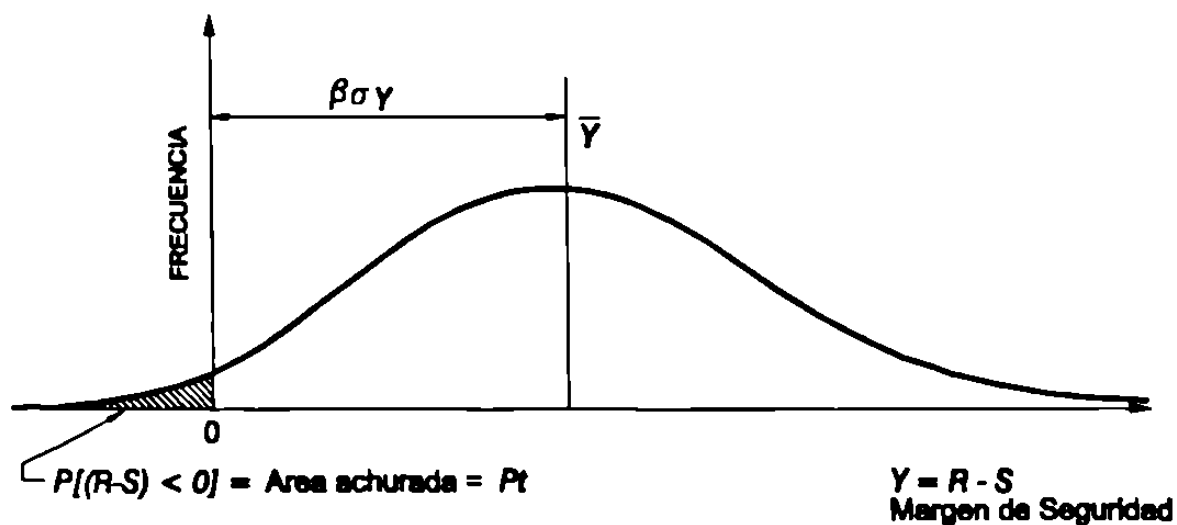


FIGURA 2-6  
 SEGURIDAD LIMITE, PROBABILIDAD DE FALLA.

Los factores de resistencia y carga en el Código ACI están basados en modelos estadísticos, los cuales consideran una probabilidad de 1/1000 para sobrecarga y 1/1000 para baja resistencia, la probabilidad de que una sobrecarga y baja resistencia se presenten simultáneamente es entonces de  $(1/1000)(1/1000)$  ó de  $1 \times 10^{-6}$ .

Entonces, los factores  $\phi$  originalmente derivados para calcular la resistencia  $\phi R_n$  se excederán de 99 a 100 veces. Los factores  $\phi$  para columnas se dividen entre 1.1 porque una falla de una columna tiene serias consecuencias.

## **2.6.- PROCEDIMIENTOS DE DISEÑO ESPECIFICADOS POR EL CODIGO ACI.**

El Código ACI 1995 recomienda los procedimientos alternativos de diseño. El más comúnmente usado involucra factores de carga y resistencia y lo menciona como "Diseño por resistencia." Este procedimiento es básicamente diseñado por estados límite excepto que la atención principal está enfocada en los estados límite últimos con los estados límite de servicialidad para completar el diseño.

Las secciones 9.1.1 y 9.1.2 presentan la filosofía a seguir en estos métodos de diseño básico por estados límite.

**9.1.1.-**Las estructuras y los elementos estructurales deberán diseñarse para obtener una resistencia mínima en todas las secciones al menos igual a la resistencia calculada para las cargas factorizadas y las fuerzas en las combinaciones que se estipulan en este reglamento.

**9.1.2.-**Los elementos también deberán cumplir con todos los demás requisitos de este reglamento para garantizar un comportamiento adecuado en los niveles de carga de servicio.

Estas cláusulas se refieren principalmente al control de deflexiones y ancho excesivo de grieta.

Alternativamente, se puede usar el *diseño por esfuerzo de trabajo*. En este caso, el diseño está basado en "carga de trabajo", que también son llamadas "carga de servicio" o "carga no factorizada". En flexión, los esfuerzos máximos dentro del intervalo elástico, no pueden exceder los "esfuerzos permisibles" o "esfuerzos de trabajo" que son de 0.4 a 0.5 veces la resistencia del concreto y del acero respectivamente. El Código ACI 1995 se refiere a este procedimiento como un "Procedimiento Alternativo de Diseño" lo menciona en la sección 8.1.2. y viene detallado en el Apéndice A.

El método de “*Diseño por esfuerzo de trabajo*” considera que los estados últimos límite de esfuerzo son automáticamente satisfechos usando esfuerzos permisibles. El ACI en la sección A.1.4. requiere que el calculista (diseñador) debe considerar la deflexión y el ancho de la grieta, en el estado límite.

Uno de los inconvenientes más importantes en el método de “*Diseño por esfuerzo de trabajo*” es la variación en las resistencias y las cargas, y esto reduce el nivel de seguridad. Esto sucede cuando en una estructura se presentan diferentes cargas, con distinta variación ; por ejemplo, en la Figura 2-7.

En este caso, si se incrementa el viento en un 20% esto causa un 20% de incremento en el esfuerzo máximo de flexión (de 500 psi a 600 psi) ; pero causa el 100% de incremento en el esfuerzo, en el punto A, en la Figura 2-7d.

### **Cargas factorizadas, Resistencia requerida.**

El ACI, en las secciones de la 9.2.1 a la 9.2.7, presenta una serie de factores de carga y combinaciones de estos factores para ser usados en el cálculo de los efectos de carga. En el código el símbolo U se refiere a la combinación de cargas factorizadas; y los símbolos  $M_u$ ,  $V_m$ ,  $T_u$  y otros, se refieren a efectos de carga factorizados (momentos, cortantes, torsiones) calculados con U.

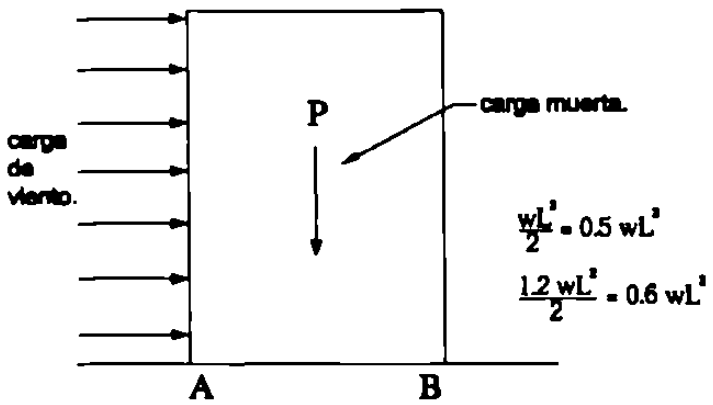
El código ACI usa el término “**Resistencia requerida**” para referirse a los efectos de carga factorizados.

En el diseño de edificios que no están sujetos a fuerzas de viento importantes o de sismo, las cargas factorizadas son calculadas con:

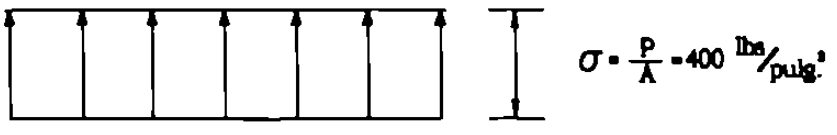
$$U = 1.4D + 1.7L \quad (\text{Ec. 9-1 ACI}) \quad (2-5)$$

donde D y L son cargas muerta y viva especificadas.

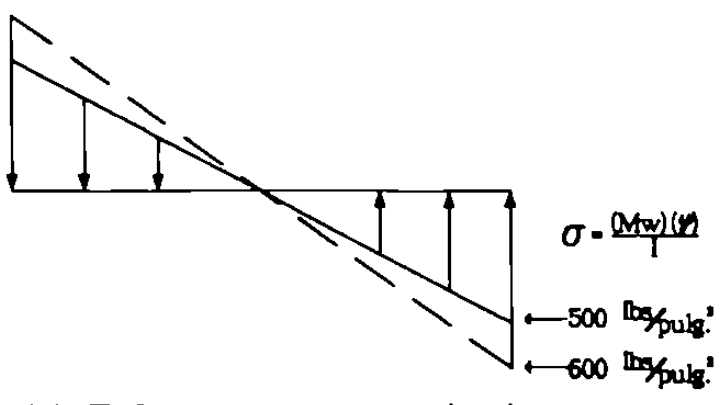
Si las cargas de viento afectan el diseño, el ACI en la sección 9.2.2. requiere que se consideren tres combinaciones de carga y que el diseño se base en el mayor de los valores de “U”, en cada sección crítica:



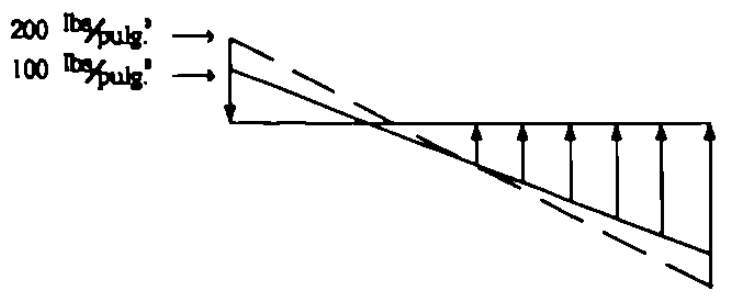
(a) Estructura.



(b) Esfuerzos por carga muerta.



(c) Esfuerzos por carga de viento.



(d) Esfuerzos por combinación de cargas.

FIGURA 2-7  
DISEÑO POR ESFUERZO DE TRABAJO.

- 1.- Donde los efectos de carga de viento, muerta y viva estén presentes.

$$U = 0.75 (1.4D+1.7L+1.7W) \quad (\text{ACI Ec. 9-2}) \quad (2-6)$$

$$U = 0.75 (1.4D+1.7W) \quad (2-7)$$

- 2.- Donde los efectos de la carga muerta estabilizan a la estructura contra el efecto del viento como en la Figura 2.7:

$$U = 0.9D+1.3W \quad (\text{ACI Ec. 9-3}) \quad (2-8)$$

pero en cualquier combinación de D, L y W la resistencia requerida no será menor que el valor dado por la ecuación 2-5 (ACI Ec. 9-11).

Combinaciones similares de carga están dadas por el ACI, en la sección 9.2.3. para cargas por sismos, en la sección 9.2.4. para presión lateral de suelo, en la sección 9.2.5. para presiones de fluidos (en tanques, etc.) en la sección 9.2.6. para cargas de impacto, en la sección 9.2.7. para asentamientos diferenciales, fluencia, contracción y cambios de temperatura. La ecuación 2-8, debe usarse para encontrar los esfuerzos en el punto A de la Figura 2-7. En el punto B, deberá aplicarse la más crítica de las ecuaciones 2-5 ó 2-7. En el análisis de un marco de un edificio, frecuentemente se analiza elásticamente para tres cargas 1.0D, 1.0L, 1.0W y las combinaciones de estos para determinar momentos, cortantes y fuerzas normales para cada miembro de acuerdo con las ecuaciones de 2-5 a 2-8. Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

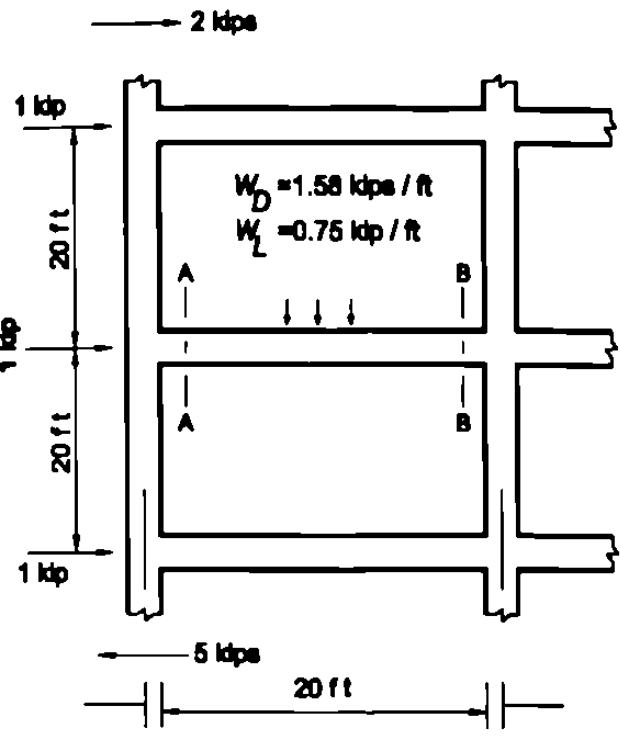
### Ejemplo 2-1 Cálculo de los efectos de carga, factorizada.

En la Figura 2-8 se muestran una viga y una columna de un marco de un edificio de concreto, las cargas por pie en la viga son, Carga muerta, D=1.58 Kips/ft, y carga viva, L=0.75 Kips/ft los momentos y cortantes en la viga y en las columnas arriba y abajo de la viga debido a 1.0D, 1.0L y 1.0W están mostrados en la Figura 2-8 d.

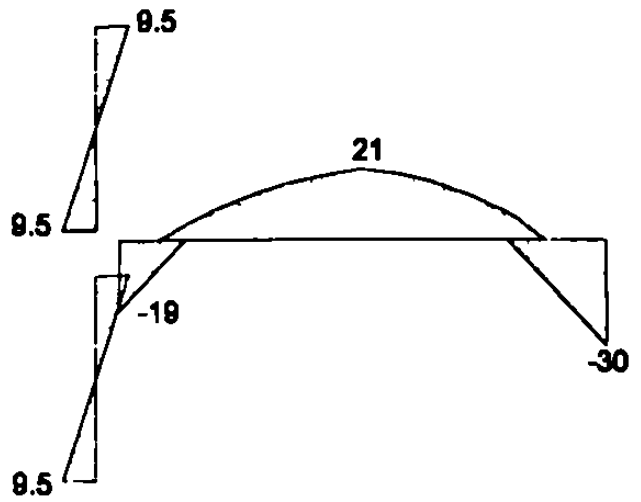
Las cargas factorizadas se calcularon utilizando las ecuaciones de la 2-5 a la 2-8 y luego se calculan los momentos para la sección A como sigue:

$$(a) \quad U = 1.4D+1.7L \\ = 1.4 (-39)+1.7 (-19) = -86.9 \text{ Kips-ft}$$

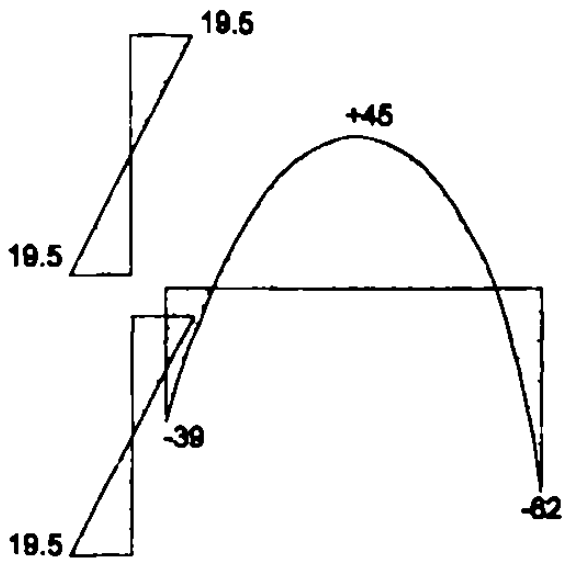
$$(b) \quad U = 0.75 (1.4D+1.7L+1.7W) \\ = 1.05 (-39)+1.275 (-19) \pm 1.275 (84) \\ = -40.95 - 24.225 \pm 107.10 \\ = -172.3 \text{ Kips - ft y } + 41.9 \text{ Kips - ft}$$



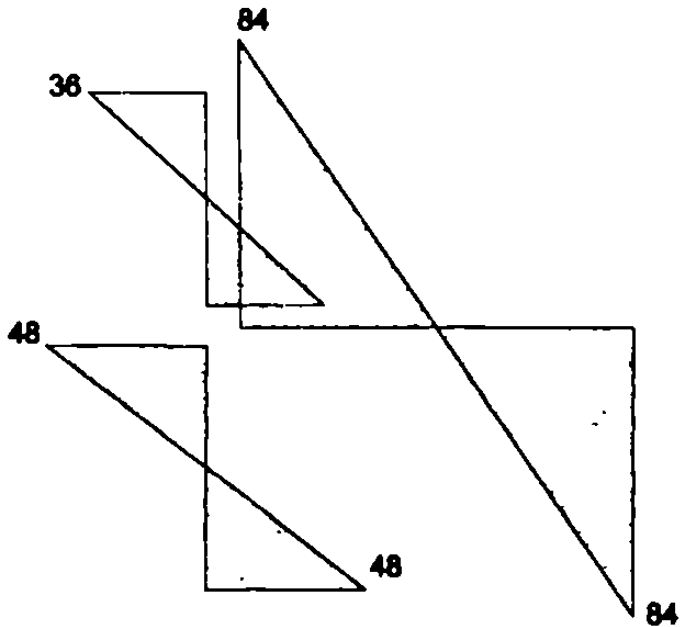
(a) Marco.



(c) Momentos debido a 1.0L, ft-kips.



(b) Momentos debido a 1.0D, ft-kips.



(d) Momentos debido a 1.0W, ft-kips.

FIGURA 2-8  
DIAGRAMAS DE MOMENTO.  
Ejemplo 2-1



Los valores positivo y negativo de los momentos por viento, son debidos a viento alternado en los dos lados del edificio.

$$\begin{aligned} \text{(c) } U &= 0.75 (1.4 D + 1.7W) \\ &= 1.05 \times 39 + 1.275 \times 84 \\ &= -148.1 \text{ Kips-ft y } 66.22 \text{ Kips - ft} \end{aligned}$$

No es necesario revisar el cuarto caso de carga porque este problema no involucra succión o giro. Entonces las resistencias requeridas,  $M_u$ , en la sección A son + 66.2 Kips - ft y -172.3 Kips - ft.

### **Resistencia factorizada, diseño por resistencia.**

En el diseño básico por estados límite las ecuaciones. 2-2 y 2-3 ( $\phi R_n$ ,  $\phi M_n$ , etc.) se refieren a "resistencia factorizada". Los factores de resistencia  $\phi$ , son dados en el ACI en la Sección 9.3.2. donde son llamados "factores de reducción de resistencia". Los siguientes valores son especificados:

1 - Flexión, con o sin tensión axial  $\phi = 0.90$

2.- Tensión axial  $\phi = 0.90$

3 - Compresión axial, con o sin flexión:

(a) Miembros con refuerzo en espiral según ACI Sección 10.9.3  $\phi = 0.75$

(b) Otros miembros reforzados  $\phi = 0.70$

Nótese que  $\phi$  puede incrementarse por fuerzas axiales como se explica en la Sección 11-4.

4.- Cortante y torsión  $\phi = 0.85$

5.- Aplastamiento en concreto  $\phi = 0.70$

En regiones de alta actividad sísmica, los factores de reducción de resistencia bajan cuando son usados en cortante en columnas; ver ACI Sección 9.3.4.

Los valores positivo y negativo de los momentos por viento, son debidos a viento alternado en los dos lados del edificio.

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad U &= 0.75 (1.4 D + 1.7W) \\ &= 1.05 \times 39 + 1.275 \times 84 \\ &= -148.1 \text{ Kips-ft y } 66.22 \text{ Kips - ft} \end{aligned}$$

No es necesario revisar el cuarto caso de carga porque este problema no involucra succión o giro. Entonces las resistencias requeridas,  $M_u$ , en la sección A son + 66.2 Kips - ft y -172.3 Kips - ft.

### **Resistencia factorizada, diseño por resistencia.**

En el diseño básico por estados límite las ecuaciones. 2-2 y 2-3 ( $\phi R_n$ ,  $\phi M_n$ , etc.) se refieren a "resistencia factorizada". Los factores de resistencia  $\phi$ , son dados en el ACI en la Sección 9.3.2. donde son llamados "factores de reducción de resistencia". Los siguientes valores son especificados:

1.- Flexión, con o sin tensión axial  $\phi = 0.90$

2 - Tensión axial  $\phi = 0.90$

3 - Compresión axial, con o sin flexión:

(a) Miembros con refuerzo en espiral según ACI Sección 10.9.3  $\phi = 0.75$

(b) Otros miembros reforzados  $\phi = 0.70$

Nótese que  $\phi$  puede incrementarse por fuerzas axiales como se explica en la Sección 11-4.

4.- Cortante y torsión  $\phi = 0.85$

5.- Aplastamiento en concreto  $\phi = 0.70$

En regiones de alta actividad sísmica, los factores de reducción de resistencia bajan cuando son usados en cortante en columnas; ver ACI Sección 9.3.4.

## 2.7.- CARGAS Y ACCIONES

### Acciones directas e indirectas

Una acción es todo lo que produce esfuerzos en la estructura. El término "carga" o "acción directa" se refiere a fuerzas concentradas o distribuidas resultantes del peso de la estructura con todos sus elementos, presiones debidas al viento, agua o suelo. Una "acción indirecta" o "deformación impuesta" es un movimiento o deformación producido por las cargas aplicadas que causan esfuerzos en la estructura. Ejemplo de esto son los asentamientos en los apoyos de vigas continuas, contracción en el concreto, cuando no es libre de acortarse.

Porque los esfuerzos debido a las deformaciones impuestas no resisten las cargas aplicadas, ellos generalmente se auto equilibran. Considerar, por ejemplo un prisma de concreto con una varilla de refuerzo a lo largo de su eje. Como el concreto se contrae, el acortamiento es resistido por el esfuerzo entre la varilla y el concreto. Resulta que la fuerza de compresión desarrollada en el acero es igual y opuesta a la fuerza de tensión desarrollada en el concreto, como se muestra en la Figura 2-9. Si el concreto se agrieta debido a la tensión, la fuerza de tensión en el concreto agrietado es cero, y para lograr el equilibrio, también desaparece la fuerza en el acero, en la sección agrietada.

### Clasificación de las cargas.

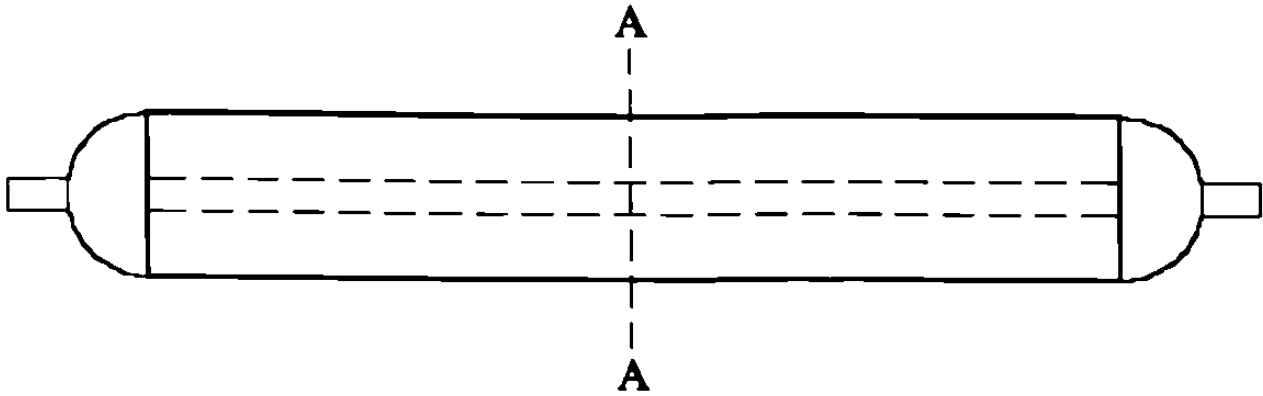
Las cargas pueden ser descritas por su variación con el tiempo y por su localización.

Una carga "permanente" es la que se aplica en todo tiempo en la estructura. Por ejemplo, el peso propio de la estructura, o la presión del suelo en algunas cimentaciones.

Las cargas variables pueden ser sostenidas de larga duración, como el peso del mobiliario de una oficina, o cargas "variables" como las cargas de viento que cambian con el tiempo.

La tercera categoría son las cargas accidentales, las cuales incluyen colisiones vehiculares y explosiones.

Las cargas variables pueden ser fijas o libres según su localización. Entonces, la carga en un edificio puede ser libre ya que se puede aplicar en cualquier punto del área cargada. La carga de un tren en un puente no es fija longitudinalmente, pero sí lateralmente, por los rieles.



(a) Contracción de un prisma.

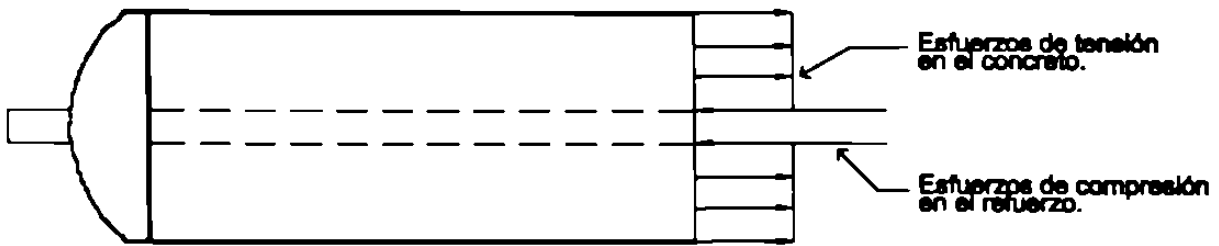


FIGURA 2-9  
EQUILIBRIO DE LOS ESFUERZOS DEBIDO A LA CONTRACCIÓN.

Son frecuentemente clasificadas como cargas estáticas, las que no causan aceleración o vibración de la estructura o de elementos de la estructura, y como cargas dinámicas las que sí las producen.

En los E.U.A. existe el Código del ASCE (American Society of Civil Engineering) donde se especifican las cargas mínimas de diseño para los edificios y otras estructuras (ASCE 7-88) como lo indica la Tabla 2-1.

**TABLA 2-1**

<b>CARGAS VIVAS ESPECIFICADAS EN EL ASCE 7-88</b>	
<b>EDIFICIOS DE DEPARTAMENTOS</b>	
Areas residenciales y corredores.	40 psf (200 kg/m <sup>2</sup> )
Cuartos públicos y pasillos	100 psf (500 kg/m <sup>2</sup> )
<b>CORREDORES</b>	
Primer piso	100 psf (500 kg/m <sup>2</sup> )
<b>EDIFICIOS PARA OFICINAS</b>	
Lobbies	100 psf (500 kg/m <sup>2</sup> )
Oficinas	50 psf (250 kg/m <sup>2</sup> )
<b>ESCUELAS</b>	
Salones de clase	40 psf (200 kg/m <sup>2</sup> )
Pasillos	80 psf (400 kg/m <sup>2</sup> )
Escaleras y rampas	100 psf (500 kg/m <sup>2</sup> )
<b>BODEGAS</b>	
Ligero	125 psf (600 kg/m <sup>2</sup> )
Pesado	250 psf (1200 kg/m <sup>2</sup> )
<b>ALMACENES</b>	
Primer Piso	100 psf (500 kg/m <sup>2</sup> )
Azoteas	75 psf (350 kg/m <sup>2</sup> )
En venta mayoreo	125 psf (600 kg/m <sup>2</sup> )

## **Las cargas muertas**

La carga muerta, en un elemento estructural, es el peso propio del elemento, más el peso de los materiales que cargan sobre él, como el peso de los muros, las tuberías, el equipo electro-mecánico, etc.

En el diseño de un elemento de concreto reforzado, es necesario estimar su peso propio. Los métodos para estimarlo se verán posteriormente ; el peso de un elemento se obtiene multiplicando el volumen por la densidad del concreto.

Cuando se trabaja con unidades en el Sistema Internacional (SI), el peso se obtiene multiplicando el volumen por la densidad de masa del concreto o por la constante de gravedad 9.81 N/kg. El peso del concreto reforzado se considera como 2450 kg/m<sup>3</sup> y para concreto simple de 2300 kg/m<sup>3</sup>. El peso de un m<sup>3</sup> de concreto es:

$$1\text{m}^3 \times 2450 \text{ kg/m}^3 \times 9.81 \text{ N/kg} / 1000 \text{ N/kn} = 24.0 \text{ Kn.}$$

## **Las cargas en azoteas.**

Además de las cargas de nieve, los techos deberán diseñarse para soportar las cargas mínimas de trabajo, como son : el paso de los materiales de la azotea, durante la construcción y cuando haya necesidad de hacer reparaciones. Se deben considerar también las cargas debidas al agua de lluvia, suponiendo que las salidas del drenaje pluvial se tapen ocasionalmente.

## **Las cargas durante la construcción (ACI Sección 6.2.2.)**

Ninguna carga de construcción que exceda la combinación de la carga muerta impuesta, más la carga viva especificada, deberá apoyarse en una zona de la estructura en construcción, sin puntales, a menos que un análisis indique que existe la resistencia adecuada para soportar tales cargas adicionales.

## **Cargas de viento**

### **Introducción:**

Generalmente en la República mexicana para el diseño de una estructura que resista el efecto del viento se consulta el "Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad. Sección C. Estructuras." La primera edición de ésta se publicó en 1969 y la más reciente, en octubre de 1993.

### **Alcance**

En el diseño por viento se toman en cuenta la influencia de diferentes parámetros involucrados en la evaluación de las cargas generadas por los vientos extremos que ocurren en el territorio nacional. Los procedimientos reflejan la experiencia y los resultados de investigaciones recientes, tanto nacionales como internacionales, llevadas a cabo por expertos en la materia necesarias para determinar en forma correcta la carga por viento.

### **Un procedimiento para determinar las cargas de viento**

Se proponen principalmente dos procedimientos:

1.- El del análisis estático: Se emplea cuando se trate de estructuras suficientemente rígidas, que no sean sensibles a los efectos dinámicos del viento.

2.- El de análisis dinámico: Se afirma que un elemento estructural es sensible a los efectos dinámicos del viento, cuando se presentan fuerzas importantes provenientes de la interacción dinámica entre el viento y la estructura, durante un período mayor que un segundo.

Un tercer procedimiento consiste en llevar a cabo pruebas experimentales, en modelos de túnel de viento. (Estructuras especiales).

## DETERMINACION DE LA VELOCIDAD DE DISEÑO, $V_D$ :

La velocidad de diseño es a partir de la cuál se calculan los efectos del viento sobre una estructura o sobre un componente de la misma.

La velocidad de diseño en km/hr se obtendrá de acuerdo con la ecuación:  $V_D = F_T F_\alpha V_R$

donde:  $F_T$  es un factor que depende de la topografía del lugar, adimensional.

$F_\alpha$ , factor que toma en cuenta al efecto combinado de las características de exposición locales, tamaño de la construcción y variación de la velocidad con la altura, adimensional.

$V_R$ , velocidad regional que corresponde al sitio donde se construye la estructura, en Km/hr.

### FACTOR DE EXPOSICION, $F_\alpha$

Refleja la variación de la velocidad del viento con respecto a la altura  $Z$ .

$$F_\alpha = F_c F_{rz}$$

donde:  $F_c$ , factor que determina el tamaño de la construcción, adimensional.

$F_{rz}$ , factor que establece la variación de la velocidad del viento con la altura  $Z$  en función de la rugosidad del terreno en los alrededores adimensional.

$$F_{rz} = 1.56(10/\delta)^\alpha \text{ si } z \leq 10$$

$$F_{rz} = 1.56 (z/\delta)^\alpha \text{ si } 10 < z < \delta$$

$$F_{rz} = 1.56 \text{ si } z \geq \delta$$

donde.  $\delta$ , es la altura medida a partir del terreno de desplante por encima de la cuál la variación de la velocidad del viento no es importante y se puede suponer constante, se le conoce como altura gradiente.  $\delta$  y  $Z$  están dadas en metros y.  $\alpha$ , exponente que determina la forma de la variación de la velocidad del viento con la altura y es adimensional.

El factor de tamaño  $F_c$ , toma en cuenta el tiempo en que la ráfaga del viento actúa de manera efectiva sobre una construcción y se determina con la siguiente tabla.



**TABLA 2-2**

CLASE DE ESTRUCTURA	$F_c$
A	1.00
B	0.95
C	0.90

**El factor de topografía local,  $F_T$**

Toma en cuenta el efecto topográfico local del sitio donde se desplantará la estructura.

En la siguiente Tabla se muestran valores que se recomiendan con base en la experiencia.

**FACTOR DE TOPOGRAFIA LOCAL,  $F_T$ .**

SITIOS	TOPOGRAFIA	$F_T$
Protegidos	Base de promontorios y faldas de serranías del lado de sotavento.	0.8
	Valles cerrados	0.9
Normales	Terreno prácticamente plano, campo abierto, ausencia de cambios topográficos importantes, con pendientes menores de 5%	1.0
Expuestos	Terrenos inclinados con pendiente entre 5 y 10% valles abiertos y litorales planos.	1.1
	Cimas de promontorios, colinas o montañas, terrenos con pendientes mayores de 10%, cañadas cerradas y valles que formen un embudo o cañón, islas.	1.2

Si por cualquier razón, plenamente justificada, se requiere cambiar el período de retorno de la velocidad regional o el nivel de probabilidad de excedencia o el período de vida útil de una estructura que se desplantará en un sitio dado, se aplicarán los criterios descritos en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE Sección C. Estructuras. Capítulo 4.

### La presión dinámica de base, qz.

Cuando el viento actúa sobre un obstáculo, genera presiones sobre su superficie que varían según la intensidad de la velocidad y la dirección del viento. La presión perpendicular a la superficie se denomina comúnmente "presión dinámica de base" y se determina con la siguiente ecuación:

$$qz = 0.0048 G V_D^2$$

donde:  $G$ , es el factor de corrección por temperatura y por altura con respecto al nivel del mar ; es adimensional.

$V_D$ , es la velocidad de diseño ya definido anteriormente y,

$qz$ , es la presión dinámica de base, a una altura  $z$  sobre el nivel del terreno, en  $\text{kg/m}^2$ .

El factor 0.0048 corresponde a un medio de la velocidad del aire y el valor de  $G$  se obtiene en la expresión:  $G = \frac{0.392\Omega}{273+\tau}$

donde:  $\Omega$ , es la presión barométrica en mm de Hg, y;

$\tau$ , la temperatura ambiental en °C.

En la siguiente tabla se presenta la relación entre los valores de la altitud  $h_m$ , en metros, sobre el nivel del mar (msnm) y la presión barométrica,  $\Omega$ .

**TABLA 2-4.- Relación entre la altitud y la presión barométrica.**

ALTITUD (msnm)	PRESION BAROMETRICA (mm de Hg)
0	760
500	720
1000	675
1500	635
2000	600
2500	565
3000	530
3500	495

La presión que actúa sobre una construcción,  $P_z$ , en  $\text{kg/m}^2$ , se obtiene tomando en cuenta principalmente su forma, y está dada, de manera general, por la ecuación:  $P_z = C_p qz$ .

En donde el coeficiente  $C_p$  se denomina coeficiente de presión y es adimensional.

Los valores de los coeficientes de presión, para diversas formas estructurales y el cálculo de las presiones globales y locales importantes, se especifican en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE.

# **CAPÍTULO 3 :**

## **FLEXION :CONCEPTOS BASICOS, VIGAS RECTANGULARES**

**3.1.- Introducción.**

**3.2.- Teoría de la Flexión.**

**3.3.- Análisis de Vigas de Concreto Reforzado.**

**3.4.- Ejemplos y Problemas.**

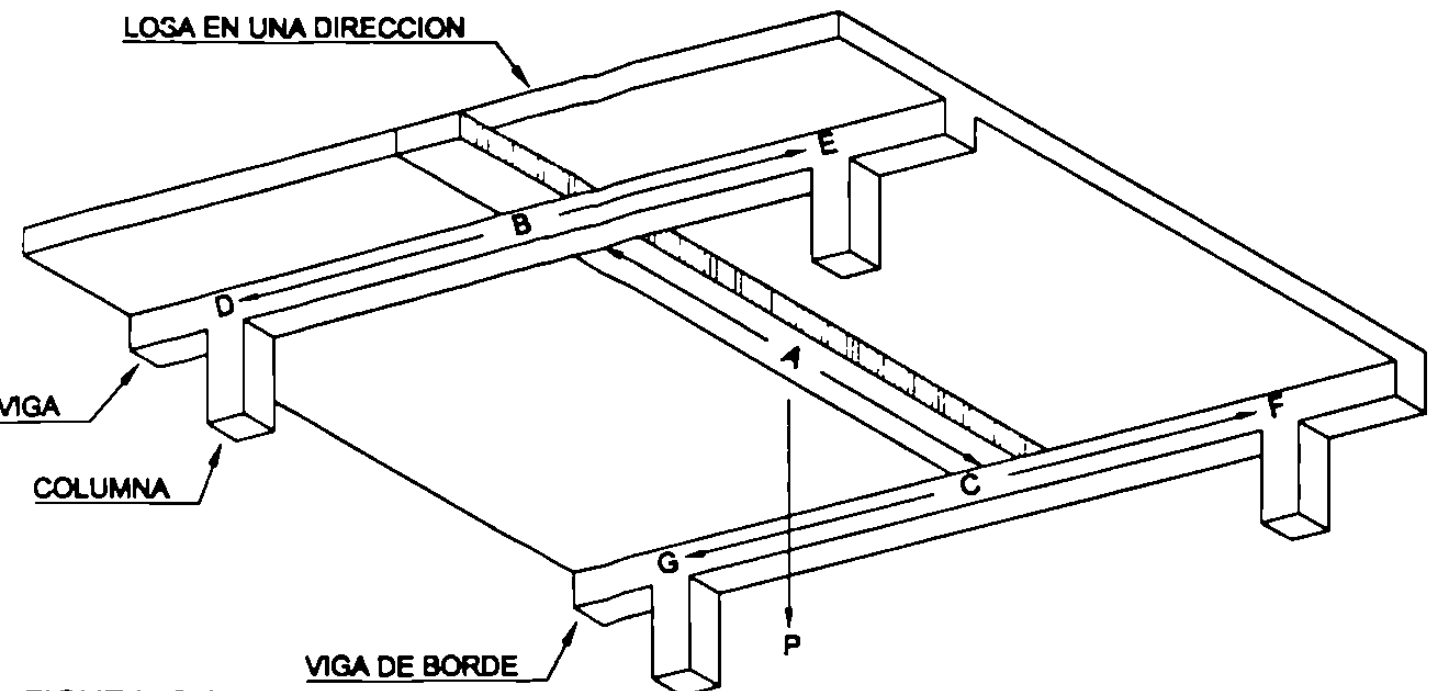


FIGURA 3-1  
FLEXION EN UNA DIRECCION.

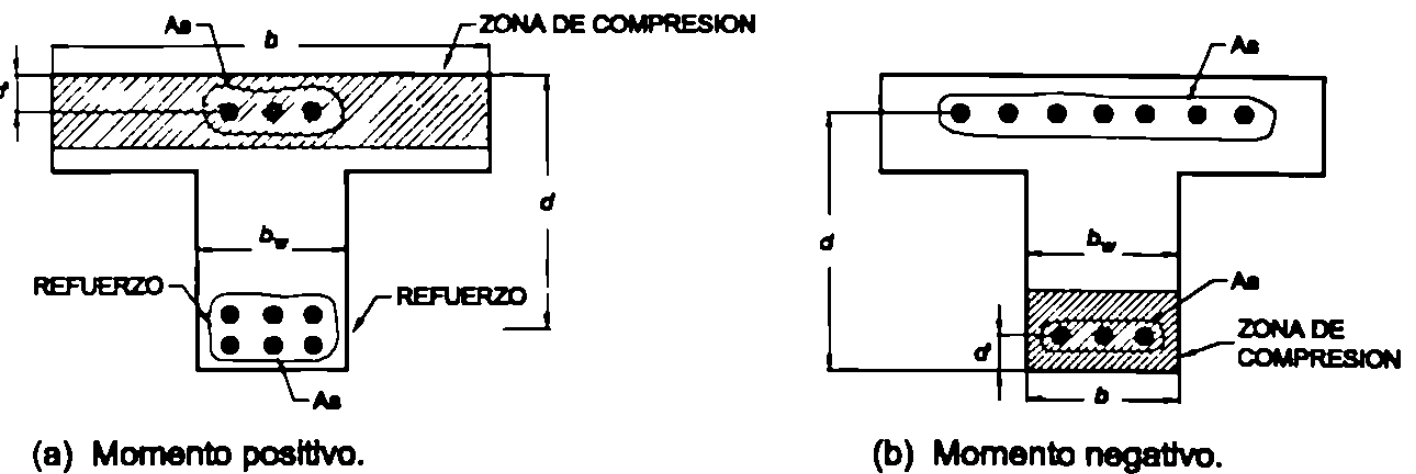


FIGURA 3-2  
DIMENSIONES DE SECCION TRANSVERSAL.

## Resistencia requerida y Resistencia de diseño.

La ecuación básica de seguridad por flexión es:

$$\text{Resistencia factorizada} > \text{efectos de carga factorizada} \quad (3-1a)$$

$$\text{ó} \quad \phi M_n > M_u \quad (3-1b)$$

Donde  $M_u$  es el momento debido a las cargas factorizadas, el cual el ACI lo menciona como el "Momento último requerido". Esto es el efecto calculado por análisis estructural por la combinación de cargas dada en la Sección 9.2. del Código ACI.

El termino  $M_n$  se refiere a la "capacidad de momento nominal" de la sección transversal calculado usando las dimensiones nominales y resistencias del material especificado. El factor  $\phi$  es un "factor de reducción de resistencia (ACI Sección 9.3) para tomar en cuenta las posibles variaciones en dimensiones y en resistencias del material y posibles aproximaciones en las ecuaciones de resistencia. Para flexión,  $\phi = 0.90$ . El producto  $\phi M_n$ , se le denomina "momento de diseño, resistencia de diseño, o resistencia de momento factorizado".

### Momentos Positivo y Negativo.

Un momento que causa compresión en la superficie superior de una viga y tensión en la superficie inferior es llamado "*momento positivo*". Las zonas para momentos positivo y negativo se muestran en la Figura 3-2. Los diagramas de momento positivo serán dibujados por el lado de las compresiones del miembro.

A continuación se definen algunos símbolos con referencia a la Figura 3-2 y a la teoría de flexión de elementos de concreto reforzado.

El símbolo prima (') generalmente se refiere a la zona de compresión, como  $A'_s$  y  $d'$ .

$A_s$  es el área del refuerzo en la cara de tensión de la viga, refuerzo en tensión en  $\text{in}^2$  ó  $\text{cm}^2$ .

$A'_s$  es el área de refuerzo en la zona de compresión de la viga, refuerzo en compresión en  $\text{in}^2$  ó  $\text{cm}^2$ .

$b$  es el ancho en la cara de compresión de la viga. Como se ilustra en la Figura 3-2 para momento positivo y negativo, en  $\text{in}$  ó  $\text{cm}$ .

$b_w$  es el ancho del alma de la viga y puede ser o no el mismo que  $b$ , en pulgadas ó  $\text{cm}$ .

$d$  es la distancia entre la fibra extrema en compresión a el centroide del acero de tensión de el miembro. En la región de momento positivo (Figura 3-2a) el acero se localiza cerca de la cara inferior de la viga mientras que en la región de momento negativo está cerca de la cara superior, en pulgadas ó cm.

$f_c$  es la resistencia a la compresión del concreto especificado a los 28 días de edad, en lbs/pulg<sup>2</sup> ó kg/cm<sup>2</sup>.

$f_s$  es el esfuerzo en tensión del refuerzo en lbs/pulg<sup>2</sup> ó kg/cm<sup>2</sup>.

$f_y$  es la resistencia a la fluencia especificada del refuerzo en lbs/pulg<sup>2</sup> ó kg/cm<sup>2</sup>.

$jd$  es el brazo de la palanca, la distancia entre la resultante de la fuerza de compresión y la resultante de la fuerza de tensión en pulgadas ó cm.

$j$  es una relación sin dimensiones usada para definir el brazo de palanca,  $jd$ ,  $j$  varía durante la vida de la viga.

$\epsilon_{cu}$  es la deformación asumida del concreto en la cara de compresión de la viga en la falla por flexión.

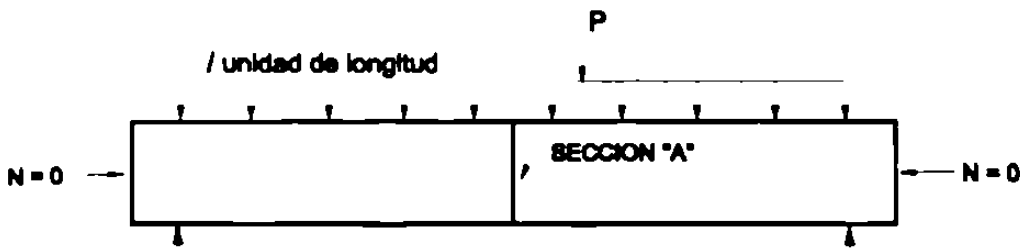
$\epsilon_s$  es la deformación del refuerzo de tensión.

$\rho$  es el porcentaje de acero longitudinal,  $\rho = A_s/bd$ .

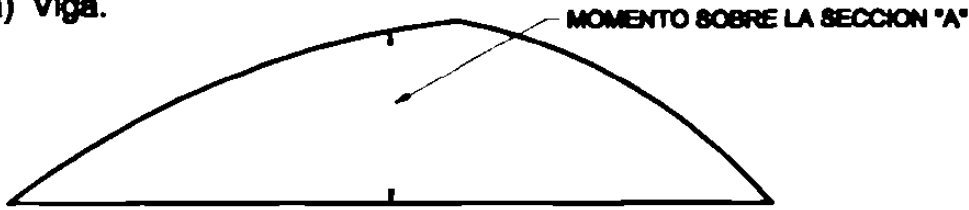
### 3.2.- TEORIA DE FLEXION

#### Estática de una viga.

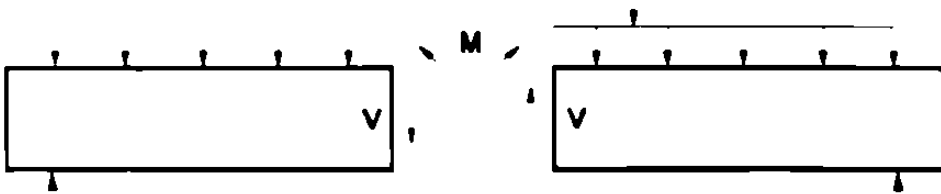
Una "viga" es un miembro estructural que soporta cargas aplicadas y su peso propio produciéndole cortantes y momentos internos. La Figura 3-3a muestra una viga simple que soporta una carga muerta  $W$  por unidad de longitud más una carga aplicada,  $P$ . Si la carga axial aplicada,  $N$ , es igual a cero como se muestra, el miembro se considera como una "viga". Si  $N$  es una fuerza de compresión, el miembro se llama "viga-columna". Si es tensión el miembro será un elemento en tensión. Este tema comprende el caso únicamente cuando  $N = 0$  Las cargas,  $W$  y  $P$ , causan "momentos flexionantes" distribuidos como se muestra en la Figura 3-3b. El momento flexionante es un "efecto de carga" determinado por las cargas usando los principios de estática. Para una viga simplemente apoyada con un claro dado y cargas dadas,  $W$  y  $P$ , los momentos son independientes de la composición y tamaño de la viga.



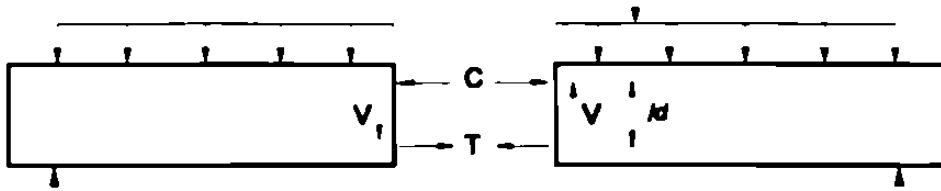
(a) Viga.



(b) Diagrama de momentos flexionantes. P



(c) Diagrama de cuerpo libre mostrando las fuerzas internas. P



(d) Diagrama de cuerpo libre mostrando el momento interno como un par.

FIGURA 3-3 FUERZAS INTERNAS EN UNA VIGA.

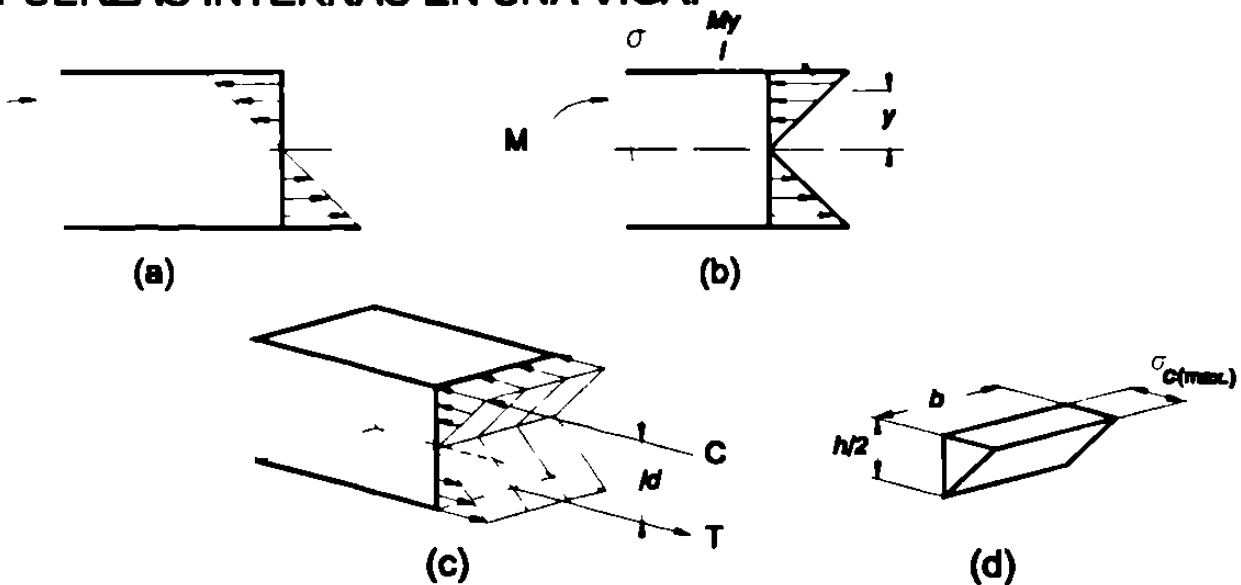


FIGURA 3-4 DIAGRAMA DE ESFUERZOS ELASTICOS



En cualquier sección dentro de la viga, el "momento interno resistente",  $M$ , mostrado en la Figura 3-3c es el necesario para equilibrar el momento flexionante. El cortante resistente interno,  $V$ , es también el requerido como se muestra. El momento resistente interno,  $M$ , resulta de una fuerza de compresión,  $C$ , y una fuerza interna de tensión,  $T$ , separadas por un brazo de palanca,  $jd$ , como se muestra en la Figura 3-3d. Mientras *NO* haya cargas axiales horizontales,  $N$ , la suma de fuerzas horizontales da:

$$C - T = 0 \quad \text{ó} \quad C = T \quad (3-2)$$

Si se toman momentos con respecto a la fuerza de compresión  $C$ , el equilibrio del diagrama de cuerpo libre da:

$$M = Tjd \quad (3-3a)$$

Similamente, si los momentos se toman con respecto al punto de aplicación de la fuerza de tensión,  $T$ ,:  $M = Cjd$  (3-3b)

Como  $C = T$  estas dos ecuaciones son idénticas. Las ecuaciones 3-2 y 3-3 se deducen de la estática y son igualmente aplicables a vigas de acero, madera o concreto reforzado. La teoría convencional de viga "elástica" no da la ecuación,  $\sigma = My/I$  para una sección no agrietada, de una viga de sección transversal rectangular sin refuerzo y da una distribución de esfuerzos como se muestra en la Fig. 3-4.

Los diagrama de esfuerzos de la Figura 3-4c y d se pueden ver en forma de "volumen" y son frecuentemente referidos como "bloque de esfuerzos de compresión" y "bloque de tensión". La resultante de los esfuerzos de compresión es la fuerza  $C$  dada por:

$$C = (\sigma_{c \text{ (max)}} / 2) (bh/2) \quad (3-4)$$

Esto igual al volumen del bloque de esfuerzo de compresión mostrado en la Figura 3-4d. De forma similar se puede determinar la fuerza  $T$  con el volumen del bloque de esfuerzos de tensión. Las fuerzas  $C$  y  $T$ , actúan en los centroides de los volúmenes de los respectivos bloques de esfuerzos. En el caso "elástico" estas fuerzas actúan a  $h/3$  del eje neutro, por lo que  $jd = 2/3 h$ . De las ecuaciones 3-3b y 3-4 y la Figura 3-4 podemos escribir:

$$M = Cjd \quad (3-5a)$$

$$M = \sigma_{c \text{ (max)}} (bh/4)(2h/3) \quad (3-5b)$$

$$M = \sigma_{c \text{ (max)}} (3bh/12)/(h/2) \quad (3-5c)$$

$$\text{ó} \quad M = \sigma I/y \quad (3-5d)$$

Entonces para el caso elástico respuestas idénticas se obtienen de la viga tradicional con la ecuación (3-5d). La ecuación de teoría elástica para viga (3-5d) *no* se usa en diseño de vigas de concreto reforzado: primero, porque la curva esfuerzo-deformación del concreto *no* es lineal como ya se vio. Y lo más importante porque el concreto se agrieta bajo esfuerzos de tensión, por esto se colocan varillas de refuerzo para transferir la fuerza de tensión, T.

### Teoría de flexión para concreto reforzado

La teoría de la flexión para concreto reforzado está basada en tres consideraciones básicas, las cuales son suficientes para calcular el momento resistente de una viga. Estas se presentarán primero ilustrando el comportamiento de la sección transversal de una viga incrementando el momento. Después de esto, cuatro simplificaciones adicionales del Código ACI se utilizan para simplificar el análisis de aplicación práctica.

### Comportamiento por flexión

Un patrón de agrietamiento y deformaciones medidas en un ensaye de laboratorio de una viga de concreto reforzado se muestra en la Figura 3-5. Las grietas están indicadas por pequeñas líneas verticales e inclinadas en las Figuras 3-5b y c. Una fotografía de la viga después de la falla se muestra en la Figura 3-6. Las grietas han sido marcadas con color negro. Las deformaciones dibujadas en la Figura 3-5 fueron medidas en una longitud de calibración de 16 pulg., marcándose 8 pulg., a cada lado del centro del claro de la viga. Esta región se muestra achurada en la Figura 3-5a y se muestra en la Figura 3-4c y la Figura 3-6 que existen dos grietas en esta región de falla; las deformaciones medidas usadas para calcular la curvatura correspondiente a cada nivel de carga. Curvatura,  $\phi$ , está definida como el cambio en ángulo en una longitud conocida y como se muestra en la Figura 3-7, se calcula con:

$$\phi = \epsilon/y \quad (3-6)$$

Donde  $\epsilon$  es la deformación a una distancia  $y$  del eje de deformación cero en el rango de carga en cuestión. La Figura 3-7 expresa el momento flexionante, M, en el centro del claro de la viga donde ocurre la curvatura. Este es el "diagrama de Momento-curvatura".

Inicialmente, la viga *no* se agrieta. Las deformaciones en este rango son muy pequeñas y la distribución de esfuerzos es esencialmente lineal. El momento y la curvatura se muestran en la Figura 3-5. El diagrama de momento curvatura es lineal en el segmento OB de la Figura 3-6.

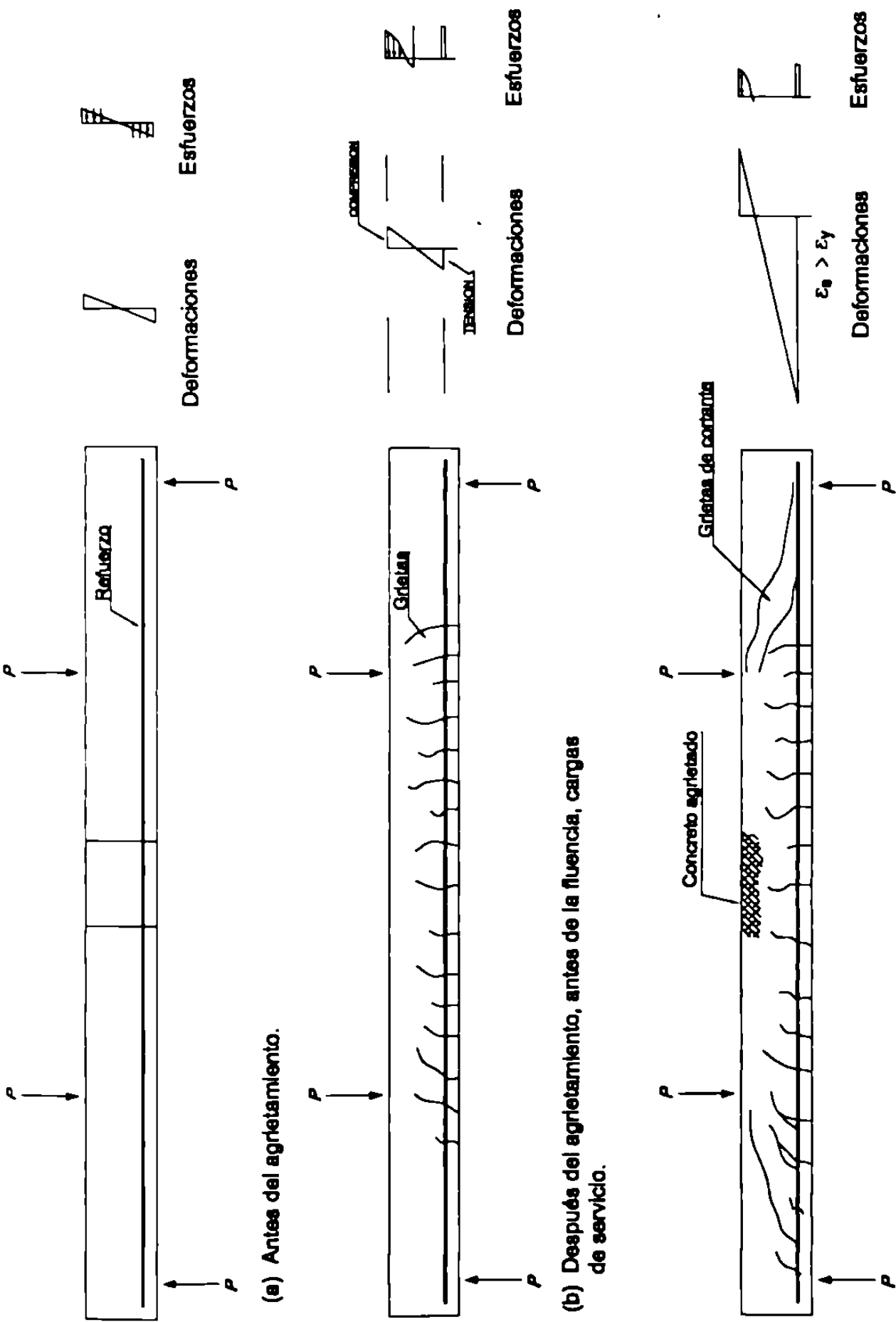


FIGURA 3-5  
GRIETAS, DEFORMACIONES Y ESFUERZOS EN UNA VIGA DE PRUEBA.

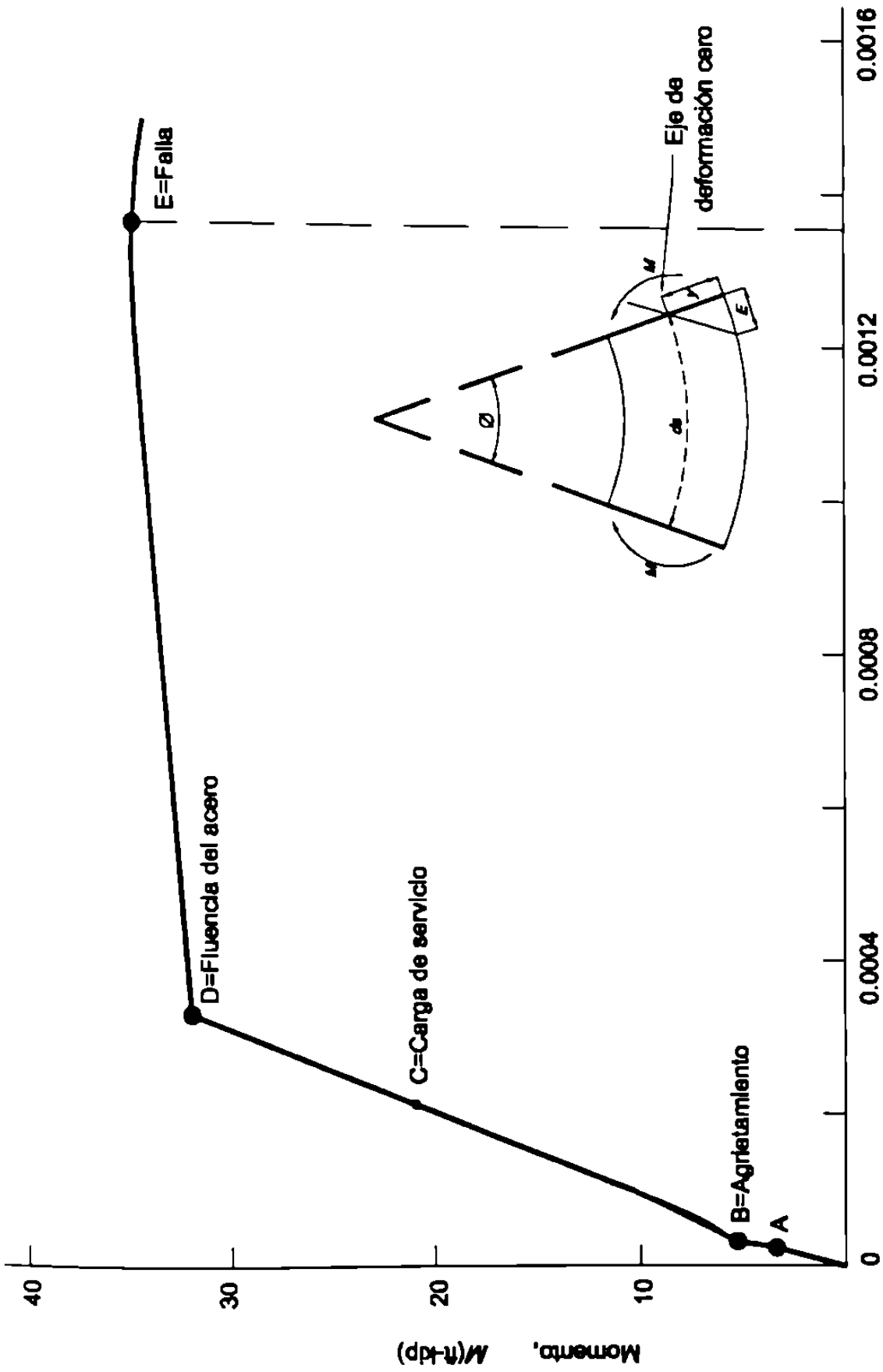


FIGURA 3-6  
DIAGRAMA DE MOMENTO CURVATURA PARA LA VIGA DE PRUEBA

Cuando los esfuerzos en la fibra inferior de la viga alcanzan la resistencia a la tensión del concreto, ocurre el agrietamiento. Después del agrietamiento, la fuerza de tensión en el concreto se transfiere al acero. De esto resulta, una sección menor de concreto para resistir los momentos, como se muestra en la distribución de esfuerzos en la Figura 3-5b y la rigidez de la viga disminuye. Entonces la pendiente del diagrama momento-curvatura (mostrado por B-C-D en la Figura 3-6) también disminuye. El patrón de grietas y deformaciones de la Figura 3-5b corresponde al comportamiento debido a las cargas aplicadas en servicio. (Inciso b en la Figura 3-5 y punto C en Figura 3-6). La distribución de esfuerzos en el concreto se conserva lineal en esta etapa

Eventualmente, el refuerzo alcanza el punto de fluencia, como lo muestra el punto D de la Figura 3-6. Los esfuerzos de compresión dejan de tener un comportamiento lineal en esta etapa. Después de la fluencia, la curvatura se incrementa rápidamente con un pequeño incremento, como se muestra en la Figura 3-6. El incremento en curvatura se puede apreciar también por la diferencia en deformaciones en los diagramas en las Figuras 3-5b y c. La viga falla por el agrietamiento del concreto en la cara superior de la viga. Esto demuestra que el concreto no es un material muy dúctil pero en vigas reforzadas puede exhibir gran ductilidad, como lo demuestra el diagrama momento curvatura en la porción después de la fluencia. En carga de servicio (etapa C), la deflexión en el centro del claro de la viga es 0.31 pulg., ó 1/383 de el claro. Al último, ésta puede incrementarse a 2 pulg., ó 1/60 de el claro, lo que muestra una gran ductilidad de esta viga.

En la práctica, el diseño del concreto reforzado ha sido enfocado por uno de dos caminos. A mediados de los 60s, los calculistas consideraban las cargas de servicio y asumían una distribución lineal de esfuerzos en el concreto en compresión. Esto es llamado "diseño por esfuerzos de trabajo". Cuando los cálculos han sido llevados a la etapa de falla (punto E en la Figura 3-6) o grandes cargas mayores que las que se esperan en servicio (cargas factorizadas) que corresponden a las deflexiones y agrietamiento en los niveles de carga de servicio, esto es llamado "Diseño en estados límite" o "diseño por resistencias". En estos apuntes se referirán a diseño en estados límite. Los principios de diseño por esfuerzo de trabajo se usan para calcular las deflexiones y esfuerzos en el acero bajo cargas de servicio.

### **Consideraciones básicas de la teoría de la flexión.**

Tres consideraciones básicas son hechas:

1.- Las secciones perpendiculares a el eje de flexión permanecen planas después de la flexión.

2.- La deformación del refuerzo es igual a la deformación del concreto en el mismo nivel.

3.- Los esfuerzos en el concreto y el acero de refuerzo pueden calcularse con las deformaciones de las curvas esfuerzo-deformación para el concreto y el acero. La primera es la tradicional "las secciones planas permanecen planas" en el desarrollo de la teoría de la flexión. La Figura 3-7b corresponde al diagrama de distribución de deformaciones de la Figura 3-5b. Los puntos representan las deformaciones medidas en las líneas de calibración mostradas en la Figura 3-7a. La Figura 3-8 muestra la distribución de deformaciones medidas en dos columnas sujetas a carga axial y momento. La distribución resultó ser lineal como se supuso.

### **TEORIA DE LA FLEXION**

La segunda consideración es necesaria porque el concreto y el acero de refuerzo actúan simultáneamente para transmitir la carga. Esta consideración implica una perfecta adherencia entre el concreto y el acero. La concordancia entre las deformaciones medidas en el acero, dibujadas con un triángulo en la Figura 3-7b y la línea a través de los puntos marcados sobre el concreto muestran que las deformaciones son las mismas.

El Código ACI combina estas dos consideraciones como sigue:

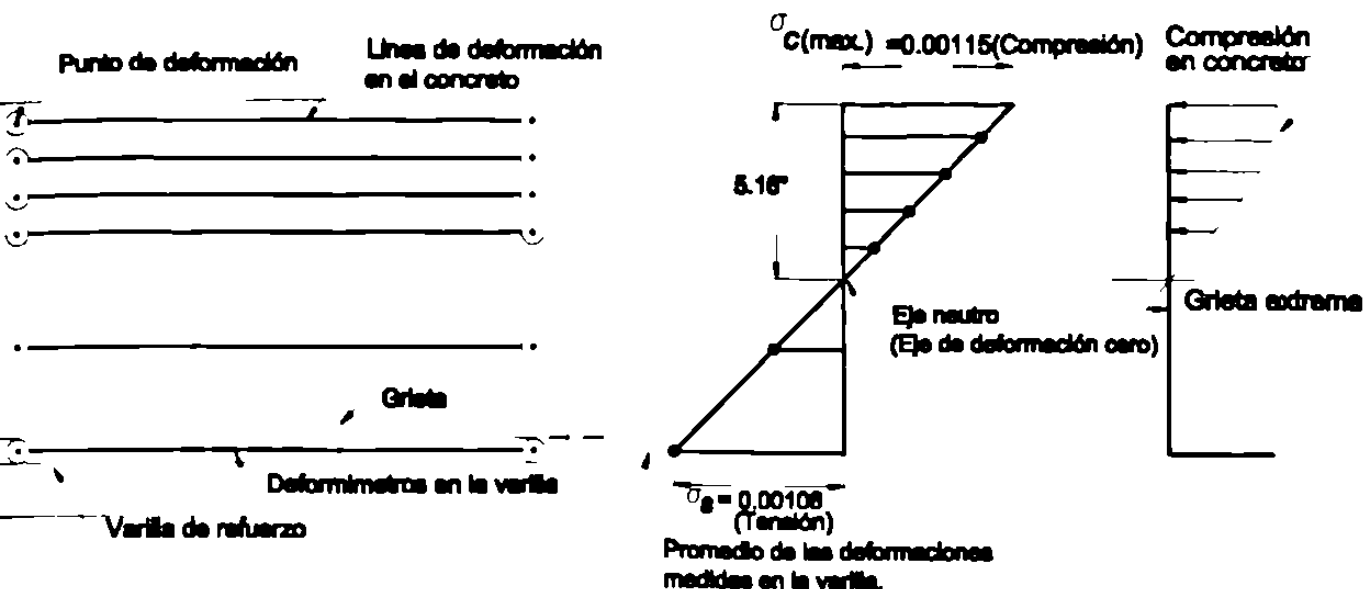
**10.2.2.-** La deformación en el acero y el concreto serán consideradas directamente proporcionales a la distancia al eje neutro.

### **Consideraciones adicionales en la teoría de la flexión para diseño.**

Las tres consideraciones hechas son suficientes para calcular la resistencia de elementos de concreto reforzado. Para propósito de diseño, sin embargo, las siguientes consideraciones adicionales se añaden para simplificar el problema con poca pérdida en precisión.

4.- El esfuerzo de tensión en el concreto es despreciado en el cálculo de la resistencia a la flexión (ACI Sección 10.2.5). La resistencia del concreto en tensión es aproximadamente 1/10 de la resistencia en compresión y la fuerza de tensión en el concreto abajo del eje de deformación cero es pequeña comparada con la fuerza de tensión en el acero. En casos especiales como el cálculo del cortante, flexión, deflexión y cálculos de carga de servicio en concreto presforzado, la resistencia a la tensión del concreto se aprovecha.

5.- El concreto se considera que falla cuando la deformación por compresión rebasa un valor límite.

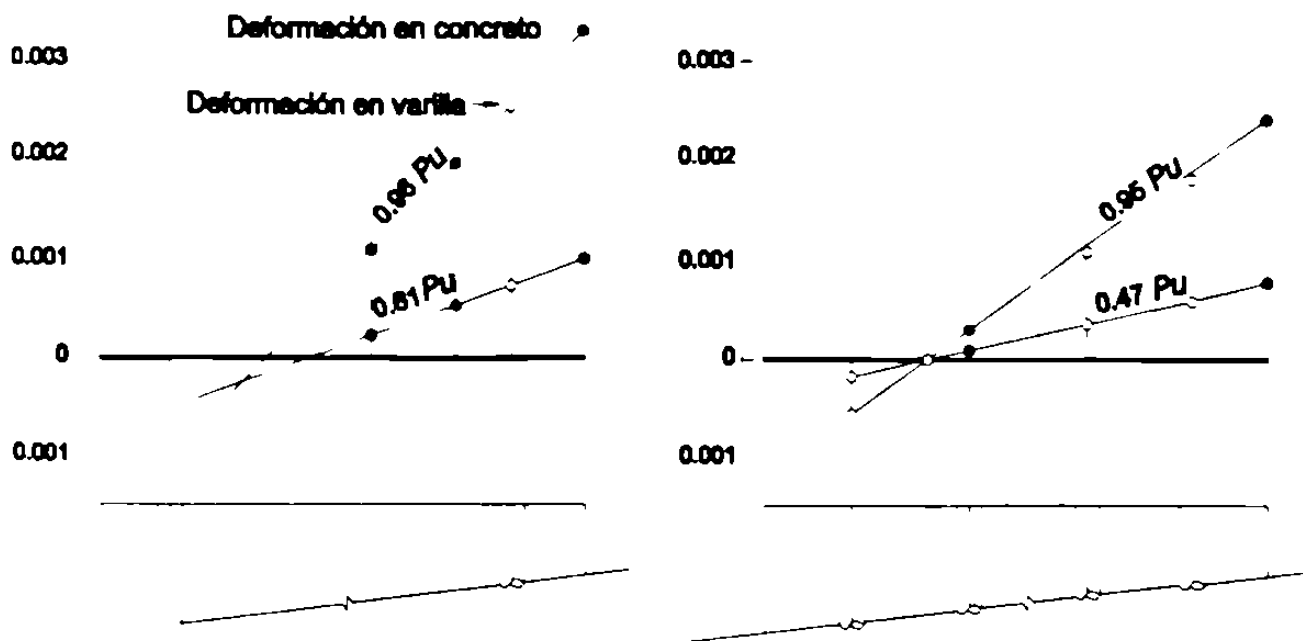


(a) Lineas de deformación.

(b) Deformaciones para 7-kip de carga.

(c) Esfuerzos de 7-kip de carga.

**FIGURA 3-7**  
**DISTRIBUCION DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN UNA VIGA PROBADA BAJO CARGAS DE SERVICIO.**



(a) Columna con estribos.

(b) Columna con espiral.

**FIGURA 3-8**  
**DEFORMACIONES MEDIDAS EN PRUEBAS DE COLUMNAS CARGADAS EXCENTRICAMENTE.**

Estrictamente hablando, lo que limita al concreto es la deformación por compresión. Como se muestra en la Figura 3-6 una viga simple de concreto reforzado alcanza su máxima capacidad cuando la pendiente,  $dM/d\phi$  del diagrama momento-curvatura es igual a cero (punto E). La falla ocurre cuando  $dM/d\phi$  se hace negativa, la cual corresponde a una situación inestable en la cual ocurren grandes deformaciones para pequeños incrementos de carga.

Los cálculos para diseño se simplifican mucho, siempre y cuando se considere una deformación límite. Ya que el momento y la curvatura en el punto de momento máximo del diagrama momento-curvatura corresponde a un valor particular de la deformación extrema por compresión, los momentos correspondientes a cualquier otra deformación en la fibra extrema serán menores. Como resultado de esto, se considera que la resistencia estimada así será conservadora.

La deformación por compresión máxima,  $\epsilon_{cu}$ , de las pruebas en vigas de concreto reforzado, columnas cargadas excéntricamente y prismas de concreto cargados excéntricamente se reproducen en la Figura 3-9. El ACI en la Sección 10.2.3. especifica una deformación por compresión límite igual a 0.003. Esta representa el límite menor de los datos de pruebas de la Figura 3-9b. En Europa, el Código Modelo CEB usa una deformación límite de 0.002 para columnas con carga axial concentrada, y 0.0035 para vigas y columnas cargadas excéntricamente. Se notará que el límite superior de deformaciones ha sido medido en miembros con un gradiente significativo de momento y miembros en los cuales el concreto está confinado por espirales o estribos.

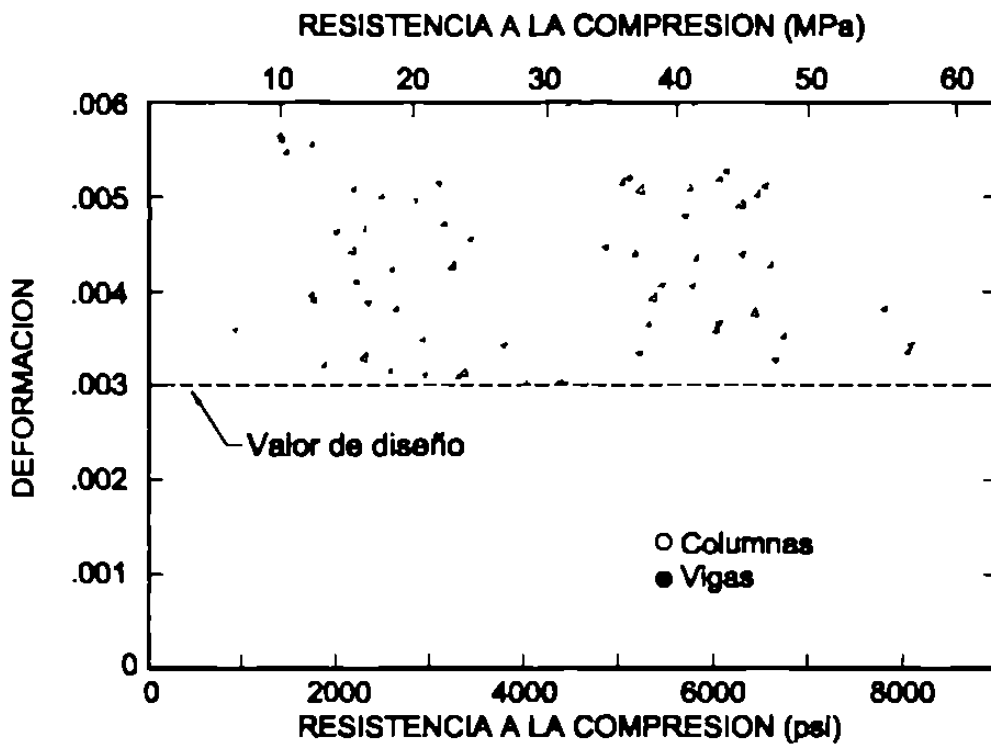
6.- La relación esfuerzo de compresión-deformación para el concreto puede ser considerada como rectangular, trapezoidal, parabólica o cualquier otra forma que coincida sustancialmente con los resultados de las pruebas de compresión (ACI Sección 10.2.6). Otros diagramas fácilmente se pueden usar como aceptables, previendo que correspondan con los resultados de la prueba. Como se ilustra en la Figura 3-11, la forma del bloque de esfuerzos en una viga en el momento último puede expresarse matemáticamente en función de tres constantes:

$k_3$  = relación del máximo esfuerzo  $f'_c$  en la zona de compresión para una resistencia del cilindro  $f'_c$ .

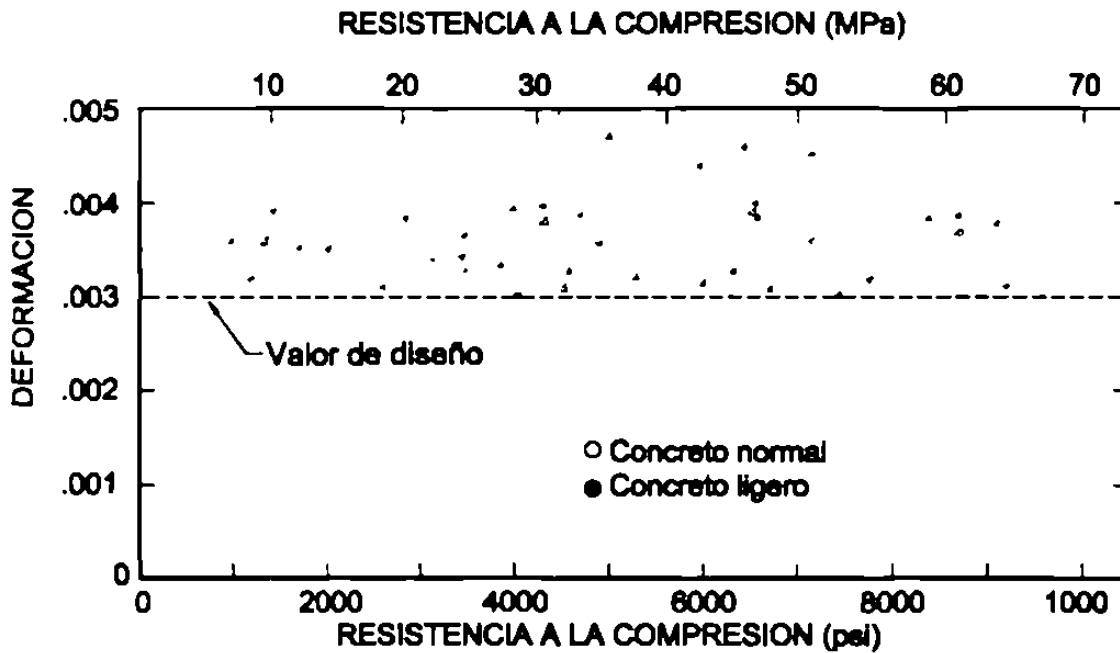
$k_1$  = relación del esfuerzo promedio de compresión a el esfuerzo máximo (ésta es igual a la relación del área achurada en la Figura 3-11 a el área del rectángulo  $ck_3f'_c$ ).

$k_2$  = relación de la distancia entre la fibra extrema de compresión y la fuerza resultante de compresión a la profundidad del eje neutro,  $c$ .





(a) Deformación última en pruebas de miembros de concreto reforzado.



(b) Deformación última en pruebas de especímenes de concreto.

FIGURA 3-9  
DEFORMACION LIMITE DE COMPRESION.

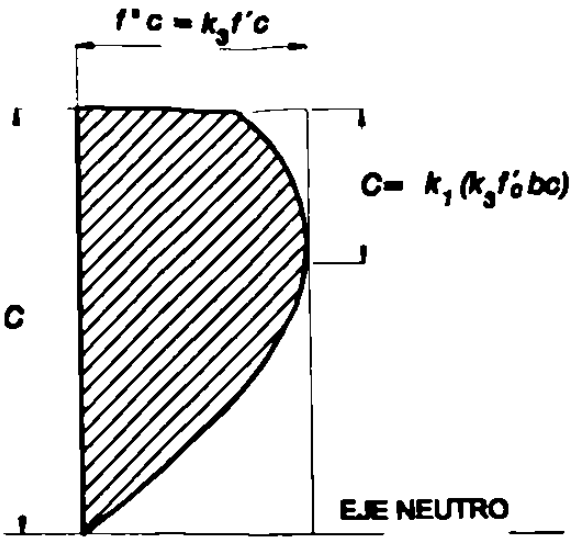


FIGURA 3-10  
DESCRIPCION MATEMATICA DEL BLOQUE DE ESFUERZOS DE COMPRESION.

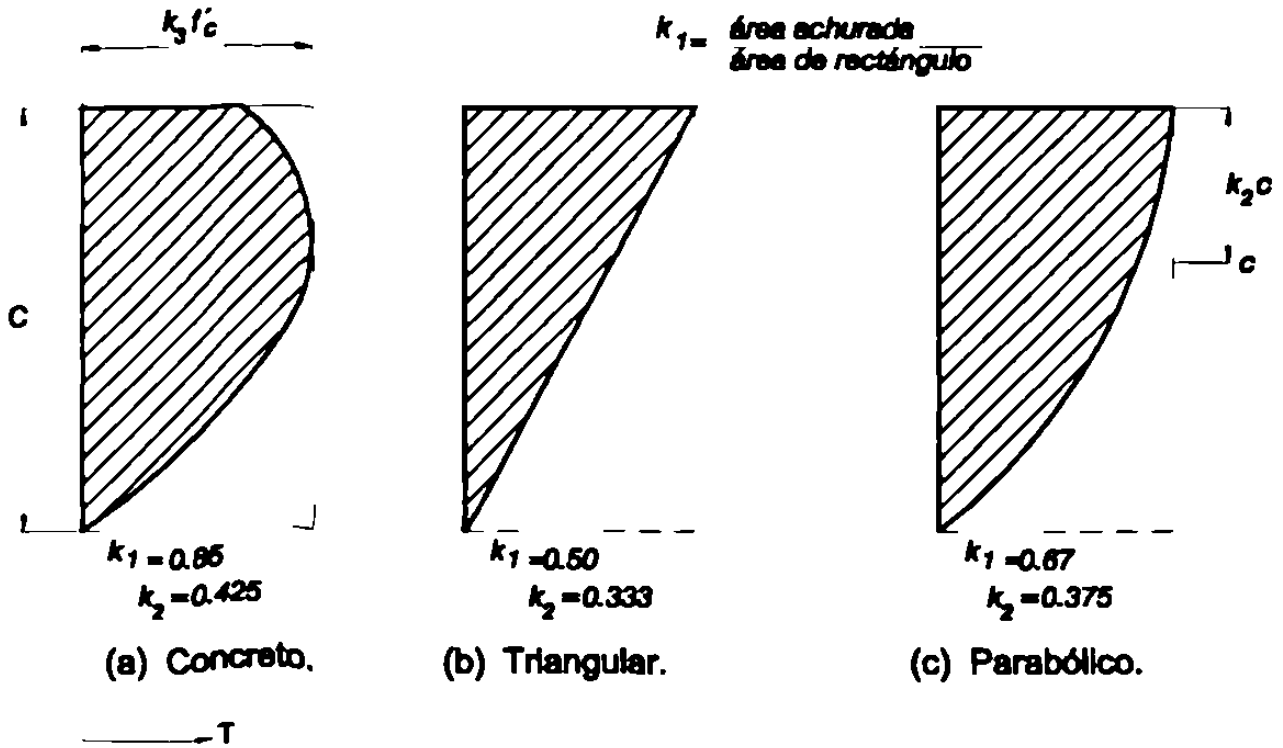


FIGURA 3-11  
VALORES DE  $k_1$  Y  $k_2$  PARA VARIAS DISTRIBUCIONES DE ESFUERZOS.

Para una zona rectangular de compresión de ancho,  $b$  y profundidad del eje neutro,  $c$ , la fuerza de compresión resultante es :  $C = k_1 k_3 f_c b c$ .

Los valores de  $k_1$  y  $k_3$  están dados en la figura 3-11 para varios diagramas esfuerzo-deformación considerados o "bloques de esfuerzo".

Las pruebas en prismas de concreto arrojan los valores de  $\alpha_1 \beta_1$  mostrados en la Figura 3-12. Estudia el efecto de carga sostenida en la resistencia del concreto en pruebas de columnas, el valor de  $k_3$  puede tomarse igual a 0.85 para propósitos prácticos.

Como una simplificación, el ACI Sección 10.2.7 permite usar una distribución rectangular de esfuerzos en el concreto como se muestra en la Figura 3-13 para cálculos de la resistencia última. La distribución rectangular está definida como sigue:

1.- Un esfuerzo en el concreto de  $\alpha_1 f_c$  será considerado distribuido uniformemente hasta una profundidad de  $a = \beta_1 c$  desde la fibra extrema en compresión (máxima deformación). Donde  $\alpha_1 = 0.85$ .

2.- La distancia "c" de la fibra de máxima deformación a el eje neutro se mide perpendicular a éste.

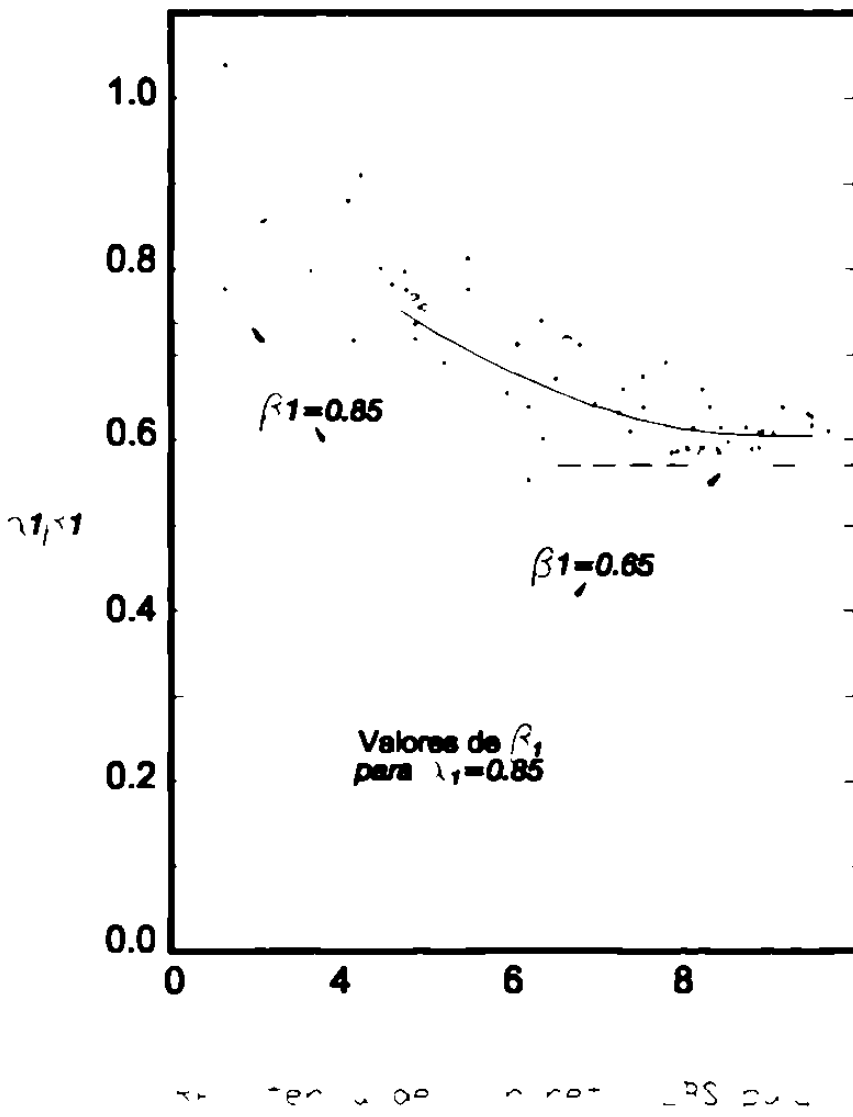
3.- El factor  $\beta_1$ , será tomado como:

(a) Para concretos con resistencias mayor o igual 4000 lbs/pulg<sup>2</sup> (280 kg/cm<sup>2</sup>)

$$\beta_1 = 0.85 \tag{3-8a}$$

(b) Para  $f_c$  entre 4000 (280) y 8000 lbs/pulg<sup>2</sup> (560 kg/cm<sup>2</sup>)

$$\beta_1 = 1.05 - 0.05 (f_c / 1000) \quad \text{en lbs/pulg}^2 \tag{3-8b}$$



**FIGURA 3-12**  
**VALORES DE  $\alpha_1 \beta_1$  EN PRUEBAS EN PRISMAS DE CONCRETO.**

(c) Para  $f_c$  mayor 8000 lbs/pulg<sup>2</sup> (560 kg/cm<sup>2</sup>)

$$\beta_1 = 0.65$$

(3-8c)

Los símbolos  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  se usan para definir el bloque rectangular de esfuerzos los cuales son diferentes a los símbolos  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  usados para describir el bloque de esfuerzos de las pruebas porque el bloque rectangular de esfuerzos queda definido por dos símbolos, mientras que se necesitan tres para definir el bloque de esfuerzos de pruebas.

Estudios de el efecto de cargas sostenidas en la resistencia del concreto y pruebas de columnas sugieren que  $\alpha_1$  puede ser tomado igual a 0.85. La línea punteada de la Figura 3-12 es el límite inferior y corresponde a  $K_3 = \alpha_1 = 0.85$  y  $\beta_1$  se obtiene de la ecuación 3-8.

Debido a que  $\beta_1$  se toma como el límite inferior de los datos de las pruebas Figura 3-12. El brazo de palanca de la fuerza de compresión en el concreto con respecto al eje neutro (eje de deformación cero) para una columna rectangular es  $(h/2 - \beta_1 c/2)$ , donde  $c$  es la profundidad del eje neutro. Si  $\beta_1$  es muy pequeño, el brazo de palanca será muy grande y la capacidad de momento también. Las siguientes ecuaciones se recomiendan para determinar  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  con  $f_c$  en lbs/pulg<sup>2</sup>.

$$\alpha_1 = 0.85 \text{ para } f_c \leq 8000 \text{ lbs/pulg}^2$$

$$\alpha_1 = 0.85 - \frac{f_c - 8000}{50,000} \geq 0.73 \text{ para } f_c > 8000 \text{ lbs/pulg}^2$$

$$\beta_1 = 0.85 \text{ para } f_c \leq 4000 \text{ lbs/pulg}^2$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.15 \left( \frac{f_c - 4000}{10,000} \right) \geq 0.70 \text{ para } f_c > 4000 \text{ lbs/pulg}^2$$

### 3-3.- ANÁLISIS DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.

#### Compatibilidad de esfuerzos y deformaciones y equilibrio.

Dos requisitos son satisfechos en el análisis y diseño de vigas y columnas de concreto reforzado. Estos son:

1.- Compatibilidad de esfuerzos y deformaciones. El esfuerzo de cualquier punto en un miembro corresponde a la deformación en ese punto. Excepto para vigas cortas de gran peralte la distribución de deformaciones sigue una variación lineal.

2.- Equilibrio. Las fuerzas internas deben balancear los efectos de las cargas externas, como se ilustra en la Figura. 3-3 y en las ecuaciones 3-2 ,3-3.

### **Análisis de la capacidad a flexión de una sección transversal general**

El uso del equilibrio y la compatibilidad de deformaciones en el cálculo de la capacidad de una sección transversal arbitraria, como la que se muestra en la Figura 3-14 involucra cuatro pasos como se verá con un ejemplo.

#### **Ejemplo 3-1.- Cálculo de la capacidad de momento de una viga.**

La viga mostrada en la Figura 3-14 es de concreto con una resistencia,  $f_c$  de  $210 \text{ kg/cm}^2$  y tiene tres varillas No. 8 con una resistencia a la fluencia,  $f_y$ , de  $4200 \text{ kg/cm}^2$ .

1.- Inicialmente suponemos que el esfuerzo,  $f_s$ , en el refuerzo de tensión es igual a la resistencia a la fluencia,  $f_y$ , y calculamos la fuerza de tensión  $T=A_s f_y$ .

$$A_s = 3 \# 8 = 3 \times 5.07 \text{ cm}^2 = 15.21 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \text{ para varillas grado 60}$$

$$T = A_s f_y = 4200 \times 15.21 = 63,882 \text{ Kg.}$$

La consideración de  $f_s = f_y$  se revisará en el paso 3. Si el acero ha fluido, una solución simple existe; si no, una solución más compleja puede usarse. Esta consideración generalmente se presentará si se cumplen los requisitos de porcentajes de acero que marca el ACI.

2 - Calcular el área de el bloque de compresión para igualar  $C = T$ .

Usando el bloque rectangular equivalente de esfuerzos mostrado en la Figura 3-14b. Este bloque consiste de un esfuerzo uniforme de  $0.85f_c$  distribuido hasta una profundidad de  $a = \beta_1 c$  medida desde la fibra extrema en compresión.

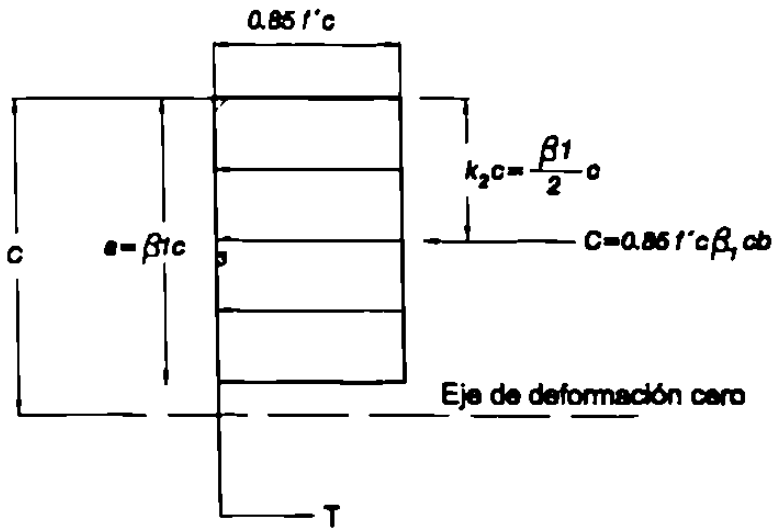


FIGURA 3-13  
BLOQUE DE ESFUERZOS RECTANGULAR EQUIVALENTE.

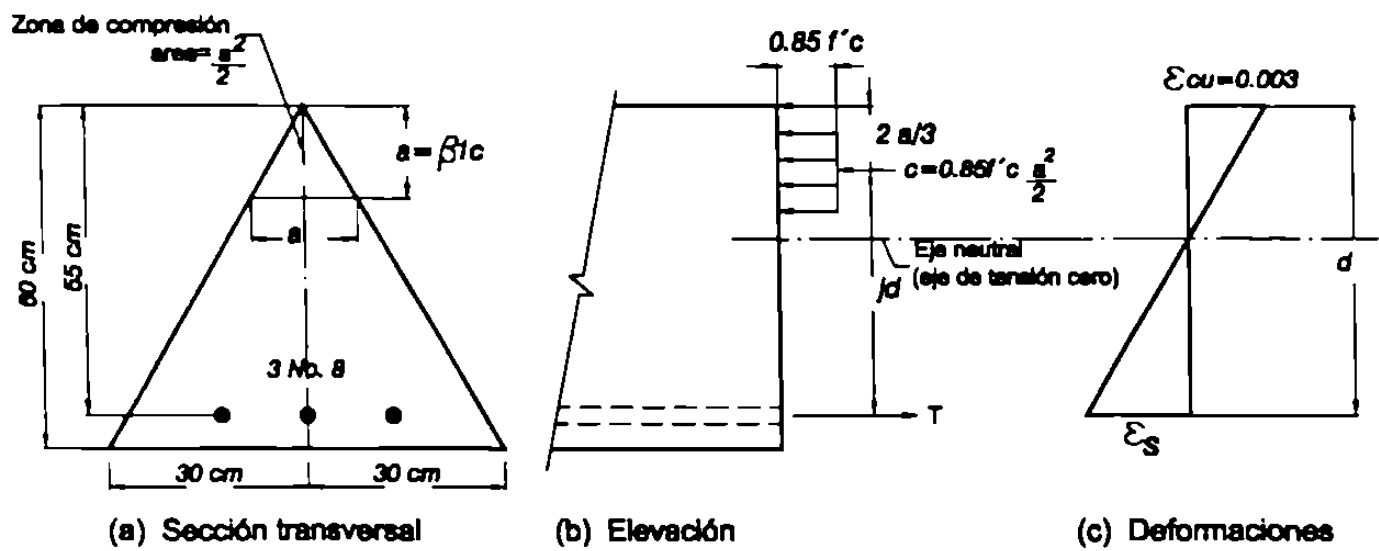


FIGURA 3-14  
ANÁLISIS DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL ARBITRARIA.

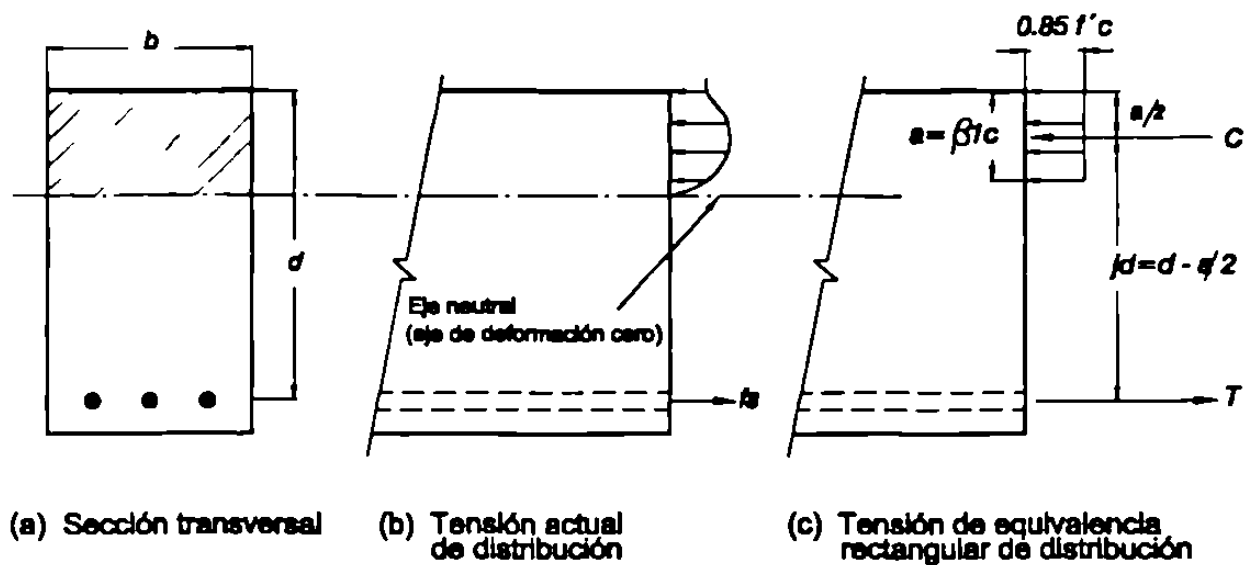


FIGURA 3-15  
VIGAS RECTANGULARES CON REFUERZO POR TENSION.

La magnitud de la fuerza de compresión se obtiene del equilibrio:  
 $C = T = 63,882 \text{ Kg.}$

Por la geometría de esta sección triangular si la profundidad de la zona de compresión es  $a$ , el ancho también es  $a$ , y el área es  $a^2/2$ . Esto es solamente en esta forma particular.

$$\text{Entonces, } C = (0.85 f_c) a^2/2$$

$$a = \sqrt{\frac{63,882 \times 2}{0.85 \times 210}}$$

$$a = 26.75 \text{ cm.}$$

3.- Revisar si  $f_s = f_y$ .

Haciendo uso de la compatibilidad de deformaciones. La distribución de deformación última se muestra en la Figura 3-14c.

$$\epsilon_{cu} = 0.003 \quad (\text{consideración 4, Sección 3-2})$$

$$c = a/\beta_1$$

Para  $f_c = 210 \text{ Kg/cm}^2$ ,  $\beta_1 = 0.85$  (De las Ecuaciones 3-8)

$$\text{Entonces, } c = 26.75/0.85 = 31.47 \text{ cm.}$$

Por triángulos semejantes de la Figura 3-14c

$$\epsilon_s / d - c = 0.003 / c$$

$$\epsilon_s = 0.003 (55 - 31.47) / 31.47 = 0.00224$$

Para refuerzo Grado 60,  $f_y = 60,000 \text{ lbs/pulg}^2$

$$\epsilon_y = f_y / E_s$$

$$\epsilon_y = \frac{60,000}{*2,040,000} = 0.00205$$

\*ACI Sección 8.5.2.



Por lo tanto,  $\epsilon_s > \epsilon_y$  y  $f_s = f_y$ . Entonces la consideración hecha en el paso 1 es satisfecha.

4 - Calcular  $\phi M_n$ .

$$M_n = Cjd = Tjd$$

Dónde  $jd$  es el brazo de palanca, distancia de la fuerza de tensión en el centroide del refuerzo de tensión a la resultante de la fuerza de compresión  $C$ . Debido a que el área del bloque de esfuerzos de compresión en este caso es triangular,  $C$  actúa a  $2/3$  de  $a$  del borde superior de la viga. Por lo tanto,

$$jd = d - 2a/3$$

$$y \quad \phi M_n = \phi[A_s f_y (d - 2a/3)]$$

$$\phi M_n = 0.9 [15.21 \times 4,200 (55 - (2 \times 26.75)/3)]$$

$$\phi M_n = 2,374,281 \text{ kg-cm} = 23,743 \text{ kg-m} = 23.743 \text{ ton-m.}$$

Entonces la capacidad de momento de diseño de la sección transversal de esta viga es 23.743 ton-m.

Este procedimiento general de análisis puede usarse para calcular la capacidad de cualquier forma de sección. Frecuentemente se presentan secciones rectangulares en vigas como se verá más adelante.

### **Tensión, compresión y falla balanceada**

Dependiendo de las propiedades de una viga, las fallas por flexión pueden ocurrir de tres formas :

**1.- Falla por tensión:** El refuerzo fluye antes de que el concreto se agriete. Entonces se dice que la sección es sub-reforzada.

**2.- Falla por compresión:** El concreto falla antes que el acero fluya. Es cuando se dice que la viga es sobre-reforzada.

**3.- Falla balanceada:** El concreto se agrieta y el acero fluye simultáneamente. Se dice entonces que la viga tiene refuerzo balanceado.

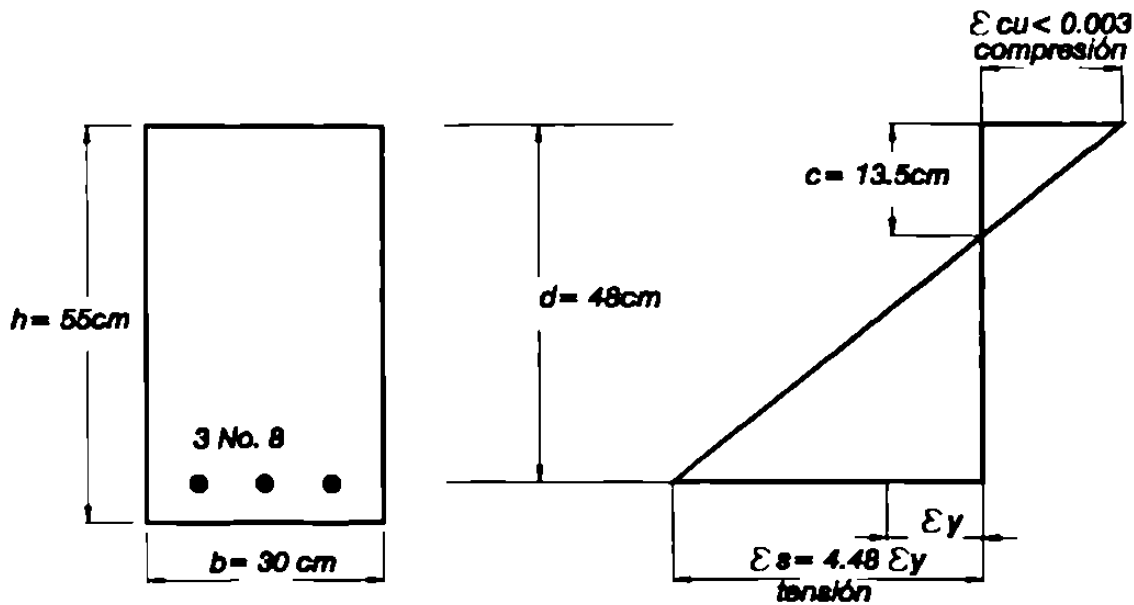
En el espécimen de prueba mostrado en la Figura 3-5, el acero fluyó antes que el concreto se agrietara por lo tanto en la viga se desarrolló una falla por tensión. En la falla (punto E de la Figura 3-6) la curvatura de la sección corresponde al momento máximo y tiene un esfuerzo de aproximadamente cuatro veces el valor de la fluencia (punto D). Como resultado de esto, la viga se flexiona excesivamente y se desarrollan grietas a todo lo ancho al final del ciclo de carga. Este tipo de comportamiento se dice que es dúctil y corresponde en los diagramas momento-curvatura ó carga-deflexión a la gran región plástica (D-E en la Figura 3-6). Si una viga en un edificio falla de una manera dúctil, los ocupantes de el edificio tiene oportunidad de desalojarlo antes del colapso final, entonces se reducen las consecuencias. Los diagramas momento-curvatura representados en la Figura 3-16d corresponden a las tres vigas que se muestran en las Figuras 3-16a, b y c. Las vigas difieren solamente en la cantidad de refuerzo. En la falla, el refuerzo en la viga A ha fluido, como se muestra por el diagrama de deformación. Esta viga desarrolla una falla por tensión y tiene una respuesta momento-curvatura dúctil como se muestra en la Figura 3-16d. Se verá después en esta sección, que la falla por tensión ; es pequeña cuando la relación de refuerzo mecánica  $\omega = \rho (f_y/f_c)$ .

En el caso de la viga B en la Figura 3-16, el concreto en la fibra extrema de compresión alcanza una deformación de 0.003 antes que en el acero se presente la fluencia. Esto es llamado "falla por compresión". El diagrama momento-curvatura para esta viga no tiene un comportamiento dúctil después de la fluencia como en la viga A. Las fallas por compresión ocurren para valores altos de la relación  $\omega$ . En el caso de la viga C, la distribución de la deformación en la falla, como se muestra en la Figura 3-16c, involucra un agrietamiento simultáneo del concreto y la fluencia del acero. Este caso, representado en la Figura 3-16d, dibujado entre la falla por tensión y la falla por compresión recibe el nombre de "falla balanceada".

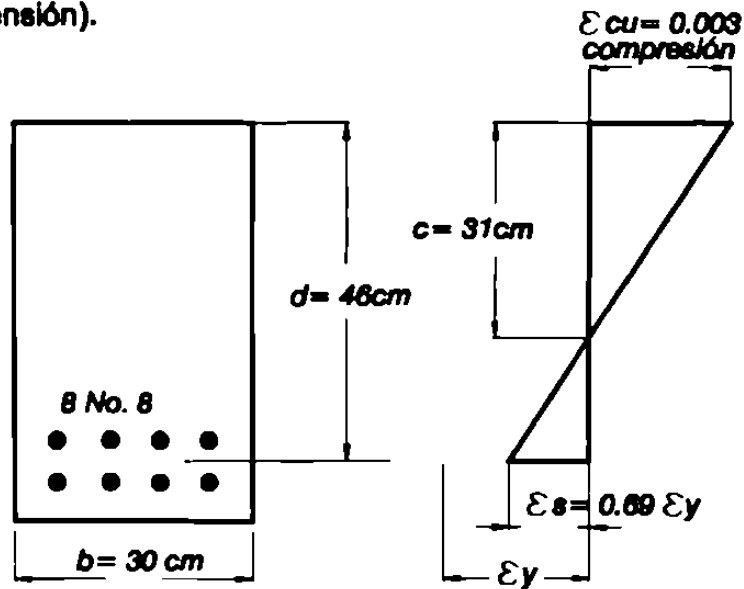
### **Análisis de vigas rectangulares con refuerzo por tensión solamente**

#### **Ecuaciones para $M_n$ y $\phi M_n$ : Tensión de fluencia en el acero.**

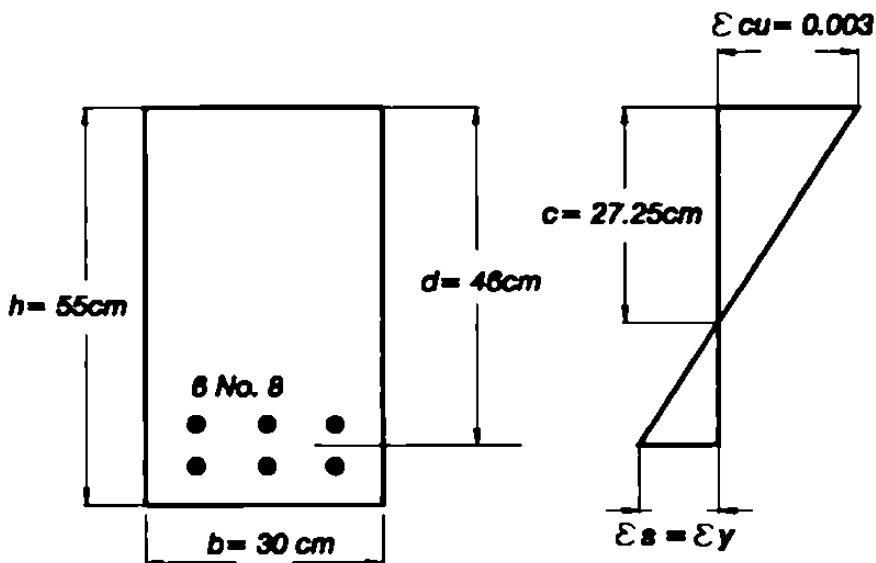
En la sección anterior, el equilibrio y la compatibilidad se usaron para determinar la capacidad de momento de la sección transversal de una viga particular. Considerando ahora la viga mostrada en la Figura 3-15c. La fuerza de compresión,  $C$ , en el concreto es:  $C = (0.85 f_c) (b)(a)$ .



(a) VIGA "A" (Falla por tensión).

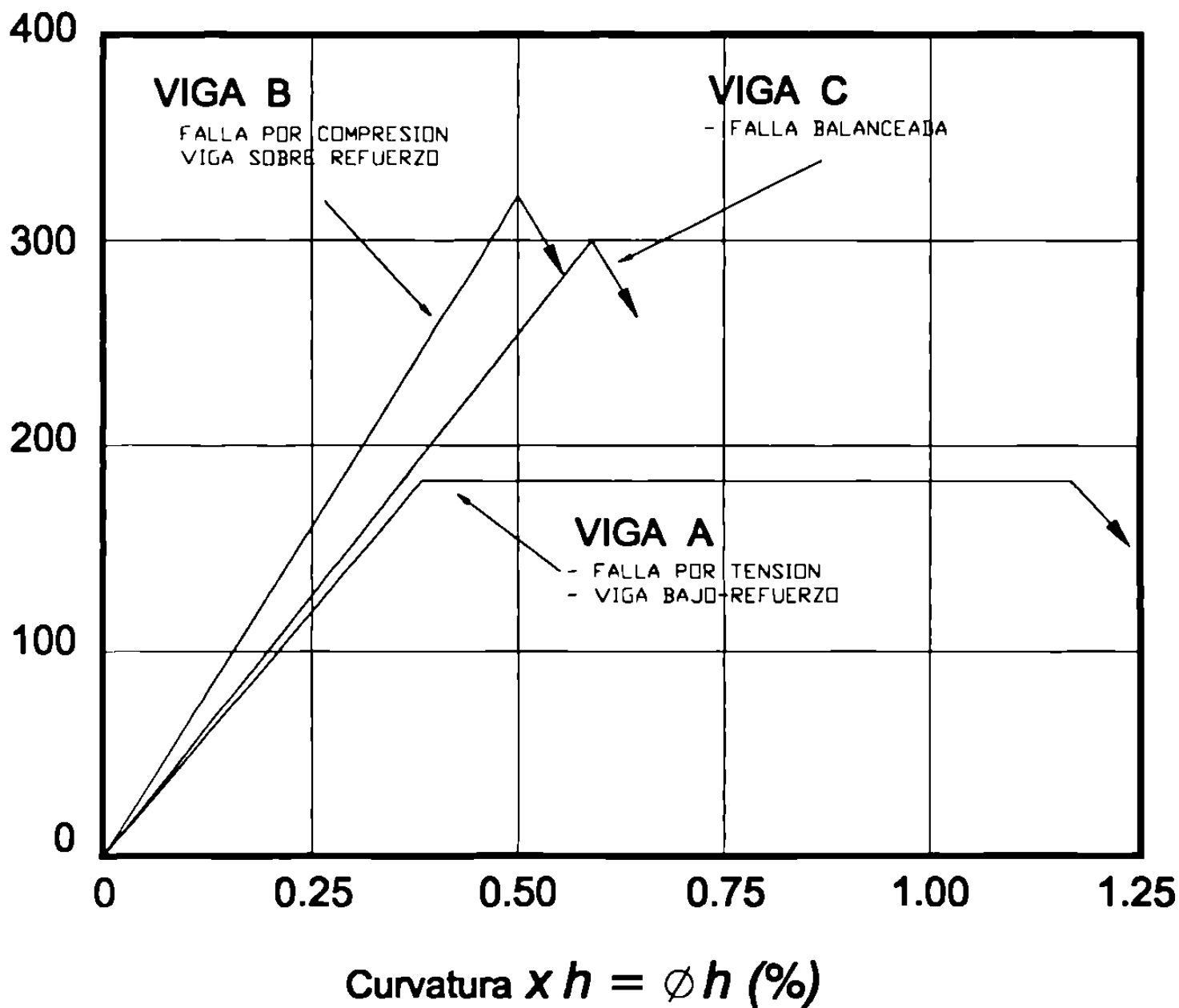


(b) VIGA "B" (Falla por compresión).



(c) VIGA "C" (Falla balanceada).

FIGURA 3 - 16  
FALLAS POR TENSION, COMPRESION Y BALANCEADA.



(d) Diagrama Curvatura - Momento.

FIGURA 3 -16  
FALLAS POR TENSION, COMPRESION Y BALANCEADA.

Por equilibrio,  $C=T$ . Entonces, la profundidad,  $a$ , de el bloque rectangular equivalente de esfuerzos es:

$$a = \frac{A_s f_s}{0.85 f_c b}$$

Si  $f_s = f_y$  como se considera en el paso 1 del ejemplo 3-1, tenemos:

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b}$$

Es posible expresar las ecuaciones para  $M_n$  y  $\phi M_n$  en varias formas basándose en  $M_n = Tjd$ ,  $M_n = Cjd$ , como se muestra en los siguientes párrafos.

### Ecuación para $M_n$ basada en $M_n = Tjd$

Sumando momentos con respecto a la línea de acción de la fuerza de compresión,  $C$  en la Figura 3-15c da:  $M_n = Tjd$

Substituyendo  $C = (0.85 f_c)ba$  y  $jd = (d-a/2)$  da:

$$M_n = (0.85 f_c)ba (d-a/2)$$

$$\phi M_n = \phi[0.85 f_c)ba (d-a/2)]$$

### Ecuaciones adimensionales para $M_n$

Si substituímos  $A_s = \rho bd$  en la Ecuación de "a", tenemos:

$$a = \rho (f_y/0.85f_c)(d)$$

donde  $\rho(f_y/f_c) = \omega$  y se refiere a la relación mecánica de refuerzo.

El término  $\omega$  es frecuentemente usado como una medida de el comportamiento mecánico de una viga ya que toma en cuenta tres variables importantes ( $\rho$ ,  $f_y$  y  $f_c$ ). Entonces:

$$a = \omega d / 0.85$$

Substituyendo la ecuación anterior dentro de la Ecuación de  $\phi M_n$  da:

$$\phi M_n = \phi[f_c bd^2 \omega (1 - (\omega/2 \times 0.85))]$$

$$\phi M_n = \phi[f_c bd^2 \omega (1 - 0.59 \omega)]$$

Denominando  $K_n = f_c \omega (1 - 0.59\omega)$

$$\phi M_n = \phi K_n bd^2$$

$$\text{Haciendo } M_n = \phi M_n = \phi K_n b d^2$$

$$\text{de donde: } b d^2 = M_u / \phi K_n$$

Esta expresión nos sirve para diseño conociendo  $M_u$  en Kg-cm y  $f_c$  en Kg/cm<sup>2</sup> obtenemos  $b d^2$  en cm<sup>3</sup>.

La resistencia de materiales nos enseña que la sección más eficiente a flexión es aquella en que  $b \approx d/2$  por lo que podemos, ya teniendo  $b d^2$  proponer una sección de acuerdo al  $M_u$  y revisar comparando con  $\phi M_n$ .

Determinar si  $f_s = f_y$ .

La figura 3-17 muestra una viga con dos camas de refuerzo en tensión. El peralte efectivo al centroide de éste refuerzo es "d". Considerando que ocurre la falla balanceada el diagrama de deformaciones se muestra en la Figura 3 - 17b.

Por triángulos semejantes:

$$c_b/d = \epsilon_{cu} / (\epsilon_{cu} + \epsilon_y)$$

Sustituyendo  $\epsilon_{cu} = 0.003$  y  $E = 2,040,000$  Kg/cm<sup>2</sup> da:

$$c_b/d = 6100 / (6100 + f_y)$$

Con  $f_y$  en Kg/cm<sup>2</sup>. Si una viga tiene el eje neutro a una profundidad  $c$  menor que  $c_b$  la deformación en el acero excede  $\epsilon_y$  y viceversa. Entonces, si  $c < c_b$  en la falla  $f_s = f_y$  como  $a = \beta_1 c$ , luego:

$$a_b/d = \beta_1 (6100 / (6100 + f_y))$$

Durante el diseño, la localización exacta del eje neutro no se conoce hasta que el refuerzo se define y detalla. Por esta razón, es más fácil, definir la distribución, de las deformaciones en términos de el peralte  $d_t$  con respecto a la cama inferior del refuerzo en tensión. La deformación correspondiente en este acero es  $\epsilon_t$ . El término "deformación en tensión neta" se refiere a la deformación en resistencia nominal, del acero, excluyendo deformaciones debidas a presfuerzo, contracción, flujo plástico o temperatura. En otras palabras para una viga de concreto reforzado, la deformación neta por tensión,  $\epsilon_s$ , es la debida a las cargas muerta y viva factorizadas de la viga. El ACI Sección B.10.3.3 define una sección de compresión controlada, cuando la deformación neta en el acero extremo a tensión  $\epsilon_s$ , es menor o igual que la deformación de fluencia, en tensión,  $\epsilon_y$ . La distribución de deformación correspondiente a el límite de deformación a compresión controlada se muestra en la Figura 3-17c.

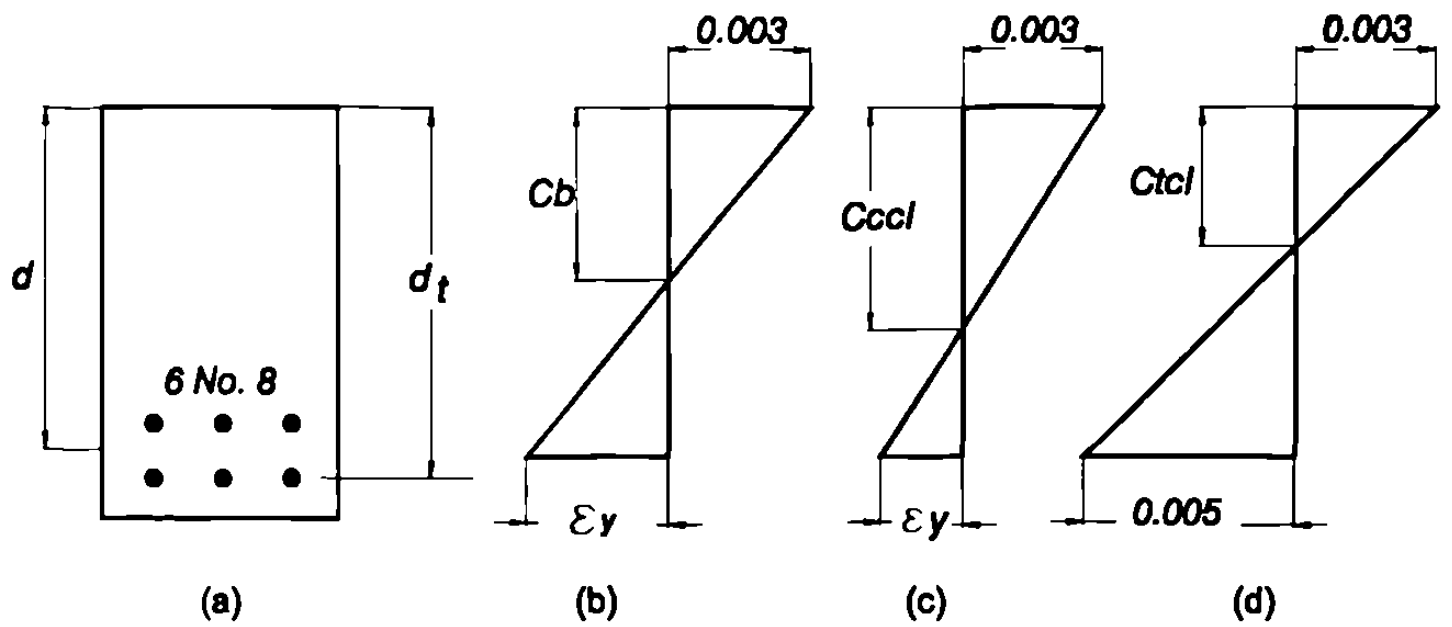
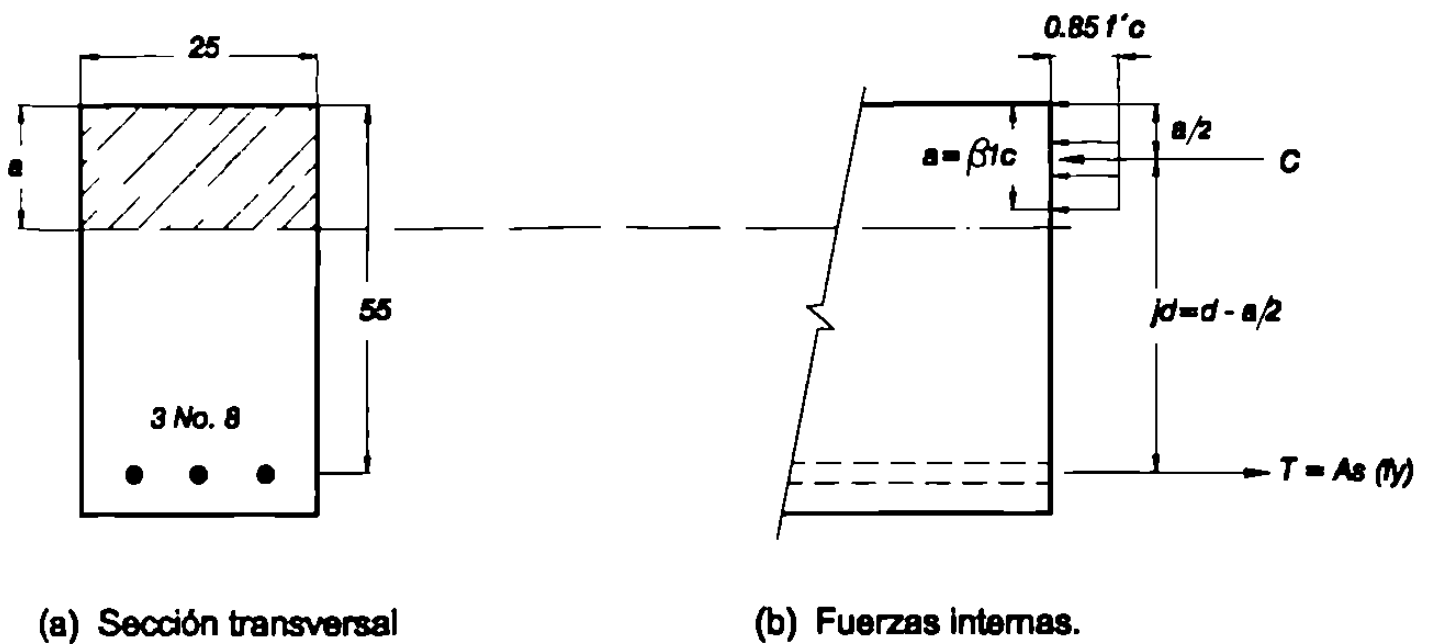


FIGURA 3-17  
VIGA CON DOS CAMAS DE REFUERZO EN TENSION.



(a) Sección transversal

(b) Fuerzas internas.

FIGURA DEL EJEMPLO 3-2.

Aquí la profundidad del eje neutro es  $C_{cd}$  y la deformación  $\epsilon_y$  ocurre en el extremo en tensión localizado a una profundidad  $d_t$

Derivando en forma similar de la ecuación anterior, la relación  $a/d$  correspondiente a el límite de deformación en compresión controlada es.

$$a_{cd} / d_t = \beta_1(6100/6100+f_y)$$

El ACI Sección B.10.3.3. define una sección en tensión controlada cuando la deformación neta a tensión en el acero a tensión extremo es igual o mayor a 0.005. Esta distribución de deformación se muestra en la Figura 3-17d, en la cual por triángulos semejantes:

$$\frac{C_{cd}}{d_t} = \frac{0.003}{0.003 + 0.005} = 0.375$$

$$y \quad a_{cd} / d_t = 0.375 \beta_1$$

### REFUERZO MAXIMO. ACI Sección B10.3.3.

En el Código ACI 1995 hay dos procedimientos para determinar la cantidad máxima de refuerzo que se permite en una viga. El apéndice B del ACI no da la cantidad de refuerzo en una viga. En la Sección B9.3.2. se define  $\phi = 0.90$  para secciones de tensión controlada,  $\phi = 0.70$  para secciones de compresión controlada con estribos normales o anillos, o  $\phi=0.75$  para miembros (columnas) con el refuerzo principal dentro de una espiral. Las espirales no se usan en vigas por lo que  $\phi = 0.70$  para secciones de vigas de compresión controlada. Para vigas entre estos límites, la Sección B9.3.2.2. del ACI especifica que se puede interpolar linealmente entre  $\phi = 0.90$  y  $\phi = 0.70$  lo que da

$$\phi = 0.356 + \frac{0.204}{c/d_t}$$

$$o \quad \phi = 0.356 + \frac{0.204}{a/\beta_1 d_t}$$

### LIMITE SUPERIOR DE REFUERZO. ACI Sección 10.3.3.

Mientras que una viga sub-reforzada falla de una manera dúctil y la viga sobre-reforzada falla de una manera frágil, el ACI en la Sección 10.3.3. prevee la falla no-dúctil limitando el porcentaje de acero,  $\rho < 0.75 \rho_b$ . Esto equivale a una deformación  $\epsilon_s$ , entre 1.8 y 2.0 veces la deformación de fluencia  $\epsilon_y$ .



Debido a la variedad de resistencias entre el acero y el concreto (baja en el concreto y, elevada en el acero) y a la diferencia en dimensiones, una viga que normalmente satisface  $\rho = 0.75\rho_b$  puede desarrollar una falla por compresión. Además es difícil colocar el refuerzo en el concreto en una viga con un  $\rho$  cerca de  $0.5\rho_b$ . Por éstas razones es buena práctica limitar el porcentaje de acero máximo de  $0.4$  a  $0.5\rho_b$ .

El límite para tensión controlada según ACI corresponde a  $\rho = 0.563\rho_b$  para una viga rectangular con refuerzo en tensión solamente.

### Ejemplo 3-2. Análisis de una viga simplemente reforzada. El refuerzo en tensión fluye

Calcular la capacidad a momento nominal de tres vigas, cada una con  $b = 25$  cm,  $d = 50$  cm, 3 Varillas #8 dando  $A_s = 3 \times 5.06 = 15.19$  cm<sup>2</sup> y

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{15.19}{25 \times 50} = 0.0121$$

**Viga 1:**  $f'_c = 210$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f_y = 4200$  kg/cm<sup>2</sup>

1.- Calcular "a": Considerar que el esfuerzo en el acero,  $f_s$ , es igual a  $f_y$  (el cual corresponde a  $\rho = \rho_b$ ) lo cual será revisado en el paso 2.

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{15.19 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 25} = 14.30 \text{ cm}$$

2.- Revisar si  $f_s = f_y$  y si la sección está en tensión controlada.

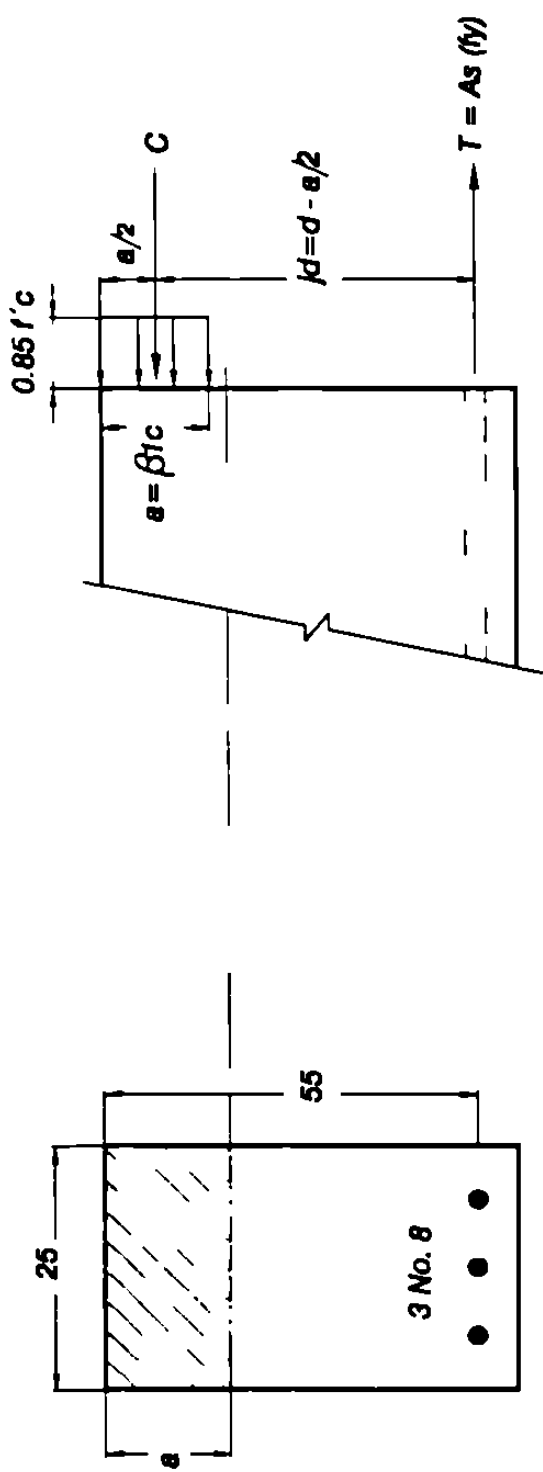
Si  $a/d \leq a_{\text{c}}/d$ ,  $f_s$  será igual a  $f_y$ , donde:

$$a_{\text{c}}/d = \beta_1(6100/6100 + f_y) = 0.85(6100/10,300) = 0.503$$

$$a/d = 14.30/50 = 0.286 \text{ es menor que}$$

$$a_{\text{c}}/d = 0.503, \quad f_s = f_y$$

Para revisar si la sección está en tensión controlada  $a/d_t \leq a_{\text{c}}/d_t$ . En este caso  $d_t = d$ .



(a) Sección transversal

(b) Fuerzas internas.

FIGURA DEL EJEMPLO 3-2.

Porque el acero se considera en una sola capa.

$$\frac{a_{ci}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.375 \times 0.85 = 0.319$$

$$\frac{a}{d} = 0.286 \text{ es menor que } 0.319$$

La sección está en tensión controlada y  $\phi = 0.90$ .

### 3.- Capacidad a momento nominal, $M_n$ .

$$\begin{aligned} M_n &= A_s f_y (d - a/2) \\ &= 15.19 \times 4200 (50 - 14.30/2) \\ &= 2,733,744 \text{ kg-cm.} = 27,337 \text{ kg-m.} \\ &= 27.337 \text{ ton-m.} \end{aligned}$$

$$\phi M_n = 0.90 \times 27.337 = 24.603 \text{ ton-m.}$$

**Viga 2: Mismo  $A_s$  que viga 1 excepto que  $f'_c = 420 \text{ kg/cm}^2$**

#### 1.- Calcular "a":

$$a = \frac{15.9 \times 4200}{0.85 \times 420 \times 25} = 7.15 \text{ cm}$$

#### 2.- Revisar si $f_s = f_y$ y si la sección está en tensión controlada

$$a/d = 7.15/50 = 0.143$$

$$a/d = \beta_1 (6100/6100 + f_y)$$

donde  $\beta_1$  de la Sección ACI 10.2.7.3

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \times \frac{(420 - 280)}{70} = 0.75$$

$$a/d = 0.75 (6100/6100 + 4200) = 0.444$$

Como  $\frac{a}{d} = 0.143 < \frac{a_b}{d} = 0.444$ ,  $f_s = f_y$

$$\frac{a_{tcl}}{d} = 0.375 \beta_1 = 0.375 \times 0.75 = 0.281$$

Como  $a/d = 0.143 < a_{tcl} = 0.281$  la sección está en tensión controlada y  $\phi = 0.90$ .

3.- Calcular  $M_n$ :

$$M_n = 15.19 \times 4200 (50 - 7.15/2) = 2,961,822 \text{ kg-cm}$$

$$= 29,618 \text{ kg-m.}$$

$$= 29.618 \text{ ton-m.}$$

$$\phi M_n = 0.90 \times 29.618 = 26.656 \text{ ton-m.}$$

**VIGA 3: Mismo  $A_s$  que viga1 excepto que  $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$**

1.- Calcular "a" :

$$a = \frac{15.19 \times 2800}{0.85 \times 210 \times 25} = 9.53 \text{ cm}$$

2.- Revisar si  $f_s = f_y$  y si la sección esta en tensión controlada.

$$a/d = 9.53/50 = 0.91$$

$$a_b/d = 0.85 (6100/6100+2800)$$

$$= 0.85 (6100/8900) = 0.582$$

$$\frac{a_{tcl}}{d} = 0.375 \times 0.85 = 0.319$$

Entonces  $f_s = f_y$  la sección está en tensión controlada y  $\phi = 0.90$

3.- Calcular  $\phi M_n$ :

$$M_n = 15.19 \times 2800 \frac{(50 - 9.53)}{2} = 1,923,935 \text{ kg-cm.}$$

$$= 19,239 \text{ kg-m.}$$

$$= 19.239 \text{ ton-m.}$$

$$\phi M_n = 0.90 \times 19.239 = 17.315 \text{ ton-m.}$$

Nótese que al reducir  $f_y$  en un 33% se reduce  $M_n$  en un 30%.

CUADRO DE RESULTADOS			
VIGA	$f_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$f_y$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\phi M_n$ (ton-m)
1	210	4200	24.603
2	420	4200	26.656
3	210	2800	17.315

**Ecuaciones para  $M_n$  y  $\phi M_n$ : Acero de tensión elástica en la falla.**

Por estática:  $C = T$

$$0.85 f_c b a = A_s f_s = \rho E_s \epsilon_s b d$$

Del diagrama de deformaciones por triángulos semejantes:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cu} ((d-c)/c)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior y haciendo  $a = \beta_1 c$ .

$$0.85 f_c a^2 = \rho E_s \epsilon_{cu} \beta_1 d^2 - \rho E_s \epsilon_{cu} a d$$

$$(0.85 f_c / \rho E_s \epsilon_{cu}) a^2 + (d) a - \beta_1 d^2 = 0$$

Es una cuadrática en "a" y con este valor calcular  $\phi M_n$ .

Las vigas  $\rho > \rho_b$  no las permite el ACI en la Sección 10.3.3. pero son permitidas por la Sección B10.3.3. requiriendo que  $\phi$  se tome igual a 0.70. El código ACI no da valores de  $\phi$  para cuando en una viga  $\rho > \rho_b$ . En mi opinión usaría  $\phi = 0.70$  en vez de 0.90 usado para flexión para calcular la capacidad  $\phi M_n$ , debido a la forma súbita de la falla por compresión. Cuando  $\rho$  es mayor que  $\rho_b$ , el valor de  $M_n$  cambia poco con el  $\rho$ . Esto porque  $f_s$  y  $j d$  disminuyen cuando  $A_s$  se incrementa. En 1937 Whitney usó un análisis semi-empírico para determinar la capacidad de momento por falla de compresión con:

$M_n = 0.333 f_c b d^2$ . Usando la solución exacta, la constante de esta ecuación resulta entre 0.29 y 0.35 para vigas con  $\rho = \rho_b$ , incrementándose aproximadamente 10% con  $\rho = 2\rho_b$ .

### Ejemplo 3-3. Análisis de viga simplemente reforzada. Acero en tensión elástica

Calcular la capacidad nominal a momento  $M_n$ , de una viga que tiene  $b = 25$  cm,  $d = 50$  cm,  $A_s = 30.36$  cm<sup>2</sup> (6 Varillas #8),  $f_c = 210$  Kg/cm<sup>2</sup>,  $f_y = 4200$  kg/cm<sup>2</sup>.

1.- Calcular "a". Cuando se calcula la capacidad de una viga y no sabemos si  $A_s$  fluye o no, suponemos que  $f_s = f_y$  y luego corregimos si es necesario entonces, tentativamente  $a = A_s f_y / (0.85 f_c (b))$

$$a = \frac{30.36 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 25} = 28.57 \text{ cm}$$

2.- Revisar si  $f_s = f_y$  y si la sección está en tensión controlada.

$$a/d = 28.57/50 = 0.571$$

$$a_b/d = \beta_1 (6100/6100 + f_y) = 0.503$$

Como  $a/d$  es menor que  $a_b/d$  la viga falla por compresión y  $f_s$  es menor que  $f_y$ , la sección está en compresión controlada.

3.- calcular "a" nuevamente.

$$(0.85 f_c \rho E_s \epsilon_{cu}) a^2 + (d)a - \beta_1 d^2 = 0$$

$$\rho = 30.36/25 \times 50 = 0.024$$

$$a = \frac{0.85 \times 210}{0.024 \times 2,030,000 \times 0.003} = 1.2221$$

$$1.2221a^2 + 50a - 0.85(50)^2 = 0$$

$$1.2221a^2 + 50a - 2125 = 0$$

$$a = \frac{-50 + \sqrt{2500 - 4(1.2221)(2125)}}{2 \times 1.2221} = \frac{-50 \pm 113.24}{2 \times 1.2221}$$

$$a = 25.98 \text{ cm}$$

4.- Calcular  $M_n$ : Como no se conoce  $f_s$ , utilizamos la ecuación de  $M_n$  en función de  $f_c$ .

$$M_n = 0.85 f_c ab(d-a/2)$$

$$M_n = 0.85 \times 210 \times 25.98 \times 25 (50 - 25.98/2)$$

$$= 4,290,782 \text{ kg-cm} = 42,908 \text{ kg-m.}$$

$$= 42.908 \text{ ton-m.}$$

Como la sección está en compresión controlada y no contienen refuerzo en espiral, según ACI Sección B9.3.2.2 (b) da  $\phi = 0.70$  y  $\phi M_n = 30.036 \text{ ton.-m.}$

Con la ecuación de Whitney:

$$M_n = 0.333 f_c b d^2 = 0.333 \times 210 \times 25 \times (50)^2$$

$$= 4,370,625 \text{ kg-cm} = 43,706 \text{ kg-m.}$$

$$= 43.706 \text{ ton-m.}$$

El cuál es aproximado el valor de  $M_n$  con la ecuación. exacta  $M_n = 42.908 \text{ ton-m}$

### **Relación entre el peralte de las vigas y las deflexiones.**

Las deflexiones en una viga pueden calcularse con ecuaciones de la forma:

$$\Delta_{\max} = C_1 (w l^4 / EI)$$

Expresando ésta ecuación en función de la deformación del acero y la profundidad del eje neutro se puede llegar a una ecuación de la forma:

$$\Delta/\ell = C (\ell/d)$$

Entonces, para cualquier relación de deflexión a claro  $\Delta/\ell$  aceptable se puede obtener una relación claro a peralte  $\ell/d$ , la cual si se excede puede resultar una deflexión no aceptable. La tabla 9.5 (a) del ACI da espesores mínimos de losas o peraltes de vigas para evitar el calcular deflexiones.

## **RECUBRIMIENTO DEL CONCRETO Y ESPACIAMIENTO DE VARILLAS**

Es necesario tener un recubrimiento entre la superficie de la losa o viga y las varillas de refuerzo por cuatro razones principales:

**1.- La adherencia entre los dos materiales.** La eficiencia de la adherencia se incrementa al incrementarse el recubrimiento. Un recubrimiento mínimo en función del diámetro de la varilla se requiere para este propósito en vigas y columnas.

**2.- La protección del refuerzo contra la corrosión.** Depende del medio ambiente y el tipo de miembro, variando el recubrimiento de 3/8" (1.00 cm) a 3" (7.5 cm) (ACI Sección 7.7). En ambientes altamente corrosivos como en losas expuestas a sales o sulfatos, el recubrimiento se incrementa. En los comentarios el ACI Sección R 7.7 permite usar métodos alternativos para incrementar los recubrimientos para elementos expuestos a la intemperie. Un ejemplo de un método alternativo puede ser una membrana a prueba de agua en la superficie expuesta.

**3.- Proteger el refuerzo de la pérdida de resistencia debida al sobrecalentamiento en el caso de fuego.** El recubrimiento para proteger del fuego está especificado en el Código de Construcción local. Por lo general 3/4" (2 cm) de recubrimiento en una losa estructural protege durante 1 hora del fuego. Mientras que un recubrimiento de 1 1/2" (4 cm) con estribos o anillos de vigas corresponde a 2 horas contra el fuego.

**4.- Recubrimiento adicional en las losas, particularmente en garages y fábricas, aumenta la resistencia a la abrasión por el tráfico intenso.**

Los recubrimientos libres se especifican en el ACI Sección 7.7.1. a menos que se especifique en otra parte. El arreglo de las varillas en una viga será de tal forma que estén rodeadas de suficiente concreto para poder transmitir las fuerzas; debe haber suficiente espaciamiento para permitir el paso del vibrador por la parte superior de la viga y compactar la masa.



Las secs. 3.3.2, 7.6.1 y 7.6.2 del ACI especifican los espaciamientos y recubrimientos como se muestra en las Figuras de la hoja siguiente.

### Ejemplo 3-4.- Cálculo de “d” y “b” mínimos

Calcular el peralte efectivo “d” y el ancho “b” para la viga mostrada en la Figura siguiente. El tamaño máximo del agregado grueso especificado es 3/4” (2 cm). El peralte total de la viga es 60 cm.

La viga tiene dos tamaños diferentes de varillas.

Las varillas de mayor diámetro están en la cama inferior lo cuál aumenta el brazo de palanca del par interno. Nótese también que las varillas. están colocadas simétricamente con respecto a la línea de centros de la viga. Las varillas. de la cama superior están en línea con las de la cama inferior.

Por la Sección 7.7.1 del ACI el recubrimiento libre de los estribos es 1.5” (4 cm). De las Secciones. 7.6.2 y 3.3.2 la distribución mínima entre camas es la mayor de 1 pulgada (2.5 cm), 1 1/3 veces, el tamaño del agregado grueso, el cuál es 1 1/3 x 3/4 = 1 pulgada (2.5 cm).

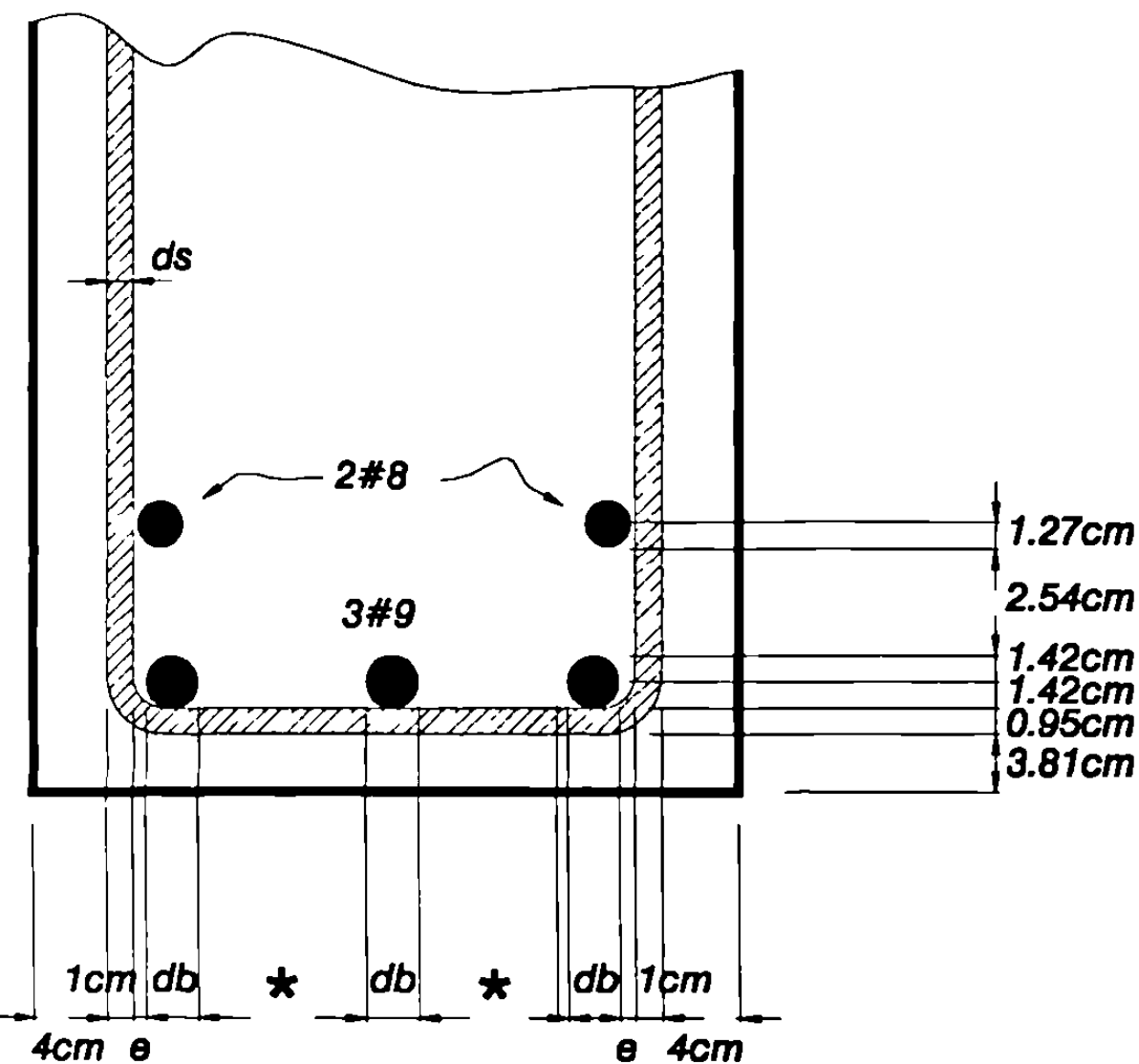
1.- Calcular centroide de varillas.

CAPA	AREA A(cm <sup>2</sup> )	DIST. AL PAÑO, Y (cm)	AY (cm <sup>3</sup> )
Inferior	3 x 6.42 = 19.26	3.81 + 0.95 + 1.42 = 6.18	119.03
Superior	2 x 5.07 = 10.14	3.81+0.95+2.84+2.54+1.27 =11.41	115.70
A=	29.40		234.73 cm <sup>3</sup>

$$\bar{y} = \frac{AY}{A} = \frac{234.73}{29.40} = 7.98 \text{ cm} = 8.0\text{cm al paño de la viga.}$$

El peralte efectivo es:  $d = 60 - 8 = 52 \text{ cm.}$

## 2.- Cálculo del ancho mínimo.



$d_s$  = diámetro del estribo =  $3/8" = 0.95$  cm.

$d_b$  = diámetro de la varilla =  $9/8" = 2.86$  cm.

$e$  = espacio =  $2 d_s - 0.5 d_b = 2 \times 0.95 - 0.5 \times 2.86$

$$= 1.9 - 1.43 = 0.47 \text{ cm}$$

\* No menor que: 1 pulg. = 2.5 cm o  $d_b = 2.86$  cm.

$b_{\min.} = 8 + 2 + 2 \times 0.47 + 5 \times 2.86$

$$= 25.24 \text{ cm} \approx 26 \text{ cm.}$$

Generalmente es satisfactorio estimar el peralte efectivo de una viga usando:

Para vigas con refuerzo en una cama:  
 $d \approx h - 2.5 \text{ pulg.} = h - 6.35 \text{ cm} \approx h - 6 \text{ cm}$

Para vigas con refuerzo en dos camas:  
 $d \approx h - 3.5 \text{ pulg.} \approx h - 8.89 \text{ cm.} \approx h - 9 \text{ cm.}$

Para losas de concreto reforzado el recubrimiento libre mínimo es 3/4" (2 cm). Generalmente se usan varillas. números 3, 4, ó 5. Para este caso:

Losa en una sola dirección con claros hasta 3.70 m.  
 $d \approx h - 2.5 \text{ cm.}$

Losa en una dirección con claro mayor de 3.70 m.  
 $d \approx h - 3 \text{ cm.}$

Generalmente hablando,  $b$  no debe ser menor de 25 cm y preferentemente no menor de 30 cm para vigas, cuando se tienen 2 varillas. Únicamente en un caso extremo se puede usar un ancho mínimo de 20 cm. Cuando se tienen vigas con varias camas de refuerzo debemos cuidar los espaciamientos mínimos que permitan el paso del vibrador.

### Refuerzo mínimo

Si el momento de agrietamiento excede la resistencia de la viga después de agrietarse, una falla súbita puede ocurrir. Por esta razón el ACI en la Sección 10.5 requiere una cantidad mínima de refuerzo por flexión igual a:

$$A_{s_{\min}} = \frac{0.8 \sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \geq 14.5 \frac{b_w d}{f_y} \quad (\text{ACI Ec. 10.3})$$

dónde  $f_c$  y  $f_y$  están en  $\text{kg/cm}^2$

Para vigas T estáticamente determinadas con patín en tensión el  $A_{s_{\min}}$  será igual o mayor que el menor valor dado por:

$$A_{s_{\min}} = \frac{1.6 \sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \quad (\text{ACI Ec.10-4})$$

o por la ecuación. 10 - 3 con  $b_w$  definida como el ancho del patín.

### EJEMPLO 3-5. Diseño del refuerzo cuando “b” y “h” se conocen

El primer tipo de problema de diseño es el caso en el cual las dimensiones de la sección transversal han sido establecidas por razones no-estructurales, o por apariencia arquitectónica, existencia de formas estándar, resistencia al fuego y otras. En este caso, b y d (o h) son conocidas y solamente se requiere calcular  $A_s$ .

Por razones arquitectónicas es necesario que la viga mostrada en el Figura sea de 60 cm. de ancho y 60 cm de peralte total. Las resistencias del concreto y el acero son de 210 y 4200 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente. Además la viga deberá soportar una sobrecarga muerta de servicio (no factorizada) de 1.5 ton/m. y una carga viva de servicio de 3.6 ton/m.

Calcular el área de refuerzo requerido en el centro del claro y seleccionar este refuerzo.

1.- Determinar momento factorizado,  $M_u$ .

$$\text{Peso/m de viga} = 0.60 \times 0.60 \times 2400 = 864 \text{ kg/m.} = 0.864 \text{ ton/m.}$$

$$\text{La carga factorizada es: } U = 1.4D + 1.7L \quad (\text{ACI Ec. 9.1})$$

$$\text{ó } W_u = 1.4 (1.5 + 0.864) + 1.7 \times 3.6 = 9.43 \text{ ton/m.}$$

$$\text{sobre carga muerta} = 1.5 \text{ ton/m.}$$

$$\text{carga viva de servicio} = 3.6 \text{ ton/m.}$$

El efecto de la carga factorizada (momento último factorizado) es:

$$M_u = \frac{W_u l_n^2}{8} = \frac{9.43 (6)^2}{8} = 42.435 \text{ ton-m.}$$

Es necesario, entonces proveer  $\phi M_n \geq M_u$  ó  $\phi M_n \geq 42.435 \text{ ton-m.}$

2.- Calcular el peralte efectivo, d.

Debido a que la viga es muy ancha, se consideran todas las varillas en una sola cama. d, puede ser estimado como:

$$d \approx h - 6 \text{ cm} = 60 - 6 = 54 \text{ cm.}$$

3.- Determinar el área de refuerzo,  $A_s$ :

Considerar que  $jd = d - a/2 = 0.875d$  (esto es equivalente a considerar que  $a = 0.875 \times 54 = 47$  cm)

Acero de refuerzo :

$$A_s = M_u / \phi f_y jd = 4,243,500 / (0.90 \times 4200 \times 47)$$

$$A_s = 23.88 \text{ cm}^2$$

Posibles soluciones de la Tabla A - 10:

$$7 \text{ varillas No. 7, } A_s = 7 \times 3.88 = 27.16 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ varillas No. 8, } A_s = 5 \times 5.07 = 25.35 \text{ cm}^2$$

$$4 \text{ varillas No. 9, } A_s = 4 \times 6.42 = 25.68 \text{ cm}^2$$

Considerar 7 varillas #7 ya que se acomodan mejor en el ancho de 60 cm.

4.- Revisar si  $A_s \geq A_{s(\text{min})}$ .

$$A_{s(\text{min})} = (14.5 b_w d) / f_y = (14.5 \times 60 \times 54) / 4200 = 11.18 \text{ cm}^2$$

5.- Determinar  $a$  y  $a/d$  y revisar que  $\rho \leq 0.75\rho_b$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{27.16 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 60} = 10.65 \text{ cm}$$

$$a/d = 10.65/54 = 0.197$$

Revisar si  $\rho \leq 0.75\rho_b$ , o bien  $a/d$  es menor que  $0.75a_b/d$ .

$$a_b/d = \beta_1 (6100 / 6100 + 4200) = 0.503$$

$$0.75a_b/d = 0.377$$

6.- Determinar  $M_n$  y  $\phi M_n$ .

Debido a que  $A_s$  ha sido calculado con un valor estimado de  $jd$  es necesario revisar si el refuerzo seleccionado es adecuado por capacidad de momento. Y también revisar si  $d$  es apropiado.

Momento nominal

$$M_n = A_s f_y (d - a/2) = 27.16 \times 4200 (54 - 10.65/2) = 5,552,455 \text{ k-cm}$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 5,552,455 = 4,997,209 \text{ kg-cm.}$$

$$= 49.972 \text{ ton-m.}$$

$$M_u = 42.435 \text{ ton-m} < \phi M_n.$$

### **Diseño de vigas cuando “b” y “h” no se conocen**

El segundo tipo de problema de diseño involucra determinar  $b$ ,  $d$  y  $A_s$ . Se estima preliminarmente la carga muerta de la viga, seleccionando las dimensiones  $b$  y  $d$  de la viga. Para proponer el peso de la viga nos podemos basar en que éste para una viga de selección rectangular es aproximadamente del 10 al 20% de las cargas que soporta. Alternativamente se puede estimar  $h$  como aproximado 8 a 10% del claro (1 pulg., por pie de claro), estimar  $b$  como  $0.5h$ , y usar estas dimensiones para determinar el peso. Posteriormente la carga muerta y rediseñar.

Es entonces necesario seleccionar un porcentaje de acero  $\rho$  el cual se usa para determinar  $\phi M_n$  y determinar  $b$  y  $d$ . Este peso es el que repercute en un diseño económico; generalmente,  $\rho \approx 0.01$  es una solución económica; por ductilidad, generalmente  $\rho$  oscila entre  $0.35\rho_b$  y  $0.4\rho_b$  da un nivel deseado de ductilidad; y por otro lado es necesario considerar también que si  $\rho$  excede  $0.015$  puede resultar difícil colocar el refuerzo. Para refuerzo, Grado 60,  $0.4\rho_b$  es  $0.0114$  para  $f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$  y  $0.0134$  para  $350 \text{ kg/cm}^2$  de  $f_c$ . Por esta razón nuestro diseño será ideal considerando que  $\rho = 0.010$  en el punto de máximo momento en todos los casos.

### **Factores a considerar para determinar “b” y “h”**

**1.- Una viga aperaltada requiere menor refuerzo.** Pero por otro lado incrementa el costo y reduce la altura libre por piso lo que ocasiona mayor altura de todo el edificio.

**2.- Mayores longitudes de desarrollo para varillas menos espaciadas.** Esto normalmente no es un problema excepto en extremos de varillas en vigas cortas rectangulares.

**3.- Puede ser posible calcular deflexiones** si el peso total de la viga excede los valores dados por la Tabla 9.5a del ACI.

**4.- Para secciones rectangulares** es práctica común seleccionar  $d/b$  entre 1.5 y 2.

El paso final en el diseño es determinar el área de acero requerido correspondiente a "b" y "d" seleccionados y llenar los requisitos de resistencia, economía y estética que optimizan un buen diseño.

### **Ejemplo 3-6.- Diseño de una viga cuando "b" y "d" no se conocen**

Datos:

Carga viva de servicio = 2.50 ton/m.

Carga muerta de servicio = 1.50 ton/m.

Claro = 10.00 m

$f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Determinar: b, d y  $A_s$ .

#### 1 - Estimar el peso propio de la viga:

Considerando que el peralte total h es aproximado del 8 al 10% del claro.

$$h \approx 0.08 \times 1000 = 80 \text{ cm}$$

$$b \approx 0.5 h = 40 \text{ cm.}$$

$$\text{Peso propio} = 0.40 \times 0.80 \times 2400 = 768 \text{ kg/m.}$$

#### 2.- Calcular $M_u$ :

$$M_u = W_u L_n^2 / 8$$

$$W_u = 1.4 (1.5 + 0.768) + 1.7 (2.50) = 7.425 \text{ ton/m.}$$

$$M_u = \frac{7.425 (10)^2}{8} = 92.815 \text{ ton-m.}$$

### 3.- Calcular b y d:

De la ecuación  $M_u = \phi f_c b d^2 \omega (1 - 0.59\omega)$

despejamos  $b d^2 = M_u / \phi f_c \omega (1 - 0.59\omega)$

dónde:  $\omega = \rho \frac{f_y}{f_c}$  proponiendo  $\rho = 0.01$

$$\omega = 0.01 \times \frac{4,200}{210} = 0.20$$

haciendo  $k_n = f_c \omega (1 - 0.59 \omega)$

$$= 210 \times 0.2 (1 - 0.59 \times 0.2)$$

$$= 37.044$$

$$b d^2 = \frac{M_u}{\phi k_n} = \frac{9,281,500}{0.90 \times 37.044}$$

$$b d^2 = 278,393 \text{ cm}^3$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$d = \sqrt{278,393/40} = 83 \text{ cm}$$

$$h = 83 + 7 = 90 \text{ cm}$$

Proponiendo una sección de 40 x 90 cm.

### 4.- Recalcular $M_u$ .

Peso propio =  $0.40 \times 0.90 \times 2400 = 864 \text{ kg/m}$ .

$W_u = 1.4 (1.5 + 0.864) + 1.7 (2.5) = 7.56 \text{ ton/m}$ .

$$M_u = \frac{7.56 (10)^2}{8} = 94.495 \text{ ton-m}$$



5.- Calcular el área del refuerzo,  $A_s$ :

Considerar  $jd = (d-a/2) = 0.875 d$

$$= 0.875 \times 83 = 72 \text{ cm.}$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y jd} = \frac{9,449,500}{0.90 \times 4200 \times 72} = 34.72 \text{ cm}^2$$

$$A_{s \text{ (min)}} = \frac{0.8 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (\text{ACI 10.3})$$

$$= \frac{0.8 \sqrt{210}}{4200} \times 40 \times 83 = 9.16 \text{ cm}^2$$

Proponiendo varillas # 8

$$N^\circ \text{ Varillas.} = 34.72 / 5.07 = 6.8 \approx 7 \text{ varillas.}$$

Según la Tabla A-6 producto del análisis respetando espaciamientos y recubrimientos mínimos para 7 varillas #8 se requiere un ancho mínimo de 20 cm y se tienen 40 cm.

6.- Calcular d:

$$d = h - r = 90 - 7 = 83 \text{ cm.}$$

7.- Calcular "a" y revisar si  $f_s = f_y$  y si la sección está en tensión controlada.

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{5.07 \times 7 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 40} = 20.88 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{d} = \frac{20.88}{83} = 0.251$$

De la Tabla A - 4  $(a_b/d) = 0.503$

entonces  $\frac{a_b}{d} > \frac{a}{d}$  luego  $f_s = f_y$

$$d = d_t = 83 \text{ cm}$$

$$a/d_t = 0.251$$

$$a_{icd} / d_t = 0.375 \beta_1 = 0.375 \times 0.85 = 0.319$$

$$a / d_t = 0.251 < a_{icd} / d_t = 0.319$$

La sección está en tensión controlada y  $\phi = 0.90$

8.- Calcular  $\phi M_n$ :

$$\begin{aligned} \phi M_n &= \phi A_s f_y (d - a/2) = 0.90 \times 35.49 \times 4200 (83 - 20.88/2) \\ &= 9,734,084 \text{ kg-cm} = 97,341 \text{ kg-m.} = 97.341 \text{ ton-m.} \end{aligned}$$

$\phi M_n > M_u$                       Está bien la sección propuesta.

### PROBLEMAS

3-1.- En la Figura P3-1 se muestra una viga simplemente apoyada y la sección transversal de la mitad del claro. La viga soporta una carga uniforme de servicio muerta (no factorizada) de 2.0 ton/m. y una carga viva de servicio de 2.20 ton/m. la resistencia del concreto es  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  y el esfuerzo de fluencia del acero es  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . El concreto es de peso normal.

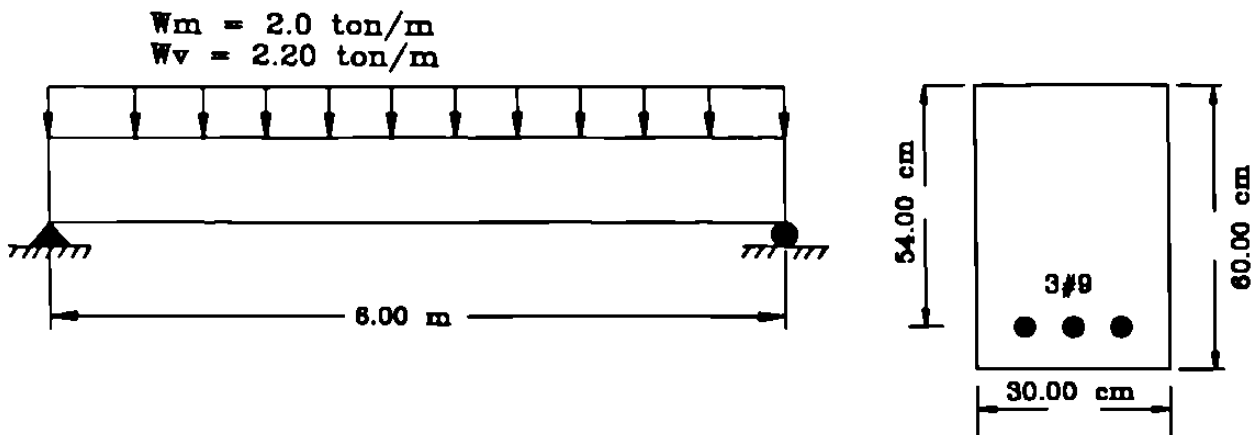


Figura P3-1

- a).- Calcular el peso en kg/m de la viga, la carga factorizada por metro,  $W_u$  y el momento debido a las cargas factorizadas,  $M_u$  y dibujar el diagrama de momentos flexionantes.
- b).- Calcular  $\phi M_n$ , para la sección mostrada. Es la sección suficiente?
- c).- Dibujar la sección de la mitad de claro mostrando:
  - 1.- La localización de la zona de compresión.
  - 2.- Las dimensiones de b, d, h y a.

**3-2.-** En la sección del problema anterior considerar que la deformación máxima de compresión en el concreto es 0.003, y calcular la deformación en el acero correspondiente a el momento  $M_n$  si  $f_s = f_y$ .

**3-3.-** Para cada una de las vigas mostradas en la figura P3 - 3 (pág 81) se pide:

(a).- Dibujar la curva elástica o deformada del eje neutro de la viga.

(b).- Dibujar :

(b-1).- El diagrama de momentos flexionantes debido al peso de la viga.

(b-2).- El diagrama de momentos flexionantes para las otras cargas mostradas.

(b-3).- La suma de los dos diagramas.

(c) Mostrar en una vista longitudinal de la viga el refuerzo para el diagrama de momentos final, inciso (b-3).

**3-4.-** Una viga cantiliver de 3.60m de longitud soporta una carga muerta de servicio (no-factorizada) de 0.75 ton/m. La viga está hecha de concreto de peso normal de  $f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ , y tiene  $b = 40 \text{ cm}$ ,  $d = 39 \text{ cm}$ ,  $h = 45 \text{ cm}$ , está reforzada con 4 varillas #7 de grado 60. Calcular la máxima carga viva concentrada de servicio (no factorizada) que se puede aplicar a 0.30m del extremo libre.

**3-5.-** Explicar el significado de "viga sobrerreforzada" y viga "subreforzada".

**3-6 .-** (a).- Calcular el peralte efectivo  $d$ , y el mínimo ancho permisible  $b$ , de la sección mostrada en la figura P3-6. Usar los espaciamientos mínimos permitidos por el Código ACI, para un concreto con tamaño máximo de agregado grueso de  $\frac{3}{4}$ ". Seleccionar el recubrimiento para concreto no expuesto a la intemperie o en contacto con el suelo.

**3-7.-** Dar dos razones para los requisitos de espaciamiento mínimo por el Código ACI.

**3-8 .-** Una viga rectangular tiene  $b = 30 \text{ cm}$ ,  $h = 50 \text{ cm}$  y 8 varillas #8 en dos camas de 4 varillas,  $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . Calcular  $\phi M_n$ .

**3-9.-** Seleccionar  $b$ ,  $d$ ,  $h$  y el refuerzo para una viga rectangular simplemente apoyada la cual soporta una carga muerta de servicio de 2.25 ton/m; (inc. el peso propio), más una carga viva que consiste en dos concentradas de 4.5 ton localizadas a los tercios de un claro de 7.20m. Usar  $f_c=210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ .

3-10.- La viga mostrada en la Figura P3-10 soporta una carga muerta de servicio de 0.75 ton/m ; (inc. el peso propio) y una carga viva de servicio de 2.25 ton/m. La carga muerta actúa en toda la longitud de la viga pero la viva puede actuar en tres formas, como se indica en la Figura.

- (a).- Dibujar los diagramas de momento flexionante factorizado para los tres casos y envolvente de momento.
- (b).- Diseñar la viga seleccionando  $b$ ,  $d$  y  $h$ , y la varillas de refuerzo. Usar  $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ .
- (c).- Dibujar elevación de viga mostrando el refuerzo.
- (d).- Dibujar las secciones en los puntos de máximo momento positivo y negativo.

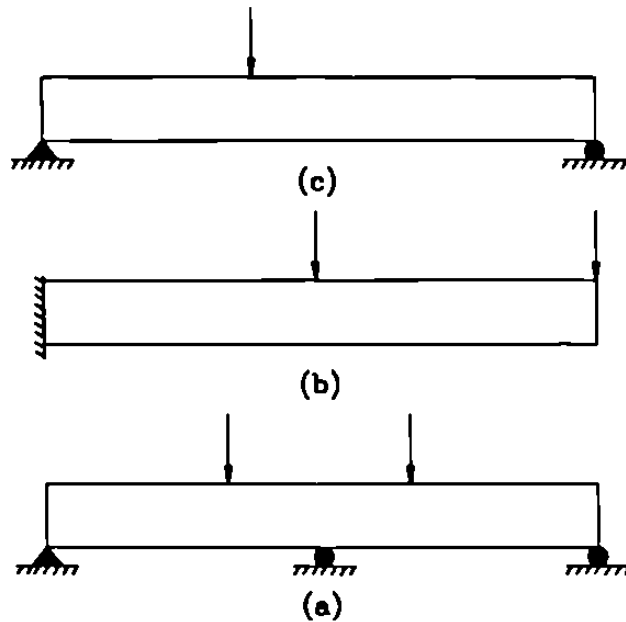


Figura P3-3

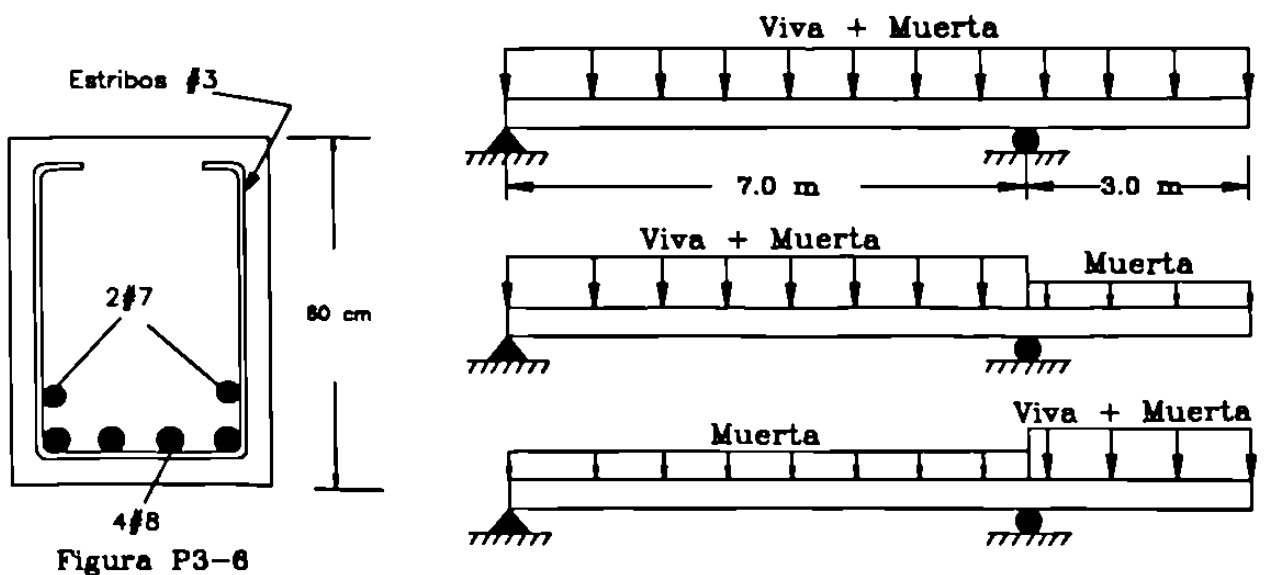


Figura P3-6

Figura P3-10

# **CAPÍTULO 4:**

## **FLEXIÓN: VIGAS T Y VIGAS CON REFUERZO EN COMPRESIÓN.**

**4.1.- Introducción.**

**4.2.- Vigas T.**

**4.3.- Vigas con Refuerzo a la Compresión.**

## **4.1.- INTRODUCCION.**

En el tema anterior la teoría de la flexión para el concreto reforzado ha sido desarrollada y aplicada a vigas rectangulares con refuerzo en la zona de tensión.

Frecuentemente, las vigas de concreto son en forma de T, I o con refuerzo tanto en la zona de tensión como de compresión.

En este tema la teoría de la flexión se extiende a cubrir este tipo de problemas.

Vigas en las que la sección transversal no es simétrica con respecto al eje de cargas o cuando la flexión se presenta con respecto a dos ejes requieren de un tratamiento especial porque el eje de deformación cero (eje neutro) no es paralelo con respecto al cual el momento resultante actúa, este tipo de casos no será considerado en este tema.

## **4.2.- VIGAS T.**

En el sistema de piso mostrado en la figura 4-1, la losa transmite las cargas en una dirección a las vigas. Durante la construcción se cuela el concreto de las columnas y se deja que frague antes de colar el concreto del sistema de piso (ACI Sección 6.4.5.). Posteriormente, se cuela el concreto de la losa y las vigas en forma monolítica (ACI Sección 6.4.6.).

Debido a esto parte de la losa trabaja con las vigas como se indica achurado en la figura. Una viga así se le denomina viga "T".

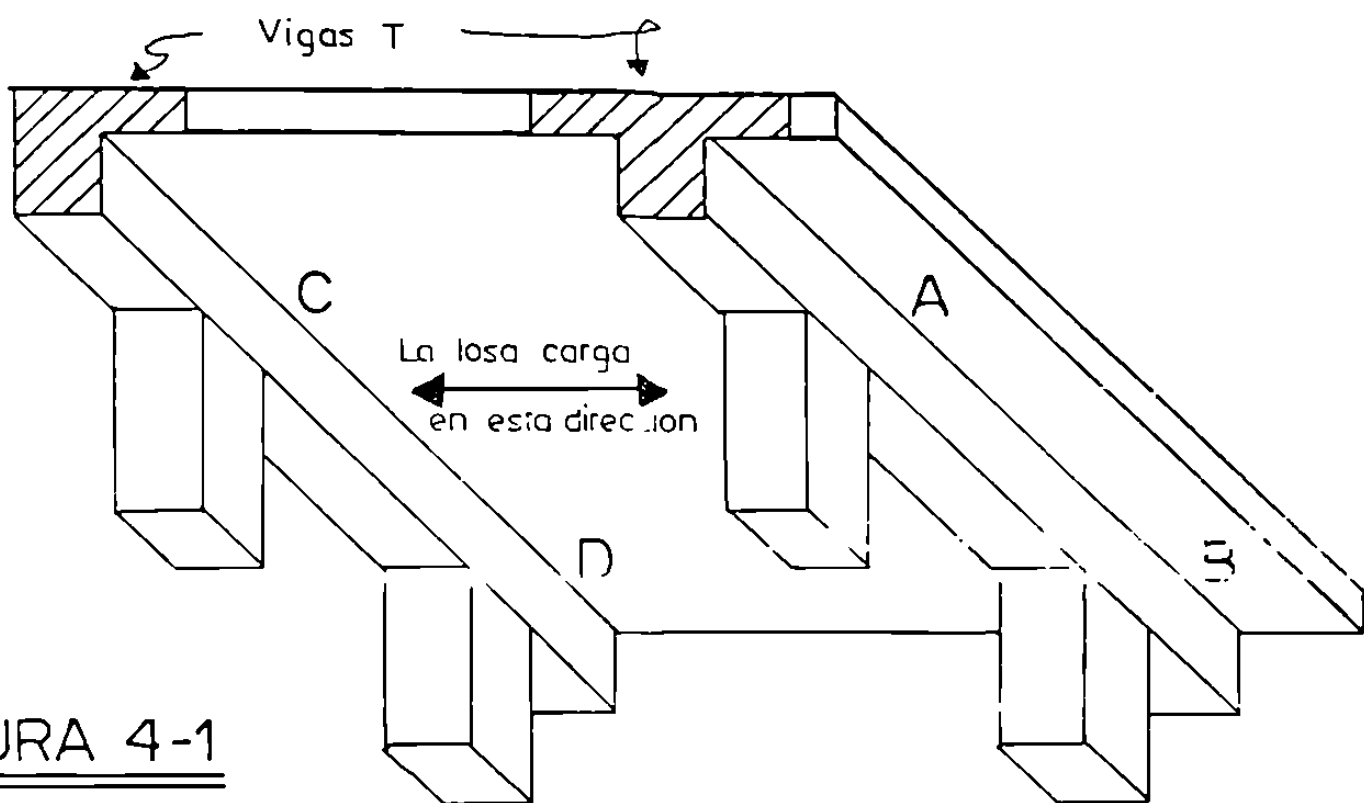


FIGURA 4-1