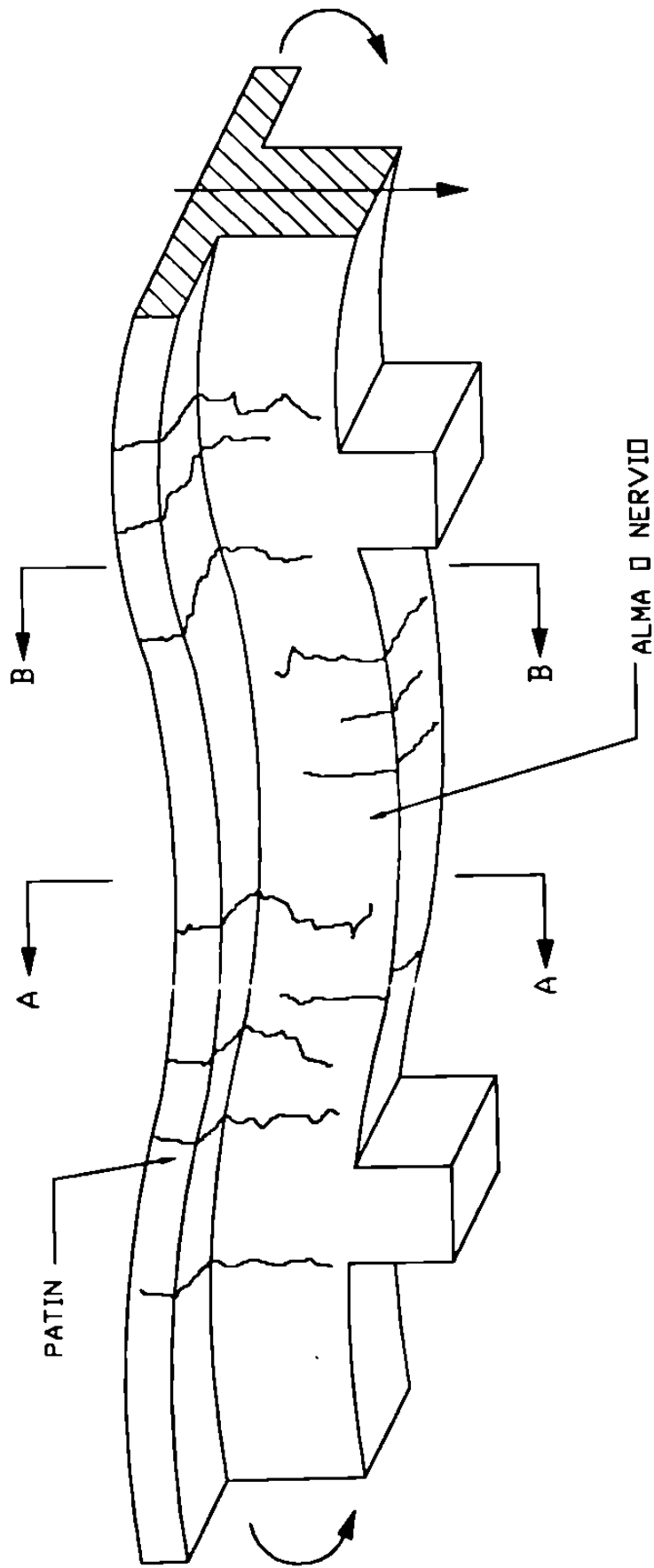


EN UNA VIGA 'T' CONTINUA COMO SE MUESTRA EN LA SIGUIENTE FIGURA (4-2)



8.- VIGA DEFORMADA.

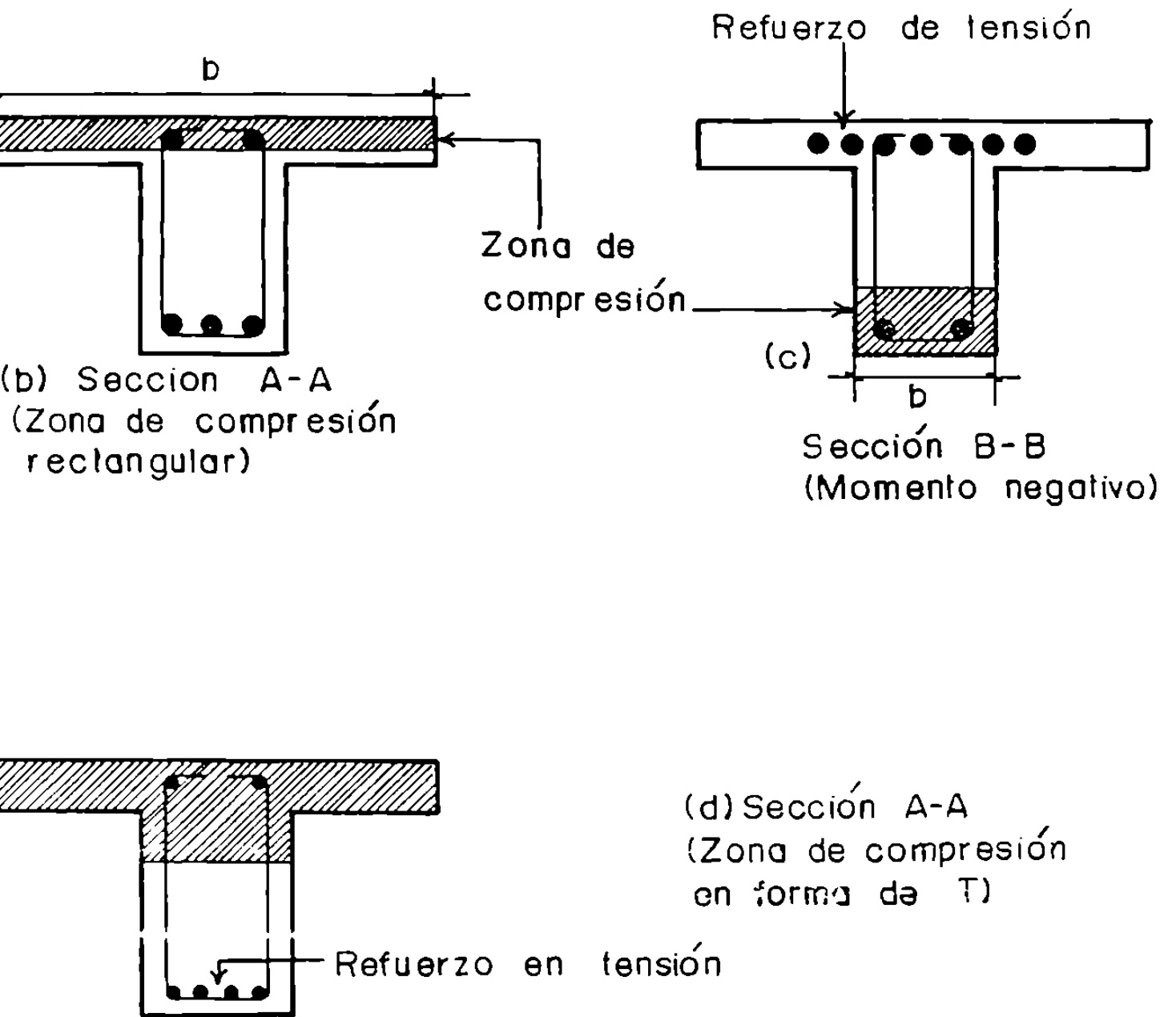


FIGURA 4.2. Regiones de momento positivo y negativo en una viga T

ANCHO EFECTIVO Y REFUERZO TRANSVERSAL

Las fuerzas que actúan en el patín de una viga T simplemente apoyada se ilustran en la Figura 4 - 4a. En el apoyo no hay esfuerzos de compresión en el patín. Mientras que en la mitad del claro todo el patín está esforzado.

Debido a la transición del cortante horizontal ante el alma y el patín disminuyen los esfuerzos de compresión en los puntos del patín alejados del alma.

En la figura 4-3 se muestra la distribución de esfuerzos de compresión en la losa la cual forma los patines de una serie de vigas aperaltadas en la sección de máximo momento positivo.

El esfuerzo de compresión es máximo en el alma y baja entre las almas. Cerca de los apoyos la variación de máximo a mínimo es más pronunciada.

Cuando se diseña una sección "T" para momento positivo, un "ancho efectivo" es usado (Figura 4-2b).

Varias soluciones se han usado para estimar el ancho efectivo del patín. Estas soluciones sugieren que el ancho es afectado por el tipo de carga (uniforme, concentrada), el tipo de apoyos, el espaciamiento entre vigas y la rigidez relativa de la losa y las vigas. Sin embargo, se ha ignorado el agrietamiento del patín observado en las pruebas.

El ACI en la sección 8.10 presenta reglas para estimar el ancho del patín para propósitos de diseño. Para una viga interior, el ACI en la Sección 8.10.2 establece que:

1.- El ancho efectivo del patín en compresión no debe exceder de $\frac{1}{4}$ del claro de la viga.

2.- El ancho del patín en voladizo a cada lado del alma no debe exceder el menor de 8 veces el espesor de la losa o un medio del claro libre a la siguiente alma.

El ACI en las secciones 8.10.3 y 8.10.4 especifica más reglas para vigas que tengan losa de un solo lado y para vigas T aisladas.

4.3.- ANALISIS DE VIGAS T.

Generalmente, la zona de compresión de una viga T es rectangular como se muestra en la figura 4-2a con un ancho "b". En ciertos casos en los que la zona de compresión tiene forma de "T", Figura 4-2b, el análisis considera dos vigas como se muestra en la figura 4-4.

Considerando la viga en la figura 4-4a con una profundidad del bloque de compresión "a", mayor que el espesor del patín, h_f . Las fuerzas internas en esta viga consisten en la fuerza de compresión C en el centroide de la zona de compresión y la fuerza de tensión $T = A_s f_y$, considerando que el acero fluye y el momento resistente es $M_n = Cjd$ ó $M_n = Tjd$.

Es necesario localizar el centroide del área achurada (donde "a" no se conoce) es conveniente considerar dos vigas hipotéticas; como se muestran en la Figura 4-4.

VIGA F:

Area de la zona de compresión = $(b - b_w)h_f$.

Fuerza de la zona de compresión $C_f = (0.85f_c)(b - b_w)h_f$

Para calcular el área del refuerzo requerido en la viga F, $T_f = C_f$, considerando: $f_s = f_y$.

$$A_{s_f} \cdot f_y = 0.85 f_c (b - b_w) h_f$$

$$A_{s_f} = \frac{0.85 f_c (b - b_w) h_f}{f_y}$$

El brazo de palanca es $(d - h_f/2)$, luego:

$$M_{n_f} = 0.85 f_c (b - b_w) h_f (d - h_f/2)$$

Alternativamente, tomando momentos con respecto a la línea de acción de C_f , da:

$$M_{n_f} = A_{s_f} \cdot f_y (d - h_f/2)$$

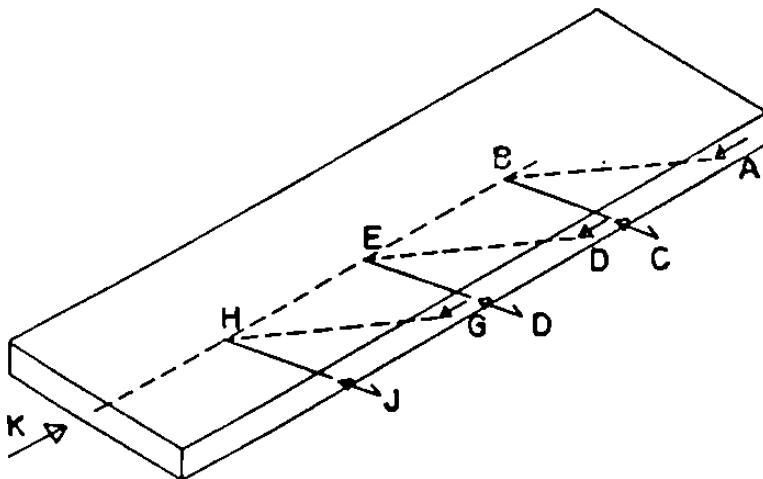
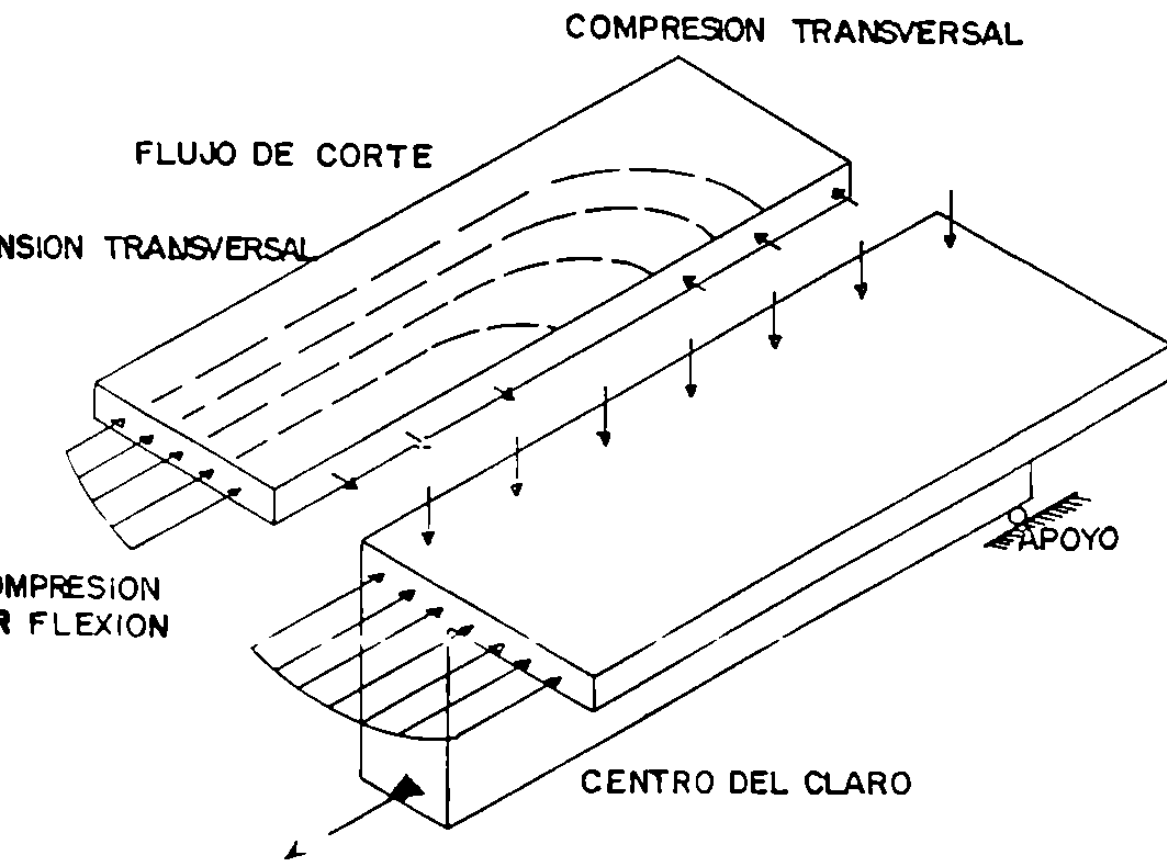
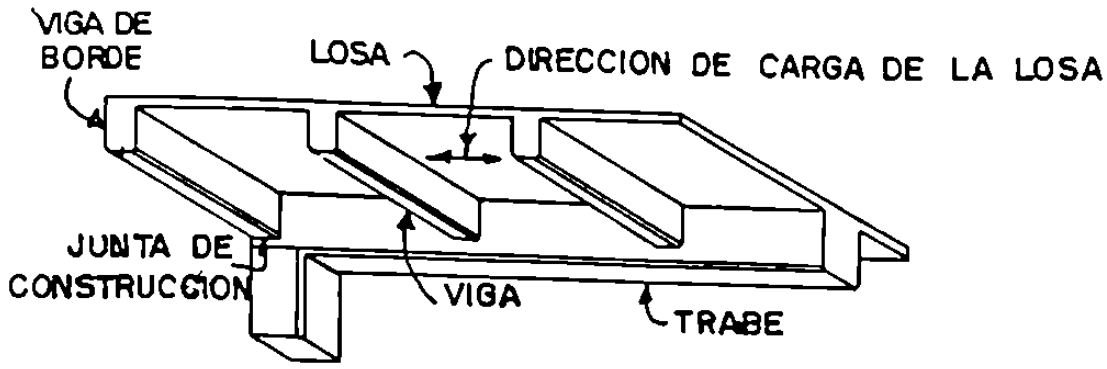
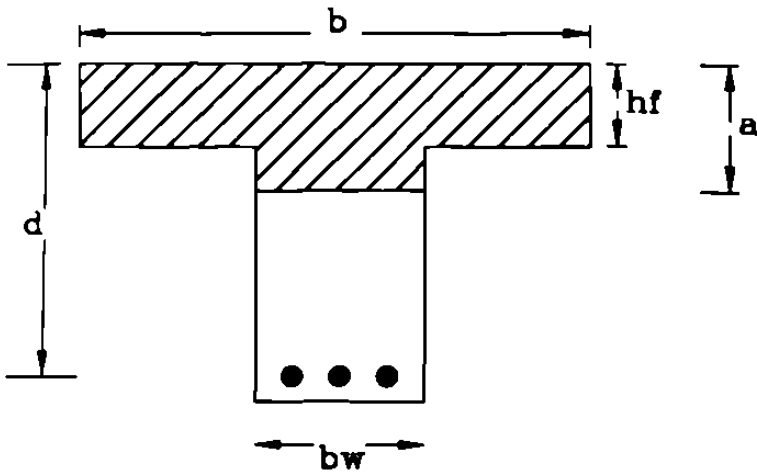
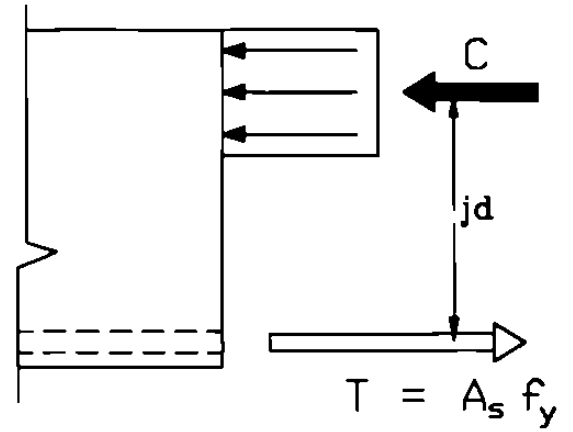


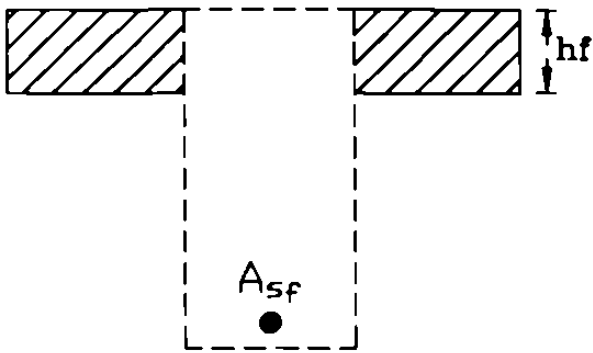
FIGURA 4-3



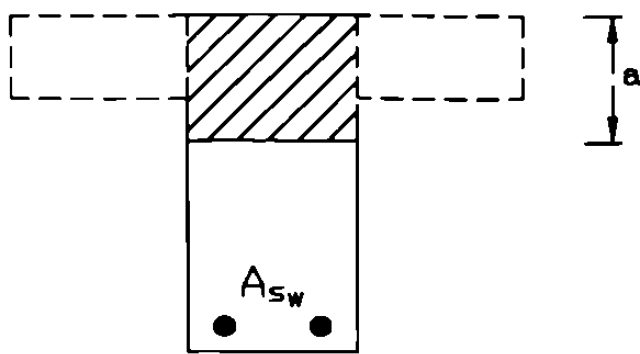
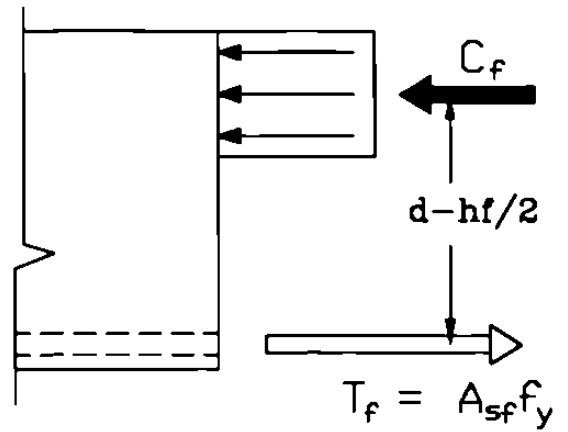
(a) Sección transversal



(b) Fuerzas internas



(c) Viga F



(d) Viga W

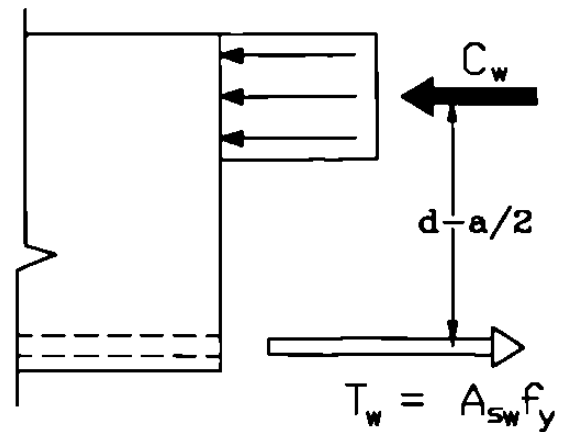


FIGURA 4-4

VIGA W:

Area del acero de tensión, $A_{s_w} = A_s - A_{s_f}$ fuerza de compresión

$$C_w = 0.85f'c b_w a$$

$$\text{ó } a = \frac{A_{s_w} f_y}{0.85 f'c b_w}$$

con brazo de palanca $(d-a/2)$

$$M_{rw} = A_{s_w} f_y (d-a/2)$$

VIGA "T" = VIGA F + VIGA W.

La capacidad a momento nominal de la viga T es la suma de las capacidades de las vigas F y W.

$$M_n = M_{rf} + M_{rw}$$

$$\text{ó } M_n = [A_{s_f} f_y (d-h_f/2)] + [A_{s_w} f_y (d-a/2)]$$

Finalmente la capacidad factorizada es ϕM_n .

Ocasionalmente, "a" puede ser igual a h_f . Esta se puede considerar como viga rectangular para propósitos de cálculo.

Determinar si $f_s = f_y$:

Para calcular M_n de la ecuación anterior es necesario revisar si $f_s = f_y$, esto se logra comparando (c/d) , ó (a/d) con las relaciones (C_b/d) ó (a_b/d) dados por:

$$\frac{C_b}{d} = \frac{6115}{6115 + f_y}$$

$$\text{y } a_b/d = \beta_1 (6115/6115+f_y)$$

LIMITE SUPERIOR DEL REFUERZO EN VIGAS "T" ACI APENDICE B.

No existe límite superior para la cantidad de refuerzo en tensión en vigas en el apéndice B del ACI. En lugar de eso el valor de ϕ se considera 0.90 para secciones de tensión controlada y 0.70 para secciones en compresión controlada sin refuerzo en espiral en la zona de compresión.

El refuerzo en espiral no se usa normalmente en vigas. En la zona de transición para las secciones controladas por tensión y las controladas por compresión, ϕ varía de 0.90 a 0.70.

Una falla controlada por tensión ocurrirá si la relación c/d_t es menor o igual a el límite de tensión controlada dado por:

$$\frac{C_w}{d} = 0.375$$

Esto también se expresa en términos de la relación de la profundidad del bloque rectangular de compresiones al peralte efectivo, en el límite de tensión controlada.

$$\frac{a_{cc}}{d_t} = 0.375 \beta_1$$

Una falla de compresión controlada con $f_s = f_y$ ocurrirá si la relación a/d_t es mayor o igual que el límite de compresión controlada.

$$\frac{a_{cc}}{d_t} = \beta_1 (6115 / 6115 + f_y)$$

El ACI en la Sección B9.3.2 especifica $\phi = 0.70$ para secciones de compresión controlada sin refuerzo en espiral en la zona de compresión.

Una falla de transición ocurrirá si la relación a/d_t está entre el límite de compresión controlada y el límite de tensión controlada. Entonces, si a/d_t está entre a_{cc}/d_t y a_{tc}/d_t en la falla ϕ está entre 0.70 y 0.90 y esta dado por:

$$\phi = 0.356 + \frac{0.204}{a/\beta_1 d_t}$$

LIMITE INFERIOR DEL REFUERZO EN VIGAS T. ACI Sec 10.3.3.

Para asegurar un comportamiento dúctil el ACI en la sección 10.3.3 requiere que $\rho \leq 0.75 \rho_b$. Esto puede revisarse por una de tres formas:

1.- Si la zona de compresión es rectangular, $f_s = f_y$ si $a/d < a_b/d$ y $\rho < 0.75 \rho_b$ si $a/d \leq 0.75 a_b/d$.

$$\text{donde } \frac{a_b}{d} = \beta_1 (6115 / 6115 + f_y)$$

Si la zona de compresión tiene forma de T, este cálculo no puede usarse y es necesario hacerlo de acuerdo al método 2 ó 3, siguientes.

2.- El área del acero de tensión correspondiente a la falla balanceada es:

$$A_{s_b} = \frac{C_b}{f_y}$$

Dónde C_b es la fuerza de compresión resultante del bloque de esfuerzos con una profundidad a_b la cuál se calcula con:

$$\frac{a_b}{d} = \beta_1 (6115 / 6115 + f_y)$$

El área de acero mínima permitida por el ACI Sección 10.3.3 es entonces $0.75 A_{s_b}$.

3.- Alternativamente, la revisión de $f_s = f_y$ y $\rho \leq 0.75 \rho_b$ puede basarse en un ρ_b modificado para vigas T dado por:

$$\rho_{bT} = \frac{b_w}{b} (\rho_b + \rho_f)$$

dónde ρ_b es el porcentaje de acero balanceado dado por la ecuación :

$$\rho_b = \frac{0.85 \beta_1 f_c}{f_y} \frac{6115}{6115 + f_y}$$

basada en $b = b_w$ y $\rho_f = \frac{A_{s_f}}{b_w d}$, donde:

$$A_{s_f} = \frac{0.85 f_c (b - b_w) h_f}{f_y} .$$

De estos el método 2 es el preferido para vigas que trabajan como T.

REFUERZO MINIMO.

Este es necesario para tener suficiente refuerzo en tensión para que la capacidad a momento exceda el momento de agrietamiento. Para una viga T con el patín en compresión y para las regiones de momento negativo en una viga T continua donde el patín está en tensión, este está dado de acuerdo a la sección 10.5.1 del ACI, revisando que $A_s = A_{s_f} + A_{s_w}$ exceda $A_{s_{min}}$ dado por:

$$A_{s_{(min)}} = \frac{0.8\sqrt{f'c}}{f_y} b_w d \geq \frac{14.5b_w d}{f_y} \quad (\text{ACI Ec. 10-3})$$

donde $f'c$ y f_y están en kg/cm^2 .

Cuando una viga es estáticamente determinada, como una viga cantiliver en sección T, el patín trabaja a tensión. El ACI en la sección 10.5.2 da el $A_{s_{min}}$ como:

$$A_{s_{(min)}} = \frac{1.6\sqrt{f'c}}{f_y} b_w d \quad (\text{ACI Ec. 10-4})$$

La cantidad de refuerzo mínimo en una viga T estáticamente determinada con el patín en tensión no necesita exceder la cantidad dada por la ecuación 10-3 del ACI, tomando $b = b_w$ como ancho del patín.

Alternamente, el ACI en la Sección 10.5.3 permite que no se utilicen las ecuaciones 10-3 y 10-4, si el área de refuerzo a tensión proporcionada es por lo menos un tercio mayor que la requerida por el análisis.

EJEMPLO 4-1.

CAPACIDAD PARA MOMENTO POSITIVO DE UNA VIGA T:

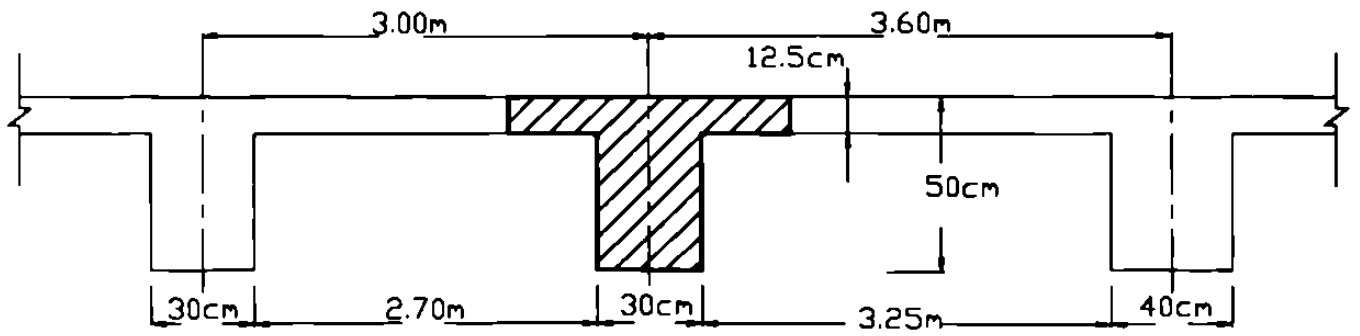
"a" menor que h_f

Una viga T de un sistema de piso tiene un claro libre, entre paño de columnas de 5.50 m., como se muestra en la figura 4-5.

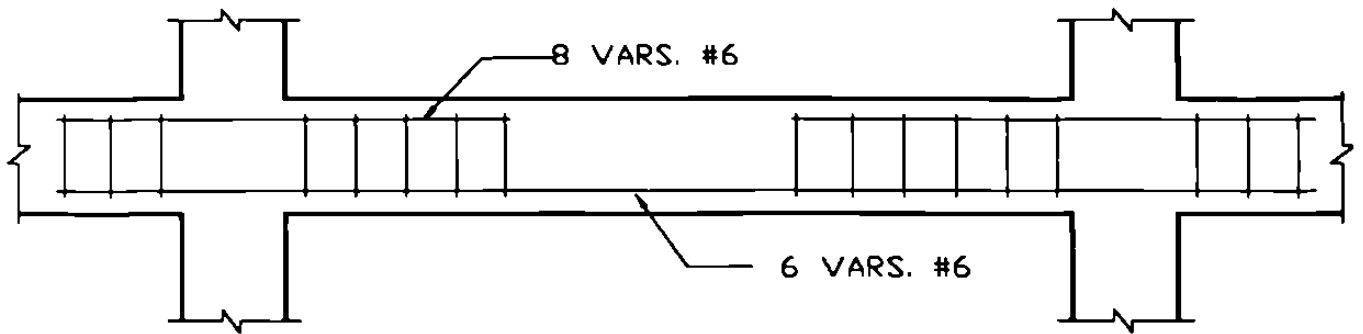
Las resistencias del concreto y el acero son 210 kg/cm^2 y 2800 kg/cm^2 respectivamente. Calcular la capacidad de la viga en la sección de momento positivo.

1.- Ancho efectivo del patin, b. El menor de:

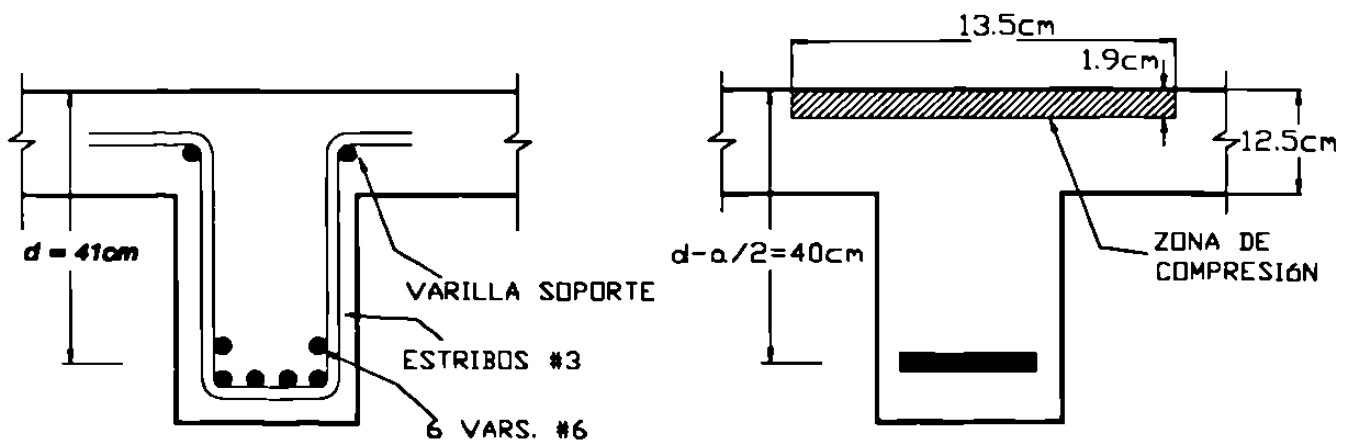
(a) $l_n/4 = 550/4 = 137.5 \text{ cm}$



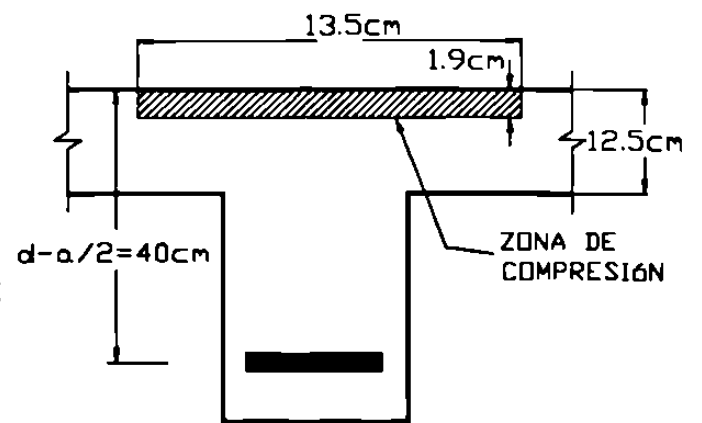
(a) Sección transversal de vigas y losas



(b) Elevación de viga



(c) Refuerzo en la mitad del claro



(d) Zona de compresión, brazo de palanca

FIGURA 4-5 (Ejemplo 4-1)

$$(b) 16 h_f + b_w = 16 \times 12.5 + 30 = 230 \text{ cm.}$$

$$(c) \frac{270}{2} + 30 + \frac{325}{2} = 327.5 \text{ cm}$$

Entonces $b = 137 \text{ cm.}$

2.- Calcular "d".

Para refuerzo en dos capas $d = 50 - 9 = 41 \text{ cm.}$

3.- Calcular "a":

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f_c b} = \frac{6 \times 2.85 \times 2800}{0.85 \times 210 \times 30} = 8.94 \text{ cm}$$

Menor que h_f por lo que la viga trabaja como rectangular.

4.- Revisar si $A_s \geq A_{s_{min}}$

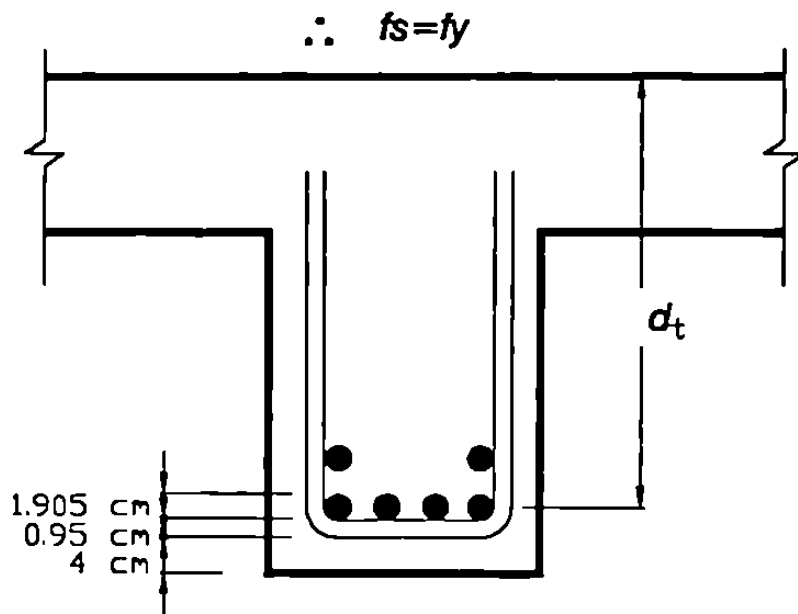
$$\begin{aligned} A_{s_{min}} &= \frac{0.8 \sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{14.5 b_w d}{f_y} \\ &= \frac{0.8 \sqrt{210}}{2800} \times 30 \times 41 \geq \frac{14.5 \times 30 \times 41}{2800} \\ &= 5.09 \geq 6.36 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$A_s = 6 \times 2.85 = 17.10 \text{ cm}^2$ excede 6.36 cm^2 . Está bien.

5.- Revisar si $f_s = f_y$ y si la sección es controlada por tensión.

$$\frac{a}{d} = \frac{8.94}{41} = 0.218$$

$$\begin{aligned} \frac{a_b}{d} &= \beta_1 (6115 / 6115 + f_y) = 0.85 (6115 / 6115 + 2800) \\ &= 0.583 \end{aligned}$$



$$d_t = 50 - 4 - 0.95 - \frac{1.905}{2}$$

$$d_t = 44 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{d_t} = \frac{8.94}{44} = 0.203$$

$$\frac{a_{tcl}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.319$$

Como 0.203 es menor que 0.319 la sección es controlada por tensión y $\phi = 0.90$.

6.- Calcular ϕMn :

$$\phi Mn = \phi [As f_y (d - a/2)]$$

$$= 0.90 [17.10 \times 2800 (44 - \frac{8.94}{2})]$$

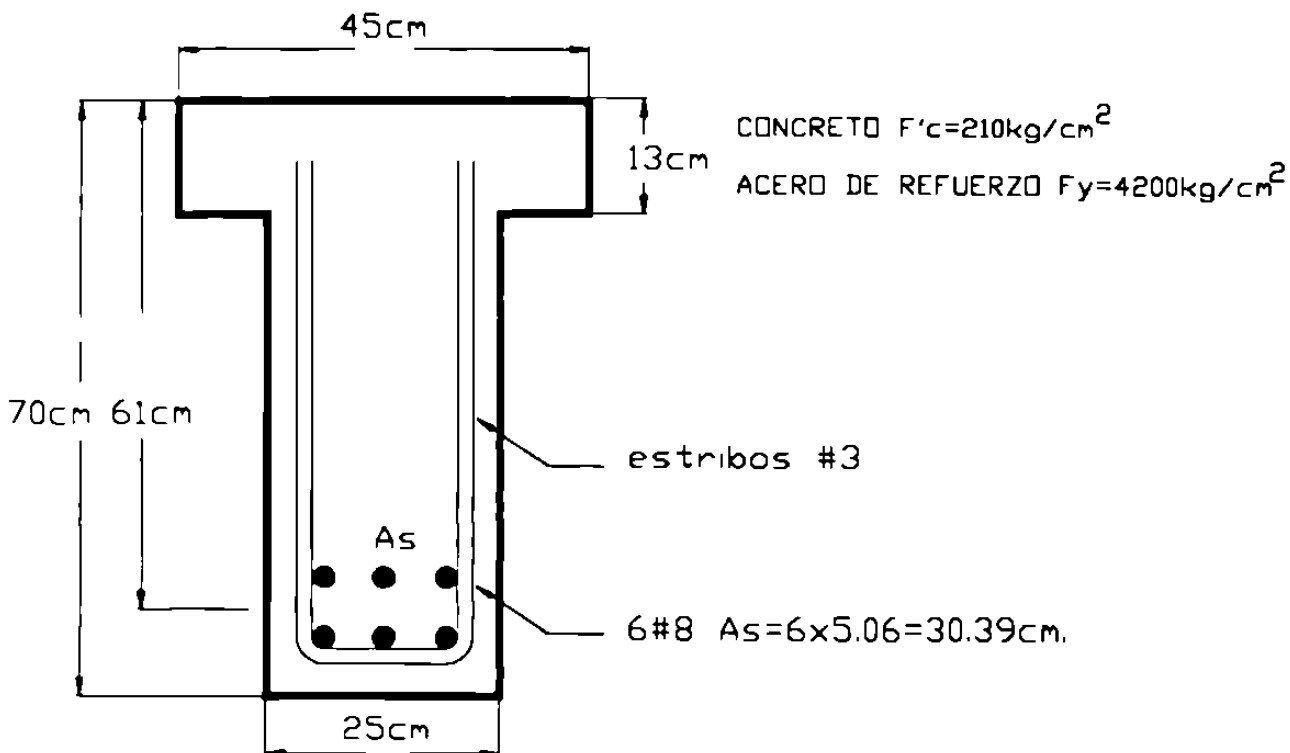
$$= 1,703,427 \text{ kg - cm} = 17,034 \text{ kg - m.}$$

$$= 17.034 \text{ ton - m}$$

EJEMPLO 4 - 2.

ANALISIS DE UNA VIGA T CON EL EJE NEUTRO EN EL ALMA.

Calcular la capacidad a momento positivo de la viga mostrada.



1.- Calcular "b":

Esta es una viga T aislada en la que el patín se utiliza para incrementar la zona de compresión. Para una viga así el ACI en la sección 8.10.4 establece que el espesor no debe ser menor que un medio del ancho del alma y un ancho efectivo del patín que no debe exceder cuatro veces el ancho del alma. Por observación estas condiciones son satisfechas. Entonces $b = 45 \text{ cm}$.

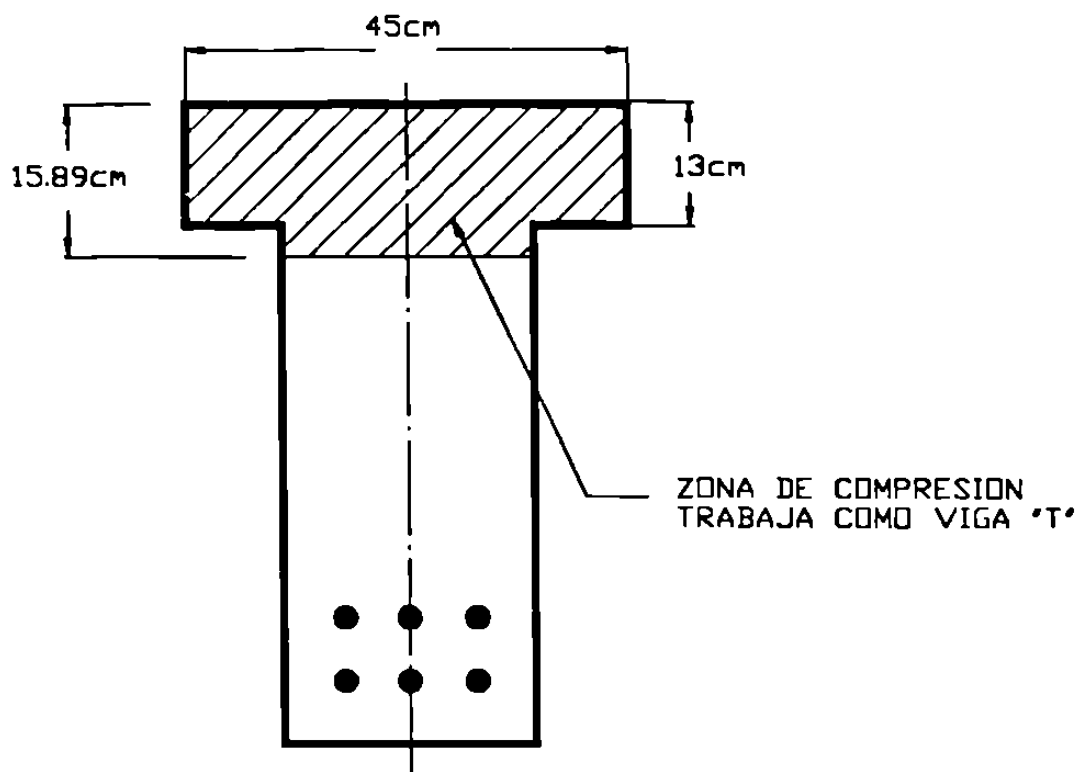
2.- Calcular "d":

Considerando un recubrimiento para refuerzo en dos camadas de $3 \frac{1}{2}'' \approx 9 \text{ cm}$. Entonces, $d = 70 - 9 = 61 \text{ cm}$.

3.- Calcular "a":

Considerando que la zona de compresión fuese rectangular

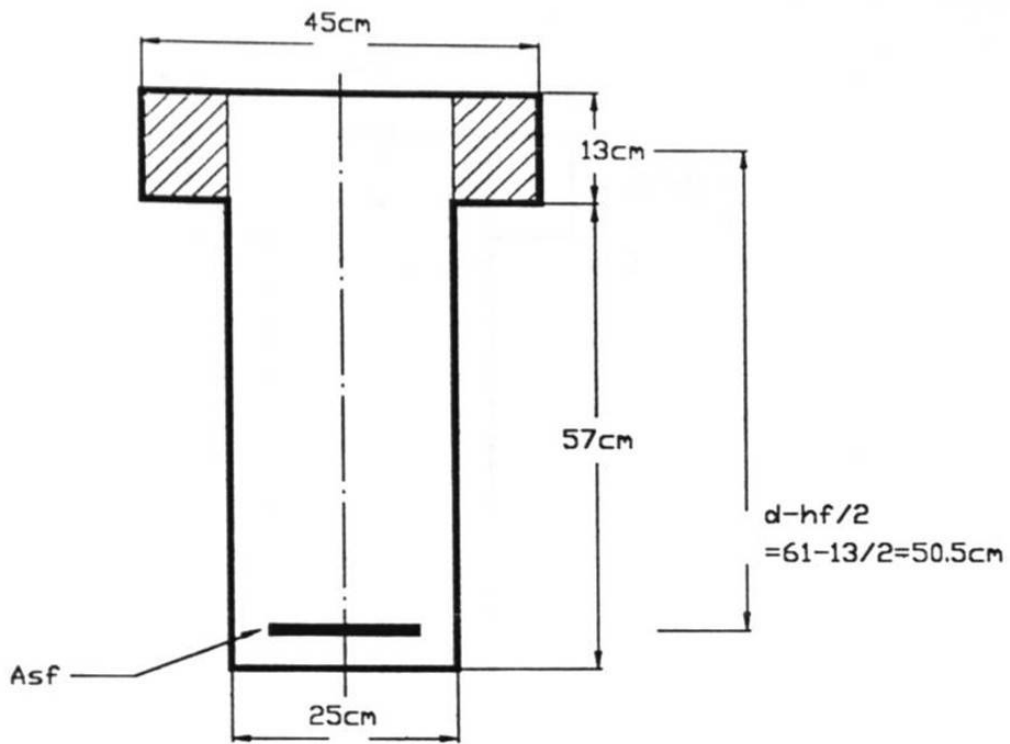
$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{30.39 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 45} = 15.89 \text{ cm}$$



4 - DIVIDIR LA VIGA EN UNA "VIGA F" Y VIGA "W".

Viga F: Fuerza de compresión C_f :

$$\begin{aligned}
 C_f &= (0.85 f_c) (b - b_w) h_f \\
 &= 0.85 \times 210 (45 - 25) (13) \\
 &= 46,419 \text{ kgs.}
 \end{aligned}$$



VIGA F

$$A_{sf} \times f_y = C_f$$

$$A_{sf} = \frac{C_f}{f_y} = \frac{46,410}{4200}$$

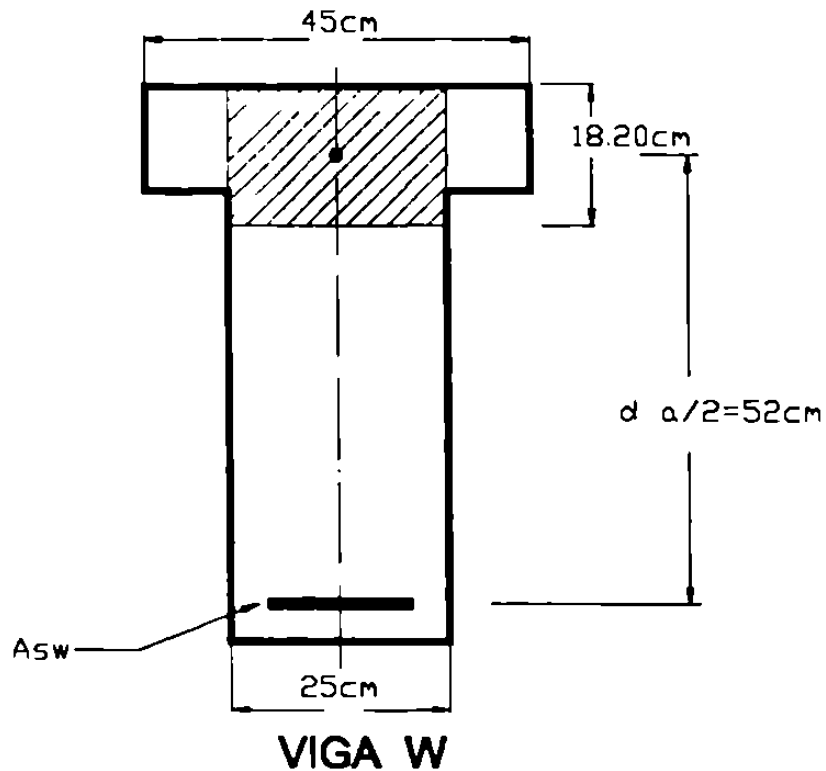
$$A_{sf} = 11.05 \text{ cm}^2$$

$$M_{nf} = C_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$= 46,410 (50.5)$$

$$= 2,343,705 \text{ kg - cm.}$$

$$= 23.437 \text{ tons - m.}$$



$$A_{s_w} = A_s - A_{s_f}$$

$$= 30.39 - 11.05$$

$$= 19.34 \text{ cm}^2$$

Para la viga **W** : $b - b_w$

$$a = \frac{A_{s_w} f_y}{0.85 f_c b} = \frac{19.34 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 25}$$

$$a = 18.20 \text{ cm} > 13 \text{ cm}$$

Trabaja como rectangular

$$M_{r_w} = A_{s_w} \times f_y (d - a/2)$$

$$= 19.34 \times 4200 (61 - 18.20/2) = 4,215,638 \text{ kg - cm}$$

$$M_r = 42.156 \text{ ton - m.}$$

5.- Revisar si $A_s > A_{s_{min}}$ (ACI Ec. 10-3)

$$A_{s_{min}} = \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d > 14.5 \frac{b_w d}{f_y}$$
$$= \frac{0.8\sqrt{210}}{4200} \times 25 \times 61 > 14.5 \frac{25 \times 61}{4200}$$

$$= 4.21 > 5.26 = A_{s_{min}} = 5.26 \text{ cm}^2$$

Como $A_s = 30.39 \text{ cm}^2 > A_{s_{min}} \therefore$ Está bien.

6.- Revisar si $f_s = f_y$ y si la sección es controlada por tensión.

$$\frac{a}{d} = \frac{18.20}{61} = 0.298$$

$$\frac{a_b}{d} = 0.85 \frac{6115}{6115 + 4200} = 0.504 \therefore f_s = f_y$$

$$d_t = 70 - (4 + 0.95 + 1.27) = 64 \text{ cm}$$

$$\frac{a_{td}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.375 \times 0.85 = 0.319$$

$$\frac{a}{d_t} = \frac{18.20}{64} = 0.284$$

Como 0.284 es menor que 0.319 la sección es controlada por tensión y $\phi = 0.90$.

7.- Calcular ϕM_n :

$$\phi M_n = 0.90 \times (23.437 + 42.156) = 59.034 \text{ ton} \cdot \text{m}.$$

EJEMPLO 4 - 3.

DISEÑO DEL REFUERZO DE UNA VIGA "T".

El diseño de una viga T consiste en determinar las dimensiones de la sección transversal y el área del acero de refuerzo. El espesor y el ancho del patín usualmente se establecen durante el diseño de la losa de piso. El tamaño de una viga T se ve afectado por los mismos factores que una viga de sección rectangular.

En el caso de una viga T continua los esfuerzos de compresión en el concreto son más críticos en la zona de momento negativo donde la zona de compresión de la viga es más pequeña. Frecuentemente, el tamaño en esta región de la viga corresponde a un $\rho \approx 0.5\rho_b$ en el punto de máximo momento negativo.

Cuando se ha definido el tamaño de la sección transversal, es posible calcular el área del refuerzo requerido con la ecuación:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j d}$$

En la región de momento negativo consideramos $j = 0.875$ como un valor tentativo. Como en la región de momento positivo el ancho del patín es grande se tiene un valor pequeño de "a" y por lo tanto un valor mayor de "j".

Como un primer tanteo se recomienda $j = 0.95$ para calcular el acero de refuerzo en la región de momento positivo. Esto equivale a considerar $a = 0.1 d$.

EJEMPLO:

Una viga T como la mostrada en la figura del ejemplo 4-1 (pág. 94) está sujeta a un momento positivo factorizado, $M_u = 30$ ton-m. Usando $f_c = 210$ kg/cm² y $f_y = 4200$ kg/cm². Diseñar el refuerzo requerido.

1.- Ancho efectivo de patín:

Siguiendo los cálculos del ejemplo 4 - 1, $b = 150$ cm.

2.- Calcular "d":

Considerando dos capas de refuerzo:

$$d = h - 3.5" = h - 9 \text{ cm} = 50 - 9 = 41 \text{ cm.}$$

3.- Area de refuerzo, A_s :

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j d}$$

Como se trata de +M: $j \approx 0.95$ (supuesto).

$$A_s = \frac{30\,000\,00}{0.9 \times 4200 \times 0.95 \times 41} = 20.38 \text{ cm}^2$$

Usando varillas # 8, $A_s = 5.06 \text{ cm}^2$

Proponiendo 4 Varillas # 8 en una cama, podemos reducir el recubrimiento a $2.5" \approx 6.25 \text{ cm} \approx 6 \text{ cm} \therefore d = 44 \text{ cm}$.

4.- Revisar si $A_s \geq A_{s_{\min}}$

$$\begin{aligned} A_{s_{\min}} &= \frac{0.8 \sqrt{f'_c} b_w d}{f_y} \geq \\ &= \frac{0.8 \sqrt{210} \times 30 \times 44}{4200} \geq \\ &= 3.64 \text{ cm}^2 \geq \end{aligned}$$

Entonces $A_s > A_{s_{\min}}$. Está bien.

5.- Calcular "a" y revisar si $f_s = f_y$ y si la sección es controlada por tensión.

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{20.38 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 150} = 3.19 \text{ cm}$$

menor que el espesor del patín h_f la acción de viga rectangular existe.

$$\frac{a}{d} = \frac{3.19}{44} = 0.072$$

$$\frac{a^b}{d} = 0.85 \frac{6115}{6115 + 4200} = 0.85 \times \frac{6115}{10315} = 0.504$$

Entonces $f_s = f_y$

$$d_t = 50 \text{ cm} - (4 + 0.95 + \frac{2.54}{2}) = 43.78 \text{ cm} \approx 44 \text{ cm}$$

$$\frac{a}{d_t} = \frac{3.19}{44} = 0.072$$

$$\frac{a_{td}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.375 \times 0.85 = 0.319$$

Entonces, la sección es controlada por tensión y $\phi = 0.90$

6.- Capacidad de la viga a flexión, ϕM_n :

$$\begin{aligned} \phi M_n &= \phi [A_s f_y (d - a/2)] & A_s &= 5.06 \times 4 = 20.24 \text{ cm}^2 \\ &= 0.90 [20.24 \times 4200 (44 - \frac{3.19}{2})] & &= 3,244,288 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{aligned}$$

$$= 32,443 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$\phi M_n = 32.443 \text{ ton} \cdot \text{m.}$$

$\phi M_n > M_u = 30 \text{ ton} \cdot \text{m}$, entonces está bien.

Usar 4 varillas # 8 grado 60 (AR-42) en una cama.

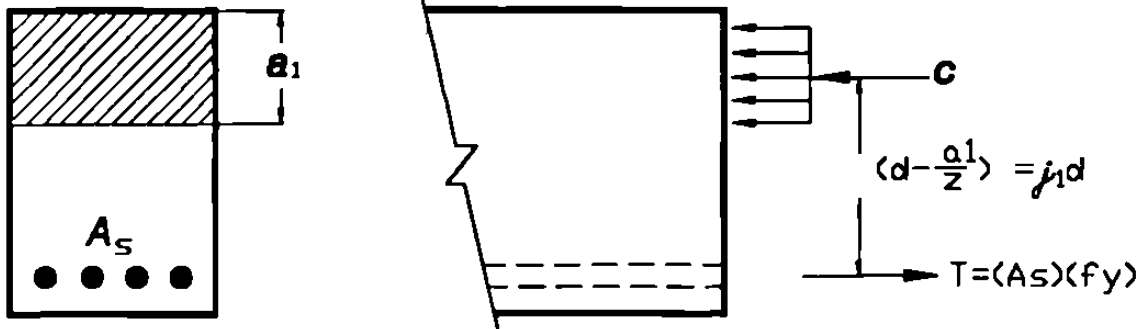
El brazo de palanca $(d - a/2) = jd = 0.965 d$.

El valor de $0.95d$ considerado en el paso 3 normalmente da en el primer tanteo.

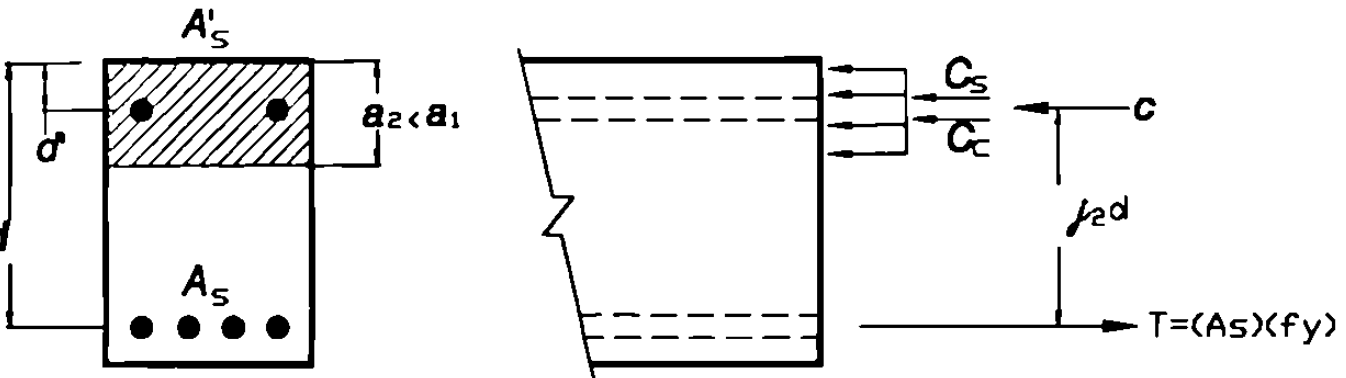
El diseño completo de una viga T, incluye el diagrama de momentos, diseño por flexión, cortante y anclaje como se verá posteriormente.

4 - 3 VIGAS CON REFUERZO A LA COMPRESION. EFECTO DEL REFUERZO DE COMPRESION EN LA RESISTENCIA Y COMPORTAMIENTO.

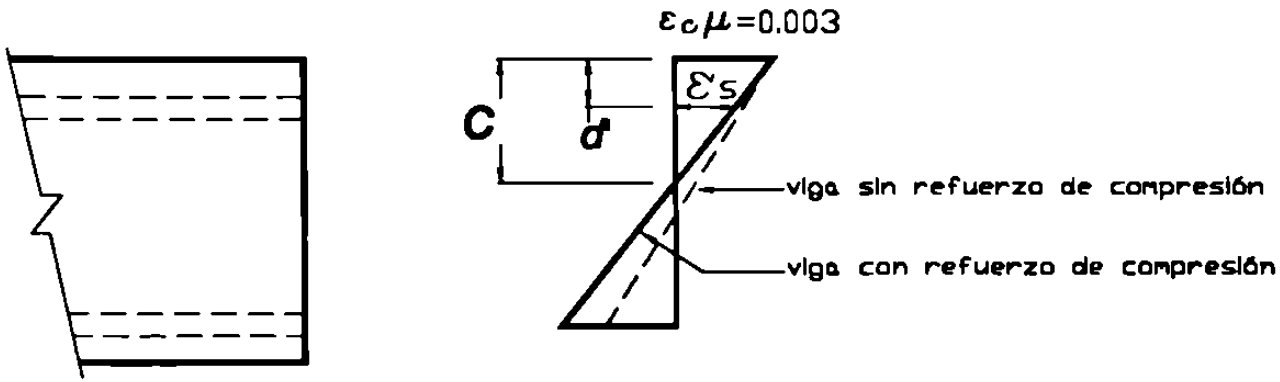
Las vigas con o sin refuerzo a la compresión son comparadas en la siguiente figura.



(a) Viga con refuerzo a tensión solamente.



(b) Viga con refuerzo a tensión y compresión.



(c) Efecto del refuerzo de compresión en el diagrama de deformaciones en dos vigas con la misma A_s .

EFECTO DEL REFUERZO DE COMPRESION EN LA RESISTENCIA Y COMPORTAMIENTO.

El área del refuerzo en tensión A_s es la misma en ambas vigas. En ambas vigas la fuerza total de compresión es $C = T = A_s f_y$.

En la viga con refuerzo en tensión solamente ésta fuerza es resistida totalmente por el concreto. En el otro caso $C = C_c + C_s$, donde: C_s es la fuerza en el acero en compresión, la fuerza proporcionada por el concreto, C_c , será menor que C , de lo cual resulta una profundidad de la zona de compresión, a_2 , menor que a_1 , como se muestra en la figura anterior; (pág. 105).

La suma de momentos con respecto a la fuerza de compresión C da:

Para la viga sin refuerzo de compresión:

$$M_n = A_s f_y (j_1 d)$$

Para la viga con refuerzo de compresión:

$$M_n = A_s f_y (j_2 d)$$

donde $j_2 d$ es la distancia entre la fuerza de tensión y la resultante de C_c y C_s .

Debido a que a_2 es más pequeña que a_1 hace que j_2 sea ligeramente mayor que j_1 y por lo tanto para la misma cantidad de acero en tensión el añadir refuerzo en compresión trae un aumento en la capacidad a momento.

En la figura 4-6 se representa el incremento en la capacidad a momento debido al refuerzo de compresión. La efectividad del acero en compresión disminuye si se incrementa d' aunque disminuye la deformación ϵ'_s del refuerzo en compresión.

Para porcentajes de acero normales ($\rho \leq 0.015$) el incremento en momento es generalmente menor de 5%.

El efecto del incremento de d'/d de 0.1 a 0.2 se puede ver en la Figura 4-6.

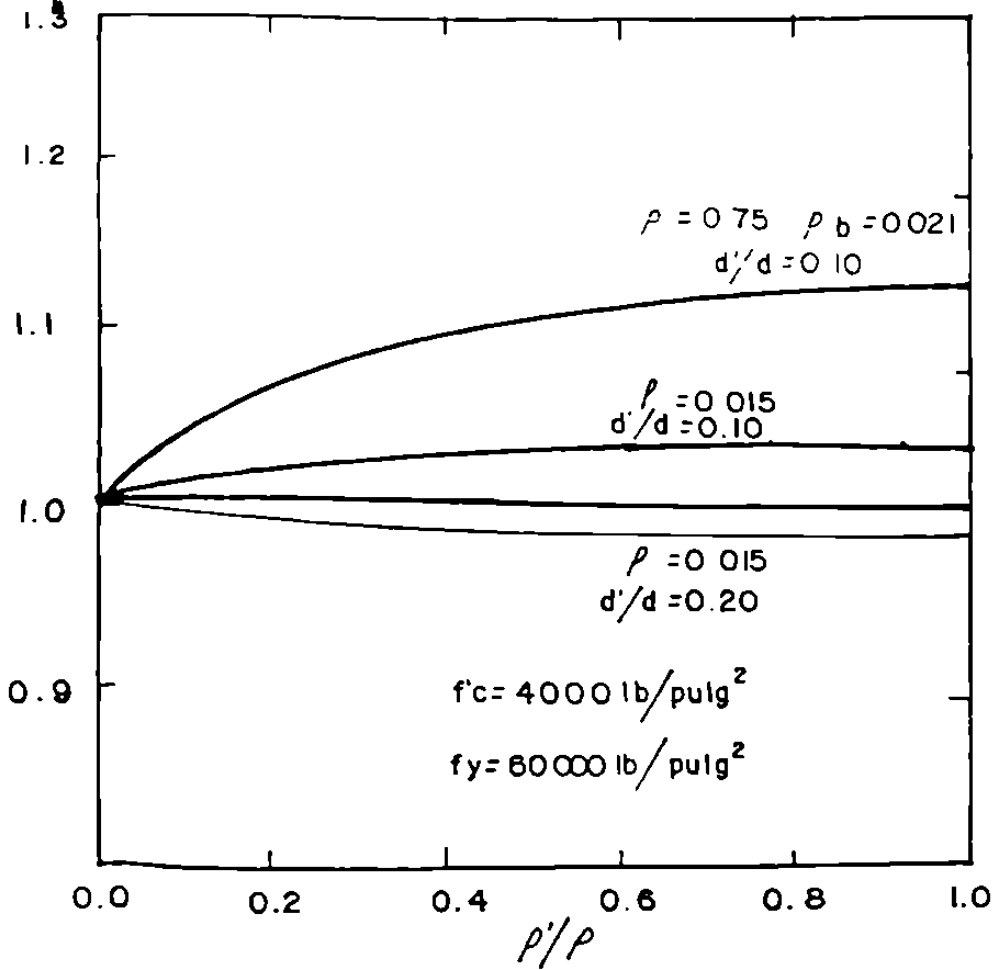


FIG 4-6 INCREMENTO EN LA CAPACIDAD A MOMENTO DEBIDO AL REFUERZO DE COMPRESION.

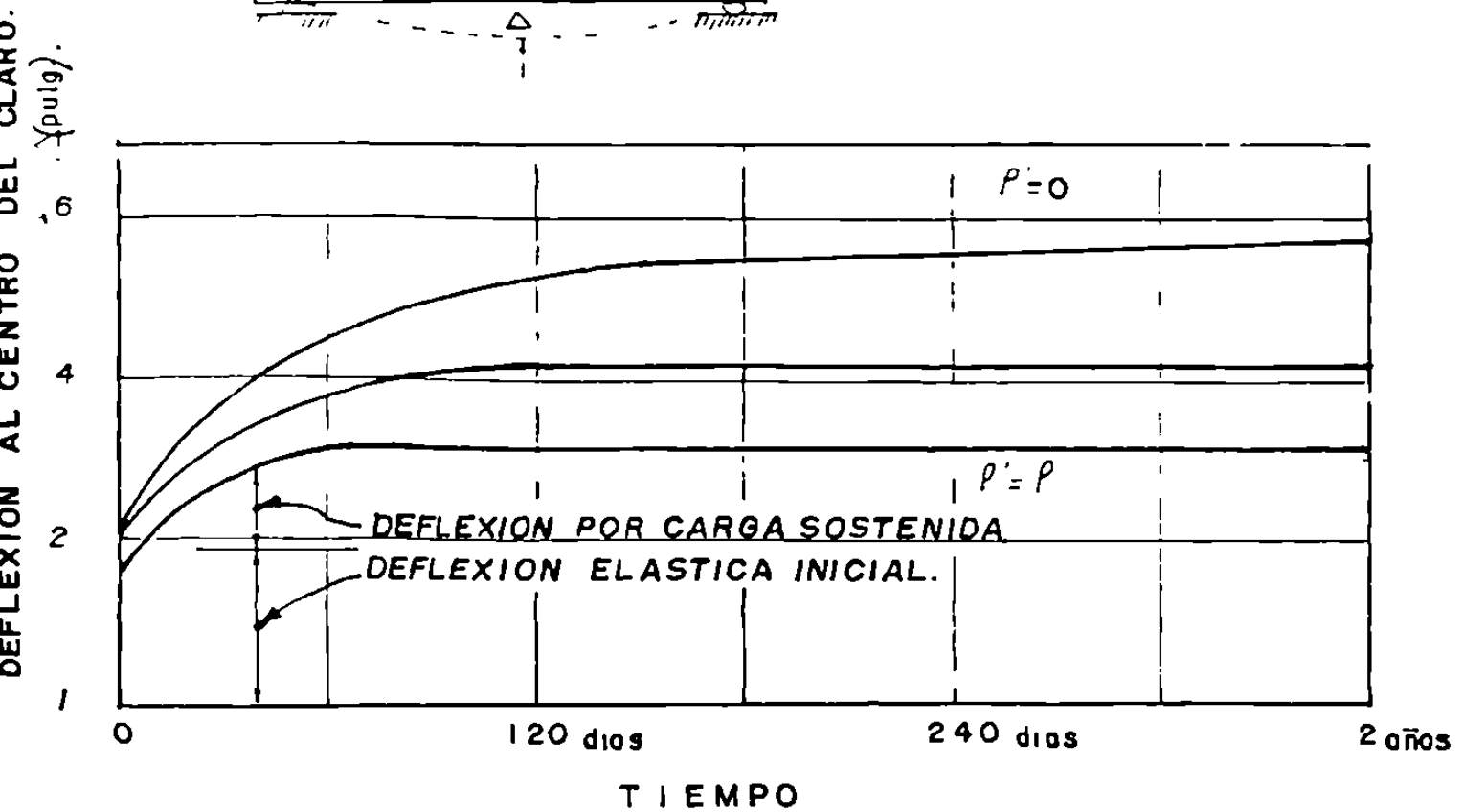
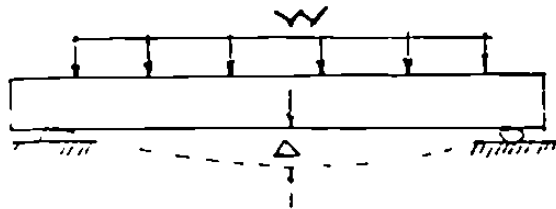


FIG 4-7 EFECTO DEL REFUERZO DE COMRRRESION EN LAS DEFLEXIONES POR CARGAS SOSTENIDAS

RAZONES PARA AÑADIR REFUERZO DE COMPRESION.

Hay cuatro razones principales para usar refuerzo de compresión en vigas.

1.- REDUCE DEFLEXIONES POR CARGAS SOSTENIDAS.

La figura 4-7 presenta los diagramas deflexión-tiempo para vigas con y sin refuerzo en compresión. Cuando las vigas son cargadas en un período de varias horas a nivel de cargas de servicio y éstas cargas se mantienen por 2 años. En el tiempo de cargado inicial (tiempo = 0), las 3 vigas se deflexionan entre 1.6 y 1.9 pulg. o aprox. la misma cantidad.

Pasado el tiempo las deflexiones en las tres vigas se incrementan. El incremento de la deflexión inicial es de 195% en la viga sin refuerzo de compresión ($\rho'=0$), pero solamente 99% de la deflexión inicial en la viga con refuerzo de compresión igual al de tensión ($\rho'=\rho$). El ACI toma en cuenta esto en los procedimientos de cálculo de deflexión.

2 - INCREMENTA DUCTILIDAD.

El añadir refuerzo de compresión causa una reducción en el peralte del bloque de esfuerzos de compresión, a . Por lo que a_2 es menor que a_1 como se vio anteriormente y esto hace que la deformación en el refuerzo en tensión se incremente lo cual produce un comportamiento más dúctil. En la figura 4-8 se comparan los diagramas momento - curvatura de tres vigas con $\rho \leq \rho_b$ y variando las cantidades del refuerzo de compresión ρ' , donde $\rho' = \frac{A's}{bd}$

El momento en la primer fluencia del acero en tensión tiene un pequeño cambio cuando se añade refuerzo en compresión. El incremento en momento después de la fluencia es grande debido a la deformación del refuerzo añadido y del de tensión.

Como esto ocurre para deflexiones y curvaturas muy grandes, se ignora en el diseño. Por otro lado se incrementa la ductilidad significativamente como se muestra en la figura 4-8. Esto es particularmente importante en regiones sísmicas.

3 - CAMBIO DEL MODO DE FALLA POR COMPRESION.

Cuando $\rho > \rho_b$ una viga falla de manera frágil debido a que se agrieta la zona de compresión antes que fluya el acero. El diagrama momento-curvatura para una viga así se muestra en la figura 4-9 ($\rho' = 0$). Cuando se añade acero a la zona de compresión ésta aumenta su resistencia de tal manera que permite que fluya primero el acero de tensión antes de que se agriete el concreto.

La viga entonces presenta una falla de manera más dúctil, como se muestra en la Figura 4-9. Si el acero de compresión fluye la viga entonces presenta una distribución de deformaciones, curvatura y falla muy parecidas a las de una viga simple (con refuerzo en tensión solamente) tiene un porcentaje de acero ($\rho - \rho'$). El término ($\rho - \rho'$) se le denomina "porcentaje efectivo de acero". Frecuentemente, los calculistas consideran que $(\rho - \rho') \leq 0.5 \rho_b$.

Dos casos se presentan comúnmente de refuerzo en compresión que son.

- 1 - Región de momento negativo en vigas T continuas.
- 2 - Región a la mitad del claro en vigas T invertidas usándose el patín para apoyar otras vigas o losa.

4 - FACIL FABRICACION.

El refuerzo en compresión sirve de amarre a los estribos de cortante y a su anclaje lo cual también tiene un pequeño incremento en la capacidad de la viga. A la vez los estribos permiten la colocación del refuerzo de compresión.

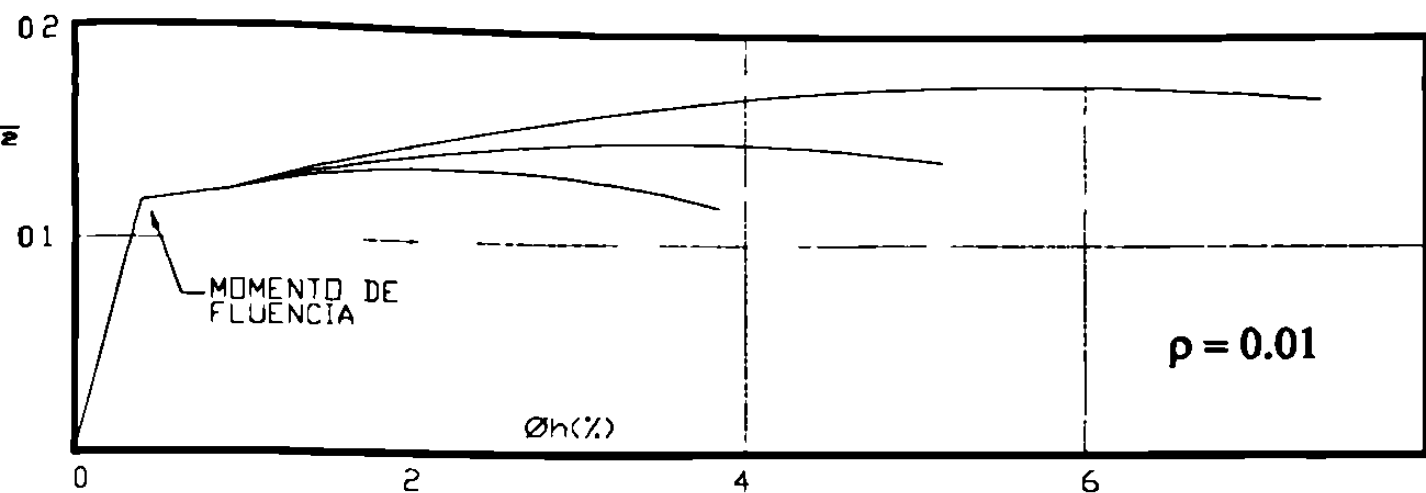


FIGURA 4-8
EFFECTO DEL REFUERZO DE COMPRESION EN LA RESISTENCIA Y
DUCTILIDAD DE VIGAS SUBREFORZADAS $\rho < \rho_b$.

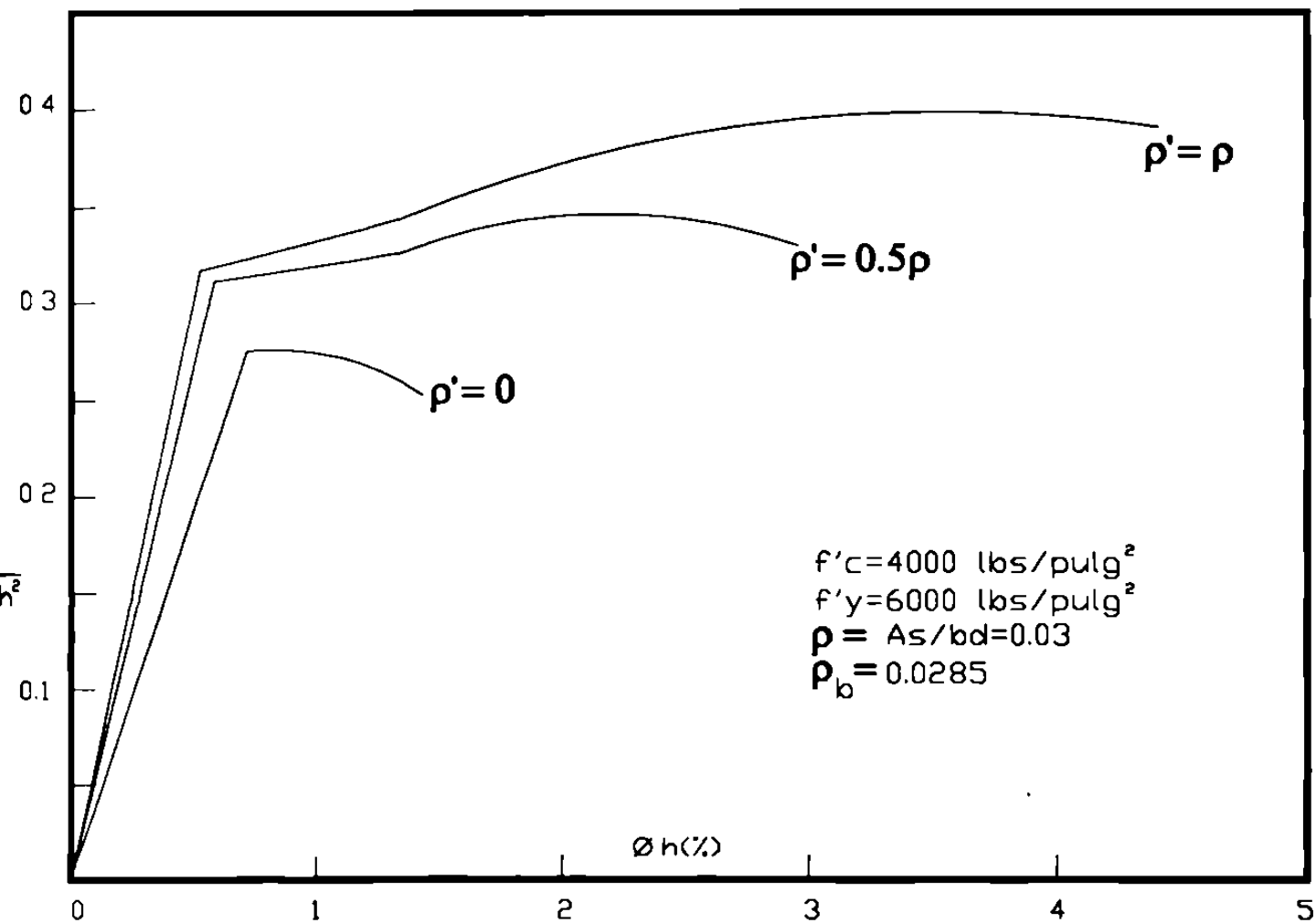


FIGURA 4-9
DIAGRAMAS DE MOMENTO DE CURVATURA PARA VIGAS CON
 $\rho > \rho_b$ CON Y SIN REFUERZO DE COMPRESION.

ANALISIS DE VIGAS CON REFUERZO EN TENSION Y COMPRESION.

Se sigue un procedimiento similar al de las vigas "T" descomponiendo la viga dada en dos, como se muestra en la figura 4-10.

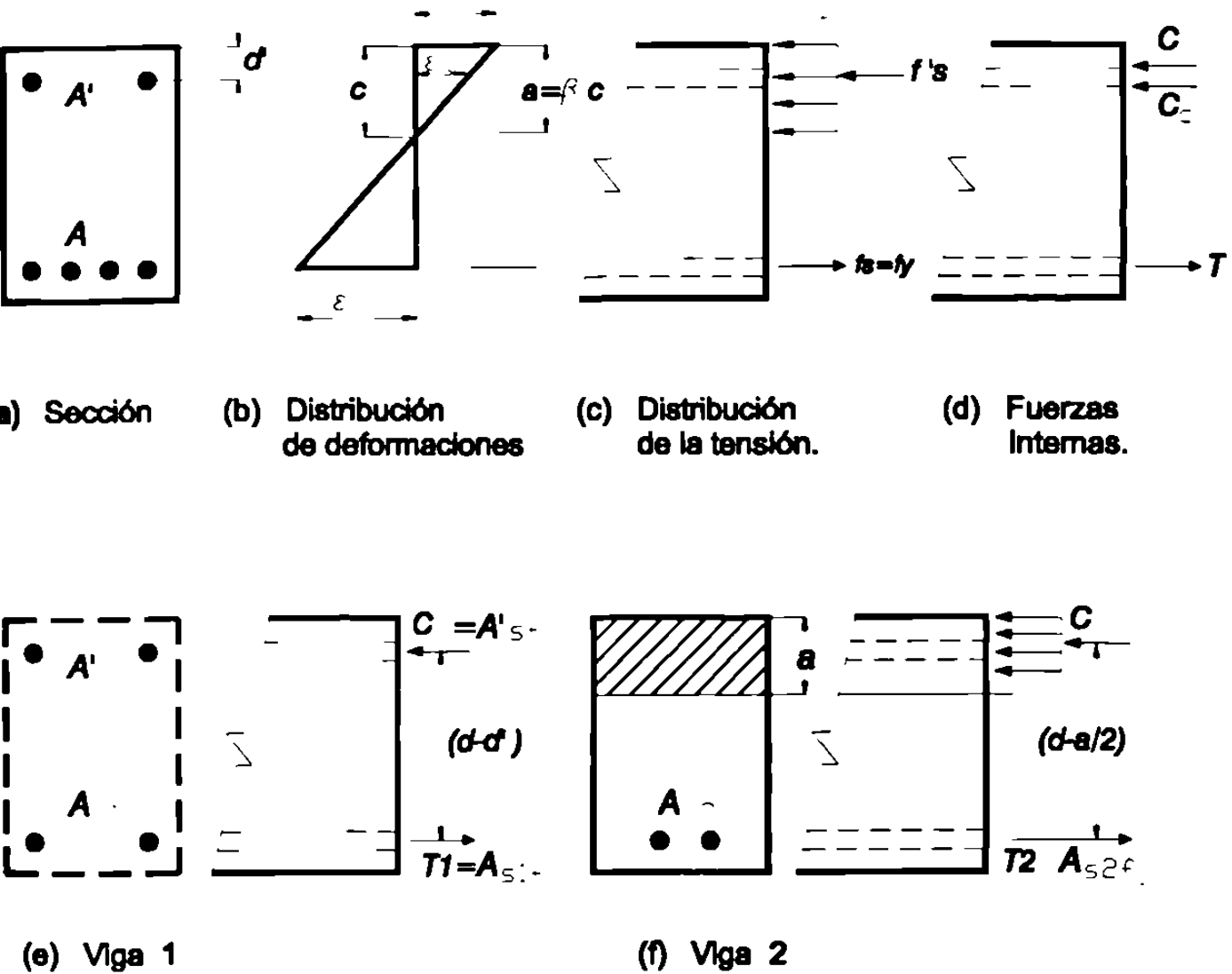


FIGURA 4-10
DEFORMACIONES, ESFUERZOS Y FUERZAS EN UNA VIGA CON
REFUERZO A LA COMPRESION.

VIGA 1: Consiste del refuerzo en compresión en la cama superior y un acero en la cama inferior tal que $T_1 = C_s$.

VIGA 2: Consiste en la zona de concreto en compresión y el resto del refuerzo en tensión.

El refuerzo del acero en compresión es f'_s .

Del diagrama de deformaciones por Δ_s semejantes:

$$\epsilon'_s = \frac{(c - d')}{c} 0.003$$

Si $\epsilon'_s \geq \epsilon_y$ entonces $f'_s = f_y$. Sustituyendo $c = \frac{a}{\beta_1}$, da:

$$\epsilon'_s = \left(1 - \frac{\beta_1 d'}{a}\right) 0.003$$

Sustituyendo $\epsilon'_s = \epsilon_y$ y $\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$ donde $E_s = 2;030,000 \text{ kg/cm}^2$

podemos encontrar el valor límite de d'/a para el cuál el refuerzo en compresión fluye,

$$(d'/a)_{\text{lim}} = \frac{1}{\beta_1} \left(a - \frac{f_y}{6115} \right) \text{ donde } f_y \text{ en kg/cm}^2$$

Si el valor de d'/a es mayor que este valor, el acero en compresión no fluye.

$$[f'_s = f_y \text{ solamente si } d'/a \leq (d'/a)_{\text{lim}}]$$

A continuación se revisarán dos casos para determinar la capacidad de una viga dependiendo estos dos casos si fluye o no el acero en compresión.

CASO I.- EL ACERO DE COMPRESION FLUYE.

Si el acero de compresión fluye para el análisis se considera la viga dividida en dos: cada una con $C = T$.

La viga 1 consiste del acero en compresión con una fuerza C_s y el equivalente en tensión con una fuerza T_1 tal que $C_s = T_1$ ó $A'sfy = As_1fy$ lo que da $A's = As_1$ la capacidad de esta viga es:

$$M_{n1} = A'sfy(d-d')$$

La viga 2 consiste en el concreto y el acero remanente: $As_2 = As - As_1$

Si $f_s = f_y$ entonces $As_1 = A's$. La fuerza de compresión en el concreto es:

$$C_c = 0.85 f_c b a$$

Como $C = T$ para la viga 2, donde $T = (As - A's)fy$, la profundidad del bloque de esfuerzos en compresión es "a" y es:

$$a = \frac{(As - A's)fy}{0.85 f_c b}$$

El momento nominal de la viga 2 es:

$$M_{n2} = (As - A's)fy (d - a/2)$$

La capacidad nominal total de la viga es:

$$M_n = A'sfy (d - d') + (As - A's) fy (d - a/2)$$

CALCULOS PARA CUANDO $f_s = f_y$ EN EL ACERO EN TENSION.

La ecuación anterior considera que tanto el acero en compresión como el acero en tensión fluyen. Si d'/a es menor o igual a $(d'/a)_{lim}$ el acero en compresión fluye.

El acero en tensión fluirá si la falla es de tensión o si es falla balanceada. Es decir si $a/d \leq a_b/d = 0.85 (6115/6115+f_y)$ con f_y en kg/cm^2

CASO 2: EL ACERO DE COMPRESION NO FLUYE.

Si el acero en compresión no fluye f_s , no se conoce y se requiere una solución diferente.

Si consideramos que el acero en tensión fluye, las fuerzas internas en la viga son:

$$T = A_s f_y$$

$$C_c = 0.85 f_c b a$$

$$C_s = (E_s \varepsilon'_s) A'_s.$$

Por equilibrio $C_c + C_s = T$

$$0.85 f_c b a + E_s A'_s \left(1 - \frac{\beta_1 d}{a}\right) 0.003 = A_s f_y$$

Esta se puede reducir a una ecuación cuadrática en a , dada por:

$$(0.85 f_c b) a^2 + (0.003 E_s A'_s - A_s f_y) a - (0.003 E_s A'_s \beta_1 d) = 0$$

con el valor de "a" conocido, la capacidad a momento nominal de la sección es:

$$M_n = C_c (d - a/2) + C_s (d - d')$$

Esta ecuación es aplicable solamente si $f_s \leq f_y$ y los valores de C_c y C_s están dados en las ecuaciones anteriores.

AREA DE ACERO MAXIMA EN TENSION EN VIGAS CON REFUERZO EN COMPRESION. ACI APENDICE B.

No existe límite superior en la cantidad de refuerzo en tensión en el Apéndice B del ACÍ. Sin embargo, el valor de $\phi = 0.90$ para secciones en tensión controlada y $\phi = 0.70$ para secciones en compresión controlada en secciones, sin refuerzo en espiral en la zona en compresión. Una sección estará en tensión controlada si la relación a/d es menor o igual a:

$$\frac{a_{td}}{d_t} = 0.375 \beta_1$$

LIMITE SUPERIOR DEL REFUERZO DE TENSION EN VIGAS CON REFUERZO A LA COMPRESION. ACI Sec. 10.3.3

El ACI en la sección 10.3.3 limita la cantidad de acero en tensión en vigas a 0.75 veces el correspondiente a la falla balanceada, esto es 0.75 veces la cantidad dada:

$$(\rho - \rho')_b = 0.85 \frac{\beta_1 f'_c}{f_y} (6115/6115 + f_y)$$

El código establece que en elementos con refuerzo en compresión la porción de ρ_b igualada por el acero de compresión no necesita reducirse mediante el factor de 0.75.

REFUERZO MINIMO EN TENSION.

El refuerzo mínimo en tensión será el correspondiente a la ecuación:

$$A_{s_{\min}} = 0.8 \frac{\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq 14.5 \frac{b_w d}{f_y}$$

con unidades en sistema métrico.

ESTRIBOS PARA REFUERZO DE COMPRESION.

Cuando se alcanza la carga última por una viga, el refuerzo de compresión puede flexionarse y provocar el desprendimiento del recubrimiento de concreto. Por esta razón es necesario encerrar el refuerzo de compresión con anillos o estribos.

El diseño de estos estribos está cubierto en la Sección 7.11 del ACI. El espaciamiento y tamaño de estos estribos es similar a los estribos para columnas.

EJEMPLO 4-4. ANALISIS DE UNA VIGA CON REFUERZO EN COMPRESION. EL ACERO EN COMPRESION FLUYE.

Como se muestra en la Figura 4-11 esta viga tiene $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. Para esta viga basada en el refuerzo de tensión solamente tiene $a = 25.7 \text{ cm}$, $d_t = 60 \text{ cm}$. dado $a/d_t = 0.428$, el cual excede el límite de tensión controlada $a_{td} = 0.319 d_t$

Por lo tanto, ϕ será menor que 0.90. Nos permitimos usar $\phi = 0.90$ para dar mayor ductilidad, 2 Varillas # 7 han sido añadidos como refuerzo de compresión. Calcular la capacidad a momento.

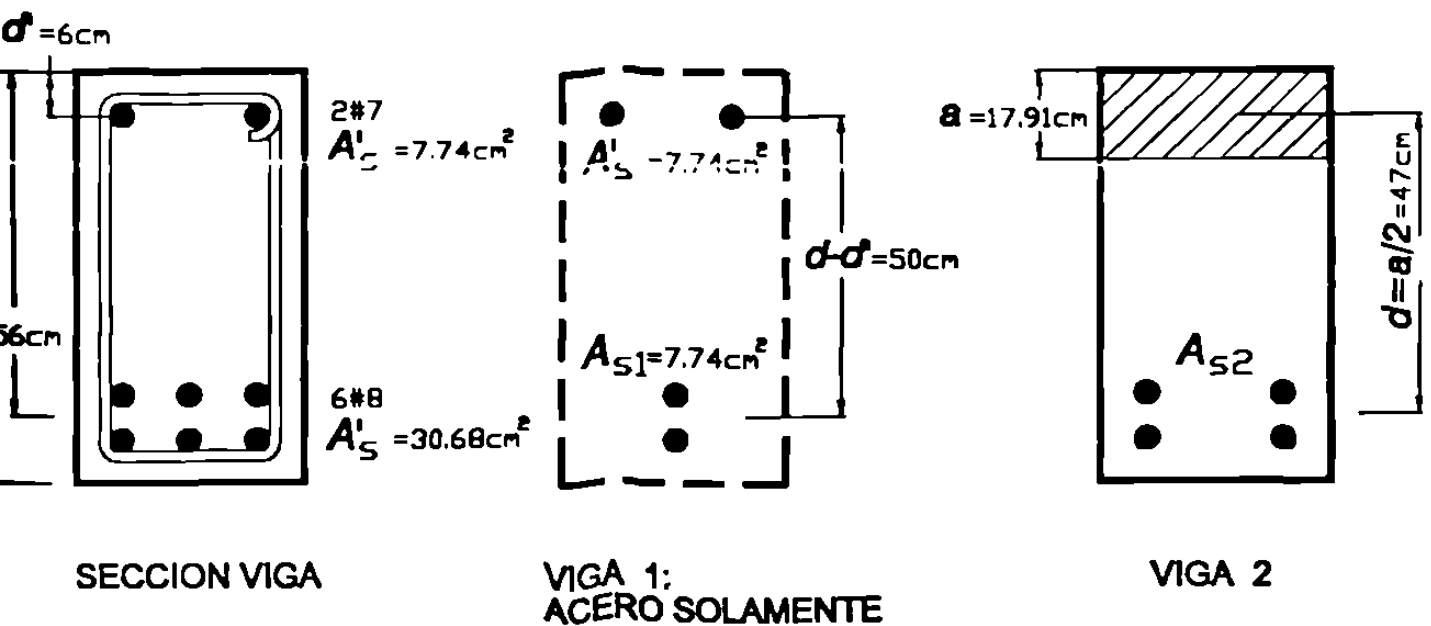


FIGURA 4-11

1.- Considerar que $f'_s = f_y$ y $f_s = f_y$ y dividir la viga en dos componentes.

$A_{s1} = A'_s$. El área de acero de la viga 2 es:

$$A_{s2} = A_s - A_{s1} \\ = 30.58 - 7.74 = 22.84 \text{ cm}^2$$

2.- Calcular "a" para la viga 2.

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 f_c b} = \frac{22.84 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 30} = 17.91 \text{ cm}$$

3.- Revisar si el acero de compresión fluye :

Se supuso en el paso 1 que $f'_s = f_y$

$$d' = 6 \text{ cm}, \quad d/a = \frac{6}{17.91} = 0.335$$

$$(d'/a)_{\text{lim}} = \frac{1}{\beta_1} (1 - f_y / 6115)$$

$$= \frac{1}{0.85} (1 - 4200/6115) = 0.368$$

Como $d'/a = 0.335$ es menor que el valor limite de 0.368, el acero de compresión fluye y $f'_s = f_y$.

4.- Revisar si $f_s = f_y$ para el acero de tensión y si la sección es controlada por tensión.

$$a = 17.91 \text{ cm}, \quad a/d = \frac{17.91}{56} = 0.320$$

El limite para tensión controlada es:

$$\frac{a_{td}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.319$$

$$0.319 \approx 0.320 \text{ se tomará } \phi = 0.90$$

5.- Revisar si $A_s \geq A_{s_{min}}$

$$A_{s_{min}} = \frac{0.8 \sqrt{f_c}}{f_y} b_w d \geq 14.5 \frac{b_w d}{f_y} \quad (\text{ACI Ec. 10 - 3})$$

$$= \frac{0.8 \sqrt{210}}{4200} \times 30 \times 56 = 4.64 \text{ cm}^2 \geq \frac{14.5 \times 30 \times 56}{4200}$$

$$= 4.64 \text{ cm}^2 \geq 5.8 \text{ cm}^2$$

Como $A_s = 30.58 \text{ cm}^2 > A_{s_{min}}$. Esta bien.

6.- Calcular ϕM_n :

(a) Viga 1: $\phi M_{n1} = \phi [A's f_y (d - d')]$

$$= 0.90 [7.74 \times 4200 \times 50] = 1,462,860 \text{ kg - cm.}$$

$$= 14.63 \text{ ton - m.}$$

(b) Viga 2: $\phi M_{n2} = \phi [(A_s - A's) f_y (d - a/2)]$

$$= 0.90 [22.84 \times 4200 \times 47] = 4,057,754 \text{ kg - cm.}$$

$$= 40.58 \text{ ton-m.}$$

Capacidad total a momento:

$$\phi M_n = \phi M_{n1} + \phi M_{n2}$$

$$= 14.63 + 40.58 = 55.21 \text{ ton - m.}$$

EJEMPLO 4 - 5.

ANALISIS DE UNA VIGA CON REFUERZO EN COMPRESION. EL ACERO DE COMPRESION NO FLUYE. UNIDADES SI.

En la viga mostrada en la Figura 4-12 tiene $f_c = 20$ MPa y $f_y = 400$ MPa. Para esta viga, basada en el refuerzo en tensión solamente, $a = 257$ mm. $d_t = 538$ mm. dando $a/d_t = 0.478$ el cual excede la relación límite en tensión controlada de $a_{td}/d_t = 0.319$.

Por esto ϕ será menor de 0.90. Se dará $\phi = 0.90$ para lograr más ductilidad. 2 Varillas #25 han sido añadidas a la compresión. Calcular la capacidad a momento.

SOLUCION:

1.- Considerar $f_s = f_y$ y $f'_s = f_y$ y dividir la viga en dos componentes.

Como se puede apreciar en la figura la viga dada se dividió en 2 y se considera que todo el acero fluye. El área de acero en la viga 1 es: $As_1 = A's$. El área de acero en la viga 2 es:

$$As_2 = As - As_1 = 3000 - 1000 = 2000 \text{ mm}^2.$$

2.- Calcular "a" para viga 2:

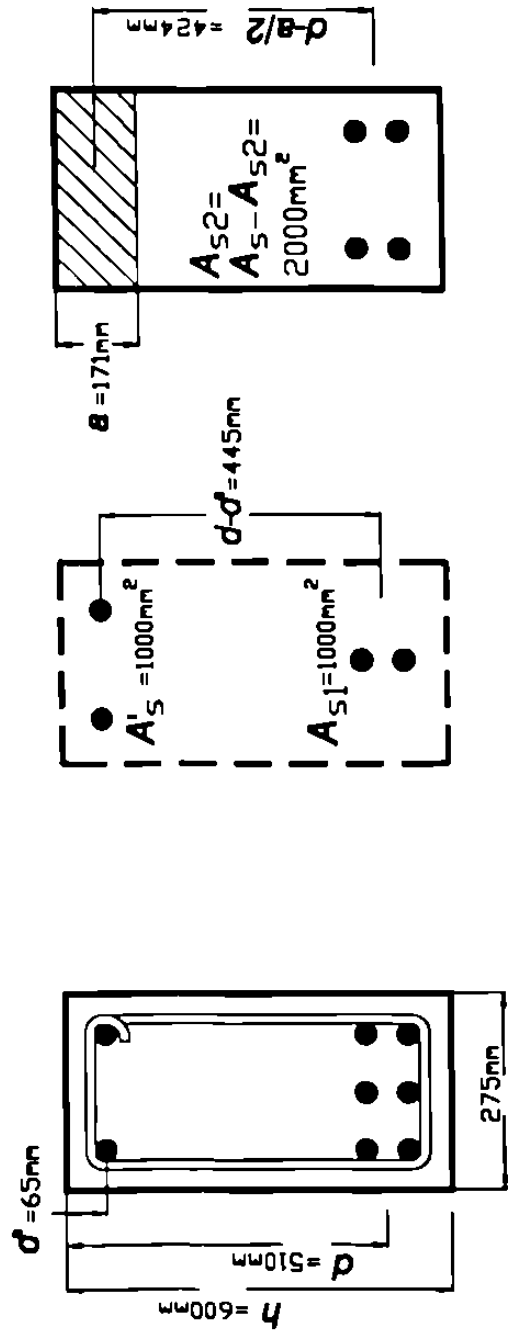
$$a = \frac{(As - A's) f_y}{0.85 f_c b} = \frac{2000 \times 400}{0.85 \times 20 \times 275} = 171 \text{ mm}$$

3.- Revisar si el acero en compresión fluye:

$$d' = 65 \text{ mm}, \quad d'/a = \frac{65}{171} = 0.380$$

$$(d'/a)_{lm} = \frac{1}{\beta_1} (1 - f_y/600) = 0.392$$

Como $d'/a = 0.380$ es menor que el valor límite de 0.392, el acero en compresión fluye.



VIGA 2

VIGA 1:
ACERO SOLAMENTE

SECCION VIGA

FIGURA 4-12

4.- Revisar si $f_s = f_y$ para el acero en tensión y si la sección es controlada por tensión.

$$a = 171 \text{ mm y } a/d = \frac{171}{510} = 0.335$$

De la tabla A - 4M, $a_b/d = 0.510$. Como 0.335 es menor que 0.510, el acero en tensión fluye.

$$d_t = 600 - 40 - 10 - 25/2 = 537 \text{ mm.}$$

$$a/d_t = \frac{171}{537} = 0.3184$$

El límite para que la sección sea controlada por tensión es:

$$\frac{a_{ld}}{d_t} = 0.375 \beta_1 = 0.3188$$

Como 0.3184 es menor que 0.3188 la sección es controlada por tensión y $\phi = 0.90$

Alternativamente, el diseño debe satisfacer la Sección 10.3.3 del ACI, el límite máximo del acero será tal que $\rho - \rho' \leq 0.75 \rho_b$. Para revisar esto, calcular las fuerzas de compresión C_c y C_s en el concreto y acero en la condición balanceada con $a = a_b$, para encontrar el área de acero en la condición balanceada:

$$A_{s_b} = \frac{C_c + C_s}{f_y} \quad \text{esto da} \quad A_{s_b} = 4040 \text{ mm}^2$$

$0.75 A_{s_b} = 3030 \text{ mm}^2$ el cual es un poco mayor que $A_s = 3000 \text{ mm}^2$. Entonces esta viga satisface la Sección 10.3.3 del ACI y $\phi = 0.90$.

5.- Revisar si $A_s \geq A_{s_{\min}}$ (de la ecuación del ACI)

$$A_{s_{\min}} = 392 \text{ mm}^2 < 491 \text{ mm}^2, \text{ luego se toma :}$$

$$A_{s_{\min}} = 491 \text{ mm}^2$$

Como $A_s = 3000 \text{ mm}^2$ excede $A_{s_{\min}}$, esta bien.

6.- Calcular ϕM_n :

(a) Viga 1. $\phi M_{n1} = \phi[A'sfy(d - d')]$

$$= \frac{0.9 [1000 \times 400 (510 - 65)]}{10^6} = 160 \text{ KN-m}$$

(b) viga 2: $\phi M_{n2} = \phi[(A_s - A's) f_y (d - a/2)]$

$$= \frac{0.9 [(3000 - 1000) 400 (510 - 171/2)]}{10^6} = 306 \text{ KN - m}$$

La capacidad total a momento es: $\phi M_n = \phi M_{n1} + \phi M_{n2} = 466 \text{ KN -m}$

Entonces, la capacidad a momento de la viga mostrada en la Figura es 466_KN-m.

PROBLEMAS.

Con el fin de ejercitarnos en los sistemas de unidades se manejan en el sistema métrico y el Inglés.

4-1 y 4-2. Calcular ϕM_n para las vigas mostradas en Figura P4-1 y P4-2. Usar $f_c = 260 \text{ kg/cm}^2$ para P4-1 y $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ para P4-2 y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

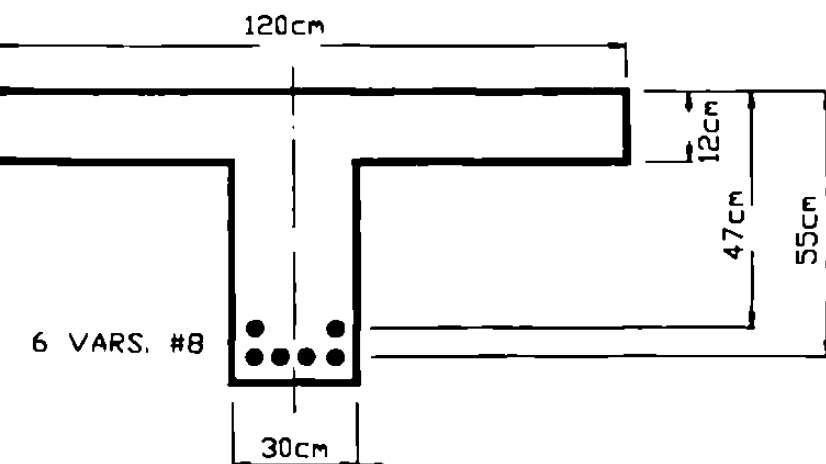


FIGURA P4-1

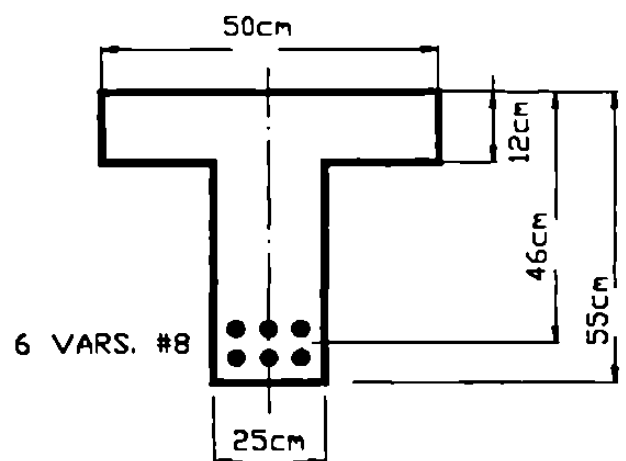


FIGURA P4-2

4-3.- Calcular la capacidad para momento negativo ϕM_n , para la viga mostrada en la Figura P4-3. Usar $f_c = 3000$ psi y $f_y = 40,000$ psi.

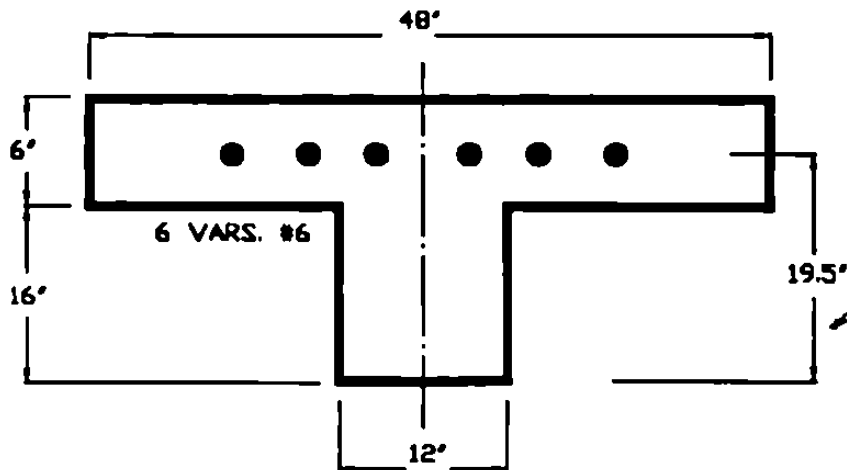


FIGURA P4-3

4-4.- Para la viga mostrada en la Figura P4-4 usar $f_c = 210$ kg/cm².

- Calcular el ancho efectivo a la mitad del claro.
- Calcular ϕM_n para momentos positivo y negativo. En los apoyos refuerzo en una cama, en el centro del claro las 3 # 8 están en la 1era., cama y las 2 # 7 en la 2da.. cama.

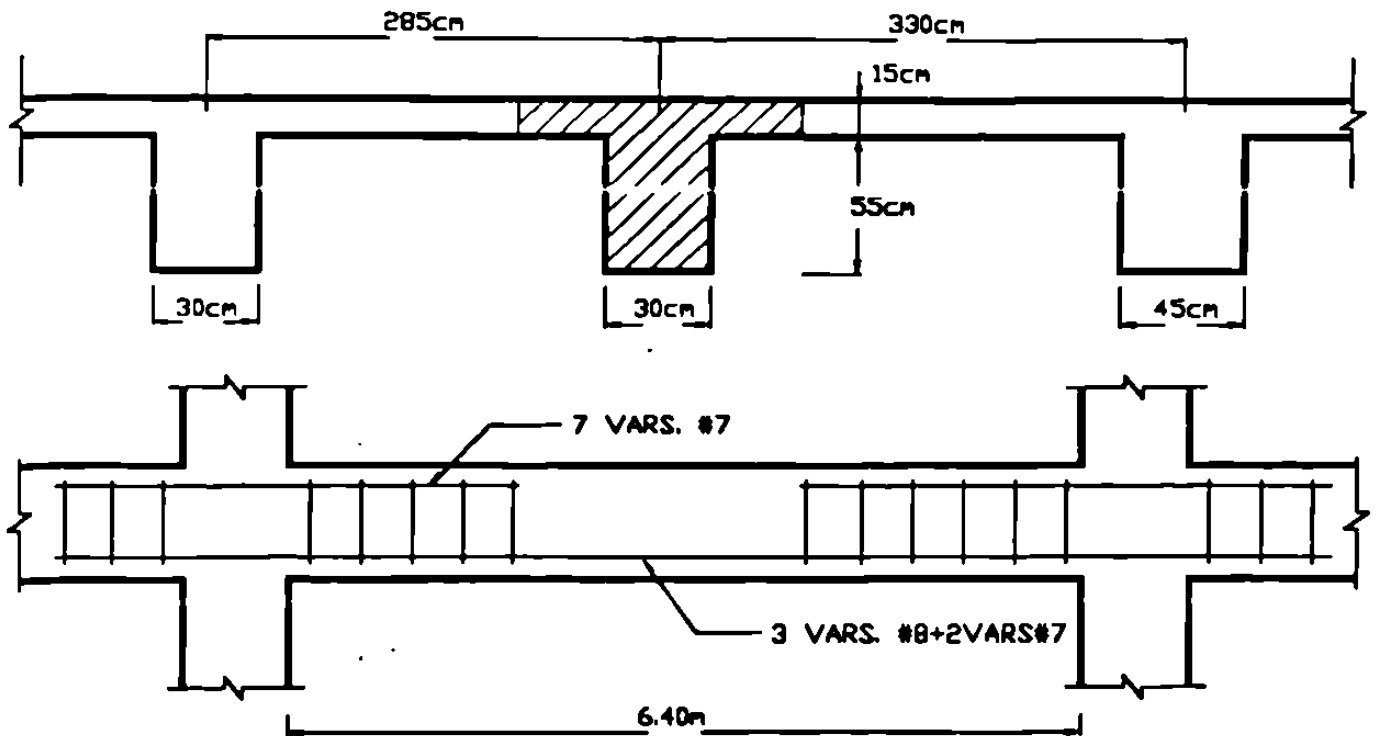


FIGURA P4-4

4 5 - Para la viga mostrada en la Figura P4-5 se dan las cargas de servicio (no - factorizadas). Carga muerta 1.5 KLBS/pie y viva de 3.5 KLBS/pie

- (a) Dibujar envolvente de momentos.
- (b) Seleccionar el refuerzo para las regiones de momento positivo y negativo. Usar $f'_c=3000 \text{ LBS/pulg}^2$ y $f_y=60,000 \text{ LBS/pulg}^2$

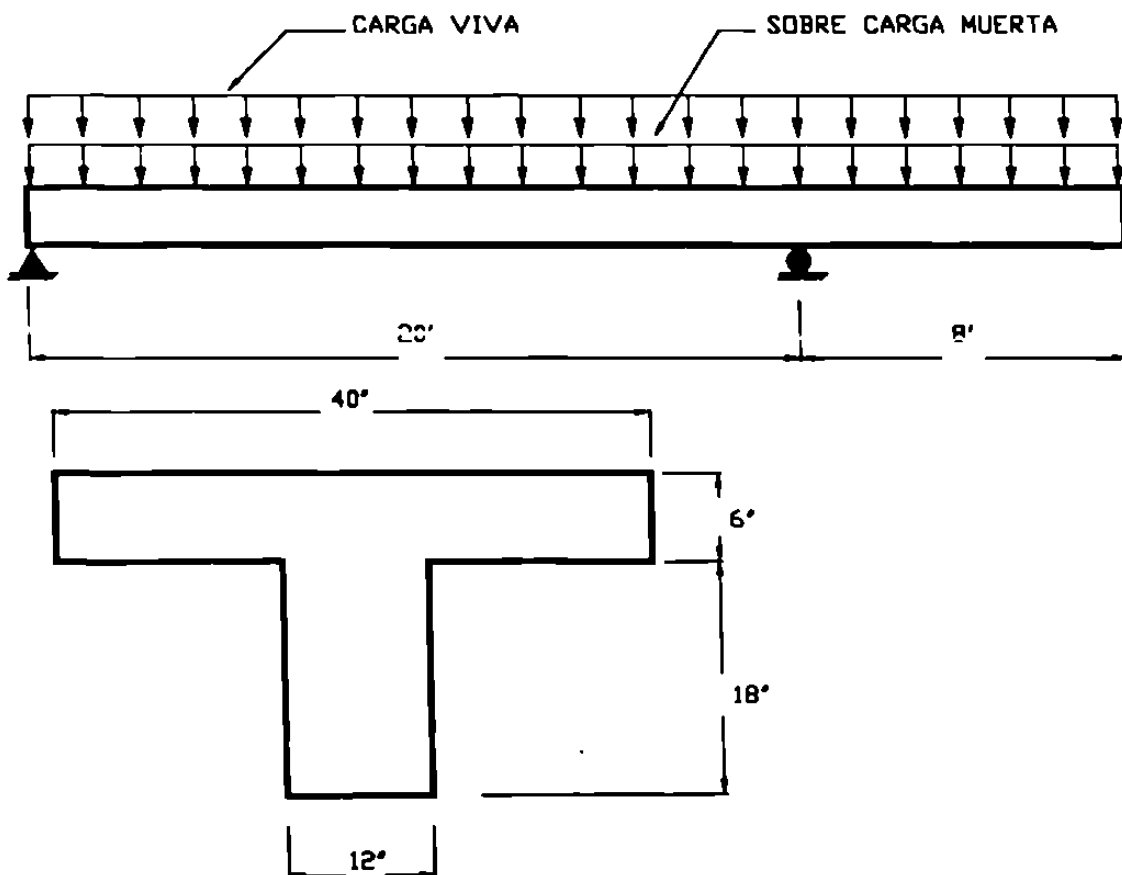


FIGURA P4-5

P4-6 - Calcular ϕM_n para la viga en la Figura P4-6. Usar $f'_c=210 \text{ kg/cm}^2$.

- (a) El refuerzo son 6 Varillas # 8.
- (b) El refuerzo son 9 Varillas # 8.

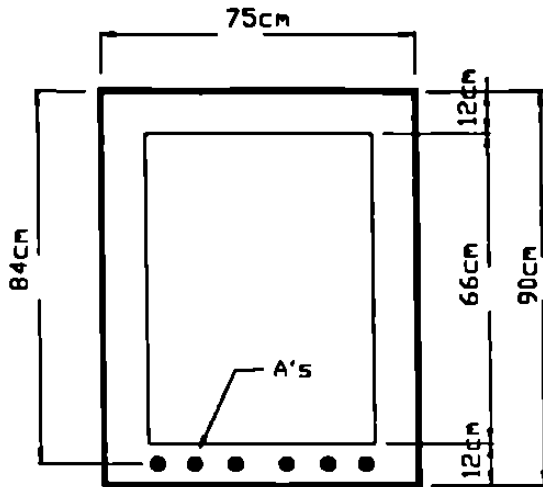


FIGURA P4-6

P4-7.- Calcular ϕM_n para la viga mostrada en la Figura P4-7. Usar $f'_c = 4000 \text{ LBS/pg}^2$ y $f_y = 60,000 \text{ LBS/pulg}^2$.

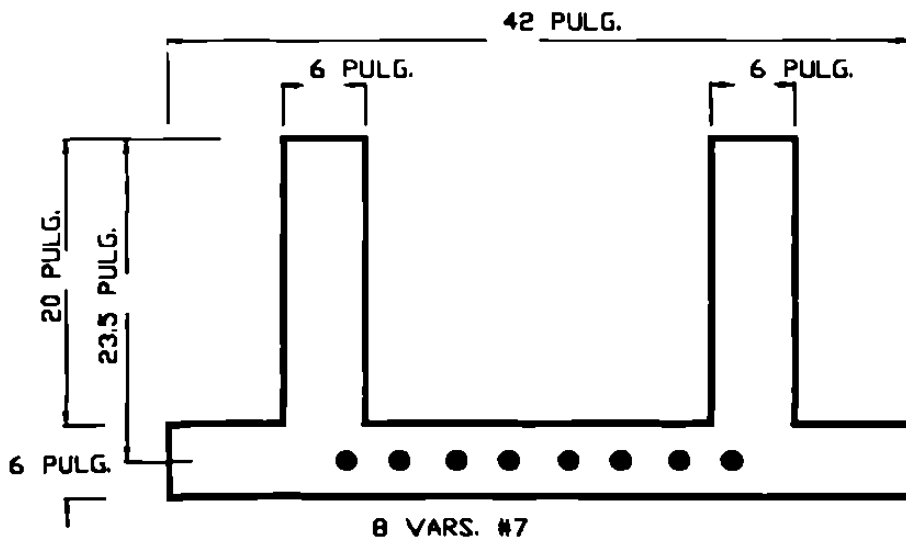


FIGURA P4-7

4-8: Dar tres razones para usar refuerzo de compresión en vigas.

4-9: (a) Calcular ϕM_n para las tres vigas mostradas en la figura P4-9. En cada caso $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4,200 \text{ kg/cm}^2$, $b = 30 \text{ cm}$, $h = 90 \text{ cm}$, $d = 81 \text{ cm}$.

(b) comparar costo y resistencia de las tres secciones.

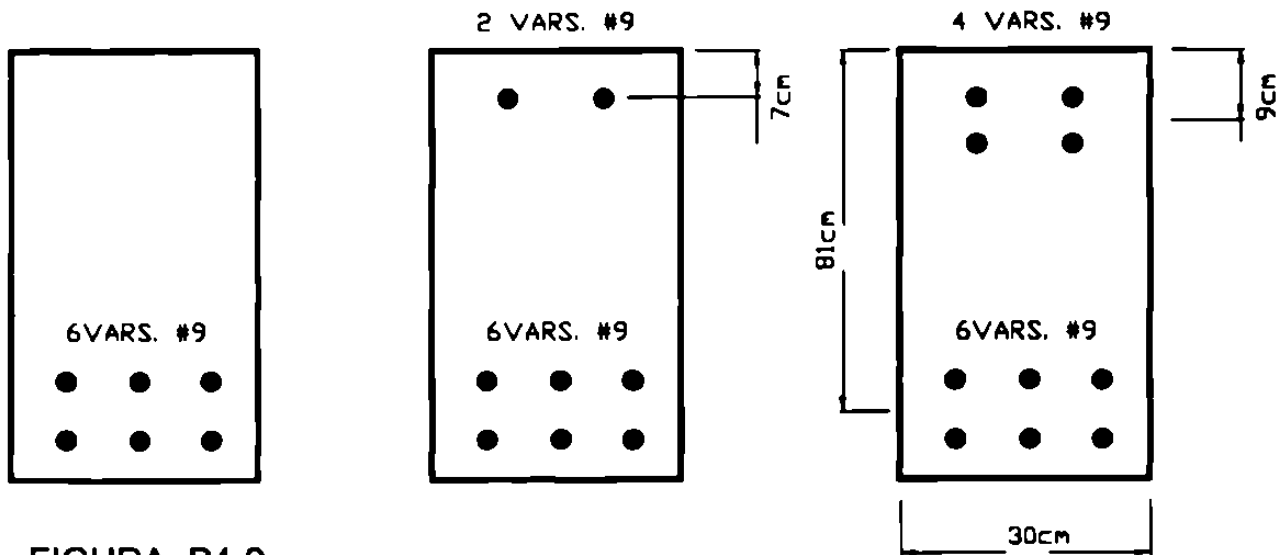


FIGURA P4-9

NOTA : Se hace la aclaración que estos ejemplos fueron elaborados con fines académicos, esto en virtud de que las varillas #7 y #9 no son comerciales en México.

P4-10. Calcular ϕM_n para la viga mostrada en la Figura P4-10. Usar $f_c = 175 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. ¿Cuál acero fluye primero en la capacidad última de esta viga?

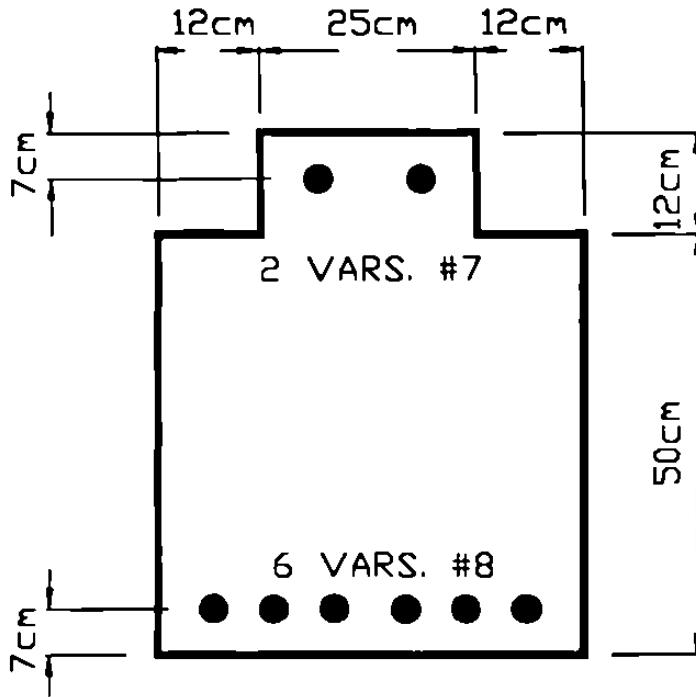


FIGURA P4-10

CAPÍTULO 5:

CORTANTE EN VIGAS

- 5.1.- Análisis y Diseño en vigas de Concreto Reforzado por Cortante Código ACI.**
- 5.2.- Ecuaciones de Diseño para la Resistencia**
- 5.3.- Estados límite de Falla por Cortante, Vigas con Refuerzo en el alma.**
- 5.4.- Localización del Máximo Cortante para Diseño de Vigas.**
- 5.5.- Ejemplo.**
- 5.6.- Problemas.**

5.1.- ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO POR CORTANTE

CODIGO ACI

En el Código ACI, la ecuación básica de diseño para la capacidad a cortante para vigas es:

$$\phi V_n \geq V_u \quad (\text{ACI Ec. 11-1})$$

Donde V_u es la fuerza cortante debida a las cargas factorizadas, ϕ es el factor de reducción de resistencia, tomado igual a 0.85 para cortante, y V_n es la Resistencia nominal a cortante, la resistencia nominal a cortante es:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{ACI Ec. 11-2})$$

Donde V_c es el cortante resistido por el concreto y V_s el cortante resistido por los estribos.

La falla por cortante se dice que ocurre cuando uno de los varios estados límite se alcanza.

Posteriormente se describen estos estados límite y como los maneja el Código ACI.

5.2.- ECUACIONES DE DISEÑO PARA LA RESISTENCIA A CORTE DE MIEMBROS SIN REFUERZO EN EL ALMA.

En 1962 el comité ACI - ASCE en cortante y Tensión Diagonal presentó la siguiente ecuación para calcular la fuerza cortante en una grieta inclinada en vigas sin refuerzo en el alma sujetos a cortante y flexión únicamente.

$$V_c = (0.5\sqrt{f'_c} + 175 \rho_w V_u d / M_u) b_w d \quad (\text{ACI Ec. 11-5})$$

$$\leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d.$$

La cantidad $\frac{V_u d}{M_u}$ no se debe tomar mayor que 1.

M_u es momento factorizado que ocurre simultáneamente con V_u en la sección considerada.

En el sistema inglés de unidades la ecuación anterior es:

$$V_c = (1.9 \sqrt{f'_c} + 2500 \rho_w \frac{V_u d}{M_u}) b_w d$$

Donde para un rango normal de las variables del segundo término entre paréntesis este da 0.1 $\sqrt{f'_c}$ de lo cual resulta:

$$V_c = 2 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{sistema inglés}) \quad (\text{ACI Ec. 11-3})$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{sistema métrico})$$

Para miembros cargados axialmente, el Código ACI modifica la ecuación anterior como sigue:

Compresión Axial (ACI Sección 11.3.1.2):

$$V_c = 0.55 \left(\frac{N_u}{2000 A_g} + 1 \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{donde}$$

N_u/A_g está en kg/cm^2

Tensión axial (ACI Sección 11.3.2.3)

$$V_c = 0.55 \left(\frac{N_u}{35 A_g} + 1 \right) \sqrt{f'_c} b_w d \quad (\text{ACI Ec. 11.8})$$

5.3.- ESTADOS LIMITE DE FALLA POR CORTANTE VIGAS CON REFUERZO EN EL ALMA

1.- Falla debida a fluencia de los estribos:

En la figura 5-1 el cortante se transfiere a través de la superficie, A - B - C, por cortante en la zona de compresión, V_{cz} , la componente vertical de contribución del agregado, V_{ay} , la acción de clavija, V_d , y estribos, V_s . En el Código ACI V_{cz} , V_{ay} y V_d son conjuntados como V_c , el cual es referido como "cortante transmitido por el concreto".

Entonces la resistencia nominal a cortante, V_n , se asume que es:

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{ACI Ec. 11-2})$$

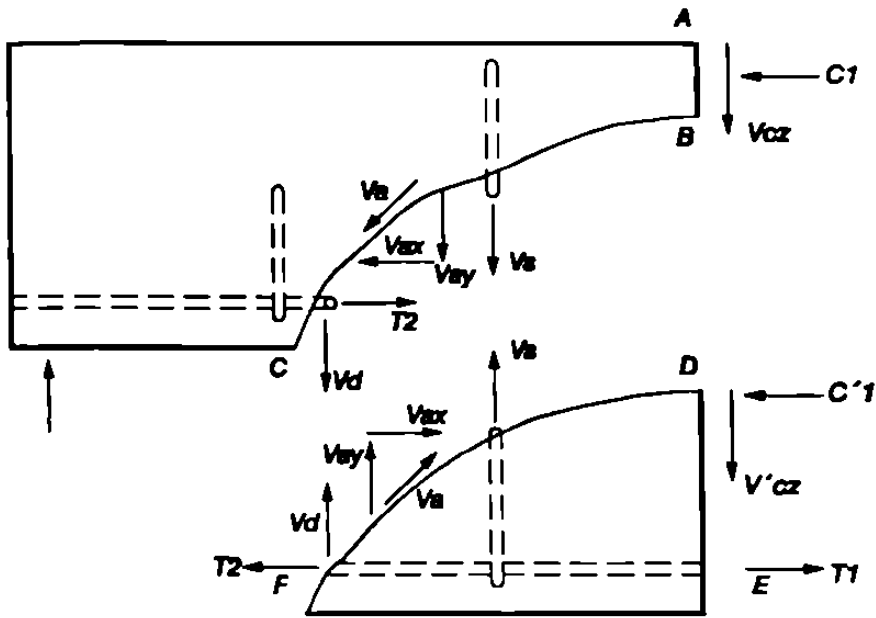
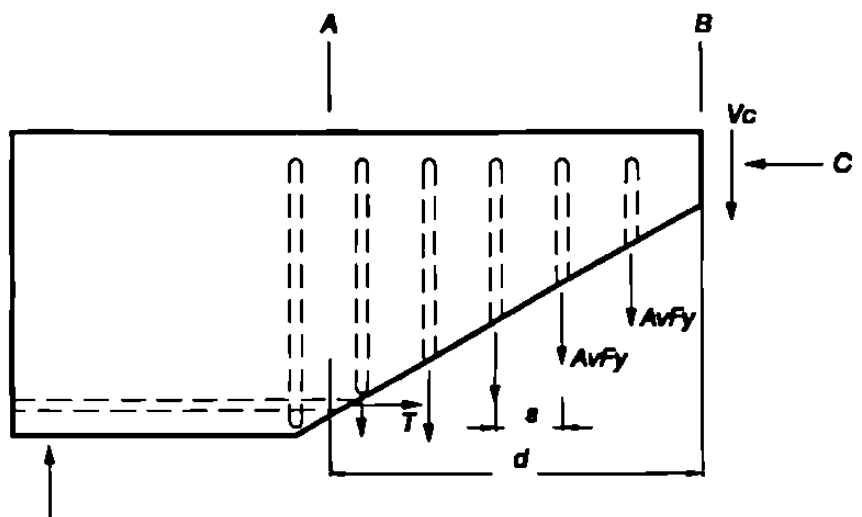
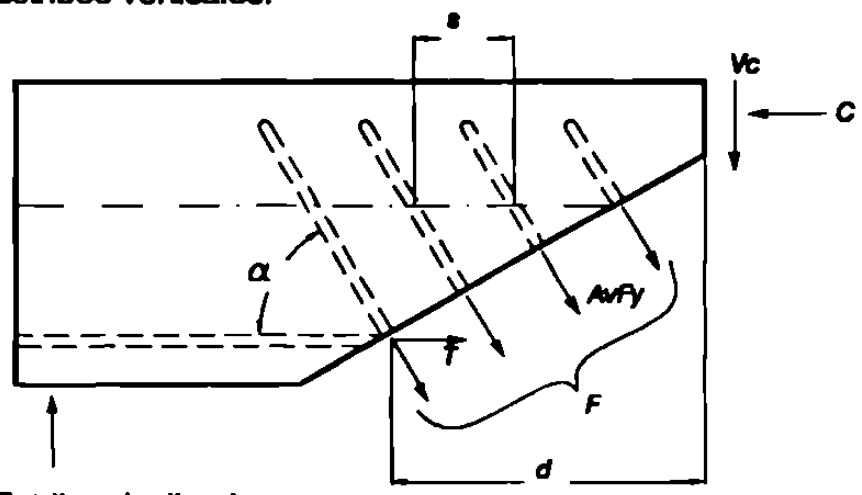


FIGURA 5-1
FUERZAS INTERNAS EN UNA SECCION AGRIETADA CON ESTRIBOS.



(a) Estribos verticales.



(b) Estribos inclinados.

FIGURA 5-2
CORTANTE RESISTIDO POR LOS ESTRIBOS.

Se hace énfasis que tomando V_c igual en una grieta inclinada es una observación "empírica" de pruebas, si se considera que la proyección horizontal de la grieta inclinada es d , como se muestra en la Figura 5-2.

La Figura 5-2 muestra el cuerpo libre entre la grieta en una viga y su extremo. La proyección horizontal de la grieta es tomado como d , si se supone que esta grieta esta inclinada aprox. 45° .

Si "s" es la separación de los estribos, el número de estribos cortados por una grieta es d/s .

Considerando que fluyen en la falla, el cortante resistido por los estribos es:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad (\text{ACI Ec. 11-5})$$

Si los estribos están inclinados un ángulo α , con la horizontal, como se muestra en la Figura 5-2b el número de estribos cruzados por una grieta es aproximadamente $d(1+\cot\alpha)/s$ donde "s" es el espaciamiento horizontal de los estribos.

La fuerza inclinada, F, es:

$$F = A_v f_y [d (1 + \cot\alpha)]/s$$

El cortante resistido por los estribos, V_s , es la componente vertical de F, la cual es $F \sin\alpha$, esto es:

$$V_s = A_v f_y (\sin\alpha + \cos\alpha) \frac{d}{s}$$

Si V_u excede ϕV_c , es necesario proveer estribos tales que $V_u \leq \phi V_n$ (ACI Ec. 11-1)

De tal manera que para diseño:

$$\phi V_n = \phi(V_c + V_s) \geq V_u \text{ de donde:}$$

$$V_s \geq \frac{V_u - V_c}{\phi} \text{; igualando}$$

$$V_s = A_v f_y \frac{d}{s} = \frac{V_u - V_c}{\phi} \quad \text{da :}$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{\phi (V_u - V_c)}$$

Esta ecuación es aplicable para estribos verticales.

Para garantizar que los estribos están cruzados por una grieta inclinada el ACI en la Sección 11.5.4.1 establece que el espaciamiento máximo de estribos verticales sea $d/2$ ó 60 cm (24 pulg) como se muestra en la Figura 5-3.

Si $(V_u/\phi) - V_c = V_s$ excede $1.1 \sqrt{f'_c} b_w d$ (sistema métrico)

El máximo espaciamiento permisible se reduce a la mitad es decir $d/4$ ó 30 cm. (12 pulg).

2.- Falla por cortante iniciada por falla del anclaje de los estribos.

La ecuación $V_s = (A_v f_y d)/s$ está basada en que el acero de los estribos llega a la fluencia. Esto realmente ocurrirá si los estribos están bien anclados. Generalmente la parte superior de la grieta inclinada ocurre en la cara de compresión de la viga como se muestra en la Figura 5-4. El esfuerzo de fluencia en el estribo se presenta donde la grieta intercepta al estribo. Por esta razón el ACI Sección 12.13.1 requiere de recubrimiento, espaciamiento y ganchos de anclaje de los estribos.

El requisito de la sección 12.13.5 del ACI se muestra en la figura 5-5(c)

Los requisitos de la Secciones 7.11 y 11.6.4.1 se muestran en la Figura 5-5 (d)

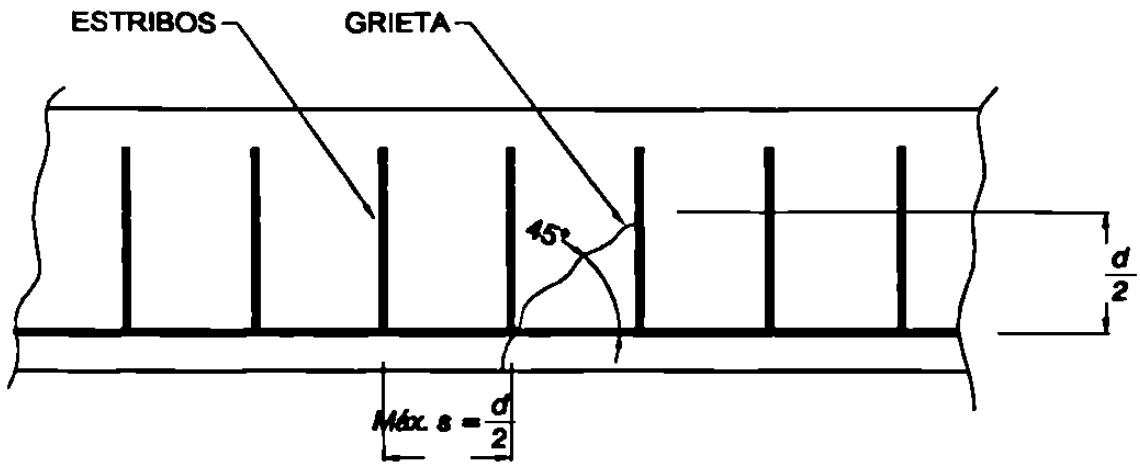
El refuerzo de compresión en vigas y trabes debe estar confinado para evitar el pandeo.

Finalmente, el usar estribos Grado 40 ($f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$) trae la ventaja de que reduce su espaciamiento el cual ayuda a prevenir el ancho excesivo de la grieta.

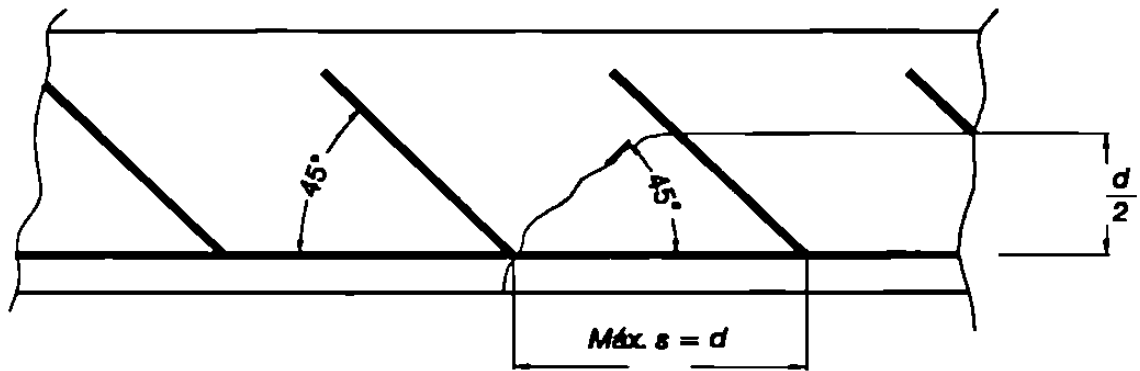
3.- Falla debida al ancho excesivo de la grieta por cargas de servicio.

Cuando las grietas inclinadas en las vigas son significantes y permiten que penetre el agua en la viga, posiblemente cause la corrosión de los estribos. En pruebas en tres vigas similares, el ancho de la grieta bajo cargas de servicio fue de 150% mayor en vigas de varillas dobladas sin estribos que en una viga con estribos verticales.

El Código ACI requiere de anclaje en estribos tal como se muestra en la figura 5-5.



(a) Estribos verticales.



(b) Estribos inclinados.

FIGURA 5-3
MAXIMO ESPACIMIENTO DE ESTRIBOS.

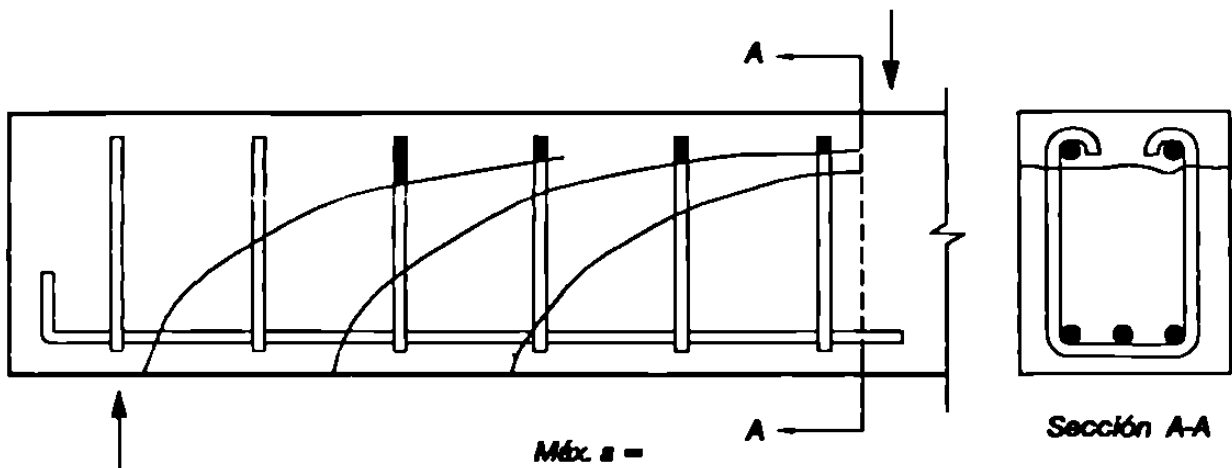
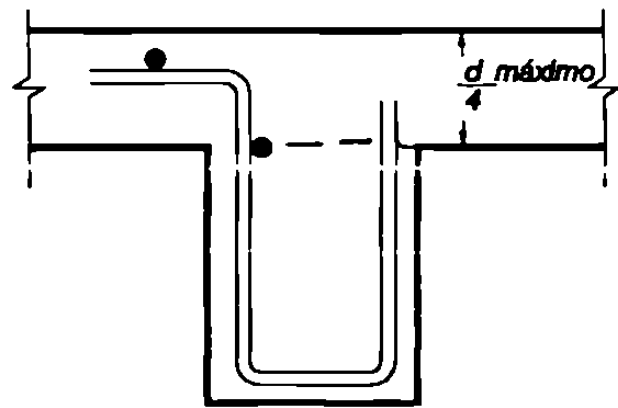
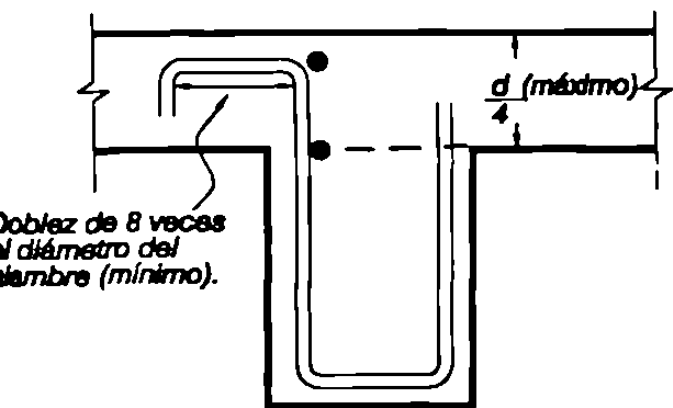
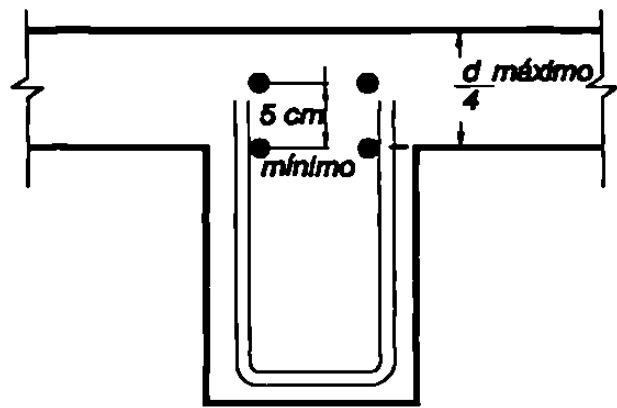
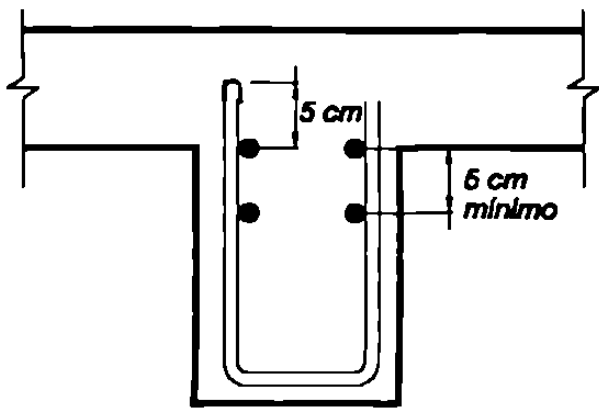
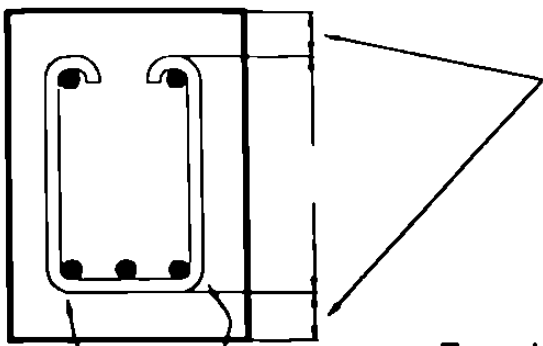


FIGURA 5-4
ANCLAJE DE ESTRIBOS.



REQUISITOS DE ANCLAJE DE ESTRIBOS.

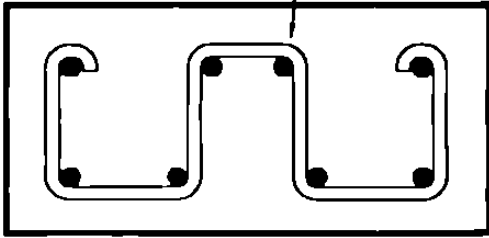
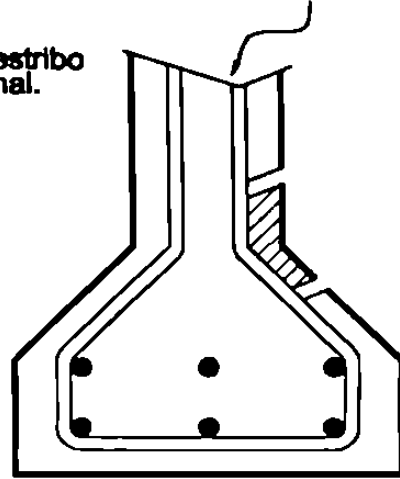


Estribos cerrados en las caras de tensión y compresión con recubrimiento y espacio permitido.

No permitido

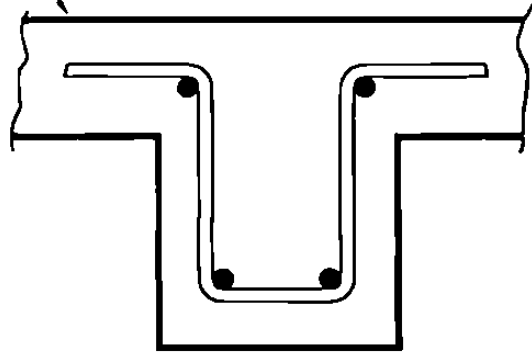
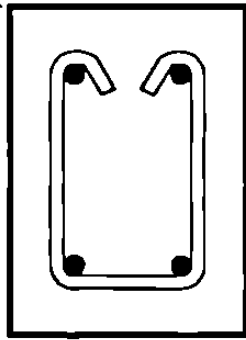
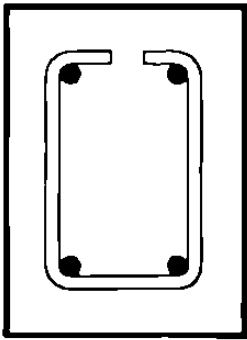
Como el estribo esta en tensión produce grietas en recubrimiento.

En cada dobléz de estribo una varilla longitudinal.

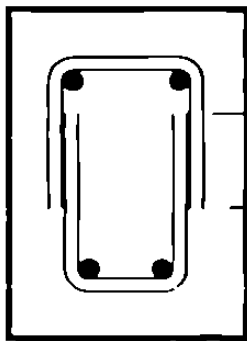


(a) Requisitos generales.

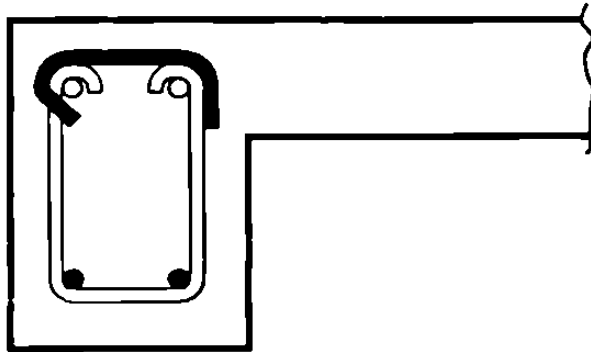
Ganchos std de estribo ACI Sec. 7.1.3, varilla encerrada por un estribo ACI Sec.12.13.2.1



(b) Requisitos de anclaje de estribos para varillas #5 y menores como lo permiten las Secs. 7.13 y 12.13.2.1 del ACI.



No menor que $1.3 l_d$



(c) Anclaje de estribo como lo permite la Sec. 12.13.5 del ACI.

(d) Dos piezas de estribo cerrado.
- Vigas con torsión o compresión.
ACI Secs. 7.11 y 11.6.4.1.

FIGURA 5-5
REQUISITOS PARA DETALLADO DE ESTIBOS.

(a) La sección 12.13.3 del ACI requiere que cada doblez de estribo encierre a una varilla longitudinal como se muestra en la Figura 5-5a.

(b) La Sección 12.13.2.1 del ACI requiere que varillas #5 y alambre D31 y menores con $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$ se les permite usar un gancho estándar alrededor del acero de refuerzo longitudinal. Los ganchos pueden ser a 90° , 135° ó 180° como se muestra en la Figura 5-5b.

(c) Para varillas # 6, 7 y 8 con estribos con f_y de 2800 Kg/cm^2 el ACI en la Sección 12.13.2.1 permite detallar como se muestra en la Figura 5-5b, es decir, un gancho estándar alrededor del refuerzo longitudinal.

(d) Para estribos con varillas #6, 7 y 8 con f_y mayor de 2800 kg/cm^2 el ACI en la Sección 12.13.2.2 permite usar un gancho de estribo estándar alrededor de una varilla longitudinal, más un anclaje entre el punto medio de la altura del elemento y el extremo exterior del gancho igual o mayor a $0.053 d_b f_y / \sqrt{f_c}$.

(e) Los requisitos para el anclaje de estribos de malla de alambre liso soldados se muestran en la figura de la página 134.

Para la máxima carga de servicio el ancho de la grieta en una viga con estribos inclinados es solamente el 80% que en una viga con estribos verticales.

Además, los anchos de las grietas son menores usando estribos de menor diámetro poco espaciados que con estribos de mayor diámetro muy espaciados.

4.- Falla por cortante debida al agrietamiento del alma.

Esto sucede en vigas de alma delgada debido a la compresión diagonal en el alma de la viga. Los esfuerzos de compresión diagonal se relacionan con el esfuerzo cortante, " V ", varios códigos mencionan que el esfuerzo cortante último es de 0.2 a 0.25 veces la resistencia a la compresión del concreto.

El Código ACI limita el V_s para control de agrietamiento a $V_{s(\max)} = 2.1 \sqrt{f_c} b_w d$ para garantizar la seguridad adecuada y no se agriete el alma en vigas de concreto reforzado.

5.- Falla por cortante iniciada por falla en la cuerda de tensión.

La fuerza de tensión en el refuerzo longitudinal puede provocar agrietamiento y como las cargas vivas varían de posición esto provoca que se mueva el punto de inflexión del diagrama de momentos el cual va acompañado de cortante. Parcialmente por esta razón el ACI en la Sección 12.10.3 requiere que el refuerzo de flexión se extienda "d" ó 12 diámetros de varilla después del punto de donde se requieren (excepto en apoyos de vigas simples o extremos de voladizos).

REFUERZO MINIMO DEL ALMA

Debido a que la falla por cortante en una viga sin refuerzo en el alma es súbita y porque las cargas de falla por cortante varían con respecto a los valores dados por las ecuaciones de diseño, el ACI Sección 11.5.5.1 requiere de una cantidad mínima de refuerzo por cortante cuando la fuerza cortante aplicada V_u excede un medio del cortante resistido por el concreto $\phi (0.5V_c)$, excepto en:

- 1.- Losas y zapatas.
- 2.- Juntas de construcción de concreto.
- 3.- Vigas con un peralte total no mayor de 25 cm (10 pulg), 2 ½ veces el espesor del patín ó ½ del ancho del alma el que sea mayor.

Las excepciones en cada caso representan un tipo de miembro en el cual la redistribución de la carga puede ocurrir en el ancho del miembro, o en el caso de pisos con joist, en los miembros adyacentes.

El ACI en la Sección 7.13.2.2. requiere que las vigas en el perímetro de la estructura deberán tener por lo menos un sexto del acero de refuerzo de tensión requerido para momento negativo en el apoyo, y un cuarto del acero de refuerzo requerido por momento positivo a la mitad del claro, continuo alrededor del perímetro y amarrado a estribos cerrados, o con estribos anclados alrededor del refuerzo de momento negativo con un gancho que tenga un doblez de por lo menos 135° esto es para evitar el colapso que se produciría si fallan las vigas exteriores por la extensión de la falla de las vigas interiores ; donde se requiera, el refuerzo mínimo en el alma será como mínimo (ACI Sección 11.5.5.3).

$$A_{v(\min)} = (50 b_w s) / f_y$$

(Unidades sistema inglés)

$$A_{v(\min)} = (3.5 b_w s) / f_y$$

(Unidades sistema métrico)

Esto equivale a proporcionar refuerzo para transmitir un esfuerzo cortante de 3.5 kg/cm^2 .

Para vigas con f_c mayor que 700 Kg/cm^2 , se pueden usar valores de $\sqrt{f_c}$ mayores que 26.5 kg/cm^2 con un refuerzo mínimo en el alma dado por la ecuación ;(ACI Secc. 11.1.2.1) :

$$A_{v(\min)} = \frac{f_c}{350} (3.5 \frac{b_w s}{f_y}) \leq \frac{10.5 b_w s}{f_y}$$

FACTOR DE REDUCCION DE RESISTENCIA POR CORTANTE

El factor de reducción de resistencia por torsión y cortante es 0.85 (ACI Sección 9.3.2.3.). Este es más bajo que para flexión porque las cargas de falla de cortante son más variables que las cargas de falla de flexión. Factores especiales de reducción de resistencia son requeridos por cortante en algunos miembros sujetos a cargas sísmicas (ACI Sección 9.3.4.).

5.4.- LOCALIZACION DEL MAXIMO CORTANTE PARA EL DISEÑO DE VIGAS.

En una viga apoyada como se muestra en la Figura 5-6a las grietas inclinadas se inician cerca de los apoyos y se extienden hacia arriba aproximadamente a 45° , por lo que las cargas que actúan hasta una distancia "d" del apoyo serán transmitidas a el directamente. Por esta razón el ACI en la Sección 11.1.3.1 establece que:

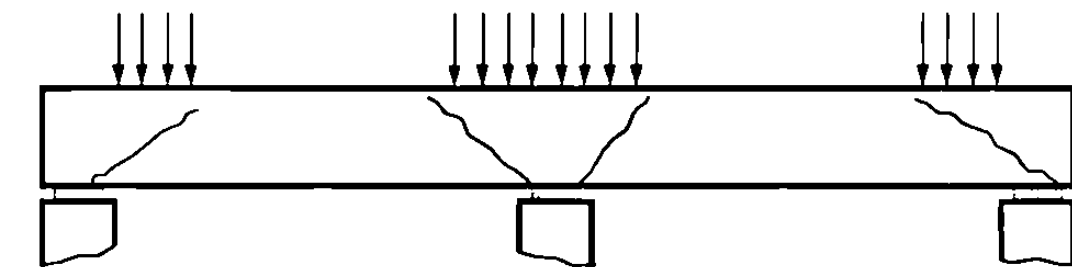
Para miembros no-presforzados en secciones localizadas a una distancia menor que "d" de la cara del apoyo pueden ser diseñadas para el mismo cortante, V_u , calculado a la distancia "d".

Esto se permite solamente cuando:

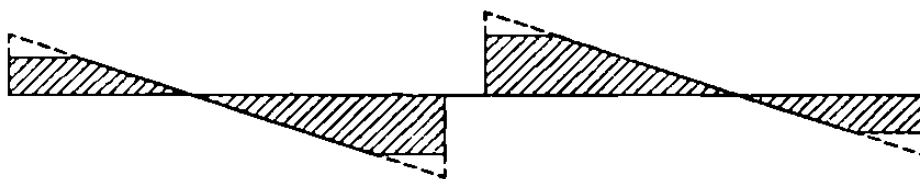
- 1.- La reacción en el apoyo, en la dirección del cortante aplicado, introduce compresión en las secciones extremas del miembro.
- 2.- No se presentan cargas concentradas en una zona a una distancia "d" de la cara del apoyo.

Entonces para la viga mostrada en la Figura 5-6a, los valores de V_u , usados en el diseño se muestran por el área achurada del diagrama de fuerzas cortantes de la Figura 5-6b.

En la Figura 5-7 se muestran algunos casos típicos para usarse en diseño al considerar la ubicación de la sección crítica.



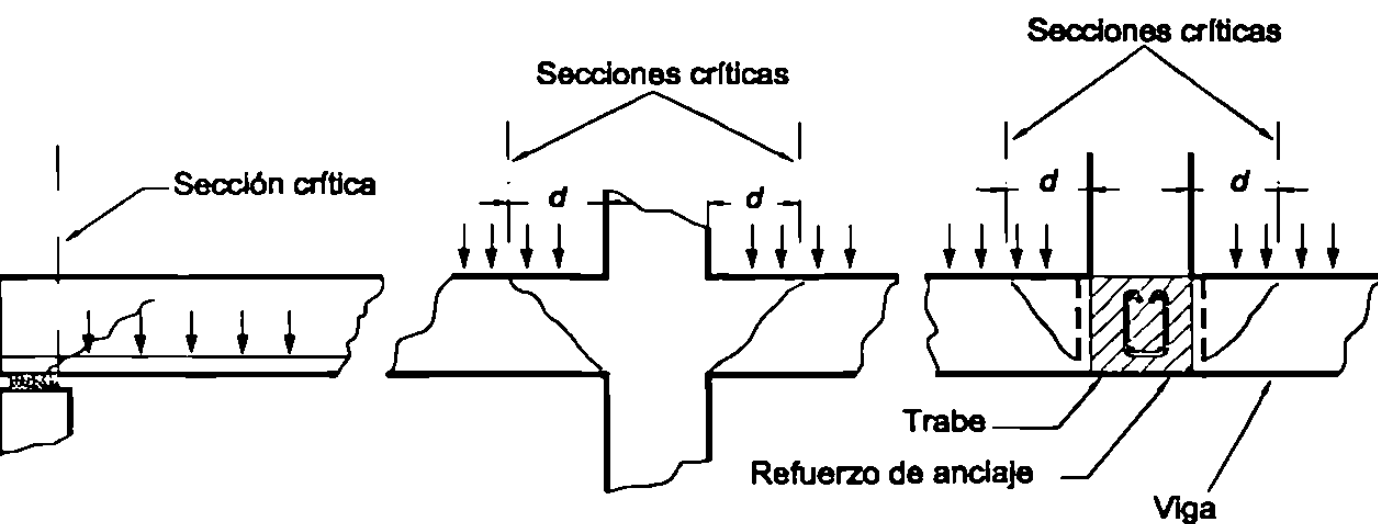
(a) Viga.



(b) Diagrama de fuerzas cortantes.

FIGURA 5-6

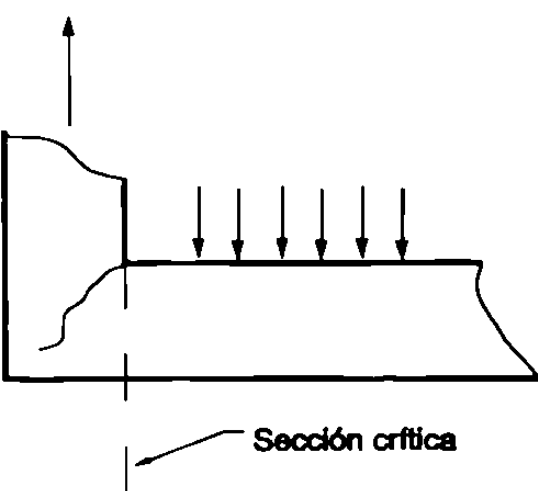
DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES EN UNA VIGA CONTINUA.



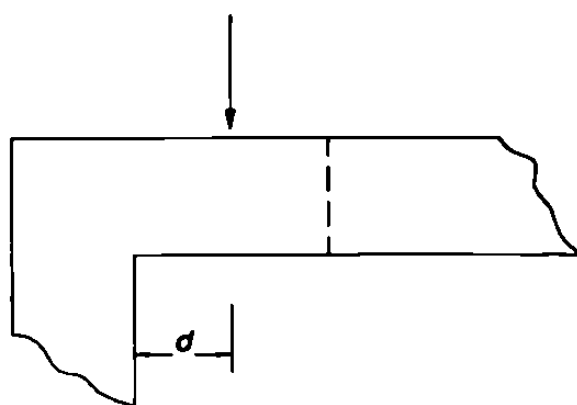
(a) Viga cargada en el patín de tensión.

(b) Viga columna.

(c) Trabe apoyada en trabe de cortante.



(d) Viga apoyada en elemento a tensión.



(e) Viga con carga concentrada cerca del apoyo.

FIGURA 5-7

APLICACION DE LA SECCION 11.1.3 DEL ACI.

En un edificio normal las cargas muertas y vivas se consideran uniformes. La carga muerta está siempre presente en todo el claro, pero la carga viva puede actuar en una parte del claro únicamente, como se muestra en la Figura 5-8d esto produce un cortante a la mitad del claro de manera que al actuar la carga viva, en todo el claro se tienen dos combinaciones de carga por lo que para el diseño se tiene que dibujar la envolvente de cortantes (Figura 5-8e).

El cortante en la mitad del claro debido a una carga viva uniforme es:

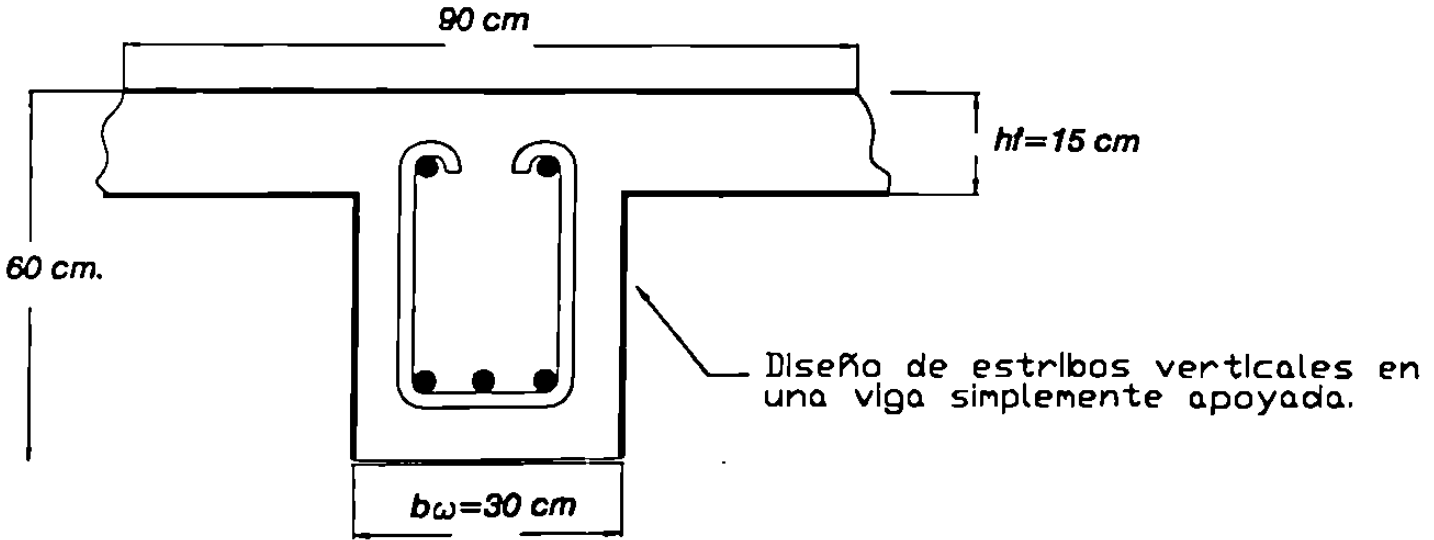
$$V_u = \frac{wl\ell}{8}$$

Este puede ser negativo o positivo.

5.5.- EJEMPLOS DE DISEÑO DE UNA VIGA POR CORTANTE.

EJEMPLO 5-1 Diseño de estribos verticales en una viga simplemente apoyada.

DATOS:



(b) Sección transversal.

EJEMPLO DE: FIGURA 5-8 (b).
DISEÑO DE UNA VIGA POR CORTANTE.

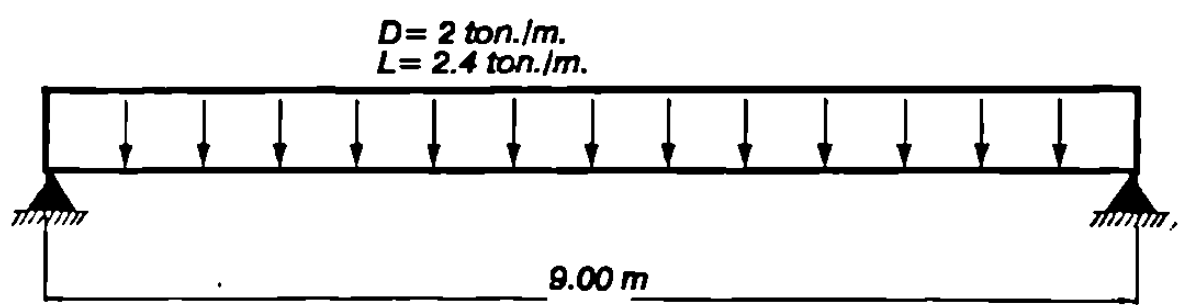


FIGURA 5-8 (a) DE VIGA DADA.

Diseñar los estribos verticales de la viga $f'c=280 \text{ kg/cm}^2$ (estribos).

Considerar que se satisface diseño por flexión y su anclaje.

1.- Diagrama de fuerzas cortantes.

Carga total factorizada:

$$\omega\mu = 1.4 \times 2 + 1.7 \times 2.4 = 6.88 \text{ ton/m.}$$

$$\omega\mu_M = 1.4 \times 2 = 2.80 \text{ ton/m.}$$

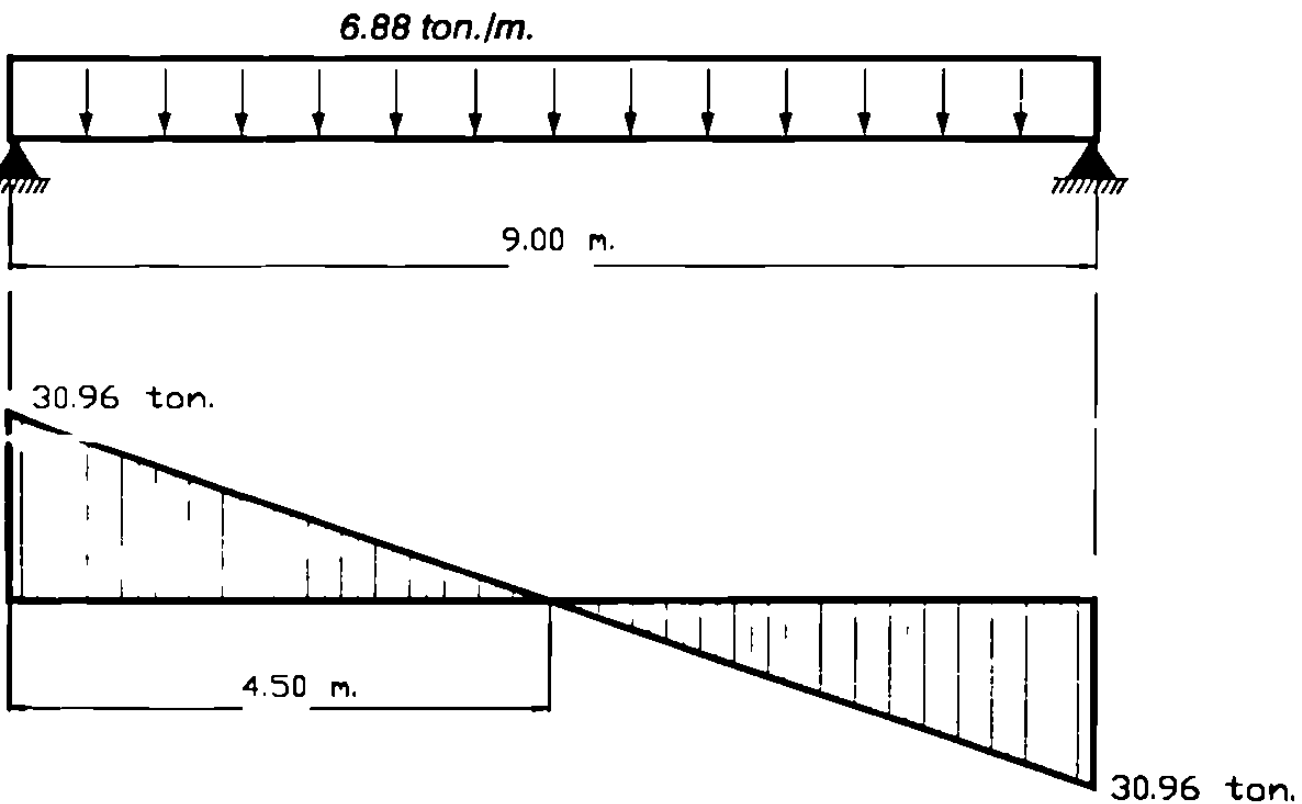


FIGURA 5-8 (c).
DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES; (Caso 1).

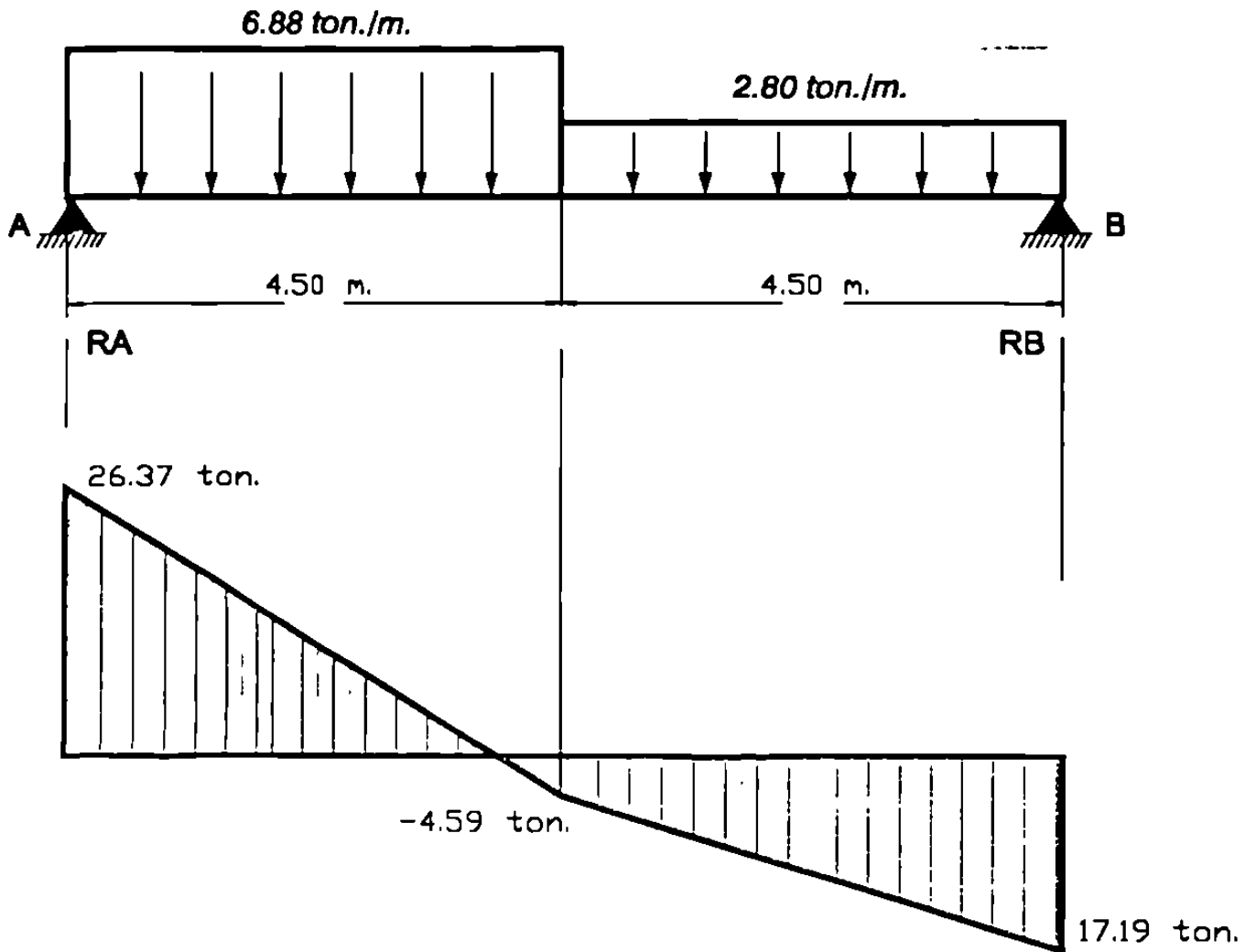


FIGURA 5-8 (d).
 DIAGRAMA DE FUERZAS CORTANTES; (Carga caso 2).

$$\sum M_B = R_A \times 9 - 6.88 \times 4.5 \times 6.75 - 2.8 \times 4.5 \times 2.25 = 0$$

$$R_A = \frac{208.98 + 28.35}{9}$$

$$R_A = 26.37 \text{ Ton}$$

$$R_B = 6.88 \times 4.5 + 2.8 \times 4.5 - 26.37$$

$$R_B = 17.19 \text{ ton}$$

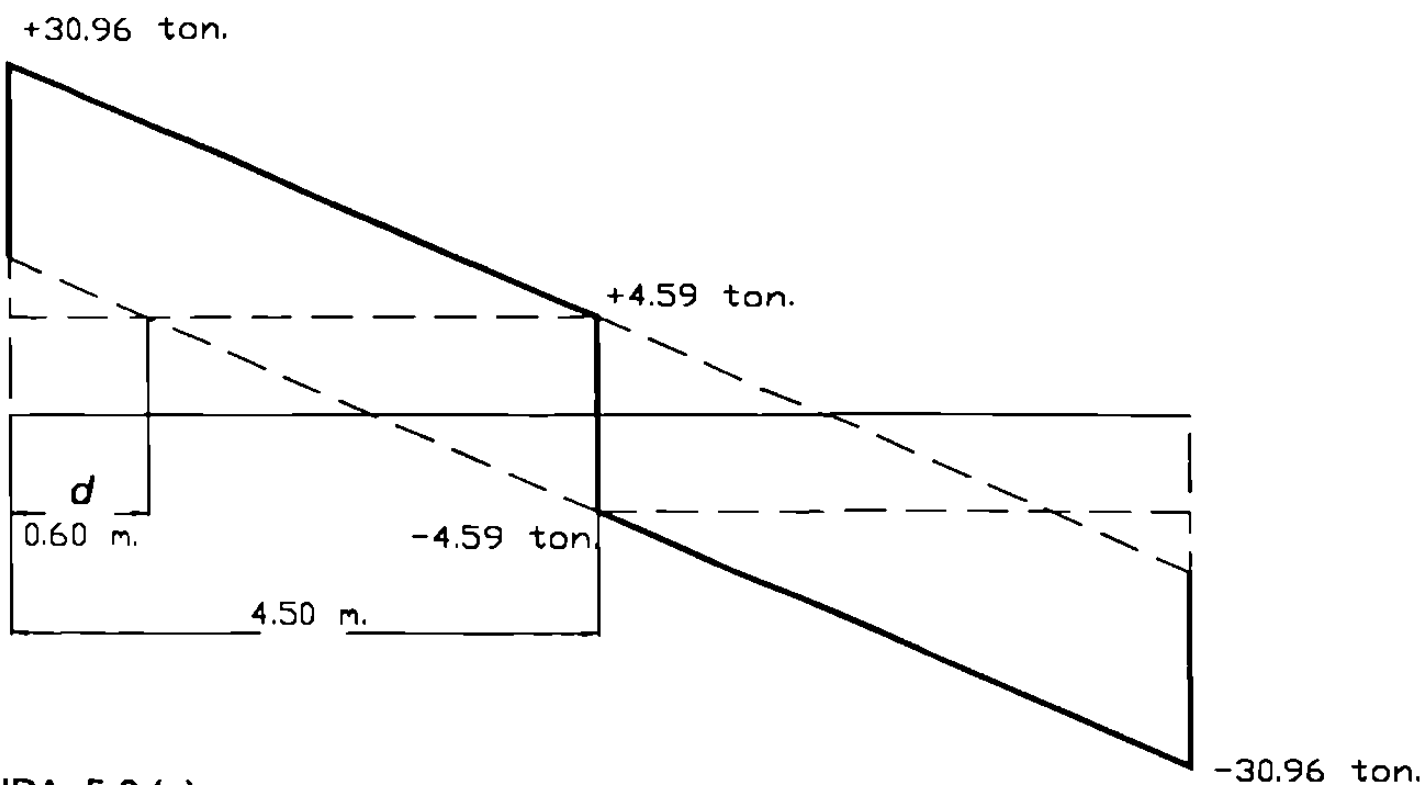


FIGURA 5-8 (e).
ENVOLVENTE DE CORTANTES.

Cortante a una distancia "d", en la sección crítica.

$$\frac{(V\mu)_d - 4.59}{3.9} = \frac{30.96 - 4.59}{4.5}$$

$$(V\mu)_d = \frac{3.9}{4.5} (26.37) + 4.59$$

$$(V\mu)_d = 27.44 \text{ ton}$$

2.- Cálculo de los estribos:

Proponiendo estribos #3 se calculará la separación para resistir el cortante máximo, $(V_u)_d$:

$$S = \frac{A_v f_y d}{\phi (V_u - V_c)} \quad \text{donde:} \quad A_v = 0.71 \times 2 = 1.42 \text{ cm}^2$$
$$V_c = 0.53 \sqrt{f_c} b_w d$$
$$= 0.53 \sqrt{280} \times 30 \times 60$$
$$= 15,963 \text{ Kgs.}$$

$$V_s = \frac{(V_u)_d}{\phi} - V_c = \frac{27,440}{0.85} - 15,963 = 16,319 \text{ kgs.}$$

$$S = \frac{1.42 \times 2800 \times 60}{16,319} = 14 \text{ cm.}$$

3.- Revisar anclaje de estribos.

Como el diámetro del estribo es menor del #6 el ACI Sección 12.13.2.1 establece que los estribos pueden ser anclados por un gancho a 90° alrededor de la varilla.

4.- Determinar espaciamiento máximo.

Basado en el peralte de la viga: El ACI Sección 11.5.4.1 establece que el máximo espaciamiento es el menor de $0.5d=30 \text{ cm}$ ó 60 cm . El ACI Sección 11.5.4.3 requiere $\frac{1}{2}$ de estos espaciamientos si V_s excede $1.1 \sqrt{f_c} b_w d = 1.1 \sqrt{280} \times 30 \times 60 = 33,132 \text{ Kgs}$.

$$V_s = 16,319 \text{ Kgs}$$

$$S_{\max} = 30 \text{ cm}$$

Basado en $A_{v(\min)}$:

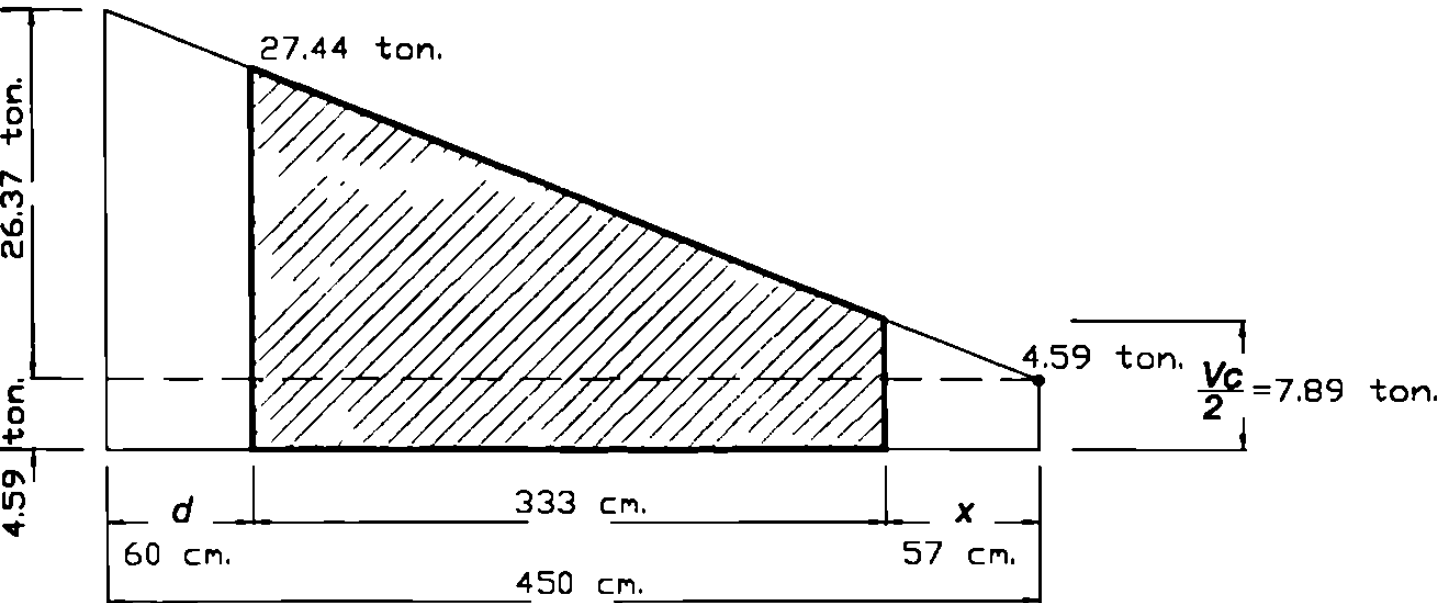
$$A_{v(\min)} = 3.5 \frac{b_w S}{f_y} = 1.42 \text{ cm}^2$$

$$S_{(\max)} = \frac{1.42 \times 2800}{3.5 \times 30} = 37 \text{ cm}$$

Entonces gobierna

$S_{\max} = 30 \text{ cm}$

Definir zona donde se requieren estribos.



FINIR ZONA DONDE SE REQUIEREN ESTRIBOS.

$$\frac{V_c}{2} = \frac{15.96}{2} = 7.98 \text{ ton}$$

$$\frac{26.37}{4.5} = \frac{7.98 - 4.59}{x}$$

$$5.86 = \frac{3.39}{x}$$

$$x = 0.57 \text{ m} = 57 \text{ cm}$$

3.- Tramo donde se pueden colocar estribos @ 20cm.

$$S = \frac{A_v f_y d}{\phi} = 20 \text{ cm}$$

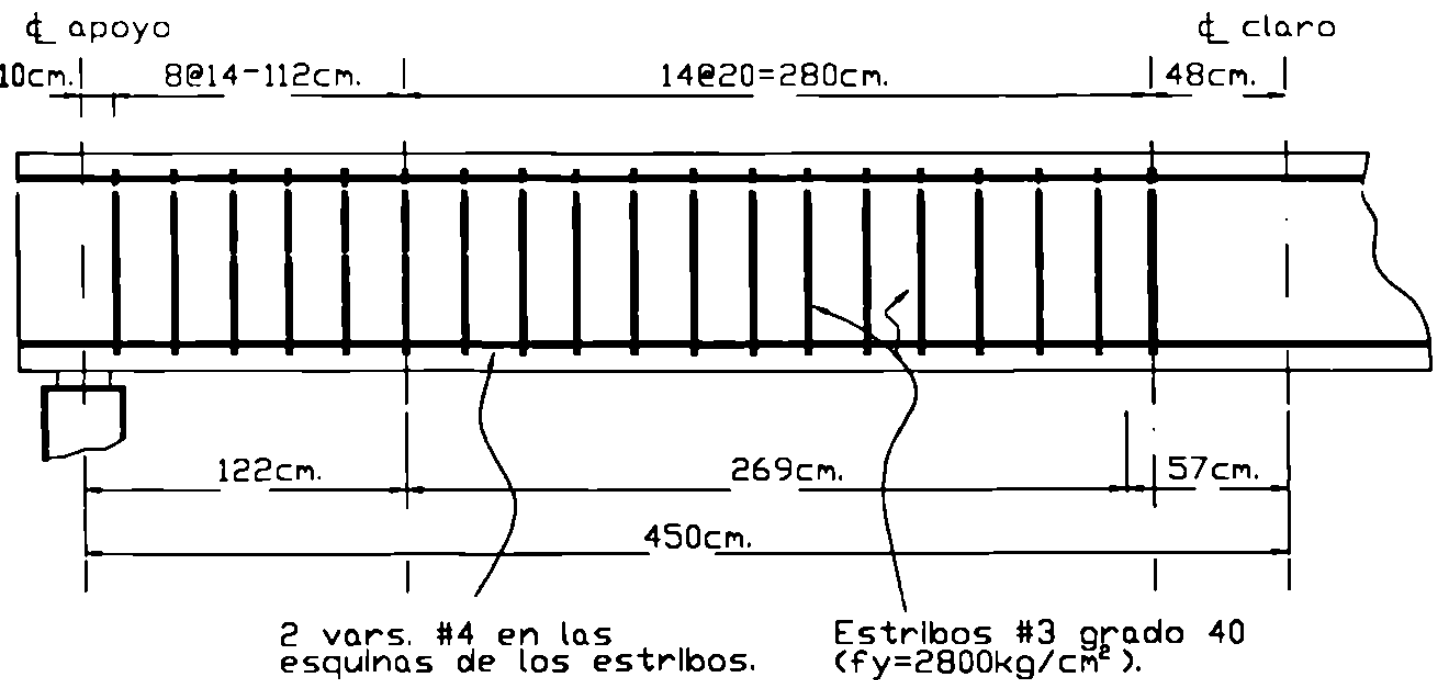
$$\frac{V_u - V_c}{\phi} = \frac{1.42 \times 2800 \times 60}{20} = 11,928 \text{ Kgs.}$$

$$\frac{V_u}{\phi} = 11,928 + 15,963 = 27,891 \text{ Kgs}$$

$$V_u = 0.85 \times 27,891 = 23,707 = 23,707 \text{ tons.}$$

$$\frac{x_1}{23,707 - 4.59} = \frac{4.5}{26.37} \Rightarrow x_1 = 0.17 \times 19.117 = 3.26 \text{ m.}$$

$$x_2 = 326 - 57 = 269 \text{ cm.}$$



CROQUIS DETALLE DE ESTRIBOS.

5.6.- PROBLEMAS:

5-1 Calcular ϕV_n para las secciones mostradas

5-2 Para la viga mostrada en la Figura P5-2 soporta las cargas no-factorizadas que se muestran. La carga muerta incluye el peso de la viga.

- (a) Dibujar el diagrama de fuerzas cortantes para:
- (1).- Carga muerta más viva factorizadas en toda la viga.
 - (2).- Carga muerta factorizada en toda la viga más carga viva factorizada en la mitad izquierda.
 - (3).- Carga muerta factorizada en toda la viga.
- (b) Dibujar la envolvente de cortantes superponiendo los diagramas anteriores.
- (c) Diseñar estribos. Usar $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y varillas #3 con gancho con $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$

Muerta = 2 ton/m.

Viva = 2.25 ton/m.

$$\omega M = 2.0 \text{ ton./m.}$$
$$\omega V = 2.25 \text{ ton./m.}$$

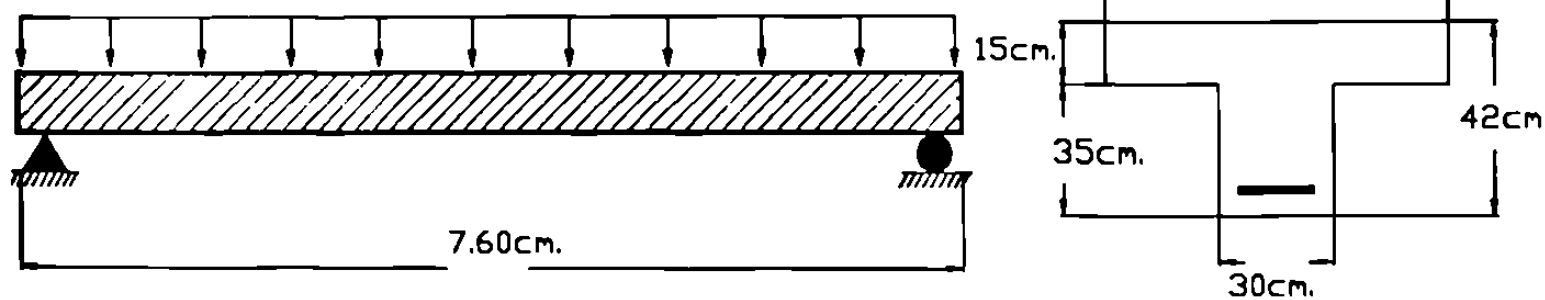


FIGURA P5-2.

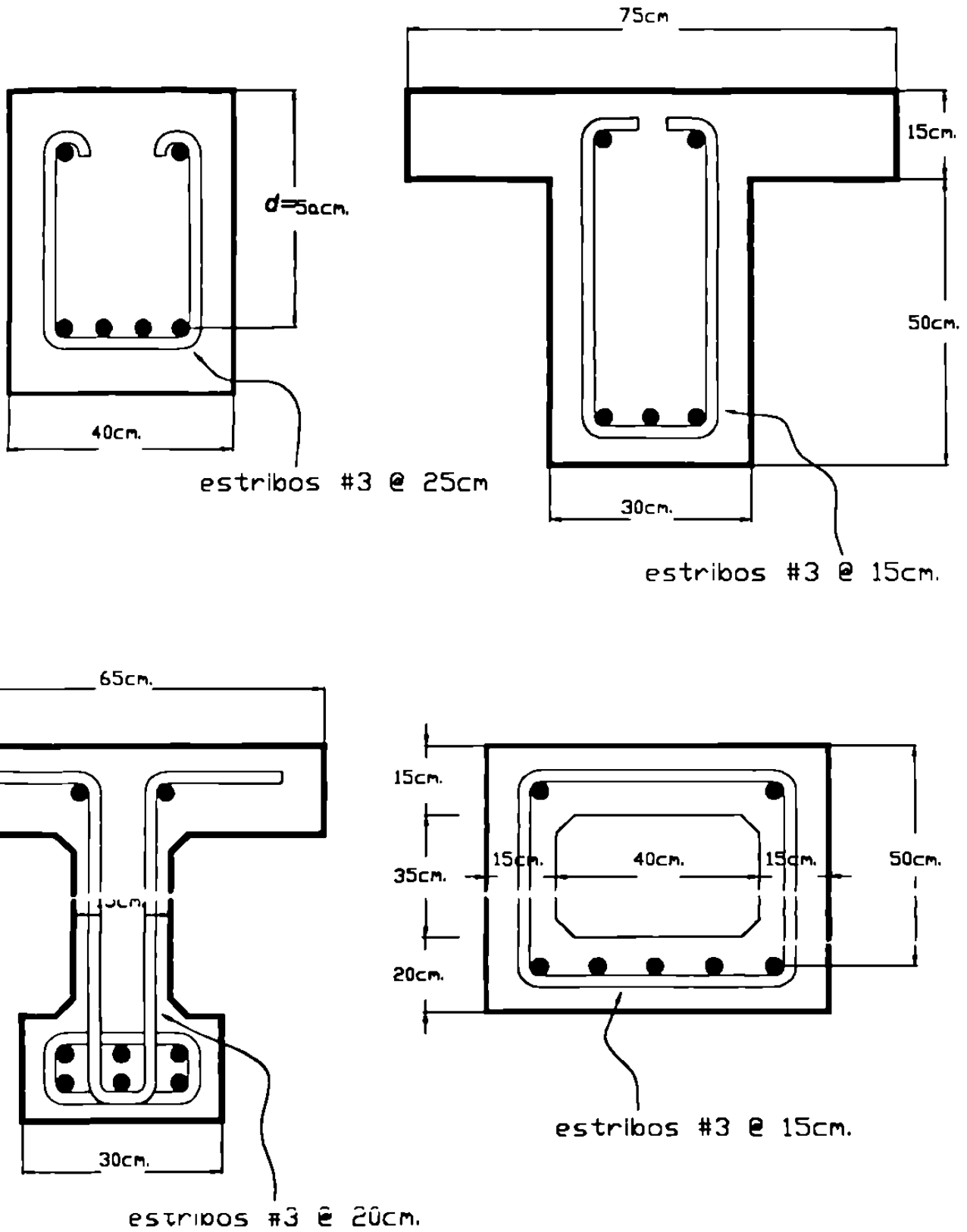


FIGURA P5-1
CALCULAR ϕV_n PARA LAS SECCIONES MOSTRADAS.

P5-3 En la viga mostrada en la Figura P5-3 soporta las cargas no factorizadas que se muestran. La carga muerta incluye el peso de la viga.

- (a) Dibujar los diagramas de fuerzas cortantes para:
- (1) Cargas muerta más viva factorizadas en toda la viga.
 - (2) Carga muerta factorizada en toda la viga más carga viva factorizada en AB y CD.
 - (3) Carga muerta factorizada en toda la viga más carga viva factorizada en BC.
- (b) Dibujar envolvente de cortantes.
- (c) Diseñar estribos. Usar $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y estribos con $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$.

Muerta = 3 ton/m

Viva = 2.20 ton/m

$$\omega_D = 3.0 \text{ ton./m.}$$
$$\omega_V = 2.20 \text{ ton./m.}$$

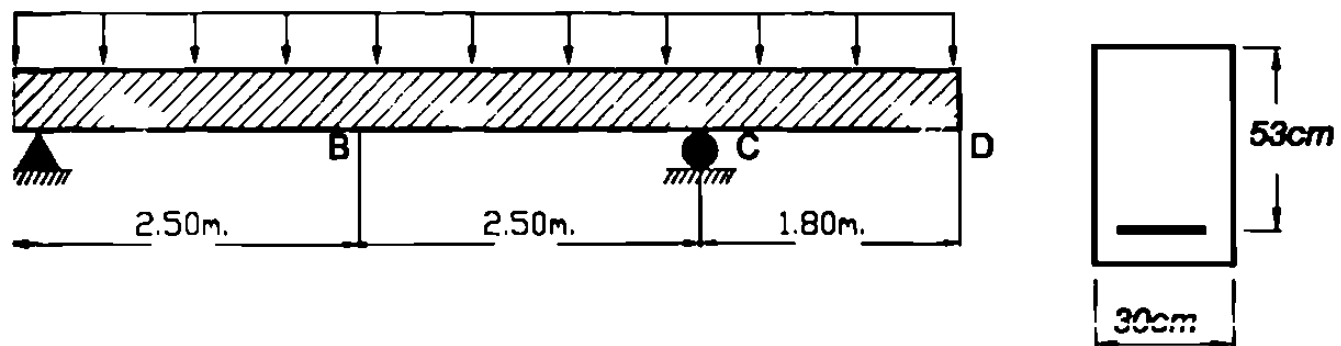


FIGURA P5-3.

5 - 4 En la figura P5-4 se muestra un marco rígido y las cargas factorizadas actuando en el marco Usar $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$

Indicar estribos en la viga

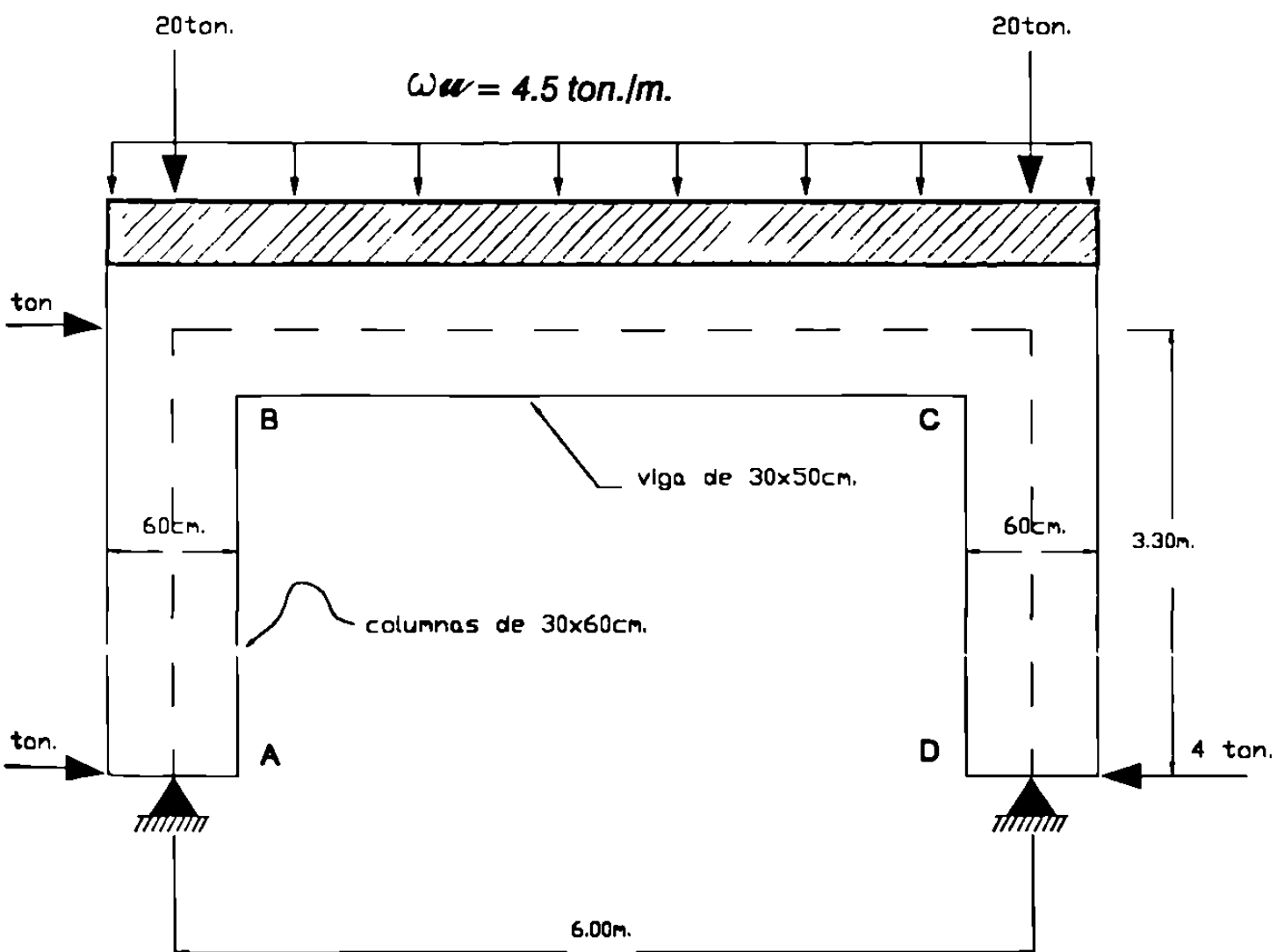


FIGURA P5-4.

CAPÍTULO 6 :

TORSIÓN

- 6.1.- Introducción.**
- 6.2.- El comportamiento de miembros de concreto reforzado sujetos a la torsión.**
- 6.3.- El diseño por torsión, cortante y momento aplicando el Código del ACI 1995.**
- 6.4.- El método de diseño por torsión aplicando el Código ACI 1995.**
- 6.5.- Problemas**

6.1.- INTRODUCCION.

Un momento actuando alrededor del eje longitudinal de un miembro es llamado "torque" o "momento torsional", T . En estructuras, la torsión resulta de cargas excéntricas en vigas, lo cual se discutirá posteriormente, o bien la torsión puede provenir de deformaciones resultantes de la continuidad de vigas o miembros similares sobre el miembro en estudio.

En un miembro sujeto a torsión, el momento torsionante causa esfuerzos cortantes en la sección transversal del miembro extendiéndose desde cero en el eje centroidal hasta la superficie exterior.

El elemento mostrado en la siguiente figura está sujeto a cortante, τ , debido a la aplicación del momento torsionante, T .

En un miembro circular, los esfuerzos cortantes varían desde cero hasta un máximo en las fibras extremas como se muestra en la Figura 6-2a.

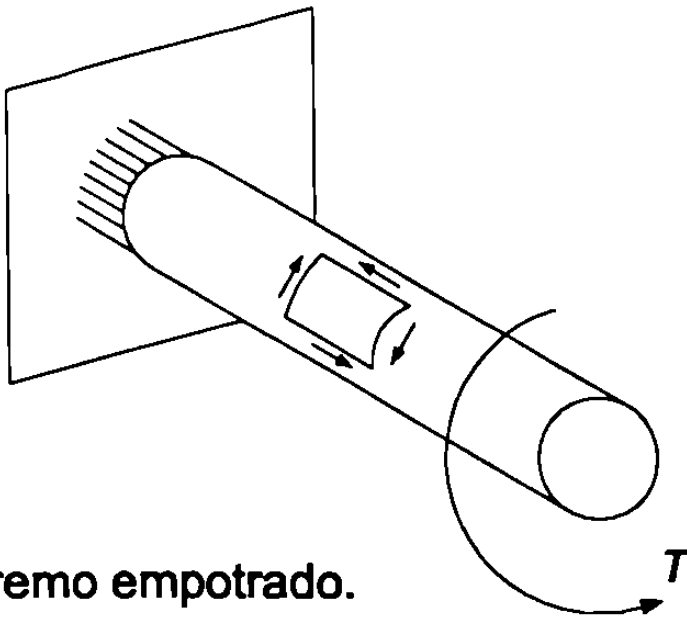
En una barra de sección cuadrada, los esfuerzos cortantes varían desde cero en el centro hasta un máximo en el centro de la longitud de las diagonales y un máximo en los extremos de los lados como se muestra en la Figura 6-2b.

La distribución de esfuerzos cortantes en una sección transversal puede ser visualizada usando la "analogía de la membrana". Las ecuaciones de la pendiente de una membrana inflada son análogas a las ecuaciones de los esfuerzos cortantes debidos a la torsión. Entonces la distribución de los esfuerzos cortantes puede visualizarse colocando una membrana en la sección transversal del miembro a torsión e inflándola. En la figura 6-3 se muestra una membrana inflada para una sección transversal circular.

La pendiente máxima de cada punto en la membrana es proporcional al esfuerzo cortante en ese punto.

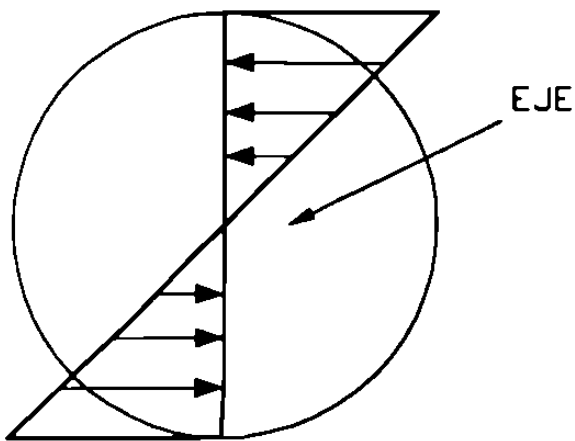
Los esfuerzos cortantes actúan perpendiculares a la dirección de la línea de máxima pendiente.

Entonces la pendiente de una línea radial en la membrana se incrementa desde cero en el punto medio de la membrana hasta un máximo en el extremo de la misma, como corresponde a los esfuerzos de la figura 6-2a.

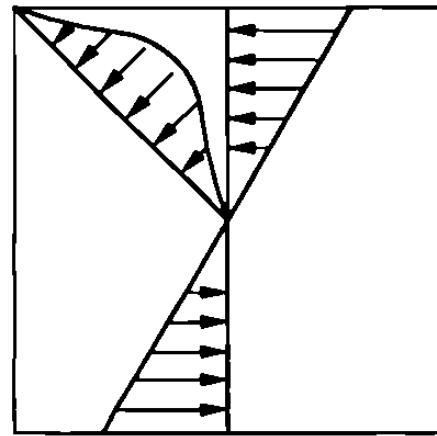


) Extremo empotrado.

FIGURA 6-1
ESFUERZOS CORTANTES POR TORSION.



a) Distribución de esfuerzos en una barra circular.



(b) Distribución de esfuerzos en una barra de sección cuadrada.

FIGURA 6-2
ESFUERZOS CORTANTES POR TORSION EN UNA SECCION CIRCULAR Y UNA CUADRADA.

En la figura 6-4 se muestra la membrana inflada cubriendo una sección cuadrada. Aquí las pendientes de las líneas radiales corresponden a la distribución de esfuerzos mostrada en la figura 6-2b.

Una membrana similar para una sección transversal en forma de U formada por una serie de rectángulos se muestra en la Figura 6-5.

El momento torsionante es proporcional al volumen bajo la membrana. Comparando las figuras 6-4 y 6-5 se muestra que para una pendiente máxima dada corresponde a un esfuerzo cortante máximo, bajo una figura sólida es mucho mayor que bajo una figura abierta. Entonces para un esfuerzo cortante máximo dado, una sección sólida rectangular puede transmitir un momento torsionante mayor que una sección abierta. Lo mismo sucede con una sección hueca cerrada.

El máximo esfuerzo cortante en una sección circular elástica es:

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J}$$

donde: τ_{\max} = Esfuerzo cortante máximo.

T = Momento torsionante.

r = Radio de la barra.

J = Momento polar de Inercia = $\pi r^4/2$.

De manera similar, el esfuerzo cortante máximo en una sección rectangular elástica ocurre en el centro de media diagonal y puede escribirse como:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\alpha x^2 y}$$

Donde "x" es la dimensión menor de la sección, "y" la dimensión mayor y α varía de 0.208 para $y/x = 1.0$ (sección cuadrada) a 0.333 para $y/x = \infty$ (placa de ancho infinito). Un valor con suficiente aproximación de α es:

$$\alpha = \frac{1}{3 + 1.8y/x}$$

Para una sección compuesta por varios rectángulos.

$$\tau_{\max} = \frac{T}{\Sigma(x^2 y/3)}$$

Donde el término $x^2 y/3$ se valúa para cada rectángulo.

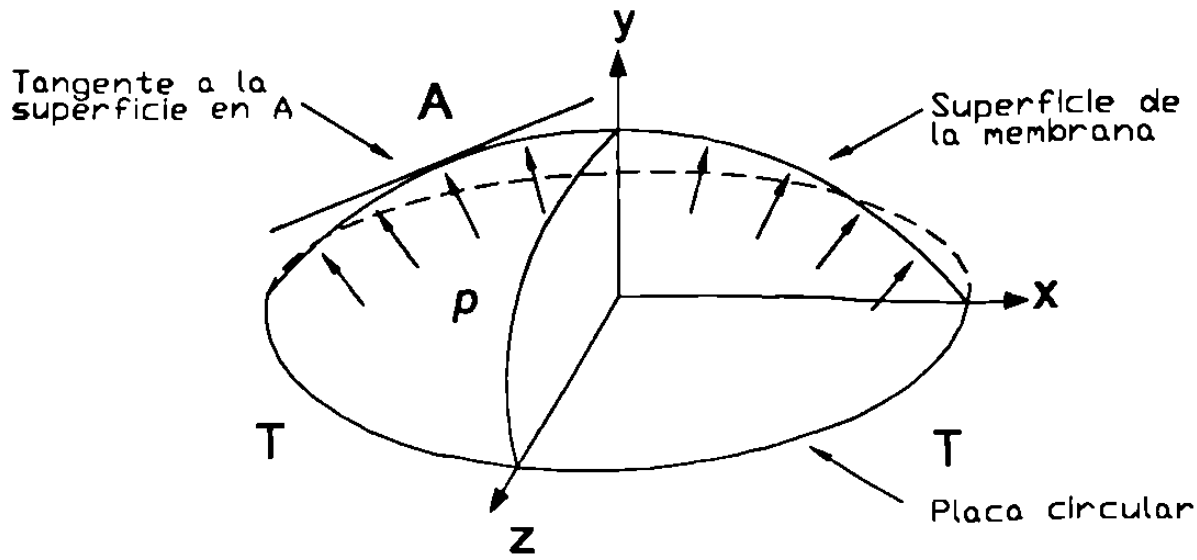


FIGURA 6-3
ANALOGIA DE LA MEMBRANA BARRA CIRCULAR.

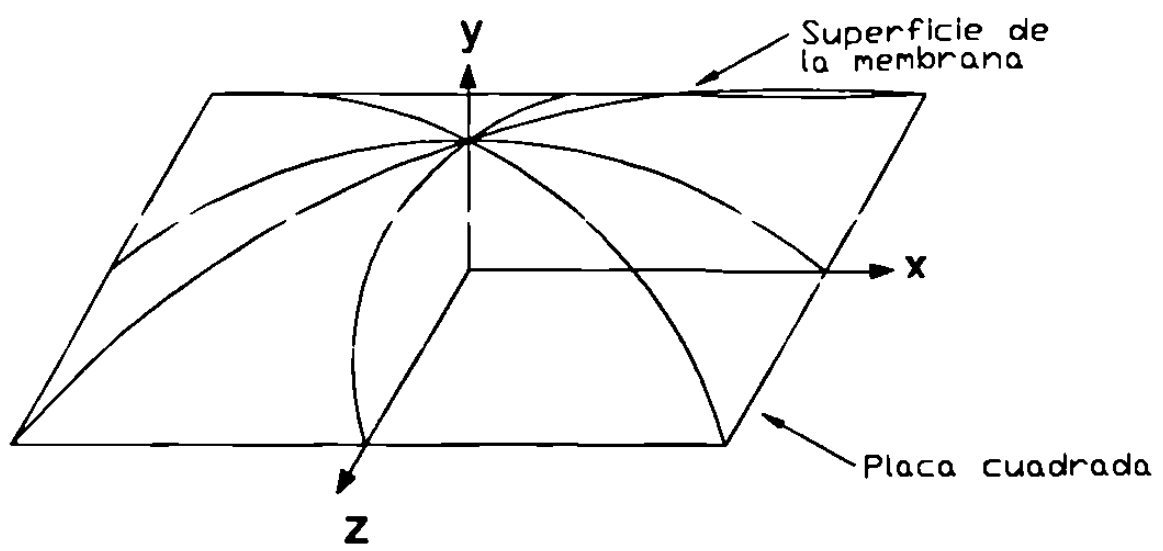
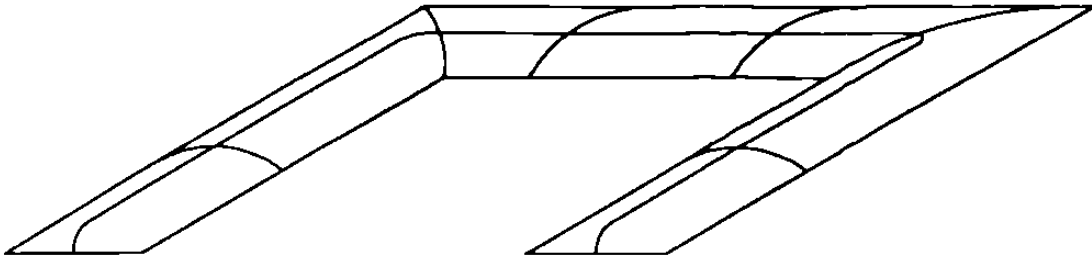
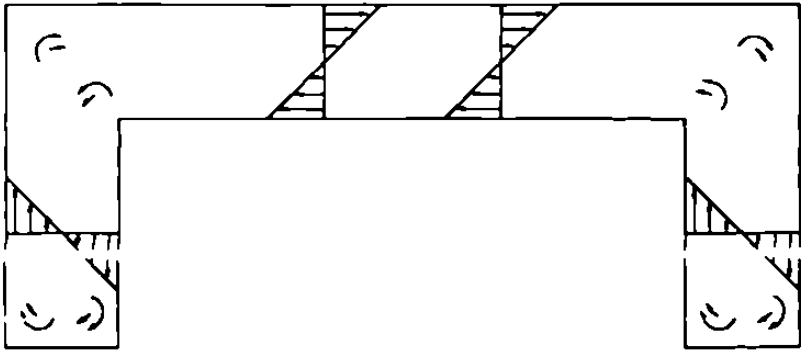


FIGURA 6-4
ANALOGIA DE LA MEMBRANA BARRA CUADRADA.



(a) Analogía de la membrana.



(b) Distribución de esfuerzos cortantes.

FIGURA 6-5
ANALOGIA DE LA MEMBRANA:
MIEMBRO EN FORMA DE CANAL.

Secciones tubulares huecas

Para una sección tubular, de cualquier forma, pero que sea cerrada, el esfuerzo cortante está dado por:

$$\tau = \frac{T}{2A_0t}$$

donde: τ = Esfuerzo cortante

T = Momento torsionante aplicado a la barra.

A_0 = Area encerrada por la circunferencia media.

t = espesor del tubo (constante generalmente).

Para la deducción de la fórmula anterior se puede consultar cualquier obra sobre Resistencia de Materiales como Timoshenko y Gere, Timoshenko y Young, Singer, etc.

EJEMPLO 6-1.- CALCULO DE LOS ESFUERZO CORTANTES POR TORSION EN LA SECCION TRANSVERSAL DE UN PUENTE.

En la siguiente figura se muestra la sección transversal de un puente. Calcular esfuerzos cortantes, τ , en la fibra superior e inferior de los muros y en la losa inferior si se aplica un momento torsionante de 1650 lbs -pie.

1.- Cálculo de A_0 :

A_0 es el área encerrada por el perímetro medio del hueco o tubo. El área encerrada por la línea punteada en el figura anterior.

Los voladizos no son parte del tubo y pueden ignorarse en el cálculo de A_0 . Dividiendo en triángulos y un rectángulo como se muestra en el inciso (b) de la figura 6-6.

$$A_0 = (2 \times 6'-9" \times 5"/2) + (23'-0" \times 2"/2) + (22'-2" \times 6'-9")$$

$$= 405 + 276 + 21,546.$$

$$22,227 \text{ pulg}^2$$

2.- Cálculo del flujo de corte, q.

$$q = \frac{T}{2A_o} = \frac{1650 \times 12,000}{2 \times 22,227} = 445 \text{ Lbs/pulg}$$

3.- Cálculo de los esfuerzos cortantes.

En la parte superior del muro el espesor es 24 pulg.

Por lo que el esfuerzo cortante por torsión es:

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{445}{24} = 18.6 \text{ Lbs/pulg}^2$$

En la parte inferior del muro el espesor es 14 pulg. Luego:

$$\tau = \frac{q}{t} = \frac{445}{14} = 31.8 \text{ Lbs/pulg}^2$$

El espesor en el patín inferior es 6 pulg.

$$\tau = \frac{445}{6} = 74.2 \text{ Lbs/pulg}^2$$

Esfuerzos principales por torsión

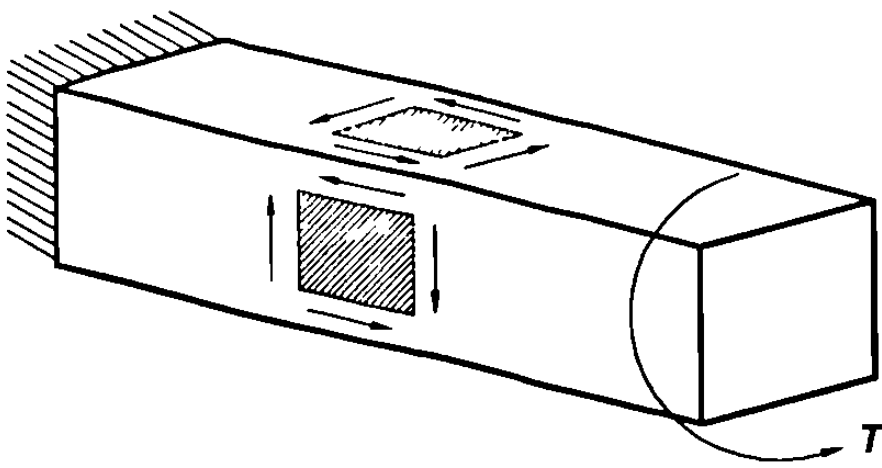
Cuando una viga como la mostrada en la figura 6-7 está sujeta a un momento torsionante, T, los esfuerzos se desarrollan en la cara superior y en las caras laterales como se muestra en el inciso (a) de la Figura 6-7.

Los esfuerzos principales de estos elementos se muestran en el inciso (b) de la Figura 6-7.

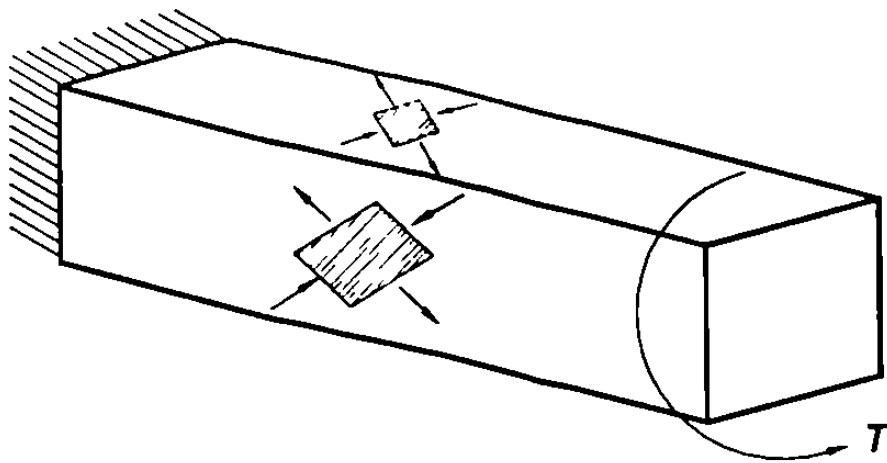
Los esfuerzos principales de torsión son iguales a los principales de compresión y ambos son iguales a el esfuerzo cortante si T es la única carga.

El esfuerzo principal de tensión eventualmente causa agrietamiento en forma aproximada de espiral alrededor del cuerpo, como se muestra por la línea A-B-C-D-E del inciso (c). Para evitar este agrietamiento estribos cerrados son requeridos.

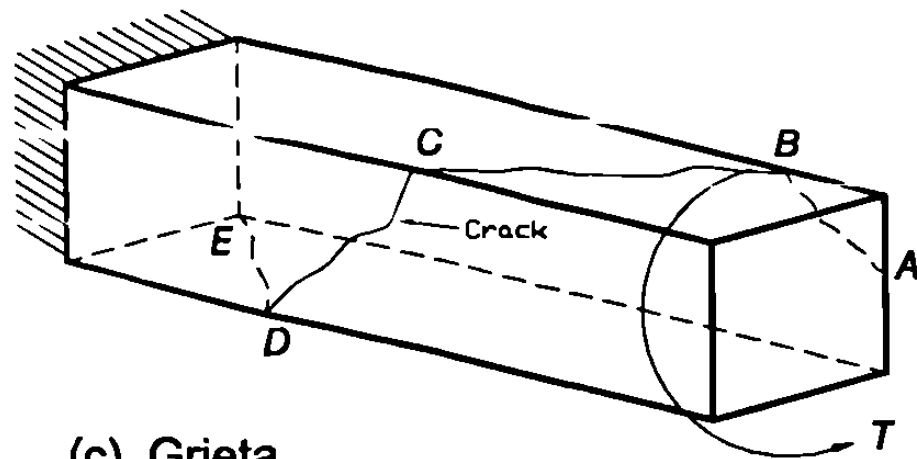
Si una viga está sujeta a corte por flexión y torsión combinados, las componentes de los esfuerzos cortantes se suman y en las caras opuestas se contrarrestan.



(a) Esfuerzos de corte.

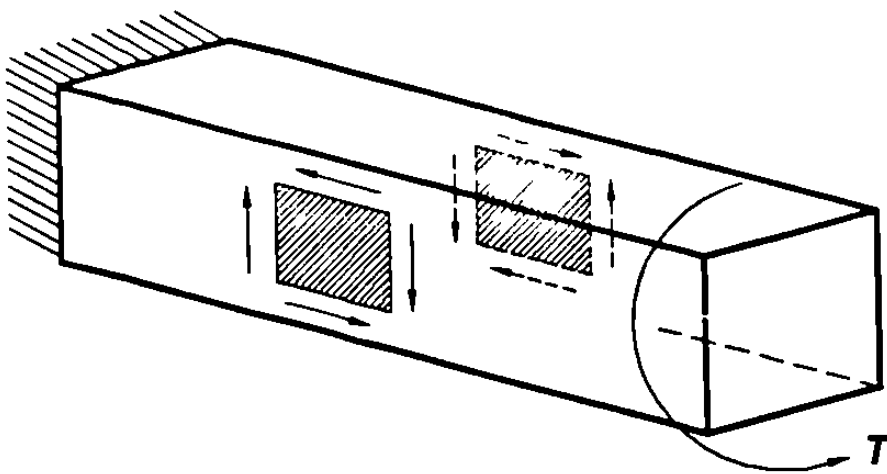


(b) Esfuerzos principales.

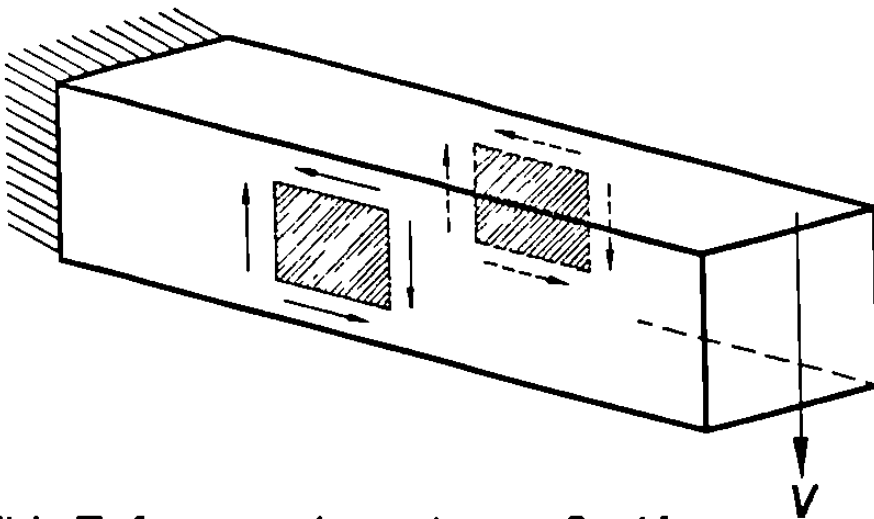


(c) Grieta.

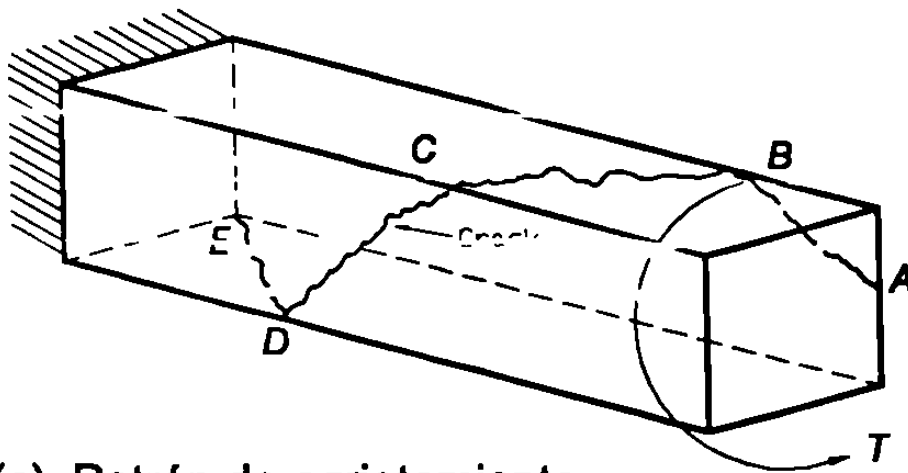
FIGURA 6-7
ESFUERZOS PRINCIPALES DE TENSION Y
AGRIETAMIENTO POR TORSION PURA.



(a) Esfuerzos cortantes debidos a torsión.



(b) Esfuerzos de corte por flexión.



(c) Patrón de agrietamiento.

**FIGURA 6-8
CORTANTE, TORSION Y MOMENTO
COMBINADOS.**

Como resultado de esto, aparecen grietas inclinadas donde se suman los esfuerzos (grieta AB) y se extienden a través de la cara de tensión por flexión de la viga (en este caso en la superior por ser un cantiliver). Si los momentos son lo suficientemente grandes las grietas se extenderán también a través de las caras verticales [grieta CD del inciso (c)].

6-2.- COMPORTAMIENTO DE MIEMBROS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A TORSION.

Torsión pura.

Cuando un miembro de concreto es cargado en torsión pura, los esfuerzos cortantes, y los esfuerzos principales se desarrollan como se muestra en la Figura 6-7a y b.

Una o más grietas inclinadas se desarrollan cuando los esfuerzos principales máximos de tensión alcanzan la resistencia a tensión del concreto. La aparición de las grietas causa la falla en un miembro de concreto sin refuerzo. Por otro lado, si se añade refuerzo longitudinal y estribos tienen efecto en la resistencia de la viga cargada en torsión pura.

Una viga rectangular con varillas longitudinales en las esquinas y estribos cerrados puede resistir un incremento de carga después del agrietamiento. La figura 6-9 es una curva Momento torsionante - ángulo de torsión, en la carga de agrietamiento, punto A, el ángulo de torsión se incrementa para un momento de torsión constante y las fuerzas que agrietan el concreto se distribuyen en el acero. Las grietas se extienden en el núcleo central del miembro, haciéndolo inefectivo.

COMBINACION DE TORSION Y FLEXION

La torsión raramente se presenta sola. Generalmente hay también momentos flexionantes y cortante por flexión. En la figura 6-10, se muestran los resultados de tres secciones diferentes, cargadas para varias relaciones de torsión y cortante.

La envolvente inferior da un cuarto de elipse, cuya ecuación es :

$$(T\sqrt{T_{cu}})^2 + (V_c\sqrt{V_{cu}})^2 = 1$$

Dónde, en esta gráfica, $T_{cu} = 1.6 \sqrt{f'_c} (x^2y)$ y $V_{cu} = 2.68 \sqrt{f'_c} b_w d$ (sistema inglés).

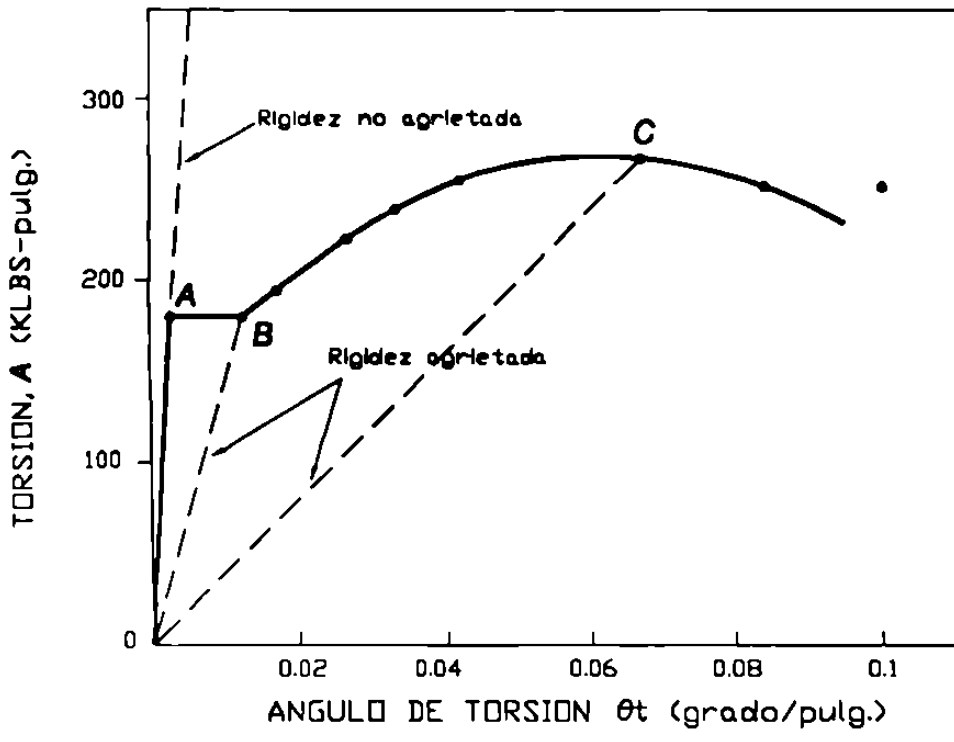


FIGURA 6-9
 CURVA MOMENTO - ANGULO DE TORSIÓN
 PARA UNA VIGA RECTANGULAR.

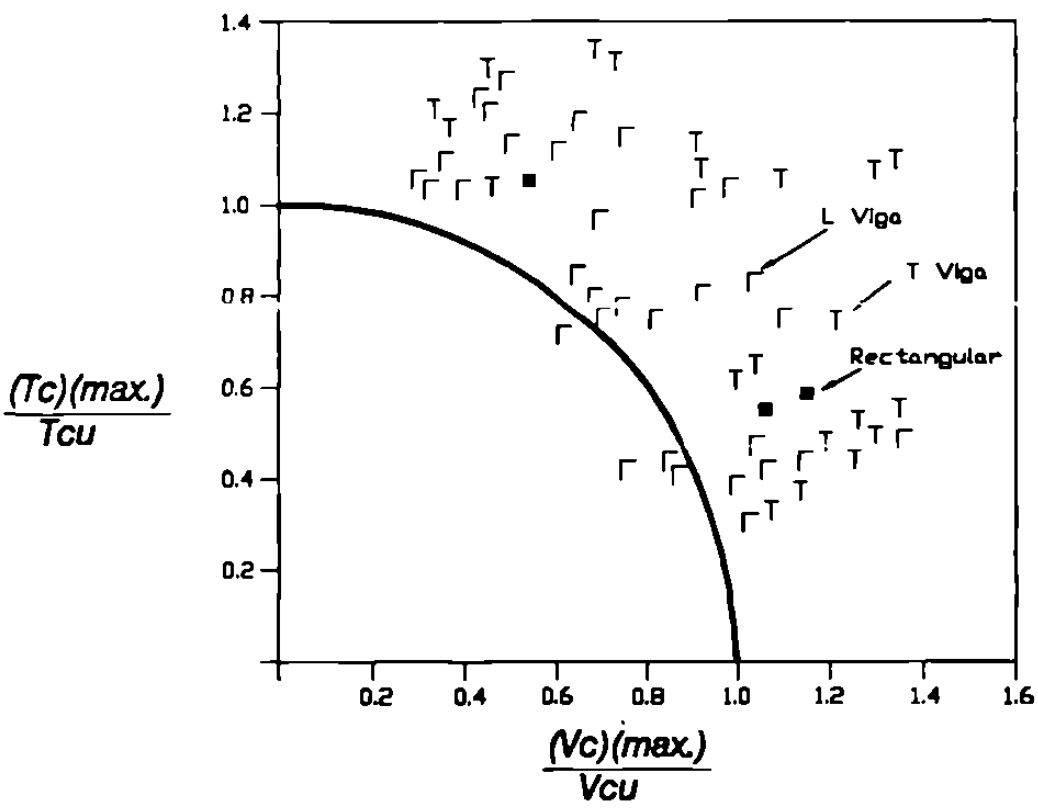


FIGURA 6-10
 INTERACCION DE TORSION Y CORTANTE.

6-3.- DISEÑO POR TORSION, CORTANTE Y MOMENTO - CODIGO ACI 1995.

El procedimiento de diseño para torsión y flexión consiste en diseñar primero por flexión, calcular el refuerzo longitudinal y los estribos por flexión y posteriormente añadir los estribos por torsión y refuerzo longitudinal por torsión. Las ecuaciones básicas de diseño son:

$$\phi V_n > V_\mu \quad (\text{ACI Ecuación 11-1})$$

$$V_n = V_c + V_s \quad (\text{ACI Ecuación 11-2})$$

$$y \quad \phi T_n > T_\mu \quad (\text{ACI Ecuación 11-20})$$

donde ϕ es el factor de reducción de resistencia por cortante y torsión, el cual se toma como 0.85 (ACI Sección 9.3) y T_n está dado por la Ecuación 11-21 del ACI.

6.4.- METODO DE DISEÑO POR TORSION APLICACION DEL CODIGO ACI - 1995.

Pasos del Método.

- 1.- Calcular el momento flexionante M_μ máximo de la envolvente de momentos.
- 2.- Seleccionar b , d , y h basándose en el momento flexionante último M_μ . Para problemas con torsión, se recomienda la sección cuadrada.
- 3.- Basándose en b y h , dibujar las envolventes finales de M_μ , V_μ y T_μ . Calcular el área de refuerzo requerido por flexión.
- 4.- Determinar si la torsión debe ser considerada. La torsión debe considerarse si T_u excede:

$$\frac{\phi \sqrt{f_c'} (A_{cp}^2)}{P_{cp}} \quad (\text{sistema inglés})$$

(ACI Sección 11.6.1)

donde: A_{cp} , es el área encerrada por el perímetro de la sección y:
 P_{cp} , es el perímetro de la sección.

5.- Determinar si el caso involucra equilibrio o compatibilidad de torsión. Si es compatibilidad el momento puede reducirse a:

$$0.44\phi\sqrt{f'_c} (A^2_{cp}/P_{cp}) \quad (\text{ACI Sección 11.6.2.2})$$

donde "d" es el peralte efectivo de las caras de los apoyos.

6.- Revisar si la sección es suficiente para torsión si T_u excede los valores dados por las ecuaciones 11-19 y 11-18 del ACI.

7.- Calcular el área de estribos requeridos por cortante. (ACI Ecuaciones 11-1, 11-2, 11-3 y 11-17). Para facilitar la suma de estribos por cortante y torsión calcular:

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y d}$$

Si V_s excede a $2.1\sqrt{f'_c} b_w d$, la sección es pequeña y hay que aumentarla.

8.- Calcular área de estribos requeridos por torsión usando las ecuaciones 11-20 y 11-21 del ACI. Otra vez calcular A_v/s .

9.- Sumar estribos de cortante por flexión y torsión debiendo exceder el mínimo requerido por la ecuación (11-23) del ACI. El espaciamiento debe satisfacer las Secciones 11.6.6.4, 11.6.6.1 y 11.6.6.3 del ACI. Los estribos deben ser cerrados.

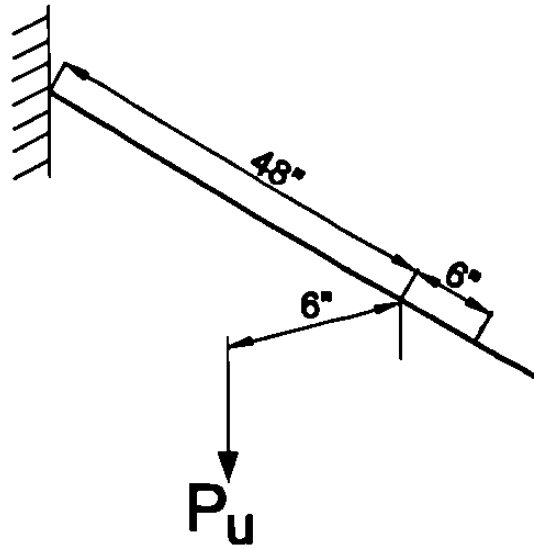
10.- Diseñar el refuerzo longitudinal por torsión usando la ecuación 11-22 del ACI y añadirselo al de flexión. El refuerzo longitudinal por torsión debe exceder el mínimo dado por la Ecuación 11-24 del ACI y satisfacer las secciones 11.6.4.3, 11.6.6.2 y 11.6.6.3.

EJEMPLO 6-2.- DISEÑO POR TORSION, CORTANTE Y MOMENTO : EQUILIBRIO POR TORSION.

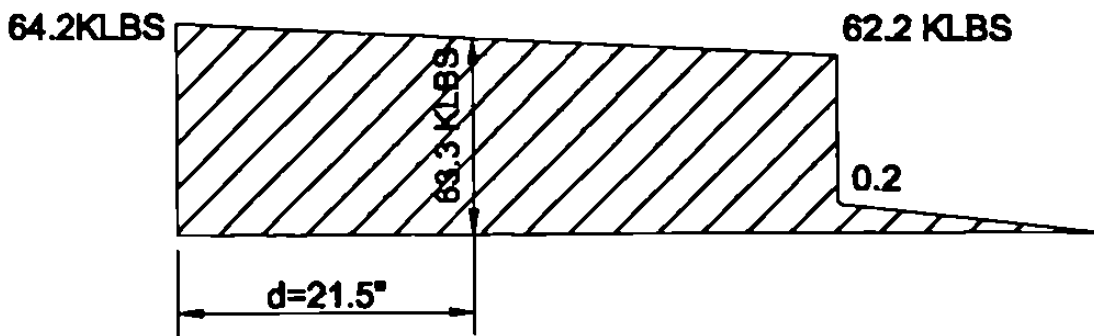
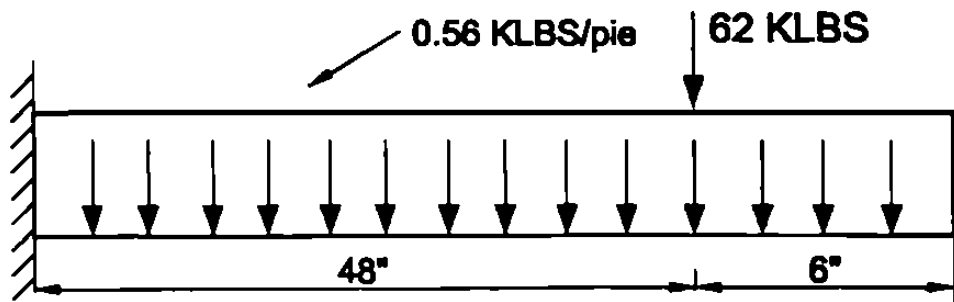
La viga cantiliver mostrada en la siguiente figura tiene 54 pulgadas de longitud y la carga concentrada actúa a 6 pulg., del extremo libre y 6 pulg., del eje. La carga concentrada no factorizada consiste de 20 KLBS de carga muerta y 20 KLbs de carga viva.

Usar $f'_c = 3000 \text{ Lbs/pulg}^2$ y $f_y = 60,000 \text{ Lbs/pulg}^2$

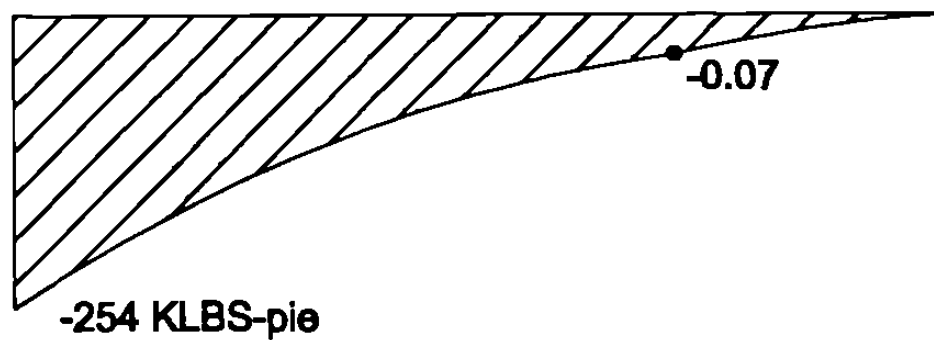
1.- Cálculo del diagrama de momentos flexionantes.



(a) Viga.



(b) Diagrama de cortantes.



(c) Momentos flexionantes.

DISEÑO POR TORSION, CORTANTE Y MOMENTO.

Es necesario estimar el tamaño de la viga (proponer sección) para considerar el peso propio que en estructuras de concreto representa una carga importante.

De la Tabla 9.5a del ACI, el peralte mínimo para control de deflexiones es $\ell/8 = 6.75$ pulg., como se puede ver es pequeño para las cargas que se tienen por lo que, como primer tanteo se propondrá una sección de 16 pulg., de ancho y 24 pulg., de peralte total con $d = 21.5$ pulg.

Peso propio:

$$W = \frac{16 \times 24}{144} \times 0.15 = 0.40 \text{ KLBS/pie.}$$

Peso propio uniforme factorizado:

$$W = 1.4 \times 0.40 = 0.56 \text{ KLBS/pie.}$$

Carga concentrada factorizada:

$$P_u = 1.4 \times 20 + 1.7 \times 20 = 62 \text{ KLBS.}$$

2.- Cálculo de "b", "d" y "h" por flexión

Utilizando la ecuación:
$$\frac{M_u}{\phi K_n} = \frac{bd^2}{12,000}$$

donde $\phi K_n = \phi [f_c \omega (1 - 0.59 \omega)]$, $\omega = \rho \frac{f_y}{f_c}$

y M_u está en KLbs-pie. Considerando $\rho \approx 0.01$:

$$\omega = \frac{0.01 \times 60,000}{3000} = 0.20$$

$$\phi K_n = 0.9 \times 3000 \times 0.20 (1 - 0.59 \times 0.20) = 476$$

Entonces,
$$\frac{bd^2}{12000} = \frac{254}{476} = 0.533$$

$$bd^2 = 6390 \text{ pulg}^3.$$

Las posibles soluciones son:

b = 12 pulg, d = 23.1 pulg, h = 25.6 pulg.,
b = 14 pulg, d = 21.4 pulg, h = 23.9 pulg.,
b = 16 pulg, d = 20 pulg, h = 22.5 pulg.

Usaremos b = 14 pulg, d = 21.5 pulg, y h = 24.0 pulg.

Como esta sección es menor que la propuesta inicialmente, es necesario recalcular W y M_u .

$W = 0.35$ KLBS/pie y $W_u = 0.49$ KLBS/pie.

$M_u = 253$ KLBS-pie en el empotramiento del cantiliver.

$$A_{s(\text{req})} = \frac{M_u \times 12000}{\phi f_y j d}$$

Considerando $j = 0.875$

$$A_{s(\text{req})} = \frac{253 \times 12000}{0.9 \times 60000 (0.875 \times 21.5)} = 2.99 \text{ pulg}^2$$

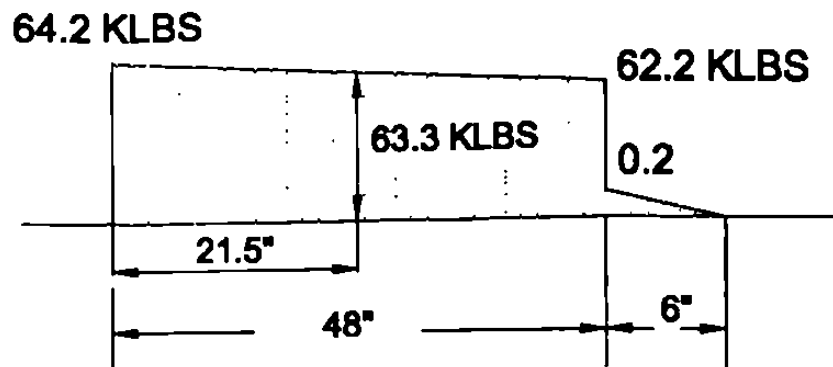
Revisando M_n para $A_s = 2.99 \text{ pulg}^2$

$a = 5.02$ pulg.

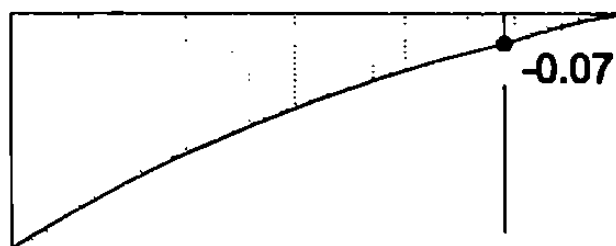
$$\phi M_n = \frac{0.9 \times 2.99 \times 60,000 (21.5 - 5.02/2)}{12,000} = 255 \text{ KLBS-pie.}$$

Entonces usar una sección de 14 pulg x 24 pulg. con d = 21.5 pulg. $A_s = 2.99 \text{ pulg}^2$.

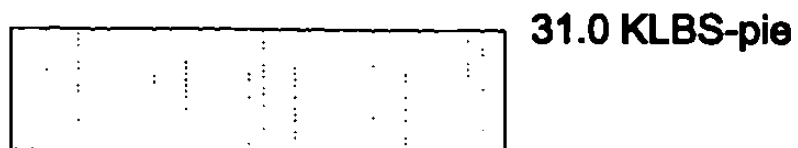
3.- Diagramas finales de V_u , M_u y T_u .



Cortantes.



Momentos flexionantes.



Momentos torsionantes.

DIAGRAMAS FINALES DE V_u , M_u Y T_u .

4.- Se debe considerar torsión?

Para la sección transversal $A_{cp} = 14 \times 24 = 336 \text{ pulg}^2$ y $P_{cp} = 2 (14 + 24) = 76 \text{ pulg}$. De ACI Sección 11.6.1 la torsión puede despreciarse si T_u es menor que:

$$\phi \frac{\sqrt{f'_c} (A_{cp})^2}{P_{cp}} = 0.85 \frac{\sqrt{3000} (336^2)}{76} = 69,160 \text{ LBS-pulg.} = 5.76 \text{ KLBS-pie}$$

$< 31.0 \text{ KLBS-pie}$

Se debe considerar torsión

5.- Equilibrio o compatibilidad de torsión?

La torsión es necesaria por equilibrio, entonces diseñaremos para $T_u = 31.0 \text{ KLBS-pie}$.

6.- Es la sección suficiente para resistir torsión?

Para una sección sólida, el ACI Sección 11.6.3.1 (a) requiere que la sección satisfaga:

$$\sqrt{(V_u/b_wd)^2 + (T_u p_h / 1.7 A_o h)^2} \leq \phi (V_c/b_wd + 2.12 \sqrt{f'_c}) \quad (\text{ACI Ec.11-18})$$

Por ACI Sección 11.3.1.1 tomar :

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_w d.$$

$A_o h$ = Area encerrada por los estribos en línea media.

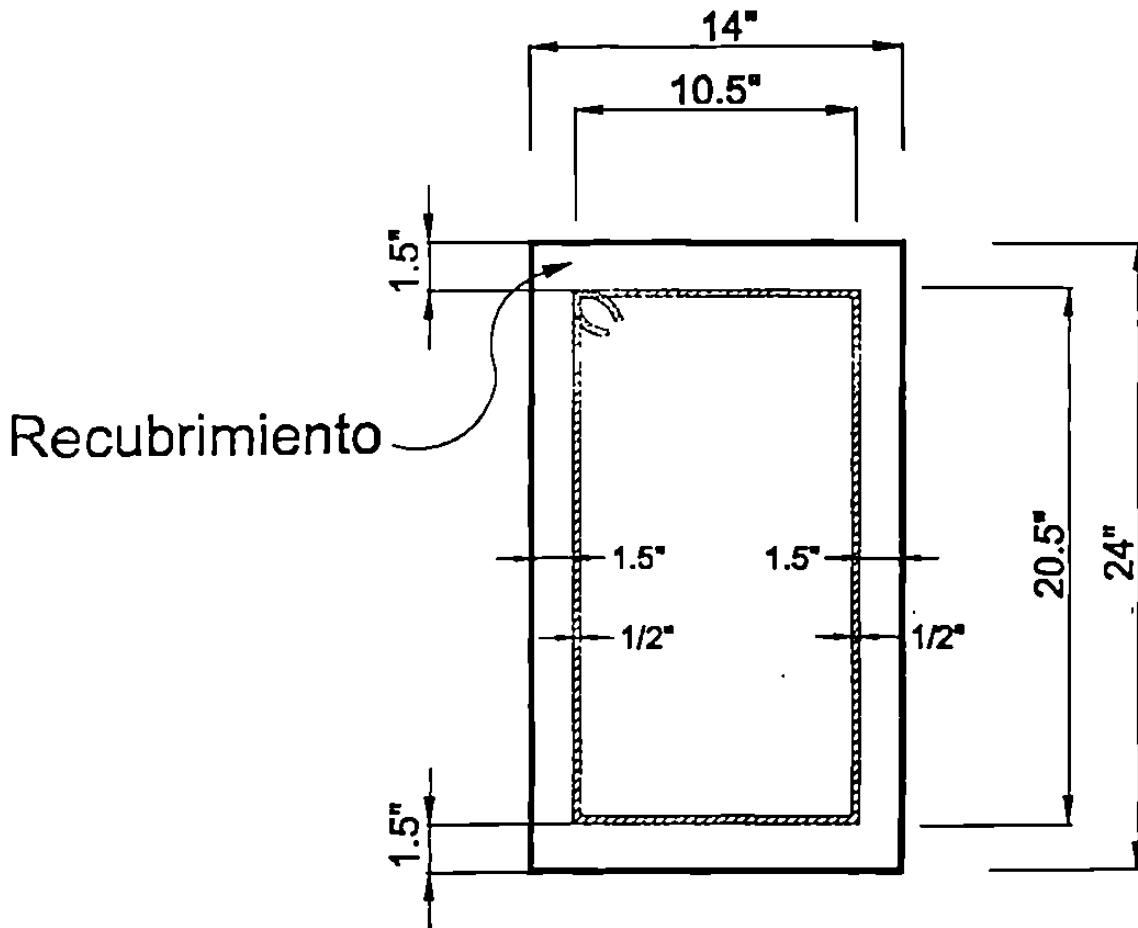
Considerando recubrimiento libre de 1.5 pulg., y estribos # 4 :

$$A_{oh} = (14 - 2 \times 1.5 - 0.5)(24 - 2 \times 1.5 - 0.5)$$

$$A_{oh} = 215 \text{ pulg}^2$$

P_h = Es el perímetro de la línea media del anillo o estribo.

$$P_h = 2(10.5 + 20.5) = 62 \text{ pulg.}$$



$$\sqrt{\left(\frac{63,300}{14 \times 21.5}\right)^2 + \left(\frac{31.0 \times 12,000 \times 62}{1.7 \times 215^2}\right)^2} \leq 0.85(2\sqrt{3,000} + 8\sqrt{3,000})$$

$$\sqrt{43,810 + 86,100} = 361 \text{ Lbs/pulg}^2$$

$$0.85 \times 10 \sqrt{3000} = 466 \text{ Lbs/pulg}^2$$

361 < 466 la sección es suficiente.

7.- Estribos de cortante por flexión.

$$V_u \leq \phi(V_c + V_s)$$

$$V_c = 2 \sqrt{f'_c} b_w d = 2 \sqrt{3,000} \times 14 \times 21.5$$

$$V_c = 32.97 \text{ KLbs}$$

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{63.3}{0.85} - 32.97$$

$$V_s = 41.5 \text{ KLbs}$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \Rightarrow \frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_y d} = \frac{41,500}{60,000 \times 21.5}$$

$$\frac{A_v}{s} = 0.0322$$

8.- Estribos de cortante por torsión:

$$\phi T_n > T_u$$

$$T_n = \frac{T_u}{\phi} = \frac{31.0 \times 12,000}{0.85} = 437,650 \text{ Lbs - pulg.}$$

Por la ecuación 11-21 del ACI:

$$T_n = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{s} \cot \theta \Rightarrow \frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{2A_o f_{yv}} \cot \theta$$

Del ACI Sec. 11.6.3.6.

$$A_o = 0.85 A_{oh} = 0.85 \times 215 = 182.8 \text{ pulg}^2$$

$$\theta = 45^\circ, \quad \frac{A_t}{s} = \frac{437,650}{2 \times 182.8 \times 60,000}$$

$$\frac{A_t}{s} = 0.020$$

9.- Estribos totales:

$$\frac{A_v+t}{s} = \frac{A_v}{s} + 2 \frac{A_t}{s} = 0.0322 + 2 \times 0.020 = 0.0722 \text{ pulg}^2/\text{pulg.}$$

Revisando estribos mínimos (ACI Ec. 11-23)

$$(A_v+2A_t) \geq 3.5b_w s / f_{yw}$$

$$\frac{(A_v+t)}{s_{\min}} = \frac{50 \times 14}{60,000} = 0.0117$$

El mínimo no gobierna.

Para estribos #3, dos ramas $A_v+t = 0.22 \text{ pulg}^2$

$$s = 3.05 \text{ pulg.}$$

Para estribos #4, dos ramas $A_v+t = 0.40 \text{ pulg}^2$

$$s = 5.54 \text{ pulg.}$$

El espaciamiento mínimo (ACI Sección 11.6.6.1) es el menor de:

$$P_r/8 = \frac{62}{8} = 7.75 \text{ pulg}$$

Usar estribos #4 @ 5 pulg. c.a.c.

10.- Refuerzo longitudinal por torsión.

De la ecuación 11-12 del ACI:

$$A_l = (A_t/s) p_h (f_{yw}/f_{yt}) \cot^2 \theta$$

$$=(0.020) \times 62 \times \frac{60,000}{60,000} \cot^2 45^\circ = 1.24 \text{ pulg}^2$$

De la ecuación 11-24 del ACI el $A_{l_{\min}}$ es:

$$A_{l_{(\min)}} = \frac{5 \sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yt}} - (A_t/s) p_h (f_{yw}/f_{yt})$$

donde A_t/s está basada en el área de estribos proporcionada en el paso anterior, estribos #4 @ 5". A_t , para una rama de estribo, $\frac{A_t}{s} = \frac{0.20}{5} = 0.040$

$$A_r = \frac{5 \sqrt{3,000} \times 336}{60,000} - (0.040) \times 62 \times \frac{60,000}{60,000} = -0.95 \text{ pulg}^2$$

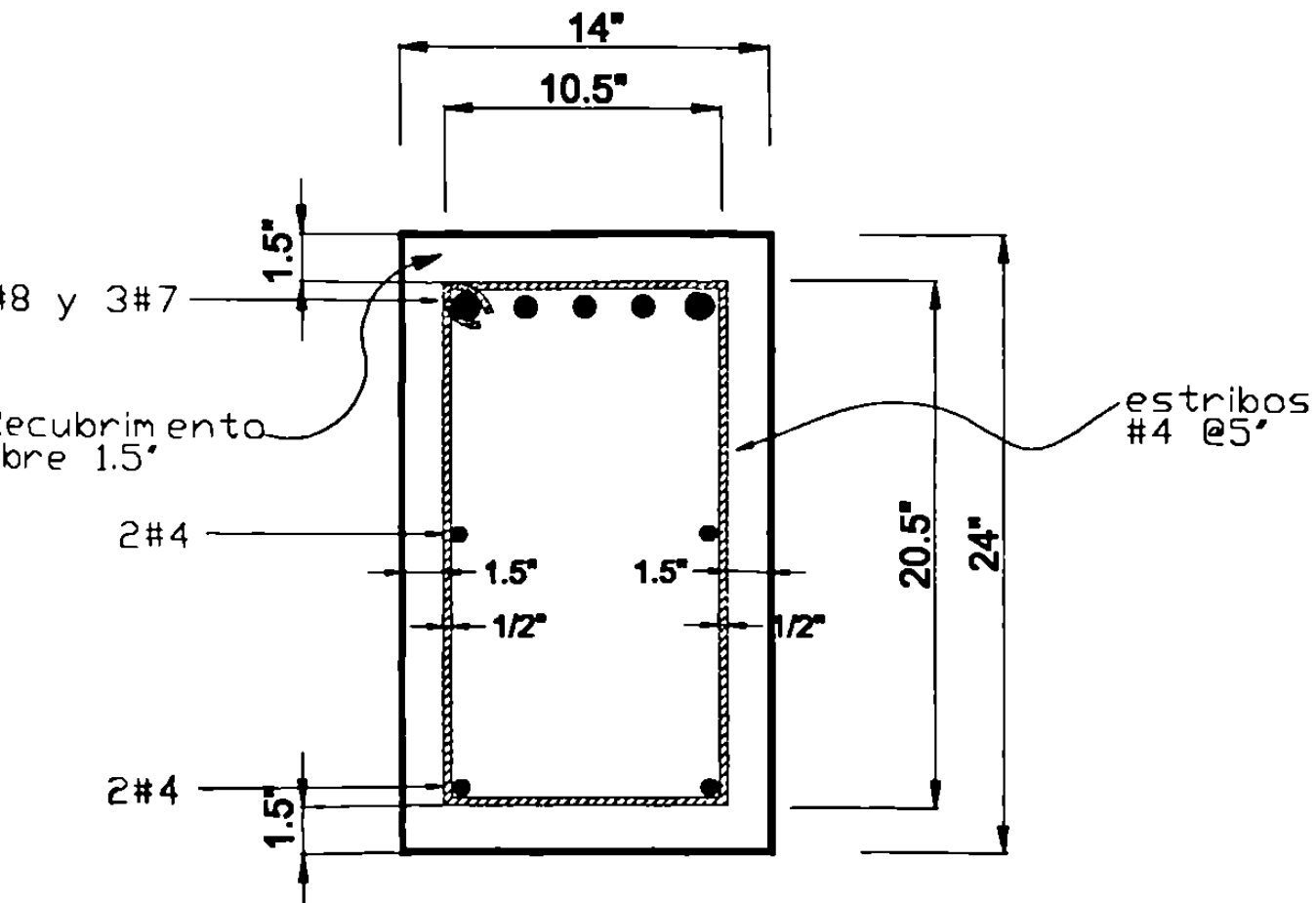
Como es negativa no se aplica y el $A_{r(\min)}$ no gobierna, entonces proporcionar $A_r = 1.24 \text{ pulg}^2$.

Estas varillas deben quedar con un espaciamiento máximo 12 pulg. (30 cm) según ACI Sección 11.6.6.2 lo cual se logra con 6 varillas como mínimo cada una con un área de 0.207 pulg^2 . Debe haber 1 varilla en cada esquina de estribo. El diámetro mínimo es $1/24$ del espaciamiento de los estribos = $5/25 = 0.21 \text{ pulg}$.

Colocando 4 varillas #4 en la parte inferior de media viga y el resto se le añade al refuerzo de flexión. $1.24 - 4 \times 0.20 = 0.44 \text{ pulg}^2$

Area total requerida en cara a tensión = $2.99 + 0.44 = 3.43 \text{ pulg}^2$

2#8 + 3#7 las cuales quedan en una cama, como se muestra en la siguiente figura.

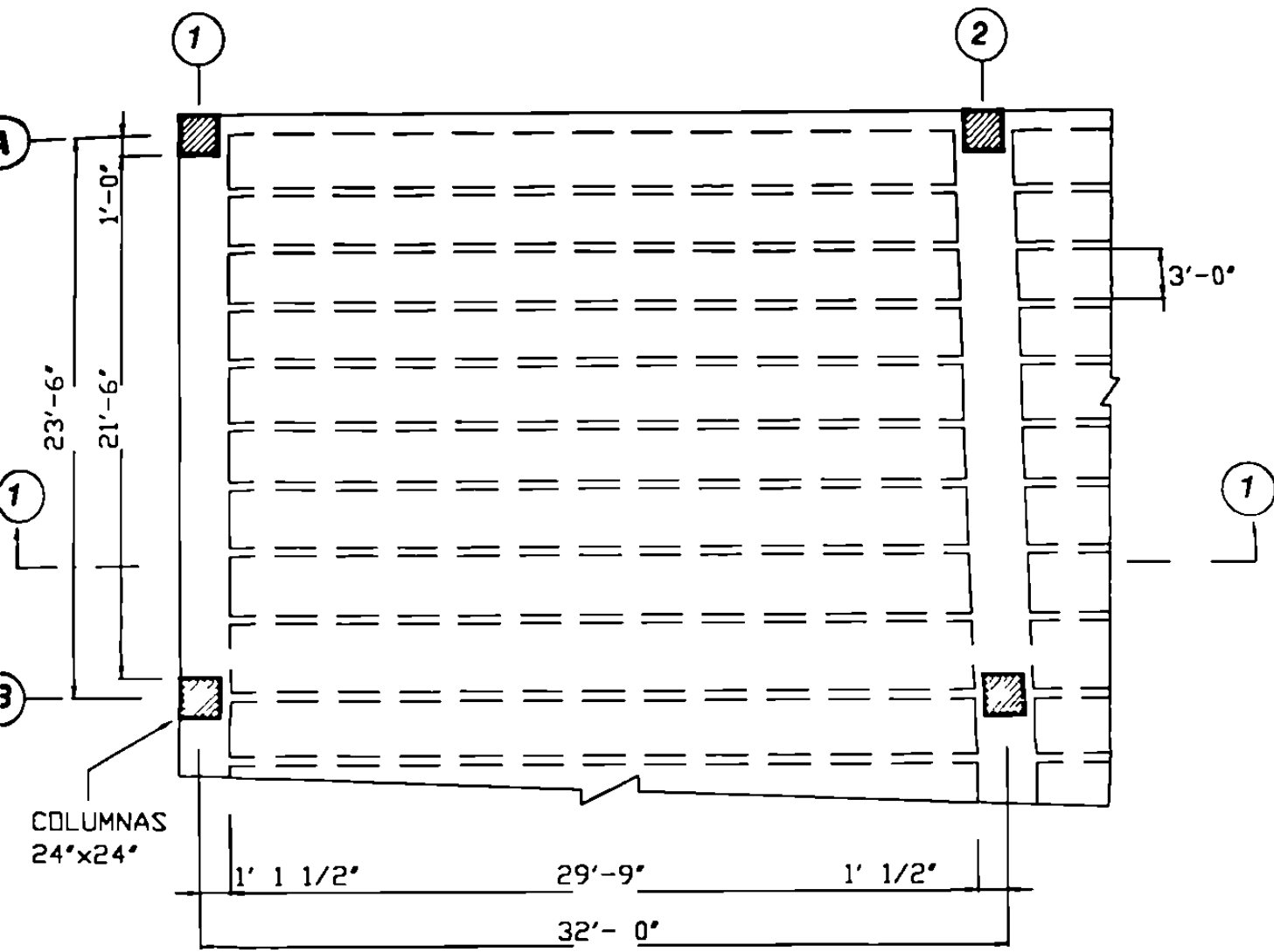


6.5.- PROBLEMAS

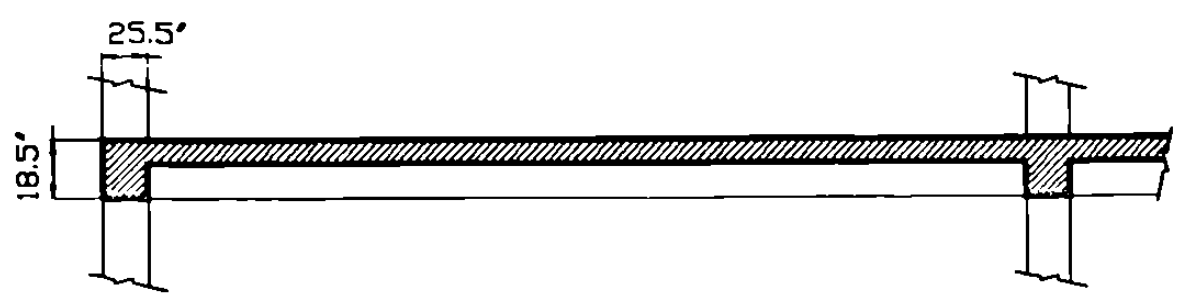
6 - 1: Compatibilidad de Torsión. El sistema de piso con "joist" mostrado en la figura P6-1 (siguiente página) soporta una carga total muerta factorizada de 157 LBS/pie² y una carga viva total factorizada de 170 LBS/pie², $W_{total} = 327$ LBS/pie². Diseñar la viga de borde AB, en el eje 1. La carga muerta factorizada de la viga y las cargas factorizadas aplicadas directamente en la viga dan un total de 1.1 KLBS/pie. Los momentos y cortantes pueden calcularse por coeficientes (ACI Sección 8.3.3). Usar $f_y = 60,000$ LBS/pulg² y $f_c = 4000$ LBS/pulg².

6 - 2: Una viga cantiliver de 2.50m de longitud y 45 cm de ancho soporta una carga muerta de 7 toneladas y una carga viva de 10 toneladas (de servicio) ; además de su peso propio. Diseñar refuerzo de flexión, cortante y torsión. Usar $f_y = 4200$ kg/cm² y $f_c = 210$ kg/cm²

6 - 3: Explicar la diferencia entre lo que es "equilibrio por torsión" y lo que es "compatibilidad de torsión".



(a) Planta.



(b) Sección 1-1

FIGURA P6-1

CAPÍTULO 7:

DESARROLLO, ANCLAJE Y TRASLAPE DEL REFUERZO.

7.1.- Introducción.

7.2.- Longitud de desarrollo.

7.3.- Anclaje con ganchos.

7.4.- Diseño por anclaje.

7.5.- Cálculo de los puntos de corte en refuerzo por flexión.

7.6.- Traslapes.

7.7.- Problemas.

7-1.- INTRODUCCIÓN.

En una viga de concreto reforzado las fuerzas de compresión de la flexión son resistidos por el concreto, mientras que las fuerzas de tensión las resiste el refuerzo como se muestra en la Figura 7-1.

Para que este proceso exista es necesaria una fuerza de transferencia, o "adherencia" entre los dos materiales, como se muestra en la Figura 7-1b para que la varilla esté en equilibrio los esfuerzos de adherencia tienen que existir si estos desaparecen, la varilla se sale del concreto y la fuerza de tensión, T, se hace cero y se causa la falla de la viga.

Del cuerpo libre de la varilla, como se muestra en la Figura 7-2.

Si f_{s2} es mayor que f_{s1} , el esfuerzo de adherencia μ , actúa en la superficie de la varilla manteniendo el equilibrio. Sumando fuerzas en la dirección de la varilla y llamando μ_{prom} al esfuerzo de adherencia promedio, es:

$$\Delta f_s \frac{\pi d_b^2}{4} = \mu_{prom} \cdot (\pi d_b) l ; \text{ de donde :}$$

$$\mu_{prom} = \frac{\Delta f_s \cdot d_b}{4l}$$

Si l se toma como una longitud muy corta, dx , esta ecuación se puede escribir:

$$\mu_{prom} = \frac{df_s \cdot d_b}{4dx} ; \text{ de donde : } \frac{df_s}{dx} = \frac{4\mu}{d_b}$$

donde μ es el esfuerzo de adherencia real actuando en una longitud dx .

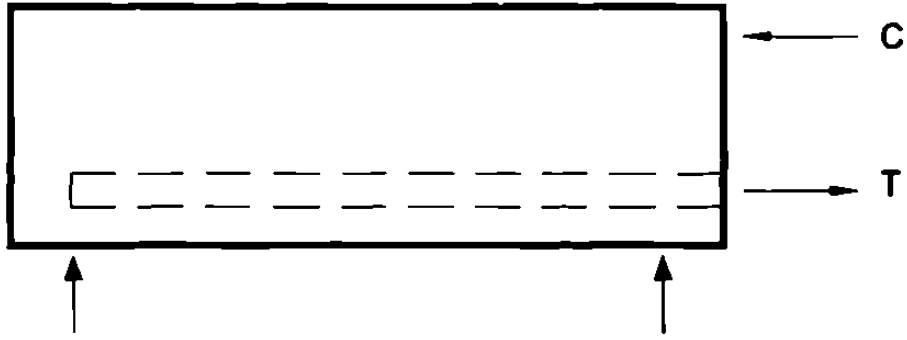
Esfuerzo de adherencia promedio en una viga.

En una viga, la fuerza en el acero en una grieta puede ser expresada como:

$$T = M/jd$$

Donde jd es el brazo de palanca de las fuerzas internas y M es el momento actuando en la sección.

Si consideramos la longitud de viga entre dos grietas como se muestra en la Figura 7-3.



(a) Fuerzas Internas en la viga.

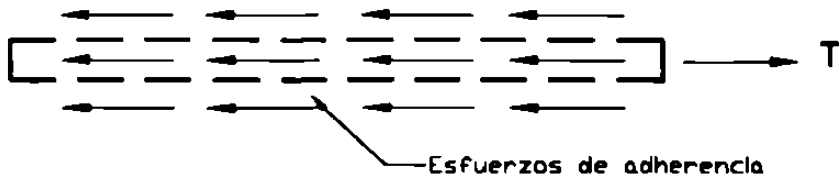


FIGURA 7-1.
ADHERENCIA DEL REFUERZO.

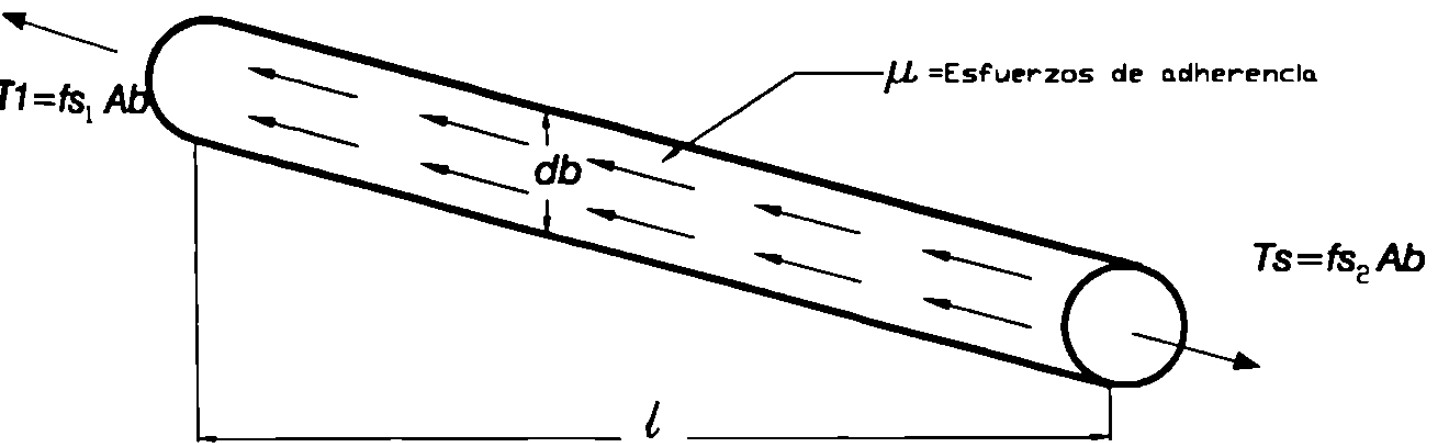


FIGURA 7-2.
RELACION ENTRE LOS ESFUERZOS DE ADHERENCIA EN LA VARILLA.

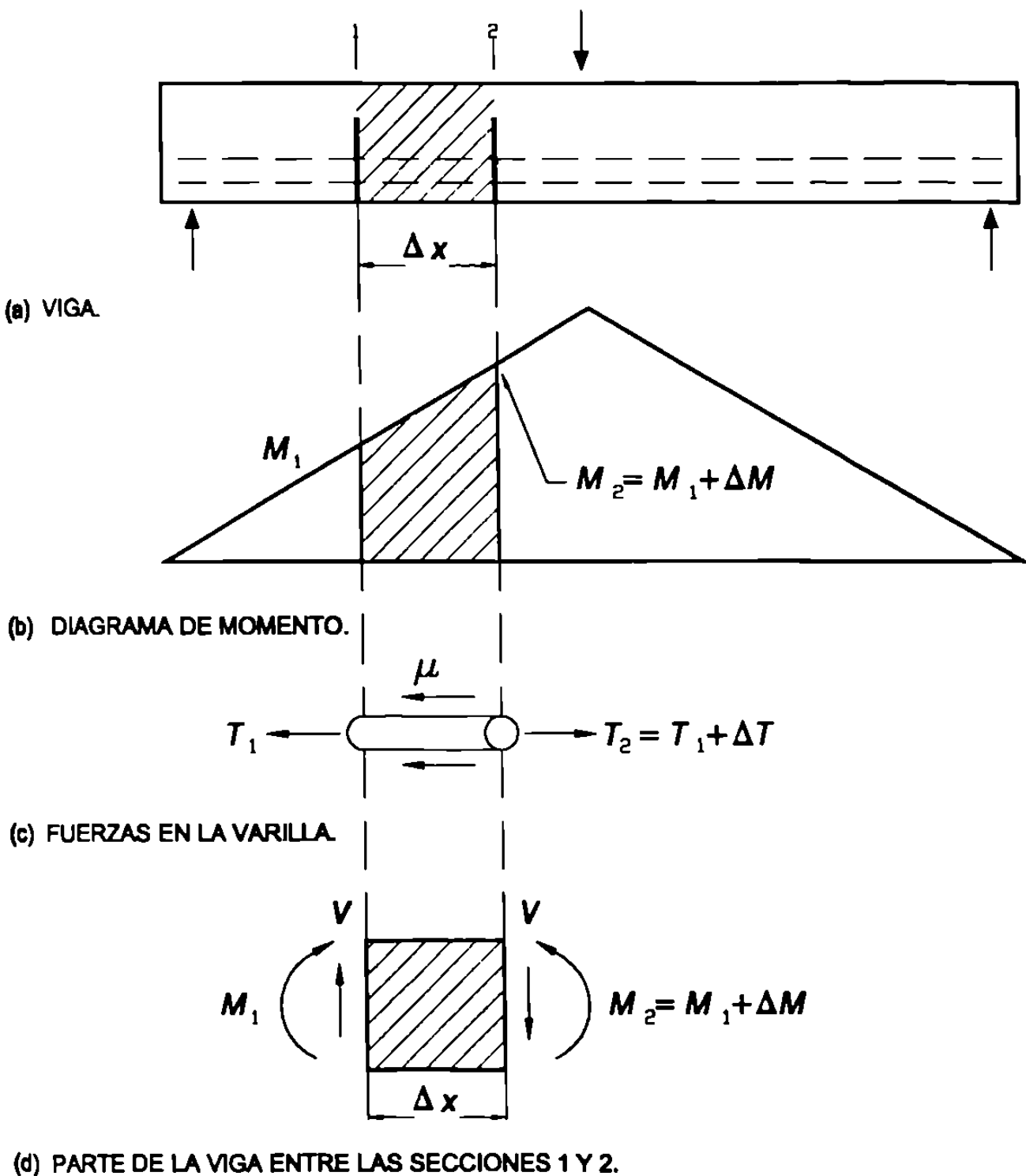


FIGURA 7-3.
ESFUERZO PROMEDIO DE ADHERENCIA EN FLEXION.

Los momentos actuando en las dos grietas son M_1 y M_2 . Si la viga está reforzada con una varilla son las mostradas en la Figura 7-3c.

Sumando fuerzas horizontales da:

$$\Delta T = (\pi d_b) \mu_{prom} \Delta x$$

y como $\Delta M = (\Delta T)(jd)$

$$\Delta T = \Delta M/jd = (\pi d_b) \mu_{prom} (\Delta x)$$

$$\text{de donde } \Delta M/\Delta x = (\pi d_b) \mu_{prom} (jd)$$

Del diagrama de cuerpo libre de la Figura 7-3d, podemos ver que $\Delta M = (V)(\Delta x)$ ó $\Delta M/\Delta x = V$.

$$\text{Entonces: } \mu_{prom} = \frac{V}{(\pi d_b)jd}$$

Si hay más de una varilla, el perímetro (πd_b) es reemplazado con la suma de los perímetros, ΣO , dando:

$$\mu_{prom} = \frac{V}{\Sigma Ojd}$$

Las ecuaciones anteriores dan el promedio del esfuerzo de adherencia entre dos grietas de una viga.

7.2 LONGITUD DE DESARROLLO.

Debido a que el esfuerzo de adherencia varía a lo largo de la longitud de la varilla anclada en la zona de tensión, el Código ACI usa el concepto "longitud de desarrollo" para transmitir el esfuerzo de adherencia. La longitud de desarrollo, l_d , es la longitud más corta o mínima de la varilla en la cual el esfuerzo (en la varilla) se puede incrementar de cero a la resistencia de fluencia, f_y . Si la distancia de un punto, en la varilla donde el esfuerzo es igual al f_y , a el extremo de la varilla es menor que la longitud de desarrollo, la varilla se desprende del concreto.

La longitud de desarrollo puede expresarse en términos del valor último del esfuerzo promedio de adherencia y la fluencia f_y del acero, como:

$$l_d = \frac{f_y \cdot d_b}{4\mu_{prom}}$$

dónde el μ_{prom} es el valor del esfuerzo de adherencia promedio en la longitud de desarrollo de la varilla.

Longitudes de desarrollo en tensión

Ecuación básica

En 1977, Orangun dedujo una ecuación para longitud de desarrollo como resultado en pruebas de adherencia y traslapes. La ecuación resultante para, l_d , esta en función del diámetro de la varilla d_b , el esfuerzo desarrollado, $\sqrt{f_c}$, el recubrimiento y/o espaciamiento entre varillas y la relación de refuerzo transversal.

Esto sirvió de base para las ecuaciones de l_d del Reglamento ACI 1989. Estas son algo difícil de usar, sin embargo, entre 1989 y 1995, el Comité 318 y el Comité de Adherencia del ACI simplificaron las expresiones de diseño.

Esto consiste en dos pasos. Primero, se valúa una expresión básica para, l_d , expresada como múltiplo del diámetro de la varilla, d_b , esto da un punto de comparación. Está dada en la Sección 12.2.3 del ACI, como:

$$l_d = \frac{3}{40} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{c + \frac{K_{tr}}{d_b}} \quad (\text{unidades en S.I.}) \quad (\text{ACI Ec. 12-1})$$

Donde el término $(c+K_{tr}/d_b)$ está limitado a no mayor de 2.5 para prevenir la falla por adherencia, y la longitud l_d , no menor de 12 pulg.

l_d es la longitud de desarrollo, en pulgadas.

d_b es el diámetro de la varilla, en pulgadas.

α es un factor de localización de la varilla en ACI Sección 12.2.4.

β es un factor de recubrimiento epóxico dado por ACI Sección 12.2.4

γ es un factor de diámetro de varillas ACI Sección 12.2.4

λ es un factor de concreto ligero ACI Sección 12.2.4

c es el menor de :

(a) la menor distancia medida de la superficie de concreto al centro de la varilla desarrollada.

(b) un medio del espaciamiento centro a centro entre las varillas desarrollada, (recubrimiento).

K_r es el factor de refuerzo transversal dado por ACI Sección 12.2.4

El segundo paso es la simplificación de la ecuación anterior sustituyendo valores comunes de c y K_r .

Ecuaciones simplificadas para la longitud de desarrollo por tensión

En muchos casos la ecuación de l_d del ACI es difícil de usar porque los valores de c y K_r varíen a lo largo de la longitud del miembro. La ecuación 12-1 del ACI se ha simplificado sustituyendo los límites inferiores de c y K_r para los casos más comunes de diseño con expresiones que no incluyen estos factores. Para varillas y alambres corrugados el ACI Sección 12.2.2 define a la longitud de desarrollo como se da la tabla de la sección 12.2.2 del ACI. La primer fila de la Tabla considera mínimo de estribos y los espaciamientos mínimos especificados en el ACI Secciones 11.5.4.1, 11.5.5.3 y 7.10.5.

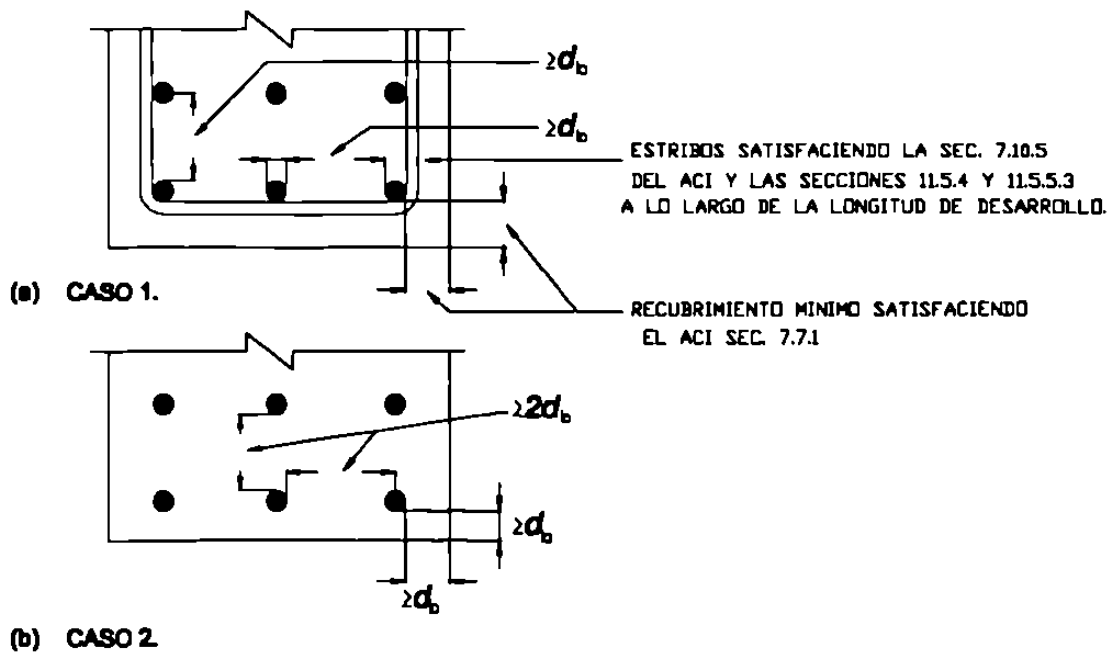
El espaciamiento en las varillas desarrolladas o traslapadas no menor de d_b corresponde a $c = (\text{espacio de } d_b/2) + d_b/2 = d_b$.

La cantidad mínima de estribos corresponde a K_r de $0.5d_b$. Entonces, para esta combinación $(c + K_r/d_b) \approx 1.5$. Similarmente un espaciamiento libre de varillas por desarrollar o traslapar no menor de $2d_b$ con recubrimiento no menor del d_b y estribos o anillos mínimos corresponden a $c = 1.5d_b$ y $(c + K_r/d_b) = 1.5$. El factor de tamaño de varilla γ es 0.8 para varillas No. 6 y menores y 1.0 para varillas No. 7 y mayores, sustituyendo estos valores en la ecuación original da las fórmulas de la Tabla de la Sección 12.2.2 del ACI.

Factores de la ecuación (12-1 ACI)

Estos factores se definen en la Sección 12.2.4 del ACI.

En la siguiente figura se presenta gráficamente la explicación de la tabla de la sección 12.2.2 del ACI.



Acero de refuerzo en exceso.

Aparece en la Sección 12.2.5 del ACI.

Longitud de desarrollo en compresión.

Es menor que la l_d de tensión porque la misma fuerza es transferida en el concreto por empuje en el extremo de la varilla y porque no hay grietas en la región de anclaje.

La longitud de desarrollo básica es (ACI Sección 12.3)

$$l_{db} = \frac{0.075 d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad \text{pero no menor que } 0.0043 d_b f_y$$

La constante lleva como unidad m^2/kg , esta longitud debe multiplicarse por los factores de la Sección 12.3.3 por exceso de refuerzo y si esta encerrada en espiral o estribos. La longitud de desarrollo resultante no deberá ser menor de 8 pulg. (20 cm) (ACI Sección 12.3.1).

Longitudes de desarrollo para varillas recubiertas

En cubiertas de puente o en losas de estacionamiento es práctica común usar varillas de refuerzo recubiertas con epóxico o galvanizado para reducir los problemas de corrosión. En varillas con recubrimiento epóxico se afectarán por el factor β del ACI Sección 12.2.4. Las varillas recubiertas con zinc o galvanizado pueden ser afectadas en sus propiedades de adherencia debido a la reacción química con el alcali del concreto. Esto se puede prevenir tratando a las varillas con una solución de cromo después del galvanizado. Si esto se da, la adherencia es esencialmente la misma que en refuerzo normal.

Longitud de desarrollo de la malla de alambre liso soldado sujeta a tensión.

El ACI Sección 12.8 trata de esto. El anclaje de la malla depende del anclaje de dos alambres transversales, con el alambre transversal más próximo a no menos de 5 cm del punto de la sección crítica.

Sin embargo, la longitud de desarrollo básica ℓ_d medida desde el punto de la sección crítica hasta el alambre transversal más alejado, no debe ser menor que:

$$1.02 (A_w/s_w)(f_y/\sqrt{f'_c})\lambda \quad (\text{sistema métrico})$$

donde:

A_w es el área de un alambre individual que se debe desarrollar o traslapar, cm^2 .

s_w es el espaciamiento máximo del acero de refuerzo transversal dentro de ℓ_d , centro a centro, cm.

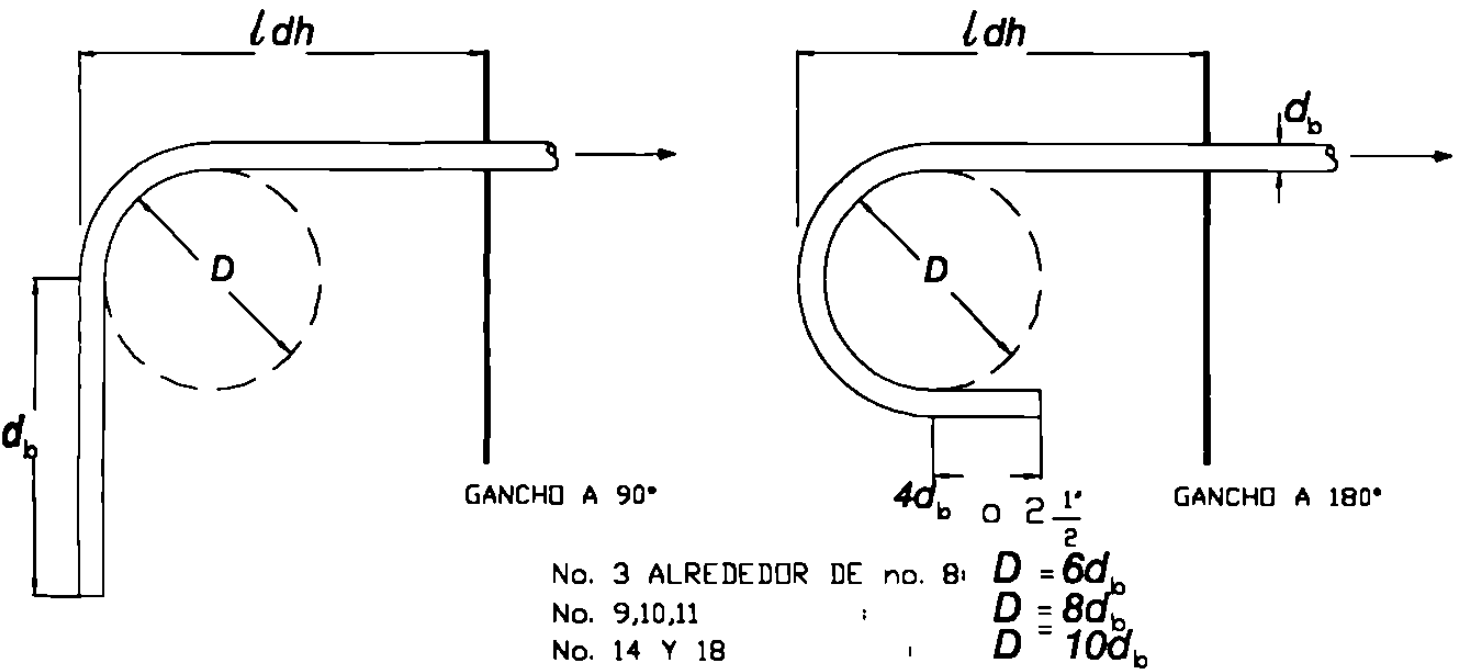
λ , factor de concreto de agregado ligero.

La longitud de desarrollo debe multiplicarse por el factor de exceso de refuerzo dado por la Sección 12.2.5 pero no debe ser menor de 6 pulg. (15 cm), excepto en el cálculo de longitud de traslapes dadas por la Sección 12.19.

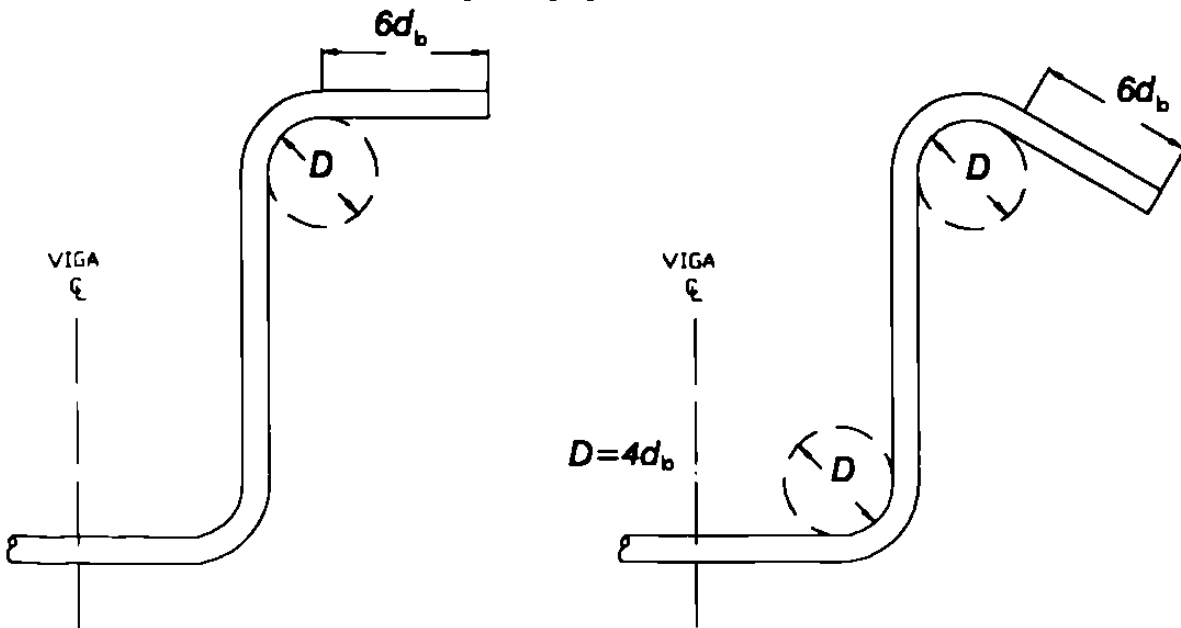
7-3.- ANCLAJE CON GANCHOS.

COMPORTAMIENTO DE ANCLAJES CON GANCHO

Los ganchos se usan para dar un anclaje adicional cuando la longitud de la varilla no es suficiente para desarrollar la adherencia. En el ACI Sección 7.1 se les denomina "Ganchos estándar". En la siguiente figura se detallan los "ganchos estándar en varillas y estribos".



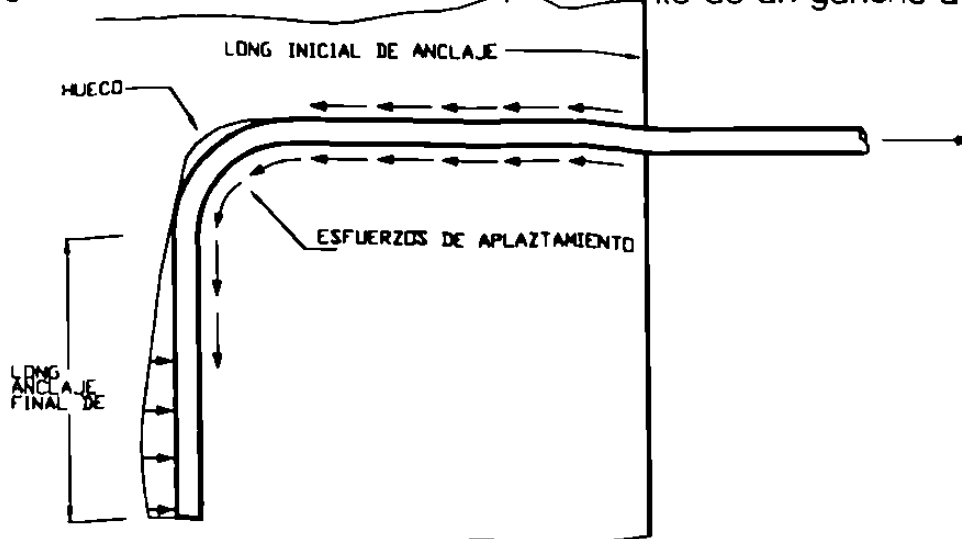
GANCHOS ESTANDAR - ACI Sec. 7.1 and 7.2.1.



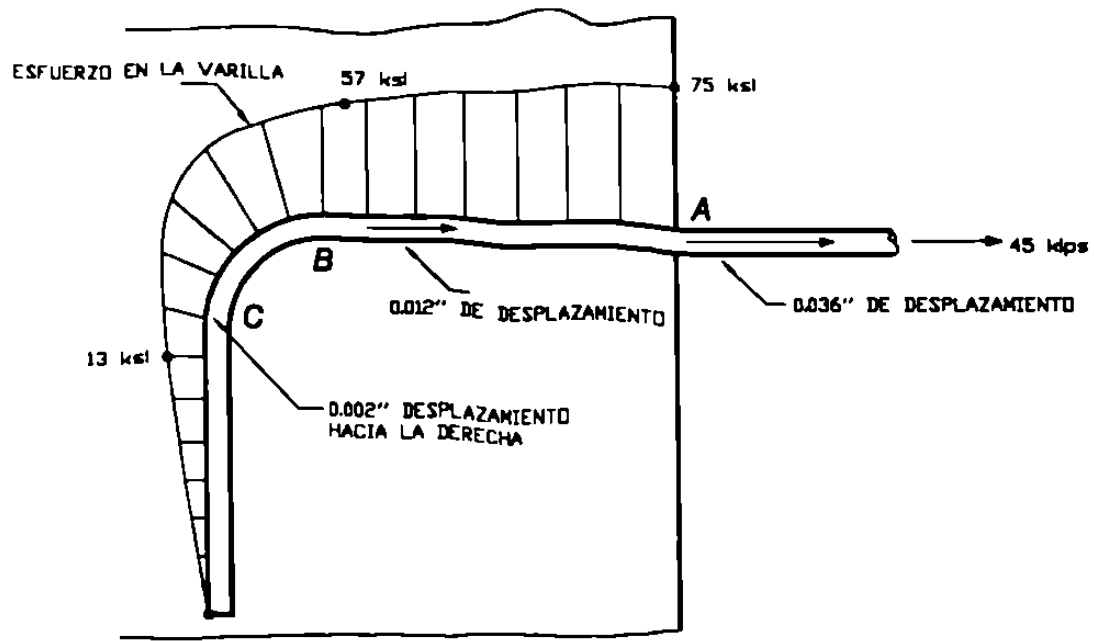
GANCHOS DE ESTRIBOS #3 - ACI Sec. 7.1.3 For No. 3.

GANCHOS ESTANDAR.

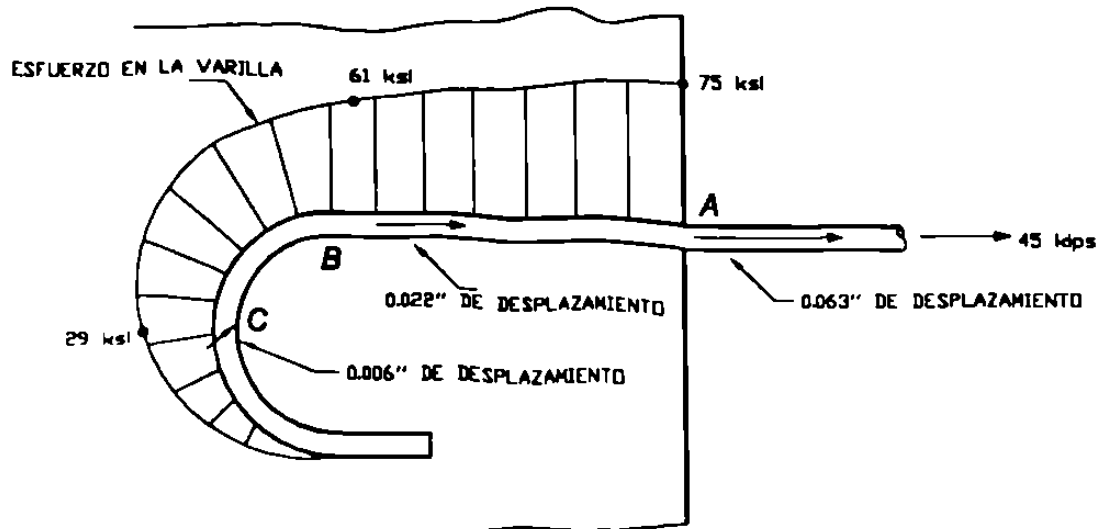
En la siguiente figura se ilustra el comportamiento de un gancho a 90° sujeto a tensión



(a) FUERZAS ACTUANDO EN LA VARILLA



(b) ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS EN GANCHO ESTANDAR A 90°



(c) ESFUERZOS Y DESPLAZAMIENTOS EN GANCHO ESTANDAR A 180°
COMPORTAMIENTO DE GANCHOS.

El esfuerzo en la varilla es resistido por la adherencia en la superficie de la varilla y el empuje del concreto en el interior del gancho.

El gancho se mueve interiormente, dejando un hueco entre el lado exterior de la varilla y el concreto en el cual se producen también esfuerzos de compresión.

La falla del gancho siempre involucra agrietamiento del concreto dentro del gancho.

Los esfuerzos y deslizamientos medidos en puntos a lo largo del gancho para un esfuerzo en la varilla de $1.25 f_y$ (75 ksi) en pruebas de ganchos No. 7 se pueden apreciar en los incisos (b) y (c) de la figura anterior.

Diseño de anclaje de ganchos

El ACI Sección 12.5.1 no diferencia entre ganchos a 90° y 180° o varillas de lecho superior o inferior.

La longitud de desarrollo del gancho ℓ_{dh} , se calcula con el producto de la longitud de desarrollo básica ℓ_{db} por los factores. La longitud de desarrollo final no debe ser menor de $8d_b$ o 6 pulg. (15 cm) el que sea menor. La longitud de desarrollo para un gancho de varilla con $f_y = 60,000$ psi. (4200 kg/cm^2) será:

$$\ell_{dh} = \frac{318 d_b}{\sqrt{f_c'}} \quad (\text{sistema métrico}) \quad (\text{ACI sec. 12.5.2})$$

La longitud de desarrollo básica del gancho ℓ_{db} deberá multiplicarse por los factores dados por el ACI en las Secciones. 12.5.3.1, 12.5.3.2, 12.5.3.3, 12.5.3.4 y 12.5.3.5.

En los extremos de miembros discontinuos donde el gancho requiere de recubrimiento tanto al extremo libre del elemento como lateral, tanto para varillas de lecho superior e inferior de menos de $2 \frac{1}{2}$ " (6.3 cm), las varillas con gancho se deben encerrar a lo largo de la longitud ℓ_{dh} por anillos o estribos con un espaciamiento no mayor de $3d_b$, donde d_b es el diámetro de la varilla con gancho según ACI 12.5.4. En gancho de varillas de losas en sus extremos discontinuos se considera que tienen confinamiento a ambos lados del gancho y por lo tanto no se aplica la Sección 12.5.4 del ACI.

Requisitos especiales para ganchos en juntas de marcos resistentes a cargas sísmicas aparecen en la Sección 21.5.4.1 del ACI. Debido a que éstos ganchos deben estar dentro de la columna del marco, estas reglas implican la garantía del confinamiento de los ganchos.

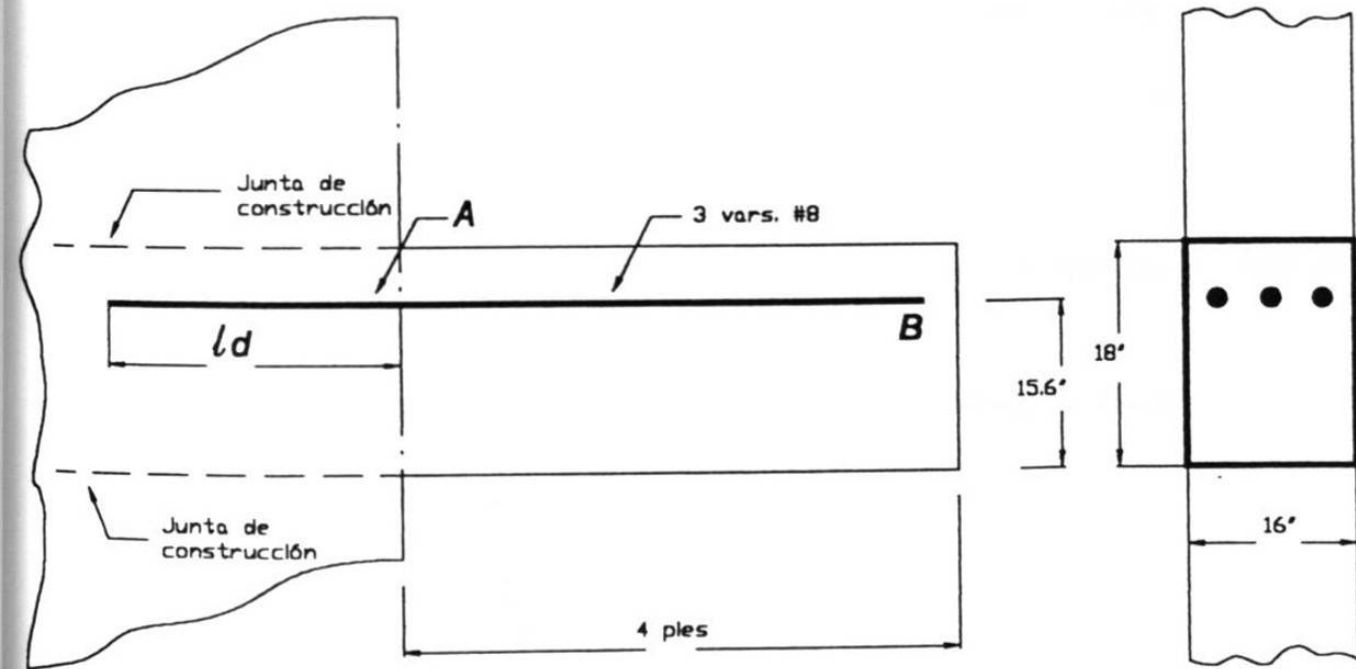
7-4.- DISEÑO POR ANCLAJE.

La regla básica que rige el diseño de desarrollo y anclaje de las varillas es: "La tensión o compresión calculada en el acero de refuerzo en cada sección de elementos de concreto reforzado, se deberá desarrollar a cada lado de dicha sección, mediante la longitud de anclaje, gancho o dispositivo mecánico o combinación de ambos. Los ganchos no se pueden utilizar para desarrollar varillas en compresión (ACI Sección 12.1).

El siguiente ejemplo se resuelve en unidades del sistema inglés, se recomienda al alumno resolverlo en los sistemas métrico e internacional aplicando el Código ACI 318-95.

EJEMPLO 7-1.- ANCLAJE DE UNA VARILLA RECTA.

Una viga cantiliver de 16 pulg. de ancho se ancla a un muro como se muestra en la siguiente figura.



ANCLAJE DE UNA VARILLA RECTA.

Las varillas #3 son esforzadas al esfuerzo de fluencia f_y en el punto A en la cara del muro. Calcular la ℓ_d mínima dentro del muro.

El concreto es de agregado ligero con $f_c = 3000$ LBS/pulg².

Acero de refuerzo, $f_y = 60,000$ LBS/pulg².

Se localizan juntas de construcción arriba y abajo de los paños de la viga.

La viga tiene estribos No. 3 con $f_y = 40,000$ LBS/pg².

El recubrimiento de los estribos es 1.5 pulg.

1.- Revisión de espaciamiento y recubrimiento de las varillas por desarrollarse:

$$\text{Espaciamiento libre: } \frac{16-2(1.5+0.5)-3 \times 1.0}{2}$$

$$= 4.5 \text{ pulg} = 4.5 d_b$$

$$\text{Recubrimiento en el muro: } 1.5+0.5 = 2.0 \text{ pulg.} = 2 d_b$$

Como el recubrimiento es mayor que d_b y el espaciamiento es mayor que $2d_b$ se aplica la ecuación:

$$\frac{\ell_d}{d_b} = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{20 \sqrt{f_c}}$$

donde:

$\alpha = 1.3$ porque se tienen más de 12 pulg de concreto fresco debajo de las varillas.

$\beta = 1.0$ porque las varillas no tienen recubrimiento epóxico.

$\lambda = 1.3$ porque el concreto es de agregado ligero.

$$\frac{\ell_d}{d_b} = \frac{60,000 \times 1.3 \times 1.0 \times 1.3}{20 \sqrt{3,000}} = 92.6$$

Entonces, la longitud de desarrollo es:

$$\ell_d = 92.6 \times 1.0 = 92.6 \text{ pulg.}$$

Las varillas deben extenderse 92.6 pulg. dentro del muro para que se desarrolle la resistencia de fluencia.

Extender las varillas 8 pies dentro del muro.

Alternativamente, hay que revisar el ACI Sección 12.2.3

$$l_d = \frac{3}{d_b} \frac{f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{c + \frac{K_{tr}}{d_b}}$$

donde: α , β y λ son los mismos valores anteriores y $\gamma = 1.0$ porque las varillas son No. 8.

c = el menor de:

(a).- La distancia del centro de la varilla a la superficie más cercana de concreto

$$\text{lateral} = 1.50 + 0.50 + 1.0/2 = 2.5 \text{ pulg.}$$

$$\text{vertical} = 1.50 + 1.0/2 = 2.0 \text{ pulg.}$$

(b).- La mitad centro a centro del espaciamiento de las varillas

$$= 0.5 \frac{(16 - 2 \times 2.5)}{2} = 2.75 \text{ pulg.}$$

Entonces, $c = 2.0$ pulg.

$$K_{tr} = \frac{A_{tr} f_y}{1500 s n}$$

donde:

s = espaciamiento del refuerzo transversal en la longitud de desarrollo, $l_d = 12$ pulg.

A_{tr} = Área total de la sección transversal del acero de refuerzo transversal que se encuentra dentro del espaciamiento s , y que cruza el plano potencial de separación, a través del refuerzo que va a desarrollarse en pulg^2 .

$$A_{tr} = 2 \times 0.20 = 0.40 \text{ pulg}^2$$

$f_y = 60,000$ LBS/ pulg^2 para el refuerzo del muro.

$n = \text{número de varillas que se están desarrollando} = 3.$

$$\text{Entonces: } K_r = \frac{0.40 \text{ pulg}^2 \times 60,000 \text{ LBS/pulg}^2}{1,500 \text{ LBS/pulg}^2 \times 12 \text{ pulg} \times 3}$$
$$= 0.444 \text{ pulg.}$$

$$\text{El término } c + \frac{K_r}{d_b} = 2.0 \text{ pulg} + \frac{0.444 \text{ pulg.}}{1.0 \text{ pulg}}$$
$$= 2.44$$

pero no mayor de 2.5. Sustituyendo en la ecuación original, tenemos:

$$l_d/d_b = \frac{3}{40} \times \frac{60,000}{\sqrt{3,000}} \times \frac{1.3 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.3}{2.44} = 56.8$$

Entonces: $l_d = 56.8 \times 1.0 = 56.8 \text{ pulg.}$

De acuerdo con esto:

Extender las varillas 5 pies dentro del muro.

En este caso, hay una gran diferencia entre las dos ecuaciones porque la primera es considerando $c + K_r / d_b = 1.5$ y la segunda con 2.44

EJEMPLO: Desarrollo de una varilla en cantiliver

El cantiliver del ejemplo anterior se extiende 48 pulg., dentro de la cara del muro. Las varillas se esfuerzan a su resistencia de fluencia dentro de la cara del muro.

¿Se pueden desarrollar l_d varillas #8?

¿Caso negativo que varilla debe usarse?

La viga tiene estribos cerrados #3 grado 40 @ 7.5 pulg., c. a. c., en toda su longitud. El punto de máximo esfuerzo ocurre en el paño del muro.

Las varillas deberán extenderse por lo tanto un mínimo de l_d dentro del muro y en el claro.

1.- Determinar espaciamiento y su confinamiento.

Del ejemplo anterior el espaciamiento de las varillas #8 es $4.5d_b$ y el área mínima de estribos es, (ACI Sección 11.5.5.3) :

$$A_v = 50 \frac{b_w s}{f_s} = 50 \frac{16 \times 7.5}{40,000} = 0.15 \text{ pulg}^2$$

se tienen est. # 3, $A_v = 0.22 \text{ pulg.}$ \therefore está bien.

El espaciamiento de los estribos no debe exceder $d/2 = 7.80 \text{ pulg.}$ \therefore está bien.

2.- Longitud de desarrollo.

Del ejemplo anterior ℓ_d para varillas #8 es 92.6 pulg.

Las varillas se pueden extender $60 - 1.5 = 58.5 \text{ pulg.}$, dentro de la viga desde la cara del muro, lo cual es insuficiente para las varillas #8. Podemos usar varillas menores con ℓ_d , más corta o con ganchos en B, como se muestra en la figura anterior, (página 185).

Usando 6 varillas #6 ($A_s = 2.64 \text{ pulg}^2$ comparando con 3 varillas #8 con $A_s = 2.37 \text{ pulg}^2$)

1'.- Revisar espaciamiento y confinamiento del refuerzo transversal

El recubrimiento libre lateral es $1.5 + 0.5 = 2.0 \text{ pulg.} = 2d_b$. El espaciamiento de las 6 varillas #6 es:

$$\frac{16 - 2 \times 2 - 6 + 0.75}{5} = 1.50 \text{ pulg} = 2d_b$$

Los estribos exceden el Código mínimo y el espaciamiento es mayor que d_b , entonces se aplica la siguiente ecuación :

2'.- Longitud de desarrollo.

$$\frac{\ell_d}{d_b} = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{25 \sqrt{f_c'}} = \frac{60,000 \times 1.3 \times 1.0 \times 1.3}{25 \sqrt{3000}} = 74.0 \text{ pulg.}$$

$$\text{y } \ell_d = 74.0 \times 0.75 = 55.5 \text{ pulg.} < 58.5 \text{ pulg.}$$

Las varillas #6 se pueden desarrollar sin ganchos en el extremo libre.

Usar 6 varillas #6.

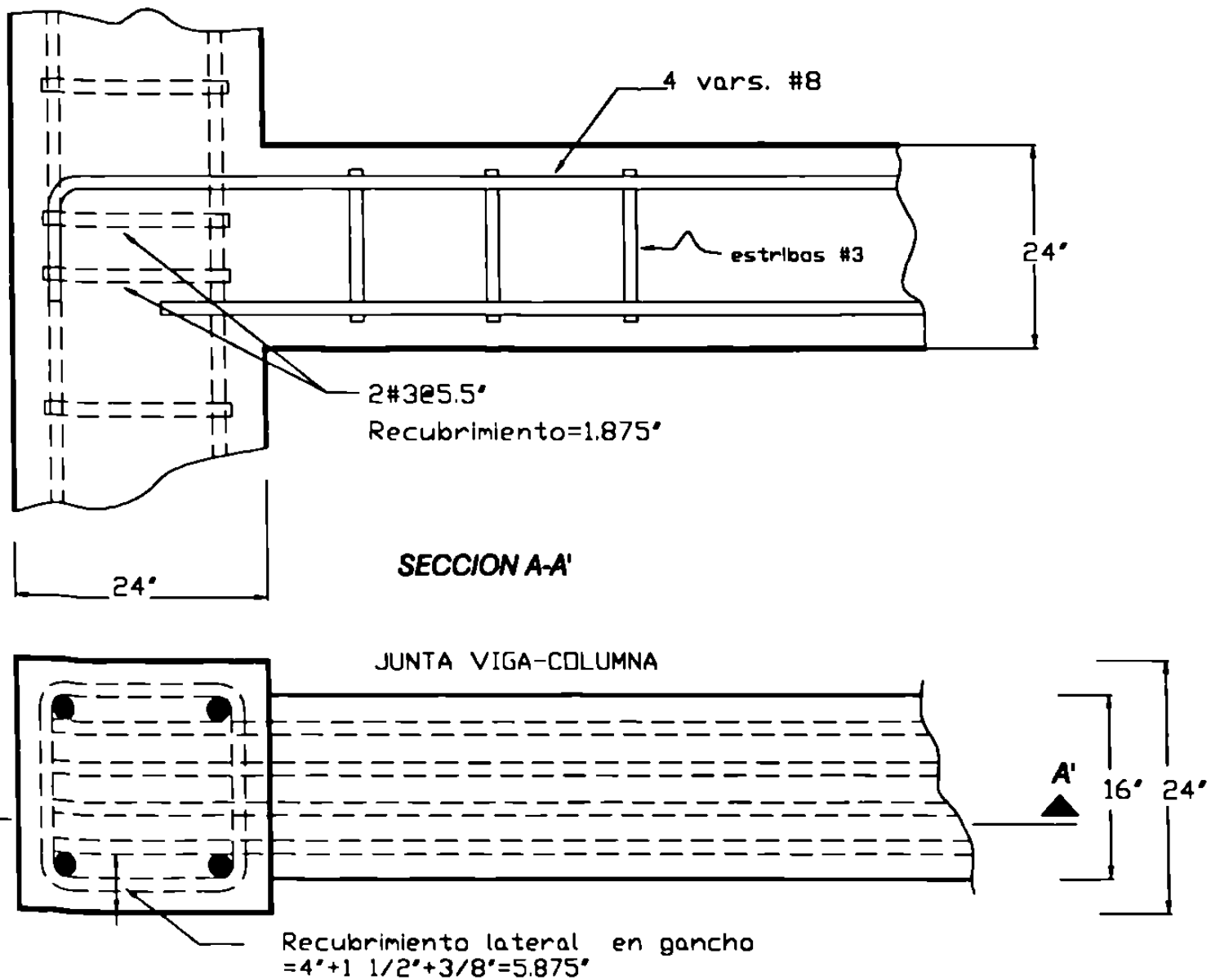
El ACI Sección 12.2.5 permite reducir la ℓ_d por la relación:

$$\frac{AS(\text{requerido})}{AS(\text{proporcionado})} = \frac{2.37}{2.64} = 0.898$$

no se consideró para mayor seguridad.

EJEMPLO

GANCHO DE ANCLAJE DENTRO DE UNA COLUMNA



GANCHO DE ANCLAJE DENTRO DE UNA COLUMNA.

La columna tiene 4 varillas #11 longitudinales. El refuerzo para momento negativo en la viga consiste de 4 varillas #8.

Concreto $f_c = 3,000$ LBS/pulg² de peso normal.

Acero de refuerzo, $f_y = 60,000$ LBS/pulg²

Diseñar anclaje de las varillas #8, dentro de la columna.

1.- Longitud de desarrollo de las varillas de la viga.

$$\frac{\lambda_d}{d_b} = \frac{3}{40} \times \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \times \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{c + \frac{K_{TR}}{d_b}}$$

donde:

$\alpha = 1.3$ (Varillas de lecho superior)

$\beta = 1.0$ (no epóxico)

$\gamma = 1.0$ (Varillas #8)

$\lambda = 1.0$ (concreto de peso normal)

$c =$ El menor de:

(a) La distancia del centro de la varilla al paño de la viga más cercano.

$$\text{Distribuir al paño superior} = 1.50 + 0.375 + 1.0/2$$

$$= 2.375 \text{ pulg.}$$

(b) La mitad de la distancia centro a centro del espaciamiento entre varillas:

$$1/2 \frac{(16 - 2 \times 2.375)}{3} = 1.875 \text{ pulg}$$

Entonces, $c = 1.875$ pulg.

$$K_{tr} = \frac{A_{tr}f_{yr}}{1500s_n}$$

A_r = Area total de la sección transversal del acero de refuerzo transversal dentro de un espaciamiento s y que cruza el plano potencial de separación a través del refuerzo que va a desarrollarse.

$$4 \text{ varillas } \#11 = 4 \times 1.56 = 6.24 \text{ pulg}^2$$

s = Espaciamiento del refuerzo transversal (asumimos que el acero de la columna se confina en el ancho de la columna = 24 pulg)

$$K_r = \frac{6.24 \times 60,000}{1500 \times 24 \times 4} = 2.60 \text{ pulg.}$$

$$c + K_r/d_b = 1.875 + 2.60/1 = 4.475 \text{ pero no mayor de } 2.5$$

$$l_d/d_b = (3/40) (60,000/\sqrt{3,000}) [(1.3 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0)/2.5]$$

$$l_d = 42.7 \times 1.0 = 42.7 \text{ pulg.} > 24 \text{ pulg} = \text{ancho de columna.}$$

Es necesario usar ganchos para anclar las varillas.

2.- Longitud de desarrollo de los ganchos.

Longitud de desarrollo básica:

$$l_{hb} = \frac{1200 d_b}{\sqrt{f_c}} = \frac{1200 \times 1.0}{\sqrt{3000}} = 21.9 \text{ pulg.}$$

Considerando que las varillas se extenderán dentro del refuerzo vertical de la columna. El ACI Sección 11.11.2 requiere un mínimo de estribos en la junta. Considerando estribos #3. El espaciamiento requerido es ACI Sección 11.11.2.

$$A_v = \frac{50 b_w s}{f_y} \longrightarrow$$

$$s = \frac{A_v f_y}{50 b_w} = \frac{0.11 \times 60,000}{50 \times 24}$$

$$s = 5.5 \text{ pulg.}$$

El recubrimiento lateral de los ganchos es:

$$4 \text{ pulg.}, \text{ de diferencia con viga} + 1.5 \text{ pulg.}, \text{ recubrimiento} + 0.375 \text{ pulg. est.} = 5.875 \text{ pulg.}$$

Esto excede 2 1/2" y entonces esta bien.

El recubrimiento para el gancho es:

1.5 pulg. de estribos + 0.375 pulg. estribos = 1.875 pulg.

$$l_{dh} = l_{hb} \times \text{Factores de ACI Sección 12.5.3}$$

12.5.3.2 (b): El recubrimiento lateral excede 2.5" pero el recubrimiento de la extensión de la varilla es menor de 2 pulg: entonces el factor es 1.0. La Sección 12.5.4 del ACI no se aplica porque el recubrimiento excede 2.5 pulg. Entonces solamente los estribos mínimos requeridos por la Sección 11.11.2 son requeridos: estribos No. 3 @ 5.5 pulg. La Sección 12.5.3.3 no se aplica, entonces el factor es 1.0

$$l_{dh} = l_{hb} \times 1.0 \times 1.0 = 21.9 \text{ pulg.} \geq 8 d_b \text{ ó } 6 \text{ pulg. Esta bien.}$$

La longitud de desarrollo disponible es:

24 pulg - recubrimiento de la extensión = 22.1 pulg.

Como 22.1 pulg excede 21.9 pulg. Por lo tanto la extensión del gancho está bien.

La altura vertical del gancho estándar a 90° es $4d_b + 12d_b = 16$ pulg., lo cual queda dentro de la junta.

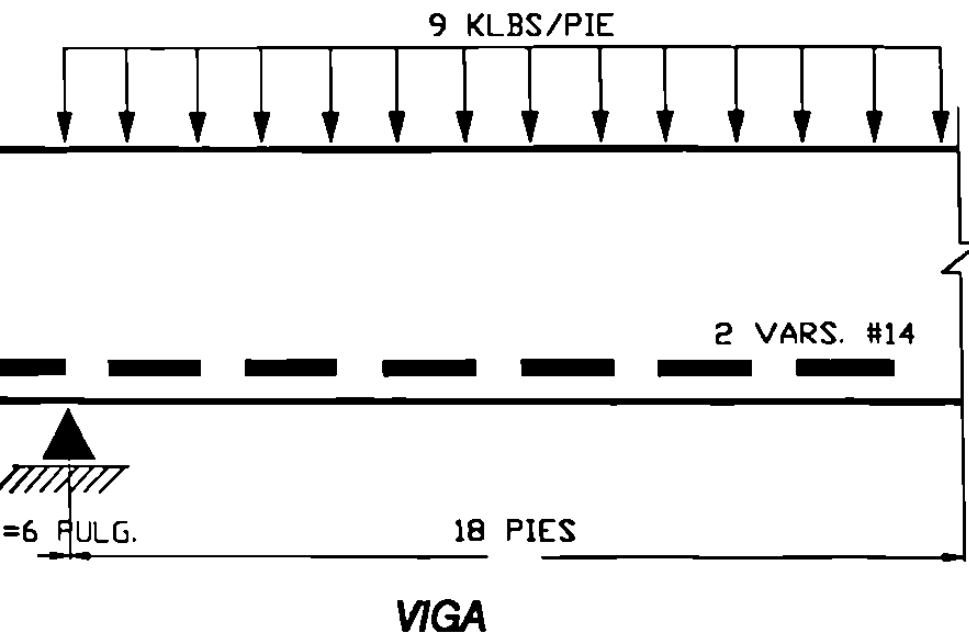
EJEMPLO.

REVISION DEL DESARROLLO PARA VARILLAS DE MOMENTO POSITIVO.

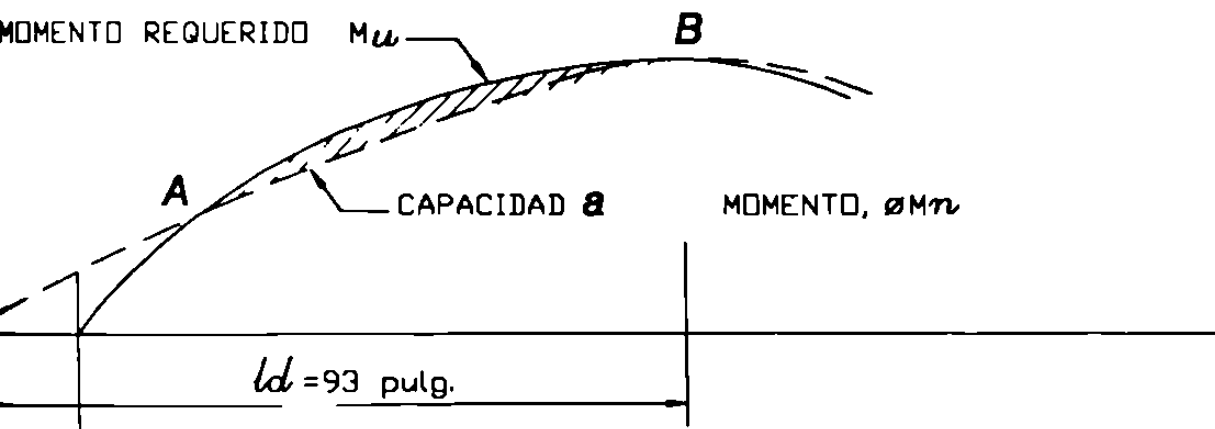
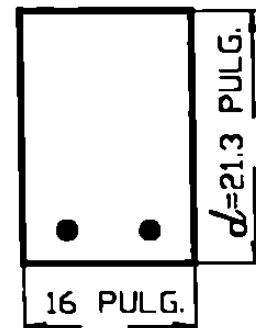
La viga de la figura tiene 2 varillas #14 y estribos #3 @ 10 pulg. c a c. El concreto es de $f_c' = 3000 \text{ LBS/pulg}^2$ y $f_y = 60,000 \text{ LBS/pulg}^2$ para el acero de refuerzo. La viga soporta una carga total factorizada de 9.0 KLBS/pie .

Revisar si la Sección 12.11.3 del ACI es satisfecha

$$l_d \leq 1.3 \frac{M_u}{\mu V} + l_a$$



$$l_d \leq 1.3 \frac{M_u}{V_u} + l_a$$



1.- Espaciamiento y confinamiento de las varillas #14.

$$e = 16 - 2(1.5 + 0.375) - 2 \times 1.69 = 8.87 \text{ pulg.}$$

La viga cumple con el mínimo de estribos que establece el Código.

2.- Longitud de desarrollo.

$$\frac{l_d}{d_b} = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{20 \sqrt{f_c}} = \frac{60,000 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0}{20 \sqrt{3000}} = 54.8$$

$$l_d = 54.8 d_b = 54.8 \times 1.69 = 92.7 \text{ pulg.}$$

3.- Revisar la ecuación para la l_d , requerida:

En el apoyo hay dos varillas # 14:

$$M_n = 2 \times 2.25 \times 60,000 \left(21.3 - \frac{2 \times 2.25 \times 60,000}{1.7 \times 3,000 \times 16} \right)$$

$$= 4.86 \times 10^6 \text{ LBS-pulg} = 4860 \text{ KLBS - pulg.}$$

$$\text{En el apoyo; } V_u = \frac{Wl}{2} = \frac{9.0 \times 18}{2} = 81 \text{ KLBS}$$

l_s = extensión de la varilla pasando la línea de centros del apoyo = 6 pulg.

$$\text{Entonces: } 1.3 \frac{M_n}{V_u} + l_s = \frac{1.3 \times 4860}{81} + 6 = 84 \text{ pulg.}$$

Pero $l_d = 92.7$ pulg., es mayor que 84 pulg.; entonces las varillas #14 no pueden usarse. Proponiendo 6 varillas #8 es necesario recalcular l_d .

4.- Espaciamiento y confinamiento para las varillas #8.

De la Tabla A – 6, en las ayudas de diseño del apéndice A, podemos encontrar que el ancho mínimo para 6 varillas #8 es 15.5 pulg., se tienen 16 pulg., lo cual quiere decir que el espaciamiento excede el d_b por lo cual se usa la siguiente fórmula:

5.- Longitud de desarrollo para las varillas # 8.

$$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda}{20 \sqrt{f_c}} = \frac{60,000 \times 1.0 \times 1.0 \times 1.0}{20 \sqrt{3000}} = 54.8 \text{ pulg.}$$

$l_d = 54.8 \times 1.0 = 54.8$ pulg. (Ver Tabla A – 9 de las ayudas de diseño del apéndice A)

6.- Ecuación para l_d requerida:

$$M_n = 5076 \text{ KLBS} - \text{pulg.}$$

$$1.3 \frac{M_n}{V_u} + l_a = \frac{1.3 \times 5067}{81} + 6 = 87.3 \text{ pulg.}$$

$54.8 < 87.3$ esto es aceptable. Usar 6 Varillas # 8.

7-5 CÁLCULO DE LOS PUNTOS DE CORTE EN REFUERZO POR FLEXIÓN.

Las Secciones del ACI que gobiernan los puntos de corte del acero de refuerzo son 7.13, 12.1, 12.10, 12.11 y 12.12. Estas secciones se resumen en seis “reglas” para su detalle:

Todas las Varillas:

Regla 1.- Las varillas deben extenderse una longitud de “d” ó “12d_b” más allá del punto de corte por flexión excepto en apoyos o extremos de voladizos.

Regla 2: Las varillas deben extenderse un mínimo de λ_d , desde el punto de máximo esfuerzo o desde la sección donde se cortaron las varillas adyacentes (ACI Secciones. 12.10.2, 12.10.4 y 12.12.2).

Varillas para momento positivo:

Regla 3.-

(a) Apoyos simples: Un mínimo de 1/3 del refuerzo para momento positivo se debe extender 6” pulg., dentro del apoyo (ACI Sección 12.11.1).

(b) Vigas continuas interiores con estribos cerrados: Un mínimo de 1/4 del refuerzo para momento positivo se debe extender 6” dentro del apoyo (ACI Secciones 12.11.1 y 7.13.2.3).

(c) Vigas continuas interiores sin estribos cerrados: Un mínimo de $\frac{1}{4}$ del refuerzo para momento positivo debe continuarse o será traslapado cerca del apoyo con un traslape Clase A en tensión y en apoyos no - continuos terminar en un gancho estándar (ACI Sección 7.13.2.3).

(d) Vigas Perimetrales continuas: Un mínimo de $\frac{1}{4}$ del refuerzo para momento positivo a la mitad del claro, deberá continuarse alrededor del perímetro del edificio y será encerrado con estribos cerrados o abiertos con ganchos a 135° en las varillas del lecho superior. Los traslapes deberán ser Clase A en tensión tanto para momentos positivos como cerca de los apoyos (ACI Sección 7.13.2.2).

(e) Vigas que forman parte de un marco y sea parte fundamental de éste para resistir cargas laterales: El acero de refuerzo por momento positivo que se requiere prolongar en el apoyo de acuerdo con la Sección 12.11.1, se debe anclar para que se desarrolle la resistencia especificada de fluencia f_y a la tensión en la cara del apoyo (ACI Sección 12.11.2).

Varillas para momento negativo:

Regla 5:

Las varillas para momento negativo deberán anclarse dentro de apoyos, columnas u otros miembros por ℓ_d , ganchos o anclajes mecánicos (ACI Sección 12.12.1).

Regla 6:

(a) Vigas Interiores: Cuando menos $\frac{1}{3}$ del refuerzo para momento negativo deberá extenderse más allá del punto de inflexión una longitud de anclaje no menor que el peralte efectivo, $12d_b$ ó $\frac{1}{16}$ del claro libre el que sea mayor (ACI Sección 12.12.3).

(b) Vigas perimetrales: Además de satisfacer la Regla 6(a), $\frac{1}{6}$ del refuerzo para momento negativo en el apoyo deberá continuarse a la mitad del claro. Haciéndose los traslapes Clase A en tensión a la mitad del claro de ser necesario (ACI Sección 7.13.2.2).

EJEMPLO: CÁLCULO DE LOS PUNTOS DE CORTE BASÁNDOSE EN LAS ECUACIONES DE LOS DIAGRAMAS DE MOMENTO.

Para la viga mostrada en la siguiente figura:

$$f_c = 3000 \text{ LBS/pulg}^2$$

$$f_y = 60,000 \text{ LBS/pulg}^2$$

Carga muerta factorizada = 0.42 KLBS/pie.

Carga viva factorizada = 3.4 KLBS/pie.

