

Un punto de discusión de los nomogramas es que tienden a reducir los valores de k para vigas columnas de marcos prácticos.

El análisis de viga columna elástico (ecuaciones para k) tiende a mejorar los valores de k.

Los valores de k dados por la tabla son razonables sin necesidad de calcular ψ . Entonces se usará $k = 0.86$ para la columna DE.

(b) Columna CD:

El valor de ψ de D es : $\psi_D = 0.481$

La columna está restringida en C por la resistencia torsional del suelo bajo la zapata y es continua en D.

$$\psi = \frac{4 E_c I_c / l_c}{I_r k_e}$$

Donde I_r es el momento de inercia del área de contacto entre la zapata y el suelo y k_e , es el módulo subgrado, por lo tanto:

$$I_r = \frac{(48)^4}{12} = 442,400 \text{ pulg}^4$$

$$\psi_c = \frac{4 \times 3.122 \times 10^6 \times 3201 / 240}{48^4 / 12 \times 160} = 2.35$$

De los nomogramas: $k = 0.76$

De la ecuación: $k = 0.7 + 0.05 (\psi_A + \psi_B) = 0.84$

De la tabla de factores de longitud efectiva: $k = 0.77$

Por lo que se usará $k = 0.77$ para la columna CD.

8.- Cálculo de momentos amplificados.

$$M_c = \delta_{ms} M_2 \quad \text{donde:}$$

$$\delta_{ms} = \frac{C_m}{1 - (P_u / 0.75 P_c)} \geq 1.0 \quad (\text{ACI Ec. 10 - 10})$$

(a) Columna CD:

$$C_m = 0.6 + 0.4 (-43.0/107.8) \geq 0.4 \quad (\text{ACI Ec. 10 - 14})$$

$$C_m = 0.440$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (\text{ACI Ec. 10 - 11})$$

$$l_u = 18 \text{ pies} = 216 \text{ pulg.}$$

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot 2.31 \cdot 10^9 \text{ lb-pulg}^2}{(0.77 \cdot 216 \text{ pulg})^2}$$

$$= 823,500 = 824 \text{ Klbs}$$

$$\delta_{ns} = \frac{0.440}{1 - 152.8 / (0.75 \cdot 824)}$$

Entonces $\delta_{ns} = 1.0$. Esto significa que la sección tiene el momento máximo en el extremo, por lo que: $M_c = 1.0 \cdot 107.80 = 170.80 \text{ Klbs-pie}$.

La columna CD será diseñada para:

$$P_u = 152.8 \text{ Klbs} \text{ y } M_u = M_c = 107.80 \text{ Klbs-pie.}$$

(b) Columna DE:

$$C_m = 0.6 + 0.4 (58.4/78.1) = 0.899$$

$$P_c = \frac{\pi^2 \cdot 2.29 \cdot 10^9}{(0.86 \cdot 264)^2} = 439 \text{ kips}$$

$$\delta_{ns} = \frac{0.899}{1 - 93.8 / (0.75 \cdot 439)} \geq 1.0$$

$$\delta_{ns} = 1.257$$

Esta columna está afectada por esbeltez.

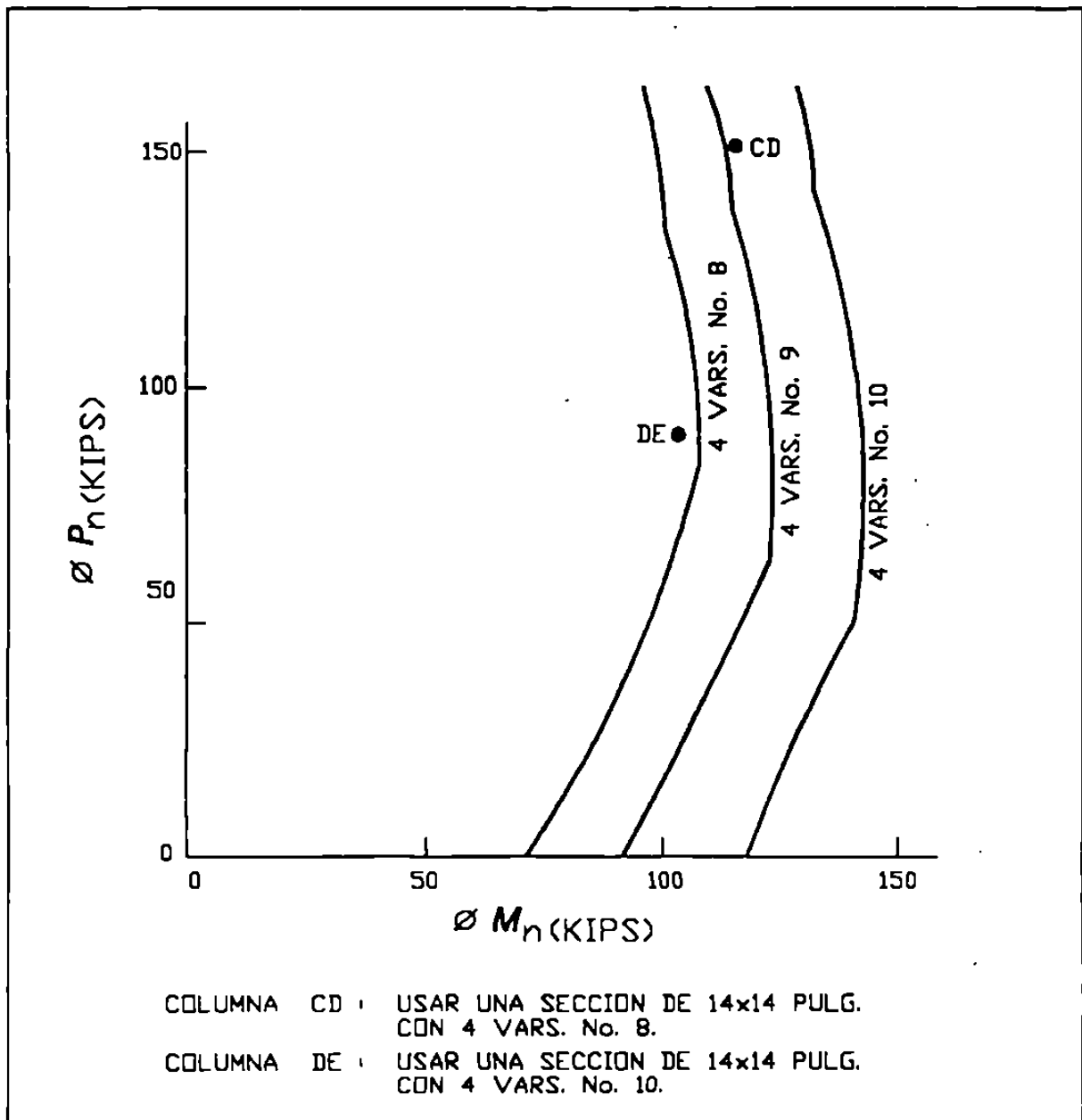
$$M_u = 1.257 \cdot 78.1 = 98.2 \text{ Klbs-pie.}$$

La columna DE será diseñada para:

$$P_u = 93.8 \text{ KLB y } M_u = M_c = 98.2 \text{ KLB-pie.}$$

9.- Selección del refuerzo.

En la siguiente figura se muestran los diagramas de interacción para tres columnas con sección de 14x14pulg para 4 varillas No. 8, y 4 varillas No. 9 y 4 varillas No. 10.



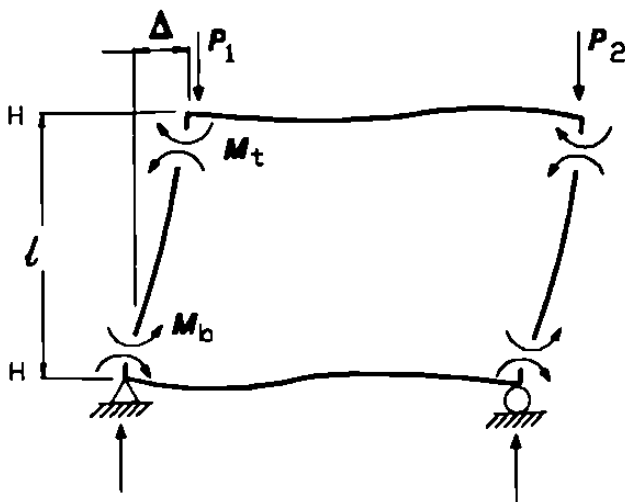
Columna CD: Usar una sección de 14 x 14 pulg con 4 vars No. 8.

Columna CE: Usar una sección de 14 x 14 pulg con 4 vars. No. 10.

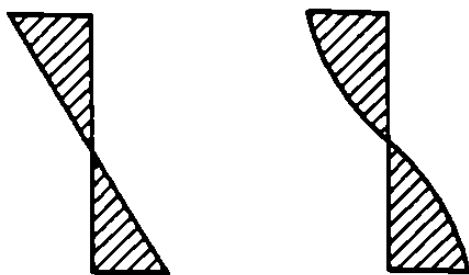
Comportamiento de columnas restringidas en marcos con desplazamiento.

Estática de marcos con desplazamiento.

Un marco no arriostrado depende de los momentos en las columnas para resistir las cargas laterales y las deflexiones laterales. Como en el marco mostrado en la siguiente figura.

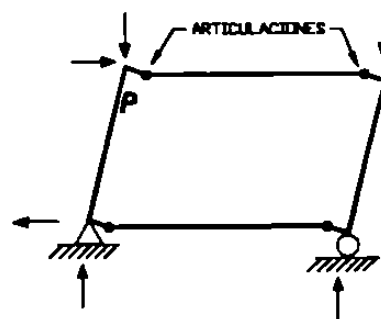


(a) MOMENTOS EN LAS COLUMNAS EN UN MARCO CON DESPLAZAMIENTO.



(b) MOMENTOS Hl .

(c) MOMENTOS $P-\Delta$.



(d) EFECTO DE ARTICULACIONES DE VIGA.

MOMENTOS EN COLUMNA DE MARCO CON DESPLAZAMIENTO.

La suma de los momentos en los extremos de todas las columnas serán los necesarios para equilibrar el momento debido a la carga lateral Hl , más el momento debido a las cargas verticales, $\Sigma P\Delta$. Entonces:

$$\Sigma(M_{sup} + M_{inf}) = Hl + \Sigma P\Delta$$

Nótese que ambas columnas se desplazan lateralmente la misma cantidad Δ . Por esta razón no es posible considerar las columnas independientes en un marco no arriostrado.

Si un marco tiene algún sistema de articulación en los extremos de las columnas, como es el caso de un edificio prefabricado, las cargas verticales para las columnas articuladas son incluidas en la ΣP , de la ecuación anterior y de la ecuación (10-7 ACI). Estas columnas son conocidas como *columnas inclinadas* porque dependen de la estabilidad del marco.

En la figura anterior se pueden apreciar los diagramas de momentos debido a las cargas laterales (b), y los momentos $P\Delta$ en el inciso (c). Estos pueden sumarse directamente por lo cual el máximo momento debido a carga lateral y el máximo momento $P\Delta$ ocurre en los extremos de la columna.

Por esta razón, el factor de momento equivalente, C_m , no se aplica a columnas con desplazamiento si los momentos máximos debidos a cargas laterales y al efecto $P\Delta$ se suman directamente. Por otro lado la ecuación:

$$M_c = \frac{M_0 (1 + 0.23 P/P_E)}{1 + P/P_E} \quad (A)$$

Se convierte en :

$$M_c = \frac{M_0 (1 - 0.18 P/P_E)}{1 - P/P_E} \quad (B)$$

El término $1 - 0.18P/P_E$ refleja la forma de diagrama de momentos Hl del diagrama de momentos inciso (b), el cual difiere de un diagrama de momentos rectangular considerado al derivar la ecuación (A) anterior. Otra vez este término ha sido despreciado por el Código ACI. Lo cual es conservador.

Es también importante notar que si las articulaciones se forman en los extremos de las vigas como se muestra en el inciso (d) de la figura anterior, el marco será inestable. Entonces las vigas deberán diseñarse, para resistir el total del momento amplificado de los extremos de las columnas para que el marco permanezca estable (ACI Sec. 10.13.7).

Las cargas que causan desplazamiento raramente son sostenidas. Si una carga sostenida actúa en un marco no arriostrado, las deflexiones se incrementan con el tiempo, y esto incrementa directamente el momento $P\Delta$. Este proceso es muy sensible para pequeñas variaciones en las propiedades del material y las cargas. Debido a esto, las estructuras sujetas a cargas laterales sostenidas serán siempre arriostradas. Indudablemente, los marcos arriostrados deberán usarse siempre que sea posible, independientemente si las cargas son a corto plazo o sostenidas.

Momentos M_{ns} y M_s :

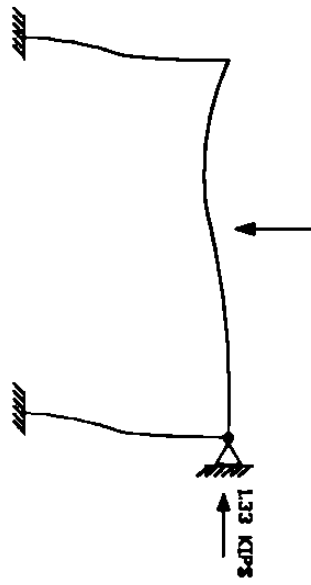
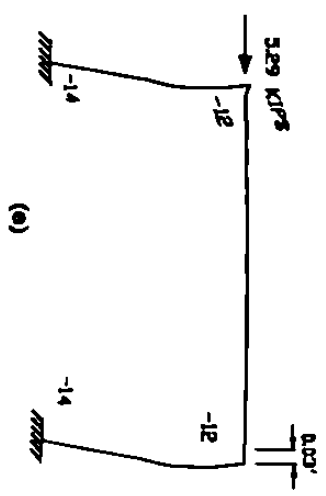
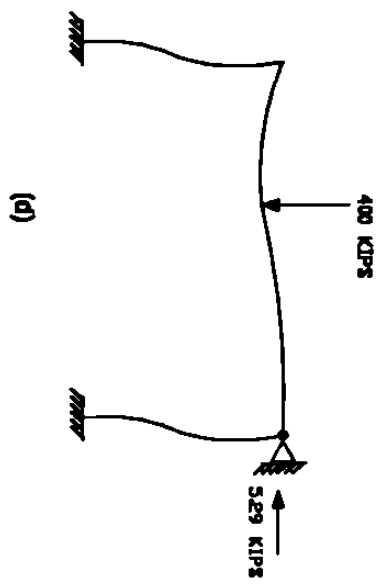
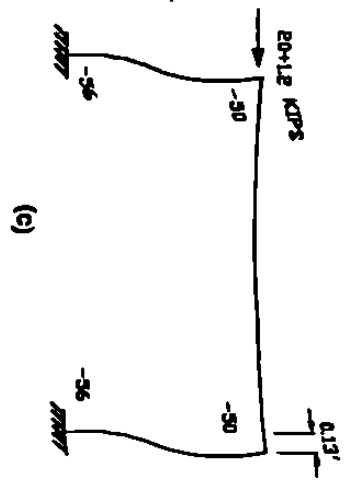
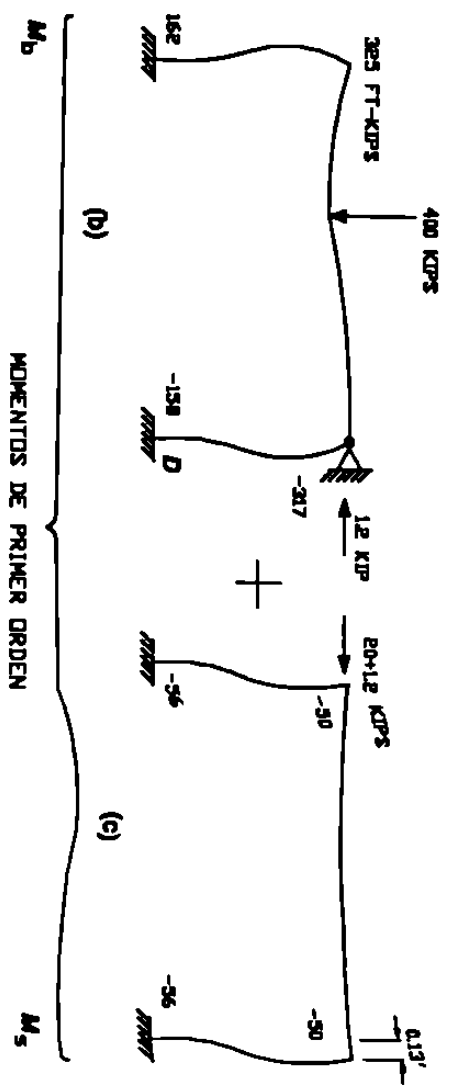
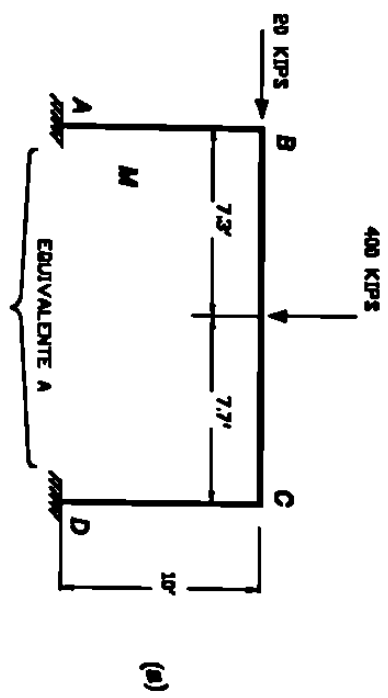
Dos diferentes tipos de momentos pueden ocurrir en marcos:

- 1.- Momentos debidos a cargas que no causan desplazamiento, M_{ns} .
- 2.- Momentos debidos a cargas que causan desplazamiento apreciable, M_s .

Estos momentos son considerados separadamente en el procedimiento de diseño del Código ACI porque hay una gran diferencia, en como se flexionan los marcos. Esto se ilustra en la siguiente figura: Un análisis convencional de distribución de momentos del marco se muestra en esta figura en dos pasos o efectos.

El marco es arriostrado contra el desplazamiento primero, por ejemplo, en C aplicando las cargas de gravedad, dando el diagrama de momentos mostrado en la Figura inciso (b). Si la carga de 400 KLbs no actúa simétricamente en el marco se requiere una reacción de 1.2 KLbs para evitar el desplazamiento. En el segundo paso, se aplica la carga lateral de 20 KLbs más esa reacción horizontal de 1.2 KLbs. El cual es ahora libre de desplazarse. Esto da los momentos y deflexiones del inciso (c). Los momentos obtenidos de un análisis convencional de distribución de momentos son la suma de los momentos de las figuras (b) y (c).

Cuando la carga de 400 KLbs actúa en el marco desplazado lateralmente, una nueva fuerza de 5.29 KLbs es requerida para prevenir cualquier desplazamiento lateral, como se muestra en el inciso (d). Esta fuerza puede ser cancelada exteriormente añadiendo otra carga como lo muestra el caso del inciso (e). La carga de 400 KLbs interactúa con esta nueva deflexión para dar otra fuerza arriostradora del inciso (f), y así sucesivamente. Los momentos amplificados por desplazamiento $\delta_s M_s$ son la suma de los momentos de las figuras (c) y (e) y subsecuentes. Los momentos de las figuras (e) y (g) (no mostrada) y siguientes, son proporcionales a los del inciso (c) al soltar el apoyo del inciso (b). Por esta razón el Código ACI diferencia los momentos M_{ns} y M_s .



MOMENTOS M_b Y M_s EN UN MARCO.

Actualmente, muchos marcos son analizados por el método directo de rigideces el cual no involucra fuerzas de arriostramiento. Para simplificar la subdivisión de momentos, el Código ACI denomina a las fuerzas de arriostramiento como "cargas que resultan de un desplazamiento no apreciable". Cuando esto se da, los momentos M_{ns} se obtienen directamente por un análisis directo de rigideces de primer orden del marco.

El término "desplazamiento no apreciable" no está definido en el Código o comentarios. Los reglamentos de 1977 a 1989 en los comentarios definen "desplazamiento no apreciable" como aquel con deflexión lateral $\Delta \leq 1/1500$ de la altura flexionada por las cargas factorizadas.

Cálculo de los momentos en marcos con desplazamiento usando análisis de segundo orden.

Análisis de primer orden y segundo orden.

Un análisis de marco de "primer orden" es aquel en el cuál el efecto de deflexiones laterales por carga axial o momento flexionante es ignorado. En un análisis de marco de "segundo orden", el efecto de los momentos por deflexiones son considerados. Los momentos y deflexiones resultantes incluyen los efectos de esbeltez y por lo tanto son no lineales con respecto a la carga aplicada.

Análisis de segundo orden

Nivel de carga para el análisis

En un análisis de segundo orden, los momentos en las columnas y las deflexiones laterales del marco se incrementan más rápidamente que las cargas. Entonces es necesario calcular los efectos de segundo orden a nivel de carga factorizada. Usando los factores de carga del Código ACI y considerando que las deflexiones laterales son debidas al viento, el análisis se hará para los niveles de carga:

$$U = 0.75(1.4D+1.7L+1.7W)$$

$$= 1.05D+1.275L+1.275W$$

$$U = 0.9D+1.3W$$

y también es necesario revisar :

$$U = 1.4D+1.7L$$

Factor de reducción de rigidez

El término 0.75 en el denominador de la ecuación:

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - P_u/0.75P_c} \geq 1.0$$

es un factor de reducción de rigidez, ϕ_k , el cual considera la variación de la carga crítica, P_c , y la variación introducida por las consideraciones en el cálculo del momento amplificado.

Este factor es importante porque incrementa el momento amplificado. Un factor de reducción de resistencia similar se necesita cuando se hace un análisis de segundo orden. Primero, el módulo de elasticidad, E_c , usado en el análisis del marco está basado en la resistencia especificada, f'_c , mientras que las deflexiones son una función de el E_c basado en el promedio de las resistencias del concreto que oscilan entre 600 a 1400 KLbs/pulg². Segundo, el análisis de segundo orden es la mejor representación del comportamiento del marco en el que el momento amplificado está dado por la ecuación:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \Sigma P_u/0.75 \Sigma P_c} \geq M_s \quad (\text{ACI Ec. 10-19})$$

Los momentos de inercia de la Sec. 10.11.1 del ACI han sido multiplicados por 0.875, lo cual implica subestimar el E_c , y sobrestimar las deflexiones de segundo orden en un 20 a 25%, correspondientes a un valor de ϕ_k de 0.80 a 0.85.

Rígidez de los miembros

Estado límite último. La rigidez apropiada para calcular la resistencia debe seleccionarse estimando las deflexiones laterales a nivel de carga factorizada.

Esto no es simple, porque el marco tiene varias secciones transversales con diferente cantidad de refuerzo y diferente grado de agrietamiento. Además, la cantidad de refuerzo y su distribución no se conocen al momento de hacer el análisis.

Basándose en estudios de rigidez a flexión de vigas con regiones agrietadas y no agrietadas, MacGregor y Hagl recomiendan que la rigidez de la viga se tome como $0.4E_c I_g$, cuando se haga un análisis de segundo orden. En el ACI Sec. 10.11.1 este valor ha sido multiplicado por un factor de reducción de 0.875, dando $I = 0.35 I_g$

Dos niveles de comportamiento se distinguen al seleccionar el EI de columnas. Las deflexiones laterales del marco son influenciadas por la rigidez de todos los miembros en el marco y por el grado variable, de agrietamiento de esos miembros. Entonces el EI usado en el análisis del marco será un valor promedio. Por otro lado, cuando se diseña una columna individual en un marco usando la ecuación :

$$\delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - P_u/0.75P_c} \geq 1.0$$

el EI usado para calcular δ_{ns} será el de esa columna. Este EI refleja que esta columna es la más agrietada, y por lo tanto que es menor que el promedio de los EI de todas las columnas involucradas. El ACI en la Sec. 10.11.1 da este valor multiplicado por 0.875, o $EI = 0.70 E_c I_g$ para este propósito. Por otro lado cuando se calculan los factores de amplificación de momento δ_{ns} y δ_s , EI debe calcularse con las ecuaciones 10-12 y 10-13 del ACI.

Estado límite de servicio

Los momentos de inercia dados por el ACI Sec. 10.11.1 son para un estado límite último. En cargas de servicio, los miembros se agrietan menos que con cargas últimas (factorizadas). Cuando se calculan las deflexiones o vibraciones en cargas de servicio, los valores de I serán representativos del grado de agrietamiento bajo cargas de servicio. En los comentarios R.10.11.1 sugieren que I en cargas de servicio puede tomarse como $1/0.70 = 1.43$ veces el valor dado por el ACI Sec. 10.11.1

Rotación de cimentación

Las rotaciones de cimentaciones sujetas a los momentos extremos de las columnas reduce el empotramiento en las cimentaciones y causa mayor desplazamiento lateral. Esto es particularmente importante en el caso de muros de cortante o columnas grandes, los cuales resisten la mayor porción de las cargas laterales.

Los efectos de rotaciones de cimentación pueden incluirse en el análisis modelando cada cimentación con una viga equivalente con una rigidez dada por la ecuación:

$$k_f = I_f k_s$$

Efecto de cargas sostenidas

Las cargas que causan un desplazamiento apreciable son generalmente cargas de corta duración, así como el viento o sismo, y por esto, no causan deflexiones por flujo plástico (creep). Por el contrario, debido a las cargas laterales sostenidas que actúan en la estructura, los valores de EI usados en el análisis del marco son reducidos. El ACI en la Sec. 10.11.1 establece que en un caso así, I será dividido entre $(1+\beta_d)$, donde para este caso, β_d está definido por la sección 10.0, inciso (b), como:

$$\beta_d = \frac{\text{cortante máximo factorizado en el piso}}{\text{cortante total factorizado en el piso}}$$

Métodos de análisis de segundo orden

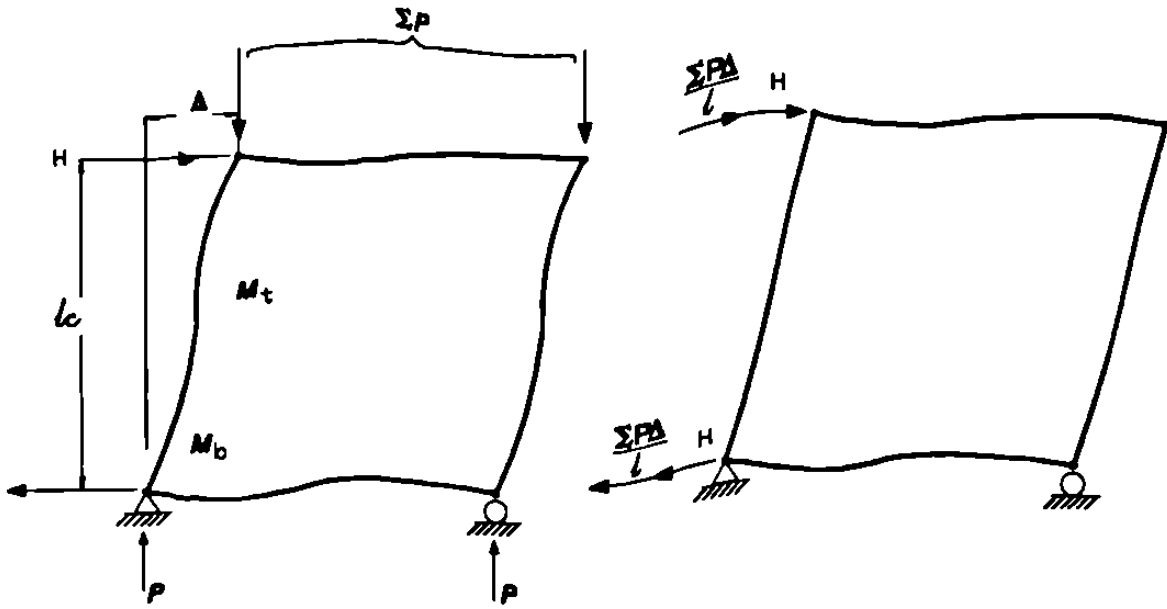
Los programas de computadora son ampliamente apropiados para hacer el análisis de segundo orden. Los principios y el análisis se presentan en los siguientes párrafos.

- **Análisis iterativo P - Δ**

Cuando un marco se desplaza lateralmente bajo la acción de cargas laterales y verticales, como se muestra en la siguiente figura, los momentos extremos en las columnas serán equilibradas por las cargas laterales y un momento igual a

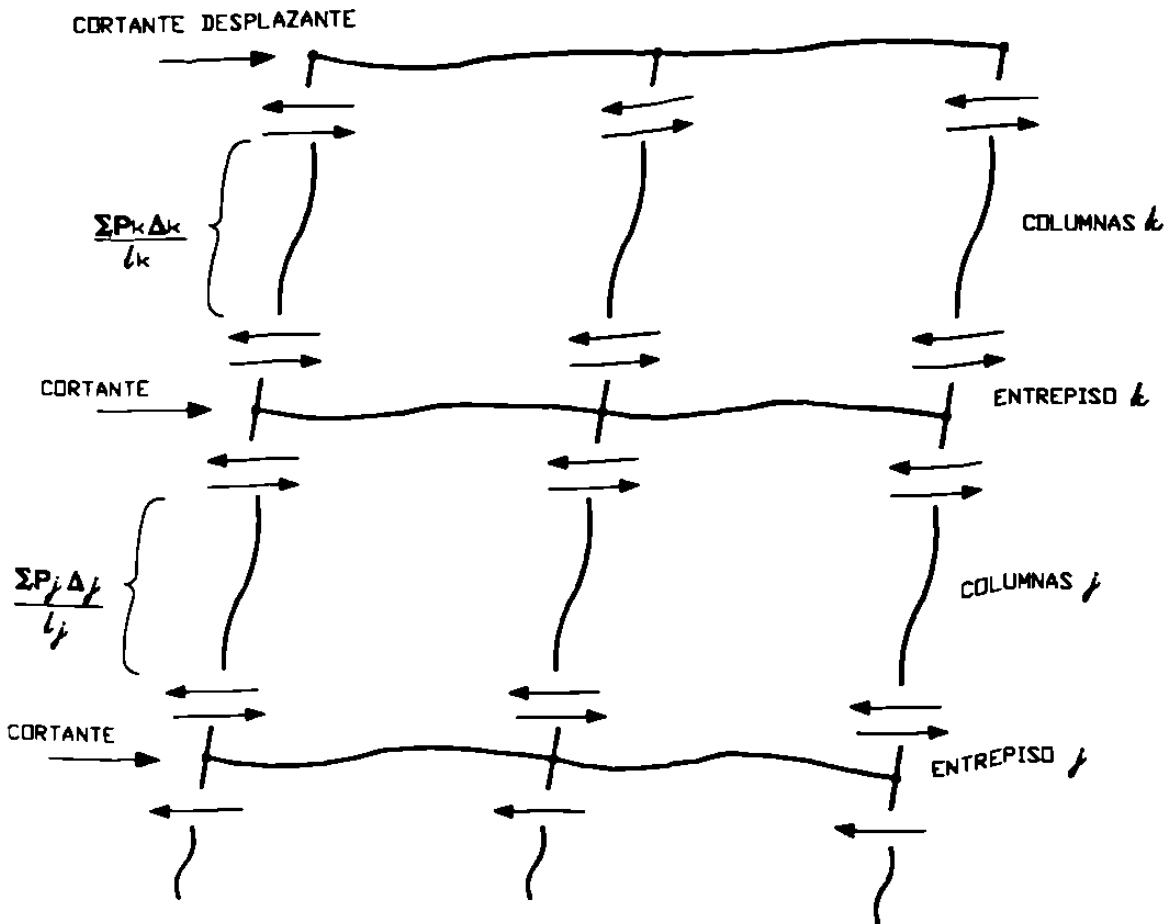
$$\Sigma (M_{\text{sup}} + M_{\text{inf}}) = Hl_c + \Sigma P\Delta$$

donde Δ es la deflexión lateral en la parte superior del piso con respecto a la parte inferior. El momento $\Sigma P\Delta$ puede expresarse en función de las fuerzas cortantes, $(\Sigma P) \Delta / l_c$, donde l_c es la altura del piso. Estos cortantes dan el momento de volteo de $(\Sigma P \Delta / l_c) / (l_c) = (\Sigma P) \Delta$.



(a) CARGAS EN EL MARCO DESPLAZADO

(b) $\frac{\Sigma PA}{l}$ CORTANTES EN EL PISO



(c) CALCULO DE LAS FUERZAS QUE DESPLAZAN.
ANALISIS ITERATIVO P-Δ .

En la figura siguiente (c) se muestran los cortantes en cada piso para dos entrepisos. La suma algebraica de los cortantes arriba y abajo de cada entrepiso de la fuerza que causa el desplazamiento en el piso. Para el piso j esta fuerza es:

$$\text{Fuerza desplazante } j = \frac{(\sum P_i)\Delta_i}{l_i} - \frac{(\sum P_j)\Delta_j}{l_j}$$

Las fuerzas desplazantes se suman a las cargas laterales aplicadas en cada nivel, y la estructura es re-analizada dando nuevas deflexiones laterales y se calculan los momentos en la columna. Si las deflexiones se incrementan más del 5%, se calcula un nuevo valor de $\Sigma P\Delta/l$ y la estructura se re-analiza por la suma de las cargas laterales aplicadas y nuevas fuerzas desplazantes. Este proceso se continua hasta que se obtenga la convergencia.

La discontinuidad en la rigidez de el edificio o discontinuidad en las cargas aplicadas, hace que la fuerza desplazante pueda ser negativa, es decir, actúa en sentido opuesto a como se muestra en el inciso (c) de la figura correspondiente.

Idealmente, se puede hacer una corrección en este proceso. El diagrama de momentos $P-\Delta$ para una columna dada tiene la misma forma que la columna flexionada. Mientras que el diagrama de momentos debido a los cortantes $P\Delta/l$ es una línea recta., similar al diagrama de momentos $H\lambda$. De lo que resulta, el área del diagrama de momentos real $P\Delta$ es mayor que el diagrama de momentos en línea recta. Se puede demostrar por los teoremas de área-momento que las deflexiones debidas al diagrama real serán mayores que las debidas a las de los cortantes $P\Delta/l$. El incremento en la deflexión varía desde cero para una columna apoyada en vigas flexibles de poca restricción hasta un 22% para una columna totalmente empotrada restringida a la rotación en cada extremo. Un valor promedio razonable es cerca del 15%. El incremento en la deflexión se puede determinar tomando los cortantes en cada piso con $\gamma\Sigma P\Delta/l$, donde γ es un *factor de flexibilidad* el cual varía entre 1.0 y 1.22 y se puede tomar como 1.15 para marcos prácticos. Desafortunadamente, los programas comerciales de análisis de segundo orden no incluyen esta corrección. Por esta razón, omitiremos γ también.

- **Análisis directo de $P-\Delta$ para marcos con desplazamiento.**

El procedimiento de cálculo descrito en la sección anterior puede describirse matemáticamente usando series infinitas. La suma de estas series da la deflexión de segundo orden, Δ :

$$\Delta = \frac{\Delta_0}{1 - \gamma(\sum P_u)\Delta_0 / N_u l_c} \quad \text{donde:}$$

V_u = Cortante en el piso debido a las cargas de viento, actuando en el marco en el piso en cuestión.

l_c = Altura del piso.

ΣP_u = Carga axial total en todas las columnas del piso.

$\gamma \cong 1.15$

Δ_0 = Deflexión de primer orden en el piso por cortante, V .

Δ = Deflexión de segundo orden.

Ambas Δ_0 y Δ se refieren a la deflexión lateral relativa del piso superior con respecto al inferior.

Como los momentos en el marco son directamente proporcionales a las deflexiones, los momentos de segundo orden son:

$$M = \delta_s M_s = M_0 / [1 - \gamma(\Sigma P_u \Delta_0) / (V_u l_c)]$$

donde M_0 y M son los momentos de primer y segundo orden respectivamente.

El ACI Sec. 10.11.4.2 define el índice de estabilidad para un piso como:

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_0}{V_u l_c} \quad (\text{ACI Ec. 10-7})$$

Sustituyendo en la ecuación anterior y omitiendo el factor de flexibilidad γ da:

$$\delta_s M_s = 1 / (1 - Q) \geq M_s \quad (\text{ACI Ec. 10-18})$$

- **Análisis directo P-Δ para estructuras arriostradas.**

En una estructura arriostrada, las deflexiones relativas entre el piso superior y el inferior son en gran parte controladas por la pendiente del muro de cortante o el elemento riostra en el piso. En este caso la deflexión relativa de un piso dado no es independiente de los pisos adyacentes y las ecuaciones anteriores no pueden usarse. En el volumen 109 de "Proceedings ASCE Journal of the Structural Division", muestra que los momentos y las deflexiones de un marco entero pueden calcularse usando un factor de amplificación, δ_r , dado por:

$$\delta_r = \frac{1}{1 - \sum_{i=1}^n (\sum \gamma P_u / l_c)_i \Delta_{oi}^2 [\sum_{i=1}^n (\sum V_u)_i \Delta_{oi}]}$$

El procedimiento para calcular los momentos de segundo orden y las deflexiones es el mismo que para un marco no arriostrado, excepto que el mismo factor de amplificación, δ_r se usa en todos los pisos. Este procedimiento se aplica a marcos arriostrados y partes arriostradas o estructuras parcialmente arriostradas.

Diseño de columnas en marcos con desplazamiento

Generalidades

En el Código ACI 1995 las secciones para el diseño de columnas esbeltas han sido completamente modificadas y arregladas. El ACI Sec. 10.10 es la que considera esto. Los requisitos para análisis de esbeltez (ACI Sec. 10.10.1) y permite el uso del análisis aproximado de amplificación de momento descrito en el ACI Secs. 10.11, 10.12, y 10.13. El ACI Sec. 10.11 "Momentos Amplificados - Generalidades" da los requisitos generales para el diseño de columnas esbeltas en marcos con y sin desplazamiento. Si la columna está en un marco con desplazamiento, el diseño involucra las secciones 10.11 y 10.13 "Momentos Amplificados, Marcos no contraventeados". El Código ACI 1995 describe el procedimiento de diseño de columnas esbeltas en marcos con desplazamiento en cinco pasos:

1.- Momento no amplificado, M_{ns} , debido a cargas que no causan desplazamiento apreciable. Este se calcula usando un análisis de marco de primer orden usando las rigideces de los miembros dado en la Sección 10.11.1 del ACI para la combinación de carga:

$$U = 0.75 (1.4D + 1.7L + 1.7W) = 1.05 D + 1.275 L + 1.275W$$

Los momentos M_{ns} resultan de $1.05D + 1.275L$.

2.- Cálculo de los momentos amplificados, $\delta_s M_{ns}$: Tres métodos alternativos pueden usarse dados en la sección 10.13.4 del ACI. Para la combinación del ACI. Para la combinación de carga del paso 1, los momentos M_s resultan de 1.275W.

3.- Suma de momentos. $\delta_s M_s + M_{ns}$

Esto para cada extremo de cada columna (ACI Sec. 10.13.3).

4.- Revisar si el máximo momento ocurre entre los extremos de la columna. Normalmente, el momento máximo en la columna se presenta en un extremo y es diseñada para este momento. Sin embargo, si las cargas axiales en la columna son altas y la esbeltez excede el límite dado en la Sección 11.13.5 del ACI, es necesario revisar si el momento está en alguna sección entre los extremos de la columna y si excede el máximo del extremo. Esto aplicando la Sec. 10.12.3 del ACI.

Cálculo de $\delta_s M_s$:

El ACI Sec. 10.13.4 permite a los diseñadores calcular los momentos amplificados por desplazamiento, $\delta_s M_s$, en los marcos por uno de tres procedimientos. En orden son:

*Análisis de segundo orden.

*Solución directa por análisis iterativo P- Δ .

*Momento Amplificado por desplazamiento, δ_s , usado por los Códigos ACI desde 1971.

Cálculo de $\delta_s M_s$, usando análisis de segundo orden

El ACI en la Sec. 10.13.4.1 permite el uso de análisis de segundo orden para calcular $\delta_s M_s$. Si los desplazamientos torsionales en el marco son significativos, un tercer Análisis de segundo orden en tres dimensiones deberá usarse.

No existe un procedimiento fácil para incorporar efectos torsionales en el cálculo de $\delta_s M_s$ por el ACI Secs. 10.13.4.2 y 10.13.4.3.

Cálculo de $\delta_s M_s$ usando análisis directo P- Δ

El ACI Sec. 10.13.4.2 permite el uso de un cálculo directo de momentos P- Δ usando una ecuación similar a la ecuación:

$$M = \delta_s M_s = M_o / [1 - \gamma(\Sigma P_u) \Delta_o / V_u l_c]$$

que puede escribirse como:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - Q} \geq M_s \quad (\text{ACI Ec. 10-18})$$

donde: $Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_o}{V_u l_c} \quad (\text{ACI Ec. 10-7})$

Cálculo de $\delta_s M_s$ usando momento amplificado en marco con desplazamiento

El ACI Sección 10.13.4.3 permite el uso tradicional de momento amplificado en un marco con desplazamiento para calcular $\delta_s M_s$, donde:

$$\delta_s M_s = \frac{M_s}{1 - \Sigma P_u / (0.75 \Sigma P_c)} \geq M_s \quad (\text{ACI Ec. 10-19})$$

Aquí ΣP_u se refieren a la suma de las cargas axiales y cargas críticas respectivamente, para todas las columnas en el piso analizado. En este caso, los valores de P_c son calculados usando la longitud efectiva, kl_u , evaluada para columnas en un marco con desplazamiento y β_d definido en la sec.10.0 del ACI.

En algunos marcos el cortante en el piso de debe a cargas de viento o sismo y no a sostenidas, dando $\beta_d = 0$. El uso de la suma de los términos de la ecuación anterior considera el hecho de que la inestabilidad involucra a todas las columnas del piso.

Momentos en los extremos de las columnas

Los momentos no amplificados sin desplazamiento, M_{ns} , se suman a los momentos amplificados con desplazamiento, $\delta_s M_s$, en cada extremo de la columna usando:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \quad (\text{ACI Ec. 10-16})$$

$$M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s} \quad (\text{ACI Ec. 10-17})$$

Esta suma se hace para apoyo superior e inferior. La suma de mayor valor absoluto de los momentos resultantes en los extremos es llamada M_2 y la menor es llamada M_1 .

Momento máximo entre los extremos de la columna

En algunas columnas de marcos con desplazamiento, los momentos máximos ocurren en los extremos de la columna y tienen los siguientes valores:

$$M_1 = M_{1ns} + \delta_s M_{1s} \text{ y } M_2 = M_{2ns} + \delta_s M_{2s}$$

Ocasionalmente, en columnas muy esbeltas y altamente cargadas las deflexiones de la columna pueden causar que el momento máximo se presente entre los extremos. Si:

$$l_u/r > 35/\sqrt{P_u/f'c A_g} \quad (\text{ACI Ec.10-20})$$

El momento en algún punto entre los extremos de la columna puede exceder el mayor de los momentos en los extremos.

Si l_u/r excede el valor dado por la ecuación anterior el momento máximo a lo largo de la longitud de la columna puede calcularse.

Calculando el factor de momento amplificado sin desplazamiento, δ_{ns} , dado por la ecuación 10-10 del ACI. Si $\delta_{ns} \leq 1.0$, el momento máximo está en el extremo de la columna. Si $\delta_{ns} > 1.0$, estará entre los extremos. La ecuación de δ_{ns} incluye la carga crítica P_c . Esta se calcula usando el factor de longitud efectiva sin desplazamiento, k , de la sec. 10.12.1 del ACI. Si los momentos en los extremos incluyen los momentos por desplazamiento, β_d es el valor para un marco con desplazamiento dado por la ecuación definida en la Sec. 10.0 del ACI.

Pandeo lateral bajo cargas de gravedad

Un marco puede flexionarse lateralmente bajo las cargas de gravedad solamente. El ACI Sec. 10.13.6 requiere revisar esta probabilidad. Esto se hace usando la combinación de cargas de gravedad mayor, $U = 1.4D+1.7L$. Hay tres métodos para calcular $\delta_s M_s$, correspondientes a revisar el desplazamiento:

(a) Si $\delta_s M_s$ ha sido calculado usando un análisis de segundo orden. El ACI Sec. 10.13.6a limita la relación de las deflexiones de segundo orden y primer orden a 2.5. Esto requiere un análisis especial de segundo orden basado en los valores de EI del ACI Sec. 10.11.1 dividido entre $(1+\beta_d)$ con β_d dado por ACI Sec. 10.0 definición (c), con una carga de gravedad de $1.4D + 1.7L$.

(b) Si $\delta_s M_s$ se calcula usando un análisis directo P- Δ , el ACI Sec.10.13.6b limita Q a 0.60, donde Q está basado en ΣP_u con $1.4D+1.7L$ y Δ_0 se calcula para algún valor arbitrario de cortante en el piso, V_u , usando los valores de EI del ACI Sec. 10.11.1 divididos entre β_d del ACI Sec. 10.0 definición (c). En la ecuación:

$$\delta_s M_s = M_s / (1-Q) \geq M_s \quad (\text{ACI Ec. 10-18})$$

se puede ver que $Q = 0.60$ corresponde a $\delta_s = 2.5$.

(c) Si $\delta_s M_s$, ha sido calculado usando el momento amplificado con desplazamiento, el ACI Sec. 10.13.6c limita δ_s por la ecuación 10-19 del ACI a no más de 2.5, donde δ_s está basado en ΣP_u para $1.4D + 1.7L$ y ΣP_c está basado en longitudes efectivas por ACI Sec. 10.13.1 y los valores de EI por las ecuaciones 10-12 y 10-13 del ACI con β_d por ACI Sec. 10.0 definición (c).

Momento mínimo

El Código ACI especifica un momento mínimo $M_{2,\min}$ para ser considerado en el diseño de columnas en marcos sin desplazamiento pero no para columnas de marcos con desplazamiento. Esto solamente será un problema para la combinación $1.4D+1.7L$ actuando en el marco con desplazamiento, ya que esta no involucra $\delta_s M_s$. Para esta combinación diseñaremos para el mayor de M_2 y $M_{2,\min}$.

Ejemplo 9-3.- Diseño de las columnas de un marco no arriostrado

En la siguiente página se muestra la planta y elevación de un edificio de cinco pisos. El edificio será recubierto por paneles precolados no estructurales. No hay muros de cortante u otros elementos de arriostramiento. Las vigas en la dirección norte-sur son todas de 18 pulg. de ancho y con un peralte total de 30 pulg. Las losas de piso son de 7 pulg. de espesor. Diseñar una columna exterior y una interior del primer al segundo nivel de el marco en el eje tres para carga muerta, viva y fuerzas de viento en la dirección norte - sur. Usar $f_c = 4000 \text{ Lbs/pulg}^2$ y $f_y = 60,000 \text{ Lbs/pulg}^2$.

1.- Selección aproximada de la sección de la columna.

Una columna preliminar de las cargas de gravedad para las columnas del primer nivel está basada en las áreas tributarias respectivas de la azotea y de cada piso lo cual da una carga muerta no factorizada y una carga viva no-reducida en las columnas correspondientes de:

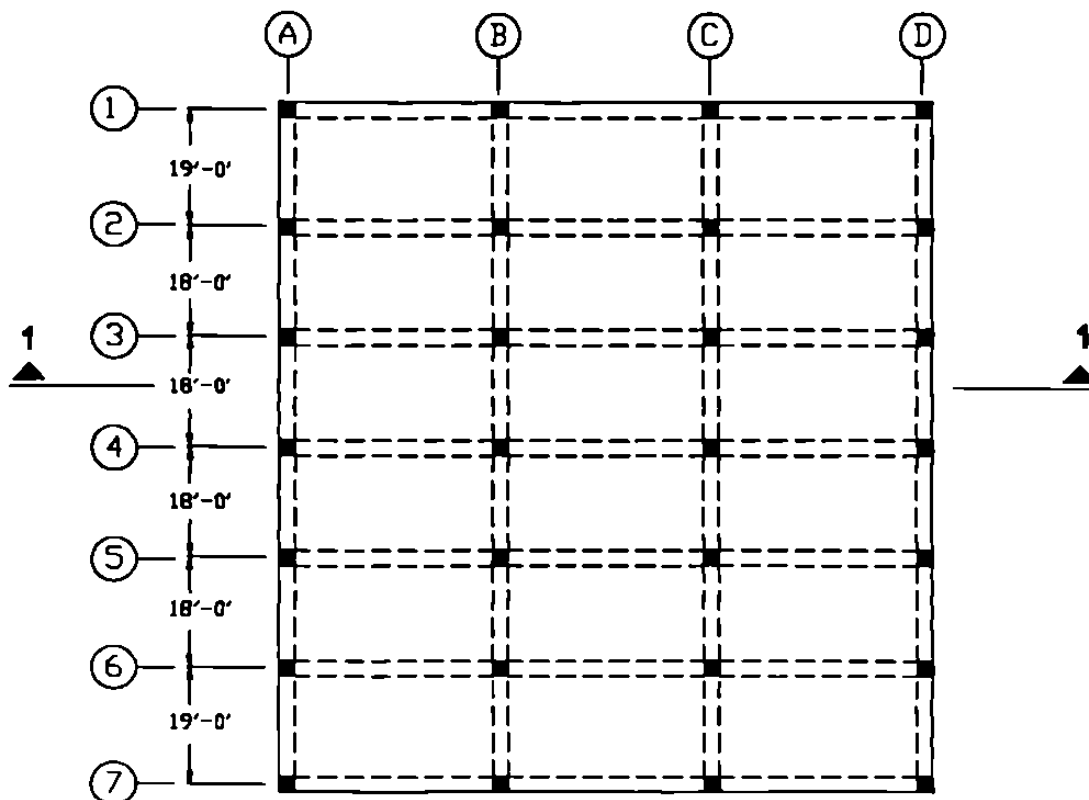
Columna exterior: Carga muerta = 176 KLbs.
Carga viva = 10.5 KLbs de azotea
104 KLbs de piso

Columna interior: Carga muerta = 381 KLbs
Carga viva = 22.1 KLbs de azotea.
223 KLbs de piso.

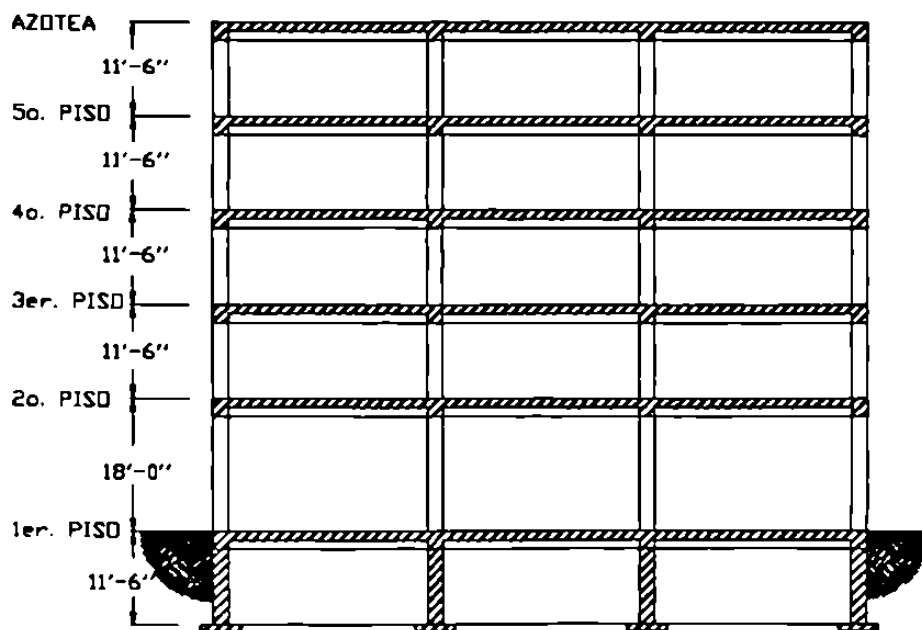
El ASCE 7-95 permite que las cargas vivas sean reducidas en función del área de influencia, A_i , del piso soportado por las columnas.

Las cargas de nieve no son reducidas. Para una columna, el área de influencia es cuatro veces el área tributaria de la columna. Entonces A_i es:

$$A_i = 4 (18 \text{ pies}) (30.25/2 \text{ pies}) = 1089 \text{ pie}^2 \text{ por piso} \times 4 \text{ pisos} = 4356 \text{ pie}^2$$



(a) PLANTA



(b) SECCION 1-1

MARCO CON DESPLAZAMIENTO.

La carga viva debida a el uso y ocupación puede ser multiplicada por:

$$L / L_0 = 0.25 + 15/\sqrt{A_i} = 0.477$$

pero menor de 0.50 para columnas soportando un piso, no menor de 0.40 para columnas soportando dos o mas pisos. Para la columna interior el área de influencia es $A_i = 4 (18 \text{ pies}) (30.12 \text{ pies}) = 4 \text{ pies} = 8676 \text{ pie}^2$ y $L/L_0 = 0.411$. Entonces las cargas vivas reducidas y cargas axiales factorizadas en las columnas del primer piso son:

Columna exterior: Carga viva reducida = $10.5 + 0.477 \times 104 = 60.1 \text{ KLbs}$
Carga factorizada = $1.4 \times 176 + 1.7 \times 60.1 = 349 \text{ KLbs}$.

Columna interior: Carga viva reducida = $22.1 + 0.411 \times 223 = 113.8 \text{ KLbs}$
Carga factorizada = $1.4 \times 381 + 1.7 \times 113.8 = 727 \text{ KLbs}$.

Para la columna exterior, $\rho_t = 0.015$

$$A_g (\text{aprox}) \geq \frac{P_u}{0.45(f'_c + \rho_t f_y)} = \frac{349}{0.45(4 + 0.015 \times 60)} = 158 \text{ pulg}^2$$

$$b = h = \sqrt{158} = 12.6 \text{ pulg.}$$

Se propondrá una columna de 18 x 18 pulg. mayor que 12.6 pulg para considerar esbeltez y momentos por viento. Para la columna interior, $A_g (\text{tanteo}) = 330 \text{ pulg}^2$ ó 18.2 pulg x 18.2 pulg. Se propone también 18 x 18 pulg.

Combinaciones de cargas factorizadas

Serán consideradas tres combinaciones :

Caso 1: Cargas de gravedad y viento,

$$V = 0.75 (1.4D + 1.7L \pm 1.7W)$$

$$= 1.05D + 1.275L \pm 1.275W) \text{ viento de norte - sur.}$$

Caso 2: Gravedad + viento, $V = 0.9D \pm 1.3W$.

Caso 3: Gravedad solamente, $V = 1.4D + 1.7L$

Como se trata de un marco simétrico, las cargas de gravedad no causan un desplazamiento apreciable. Entonces las cargas viva y muerta causarán los momentos M_{ns} y las cargas de viento causarán los momentos M_s .

$$\begin{aligned} \text{CARGA CASO 1: } U &= 0.75 (1.4D + 1.7L + 1.7W) \\ &= 1.05D + 1.275L + 1.275W \end{aligned}$$

2.- Tiene el marco desplazamiento o no?

El ACI Sec. 10.11.4 define que un piso de un marco no se desplaza si:

$$Q = \frac{\Sigma P_u \Delta_0}{V_u l_c} \leq 0.05 \quad (\text{ACI Ec. 10-7})$$

donde, para el primer piso, ΣP_u = Carga total reducida factorizada para las 28 columnas del piso = 10,565 KLbs.

Δ_0 = 0.429 pulg. (de Análisis Elástico de primer orden)

V_u = Cortante total factorizado en el piso de los siete marcos = 188 KLbs.

l_c = Altura del piso centro a centro de juntas.
= 18 pies x 12 = 216 pulg.

$$Q = \frac{10,565 \times 0.429}{188 \times 216} = 0.112$$

Entonces, el primer piso del marco se desplaza.

Por lo que debemos tratar el marco completo como un marco con desplazamiento.

3.- Son las columnas esbeltas?

Para el ACI Sec. 10.11.4.2 una columna de un marco no arriostrado es esbelta si la esbeltez $kl/r \geq 22$. Sin embargo, k no se conoce en este paso. k normalmente no será menor de 1.2, usaremos este valor para revisar. Para las columnas debajo del segundo piso.

$$l_u = 18.0 \text{ pies} - 2.5 \text{ pies} = 15.5 \times 12 = 186 \text{ pulg.}$$

Para el ACI Sec. 10.11.3, $r = 0.3h = 0.3 \times 18$

$$\frac{kl_u}{r} = \frac{1.2 \times 186}{0.3 \times 18} = 41.3$$

Entonces, las columnas son esbeltas.

4.- Cargas axiales factorizadas P_u y los momentos M_{ns} de Análisis de marco de primer orden.

Para las columnas del piso principal los valores son:

	Columnas Exteriores	Columnas Internas
Carga axial factorizada, P_u (KLbs) 1.05 Carga muerta	184.8	399.6
1.275 Carga viva reducida	88.5	144.8
Momentos Factorizados M_{ns} (KLbs/pie)		
Arriba	-103.1	12.61
Abajo	-18.5	16.49

Los momentos M_s serán calculados por análisis de segundo orden en el paso 5. Las cargas axiales vivas se han reducido en función del área de influencia, pero no los momentos M_{ns} por carga viva. Estos momentos se obtienen con la carga de las vigas y losas en un piso y L/L_0 para las vigas.

5.- Cálculo de $\delta_s M_s$ y M_c usando análisis de Segundo orden:

Los momentos $\delta_s M_s$ se obtienen directamente de análisis de segundo orden para las cargas que causan desplazamiento apreciable. Normalmente se usa un programa comercial de análisis de segundo orden. Para ilustrar este proceso, se usará un análisis iterativo P- Δ .

(a) Cálculo de ΣP_u , $\Sigma P_u \Delta_0 / l_c$, y fuerzas de desplazamiento.

La carga total en las columnas soportando el segundo piso es 10,565

KLbs. Para las columnas que soportan el tercer piso, $\Sigma P_u = 8,589$ KLbs.

Las deflexiones horizontales del primero, segundo y tercer pisos, respectivamente, son 0 pulg., 0.429 pulg., y 0.556 pulg.

Los cortantes $P_u \Delta_0 / l_c$ son:

$$\text{Primer piso: } \frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l} = \frac{10,565 (0.429-0)}{18 \times 12}$$

$$= 20.98 \text{ KLbs.}$$

$$\text{Segundo piso: } \frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l} = \frac{8589 (0.556 - 0.429)}{11.5 \times 12}$$

$$= 7.90 \text{ KLbs.}$$

Fuerza de desplazamiento para el segundo nivel = $22.64 - 7.90 = 13.08$ KLbs.

El cálculo de la fuerza de desplazamiento para el edificio completo se puede tabular como sigue:

PISO	NIVEL	Σp_u (KLbs)	Δ DE PISO (Pulg)	Δ NIVEL (Pulg)	$\frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l_c}$	FUERZA
Azotea	5to.	2,047	0.721	0.024	0.356	0.356
5to.	4°	4,461	0.697	0.055	1.778	1.422
4°	3°	6,544	0.642	0.086	4.078	2.300
3°	2°	8,589	0.556	0.127	7.904	3.826
2°	1°	10,565	0.429	0.429	20.98	13.076
Mezanine						

Este marco se re-analiza ahora para 1.275W más las fuerzas de desplazamiento. Las cargas de viento no factorizadas en cada piso son: azotea, 25.6 KLbs; 3°, 4° y 5° pisos, 37.9 KLbs cada uno; y segundo piso, 48.7 KLbs.

Las fuerzas totales de viento factorizadas en cada piso son:

Azotea: $1.275 \times 25.6 + 0.356 = 33.0$ KLbs

5° piso: $1.275 \times 37.9 + 1.422 = 49.7$ KLbs.

4° piso: $1.275 \times 37.9 + 2.300 = 50.6$ KLbs.

3° piso: $1.275 \times 37.9 + 3.826 = 52.1$ KLbs

2° piso: $1.275 \times 48.7 + 13.076 = 75.2$ KLbs.

Estas cargas son resistidas por siete marcos en la dirección norte-sur.

(b) Revisión de convergencia para el segundo ciclo.

Las deflexiones para los dos ciclos de interacción son:

	Δ - Primer ciclo (pulg)	Δ - Segundo ciclo (pulg)	2°/1°
Azotea	0.721	0.769	1.07
2° piso	0.429	0.466	1.09

Esta claro que no convergen.

(c) Cálculo de la fuerza de desplazamiento y cargas basado en las deflexiones para el 2° ciclo.

PISO	NIVEL	ΣP_u (KLbs)	Δ de piso	Δ de nivel	$\frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l_c}$	Fuerza desplazamiento
Azotea	5°	2,047	0.769	0.025	0.371	0.371
5°	4°	4,461	0.744	0.055	1.778	1.407
4°	3°	6,544	0.689	0.089	4.220	2.442
3°	2°	8,589	0.600	0.134	8.340	4.120
2°	1°	10,565	0.466	0.466	22.79	14.45
Mezzanine (Losa de sótano)						

Re-analizar la estructura para las siguientes cargas horizontales:

Azotea: $1.275 \times 25.6 + 0.371 = 33.0$ KLbs.

5° Piso: $1.275 \times 37.9 + 1.407 = 49.7$ KLbs.

4° Piso: $1.275 \times 37.9 + 2.442 = 50.8$ KLbs.

3° Piso: $1.275 \times 37.9 + 4.120 = 52.4$ KLbs.

2° Piso : $1.275 \times 48.7 + 14.45 = 76.5$ KLbs.

(d) Revisión de convergencia para el tercer ciclo.

	Δ - 2° ciclo (pulg)	Δ - 3° ciclo (pulg)	3°/2°
Azotea	0.769	0.773	1.005
2° Piso	0.466	0.469	1.006

Este tiene una convergencia adecuada.

(e) Calcular M_1 y M_2 . Los momentos en los extremos de la columna para el tercer ciclo por iteración son:

Columna exterior - 1er. nivel: Para el tercer ciclo de el análisis de segundo orden:

Superior: $\delta_s M_s = 73.9$ KLbs-pie.

Inferior: 79.5 KLbs-pie

De las ecuaciones 10-16 y 10-17 del ACI, con M_{ns} del paso 4:

$$M_{\text{extremo}} = M_{ns} + \delta_s M_s$$

Como el viento se considera de norte a sur se tomará como:

$$M_{\text{extremo}} = M_{ns} + \delta_s M_s$$

Superior: $M_{\text{sup}} = -103.1 - 73.9 = -177$ KLbs-pie= M_1

Inferior: $M_{\text{inf}} = -108.5 - 79.5 = -188$ KLbs-pie= M_2 .

Columnas interiores: 1er. Nivel

Superior: $\delta_s M_s = 91.1$ KLbs-pie

$M_{\text{sup}} = 12.6 + 91.1 = 103.7$ KLbs-pie = M_1 .

Inferior: $\delta_s M_s = 94.1$ KLbs-pie.

$M_{\text{inf}} = 16.5 + 94.1 = 110.6$ KLbs-pie = M_2

6.- Revisar si el momento máximo esta entre los extremos de la columna.

El ACI Sec. 10.13.5 requiere que se revise si el momento máximo se presenta entre los extremos de la columna y esto ocurre si:

$$l_u / r > 35 / \sqrt{P_u / f_c A_g} \quad (\text{ACI Ec. 10-20})$$

donde $l_u = 18 \times 12 - 30 = 186$ pulg. y $r = 0.30 \times 18 = 5.4$ pulg.

$$l_u / r = \frac{186}{5.4} = 34.4$$

$$f_c = 4 \text{ KLbs/pulg}^2$$

$$A_g = 324 \text{ pulg}^2$$

Para la columna exterior, $P_u = 273.3 \text{ KLbs}$ y

$$35/\sqrt{P_u/f_c A_g} = 35/\sqrt{273.3/4 \times 324} = 76.2$$

Como $l_u/r = 34.4$ es menor que 76.2, el máximo momento está en un extremo y es $M_2 = 188 \text{ KLbs-pie}$.

Para la columna interior, $P_u = 544.4 \text{ KLbs}$ y

$$35/\sqrt{544.4/4 \times 324} = 54.0 \text{ como } l_u/r = 34.4$$

el momento máximo en la columna interior es $M_2 = 110.6 \text{ KLbs-pie}$.

Si l_u/r hubiera sido mayor que este límite, sería necesario calcular el momento máximo en la longitud de la columna.

De acuerdo con el ACI Sec. 10.3.5, ecuación 10-10, β_d se define con la combinación de carga considerada, y k se define de acuerdo al ACI Sec. 10.12.1.

El máximo momento en la columna está dado por:

$$M_c = \delta_{ns} M_2 \quad (\text{ACI Ec. 10-9})$$

$$\text{donde: } \delta_{ns} = \frac{C_m}{1 - P_u/0.75P_c} \geq 1.0 \quad (\text{ACI Ec. 10-10})$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 (M_1/M_2) \geq 0.4$$

$$= 0.6 + 0.4 (91.1/103.7) \geq 0.4$$

$$= 0.249 \geq 0.4$$

$$C_m = 0.4$$

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (\text{ACI Ec. 10-11})$$

$$EI = \frac{0.40 E_c I_g}{1 + \beta_d} \quad (\text{ACI Ec. 10-13})$$

Este es un marco no arriostrado y de acuerdo a la definición (b) para β_d en ACI Sec. 10.0.

$$\beta_d = \frac{\text{Cortante máximo factorizado - sostenido en el piso.}}{\text{Cortante total factorizado en el piso.}}$$

donde el cortante es debido a las cargas de viento aplicadas rápidamente y el cortante sostenido es entonces cero, dando: $\beta_d = 0$

$$\text{y } EI = \frac{0.40 \times (57,000 \sqrt{4000}) \times 18^4 / 12}{1 + 0.0}$$

$$= 12.61 \times 10^9 \text{ Lb-pulg}^2$$

El ACI Sec. 10.13.5 dice que k puede determinarse de acuerdo al ACI Sec. 10.12.1 el cuál da $k \leq 1.0$. Podemos considerar $k = 1.0$ como un primer tanteo. Si $\delta_{ns} > 1.0$ repetimos el cálculo.

$$P_c = \frac{\pi^2 \times 12.61 \times 10^6 \text{ Lbs-pulg}^2}{(1.0 \times 186 \text{ pulg})^2} = 3,597 \text{ KLbs.}$$

$$\delta_{ns} = \frac{1.40}{1 - 544.4 / 0.75 \times 3597} \geq 1.0$$

$$= 0.501 \geq 1.0$$

$\delta_{ns} = 1.0$, el máximo momento en la columna es $M_2 = 103.7 \text{ KLBbs-pie}$.

Resumen para combinación de carga del Caso 1.

Columnas exteriores: $P_u = 273 \text{ KLbs}$, $M_c = 188 \text{ KLbs-pie}$

Columnas interiores: $P_u = 544 \text{ KLbs}$, $M_c = 103.7 \text{ KLbs-pie}$

La sección transversal de la columna se definirá cuando se revisen las tres combinaciones de carga.

Caso 2: $U = 0.9D \pm 1.3W$

Los pasos 4, 5 y 6 serán repetidos.

4.- Cálculo de las cargas axiales factorizadas P_u y los momentos M_{ns} por análisis de primer orden del marco.

	Cols. exteriores	Cols. Interiores
Carga axial factorizada, P_u (KLbs) 0.90D	158.4	342.5
Momentos por carga factorizada (KLbs-pie)		
Superior	-47.0	5.57
Inferior	-49.4	7.37

5.- Cálculo de $\delta_s M_s$ y M_c usando análisis de segundo orden.

(a) Cálculo de ΣP_u , $\Sigma P_u \Delta_0 / l_c$, y fuerzas de desplazamiento.

(b)

Piso	Entrepiso	ΣP_u (KLbs)	Δ piso (pulg)	Δ Entrepiso (pulg)	$\frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l_c}$	Fuerza desplazante
Azotea	5°	1384	0.735	0.025	0.251	0.251
5°	4°	2588	0.710	0.055	1.031	0.780
4°	3°	3884	0.655	0.088	2.477	1.446
3°	2°	5178	0.567	0.129	4.840	2.363
2°	1°	6472	0.438	0.438	13.12	8.280
1°			0.00			

Las fuerzas de viento totales factorizadas más las fuerzas de desplazamiento en cada piso son:

Azotea: $1.3 \times 25.6 + 0.251 = 33.5$ KLbs.

5° Piso: $1.3 \times 37.9 + 0.780 = 50.1$ KLbs.

4° Piso: $1.3 \times 37.9 + 1.446 = 50.7$ KLbs.

3° Piso: $1.3 \times 37.9 + 2.363 = 51.6$ KLbs.

2° Piso: $1.3 \times 48.7 + 8.280 = 71.6$ KLbs.

Estas cargas son resistidas por siete marcos en la dirección norte - sur. El marco es ahora re-analizado para estas fuerzas.

(b) Revisar convergencia para el segundo ciclo.

Las deflexiones para los dos ciclos de iteración son:

	Δ -Primer ciclo (pulg)	Δ -Segundo ciclo (pulg)	$2^\circ/1^\circ$
Azotea	0.735	0.765	1.04
2° Piso	0.438	0.461	1.05

Esto no converge.

(c) Revisar convergencia para el tercer ciclo.

Las deflexiones convergen después del tercer ciclo.

(d) Cálculo de M_1 y M_2 :

Los momentos en los extremos de las columnas para el tercer ciclo de iteración son:

Columnas exteriores. Primer piso:

Superior $\delta_s M_s = 72.6$ KLbs-pie.

Inferior $= 78.2$ KLbs-pie

$$M_{\text{extremo}} = M_{ns} \pm \delta_s M_s$$

Superior: $M_{\text{extremo}} = -47.0 - 72.6 = -120$ KLbs-pie = M_1 .

Inferior: $M_{\text{extremo}} = -49.4 - 78.2 = -128$ KLbs-pie = M_2 .

Columnas interiores. 1er Piso:

Superior: $\delta_s M_s = 89.7$ KLbs-pie

$$M_{\text{sup}} = 5.57 + 89.7 = 95.3 \text{ KLbs-pie} = M_1.$$

Inferior: $\delta_s M_s = 92.6$ KLbs - pie.

$$M_{\text{inf}} = 7.37 + 92.6 = 100 \text{ KLbs-pie} = M_2.$$

6.- Revisar si el momento máximo está entre los extremos de la columna.

Por la revisión hecha para la combinación de carga del Caso 1, el cual tiene un valor mayor de P_u el momento máximo está en un extremo de la columna, para este caso 2, también.

Resumen para carga del Caso 2:

Columnas exteriores: $P_u = 158.4$ KLbs. $M_2 = 128$ KLbs-pie.

Columnas interiores: $P_u = 342.5$ KLbs $M_2 = 100$ KLbs-pie.

Caso 3: $U = 1.4D + 1.7L$.

Como este caso no incluye cargas laterales, las columnas serán diseñadas para P_u y M_2 para esta combinación de carga. Además, esta combinación se usará para revisar el desplazamiento del marco para cargas de gravedad ya que implica a las mayores (cargas de gravedad). El ACI Sec. 10.13.6 presenta tres procedimientos para revisar la tendencia al desplazamiento lateral, dependiendo del método usado para calcular $\delta_s M_s$. Cuando $\delta_s M_s$ ha sido calculado usando un análisis de segundo orden, el ACI Sec. 10.13.6 (a) requiere que:

$$\frac{\text{Deflexiones laterales de segundo orden}}{\text{Deflexiones laterales de primer orden}} \leq 2.5$$

Cuando se consideran para este cálculo las cargas de gravedad $1.4D + 1.7L$ más cualquier carga lateral arbitraria.

En este cálculo se toma la carga lateral como $1.275W$.

El ACI Sec. 10.3.6 especifica que la rigidez del miembro se tome como $EI/(1+\beta_d)$ donde EI está dado por ACI Sec. 10.11.1 en donde, se revisa el desplazamiento lateral para las cargas de gravedad, con:

$$\beta_d = \frac{\text{Máxima carga axial factorizada sostenida}}{\text{Carga axial total factorizada}}$$

[ver ACI Sec. 10.13.6 o definición (c) en ACI Sec. 10.1]

Porque el factor de reducción de carga viva cambia de un piso a otro, β_d también cambia de un piso a otro.

Para las columnas del primer piso:

Carga total axial sostenida en todas las columnas del primer piso = 10,400 KLbs.

Carga total factorizada en todas las columnas del primer piso = 14,420 KLbs.

$$\beta_d = \frac{10,400}{14,420} = 0.721$$

Entonces todas las rigideces de los miembros serán divididas entre $(1+0.721) = (1+\beta_d)$. Esto dará deflexiones laterales que serán 1.721 veces las calculadas para una carga de 1.275W. Por esto, los efectos de segundo orden serán mayores.

4.- Cálculo de las cargas axiales factorizadas P_u y los momentos M_{ns} para análisis de marco de primer orden.

	Columnas Exteriores	Columnas Interiores
Carga axial factorizada, P_u (klbs): 1.4D	246.4	533
1.7 Carga Viva Reducida	118.0	193
Momentos Factorizados, M_{ns} (KLbs-pie)		
Superior	-137.5	16.81
Inferior	-144.6	21.99

5.- Cálculo de $\delta_s M_s$ y M_c usando análisis de segundo orden.

(a) Cálculo de ΣP_u , $\Sigma P_u \Delta_0 / l_c$, y fuerzas de desplazamiento.

Piso	Entrepiso	ΣP_u (KLbs)	Δ de piso (pulg)	Δ de entrepiso (pulg)	$\frac{\Sigma P_u \Delta_0}{l_c}$	Fuerza de desplazamiento
Azotea	5°	2,729	1.241	0.041	0.811	0.81
5°	4°	5,948	1.200	0.095	4.095	3.28
4°	3°	8,725	1.105	0.148	9.357	5.26
3°	2°	11,426	0.957	0.219	18.133	8.78
2°	1°	14,420	0.738	0.738	49.268	31.14
Principal			0.00			

Las fuerzas de viento totales factorizadas más las fuerzas de desplazamiento en cada piso son:

Azotea: $1.275 \times 25.6 + 0.81 = 33.5$ KLbs.

5° Piso: $1.275 \times 37.9 + 3.28 = 51.6$ KLbs.

4° Piso: $1.275 \times 37.9 + 5.26 = 53.6$ KLbs.

3° Piso: $1.275 \times 37.9 + 8.78 = 57.1$ KLbs.

2° Piso: $1.275 \times 48.7 + 31.14 = 93.2$ KLbs.

Estas cargas son resistidas por siete marcos en la dirección norte - sur. El marco es analizado para estas cargas usando los valores reducidos de EI.

(b) Revisión de convergencia para el segundo ciclo.

Las deflexiones para los dos ciclos de iteración son:

	Δ - Primer ciclo (pulg)	Δ - Segundo ciclo (pulg)	2°/1°
Azotea	1.241	1.435	1.16
2° Piso	0.738	0.887	1.20

Se ve claramente que no converge.

(c) Tercera Iteración.

Las deflexiones para la segunda y tercera iteración son:

	Δ -Segundo ciclo (pulg)	Δ -tercer ciclo (pulg)	3°/2°
Azotea	1.435	1.469	1.02
2° Piso	0.887	0.917	1.03

Consideramos que esta es una convergencia adecuada.

(d) Revisar si el pandeo lateral ocurre por cargas de gravedad.

La relación de las deflexiones laterales de primer orden a las de segundo orden es $0.917/0.738 = 1.24$ en el segundo piso. Como esta es menor de 2.5, el marco no se desplaza por pandeo por cargas de gravedad.

No es necesario considerar los momentos del análisis de segundo orden por que este no representa un cargado real. Sin embargo, las columnas se diseñaran para las cargas axiales y momentos de primer orden M_{1s} debidos a

$$U = 1.4D + 1.7L \text{ como se da en el paso 4.}$$

6.- Revisar si el momento máximo se presenta entre los extremos de la columna. Según ACI Sec. 10.13.5, los momentos máximos excederán a los de los extremos si:

$$l_u/r > 35/\sqrt{P_u/f'c A_g}$$

Para el primer piso: $l_u/r = 216 - 30/0.3 \times 18 = 34.4$

Para una columna interior : $35/\sqrt{P_u/f'c A_g} = 35/\sqrt{726/4 \times 324} = 46.8$

Como 34.4 es menor que 46.8, el momento máximo está en el extremo de la columna.

7.- Revisión de momento mínimo.

El Código no especifica momento mínimo para el diseño de columnas de un marco con desplazamiento.

Sin embargo, será un criterio conservador diseñarla para el mayor de los momentos calculados y $M_{2,min}$ dado por la ecuación 10-15 del ACI.

Columnas exteriores:

$$M_{2,min} = P_u (0.6 + 0.03h) = 364 \text{ KLbs } (0.6 + 0.03 \times 18) \text{ pulg.}$$

$$19.8 \text{ KLbs - pie (no gobierna)}$$

Columnas interiores:

$$M_{2,\min} = 726 \text{ KLbs (0.6+0.03x18) pulg.}$$
$$= 69.0 \text{ KLbs-pie (rige)}$$

Resumen para el caso 3:

Columnas exteriores: $P_u = 364 \text{ KLbs}$, $M_c = 144.6 \text{ KLbs-pie}$.

Columnas interiores: $P_u = 726 \text{ KLbs}$, $M_c = 69.0 \text{ KLbs-pie}$.

Resumen de los casos 1, 2 y 3:

Las columnas serán diseñadas para las siguientes combinaciones de carga axial y momento:

Columnas exteriores:

Cargado Caso 1: $P_u = 273 \text{ KLbs}$, $M_c = 188 \text{ KLbs-pie}$.

Cargado Caso 2: $P_u = 158.4 \text{ KLbs}$, $M_c = 128 \text{ KLbs-pie}$.

Cargado Caso 3: $P_u = 364 \text{ KLbs}$, $M_c = 144.6 \text{ KLbs-pie}$

Columnas interiores:

Cargado Caso 1: $P_u = 544 \text{ KLbs}$, $M_c = 103.7 \text{ KLbs-pie}$.

Cargado Caso 2: $P_u = 342 \text{ KLbs}$, $M_c = 100.0 \text{ KLbs-pie}$.

Cargado Caso 3: $P_u = 726 \text{ KLbs}$, $M_c = 69.0 \text{ KLbs-pie}$.

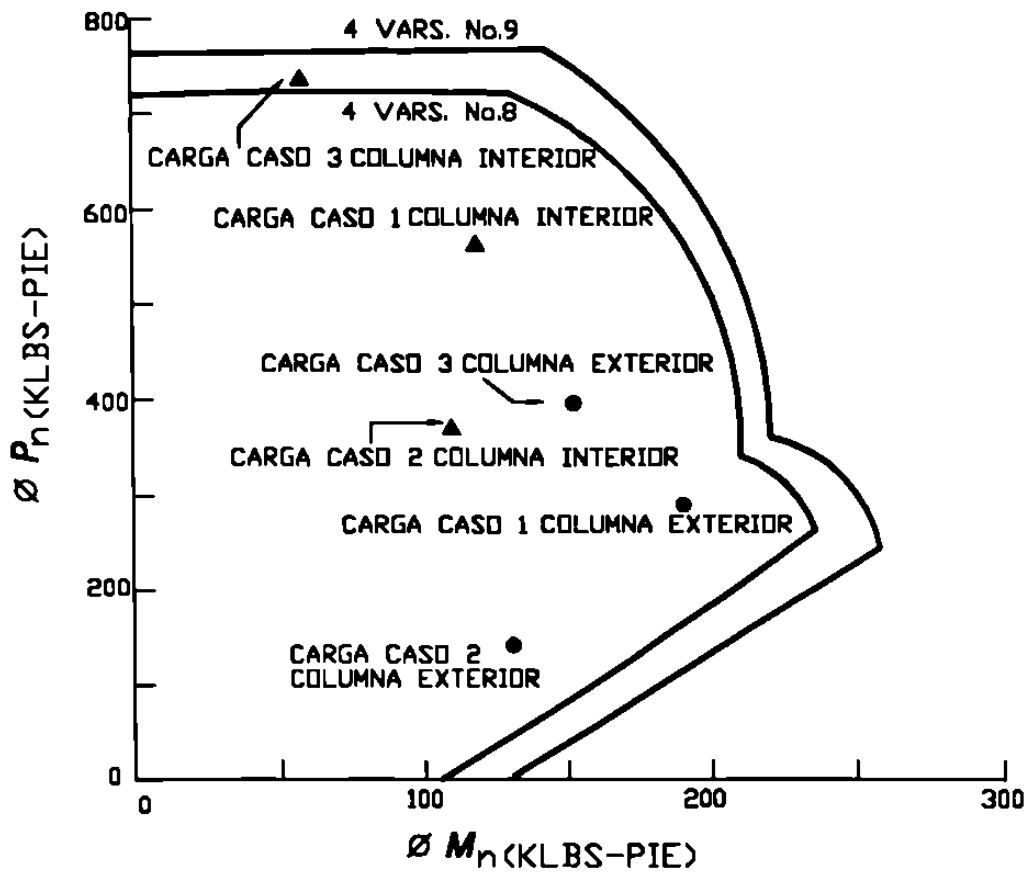
8.- Selección de refuerzo.

En la siguiente figura se muestran los diagramas de interacción para dos columnas cuadradas de 18x18 pulg con cuatro varillas #8 y cuatro varillas #9.

Estas columnas satisfacen los requisitos de refuerzo mínimo del ACI Sec. 10.9.1. La reforzada con 4 Varillas 38 satisface las tres combinaciones de carga para columna exterior y la reforzada con 4 varillas #9 para columna interior. Así como también satisfacen la Sec. 10.3.5.2 del ACI, por lo tanto:

Columnas exteriores: Usar columnas de 18x18 pulg. con 4 varillas #8.

Columnas interiores: Usar columnas de 18x18 pulg. con 4 varillas #9.



DIAGRAMAS DE INTERACCION PARA COLUMNAS DEL EJEMPLO.

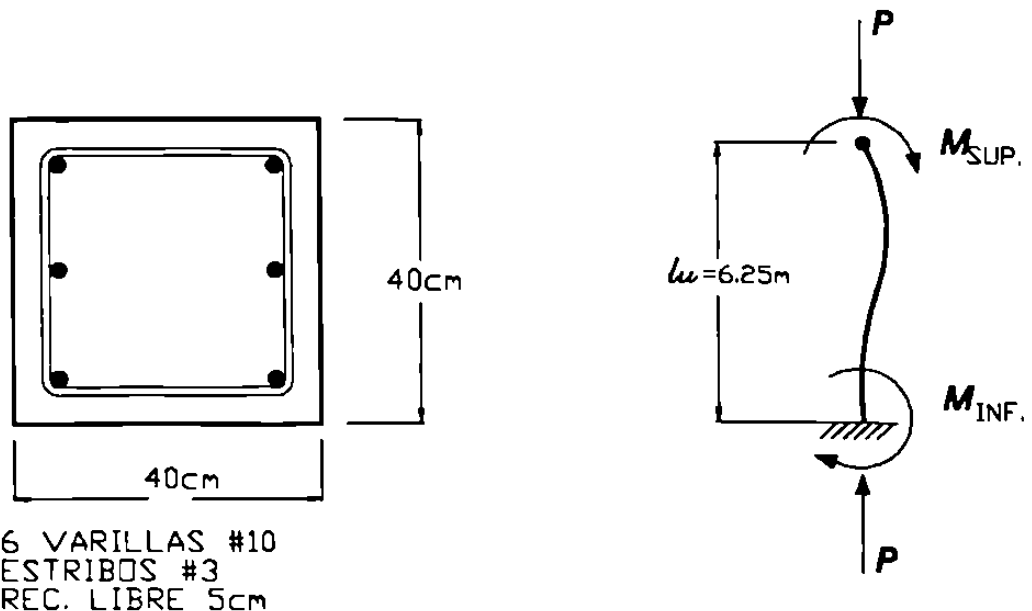
9.5.- PROBLEMAS.

- 9.5.1.- Una columna articulada de 5.50m de altura libre soporta una carga muerta no factorizada de 45 ton y una carga viva no factorizada de 27 ton. Estas cargas son aplicadas a una excentricidad de 5 cm inferior y 10 cm superior. Ambas excentricidades del mismo lado de la línea de centros de la columna. Diseñar una columna con estribos con $f_c = 210 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$.
- 9.5.2.- Repartir el problema anterior con una excentricidad a la derecha y otra a la izquierda de la línea o eje centroidal de la columna.
- 9.5.3.- La columna de 40 x 40 cm debe extenderse desde nivel de zapata hasta el segundo piso de un marco arriostrado con una longitud no apoyada de 6.25 m. Los requisitos de exposición exterior exigen un recubrimiento libre de 50 cm para el acero más extremo. El análisis indica que para la condición más crítica de carga se generan las siguientes cargas de servicio :

(a) Cargas muertas, $P = 67 \text{ ton}$, $M_{\text{sup}} = 4 \text{ ton-m}$, $M_{\text{inf}} = 2 \text{ ton-m}$.

(b) Cargas vivas, $P = 40 \text{ ton}$, $M_{\text{sup}} = 7 \text{ ton-m}$, $M_{\text{inf}} = 3.5 \text{ ton-m}$, la columna se flexiona en curvatura doble como se muestra.

El factor k de longitud efectiva determinado a partir de los cálculos preliminares es 0.90, $f_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. Por el método de amplificación de momentos del Código ACI, determine si la columna es adecuada para resistir estas cargas.



9.5.4.-

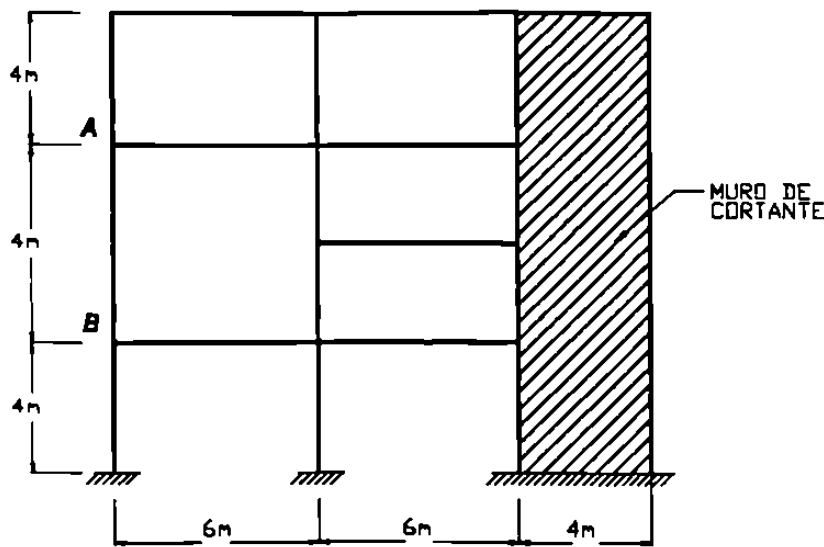
La estructura mostrada tiene columnas esbeltas del lado izquierdo. Esta totalmente arriostrada por muros estructurales a la derecha. Todas las columnas son de 40 x 40 cm como se muestra en el inciso (b) y las vigas son de 45 cm de peralte por 60 cm de ancho con una losa monolítica de piso de 15 cm como se muestra en el inciso (c). Los cálculos preliminares realizados exigen que la colocación del refuerzo sea como se muestra y para la viga es $A_s = 38.7 \text{ cm}^2$ para la flexión positiva y negativa, con un peralte efectivo de 30 cm. Del análisis para las diferentes combinaciones de carga resulta que para la columna AB, flexionada en curvatura simple los siguientes efectos de servicio:

Por carga muerta : $P = 62.0 \text{ ton}$, $M_{\text{sup}} = 91.0 \text{ ton-m}$, $M_{\text{inf}} = 60.0 \text{ ton-m}$.

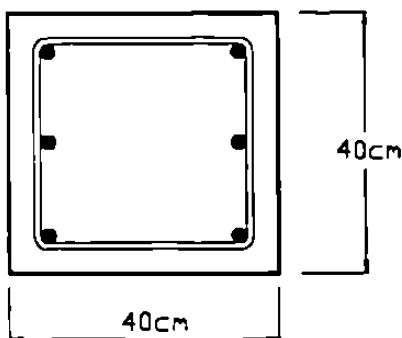
Por carga viva : $P = 93.0 \text{ ton}$, $M_{\text{sup}} = 60.0 \text{ ton-m}$, $M_{\text{inf}} = 40.0 \text{ ton-m}$

Materiales : concreto $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$, acero de refuerzo, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Revisar si la sección propuesta es satisfactoria para resistir las cargas.

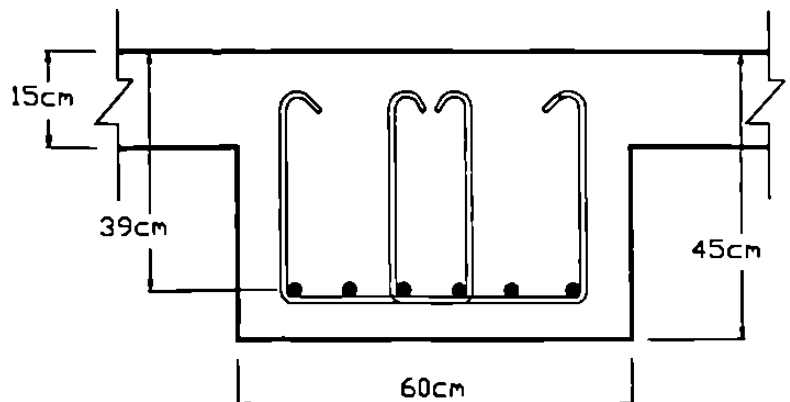


(a)



6 VARILLAS #11
ESTRIBOS #3
REC. LIBRE 4cm

(b)



9.5.5.- Una columna interior de un marco arriostrado tiene una longitud libre de 6.00 m con los siguientes efectos de servicio :

(a) Por carga muerta : $P = 80$ ton
 $M_{sup} = 3.80$ ton-m
 $M_{inf} = 3.80$ ton-m

(b) por carga viva : $P = 100$ ton
 $M_{sup} = 15.0$ ton-m
 $M_{inf} = 15.0$ ton-m

La columna se flexiona en curvatura simple.

El factor de restricción en los extremos puede tomarse como $k = 1.0$. Diseñar una columna cuadrada con estribos para soportar las cargas anteriores.

Considerar $\rho = 0.02$, $f_c = 280$ kg/cm², $f_y = 4200$ kg/cm².

REFERENCIAS :

9.1.- S. P. Timoshenko and J. M. Gere Theory of Elastic Stability. 3 de Mc Graw Hill, New York 1969.

9.2.- J.G. McGregor, Reinforced Concrete, Prentice Hall Englewood Cliffs. N.J.

APENDICE A

AYUDAS DE DISEÑO

Tomadas de Reinforced Concrete (Mechanics and Design) 3^a Edición.

Por James MacGregor.

Ed. Prentice Hall.

Table A-1	Areas, Weights, and Dimensions of Reinforcing Bars
Table A-1M	Areas, Weights, and Dimensions of Reinforcing Bars—SI Units
Table A-2	Welded-Wire Fabric
Table A-3	Values of ϕk_n and j
Table A-3M	Values of ϕk_n and j —SI Units
Table A-4	Ratio of Depth of Rectangular Stress Block for Balanced Failures Limit (a_{cc}), and Tension-Controlled Limit (a_{tc}) to Effective Depth (d) or Depth to Extreme Tension Steel Layer (d_t)
Table A-4M	Ratio of Depth of Rectangular Stress Block for Balanced Failure (a_b), Compression-Controlled Limit (a_{cc}), and Tension-Controlled Limit (a_{tc}) to Effective Depth (d) or Depth to Extreme Tension Steel Layer (d_t)—SI Units
Table A-5	Steel Ratios at Balanced Condition (ρ_b), Compression-Controlled Limit (ρ_{cc}), and Tension-Controlled Limit (ρ_{tc}) for Rectangular Beams with Tension Reinforcement Only
Table A-5M	Steel Ratios at Balanced Condition (ρ_b), Compression-Controlled Limit (ρ_{cc}), and Tension-Controlled Limit (ρ_{tc}) for Rectangular Beams with Tension Reinforcement Only—SI Units
Table A-6	Minimum Beam Web Widths, b_w , for Various Bar Combinations, Interior Exposure, Minimum Bar Spacing (in.)
Table A-6M	Minimum Beam Web Widths, b_w , for Various Bar Combinations, Interior Exposure, Minimum Bar Spacing—SI Units (mm)
Table A-7	Values of bd^2 , 12,000 for Use in Choosing Beam Sizes
Table A-7M	Values of $bd^2/10^6$ for Use in Choosing Beam Sizes—SI Units
Table A-8	Cross-Sectional Areas, A_s , for Various Combinations of Bars (in. ²)

Table A-8M	Cross-Sectional Areas, A_s , for Various Combinations of Bars—SI Units (mm^2)
Table A-9	Areas of Bars in a Section 1 ft Wide ($\text{in.}^2/\text{ft}$)
Table A-9M	Areas of Bars in a Section 1 m Wide—SI Units (mm^2/m)
Table A-10	Limiting Values of d'/a for Checking if Compression Steel Yields
Table A-10M	Limiting Values of d'/a for Checking if Compression Steel Yields—SI Units
Table A-11	Basic Tension Development Length Ratio, ℓ_{db}/d_b (in./in.)
Table A-11M	Basic Tension Development Length Ratio, ℓ_{db}/d_b —SI Units (mm/mm)
Table A-12	Basic Compression Development Length, ℓ_{dbc} (in.)
Table A-12M	Basic Compression Development Length, ℓ_{dbc} —SI Units (mm)
Table A-13	Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{hb} (in.)
Table A-13M	Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{hb} —SI Units (mm)
Table A-14	Minimum Thicknesses of Non-Prestressed Beams or One-Way Slabs Unless Deflections Are Computed
Table A-15	Maximum Allowable Spiral Pitch, s (in.), for Circular Spiral Columns, Grade 60 Spirals
Table A-16	Maximum Number of Bars That Can Be Placed in Square Columns with the Same Number of Bars in Each Face, Based on Normal (Radial) Lap Splices, Minimum Bar Spacing
Table A-17	Maximum Number of Bars That Can Be Placed in Circular Columns, Based on Normal (Radial) Lap Splices, Minimum Bar Spacing
Table A-18	Number of Bars Required to Provide a Given Area of Steel
Table A-19	Lap Splice Lengths for Grade 60 Bars in Columns (in.)
Table A-20	Moment Distribution Factors for Slabs without Drop Panels
Table A-21	Moment Distribution Factors for Slabs with Drop Panels, $h_1 = 1.25h$
Table A-22	Moment Distribution Factors for Slabs with Drop Panels, $h_1 = 1.5h$
Table A-23	Stiffness and Carryover Factors for Columns
Fig. A-1	Bending moment envelope for typical interior span (moment coefficients: $-1/11, +1/16, -1/11$).
Fig. A-2	Bending moment envelope for exterior span with exterior support built integrally with a column (moment coefficients: $-1/16, +1/14, -1/10$).
Fig. A-3	Bending moment envelope for exterior span with exterior support built integrally with a spandrel beam or girder (moment coefficients: $-1/24, +1/14, -1/10$).
Fig. A-4	Bending moment envelope for exterior span with discontinuous end unrestrained (moment coefficients: $0, +1/11, -1/10$).
Fig. A-5	Standard bar details.
Fig. A-6	Nondimensional interaction diagram for tied columns with bars in two faces, $\gamma = 0.60$.
Fig. A-7	Nondimensional interaction diagram for tied columns with two bars in two faces, $\gamma = 0.75$.
Fig. A-8	Nondimensional interaction diagram for tied columns with bars in two faces, $\gamma = 0.90$.
Fig. A-9	Nondimensional interaction diagram for tied columns with bars in four faces, $\gamma = 0.60$.
Fig. A-10	Nondimensional interaction diagram for tied columns with bars in four faces, $\gamma = 0.75$.

- Fig. A-11 Nondimensional interaction diagram for tied columns with bars in four faces, $\gamma = 0.90$.
- Fig. A-12 Nondimensional interaction diagram for circular *spiral* columns, $\gamma = 0.60$.
- Fig. A-13 Nondimensional interaction diagram for circular *spiral* columns, $\gamma = 0.75$.
- Fig. A-14 Nondimensional interaction diagram for circular *spiral* columns, $\gamma = 0.90$.

TABLE A-1 Areas, Weights, and Dimensions of Reinforcing Bars

Bar Size Designation No. ^b	Grades	Weight (lb/ft)	Nominal Dimensions ^a	
			Diameter (in.)	Cross-Sectional Area (in. ²)
3	40, 60	0.376	0.375	0.11
4	40, 60	0.668	0.500	0.20
5	40, 60	1.043	0.625	0.31
6	40, 60, 75	1.502	0.750	0.44
7	60, 75	2.044	0.875	0.60
8	60, 75	2.67	1.000	0.79
9	60, 75	3.40	1.128	1.00
10	60, 75	4.30	1.270	1.27
11	60, 75	5.31	1.410	1.56
14	60, 75	7.65	1.693	2.25
18	60, 75	13.60	2.257	4.00

^aThe nominal dimensions of a deformed bar are equivalent to those of a plain round bar having the same weight per foot as the deformed bar.

^bBar numbers are based on the number of eighths of an inch included in the nominal diameter.

TABLE A-1M Areas, Weights, and Dimensions of Reinforcing Bars—SI Units

Bar Size Designation No. ^b	Grades	Nominal Mass (kg/m)	Nominal Dimensions ^a	
			Diameter (mm)	Cross-Sectional Area (mm ²)
10	300, 400	0.785	11.3	100
15	300, 400	1.570	16.0	200
20	300, 400, 500	2.355	19.5	300
25	400, 500	3.925	25.2	500
30	400, 500	5.495	29.9	700
35	400, 500	7.850	35.7	1000
45	400, 500	11.775	43.7	1500
55	400, 500	19.625	56.4	2500

^aThe nominal dimensions of a deformed bar are equivalent to those of a plain round bar having the same mass per metre as the deformed bar.

^bBar designation numbers are the nominal diameter rounded to the nearest 5 or 10 mm.

TABLE A-2 Welded-Wire Fabric
(a) Wires

Wire Size Number ^a		Nominal Diameter (in.)	Area (in. ² per ft of width for center-to-center spacing, in.)			
			4	6	10	12
W31	D31	0.628	0.93	0.62	0.372	0.31
W11	D11	0.374	0.33	0.22	0.132	0.11
W10	D10	0.356	0.30	0.20	0.12	0.10
W9	D9	0.338	0.27	0.18	0.108	0.09
W8	D8	0.319	0.24	0.16	0.096	0.08
W7	D7	0.298	0.21	0.14	0.084	0.07
W6	D6	0.276	0.18	0.12	0.072	0.06
W5.5		0.264	0.165	0.11	0.066	0.055
W5	D5	0.252	0.15	0.10	0.06	0.05
W4	D4	0.225	0.12	0.08	0.048	0.04
W3.5		0.211	0.105	0.07	0.042	0.035
W2.9		0.192	0.087	0.058	0.035	0.029
W2.5		0.178	0.075	0.05	0.03	0.025
W2.1		0.162	0.063	0.042	0.025	0.021
W1.4		0.135	0.042	0.028	0.017	0.014

^aWire size number is 100 times the wire area in in.².

(b) Common Stock Welded-Wire Fabric

Style Designation ^a	Steel Area (in. ² /ft)		Approximate Weight (lb/100 ft ²)
	Longitudinal	Transverse	
6 × 6—W2.9 × W2.9	0.058	0.058	42
4 × 4—W2.1 × W2.1	0.062	0.062	44
6 × 6—W4 × W4	0.080	0.080	58
4 × 4—W2.9 × W2.9	0.087	0.087	62
6 × 6—W5.5 × W5.5	0.110	0.110	80
4 × 4—W4 × W4	0.120	0.120	85
4 × 4—W5.5 × W5.5	0.165	0.165	119

^aThe numbers in the style designation refer to: longitudinal wire spacing × transverse wire spacing — longitudinal wire size × transverse wire size.

TABLE A-3 Values of ϕk_n and j

ρ	$f_y = 60,000$ psi											
	3000 psi		3750 psi		4000 psi		5000 psi		6000 psi			
	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j		
0.0033			171	0.961	173	0.969	173	0.971	174	0.977	175	0.981
0.004			206	0.953	208	0.962	208	0.965	210	0.972	211	0.976
0.005	173	0.961	174	0.969	254	0.941	257	0.953	258	0.956	260	0.971
0.006	206	0.953	208	0.962	301	0.929	306	0.943	307	0.947	310	0.965
0.007	238	0.945	241	0.956	347	0.917	353	0.934	355	0.938	359	0.959
0.008	270	0.937	274	0.950	391	0.906	399	0.924	401	0.929	408	0.943
0.009	301	0.929	306	0.943	434	0.894	445	0.915	447	0.920	455	0.947
0.010	332	0.921	337	0.937	476	0.882	489	0.906	492	0.912	502	0.941
0.011	362	0.913	369	0.931	517	0.870	532	0.896	536	0.903	548	0.935
0.012	391	0.906	399	0.924	556	0.858	575	0.887	579	0.894	593	0.929
0.013	420	0.898	430	0.918	594	0.847	616	0.877	621	0.885	637	0.923
0.014	448	0.890	460	0.912			656	0.868	662	0.876	681	0.917
0.015	476	0.882	489	0.906			695	0.858	702	0.867	724	0.912
0.016	504	0.894	518	0.899			734	0.849	742	0.858	766	0.906
0.017	530	0.866	547	0.893					780	0.850	808	0.900
0.018	556	0.858	575	0.887					817	0.841	848	0.894
0.019	582	0.851	602	0.880							888	0.888
0.020	607	0.843	629	0.874							927	0.882
0.021			656	0.868							965	0.876
0.022			682	0.862							1030	0.870
0.023			708	0.855							1070	0.864
0.024			734	0.849								
0.025			758	0.843								

*Upper line in each column is below the entry for $\rho = 0.35\%$; lower line is below the entry for $\rho = 0.5\%$; bottom entry is the tension-controlled limit. Larger values of ρ can be used but require ϕ to be evaluated.

TABLE A-3M Values of ϕk_n and j —SI Units*

ρ	$\omega = \frac{\nu f_y}{f_c}$		$\phi k = \phi [f_c \omega (1 - 0.59\omega)]$		$\frac{M_u}{\phi k_n} = \frac{bd^2}{10^6}$		$j = 1 - 0.59\omega$		$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y d}$		
	$f_y = 300 \text{ MPa}$										
	$f_c = 20 \text{ MPa}$	$f_c = 25 \text{ MPa}$	$f_c = 20 \text{ MPa}$	$f_c = 25 \text{ MPa}$	$f_c = 20 \text{ MPa}$	$f_c = 25 \text{ MPa}$	$f_c = 30 \text{ MPa}$	$f_c = 35 \text{ MPa}$	$f_c = 40 \text{ MPa}$	$f_c = 40 \text{ MPa}$	
ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j	ϕk_n	j
0.0033		1.14	0.961	1.15	0.969	1.16	0.974	1.16	0.978	1.16	0.981
0.004		1.37	0.953	1.39	0.962	1.39	0.969	1.40	0.973	1.41	0.976
0.005	1.29	0.956	1.30	0.965	1.69	0.941	1.72	0.953	1.74	0.966	1.75
0.006	1.53	0.947	1.55	0.958	2.01	0.929	2.04	0.943	2.06	0.960	2.08
0.007	1.77	0.938	1.80	0.950	2.31	0.917	2.35	0.934	2.38	0.945	2.42
0.008	2.01	0.929	2.04	0.943	2.61	0.906	2.66	0.924	2.70	0.937	2.74
0.009	2.24	0.920	2.28	0.936	2.90	0.894	2.96	0.915	3.01	0.929	3.07
0.010	2.46	0.911	2.51	0.929	3.18	0.882	3.26	0.906	3.32	0.921	3.39
0.011	2.68	0.903	2.74	0.922	3.45	0.870	3.55	0.896	3.62	0.913	3.70
0.012	2.90	0.894	2.96	0.915	3.71	0.858	3.83	0.887	3.91	0.906	4.01
0.013	3.11	0.885	3.19	0.908	3.96	0.847	4.11	0.877	4.20	0.898	4.32
0.014	3.31	0.876	3.41	0.901			4.37	0.868	4.48	0.890	4.62
0.015	3.51	0.867	3.62	0.894			4.64	0.858	4.76	0.882	4.92
0.016	3.71	0.858	3.83	0.887			4.89	0.849	5.04	0.874	5.22
0.017	3.90	0.850	4.04	0.880					5.30	0.866	5.51
0.018	4.09	0.841	4.24	0.873					5.56	0.858	5.79
0.019			4.44	0.865					5.82	0.851	6.07
0.020			4.64	0.858					6.07	0.843	6.35
0.021			4.83	0.851					6.49	0.858	6.62
0.022			5.01	0.844					6.75	0.852	6.89
0.023									7.16	0.864	7.42
0.024									7.42	0.858	7.70

*Upper line in each column is below the entry for $\rho = 0.35\rho_b$; lower line is below the entry for $\rho = 0.5\rho_b$; bottom entry is the tension-controlled limit. Larger values of ρ can be used but require ϕ to be evaluated.

TABLE A-4 Ratio of Depth of Rectangular Stress Block for Balanced Failure (a_b), Compression-Controlled Limit (a_{ccl}), and Tension-Controlled Limit (a_{tcl}) to Effective Depth (d) or Depth to Extreme Tension Steel Layer (d_t)^a

f_y (psi)		f_c (psi)			
		Less than or equal to 4000	5000	6000	8000
40,000	$a_b/d, a_{ccl}/d_t$	0.582	0.548	0.514	0.445
	$0.75a_b/d$	0.437	0.411	0.385	0.334
	a_{tcl}/d_t	0.319	0.300	0.281	0.244
	$0.50a_b/d$	0.291	0.274	0.257	0.223
	$0.35a_b/d$	0.204	0.192	0.180	0.156
60,000	$a_b/d, a_{ccl}/d_t$	0.503	0.474	0.444	0.385
	$0.75a_b/d$	0.377	0.355	0.333	0.288
	a_{tcl}/d_t	0.319	0.300	0.281	0.244
	$0.50a_b/d$	0.252	0.237	0.222	0.192
	$0.35a_b/d$	0.176	0.166	0.155	0.135
	β_1	0.85	0.80	0.75	0.65

^a a_b, d from Eq. 4-21; desirable range for beams a/d from 0.35 to 0.50 a_b/d ; a_{ccl}/d_t and a_{tcl}/d_t from Eqs. 4-22 and 4-23. ACI Appendix B requires $\phi < 0.9$ if $a/d_t > a_{tcl}/d_t$.

TABLE A-4M Ratio of Depth of Rectangular Stress Block for Balanced Failure (a_b), Compression-Controlled Limit (a_{ccl}), and Tension Controlled Limit (a_{tcl}) to Effective Depth (d) or Depth to Extreme Tension Steel Layer (d_t)—SI Units^a

f_y (MPa)		f_c (MPa)			
		Less than or equal to 30	35	40	50
300	$a_b/d, a_{ccl}/d_t$	0.567	0.540	0.513	0.460
	$0.75a_b/d$	0.425	0.405	0.385	0.345
	a_{tcl}/d_t	0.319	0.304	0.289	0.259
	$0.50a_b/d$	0.283	0.270	0.256	0.230
	$0.35a_b/d$	0.198	0.189	0.180	0.161
4	$a_b/d, a_{ccl}/d_t$	0.510	0.486	0.462	0.414
	$0.75a_b/d$	0.382	0.364	0.346	0.310
	a_{tcl}/d_t	0.319	0.304	0.289	0.259
	$0.50a_b/d$	0.255	0.243	0.231	0.207
	$0.35a_b/d$	0.178	0.170	0.162	0.145
	β_1	0.85	0.80	0.77	0.69

^a a_b, d from Eq. 4-21M; desirable range of a/d for beams from 0.35 to 0.50 a_b/d ; a_{ccl}/d_t and a_{tcl}/d_t from Eqs. 4-22M and 4-23. ACI Appendix B requires $\phi < 0.9$ if $a/d_t > a_{tcl}/d_t$.

TABLE A-5 Steel Ratios at Balanced Condition (ρ_b), Compression-Controlled Limit (ρ_{cc}) and Tension-Controlled Limit (ρ_{ct}) for Rectangular Beams with Tension Reinforcement Only*

f_y (psi)	f_c (psi)						
	3000	3750	4000	5000	6000	8000	
40,000	ρ_b, ρ_{cc}	0.0371	0.0464	0.0495	0.0582	0.0655	0.0703
	0.75 ρ_b	0.0278	0.0348	0.0371	0.0437	0.0491	0.0527
	ρ_{ct}	0.0203	0.0254	0.0271	0.0319	0.0359	0.0414
	0.50 ρ_b	0.0186	0.0232	0.0247	0.0291	0.0328	0.0352
	0.35 ρ_b	0.0130	0.0162	0.0173	0.0204	0.0229	0.0246
60,000	ρ_b, ρ_{cc}	0.0214	0.0267	0.0285	0.0335	0.0377	0.0405
	0.75 ρ_b	0.0161	0.0200	0.0214	0.0251	0.0283	0.0307
	ρ_{ct}	0.0135	0.0169	0.0181	0.0213	0.0239	0.0276
	0.50 ρ_b	0.0107	0.0134	0.0143	0.0168	0.0189	0.0202
	0.35 ρ_b	0.0075	0.0094	0.0100	0.0117	0.0132	0.0142
β_1	0.85	0.85	0.85	0.80	0.75	0.65	

* $\rho = A_s/bd, \rho_b$ from Eq. 4-25; desirable steel ratio for beams, $\rho = 0.35$ to $0.50\rho_b$.

TABLE A-5M Steel Ratios at Balanced Condition (ρ_b), Compression-Controlled Limit (ρ_{ccf}), and Tension-Controlled Limit (ρ_{tef}) for Rectangular Beams with Tension Reinforcement Only—SI Units

f_y (MPa)	f'_c (MPa)					
	20	25	30	35	40	
300	ρ_b, ρ_{ccf}	0.0321	0.0401	0.0482	0.0535	0.0582
	$0.75\rho_b$	0.241	0.0301	0.0361	0.0401	0.0436
	ρ_{ccf}	0.0181	0.0226	0.0271	0.0301	0.0327
	$0.5\rho_b$	0.0160	0.0200	0.0241	0.0267	0.0291
	$0.35\rho_b$	0.0112	0.0140	0.0169	0.0187	0.0204
400	ρ_b, ρ_{ccf}	0.0217	0.0271	0.0325	0.0361	0.0393
	$0.75\rho_b$	0.0163	0.0203	0.0244	0.0271	0.0295
	ρ_{ccf}	0.0136	0.0169	0.0203	0.0226	0.0245
	$0.5\rho_b$	0.0109	0.0135	0.0162	0.0180	0.0196
	$0.35\rho_b$	0.0076	0.0095	0.0114	0.0126	0.0138
	β_1	0.85	0.85	0.85	0.81	0.77

* $\rho = A_s/bd, \rho_b$ from Eq. 4-25M; desirable ρ for beams, $\rho = 0.35$ to $0.50\rho_b$; ACI Appendix B requires $\phi < 0.9$ for $\rho > \rho_{tef}$.

TABLE A-6 Minimum Beam Web Widths, b_w , for Various Bar Combinations, Interior Exposure, Minimum Bar Spacing (in.)^{a,b}

No. of Bars	A		B					C							
	Bar No.	0	5	Bar No.	1	2	3	4	5	Bar No.	1	2	3	4	5
1	4	5.5	13.0	3	7.0	8.5	9.5	11.0	12.5						
2		7.0	14.5		8.5	9.5	11.0	12.5	14.0						
3		8.5	16.0		10.0	11.0	12.5	14.0	15.5						
4		10.0	17.5		11.5	12.5	14.0	15.5	17.0						
5		11.5	19.0		13.0	14.0	15.5	17.0	18.5						
1	5	5.5	13.5	4	7.0	8.5	10.0	11.5	13.0	3	7.0	8.5	9.5	11.0	12.5
2		7.0	15.0		8.5	10.0	11.5	13.0	14.5		8.5	10.0	11.0	12.5	14.0
3		8.5	17.0		10.0	11.5	13.0	14.5	16.0		10.0	11.5	13.0	14.0	15.5
4		10.5	18.5		12.0	13.5	15.0	16.5	18.0		11.5	13.0	14.5	16.0	17.0
5		12.0	20.0		13.5	15.0	16.5	18.0	19.5		13.5	14.5	16.5	17.5	19.0
1	6	5.5	14.0	5	7.0	9.0	10.5	12.0	13.5	4	7.0	8.5	10.0	11.5	13.0
2		7.0	16.0		9.0	10.5	12.0	13.5	15.5		8.5	10.0	11.5	13.0	14.5
3		9.0	17.5		10.5	12.0	14.0	15.5	17.0		10.5	12.0	13.5	15.0	16.5
4		10.5	19.5		12.5	14.0	15.5	17.0	19.0		12.0	13.5	15.0	16.5	18.0
5		12.5	21.0		14.0	15.5	17.5	19.0	20.5		14.0	15.5	17.0	18.5	20.0
1	7	5.5	15.0	6	7.5	9.0	11.0	12.5	14.5	5	7.0	9.0	10.5	12.0	13.5
2		7.5	16.5		9.0	11.0	12.5	14.5	16.0		9.0	10.5	12.0	14.0	15.5
3		9.0	18.5		11.0	12.5	14.5	16.0	18.0		11.0	12.5	14.0	15.5	17.5
4		11.0	20.5		13.0	14.5	16.5	18.0	20.0		12.5	14.5	16.0	17.5	19.0
5		13.0	22.5		14.5	16.5	18.0	20.0	21.5		14.5	16.0	18.0	19.5	21.0
1	8	5.5	15.5	7	7.5	9.5	11.0	13.0	15.0	6	7.5	9.0	11.0	12.5	14.5
2		7.5	17.5		9.5	11.0	13.0	15.0	17.0		9.0	11.0	12.5	14.5	16.0
3		9.5	19.5		11.5	13.0	15.0	17.0	19.0		11.0	13.0	14.5	16.5	18.0
4		11.5	21.5		13.5	15.0	17.0	19.0	21.0		13.0	15.0	16.5	18.5	20.0
5		13.5	23.5		15.5	17.0	19.0	21.0	23.0		15.0	17.0	18.5	20.5	22.0
1	9	5.5	17.0	8	7.5	9.5	11.5	13.5	15.5	7	7.5	9.5	11.5	13.0	15.0
2		8.0	19.0		10.0	12.0	14.0	16.0	18.0		9.5	11.5	13.5	15.5	17.0
3		10.0	21.5		12.0	14.0	16.0	18.0	20.0		12.0	14.0	15.5	17.5	19.5
4		12.5	23.5		14.5	16.5	18.5	20.5	22.5		14.0	16.0	18.0	20.0	21.5
5		14.5	26.0		16.5	18.5	20.5	22.5	24.5		16.5	18.5	20.0	22.0	24.0
1	10	5.5	18.0	9	8.0	10.0	12.5	14.5	17.0	8	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0
2		8.0	20.5		10.5	12.5	15.0	17.0	19.5		10.0	12.0	14.0	16.0	18.0
3		10.5	23.5		13.0	15.0	17.5	19.5	22.0		12.5	14.5	16.5	18.5	20.5
4		13.0	26.0		15.5	17.5	20.0	22.0	24.5		15.0	17.0	19.0	21.0	23.0
5		15.5	28.5		18.0	20.0	22.5	24.5	27.0		17.5	19.5	21.5	23.5	25.5
1	11	5.5	19.5	10	8.0	10.5	13.0	15.5	18.0	9	8.0	10.5	12.5	15.0	17.0
2		8.5	22.5		11.0	13.5	16.0	18.5	21.0		10.5	13.0	15.0	17.5	19.5
3		11.0	25.0		13.5	16.0	19.0	21.5	24.0		13.5	15.5	18.0	20.0	22.5
4		14.0	28.0		16.5	19.0	21.5	24.0	26.5		16.0	18.5	20.5	23.0	25.0
5		17.0	31.0		19.5	22.0	24.5	27.0	29.5		19.0	21.5	23.5	26.0	28.0

^aClear cover, $1\frac{1}{2}$ in.; No. 3 double-leg stirrup; $\frac{3}{4}$ in.-maximum-size aggregate.

^bThis table consists of three basic parts: Part A lists the web widths required for 1 to 5 bars of the sizes given in the left margin of part A. *Example:* 3 No. 5, $\min b_w = 8.5$ in. Part A also lists the minimum b_w for 1 to 5 bars of the size given in the left margin plus 5 bars of the same size. *Example:* 3 No. 5 plus 5 No. 5, $\min b_w = 17.0$ in. Part B lists the minimum b_w of 1 to 5 bars of the size given in the left margin of part A plus 1 to 5 bars of the size listed in the left margin of part B. *Example:* 3 No. 5 plus 2 No. 4, $\min b_w = 11.5$ in. Part C is similar to part B.

Source: Based on a table from Ref. 4-11, used with the permission of the American Concrete Institute.

TABLE A 6M Minimum Beam Web Widths, b_w , for Various Bar Combinations, Interior Exposure, Minimum Bar Spacing—SI Units (mm)^{a, b}

No. of Bars	A					B					C						
	Bar No.	0	5	5	5	Bar No.	1	2	3	4	5	Bar No.	1	2	3	4	5
1		140	340				180	210	250	280	340						
2		180	380				220	250	290	320	380						
3	15	220	420			10	260	290	330	360	420						
4		260	460				300	330	370	400	460						
5		300	500				340	370	410	440	500						
1		140	365				180	220	260	300	340		175	210	245	280	315
2		185	410				225	265	305	345	385		220	255	290	325	360
3	20	230	455			15	270	310	350	390	430		265	300	335	370	405
4		275	500				310	355	395	435	475		310	345	380	415	450
5		320	545				360	400	440	480	520		355	390	425	460	495
1		140	390				185	230	275	320	365		180	220	260	300	340
2		190	440				235	280	325	370	415		230	270	310	350	390
3	25	240	490			20	285	330	375	420	465		280	320	360	400	440
4		290	540				335	380	425	470	515		330	370	410	450	490
5		340	590				385	430	475	520	565		380	420	460	500	540
1		140	440				195	250	305	360	415		190	240	290	340	390
2		200	500				255	310	365	420	475		250	300	350	400	450
3	30	260	560			25	315	370	425	480	535		310	360	410	460	510
4		320	620				375	430	485	540	595		370	420	470	520	570
5		380	680				435	490	545	600	655		430	480	530	580	630
1		140	490				205	270	335	400	465		200	260	320	380	440
2		210	560				275	340	405	470	535		270	330	390	450	510
3	35	280	630			30	345	410	475	540	605		340	400	460	520	580
4		350	700				415	480	545	610	675		410	470	530	590	650
5		420	770				485	550	615	680	745		480	540	600	660	720

^aClear cover, 40 mm; No. 10 double leg stirrup; 19 mm maximum-size aggregate; spacing based on the diameter of the largest bars.

^bFor directions on how to use this table, see Table A 6. footnote b.

TABLE A-7 Values of $bd^2/12,000$ for Use in Choosing Beam Sizes

d	$\frac{\phi M_n}{\phi k_n} - \frac{bd^2}{12,000}$ or $M_n = \frac{bd^2}{12,000}$ where ϕk_n is from Table A-3		b (in.)															
	11	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	36	48					
5	0.013	0.015	0.017	0.019	0.021	0.023	0.025	0.027	0.033	0.037	0.042	0.046	0.050	0.054	0.058	0.062	0.075	0.100
6	0.018	0.021	0.024	0.027	0.030	0.033	0.036	0.042	0.048	0.054	0.060	0.066	0.072	0.078	0.084	0.090	0.108	0.144
7	0.025	0.029	0.033	0.037	0.041	0.045	0.049	0.057	0.065	0.073	0.082	0.090	0.098	0.106	0.114	0.123	0.147	0.196
8	0.032	0.037	0.043	0.048	0.053	0.059	0.064	0.075	0.085	0.096	0.107	0.117	0.128	0.139	0.149	0.160	0.192	0.256
9	0.041	0.047	0.054	0.061	0.068	0.074	0.081	0.095	0.108	0.122	0.135	0.149	0.162	0.176	0.189	0.203	0.243	0.324
10	0.050	0.058	0.067	0.075	0.083	0.092	0.100	0.117	0.133	0.150	0.167	0.183	0.200	0.217	0.233	0.250	0.300	0.400
11	0.061	0.071	0.081	0.091	0.101	0.111	0.121	0.141	0.161	0.181	0.202	0.222	0.242	0.262	0.282	0.303	0.363	0.484
12	0.072	0.084	0.096	0.108	0.120	0.132	0.144	0.168	0.192	0.216	0.240	0.264	0.288	0.312	0.336	0.360	0.432	0.576
13	0.085	0.099	0.113	0.127	0.141	0.155	0.169	0.197	0.225	0.253	0.282	0.310	0.338	0.366	0.394	0.423	0.507	0.676
14	0.098	0.114	0.131	0.147	0.163	0.180	0.196	0.229	0.261	0.294	0.327	0.359	0.392	0.425	0.457	0.490	0.588	0.784
15	0.113	0.131	0.150	0.169	0.188	0.206	0.225	0.263	0.300	0.338	0.375	0.413	0.450	0.488	0.525	0.563	0.675	0.900
16	0.128	0.149	0.171	0.192	0.213	0.235	0.256	0.299	0.341	0.384	0.427	0.469	0.512	0.555	0.597	0.640	0.768	1.02
18	0.162	0.189	0.216	0.243	0.270	0.297	0.324	0.378	0.432	0.486	0.540	0.594	0.648	0.702	0.756	0.810	0.972	1.30
20	0.200	0.233	0.267	0.300	0.333	0.367	0.400	0.467	0.533	0.600	0.667	0.733	0.800	0.867	0.933	1.00	1.20	1.60
22	0.282	0.327	0.371	0.415	0.459	0.503	0.547	0.631	0.725	0.829	0.933	1.037	1.141	1.245	1.349	1.453	1.75	2.30
24	0.336	0.394	0.452	0.509	0.567	0.625	0.683	0.791	0.909	1.037	1.165	1.293	1.421	1.549	1.677	1.805	2.20	2.90
26	0.451	0.507	0.563	0.620	0.676	0.732	0.788	0.915	1.04	1.18	1.31	1.44	1.57	1.70	1.83	1.96	2.35	3.14
28	0.523	0.588	0.653	0.719	0.784	0.849	0.914	1.05	1.20	1.35	1.50	1.65	1.80	1.95	2.10	2.25	2.70	3.60
30	0.675	0.750	0.825	0.900	0.975	1.050	1.125	1.30	1.47	1.65	1.82	1.99	2.16	2.33	2.50	2.67	3.20	4.20
32	0.768	0.853	0.939	1.02	1.10	1.19	1.27	1.47	1.67	1.87	2.07	2.27	2.47	2.67	2.87	3.07	3.70	4.90
34	0.963	1.06	1.16	1.26	1.35	1.45	1.54	1.77	1.97	2.17	2.37	2.57	2.77	2.97	3.17	3.37	4.10	5.40
36	1.08	1.19	1.30	1.41	1.51	1.61	1.71	1.95	2.15	2.35	2.55	2.75	2.95	3.15	3.35	3.55	4.30	5.70
38	1.32	1.44	1.56	1.68	1.80	1.92	2.04	2.30	2.50	2.70	2.90	3.10	3.30	3.50	3.70	3.90	4.70	6.20
40	1.47	1.60	1.73	1.86	1.99	2.12	2.25	2.53	2.73	2.93	3.13	3.33	3.53	3.73	3.93	4.13	5.00	6.60
45	2.03	2.26	2.49	2.72	2.95	3.18	3.41	3.75	4.09	4.43	4.77	5.11	5.45	5.79	6.13	6.47	7.80	10.20
50	2.50	2.92	3.33	3.75	4.17	4.58	5.00	5.42	5.84	6.25	6.67	7.08	7.50	7.92	8.33	8.75	10.50	13.80
55	3.03	3.53	4.03	4.54	5.04	5.55	6.05	6.55	7.06	7.56	8.07	8.57	9.07	9.58	10.08	10.58	12.60	16.50
60	3.30	4.20	4.80	5.40	6.00	6.60	7.20	7.80	8.40	9.00	9.60	10.20	10.80	11.40	12.00	12.60	15.00	19.80

Source: Based on a Table in Ref. 4-12, used with the permission of the American Concrete Institute.

TABLE A-7M Values of $bd^2/10^6$ for Use in Choosing Beam Sizes—SI Units

$\phi M_n = 10^6$ or $M_n = bd^2$ where ϕk_n is from Table A-3M

$\phi k_n = 10^6$ or $\phi k_n = 10^8$

d (mm)	b (mm)																
	150	175	200	225	250	275	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1500
125	2.34	2.73	3.13	3.52	3.91	4.30	4.69	5.47	6.25	7.03	7.81	9.38	10.94	12.50	14.06	15.63	23.44
150	3.38	3.94	4.50	5.06	5.63	6.19	6.75	7.88	9.00	10.13	11.25	13.50	15.75	18.00	20.25	22.50	33.75
175	4.59	5.36	6.13	6.89	7.66	8.42	9.19	10.72	12.25	13.78	15.31	18.38	21.44	24.50	27.56	30.63	45.94
200	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00	14.00	16.00	18.000	20.00	24.00	28.00	32.00	36.00	40.00	60.00
225	7.59	8.86	10.13	11.39	12.66	13.92	15.19	17.72	20.25	22.78	25.31	30.38	35.44	40.50	45.56	50.63	75.94
250	9.38	10.94	12.50	14.06	15.63	17.19	18.75	21.88	25.00	28.13	31.25	37.50	43.75	50.00	56.25	62.50	93.75
275	11.34	13.23	15.13	17.02	18.91	20.80	22.69	26.47	30.25	34.03	37.81	45.38	52.94	60.50	68.06	75.63	113
300	13.50	15.75	18.00	20.25	22.50	24.75	27.00	31.50	36.00	40.50	45.00	54.00	63.00	72.00	81.00	90.00	135
325	15.84	18.48	21.13	23.77	26.41	29.05	31.69	36.97	42.25	47.53	52.81	63.38	73.94	84.50	95.06	106	158
350	18.38	21.44	24.50	27.56	30.63	33.69	36.75	42.88	49.00	55.13	61.25	73.50	85.75	98.00	110	123	184
375	21.09	24.61	28.13	31.64	35.16	38.67	42.19	49.22	56.25	63.28	70.31	84.38	98.44	113	127	141	211
400	24.00	28.00	32.00	36.00	40.00	44.00	48.00	56.00	64.00	72.00	80.00	96.00	112	128	144	160	240
450	30.38	35.44	40.50	45.56	50.63	55.69	60.75	70.88	81.00	91.13	101	122	142	162	182	203	304
500	37.50	43.75	50.00	56.25	62.50	68.75	75.00	87.50	100	113	125	150	175	200	225	250	375
550	45.38	52.94	60.50	68.06	75.63	83.19	90.75	106	121	136	151	182	212	242	272	303	454
600	54.00	63.00	72.00	81.00	90.00	99.00	108	126	144	162	180	216	252	288	324	360	540
650	63.38	73.94	84.50	95.06	106	116	127	148	169	190	211	254	296	338	380	423	634
700	73.50	85.75	98.00	110	123	135	147	172	196	221	245	294	343	392	441	490	735
800	96.00	112	128	144	160	176	192	224	256	288	320	384	448	512	576	640	960
900	122	142	162	182	203	223	243	284	324	365	405	486	567	648	729	810	1215
1000			200	225	250	275	300	350	400	450	500	600	700	800	900	1000	1500
1200					360	396	432	504	576	648	720	864	1008	1152	1296	1440	2160
1400					490	539	588	686	784	882	980	1176	1372	1568	1764	1960	2940
1500					563	619	675	788	900	1013	1125	1350	1575	1800	2025	2250	3375
2000						1100	1200	1400	1600	1800	2000	2400	2800	3200	3600	4000	6000

TABLE A-8 Cross-Sectional Areas, A_s , for Various Combinations of Bars (in.²)^a

No. of Bars	A		B					C							
	Bar No.	0	5	Bar No.	1	2	3	4	5	Bar No.	1	2	3	4	5
1		0.20	1.20		0.31	0.42	0.53	0.64	0.75						
2		0.40	1.40		0.51	0.62	0.73	0.84	0.95						
3	4	0.60	1.60	3	0.71	0.82	0.93	1.04	1.15						
4		0.80	1.80		0.91	1.02	1.13	1.24	1.35						
5		1.00	2.00		1.11	1.22	1.33	1.44	1.55						
1		0.31	1.86		0.51	0.71	0.91	1.11	1.31		0.42	0.53	0.64	0.75	0.8
2		0.62	2.17		0.82	1.02	1.22	1.42	1.62		0.73	0.84	0.95	1.06	1.1
3	5	0.93	2.48	4	1.13	1.33	1.53	1.73	1.93	3	1.04	1.15	1.26	1.37	1.4
4		1.24	2.79		1.44	1.64	1.84	2.04	2.24		1.35	1.46	1.57	1.68	1.7
5		1.55	3.10		1.75	1.95	2.15	2.35	2.55		1.66	1.77	1.88	1.99	2.1
1		0.44	2.64		0.75	1.06	1.37	1.68	1.99		0.64	0.84	1.04	1.24	1.4
2		0.88	3.08		1.19	1.50	1.81	2.12	2.43		1.08	1.28	1.48	1.68	1.8
3	6	1.32	3.52	5	1.63	1.94	2.25	2.56	2.87	4	1.52	1.72	1.92	2.12	2.3
4		1.76	3.96		2.07	2.38	2.69	3.00	3.31		1.96	2.16	2.36	2.56	2.7
5		2.20	4.40		2.51	2.82	3.13	3.44	3.75		2.40	2.60	2.80	3.00	3.2
1		0.60	3.60		1.04	1.48	1.92	2.36	2.80		0.91	1.22	1.53	1.84	2.1
2		1.20	4.20		1.64	2.08	2.52	2.96	3.40		1.51	1.82	2.13	2.44	2.7
3	7	1.80	4.80	6	2.24	2.68	3.12	3.56	4.00	5	2.11	2.42	2.73	3.04	3.3
4		2.40	5.40		2.84	3.28	3.72	4.16	4.60		2.71	3.02	3.33	3.64	3.9
5		3.00	6.00		3.44	3.88	4.32	4.76	5.20		3.31	3.62	3.93	4.24	4.5
1		0.79	4.74		1.39	1.99	2.59	3.19	3.79		1.23	1.67	2.11	2.55	2.9
2		1.58	5.53		2.18	2.78	3.38	3.98	4.58		2.02	2.46	2.90	3.34	3.7
3	8	2.37	6.32	7	2.97	3.57	4.17	4.77	5.37	6	2.81	3.25	3.69	4.13	4.5
4		3.16	7.11		3.76	4.36	4.96	5.56	6.16		3.60	4.04	4.48	4.92	5.3
5		3.95	7.90		4.55	5.15	5.75	6.35	6.95		4.39	4.83	5.27	5.71	6.1
1		1.00	6.00		1.79	2.58	3.37	4.16	4.95		1.60	2.20	2.80	3.40	4.0
2		2.00	7.00		2.79	3.58	4.37	5.16	5.95		2.60	3.20	3.80	4.40	5.0
3	9	3.00	8.00	8	3.79	4.58	5.37	6.16	6.95	7	3.60	4.20	4.80	5.40	6.0
4		4.00	9.00		4.79	5.58	6.37	7.16	7.95		4.60	5.20	5.80	6.40	7.0
5		5.00	10.00		5.79	6.58	7.37	8.16	8.95		5.60	6.20	6.80	7.40	8.0
1		1.27	7.62		2.27	3.27	4.27	5.27	6.27		2.06	2.85	3.64	4.43	5.2
2		2.54	8.89		3.54	4.54	5.54	6.54	7.54		3.33	4.12	4.91	5.70	6.4
3	10	3.81	10.16	9	4.81	5.81	6.81	7.81	8.81	8	4.60	5.39	6.18	6.97	7.7
4		5.08	11.43		6.08	7.08	8.08	9.08	10.08		5.87	6.66	7.45	8.24	9.0
5		6.35	12.70		7.35	8.35	9.35	10.35	11.35		7.14	7.93	8.72	9.51	10.3
1		1.56	9.36		2.83	4.10	5.37	6.64	7.91		2.56	3.56	4.56	5.56	6.5
2		3.12	10.92		4.39	5.66	6.93	8.20	9.47		4.12	5.12	6.12	7.12	8.1
3	11	4.68	12.48	10	5.95	7.22	8.49	9.76	11.03	9	5.68	6.68	7.68	8.68	9.6
4		6.24	14.04		7.51	8.78	10.05	11.32	12.59		7.24	8.24	9.24	10.24	11.2
5		7.80	15.60		9.07	10.34	11.61	12.88	14.15		8.80	9.80	10.80	11.80	12.8

^aFor directions on how to use this table, see Table A-6, footnote b.

Source: Based on a table from Ref. 4-12; used with the permission of the American Concrete Institute.

TABLE A-8M Cross-Sectional Areas, A_c, for Various Combinations of Bars—SI Units (mm²)*

No. of Bars	A					B					C				
	Bar No.	0	5	Bar No.	1	2	3	4	5	Bar No.	1	2	3	4	5
1		200	1200		300	400	500	600	700						
2		400	1400		500	600	700	800	900						
3	15	600	1600	10	700	800	900	1000	1100						
4		800	1800		900	1000	1100	1200	1300						
5		1000	2000		1100	1200	1300	1400	1500						
1		300	1800		500	700	900	1100	1300		400	500	600	700	800
2		600	2100		800	1000	1200	1400	1600		700	800	900	1000	1100
3	20	900	2400	10	1100	1300	1500	1700	1900	10	1000	1100	1200	1300	1400
4		1200	2700		1400	1600	1800	2000	2200		1300	1400	1500	1600	1700
5		1500	3000		1700	1900	2100	2300	2500		1600	1700	1800	1900	2000
1		500	3000		800	1100	1400	1700	2000		700	900	1100	1300	1500
2		1000	3500		1300	1600	1900	2200	2500		1200	1400	1600	1800	2000
3	25	1500	4000	20	1800	2100	2400	2700	3000	15	1700	1900	2100	2300	2500
4		2000	4500		2300	2600	2900	3200	3500		2200	2400	2600	2800	3000
5		2500	5000		2800	3100	3400	3700	4000		2700	2900	3100	3300	3500
1		700	4200		1200	1700	2200	2700	3200		1000	1300	1600	1900	2200
2		1400	4900		1900	2400	2900	3400	3900		1700	2000	2300	2600	2900
3	30	2100	5600	25	2600	3100	3600	4100	4600	20	2400	2700	3000	3300	3600
4		2800	6300		3300	3800	4300	4800	5300		3100	3400	3700	4000	4300
5		3500	7000		4000	4500	5000	5500	6000		3800	4100	4400	4700	5000
1		1000	6000		1700	2400	3100	3800	4500		1500	2000	2500	3000	3500
2		2000	7000		2700	3400	4100	4800	5500		2500	3000	3500	4000	4500
3	35	3000	8000	30	3700	4400	5100	5800	6500	25	3500	4000	4500	5000	5500
4		4000	9000		4700	5400	6100	6800	7500		4500	5000	5500	6000	6500
5		5000	10000		5700	6400	7100	7800	8500		5500	6000	6500	7000	7500

*For directions on how to use this table, see Table A-6, footnote b.

TABLE A-9 Areas of Bars in a Section 1 ft Wide (in.²/ft)

Bar Spacing (in.)	Bar No.				
	3	4	5	6	7
4	0.33	0.60	0.93	1.32	1.80
4 $\frac{1}{2}$	0.29	0.53	0.83	1.17	1.60
5	0.26	0.48	0.74	1.06	1.44
5 $\frac{1}{2}$	0.24	0.44	0.68	0.96	1.31
6	0.22	0.40	0.62	0.88	1.20
6 $\frac{1}{2}$	0.20	0.37	0.57	0.81	1.11
7	0.19	0.34	0.53	0.75	1.03
7 $\frac{1}{2}$	0.18	0.32	0.50	0.70	0.96
8	0.17	0.30	0.47	0.66	0.90
8 $\frac{1}{2}$	0.16	0.28	0.44	0.62	0.85
9	0.15	0.27	0.41	0.59	0.80
9 $\frac{1}{2}$	0.14	0.25	0.39	0.56	0.76
10	0.13	0.24	0.37	0.53	0.72
10 $\frac{1}{2}$	0.13	0.23	0.35	0.50	0.69
11	0.12	0.22	0.34	0.48	0.65
11 $\frac{1}{2}$	0.11	0.21	0.32	0.46	0.63
12	0.11	0.20	0.31	0.44	0.60
13	0.10	0.18	0.29	0.41	0.55
14	0.09	0.17	0.27	0.38	0.51
15	0.09	0.16	0.25	0.35	0.48
16	0.08	0.15	0.23	0.33	0.45
17	0.08	0.14	0.22	0.31	0.42
18	0.07	0.13	0.21	0.29	0.40

TABLE A-9M Areas of Bars in a Section 1 m Wide—
SI Units (mm²/m)

Bar Spacing (mm)	Bar No.			
	10	15	20	25
100	1000	2000	3000	5000
110	909	1818	2727	4545
120	833	1667	2500	4167
130	769	1538	2308	3846
140	714	1429	2143	3571
150	667	1333	2000	3333
160	625	1250	1875	3125
180	556	1111	1667	2778
200	500	1000	1500	2500
220	455	909	1364	2273
240	417	833	1250	2083
250	400	800	1200	2000
260	385	769	1154	1923
280	357	714	1071	1786
300	333	667	1000	1667
350	286	571	857	1429
400	250	500	750	1250
450	222	444	667	1111
500	200	400	600	1000

TABLE A-10 Limiting Values of d'/a for Checking if Compression Steel Yields^a

f_y (psi)	f'_c (psi)			
	≤ 4000	5000	6000	8000
40,000	0.636	0.675	0.720	0.831
50,000	0.500	0.532	0.567	0.654
60,000	0.365	0.388	0.414	0.477

^aIf d'/a exceeds the values given in this table, the compression steel will not yield before failure; calculated using Eq. 5-9.

TABLE A-10M Limiting Values of d'/a for Checking if Compression Steel Yields—SI Units^a

f_y (MPa)	f'_c (MPa)			
	≤ 30	35	40	50
300	0.588	0.625	0.649	0.725
400	0.392	0.417	0.433	0.483

^aIf d'/a exceeds the values given in this table, the compression steel will not yield before failure; calculated using Eq. 5-9M.

TABLE A-11 Basic Tension Development Length Ratio, ℓ_{db}/d_b (in./in.)

Bar No.	$\ell_d = \frac{\ell_{db}}{d_b} \times \beta\lambda \times \ell_d$, but not less than 12 in.*														
	$f'_c = 3000$ psi			$f'_c = 3750$ psi			$f'_c = 4000$ psi			$f'_c = 5000$ psi			$f'_c = 6000$ psi		
	Bottom Bar	Top Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar	Bottom Bar	Top Bar
3 to 6	43.8	57.0	39.2	50.9	37.9	49.3	33.9	44.1	31.0	40.3					
7 to 18	54.8	71.2	49.0	63.7	47.4	61.7	42.4	55.2	38.7	50.3					
3 to 6	29.2	38.0	26.1	34.0	25.3	32.9	22.6	29.4	20.7	26.9					
	Case 1: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than d_b , clear cover not less than d_b , and stirrups or ties throughout ℓ_d not less than the Code minimum, or Case 2: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than $2d_b$, and clear cover not less than d_b .														
	$f_y = 60,000$ psi, uncoated bars, normal-weight concrete														
	$f_y = 40,000$ psi, uncoated bars, normal-weight concrete														
	Other Cases														
	$f_y = 60,000$ psi, uncoated bars, normal-weight concrete														
3 to 6	65.7	85.5	58.8	76.4	56.9	74.0	50.9	66.2	46.5	60.5					
7 to 18	82.2	106.8	73.5	95.6	71.1	92.6	63.6	82.8	58.1	75.5					
	$f_y = 40,000$ psi, uncoated bars, normal-weight concrete														
3 to 6	43.8	57.0	39.2	51.0	38.0	49.4	33.9	44.1	31.1	40.4					

* β , coating factor; λ , lightweight concrete factor.

TABLE A 11M Basic Tension Development Length Ratio, ℓ_{db}/d_b SI Units (mm/mm)

		$\ell_{db} = \frac{f_{db}}{d_b} \times \beta \lambda \times \ell_d$, but not less than 300 mm*																			
		$f_c = 20$ MPa				$f_c = 25$ MPa				$f_c = 30$ MPa				$f_c = 35$ MPa				$f_c = 40$ MPa			
Bar No.		Bottom Bar		Top Bar		Bottom Bar		Top Bar		Bottom Bar		Top Bar		Bottom Bar		Top Bar		Bottom Bar		Top Bar	
Case 1: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than d_b , clear cover not less than d_b , and stirrups or ties throughout ℓ_d not less than the Code minimum.																					
Case 2: Clear spacing of bars being developed or spliced not less than $2d_b$ and clear cover not less than d_b .																					
or																					
$f_c = 400$ MPa, uncoated bars, normal-weight concrete																					
10 to 20		42.9	55.8	38.4	49.9	35.1	45.6	32.5	42.2	30.4	39.5										
25 to 45		53.7	69.8	48.0	62.4	43.8	57.0	40.6	52.7	37.9	49.3										
$f_c = 300$ MPa, uncoated bars, normal-weight concrete																					
10 to 20		32.2	41.9	28.8	37.4	26.3	34.2	24.3	31.6	22.8	29.6										
Other Cases																					
$f_c = 400$ MPa, uncoated bars, normal-weight concrete																					
10 to 20		64.4	83.7	57.6	74.9	52.6	68.4	48.7	63.3	45.5	59.2										
25 to 45		80.5	104.6	72.0	93.6	65.7	85.4	60.9	79.1	56.9	74.0										
$f_c = 300$ MPa, uncoated bars, normal-weight concrete																					
10 to 20		48.3	62.8	43.2	56.2	39.4	51.3	36.5	47.5	34.2	44.4										

* β , coating factor; λ , lightweight concrete factor.

TABLE A-12 Basic Compression Development Length, ℓ_{dbc} (in.)^a

Bar No.	$\ell_d = \ell_{dbc} \times$ (Factors in ACI Sec. 12.3.3)		
	f'_c (psi)		
	3000	4000	5000 psi and up
$f_y = 60,000$ psi			
3	8	8	8
4	11	9	9
5	14	12	11
6	16	14	14
7	19	17	16
8	22	19	18
9	25	21	20
10	28	24	23
11	34	27	25
14	37	32	30
18	49	43	41
$f_y = 40,000$ psi			
3	8	8	8
4	8	8	8
5	9	8	8
6	11	9	9

^aLengths may be reduced if excess reinforcement is anchored or if the splice is enclosed in a spiral. See ACI Sec. 12.3.3. Reduced length shall not be less than 8 in.

TABLE A-12M Basic Compression Development Length, ℓ_{dbc} —SI Units (mm)^a

Bar No.	$\ell_d = \ell_{dbc} \times$ (Factors in ACI Sec. 12.3.3)				
	f'_c (MPa)				
	20	25	30	35	40
$f_y = 400$ (MPa)					
10	224	200	200	200	200
15	335	300	274	254	240
20	447	400	365	338	320
25	559	500	456	423	400
30	671	600	548	507	480
35	783	700	639	592	560
45	1006	900	822	761	720
55	1261	1128	1030	953	892
$f_y = 300$ (MPa)					
10	200	200	200	200	200
15	252	225	205	200	200
20	335	300	274	254	240

^aLengths may be reduced if excess reinforcement is anchored or if the splice is enclosed in a spiral. See ACI Sec. 12.3.3. Reduced length shall not be less than 200 mm.

TABLE A-13 Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{hb} (in.)

$\ell_{dh} = \ell_{hb} \times$ (Factors in 12.5.3)*				
Normal-weight concrete, $f_y = 60,000$ psi				
Standard 90° or 180° Hooks				
Bar No.	f'_c (psi)			
	3000	4000	5000	6000
3	8.2	7.1	6.4	5.8
4	11	9.5	8.5	7.8
5	13.7	11.9	10.6	9.7
6	16.4	14.2	12.7	11.6
7	19.2	16.6	14.9	13.6
8	22	19	17	15.5
9	25	21	19	17.5
10	28	24	22	20
11	31	27	24	22
14	37	32	29	26
18	49	43	38	35

* ℓ_{dh} is defined in Fig. 8-12a. The development length of a hook, ℓ_{dh} , is the product of ℓ_{hb} from this table and factors relating to bar yield strength, cover, presence of stirrups, and type of concrete given in ACI Sec. 12.5.3. The resulting length ℓ_{dh} shall not be less than the larger of 8 bar diameters or 6 in.

TABLE A-13M Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{hb} —SI Units (mm)

$\ell_{dh} = \ell_{hb} \times$ (Factors in 12.5.3)*					
Normal-weight concrete, $f_y = 400$ MPa					
Standard 90° or 180° hooks					
Bar No.	f'_c (MPa)				
	20	25	30	35	40
10	253	226	206	191	179
15	358	320	292	270	253
20	436	390	356	330	308
25	563	504	460	426	398
30	669	598	546	505	473
35	798	714	652	603	564
45	977	874	798	739	691
55	1261	1128	1030	953	892

* ℓ_{dh} is defined in Fig. 8-12a. The development length of a hook, ℓ_{dh} , is the product of ℓ_{hb} from this table and factors relating to bar yield strength, cover, presence of stirrups, and type of concrete given in ACI Sec. 12.5.3. The resulting length ℓ_{dh} shall not be less than the larger of 8 bar diameters or 150 mm.

TABLE A-14 Minimum Thicknesses of Non-Prestressed Beams or One-Way Slabs Unless Deflections Are Computed

Exposure	Member	Minimum Thickness, h				Source
		Simply Supported	One End Continuous	Both Ends Continuous	Cantilever	
Not supporting or attached to partitions or other construction likely to be damaged by large deflections	Solid one-way slabs	$\ell/20$	$\ell/24$	$\ell/28$	$\ell/10$	ACI Table 9.5(a)
	Beams or ribbed one-way slabs	$\ell/16$	$\ell/18.5$	$\ell/21$	$\ell/8$	
Supporting or attached to partitions or other construction likely to be damaged by large deflections	All members: $\omega \leq 0.12^a$ and $\frac{\text{sustained load}}{\text{total load}} < 0.5$	$\ell/10$	$\ell/13$	$\ell/16$	$\ell/4$	Ref. 9-20
	All members: $\frac{\text{sustained load}}{\text{total load}} > 0.5$	$\ell/6$	$\ell/8$	$\ell/10$	$\ell/3$	

$^a \omega = \rho f_s / f_c'$

TABLE A-15 Maximum Allowable Spiral Pitch, s (in.), for Circular Spiral Columns, Grade 60 Spirals^a

Column Diameter (in.)	Core Diameter (in.)	f_c' (psi)					
		4000 Spiral Size		5000 Spiral Size		6000 Spiral Size	
		No. 3	No. 4	No. 3	No. 4	No. 3	No. 4 No. 5
12	9	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{3}{4}$	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
14	11	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
16	13	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
18	15	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
20	17	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
22	19	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
24	21	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3	—	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
26	23	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
28	25	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
30	27	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
32	29	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
34	31	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
36	33	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
38	35	2 $\frac{1}{4}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$
40	37	2 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$ *	3 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$ *	2 $\frac{1}{2}$ 3 $\frac{1}{4}$

^aThe pitch is measured center to center of consecutive turns. Cover 1 $\frac{1}{2}$ in. to spiral. The tabulated values can be used with 1-in.-maximum-size aggregate, except that values marked with an asterisk require $\frac{3}{4}$ -in.-maximum aggregate.

Source: From Ref. 11-4. Ref. 11-4 is the Design Handbook, reprinted with permission of the American Concrete Institute.

Table A-16 Maximum Number of Bars That Can Be Placed in Square Columns with the Same Number of Bars in Each Face, Based on Normal (Radial) Lap Splices, Minimum Bar Spacing^a

b (in.)	A _g (in. ²)		Bar No.							
			5	6	7	8	9	10	11	
10	100	<i>n_{max}</i>	8	4	4	4	4			
		<i>A_{st}</i>	2.48	1.76	2.40	3.16	4.00			
		<i>ρ_t</i>	0.025	0.018	0.024	0.032	0.040			
12	144	<i>n_{max}</i>	12	8	8	8	4	4		
		<i>A_{st}</i>	3.72	3.52	4.80	6.32	4.00	5.08	6.24	
		<i>ρ_t</i>	0.026	0.024	0.033	0.044	0.028	0.035	0.043	
14	196	<i>n_{max}</i>	16	12	12	12	8	8	4	
		<i>A_{st}</i>	4.96	5.28	7.20	9.48	8.00	10.16	6.24	
		<i>ρ_t</i>	0.025	0.027	0.037	0.048	0.041	0.052	0.032	
16	256	<i>n_{max}</i>	—	16	16	12	12	8	8	
		<i>A_{st}</i>		7.04	9.60	9.48	12.00	10.16	12.48	
		<i>ρ_t</i>		0.028	0.038	0.037	0.047	0.040	0.049	
18	324	<i>n_{max}</i>	—	20	20	16	16	12	12	
		<i>A_{st}</i>		8.80	12.00	12.64	16.00	15.24	18.72	
		<i>ρ_t</i>		0.027	0.037	0.039	0.049	0.047	0.058	
20	400	<i>n_{max}</i>	—	—	20	20	16	16	12	
		<i>A_{st}</i>			12.0	15.80	16.00	20.32	18.72	
		<i>ρ_t</i>			0.030	0.039	0.040	0.051	0.047	
22	484	<i>n_{max}</i>	—	—	24	24	20	16	16	
		<i>A_{st}</i>			14.40	18.96	20.00	20.32	24.96	
		<i>ρ_t</i>			0.030	0.039	0.041	0.042	0.052	
24	576	<i>n_{max}</i>	—	—	28	28	24	20	16	
		<i>A_{st}</i>			16.80	22.12	24.00	25.40	24.96	
		<i>ρ_t</i>			0.029	0.038	0.042	0.044	0.043	
26	676	<i>n_{max}</i>	—	—	32	28	24	20	20	
		<i>A_{st}</i>			19.20	22.12	24.00	25.40	31.20	
		<i>ρ_t</i>			0.028	0.033	0.036	0.038	0.046	
28	784	<i>n_{max}</i>	—	—	36	32	28	24	20	
		<i>A_{st}</i>			21.60	25.28	28.00	30.48	31.20	
		<i>ρ_t</i>			0.028	0.032	0.036	0.039	0.040	
30	900	<i>n_{max}</i>	—	—	—	36	32	28	24	
		<i>A_{st}</i>				28.44	32.00	35.56	37.44	
		<i>ρ_t</i>				0.032	0.036	0.039	0.042	
32	1024	<i>n_{max}</i>	—	—	—	40	32	28	28	
		<i>A_{st}</i>				31.60	32.00	35.56	43.68	
		<i>ρ_t</i>				0.031	0.031	0.035	0.043	

^aBased on 1-in.-maximum-size aggregate.

Source: From Ref. 11-4. Ref. 11-4 is the Design Handbook, reprinted with permission of the American Concrete Institute.

TABLE A-17 Maximum Number of Bars That Can Be Placed in Circular Columns, Based on Normal (Radial) Lap Splices, Minimum Bar Spacing*

Diameter (in.)	A_g (in. ²)		Bar Size						
			5	6	7	8	9	10	11
12	113	n_{max}	8	7	6	6	—	—	—
		A_{st}	2.48	3.08	3.60	4.74			
		ρ_t	0.022	0.027	0.032	0.042			
14	154	n_{max}	11	10	9	8	7		
		A_{st}	3.41	4.40	5.40	6.32	7.00		
		ρ_t	0.022	0.029	0.035	0.041	0.046		
16	201	n_{max}	14	13	12	11	9	7	6
		A_{st}	4.34	5.72	7.20	8.69	9.00	8.89	9.36
		ρ_t	0.022	0.029	0.036	0.043	0.045	0.044	0.047
18	254	n_{max}	—	16	14	13	11	9	8
		A_{st}		7.04	8.40	10.27	11.00	11.43	12.48
		ρ_t		0.028	0.033	0.040	0.043	0.045	0.049
20	314	n_{max}	—	—	17	16	13	11	10
		A_{st}			10.20	12.64	13.00	13.97	15.60
		ρ_t			0.033	0.040	0.041	0.044	0.050
22	380	n_{max}	—	—	20	18	16	13	12
		A_{st}			12.00	14.22	16.00	16.51	18.72
		ρ_t			0.032	0.037	0.042	0.043	0.049
24	452	n_{max}	—	—	22	21	18	15	13
		A_{st}			13.20	16.59	18.00	19.05	20.28
		ρ_t			0.029	0.037	0.040	0.042	0.045
26	531	n_{max}	—	—	25	23	20	17	15
		A_{st}			15.00	18.17	20.00	21.59	23.40
		ρ_t			0.028	0.034	0.038	0.041	0.044
28	616	n_{max}	—	—	28	26	22	19	17
		A_{st}			16.80	20.54	22.00	24.13	26.52
		ρ_t			0.027	0.033	0.036	0.039	0.043
30	707	n_{max}	—	—	—	28	25	21	19
		A_{st}				22.12	25.00	26.67	29.64
		ρ_t				0.031	0.035	0.038	0.042
32	804	n_{max}	—	—	—	31	27	23	21
		A_{st}				24.29	27.00	29.21	32.76
		ρ_t				0.031	0.034	0.036	0.041

*Based on No. 4 spirals or ties, 1-in.-maximum-size aggregate, and $1\frac{1}{2}$ -in. clear cover to spirals.

Source: This table is an abridged version of a table in Ref. 11-4 and is printed with the permission of the American Concrete Institute.

TABLE A-18 Number of Bars Required to Provide a Given Area of Steel^a

Area (in. ²)	Bar No.					Area (in. ²)	Bar No.				
	5	6	7	8	9		8	9	10	11	14
	0.31	0.44	0.60	0.79	1.00		0.79	1.00	1.27	1.56	2.25
1.24	4					10.16			8		
1.76		4				10.27	13				
1.86	6					11.00		11			
2.17	7					11.06	14				
2.40			4			11.43			9		
2.48	8					11.85	15				
2.64		6				12.00		12			
3.08		7				12.48				8	
3.16				4		12.64	16				
3.41	11					12.70			10		
3.52		8				13.00		13			
3.60			6			13.43	17				
3.72	12					13.50					6
3.96		9				13.97			11		
4.00	13				4	14.00		14		9	
4.20			7			14.22	18				
4.40		10				15.00	19	15			
4.65	15					15.24			12		
4.74				6		15.60				10	
4.80			8			15.75					7
5.28		12				15.80	20				
5.40			9			16.00		16			
5.53				7		16.51			13		
5.72		13				16.59	21				
6.00			10		6	17.00		17			
6.32				8		17.16				11	
7.00					7	17.78			14		
7.04		16				18.00		18			8
7.20			12			18.72				12	
7.48		17				19.00		19	15		
7.80			13			20.00		20			
7.90				10		20.25				13	9
8.00					8	20.32			16		
8.40			14			21.00		21			
8.69				11		21.59			17		
8.80		20				21.84				14	
9.00			15		9	22.00		22			
9.48				12		22.50					10
9.60			16			22.86			18		
10.00					10	24.00		24			
10.80			18			24.96				16	

^aBold figures denote combinations that will give an equal number of bars in each side of a square column.

TABLE A-19 Lap Splice Lengths for Grade 60 Bars in Columns (in.)

f'_c (psi)	Bar No.						
	5	6	7	8	9	10	11
Compression lap splices							
Lap splice length = (length from table) × (factors in note a)							
< 3000	26	31	35	40	46	51	56
≥ 3000	19	23	26	30	34	38	42
Tension lap splices							
Lap splice length = (length from table) × $\beta\lambda^b$							
Class A tension lap splice: half or fewer of the bars spliced at any location and $0 \leq f_s \leq 0.5f_y$ in tension, (ACI Sec. 12.17.2.2)							
3000	27.4	32.9	48.0	54.8	61.8	69.6	77.3
4000	23.7	28.4	41.5	47.4	53.5	60.2	66.8
5000	21.2	25.4	37.1	42.4	47.8	53.8	59.8
6000	19.4	23.3	33.9	38.7	43.7	49.1	54.6
Class B tension lap splices: more than half of the bars spliced at any section and/or f_s greater than $0.5f_y$ in tension, (ACI Sec. 12.17.2.2)							
3000	35.6	42.7	62.3	71.2	80.4	90.5	100.4
4000	30.8	37.0	53.9	61.6	69.5	78.3	86.9
5000	27.5	33.0	48.2	55.1	61.2	70.0	77.7
6000	25.2	30.2	44.0	50.3	56.7	63.9	70.9

*Compression lap splices may be multiplied by 0.83 or 0.75 if enclosed by ties or spirals satisfying ACI Secs. 12.17.2.4 or 12.17.2.5.

^b β = coating factor, λ = lightweight concrete factor.

TABLE A-20 Moment Distribution Factors for Slabs without Drop Panels^a

		FEM (uniform load w) = $Mw\ell_2\ell_1^2$		K (stiffness) = $kE\ell_2t^3/12\ell_1$		Carryover factor = COF	
		c_2/ℓ_2					
c_1/ℓ_1		0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.00	<i>M</i>	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
	<i>k</i>	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
	<i>COF</i>	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0.05	<i>M</i>	0.083	0.084	0.084	0.084	0.085	0.085
	<i>k</i>	4.000	4.047	4.093	4.138	4.181	4.222
	<i>COF</i>	0.500	0.503	0.507	0.510	0.513	0.516
0.10	<i>M</i>	0.083	0.084	0.085	0.085	0.086	0.087
	<i>k</i>	4.000	4.091	4.182	4.272	4.362	4.449
	<i>COF</i>	0.500	0.506	0.513	0.519	0.524	0.530
0.15	<i>M</i>	0.083	0.084	0.085	0.086	0.087	0.088
	<i>k</i>	4.000	4.132	4.267	4.403	4.541	4.680
	<i>COF</i>	0.500	0.509	0.517	0.526	0.534	0.543
0.20	<i>M</i>	0.083	0.085	0.086	0.087	0.088	0.089
	<i>k</i>	4.000	4.170	4.346	4.529	4.717	4.910
	<i>COF</i>	0.500	0.511	0.522	0.532	0.543	0.554
0.25	<i>M</i>	0.083	0.085	0.086	0.087	0.089	0.090
	<i>k</i>	4.000	4.204	4.420	4.648	4.887	5.138
	<i>COF</i>	0.500	0.512	0.525	0.538	0.550	0.563
$x = (1 - c_2/\ell_2^3)$		1.000	0.856	0.729	0.613	0.512	0.421

^a c_1 and c_2 are the widths of the column measured parallel to ℓ_1 and ℓ_2 .

Source: Ref. 14-8.

TABLE A-21 Moment Distribution Factors for Slabs with Drop Panels, $h_1 = 1.25h^*$

		FEM (uniform load w) = $Mw\ell_2\ell_1^2$		K (stiffness) = $kE\ell_2t^3/12\ell_1$				
		Carryover factor = COF						
		$c_2 \ell_2$						
$c_1 \ell_1$		0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30
0.00	M	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088	0.088
	k	4.795	4.795	4.795	4.795	4.795	4.795	4.795
	COF	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542	0.542
0.05	M	0.088	0.088	0.089	0.089	0.089	0.089	0.089
	k	4.795	4.846	4.896	4.944	4.990	5.035	5.077
	COF	0.542	0.545	0.548	0.551	0.553	0.556	0.558
0.10	M	0.088	0.088	0.089	0.090	0.090	0.091	0.091
	k	4.795	4.894	4.992	5.039	5.184	5.278	5.368
	COF	0.542	0.548	0.553	0.559	0.564	0.569	0.573
0.15	M	0.088	0.089	0.090	0.090	0.091	0.092	0.092
	k	4.795	4.938	5.082	5.228	5.374	5.520	5.665
	COF	0.542	0.550	0.558	0.565	0.573	0.580	0.587
0.20	M	0.088	0.089	0.090	0.091	0.092	0.093	0.094
	k	4.795	4.978	5.167	5.361	5.558	5.760	5.962
	COF	0.542	0.552	0.562	0.571	0.581	0.590	0.600
0.25	M	0.088	0.089	0.090	0.091	0.092	0.094	0.095
	k	4.795	5.015	5.245	5.485	5.735	5.994	6.261
	COF	0.542	0.553	0.565	0.576	0.587	0.598	0.609
0.30	M	0.088	0.089	0.090	0.092	0.093	0.094	0.095
	k	4.795	5.048	5.317	5.601	5.902	6.219	6.550
	COF	0.542	0.554	0.567	0.580	0.593	0.605	0.618

* h , Slab thickness; h_1 , total thickness in drop panel.

Source: Ref. 14-8.

TABLE A-22 Moment Distribution Factors for Slabs with Drop Panels, $h_1 = 1.5h^2$

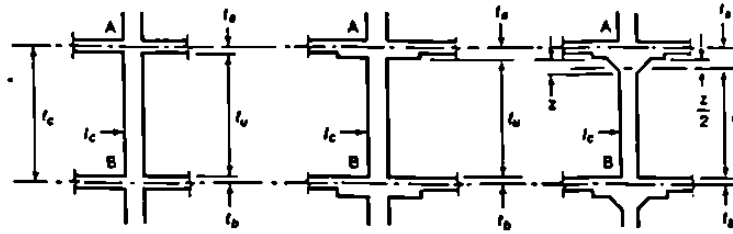
		FEM (uniform load w) = $Mw\ell_2\ell_1^2$ K (stiffness) = $kE\ell_2t^3/12\ell_1$ Carryover factor = COF					
		c_2/ℓ_2					
c_1/ℓ_1		0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
0.00	M	0.093	0.093	0.093	0.093	0.093	0.093
	k	5.837	5.837	5.837	5.837	5.837	5.837
	COF	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589	0.589
0.05	M	0.093	0.093	0.093	0.093	0.094	0.094
	k	5.837	5.890	5.942	5.993	6.041	6.087
	COF	0.589	0.591	0.594	0.596	0.598	0.600
0.10	M	0.093	0.093	0.094	0.094	0.094	0.095
	k	5.837	5.940	6.024	6.142	6.240	6.335
	COF	0.589	0.593	0.598	0.602	0.607	0.611
0.15	M	0.093	0.093	0.094	0.095	0.095	0.096
	k	5.837	5.986	6.135	6.284	6.432	6.579
	COF	0.589	0.595	0.602	0.608	0.614	0.620
0.20	M	0.093	0.093	0.094	0.095	0.096	0.096
	k	5.837	6.027	6.221	6.418	6.616	6.816
	COF	0.589	0.597	0.605	0.613	0.621	0.628
0.25	M	0.093	0.094	0.094	0.095	0.096	0.097
	k	5.837	6.065	6.300	6.543	6.790	7.043
	COF	0.589	0.598	0.608	0.617	0.626	0.635

* h , Slab thickness; h_1 , total thickness in drop panel.

Source: Ref. 14-8.

TABLE A-23 Stiffness and Carryover Factors for Columns

$$K_c = k \frac{EL_c}{\ell_c}$$



$$\ell_c / \ell_u$$

t_a/t_b		1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45
0.00	k_{AB}	4.20	4.40	4.60	4.80	5.00	5.20	5.40	5.60	5.80
	C_{AB}	0.57	0.65	0.73	0.80	0.87	0.95	1.03	1.10	1.17
0.2	k_{AB}	4.31	4.62	4.95	5.30	5.65	6.02	6.40	6.79	7.20
	C_{AB}	0.56	0.62	0.68	0.74	0.80	0.85	0.91	0.96	1.01
0.4	k_{AB}	4.38	4.79	5.22	5.67	6.15	6.65	7.18	7.74	8.32
	C_{AB}	0.55	0.60	0.65	0.70	0.74	0.79	0.83	0.87	0.91
0.6	k_{AB}	4.44	4.91	5.42	5.96	6.54	7.15	7.81	8.50	9.23
	C_{AB}	0.55	0.59	0.63	0.67	0.70	0.74	0.77	0.80	0.83
0.8	k_{AB}	4.49	5.01	5.58	6.19	6.85	7.56	8.31	9.12	9.98
	C_{AB}	0.54	0.58	0.61	0.64	0.67	0.70	0.72	0.75	0.77
1.0	k_{AB}	4.52	5.09	5.71	6.38	7.11	7.89	8.73	9.63	10.60
	C_{AB}	0.54	0.57	0.60	0.62	0.65	0.67	0.69	0.71	0.73
1.2	k_{AB}	4.55	5.16	5.82	6.54	7.32	8.17	9.08	10.07	11.12
	C_{AB}	0.53	0.56	0.59	0.61	0.63	0.65	0.66	0.68	0.69
1.4	k_{AB}	4.58	5.21	5.91	6.68	7.51	8.41	9.38	10.43	11.57
	C_{AB}	0.53	0.55	0.58	0.60	0.61	0.63	0.64	0.65	0.66
1.6	k_{AB}	4.60	5.26	5.99	6.79	7.66	8.61	9.64	10.75	11.95
	C_{AB}	0.53	0.55	0.57	0.59	0.60	0.61	0.62	0.63	0.64
1.8	k_{AB}	4.62	5.30	6.06	6.89	7.80	8.79	9.87	11.03	12.29
	C_{AB}	0.52	0.55	0.56	0.58	0.59	0.60	0.61	0.61	0.62
2.0	k_{AB}	4.63	5.34	6.12	6.98	7.92	8.94	10.06	11.27	12.59
	C_{AB}	0.52	0.54	0.56	0.57	0.58	0.59	0.59	0.60	0.60
2.2	k_{AB}	4.65	5.37	6.17	7.05	8.02	9.08	10.24	11.49	12.85
	C_{AB}	0.52	0.54	0.55	0.56	0.57	0.58	0.58	0.59	0.59
2.4	k_{AB}	4.66	5.40	6.22	7.12	8.11	9.20	10.39	11.68	13.08
	C_{AB}	0.52	0.53	0.55	0.56	0.56	0.57	0.57	0.58	0.58
2.6	k_{AB}	4.67	5.42	6.26	7.18	8.20	9.31	10.53	11.86	13.29
	C_{AB}	0.52	0.53	0.54	0.55	0.56	0.56	0.56	0.57	0.57
2.8	k_{AB}	4.68	5.44	6.29	7.23	8.27	9.41	10.66	12.01	13.48
	C_{AB}	0.52	0.53	0.54	0.55	0.55	0.55	0.56	0.56	0.56
3.0	k_{AB}	4.69	5.46	6.33	7.28	8.34	9.50	10.77	12.15	13.65
	C_{AB}	0.52	0.53	0.54	0.54	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
3.5	k_{AB}	4.71	5.50	6.40	7.39	8.48	9.69	11.01	12.46	14.02
	C_{AB}	0.51	0.52	0.53	0.53	0.54	0.54	0.54	0.53	0.53
4.0	k_{AB}	4.72	5.54	6.45	7.47	8.60	9.84	11.21	12.70	14.32
	C_{AB}	0.51	0.52	0.52	0.53	0.53	0.52	0.52	0.52	0.52
4.5	k_{AB}	4.73	5.56	6.50	7.54	8.69	9.97	11.37	12.89	14.57
	C_{AB}	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51
5.0	k_{AB}	4.75	5.59	6.54	7.60	8.78	10.07	11.50	13.07	14.77
	C_{AB}	0.51	0.51	0.52	0.52	0.51	0.51	0.51	0.50	0.49
6.0	k_{AB}	4.76	5.63	6.60	7.69	8.90	10.24	11.72	13.33	15.1
	C_{AB}	0.51	0.51	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49	0.49	0.48
7.0	k_{AB}	4.78	5.66	6.65	7.76	9.00	10.37	11.88	13.54	15.34
	C_{AB}	0.51	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49	0.48	0.48	0.47
8.0	k_{AB}	4.78	5.68	6.69	7.82	9.07	10.47	12.01	13.70	15.54
	C_{AB}	0.51	0.51	0.50	0.50	0.49	0.49	0.48	0.47	0.46
9.0	k_{AB}	4.80	5.71	6.74	7.89	9.18	10.61	12.19	13.93	15.83
	C_{AB}	0.50	0.50	0.50	0.49	0.48	0.48	0.47	0.46	0.45

Source: Ref. 14-7. Courtesy of the Portland Cement Association.

Fig. A-1
 Bending moment envelope
 for typical interior span (mo-
 ment coefficients:
 $-1/11, +1/16, -1/11$).

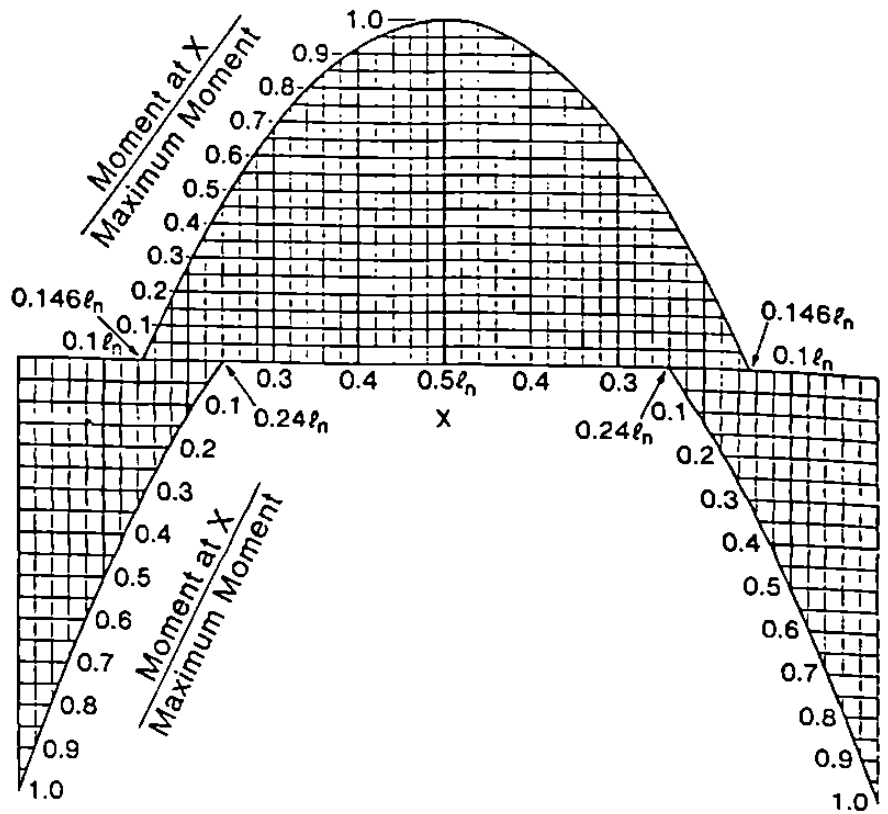
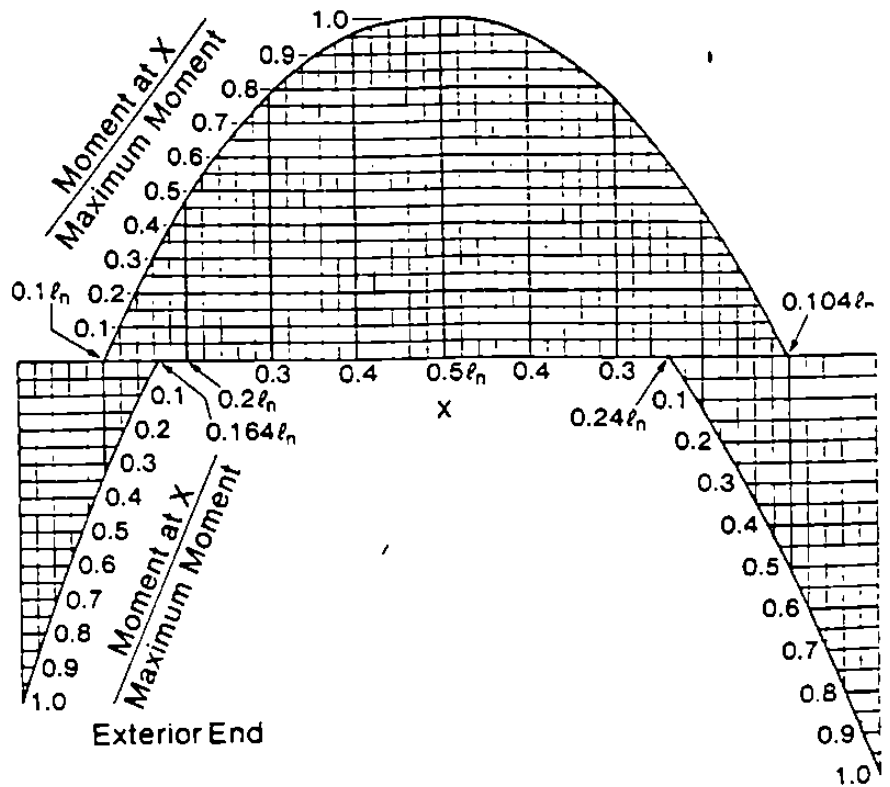


Fig. A-2
 Bending moment envelope
 for exterior span with exterior
 support built integrally with a
 column (moment coefficients:
 $-1/16, -1/14, -1/10$).



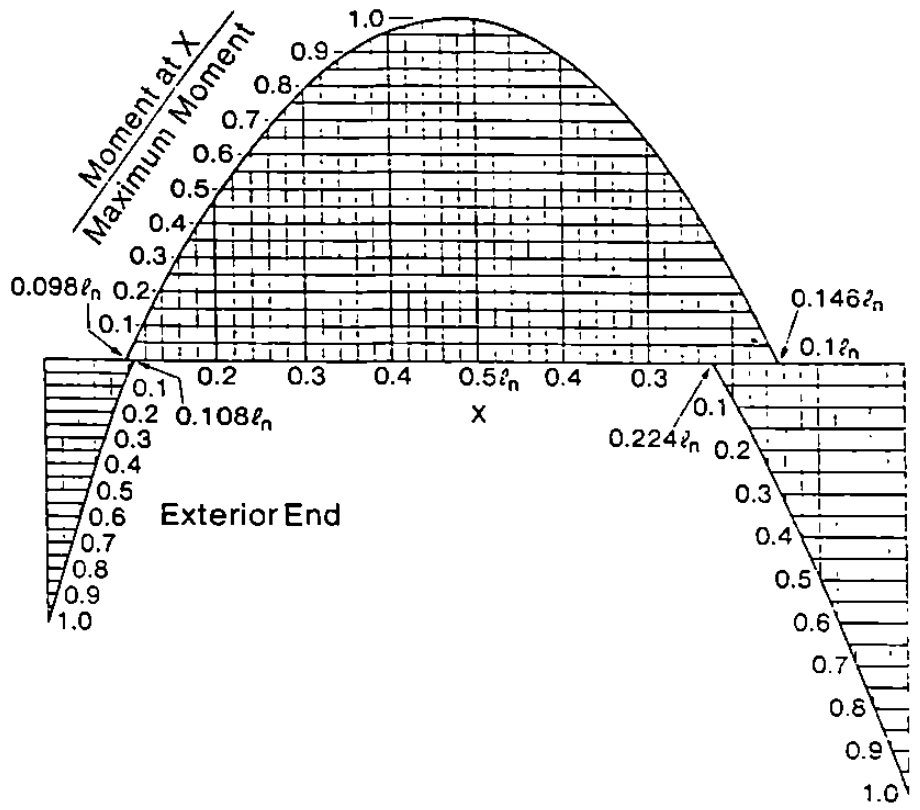


Fig. A-3
 Bending moment envelope
 for exterior span with exterior
 support built integrally with a
 spandrel beam or girder (mo-
 ment coefficients:
 -1/24, -1/14, -1/10).

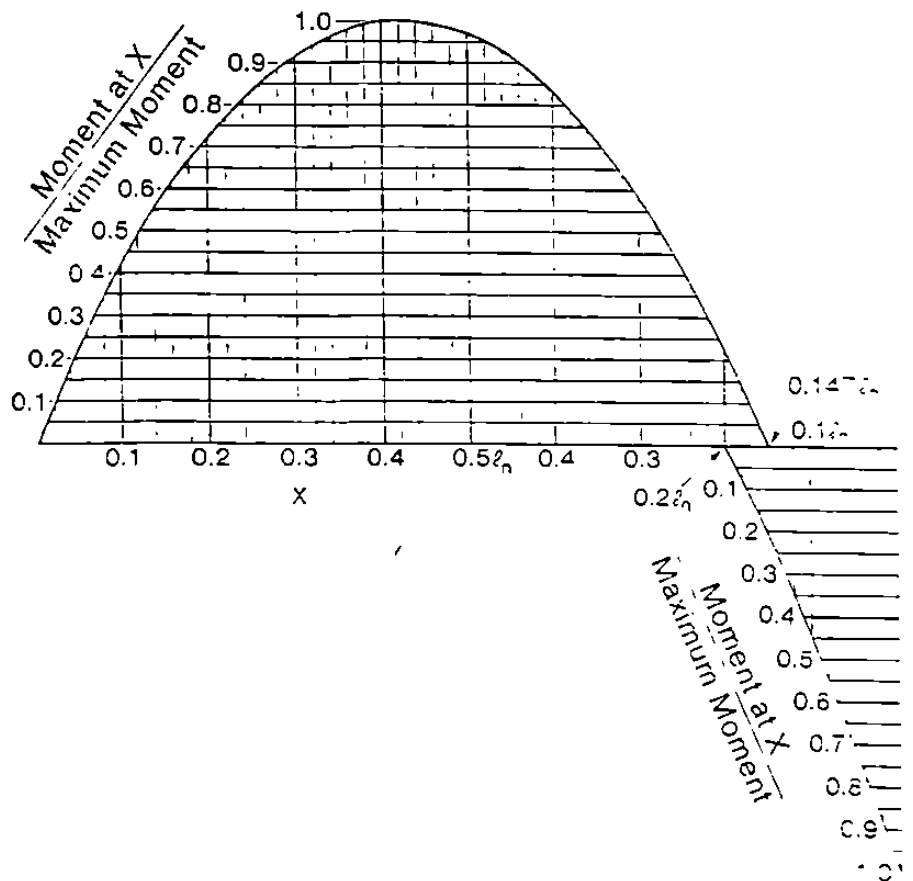
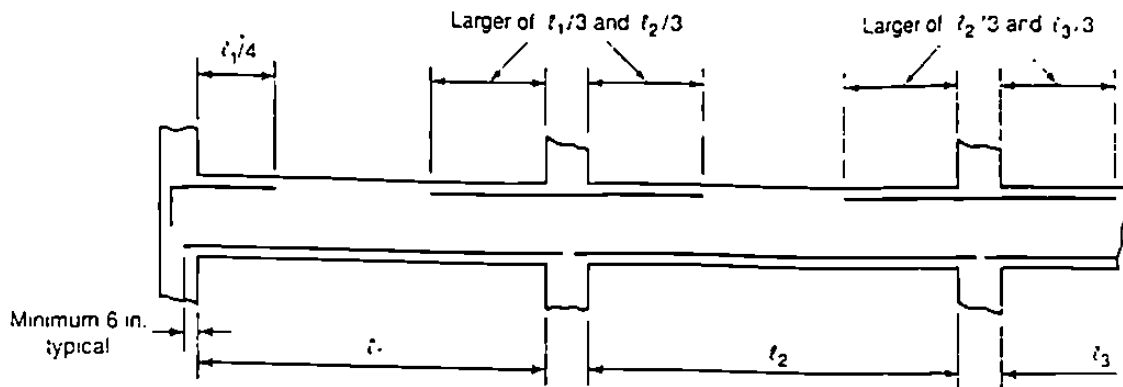
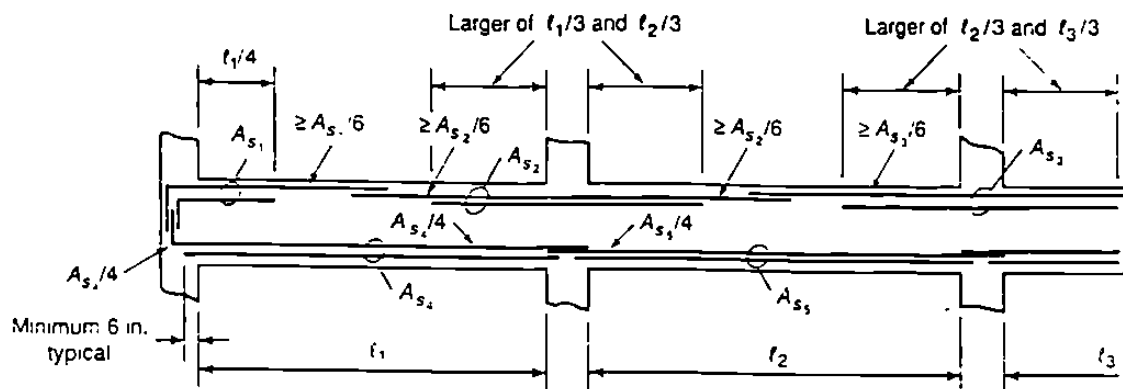


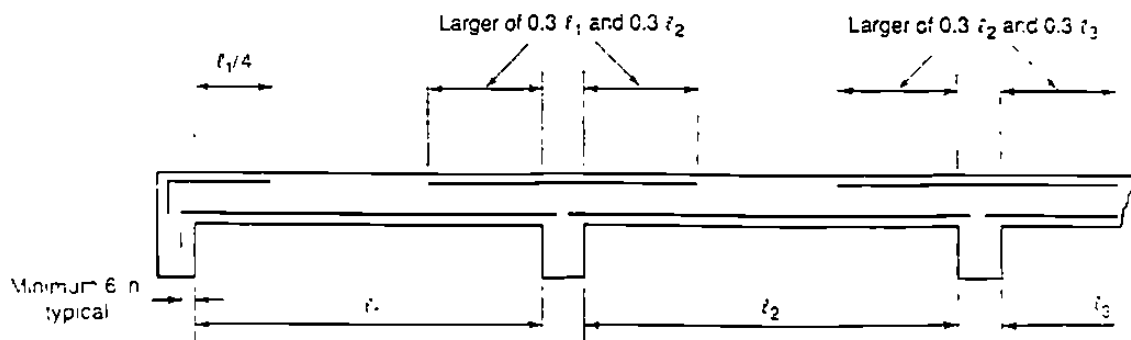
Fig. A-4
 Bending moment envelope
 for exterior span with discon-
 tinuous end unrestrained
 (moment coefficients:
 0, -1/11, -1/10).



(a) Beam with closed stirrups.
If closed stirrups are not provided, see ACI Sec 7.13



(b) Perimeter beam



(c) One-way slab

F - A 5
Standard bar details

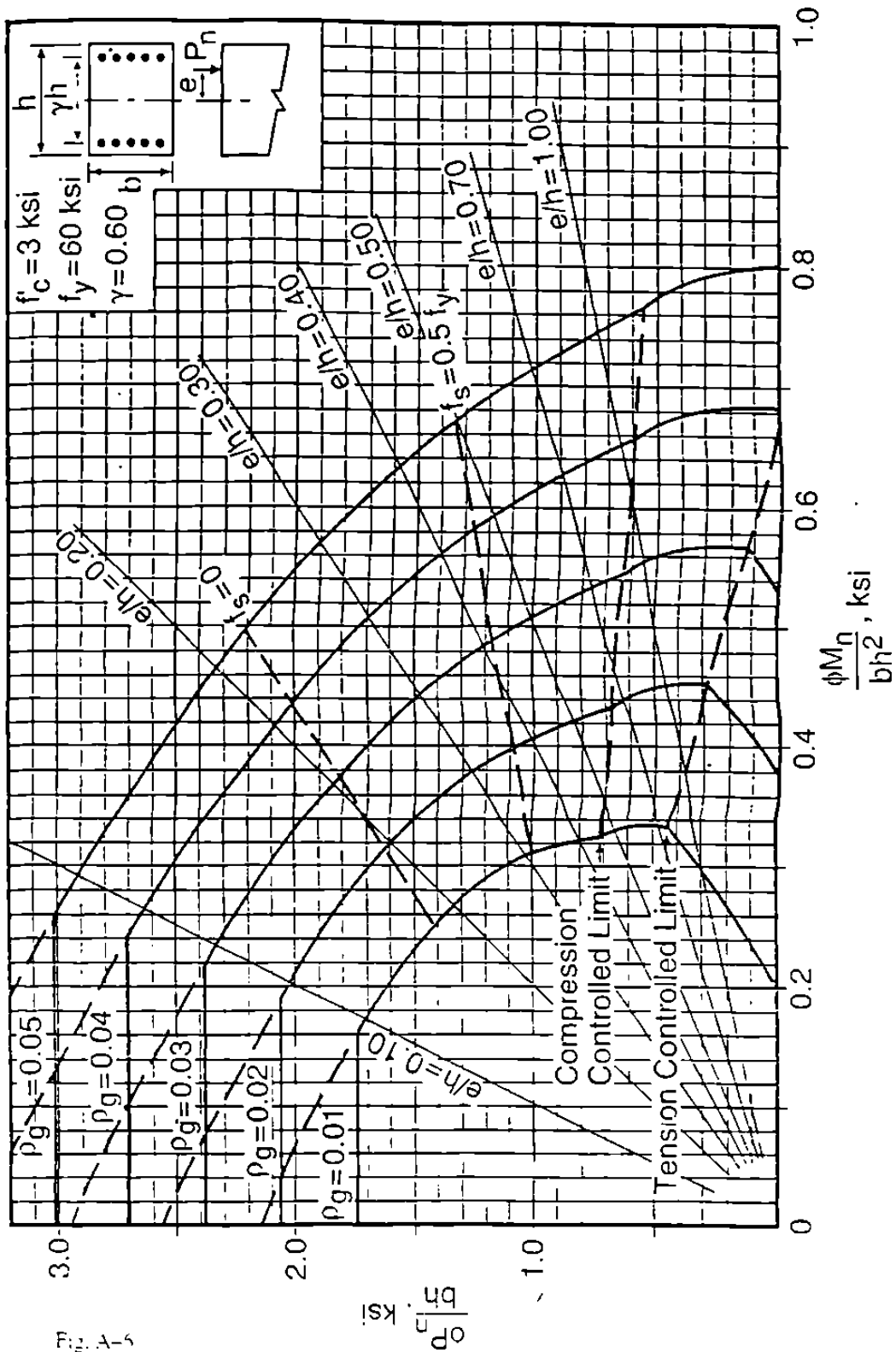


Fig. A-5
 Nondimensional interaction
 diagram for tied columns
 with bars in two faces.
 $\gamma = 0.60$

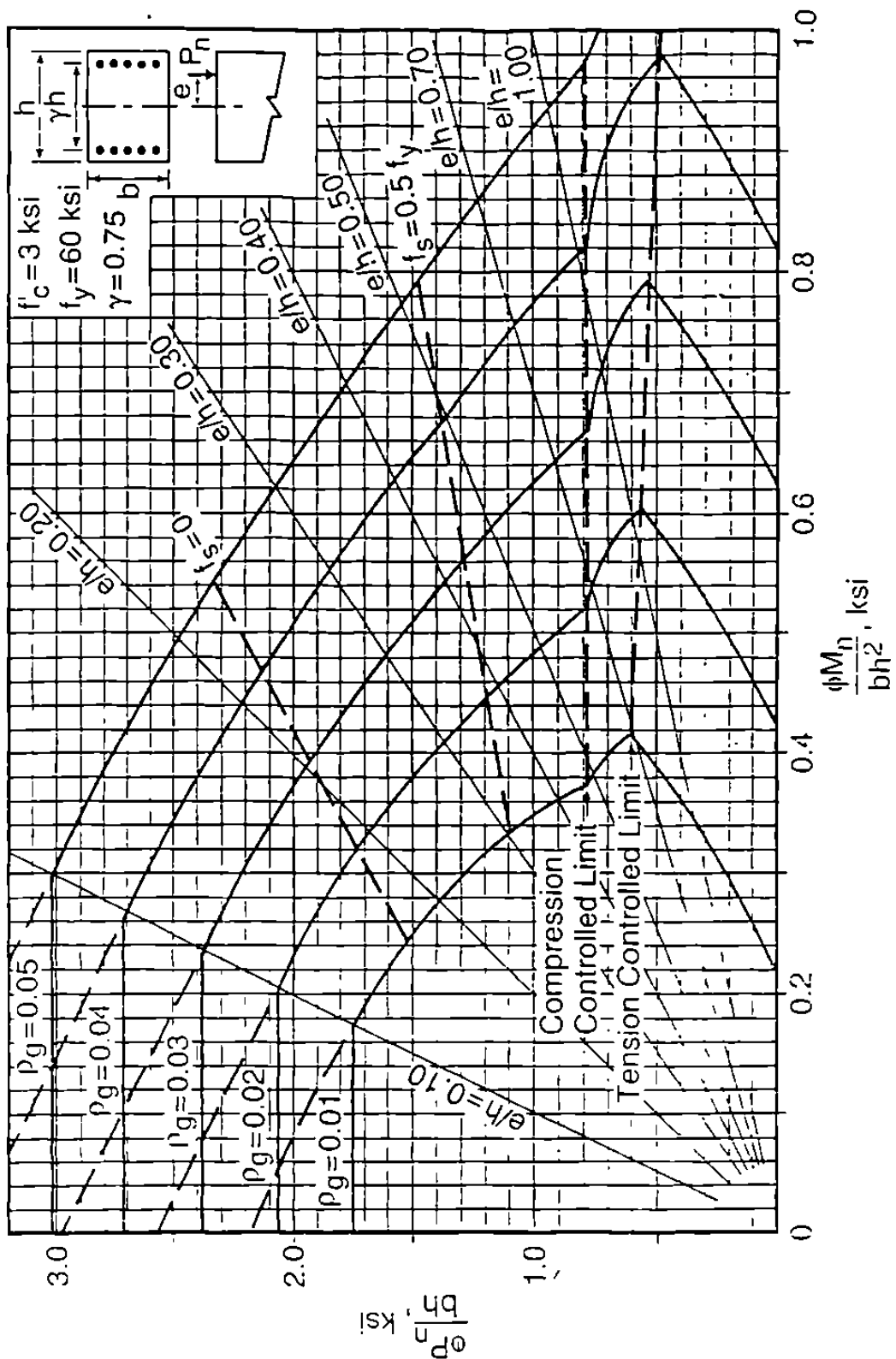


Fig. A 7
 Nondimensional interaction
 diagram for tied columns
 with bars in two faces.
 $\nu = 0.75$

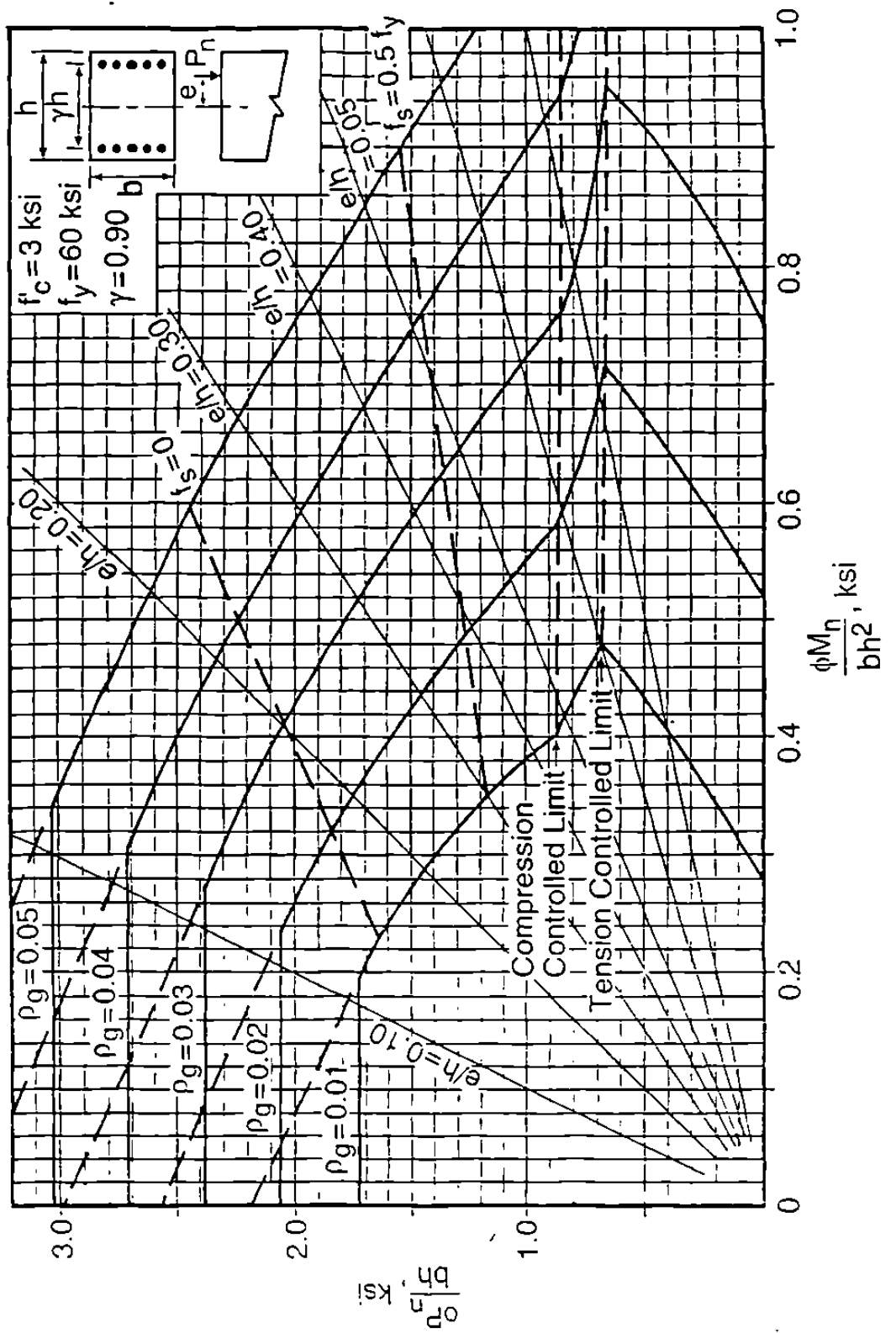


Fig. A-8
 Interaction diagram for tied
 columns with bars in two
 faces, $\gamma = 0.90$.

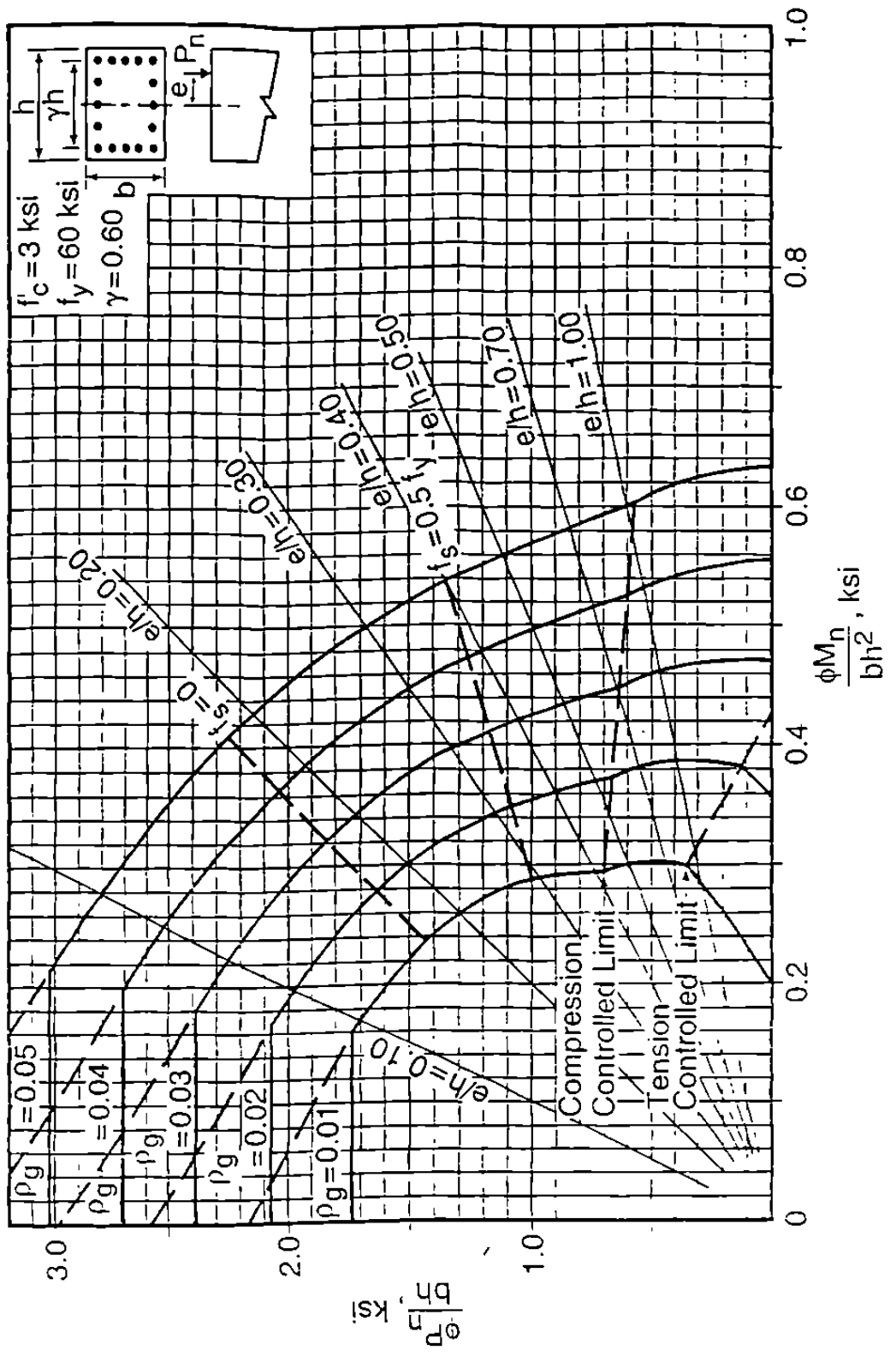


Fig. A-9
 Interaction diagram for tied
 columns with bars in four
 faces, $\gamma = 0.60$.

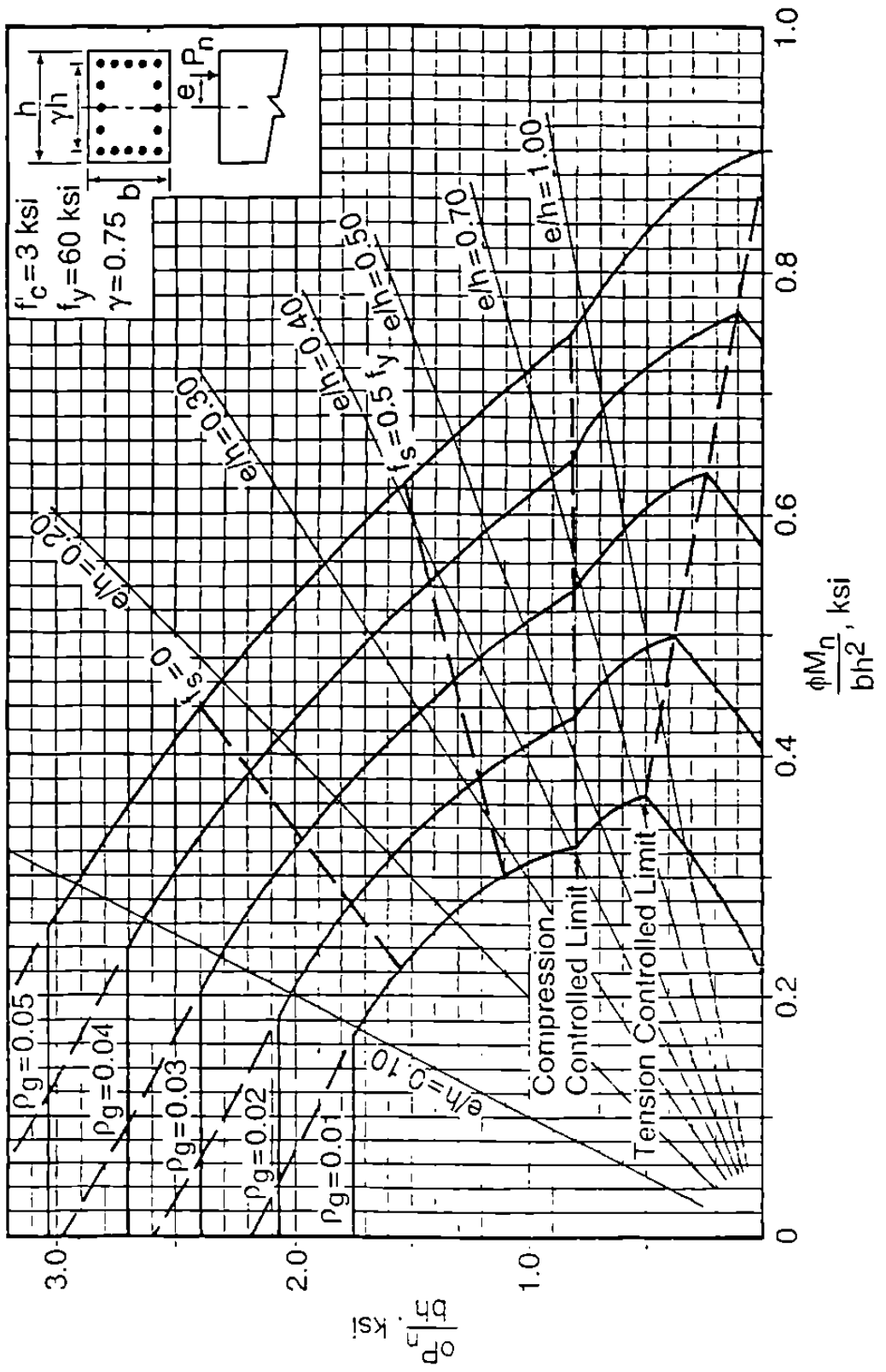


Fig. A-10
 Interaction diagram for tied
 columns with bars in four
 faces. $\gamma = 0.75$.

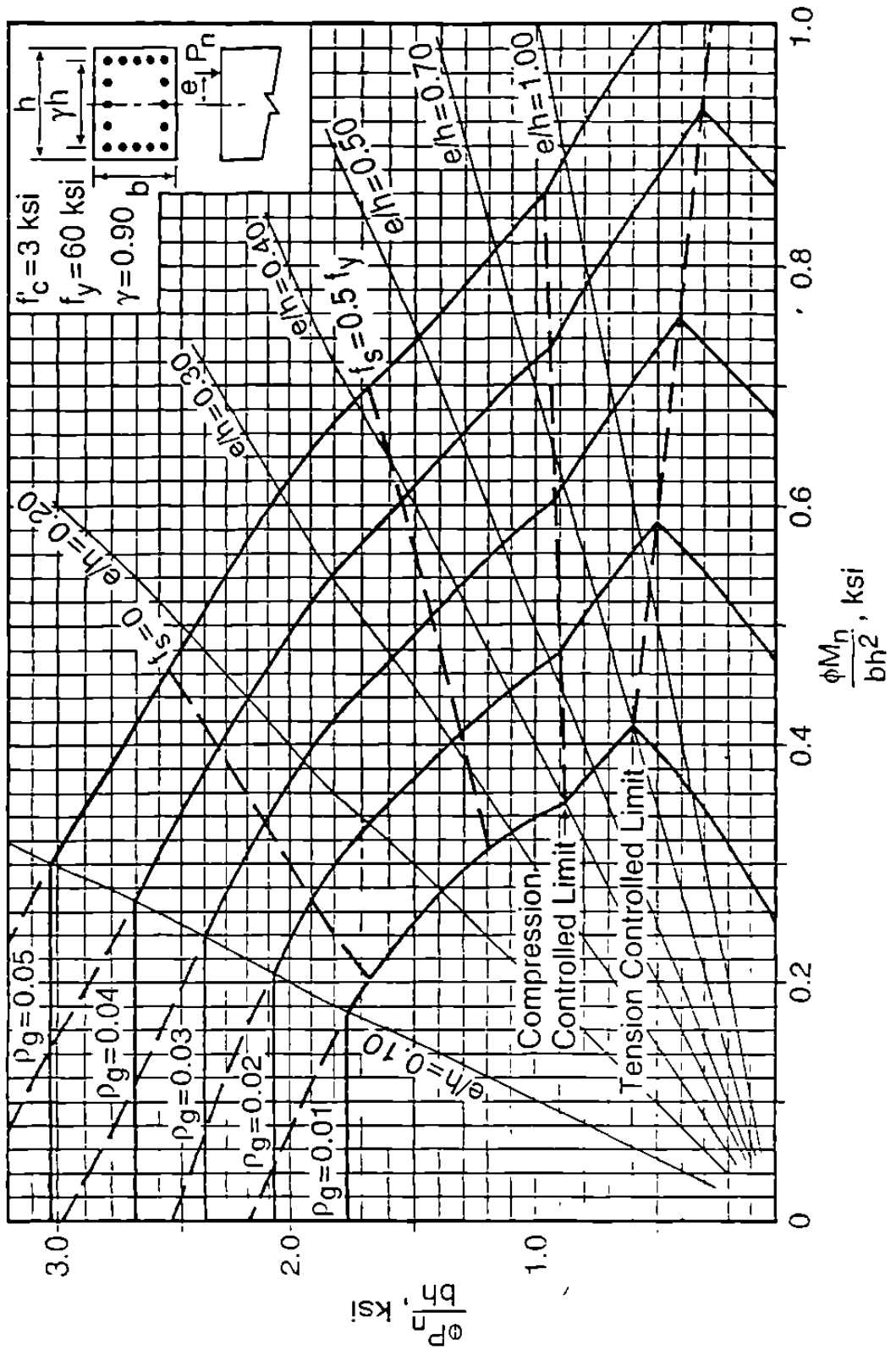


Fig. A-11
 Interaction diagram for tied
 columns with bars in four
 faces. $\gamma = 0.90$.

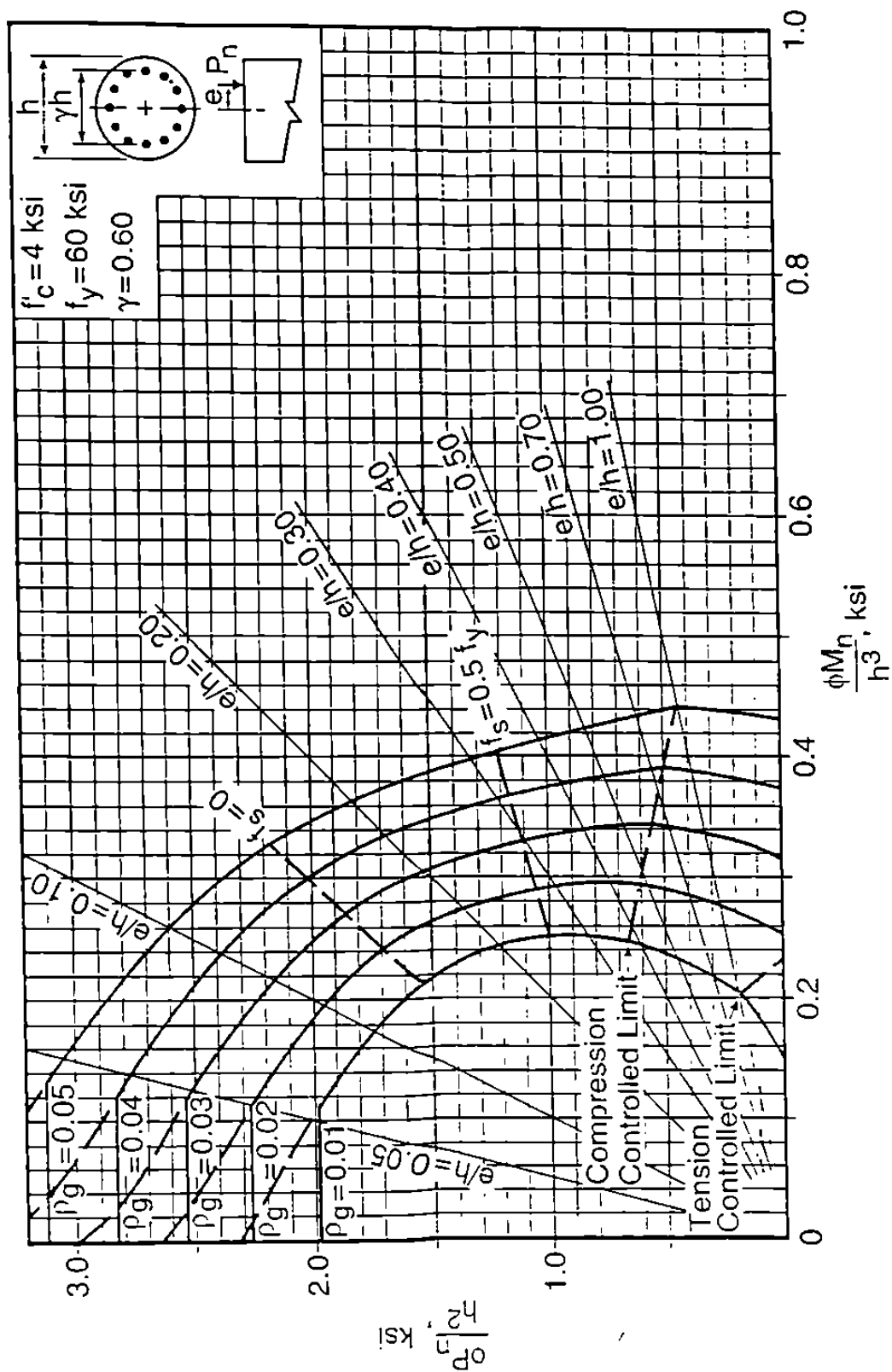


Fig. A-12
 Interaction diagrams for spiral columns, $\gamma = 0.60$.

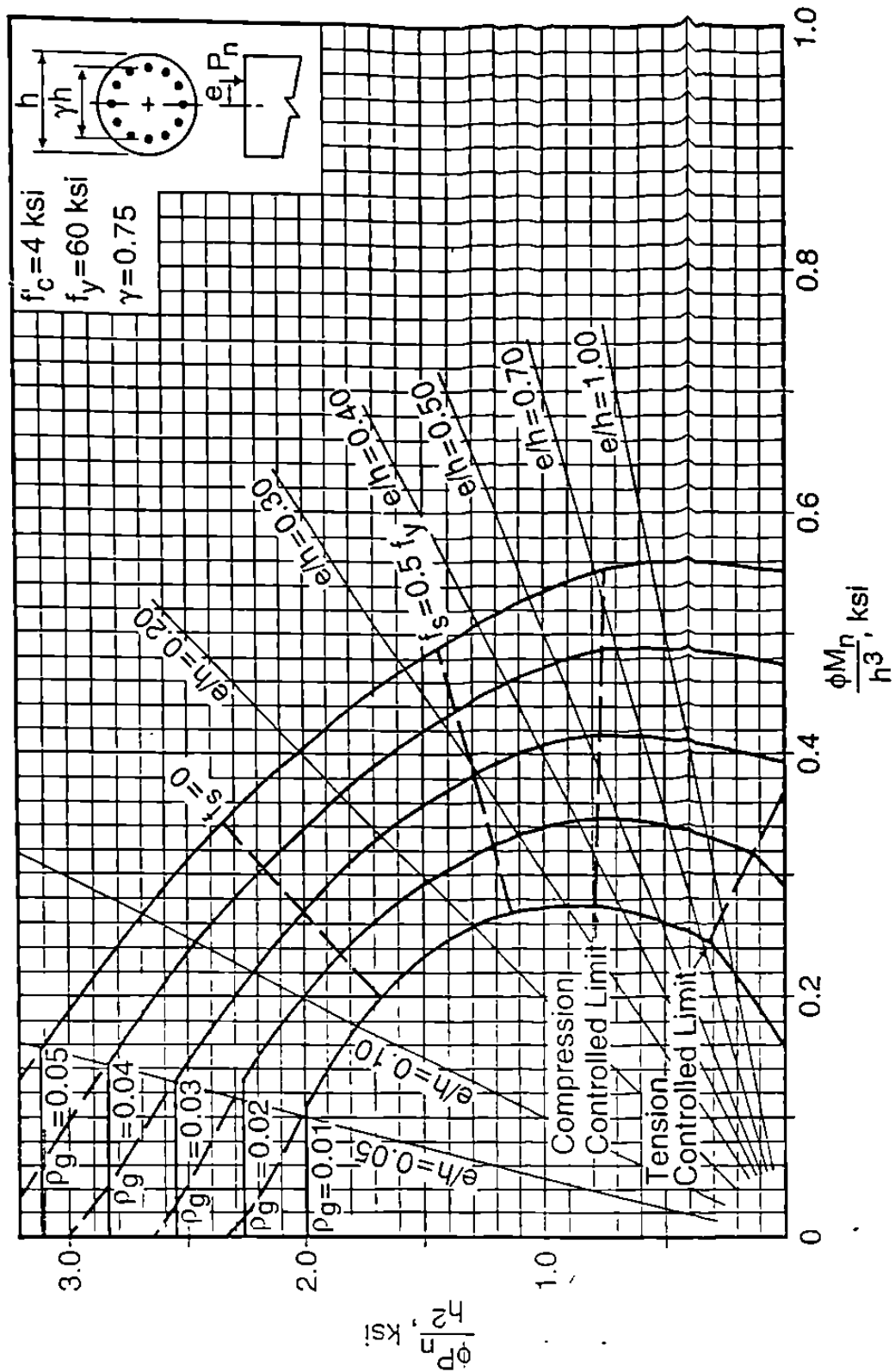


Fig. A-13
 Interaction diagrams for spiral columns, $\gamma = 0.75$.

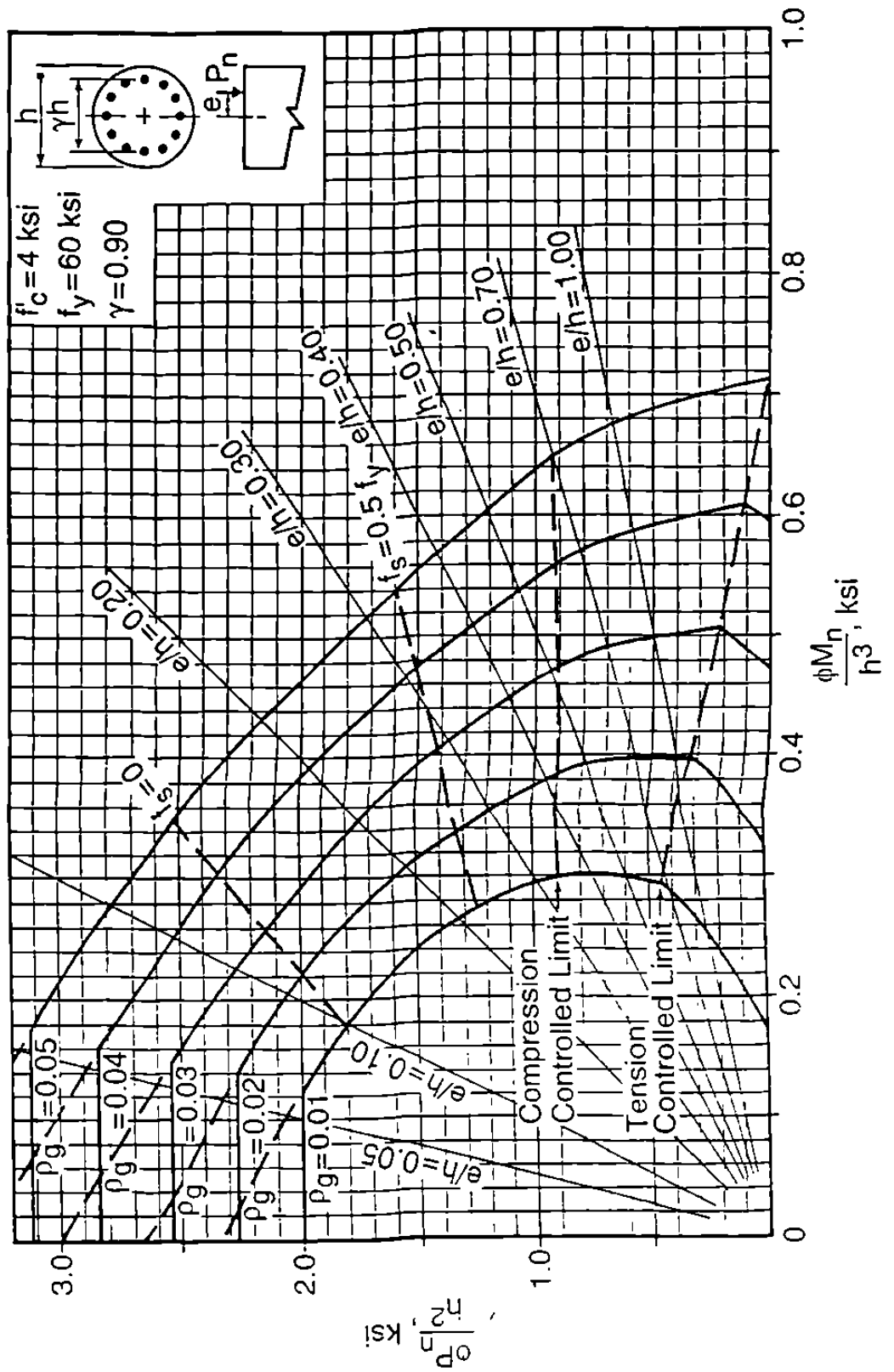


Fig. A-14
 Interaction diagrams for spiral columns, $\gamma = 0.90$.

APENDICE B

**PRUEBAS DE LABORATORIO REQUERIDAS PARA
DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO.**

Se presenta en este Apéndice una relación de las especificaciones de la Norma Oficial Mexicana que deben cumplir los agregados naturales fino y grueso para usarse en la fabricación de concreto hidráulico, exceptuando los agregados ligeros, así como los requisitos que deben cumplir las varillas corrugadas y lisas de acero, de los grados 30, 42 y 52, para refuerzo de concreto.

REFERENCIA	TITULO
NOM-C-30	Muestreo de agregados
NOM-C-71	Método de prueba para determinar terrones de arcilla en agregados naturales.
NOM-C-72	Método de prueba para determinación de partículas ligeras en los agregados.
NOM-C-73	Determinación del peso unitario de los agregados.
NOM-C-75	Determinación de la sanidad de los agregados por medio del sulfato de sodio o del sulfato de magnesio.
NOM-C-76	Método de prueba para determinar el efecto de las impurezas orgánicas en los agregados finos sobre la resistencia de los morteros.
NOM-C-77	Método de prueba para análisis granulométrico de agregados fino y grueso.
NOM-C-83	Determinación de la resistencia a la compresión de cilindros de concreto.
NOM-C-84	Método de prueba para determinar por medio de lavado de materiales que pasan la malla No. 200 en agregados minerales.
NOM-C-88	Determinación de impurezas orgánicas en el agregado fino (Arena), para concretos.
NOM-C-164	Determinación del peso específico y de la absorción del agregado grueso.
NOM-C-165	Determinación del peso específico y absorción del agregado fino.
NOM-C-166	Determinación del contenido total de humedad de los agregados, mediante secado.
NOM-C-170	Reducción de las muestras de agregados, obtenidas en el campo, al tamaño requerido para las pruebas.
NOM-C-180	Método de prueba para la determinación de la reactividad potencial de los agregados con los álcalis del cemento por medio de barras de mortero

NOM-C-191	Determinación de la resistencia a la flexión del concreto (usando una viga simple, con carga en los tercios del claro).
NOM-C-196	Resistencia a la abrasión de los agregados gruesos de tamaño grande usando la máquina de los angeles.
NOM-C-205	Determinación de la resistencia del concreto a la congelación y deshielo acelerados.
NOM-C-219	Resistencia a la abrasión de agregados gruesos de tamaño pequeño usando la máquina de los angeles.
NOM-C-265	Examen petrografico de los agregados para concreto.
NOM-C-270	Resistencia al rayado de las partículas del agregado grueso.
NOM-C-271	Agregadps - Reactividad potencial (método químico).
NOM-C-272	Reactividad potencial de rocas de carbonatos en agregados para concreto con los alcalis (Método de cilindro de roca).
NOM-C-282	Agregados para concreto - Cambio potencial de volumen de combinaciones cemento-agregado.
NOM-C-231	Industria siderurgica - Cribas de laboratorio para clasificación de materiales granulares - Especificaciones.
NOM-B-1	Métodos de análisis químico para determinar la composición de aceros y fundiciones.
NOM-B-78	Métodos de análisis fotométricos para determinar la composición química de aceros y fundiciones.
NOM-B-113	Prueba de doblado para productos de acero
NOM-B-310	Métodos de prueba a la tensión para productos de acero
NOM-B-434	Método de prueba para determinar el peso unitario y el área transversal de las varillas lisas y corrugadas para refuerzo de concreto.

Se recomienda al lector consultar las especificaciones de la ASTM (American Society of Testing Materials) para complementar estas Pruebas.

APENDICE C.

BIBLIOGRAFIA

- C – 1.- Reglamento para las construcciones de Concreto Estructural y comentarios ACI 318 – 95 y ACI 318 R – 95.
- C – 2.- Reinforced Concrete Mechanics and design.
Third Edition, Jamex G. Mc. Gregor.
- C – 3.- Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado.
Tercera Edición.
González Cuevas – Robles.
Limusa.
- C – 4.- Concreto Reforzado
Edward G. Nawy
Prentice Hall.
- C – 5.- Diseño de Estructuras de Concreto.
Arthur H. Nilson – George Winter.
11ª. Edition.
Mc. Graw Hill.
- C – 6.- Theory of Elastic Stability.
S.P. Timoshenki and J. M. Gere.
3ª. Ed. Mc. Graw Hill.
- C – 7.- Mecánica de Materiales.
Gere – Timoshenko
3ª. Ed. Grupo Editorial Iberoamérica.
- C – 8 - CRSI Handbook
7ª Ed Concrete Reinforcing Steel Institute
- C – 9 - Concreto Reforzado en Ingeniería
Boris Bresler. Ed. Limusa
- C – 10 - Estructuras de Concreto Reforzado
R Park y T Paulay Ed Limusa
- C – 11 - Fundamentos de Concreto Reforzado
Phil M. Ferguson. CECSA

CONCLUSIONES

Se pretende en el presente trabajo aplicar en forma directa a las leyes de la estática y el comportamiento del concreto reforzado.

Tomando en cuenta no solo las ecuaciones de diseño sino también aspectos prácticos de la construcción.

Se cubre lo necesario para un primer curso a nivel Licenciatura de Concreto Reforzado en lo referente a flexión, cortante, desarrollo, columnas y análisis P- Δ de marcos.

Se intenta que sean de utilidad para el lector los ejemplos completos y detallados paso a paso que aunque algunos se presentan en el Sistema Inglés o internacional, se pretende que al estudiante le sirva de práctica la conversión al sistema métrico utilizando el Reglamento ACI 318-95 en su versión en español.

Se recomienda al lector documentarse en el estudio de los materiales (concreto y acero de refuerzo), serviciabilidad (agrietamiento) vigas continuas y losas en una dirección, losas en dos direcciones, cimentaciones, juntas, ménsulas, muros de cortante y en el diseño de estructuras de concreto resistentes a sismos para intentar lograr un nivel competitivo que requiere la práctica de un Diseñador Profesional.

Agradezco la crítica y los comentarios que enriquezcan la calidad y amplitud de este modesto trabajo con la sana intención de hacerlo más útil (tanto como consulta para cualquier lector interesado como y en forma especial) para mejorar el nivel académico de nuestros estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Autónoma de Nuevo León, de la cual me siento orgulloso de pertenecer.

Javier Garza Cortina.

RESUMEN AUTOBIOGRAFICO

JAVIER GARZA CORTINA

Candidato para el Grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en
Ingeniería Estructural



Tesis: UN TEXTO PARA LA ENSEÑANZA DEL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO CONFORME AL REGLAMENTO ACI 318-95.

Campo de Estudio: Ingeniería Estructural

Biografía: Datos personales: Nace en Pesquería, Nuevo León, hijo de Irineo Garza Gómez y Alicia Cortina Gutiérrez.

Educación: Egresado de la Universidad Autónoma de Nuevo León, con Licenciatura en Ingeniería Civil en 1970, estudiando posteriormente la Especialidad en Vías Terrestres y la Maestría en Ingeniería Estructural.

Experiencia Profesional: De 1968 a 1975 Director de la Empresa Concreto, S.A., filial del Grupo Industrial de la Construcción. De 1975 a 1978 Calculista de la Empresa Losas Reticulares, S.A. de C.V. Desde 1973 a la fecha Catedrático de la Facultad de Ingeniería Civil de la U.A.N.L. en Álgebra, Estática, Resistencia de Materiales, Cálculo Diferencial e Integral, Dibujo, Análisis Estructural y Diseño de Estructuras de Acero y Concreto Reforzado. Diseño, Supervisión y Construcción de Obras en la localidad desde 1969.

