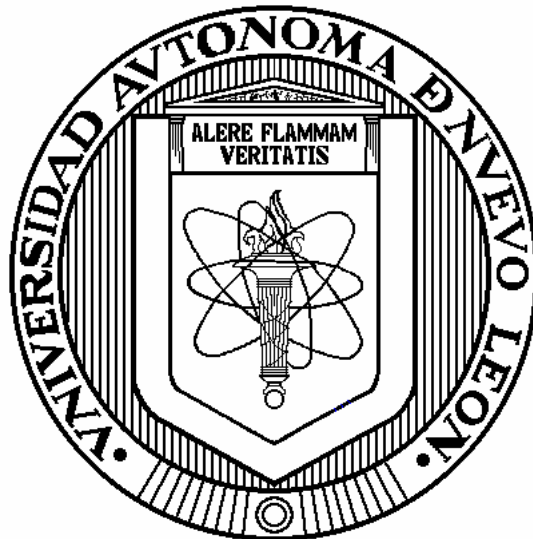


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



ANÁLISIS DE OSCILACIONES INTERÁREA COMPLEJAS Y  
CARACTERIZACIÓN DE SUS ATRIBUTOS INSTANTÁNEOS  
EN SISTEMAS DE MONITOREO DE ÁREA AMPLIA

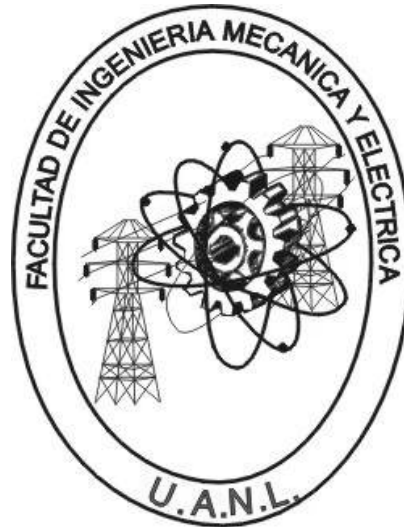
POR  
ING. AARÓN ARREDONDO GARCÍA

TESIS  
EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

CD. UNIVERSITARIA

FEBRERO DEL 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



ANÁLISIS DE OSCILACIONES INTERÁREA COMPLEJAS Y  
CARACTERIZACIÓN DE SUS ATRIBUTOS INSTANTÁNEOS  
EN SISTEMAS DE MONITOREO DE ÁREA AMPLIA

POR  
ING. AARÓN ARREDONDO GARCÍA

TESIS  
EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

CD. UNIVERSITARIA

FEBRERO DEL 2011

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis “ANÁLISIS DE OSCILACIONES INTERÁREA COMPLEJAS Y CARACTERIZACIÓN DE SUS ATRIBUTOS INSTANTÁNEOS EN SISTEMAS DE MONITOREO DE ÁREA AMPLIA” realizada por el alumno ING. Aarón Arredondo García, matrícula 0991896 sea aceptada por su defensa como opción al grado de Maestro en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica con Orientación en Sistemas Eléctricos de Potencia.

El Comité de Tesis

---

Asesor:

Dr. Manuel Antonio Andrade Soto

---

Coasesor:

Dr. Ernesto Vázquez Martínez

---

Coasesor:

Dr. Arturo Conde Enríquez

---

Vo. Bo.

Dr. Moisés Hinojosa Rivera  
División de Estudios de Posgrado

Cd. Universitaria, a Febrero del 2011

# RESUMEN

Publicación No. \_\_\_\_\_

Aarón Arredondo García, M. C. en Ingeniería Eléctrica  
Universidad Autónoma de Nuevo León, 2011

**Profesor Asesor: Dr. Manuel Antonio Andrade Soto**

El sistema eléctrico de potencia (SEP) tiene el objetivo de proveer energía eléctrica a las cargas en todo momento de una manera confiable, eficiente y segura. Los sistemas eléctricos de potencia operan en la actualidad como grandes sistemas interconectados. Tales sistemas interconectados son sistemas de distribución de energía eléctrica en donde existen múltiples fuentes de energía las cuales están disponibles con el fin de suministrar energía en todo tiempo y bajo cualquier escenario de operación. Es deseable en los sistemas eléctricos de potencia mantener márgenes de estabilidad establecidos y detectar con prontitud y exactitud el comportamiento del sistema a fin de efectuar acciones de control en la operación del SEP.

Aunque la naturaleza y comportamiento de los SEP sean extremadamente complejos, es importante efectuar la caracterización de los mismos a fin de que sean tomados en cuenta para su diseño, control y operación. Numerosas herramientas de análisis han sido utilizadas para analizar los SEP, sin embargo muchas de estas asumen que los sistemas son lineales o estacionarios. Esto causa que los resultados obtenidos sean limitados o bien carezcan de información relevante. Tal es el caso de la transformada de Fourier y variantes de esta. Otros métodos, como el método de Prony y métodos auto regresivos han tenido basta aplicación en el análisis de los sistemas eléctricos de potencia, sin embargo no incluyen las características no lineales de los mismos y además, cabe

mencionar que para lograr resultados aceptables, deben realizarse aproximaciones de alto orden.

Se ha demostrado en la literatura relacionada al análisis de SEP que la transformada Wavelet y los métodos basados en descomposición ortogonal empírica son herramientas muy eficientes capaces de capturar las características no lineales del sistema y detectar las componentes que determinan el comportamiento del sistema. También, la transformada Hilbert-Huang ha sido utilizada ampliamente para analizar y caracterizar las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia.

En este trabajo de investigación se tiene la intención de ahondar en el uso de la herramienta de análisis de la transformada Hilbert-Huang aplicándola al análisis y caracterización de las oscilaciones de potencia de los sistemas eléctricos de potencia. Esto por medio de analizar señales eléctricas obtenidas por medio de unidades de medición fasorial en sistemas de monitoreo de área amplia. Así, mediante este estudio, poder determinar el comportamiento del sistema eléctrico, siendo capaz de detectar anticipadamente escenarios de operación no deseados que puedan llevar a un colapso o trastorno del SEP.

El presente documento describe las herramientas de análisis empleadas, la consideración de algunos aspectos importantes para la realización del análisis y la aplicación a mediciones reales provenientes de sistemas interconectados en redes de área amplia.

# Agradecimientos

# Dedicatoria

# Contenido

<b>Resumen</b>	ii
<b>Agradecimientos</b>	iv
<b>Dedicatoria</b>	v
<b>Contenido</b>	vi
<b>Lista de Tablas</b>	ix
<b>Lista de Figuras</b>	ix
<b>Capítulo 1</b>	
<b>Introducción</b>	
1.1 Motivación	1
1.2 Planteamiento del problema	2
1.3 Antecedentes	3
1.4 Objetivos de la tesis	4
1.4.1 Objetivos específicos	4
1.5 Alcances	5
1.6 Organización de la tesis	5
Referencias	6
<b>Capítulo 2</b>	
<b>Revisión de métodos de análisis</b>	
2.1 Introducción	9
2.2 Métodos de identificación de parámetros modales	10
2.2.1 Método de Prony	10
2.2.2 Métodos auto-regresivos	12
2.2.3 Método de mínimos cuadrados	15
2.3 Métodos espectrales no paramétricos	17
2.3.1 Espectro de Potencia	18
2.3.2 Espectros de alto orden	19
2.4 Métodos de identificación de parámetros instantáneos	21
2.4.1 Transformada Wavelet	21
2.4.2 Análisis Ortogonal Empírico	22
2.4.3 Transformada Hilbert	25
2.4.4 Transformada Hilbert-Huang	28
2.5 Conclusiones	29
Referencias	30



## Capítulo 3

### **Características modales e instantáneas de un sistema**

3.1	Introducción	33
3.2	Características modales de un sistema dinámico	34
3.2.1	Sistemas dinámicos oscilatorios y su respuesta modal	35
3.2.1.1	Sistema masa-resorte	35
3.2.1.2	Circuito RLC	37
3.3	Identificación de eigenvalores a partir de las componentes de frecuencia y amplitud modulada de una señal	40
3.4	Obtención de las características instantáneas y los eigenvalores mediante la transformada Hilbert-Huang	42
3.4.1	Descomposición modal empírica	42
3.4.2	Transformada de Hilbert	44
3.4.3	Obtención de eigenvalores mediante las características instantáneas	47
3.5	Cálculo del ángulo de fase	54
3.6	Conclusiones	55
	Referencias	56

## Capítulo 4

### **Cálculo de características instantáneas mediante el método de cuadratura**

4.1	Introducción	58
4.2	Componente de cuadratura de una señal	59
4.2.1	Teorema de Bedrosian	60
4.2.2	Teorema de Nuttal	62
4.2.3	Método de cuadratura	63
4.2.4	Algoritmo del método de cuadratura	64
4.2.5	Comparación de las características instantáneas obtenidas mediante el método de cuadratura con las obtenidas mediante la señal analítica	65
4.3	Aplicación del método de cuadratura	71
4.3.1	Sistema de sexto orden	72
4.3.1.1	Aproximación numérica de características instantáneas para cálculo de los eigenvalores	76
4.4	Método $\sigma$ EMD	78
4.5	Conclusiones	82
	Referencias	82

## Capítulo 5

### **Análisis de oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de transmisión**

5.1	Introducción	84
5.2	Sistema de estudio I	86
5.2.1	Descripción del sistema y consideraciones	87
5.2.2	Estudio de pequeña señal del sistema	89
5.2.3	Análisis espectral	89
5.2.4	Análisis comparativo de la dinámica instantánea del sistema empleando los métodos EMD y $\sigma$ -EMD	91
5.2.4.1	Identificación de modos oscilatorios críticos mediante las características instantáneas	95
5.2.4.2	Detección de amortiguamiento crítico	101
5.2.5	Dinámica ángulo-frecuencia del sistema interconectado	104
5.3	Sistema de estudio II	106
5.3.1	Descripción del sistema y consideraciones	107
5.3.2	Estudio de pequeña señal del sistema	109
5.3.3	Análisis espectral	111
5.3.4	Análisis mediante el método de descomposición modal empírica (EMD) y el método de cuadratura	112
5.3.4.1	Identificación de modos mediante características instantáneas	116
5.3.4.2	Detección de amortiguamiento crítico	118
5.4	Conclusiones	122
	Referencias	123

## Capítulo 6

### **Conclusiones y recomendaciones**

6.1	Conclusiones	126
6.2	Aportaciones	128
6.3	Trabajos futuros	129

# Lista de Tablas

	Pág.
<b>Tabla 3.1.</b> Proceso de descomposición y separación de componentes de una señal	41
<b>Tabla 3.2.</b> Características del sistema lineal invariante en el tiempo de sexto orden	48
<b>Tabla 3.3.</b> Comparación de parámetros obtenidos mediante la aplicación de la transformada Hilbert-Huang y el método de Prony a la respuesta del sistema de sexto orden	53
<b>Tabla 4.1.</b> Parámetros del sistema de sexto orden	72
<b>Tabla 4.2.</b> Parámetros del sistema de sexto orden obtenidos mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert	77
<b>Tabla 5.1.</b> Eigenvalores de interés para el análisis del sistema mexicano interconectado	89
<b>Tabla 5.2.</b> Resumen de parámetros obtenidos en el sistema mexicano	103
<b>Tabla 5.3.</b> Detalle de oscilaciones observadas en el sistema eléctrico estadounidense	109
<b>Tabla 5.4.</b> Resumen y comparación de parámetros obtenidos en el sistema estadounidense	120

# Lista de Figuras

<b>Figura 2.1.</b> Modelo ARMA	13
<b>Figura 2.2.</b> Modelo de análisis espectral	17
<b>Figura 2.3.</b> Parámetros de una señal en el plano cartesiano	27
<b>Figura 3.1.</b> Sistema masa-resorte	35

<b>Figura 3.2.</b> Circuito RLC	37
<b>Figura 3.3.</b> Respuesta oscilatoria del sistema de sexto orden	48
<b>Figura 3.4.</b> Proceso EMD de la señal del sistema de sexto orden	49
<b>Figura 3.5.</b> Primera IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden	50
<b>Figura 3.6.</b> Segunda IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden	51
<b>Figura 3.7.</b> Tercera IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden	52
<b>Figura 4.1.</b> Regiones de integración del teorema de Bedrosian a) funciones reales y b) funciones complejas	62
<b>Figura 4.2.</b> IMF típica y su componente de cuadratura	66
<b>Figura 4.3.</b> Fase instantánea de una IMF típica	67
<b>Figura 4.4.</b> Frecuencia instantánea de una IMF típica	68
<b>Figura 4.5.</b> IMF típica y su envolvente o componente de AM	69
<b>Figura 4.6.</b> Plano de fase de una IMF típica	70
<b>Figura 4.7.</b> Plano de fase de la componente de FM de una IMF típica	71
<b>Figura 4.8.</b> IMF's del sistema de sexto orden	73
<b>Figura 4.9.</b> Frecuencia instantánea para cada IMF obtenidas mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert	74
<b>Figura 4.10.</b> Amortiguamiento instantáneo obtenido para cada IMF mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert	75
<b>Figura 5.1.</b> Áreas de control en el sistema eléctrico mexicano	86

<b>Figura 5.2.</b> Diagrama unifilar simplificado del sistema eléctrico mexicano	87
<b>Figura 5.3.</b> Señales de flujo de potencia activa en el sistema mexicano Interconectado	88
<b>Figura 5.4.</b> Detalle del flujo de potencia en la línea SEG08-SEG09	88
<b>Figura 5.5.</b> Espectro de Fourier de señales de flujo de potencia activa del sistema mexicano	90
<b>Figura 5.6.</b> IMF's de flujo de potencia activa de línea SEG08-SEG09	92
<b>Figura 5.7.</b> IMF's de flujo de potencia activa de línea NEG07-NES07	93
<b>Figura 5.8.</b> IMF's de la señal de frecuencia en subestación NEG07	94
<b>Figura 5.9.</b> Características instantáneas de IMF 3 de flujo de potencia SEG08-SEG09	96
<b>Figura 5.10.</b> Características instantáneas de IMF 4 de flujo de potencia SEG08-SEG09	96
<b>Figura 5.11.</b> IMF's de flujo de potencia en línea SEG08-SEG09 de área 5 con método $\sigma$ EMD	98
<b>Figura 5.12.</b> Frecuencias instantáneas para IMF's de flujo de potencia en línea SEG08-SEG09 obtenidas con el método $\sigma$ EMD	100
<b>Figura 5.13.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 3 de flujo de potencia SEG08-SEG09	101
<b>Figura 5.14.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de flujo de potencia SEG08-SEG09	102
<b>Figura 5.15.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 5 de flujo de potencia SEG08-SEG09	102
<b>Figura 5.16.</b> Dinámica ángulo-frecuencia en el sistema mexicano Interconectado	104
<b>Figura 5.17.</b> Interfaz gráfica para ejecución en tiempo real	105
<b>Figura 5.18.</b> Interconexiones en el sistema eléctrico estadounidense	106

<b>Figura 5.19.</b> Diagrama unifilar de la interconexión Occidente del sistema estadounidense	107
<b>Figura 5.20.</b> Señal de flujo de potencia Malin-Round Mountain #1	108
<b>Figura 5.21.</b> Oscilaciones de potencia antes y después de pérdida de línea Keeler-Allston	110
<b>Figura 5.22.</b> Espectro de Fourier de señal de potencia de línea Malin-Round Mountain #1	111
<b>Figura 5.23.</b> IMF's de primera ventana de flujo de potencia en línea Malin-Round Mountain #1	113
<b>Figura 5.24.</b> IMF's de segunda ventana de análisis en línea Malin-Round Mountain #1	114
<b>Figura 5.25.</b> IMF's de tercera ventana de análisis en línea Malin-Round Mountain #1	115
<b>Figura 5.26.</b> Características instantáneas de IMF 4 de primera ventana de análisis	116
<b>Figura 5.27.</b> Características instantáneas de IMF 4 de segunda ventana de análisis	117
<b>Figura 5.28.</b> Características instantáneas de IMF 4 de tercera ventana de análisis	117
<b>Figura 5.29.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de primera ventana de análisis	118
<b>Figura 5.30.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de segunda ventana de análisis	119
<b>Figura 5.31.</b> Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de tercera ventana de análisis	119
<b>Figura 5.32.</b> Comportamiento de la frecuencia y razón de amortiguamiento para el modo oscilatorio crítico del apagón del 10 de Agosto de 1996	121

# Capítulo 1

## Introducción

*En el presente capítulo se hace una breve descripción de la investigación contenida en este proyecto de tesis. Primero, se menciona la motivación para la realización del proyecto. Se introducen las principales problemáticas encontradas al analizar las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia, mencionando las consideraciones que son necesarias al efectuar este tipo de análisis y se describen los antecedentes relacionados a este trabajo de investigación. Finalmente, se describen los objetivos de este proyecto de tesis y se indica la manera en la que cada capítulo será desarrollado.*

### 1.1 Motivación

El análisis y la caracterización de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas eléctricos de potencia es un área crucial cuyo estudio ha aumentado en importancia en los últimos años. Debido a la naturaleza de los fenómenos por los que son producidas las oscilaciones en los sistemas eléctricos de potencia, éstas manifiestan características altamente dinámicas y complejas, ya que involucran la interacción de un gran número de elementos en el sistema [1]-[3].

Tal interacción, así como la influencia de los distintos controles que operan en el SEP, en conjunto con los mecanismos dinámicos que gobiernan las variaciones de los modos oscilatorios, son aspectos que aunque son sumamente

relevantes en la operación del sistema, no son fácilmente analizables empleando las técnicas que se usan tradicionalmente en los sistemas de potencia.

Mediante estudios recientes sobre las oscilaciones inter-área causadas por diferentes disturbios en el sistema se ha comprobado que muchas de las oscilaciones analizadas revelan fenómenos complejos relacionados con no linealidades del comportamiento del sistema, así como variaciones espacio-temporales e interacciones modales [4]-[6].

Cabe señalar que el comportamiento no estacionario de la respuesta en el tiempo de los sistemas de potencia sea tal vez principalmente porque el sistema está sometido a efectos causados por fallas consecutivas en distintas partes del sistema, distintas acciones de control o bien por cambios en la topología del sistema y condiciones de operación normales.

Se puede concluir que el análisis que se realiza a los sistemas eléctricos de potencia con el propósito de entender las características dinámicas del mismo debe tomar en cuenta todas estas características mencionadas, así como a los distintos esquemas de operación a los que el sistema está sometido.

## **1.2 Planteamiento del problema**

Los sistemas eléctricos de potencia son sistemas dinámicos extremadamente complejos que por lo general poseen muchos grados de libertad. Esto ofrece un gran reto en cuanto a su simulación y análisis. Es realmente necesario y fundamental, efectuar una determinación eficiente de las características dinámicas del sistema, y poder detectar e identificar las distintas fuentes que causan que su respuesta sea no lineal y no estacionaria.

En cuanto a su naturaleza y dinámica, los sistemas eléctricos de potencia son procesos que varían mucho en cuanto a su comportamiento y operación. Por un lado, se tiene que los sistemas de potencia exhiben características com-



plejas debido a que están sujetos a disturbios críticos en su funcionamiento y operación; es importante entender el origen y el significado de tales características a fin de que sean tomados en cuenta para el diseño, el control y operación satisfactoria de los mismos [7], [8]. Por otro lado, también podemos decir que algunos de los diferentes factores que causan complejidad en los sistemas de potencia son las interacciones causadas por los modos oscilatorios y la dinámica misma del sistema [9].

Es imprescindible poder contar con herramientas de análisis que sean confiables, capaces de capturar de manera detallada las características del sistema y trazar su comportamiento dinámico con el fin de anticipar condiciones críticas de operación que puedan poner en riesgo de colapso al sistema.

### **1.3 Antecedentes**

En la actualidad existe una gran cantidad de métodos de análisis que han sido desarrollados con el fin de examinar lo ya mencionado. En seguida se presenta un resumen breve de los antecedentes a este proyecto de investigación.

La transformada de Fourier y variantes de ésta, ha sido empleada ampliamente en el análisis de fenómenos oscilatorios de sistemas de potencia. Un gran número de paquetes computacionales, utilizados actualmente por la industria eléctrica, hace uso de estas herramientas. Sin embargo, aunque tales herramientas permiten caracterizar el contenido frecuencial, no permiten extraer, de forma sencilla, otros parámetros como el amortiguamiento.

Herramientas de análisis como el método de Prony, y otros basados en métodos auto regresivos han tenido basta aplicación a los sistemas de potencia para la caracterización de las oscilaciones inter-área [10]-[12]. No obstante, muchos de estos métodos poseen algunas desventajas, la mayor de éstas es el hecho que se asume que los procesos a los cuales son aplicados son lineales y estacionarios. Otro detalle es que las aproximaciones que realizan generalmen-

te son de alto orden, y que estos métodos de análisis suelen ser muy susceptibles al ruido.

Otros métodos usados actualmente para predecir la respuesta no lineal de los SEP son los métodos basados en estadísticas de alto orden y representaciones tiempo-frecuencia, tales como la transformada wavelet, el análisis ortogonal empírico y la transformada Hilbert-Huang [13]-[15]. Éstas últimas han probado ser herramientas útiles para analizar y estudiar las características variantes en el tiempo presentes en sistemas no lineales pobremente amortiguados sujetos a grandes perturbaciones. Los distintos aspectos de estas herramientas de análisis se describen con mayor detalle en el Capítulo 2.

## **1.4 Objetivos de la tesis**

En este trabajo de tesis, se pretende entender los requisitos necesarios para un análisis completo y eficiente de las oscilaciones interárea de los sistemas de potencia, a fin de determinar los parámetros que caracterizan a estos.

Para ello, se propone como objetivo general, el desarrollo de una herramienta de cómputo basada en la transformada Hilbert-Huang para el análisis de información obtenida mediante unidades de medición fasorial en sistemas de monitoreo de área amplia, con la capacidad de superar las limitaciones de las herramientas de análisis tradicionales.

### ***1.4.1 Objetivos específicos***

Con el fin de desarrollar trabajo de tesis, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Investigar y desarrollar lo relacionado con la obtención de los parámetros modales de un sistema dinámico, en particular un SEP, mediante la transformada Hilbert-Huang.

- Desarrollar la herramienta de análisis en el entorno de programación de MATLAB®.
- Comparar el desempeño de la herramienta de análisis obtenida con otras herramientas de análisis.

## 1.5 Alcances

Al realizar este trabajo de investigación se desarrolla una plataforma de cómputo para el análisis de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas eléctricos de potencia, y se tiene por meta lograr los siguientes alcances:

- Mejorar los algoritmos de análisis de la transformada Hilbert-Huang (HHT) al obtener la componente analítica de la señal en análisis mediante el método de cuadratura como un método alternativo a la transformada de Hilbert dentro del algoritmo HHT.
- Establecer una nueva condición de convergencia para el método de descomposición modal empírica (EMD) de la HHT con el fin de lograr un cálculo más exacto de la frecuencia instantánea.
- Validar los algoritmos mediante su aplicación a datos provenientes de sistemas eléctricos de potencia reales.

## 1.6 Organización de la tesis

En Capítulo 1 se describe la motivación para la realización de este proyecto. Se presenta de manera básica el planteamiento del problema, los antecedentes y los objetivos propuestos para la realización del proyecto, culminando con un resumen de los alcances del proyecto y una descripción de la organización de la tesis. Se incluyen las referencias al final del capítulo para facilitar su localización por parte del lector. Se sigue el mismo principio en toda la tesis.

En el Capítulo 2 se examinan algunas de las herramientas que han sido utilizadas tradicionalmente en el análisis de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia. Se hace énfasis en las características que son necesarias identificar en cuanto al comportamiento y la operación de los sistemas eléctricos de potencia.

En el Capítulo 3 se describe el procedimiento para analizar un sistema dinámico por medio de la transformada Hilbert-Huang con el propósito de determinar los parámetros que caracterizan el sistema.

En el Capítulo 4 se describe la aplicación del método de cuadratura para el cálculo eficiente y exacto de las características instantáneas al analizar una señal de una sola componente frecuencial, comparándolo con lo obtenido mediante la transformada de Hilbert.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos al analizar oscilaciones inter-área de dos sistemas de estudio. Para los resultados del análisis de cada sistema de estudio se hace una breve comparación con otras herramientas de análisis y se evalúan los resultados obtenidos.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones de este proyecto de investigación, las aportaciones realizadas y posibles consideraciones para la realización de trabajos futuros.

## Referencias

- [1] J. F. Hauer, y J. G. DeSteese, “A tutorial on detection and characterization of special behavior in large electric power systems,” Pacific Northwest National Laboratory, Richland, WA, Reporte Técnico PNL-14655, Julio 2004.
- [2] S, Liu, A. R. Messina, y V. Vittal, “Characterization of nonlinear modal interaction using normal forms and Hilbert analysis,” en *Proceedings*

- of the 2004 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition*, pp. 1113-1118, vol. 2, 10-13 Oct. 2004.
- [3] D. Ruiz-Vega, A. R. Messina, y G. Enríquez-Harper, “Analysis of inter-area oscillations via non-linear time series analysis techniques,” en *Proceedings of the 15<sup>th</sup> Power Systems Computation Conference*, 7ecompo 32, artículo 2, pp. 1-7, 22-26 Ago. 2005.
- [4] A. R. Messina, y V. Vittal, “Nonlinear, non-stationary analysis of inter-area oscillations via Hilbert spectral analysis,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 1234-1241, Ago. 2006.
- [5] A. R. Messina, V. Vittal, D. Ruiz-Vega, y G. Enríquez-Harper, “Interpretation and visualization of wide-area PMU measurements using Hilbert analysis,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1763-1771, Nov. 2006.
- [6] D. J. Trudnowski, M. K. Donnelly, y J. F. Hauer, “A procedure for oscillatory parameter identification,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 2049-2055, Nov. 1994.
- [7] A. R. Messina, J. M. Ramirez, y J. M. Cañedo C., “An investigation on the use of power system stabilizers for damping inter-area oscillations in longitudinal power systems,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 2, pp. 552-559, Mayo 1998.
- [8] M. Nayebzadeh, y A. R. Messina, “Advanced concepts of analyzing static Var compensators to damp inter-area oscillation modes,” en *European Transactions on Electrical Power*, vol. 9, no. 3, pp. 159-165, Mayo/Jun. 1999.
- [9] P. Esquivel, E. Barocio, M. A. Andrade, y F. Lezama, “Complex empirical orthogonal function analysis of power system oscillatory dynamics,” en *Inter-area Oscillations in Power Systems: A Nonlinear and Nonstationary Perspective*, ed. A. R. Messina, New York: Springer, 2009, pp. 159-188.
- [10] J. F. Hauer, “Application of Prony analysis to the determination of

- modal content and equivalent models for measured power system response,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 1062-1068, Ago. 1991.
- [11] J. F. Hauer, C. J. Demeure, y L. L. Scharf, “Initial results in Prony analysis of power system response signals,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 80-89, Feb. 1990.
- [12] R. W. Wies, J. W. Pierre, y D. J. Trudnowski, “Use of ARMA block processing for estimating stationary low-frequency electromechanical modes of power systems,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 167- 173, Feb. 2003.
- [13] A. R. Messina, y V. Vittal, “Assessment of nonlinear interaction between nonlinearly coupled modes using higher order spectra,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 375- 383, Feb. 2005.
- [14] M. Ruzzene, A. Fasana, L. Garibaldi, y B. Piombo, “Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform: Application to real data,” en *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 11, No. 2, pp. 207-218, Marzo 1997.
- [15] A. R. Messina, y V. Vittal, “Extraction of dynamic patterns from wide-area measurements using empirical orthogonal functions,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 682-692, Mayo 2007.

# Capítulo 2

## Revisión de métodos de análisis

*Los métodos de análisis, empleados por la industria eléctrica, pueden ser clasificados básicamente en tres grupos: los métodos paramétricos, los métodos no paramétricos y los métodos de obtención de características instantáneas. Para cada uno de los grupos mencionados en este capítulo se indican sus principales ventajas y desventajas, así como una breve descripción de su formulación matemática y analítica, a fin de evaluar la necesidad de implementar técnicas de análisis que salven las limitaciones exhibidas por tales métodos.*

### 2.1 Introducción

Numerosos métodos de análisis han sido desarrollados para describir las características y el comportamiento de un sistema dinámico [1]-[4]. Existen ciertas ventajas y desventajas en la aplicación de estos métodos dependiendo del análisis y resultados deseados.

Los métodos que más se han aplicado a los sistemas de potencia son los que obtienen parámetros modales, debido a que mediante con éstos es posible determinar funciones de transferencia y establecer modelos que describen el sistema. Su limitación radica, básicamente, en los modelos de alto orden que necesitan aproximarse para obtener los mejores resultados y las consideraciones bajo las cuales son aplicados. Por otro lado, los métodos *no paramétricos* y aquellos con los que se obtienen las características instantáneas suelen

proporcionar valiosa información.

## 2.2 Métodos de identificación de parámetros modales

Los métodos usados para la identificación de parámetros modales, *i.e.* amplitud, frecuencia, amortiguamiento, fase, tienen por objetivo principal hacer una aproximación de la señal a fin de conocer el comportamiento del sistema. En los sistemas eléctricos de potencia es de suma importancia conocer los parámetros relacionados con sus modos de oscilación. En esta sección se presentan algunos métodos paramétricos que han sido utilizados ampliamente para el análisis en los sistemas eléctricos de potencia.

### 2.2.1 Método de Prony

El análisis de Prony ha sido un método ampliamente utilizado para el análisis de las oscilaciones electromecánicas de los sistemas eléctricos de potencia. El análisis de Prony no es solamente un método de análisis de señales, sino que también, un método de identificación de sistemas debido a que por medio de los parámetros obtenidos en el análisis se puede conocer el comportamiento del sistema y a la vez reconstruir la señal oscilatoria en el tiempo [1] y [2].

El análisis de Prony consiste en obtener, a partir de una señal medida, una combinación lineal de sinusoides exponencialmente amortiguadas, de tal manera que pueda realizarse una estimación directa de la amplitud, frecuencia y fase de los modos oscilatorios contenidos en la señal.

El método de Prony, así como las extensiones o modificaciones del mismo, están diseñados para estimar directamente los parámetros de una señal por medio de aproximar una función a una determinada ventana de datos de la señal original  $y(t)$ , de la forma:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^Q A_i e^{\sigma_i t} \cos(2\pi f_i t + \phi_i) \quad (2.1)$$



donde los términos  $A$ ,  $\sigma$ ,  $f$  y  $\phi$  se refieren a la amplitud, el amortiguamiento, la frecuencia y fase de la señal respectivamente.

Suponiendo que la ventana de datos consiste en  $N$  muestras para  $y(t_k) = y(k)$  donde  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  y que están espaciadas igualmente por  $\Delta t$ . De la misma manera, ignorando el contenido de ruido y asumiendo que no hay polos repetidos, se puede simplificar a:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^P B_i e^{\lambda_i t} \quad (2.2)$$

donde  $\lambda_i$  es el  $i$ -ésimo polo o modo. Si hacemos  $t = t_k$  el tiempo de muestreo, entonces, (2.2) puede ser convertida en la forma de tiempo discreto:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^P B_i z_i^k, \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.3)$$

donde  $z_i = e^{\lambda_i \Delta t}$  es el polo de tiempo discreto. De tal manera que el objetivo inmediato es encontrar los términos  $B_i$  y  $z_i$  que dan por resultado  $\hat{y}(k) = y(k)$  para todo valor de  $k$ .

Entonces, (2.3) puede ser expandida en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(P-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_n^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_n^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{P-1} & z_2^{P-1} & \dots & z_n^{P-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{P-1} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

lo cual, también puede ser expresado de una manera compacta como:

$$\mathbf{ZB} = \mathbf{Y} \quad (2.5)$$

por ende, podemos saber que si los términos  $z_i$  pueden ser encontrados, entonces los eigenvalores  $\lambda_i$  pueden ser calculados mediante  $z_i = e^{\lambda_i \Delta t}$ . Los valores en

$z_i$  son las raíces de un polinomio de  $n$ -ésimo orden con unos coeficientes  $a_i$  desconocidos que satisfacen la ecuación:

$$z^n - (a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_n z^0) = 0 \quad (2.6)$$

Enseguida se construye una matriz de dimensión  $(1 \times N)$ :

$$\bar{\mathbf{A}} = [-a_n \quad -a_{n-1} \quad \dots \quad -a_1 \quad 1 \quad \dots \quad 0] = [-a \quad 1 \quad 0] \quad (2.7)$$

Al aplicar en la ecuación (2.6) y reordenando un poco obtenemos:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{Y} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{Z}\mathbf{B} \quad (2.8)$$

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{Y} = \mathbf{y}(n) - [a_1 \mathbf{y}(n-1) + \dots + a_n \mathbf{y}(0)] \quad (2.9)$$

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{Z}\mathbf{B} = B_1 [z_1^n - (a_1 z_1^{n-1} + a_2 z_1^{n-2} + \dots + a_n z_1^0)] + \dots = 0 \quad (2.10)$$

Se puede llegar a una representación en forma matricial de la forma:

$$\begin{bmatrix} y(n-1) & y(n-2) & \dots & y(0) \\ y(n-0) & y(n-1) & \dots & y(1) \\ y(n+1) & y(n-0) & \dots & y(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y(N-2) & y(N-3) & \dots & y(N-n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(n+0) \\ y(n+1) \\ y(n+2) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

La solución de esta expresión da por resultado el polinomio en el dominio  $z$ , de donde se pueden obtener las raíces  $z_i$  y los eigenvalores  $\lambda_i$ . Una vez obtenidos los términos  $z_i$  también se puede obtener la magnitud  $B_i$  así como la fase inicial  $\phi_i$  para cada modo. El número de muestras, así como el número de modos, a encontrar mediante este algoritmo son variados hasta obtener la mejor aproximación de la señal.

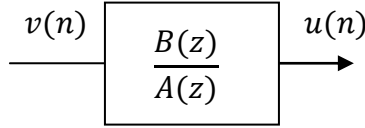
## 2.2.2 Métodos auto-regresivos

Los métodos auto-regresivos (AR) son una de las mejores herramientas que han sido usadas para el análisis espectral y tienen una muy importante ventaja, esta es, que por medio de ellos se puede estimar directamente los pará-

metros de los modos oscilatorios de una señal.

Básicamente en los métodos auto-regresivos se asume que un sistema tiene características relativamente estacionarias a fin de que pueda aplicarse a un conjunto de datos de ciertas frecuencias de interés [6].

La Figura 2.1 muestra un modelo auto-regresivo de promedio móvil (ARMA) [4].



**Figura 2.1.** Modelo ARMA.

La ecuación correspondiente a dicho sistema es:

$$u(n) + a_1 u(n-1) + \dots + a_N u(n-N) = b_0 v(n) + b_1 v(n-1) + \dots + b_M v(n-M) \quad (2.12)$$

donde  $a_1, \dots, a_N$  son los coeficientes de la ecuación característica para los polos del sistema, y  $b_1, \dots, b_M$  son los coeficientes de la ecuación para los ceros del sistema. Si  $N = 0$  el proceso es todo cero o promedio móvil (MA). Si  $M = 0$  el proceso es todo polo o proceso auto regresivo (AR). De esta manera, el proceso ARMA tiene un orden  $(N, M)$  con  $N > M$ , o bien, más polos que ceros.

Los polos del sistema, nos dan la información de los modos oscilatorios existentes en la señal, y son obtenidos mediante las raíces de la ecuación característica:

$$0 = 1 + a_1(n)z^{-1} + \dots + a_N(n)z^{-N} \quad (2.13)$$

donde los parámetros  $a_1, \dots, a_N$  son determinados por medio de la matriz de covarianza procedente de la estimación mediante los bloques de datos.

De esta manera se puede obtener una relación entre los coeficientes  $a_i$  y la función de autocorrelación  $r(k) = E\{u(n)u(n-k)\}$  de los datos de entrada. La ecuación de diferencias (2.13) puede ser manipulada con el fin de obtener una matriz de covarianza al multiplicar ambos lados de la ecuación por  $u(n-k)$  de la manera:

$$r(k) = \sum_{i=1}^N a_i r(k-i) = \sum_{j=0}^M B_j E\{v(n-j)u(n-k)\} \quad (2.14)$$

Para  $k > M$  el lado derecho de la ecuación es cero, debido a que no debe haber una correlación con los próximos datos de entrada. Por tanto, la expresión se reduce a:

$$r(k) + \sum_{i=1}^N a_i r(k-i) = 0 \quad (2.15)$$

lo cual puede ser acomodado como:

$$r(k) = - \sum_{i=1}^N a_i r(k-i) \quad (2.16)$$

Este conjunto de ecuaciones debe ser expresado en forma matricial para  $k = M+1, M+2, \dots, M+P$ , al usar la propiedad  $r(k) = r(-k)$ , donde  $P$  es el número de ecuaciones.

$$-\underline{\mathbf{r}} = \mathbf{R}\underline{\mathbf{a}} \quad (2.17)$$

donde

$$-\underline{\mathbf{r}} = [r(M+1) \quad r(M+2) \quad \dots \quad r(M+P)]^T \quad (2.18)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r(M) & r(M-1) & \dots & r(M-N+1) \\ r(M+1) & r(M) & \dots & \\ \vdots & & & \vdots \\ r(M+P-1) & \dots & & r(M-N+P) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\underline{\mathbf{a}} = [a_1 \quad a_1 \quad \dots \quad a_N]^T \quad (2.20)$$

La expresión, dada en forma matricial, explícitamente relaciona el proceso de la función de auto-correlación con los coeficientes desconocidos.

Una vez estimados los coeficientes  $a_i$ , las raíces de la ecuación característica son determinadas, y los polos del sistema son estimados como las raíces dominantes de la banda de frecuencia de interés. Los polos del dominio  $s$  son calculados mediante:

$$s_i = \frac{\ln(z_i)}{T} \text{ para } i = 1, 2, \dots, N \quad (2.21)$$

donde  $T$  es el período de muestreo y los términos  $z_i$  son las raíces de la ecuación característica en el dominio  $z$ .

### 2.2.3 Método de mínimos cuadrados

El principio de mínimos cuadrados [6] indica que los parámetros de un modelo se deben elegir de tal forma que la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de la salida observados reales y estimados multiplicada por factores que midan el grado de precisión sea un mínimo.

Si consideramos un modelo de la forma:

$$G(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \cdot z^{-d} \quad (2.22)$$

entonces, la identificación del mismo consiste en la estimación de los parámetros desconocidos  $a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m$ .

Dados los  $k + 1$  valores de la entrada y los  $k$  de la salida, la siguiente salida estimada  $\hat{y}(k + 1)$  será:

$$\hat{y}(k + 1) = \mathbf{x}_{k+1}^T \boldsymbol{\theta} \quad (2.23)$$

donde

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m] \quad (2.24)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = [-y(k), -y(k - 1), \dots, -y(k - n + 1), u(k + 1 - d), \\ u(k - d), \dots, u(k - m + 1 - d)] \quad (2.25)$$

La discrepancia entre la salida real en el instante  $k + 1$ ,  $y(k + 1)$  y la estimada  $\hat{y}(k + 1)$  viene dada por la expresión de error:

$$e(k + 1) = y(k + 1) - \hat{y}(k + 1) \quad (2.26)$$

Repetiendo el planteamiento para  $N$  medidas sucesivas, las salidas correspondientes a esos  $N$  instantes se pueden expresar mediante la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} y(k + 1) \\ y(k + 2) \\ \vdots \\ y(k + N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y(k) & -y(k - 1) & \dots & y(k - n - 1) \\ -y(k + 1) & -y(k) & \dots & -y(k - n + 2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -y(k + N - 1) & -y(k + N - 2) & \dots & -y(k - n + N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \\ b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Dicha ecuación presenta soluciones infinitas. De todas ellas se elige aquella solución que minimiza el error. En otras palabras, el estimador de

mínimos cuadrados será aquel que proporcione los valores de los parámetros que minimizarán la suma de los cuadrados de los errores  $J_k$ .

$$J_k = \frac{1}{2} \sum_{i=k+1}^{k+N} e^2(i) \quad (2.28)$$

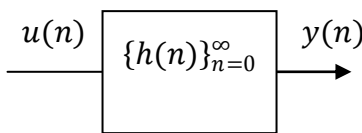
Minimizando dicho índice, los parámetros que minimizan el error se obtienen resolviendo el producto matricial:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (2.29)$$

donde la matriz  $(X^T X)$  es una matriz cuadrada, y en determinadas condiciones, que se denominan de excitación permanente, es invertible. Como consecuencia de esta característica para esta técnica de identificación no sirven las entradas usuales como escalón, impulso, etc. Ya que no provocarán una excitación permanente y hacen que dicha matriz no sea invertible.

## 2.3 Métodos espectrales *no paramétricos*

Los métodos de análisis espectral consideran que una señal está compuesta de componentes periódicas. Estos métodos permiten estimar una función de transferencia a partir de los datos de entrada-salida del sistema. Los métodos de análisis espectral consisten en la determinación de la estima de una función de transferencia a partir de estimas de los espectros de la entrada y la salida. De ahí el nombre de análisis espectral [7].



**Figura 2.2.** Modelo de análisis espectral.

Este método es generalmente clasificado como un método no paramétrico por no utilizar en forma explícita un vector de parámetros de dimensión finita en la búsqueda de la mejor estima del modelo. Si bien en su implementación práctica se determina un número finito de parámetros para describir la función de transferencia del mismo.

### 2.3.1 Espectro de Potencia

Considerando una señal en tiempo discreto (DT) de energía finita  $x(n)$ , su transformada discreta de Fourier (DTFT) se define como:

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-j\omega n} \quad (2.30)$$

lo cual, físicamente representa la descomposición  $x(n)$  en sus componentes frecuenciales. Una característica muy importante que posee  $X(\omega)$  es su periodicidad. Debido a que el rango de frecuencias para una señal en tiempo discreto es el intervalo  $(-\pi, \pi)$ , esto se refleja en  $X(\omega)$  haciendo que sea periódica con período  $\pi$ .

Una vez que se conoce la DTFT de una señal, ésta puede recuperarse mediante la transformada inversa de Fourier en tiempo discreto (IDTFT):

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\omega=-\pi}^{\pi} X(\omega)e^{j\omega n} \quad (2.31)$$

La definición de la DTFT implica que deben conocerse valores infinitos de la señal  $x(n)$  en tiempo discreto, lo que obviamente hace imposible que la ecuación pueda ser calculada. Entonces, para poder realizar el procesamiento digital de la señal, se debe tomar un número finito de valores, y se define así la DTFT de una secuencia de  $N$  muestras espaciadas entre sí, mediante:



$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.32)$$

Esto es una herramienta computacionalmente implementable.

Por tanto, podemos definir la IDTFFT de una secuencia como:

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j2\pi kn/N}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2.33)$$

El espectro de potencia  $P(\omega)$  puede ser definido en términos de la DTFT de una señal como:

$$P(\omega) = E\{X(\omega)X^*(\omega)\} \quad (2.34)$$

donde  $E\{\cdot\}$  es el promedio de la estadística de los resultados de la DTFT, y el término  $X^*$  denota el conjugado complejo de  $X(\omega)$ . El espectro de potencia es real, y simétrico, de tal manera que  $P(\omega) = P(-\omega)$  y no contiene información de las oscilaciones de la fase, lo cual previene el análisis de la relación de la fase entre las oscilaciones de diferentes frecuencias.

### 2.3.2 Espectros de alto orden

Existen algunas limitantes en cuanto a la cantidad de información que se puede extraer a partir del análisis espectral. Por ejemplo, un pico del espectro a una frecuencia particular puede ser causado por diferentes factores. Puede ser, ya sea por la señal periódica en sí, o bien por excitación de una componente que causa resonancia con alguna otra frecuencia. De la misma manera, al existir múltiples componentes de una señal proveniente de un sistema no lineal, puede

ser que el espectro contenga una suma o diferencia de las frecuencias que están relacionadas armónicamente entre sí. En estos casos, tal acoplamiento de las componentes de una señal pueden no ser detectadas por el análisis espectral.

Los espectros de alto orden (HOS, Higher-Order Spectra) son la extensión a órdenes mayores del concepto de densidad espectral [8], [9]. Los HOS proveen mejor información que la que puede ser obtenida mediante el método convencional de espectro de potencia en casos donde el proceso es generado por mecanismos no lineales [10].

Dentro de la categoría de HOS, o poliespectros, el poliespectro de tercer orden, también llamado biespectro o densidad biespectral, es una herramienta estadística que permite la búsqueda de interacciones no lineales [11]. Asumiendo, sin pérdida de generalidad, un proceso de promedio y tiempo discreto, el *biespectro*  $S$  para  $|\omega_1|, |\omega_2| \leq \pi$  se define como:

$$S(\omega_1, \omega_2) = \sum_{\tau_1=-\infty}^{\infty} \sum_{\tau_2=-\infty}^{\infty} C_{3x}(\tau_1, \tau_2) e^{-j(\omega_1\tau_1 + \omega_2\tau_2)} \quad (2.35)$$

donde  $C_{3x}(\tau_1, \tau_2)$  es el acumulativo de tercer orden del proceso  $x(t)$ .

Alternadamente, el *biespectro* puede ser escrito de la forma:

$$S(\omega_1, \omega_2) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E\{X(\omega_1)X(\omega_2)X^*(\omega_1 + \omega_2)\} \quad (2.36)$$

donde  $T$  es el tiempo que dura la señal.

El *biespectro* es una cantidad compleja, bidimensional de doble período que mide la magnitud y la fase de la correlación de una señal a diferentes frecuencias de Fourier y tiene varias regiones de simetría en el plano  $\omega_1 - \omega_2$ . Es suficiente conocer el *biespectro* en la región triangular no redundante  $\omega_2 \geq 0, \omega_1 \geq \omega_2, \omega_1 + \omega_2 \leq \pi$  para obtener una completa descripción del mismo.

Se puede ver entonces que

$$X(\omega_1)X(\omega_2)X^*(\omega_1 + \omega_2) = |X(\omega_1)||X(\omega_2)||X^*(\omega_1 + \omega_2)|e^{j\phi(\omega_1, \omega_2)} \quad (2.37)$$

donde

$$\phi(\omega_1, \omega_2) = \tan^{-1} \frac{\text{Im}[S(\omega_1, \omega_2)]}{\text{Re}[S(\omega_1, \omega_2)]} = \phi(\omega_1) + \phi(\omega_2) - \phi(\omega_3) \quad (2.38)$$

que se conoce como *bifase* del *biespectro*, y  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  se conoce como *tripleta* ( $\omega_1, \omega_2, \omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ) se le llama *bifrecuencia*.

El método HOS tiene la habilidad de separar la magnitud y la distribución de no linealidad como una función de la frecuencia. Esto hace que el método espectral de alto orden sea una herramienta particularmente atractiva para el estudio de procesos oscilatorios.

## 2.4 Métodos de identificación de parámetros instantáneos

Los métodos de análisis basados en la obtención de características instantáneas son particularmente atractivos en el caso de tener procesos que no posean del todo un comportamiento lineal y estacionario. Pueden ser aplicados a señales aperiódicas sin importar que tenga cambios abruptos en fase, amplitud o frecuencia. Mediante estos métodos se puede capturar eficientemente la dinámica y la no linealidad de un sistema.

### 2.4.1 Transformada Wavelet

La transformada wavelet es una herramienta matemática que ha sido usada ampliamente para obtener información de diferentes tipos de datos en diferentes áreas de la ciencia [12]. La transformada wavelet es similar a la transformada de Fourier, pero en lugar de estudiar la densidad espectral de una señal se estudia la proyección de la señal a través de unas funciones llamadas ondeletas. Existen diferentes funciones de ondeletas que pueden ser usadas

para maximizar la ejecución del análisis dependiendo la aplicación. De esta manera, la transformada wavelet se encarga de estudiar la relación entre la dilatación del parámetro  $a$  o escala donde se localiza el (cambio) parámetro  $b$ .

La transformada wavelet es una función de  $(a, b)$  y se define como:

$$T(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi * \left( \frac{t - b}{a} \right) dt \quad (2.39)$$

donde a la magnitud de  $T(a, b)$  se le llama escalograma y es análogo a la densidad espectral con la diferencia de que se trata de una superficie, la cual es de mucha ayuda en la identificación de las características de una señal en diferentes puntos de  $a$  y  $b$ .

La función de la energía se define como el cuadrado de la magnitud de la transformada wavelet mediante:

$$E(a, b) = |T(a, b)|^2 \quad (2.40)$$

La transformada wavelet tiene ventajas sobre el análisis convencional de Fourier debido a que se puede estudiar una señal en cualquier punto usando el término  $b$ . La escala de análisis puede ser utilizada para ampliar la resolución del análisis (multi-resolución) y estudiar una parte específica de la señal.

Otra de las ventajas sobre los métodos convencionales de análisis frecuencial es que por medio del método de la transformada wavelet se puede llegar a una representación de la señal en el plano tiempo-frecuencia. Por medio de este método se puede tener una localización en el tiempo de fenómenos transitorios y se puede analizar la presencia de frecuencias específicas en la señal [13].

#### ***2.4.2 Análisis Ortogonal Empírico***

El análisis mediante funciones ortogonales empíricas (EOF) es un método de

descomposición ortogonal estadístico para encontrar distribuciones de energía óptimas de un conjunto de medidas de tamaño multidimensional [14]. La idea esencial es generar una base óptima para la representación de un conjunto de datos que fueron obtenidos mediante medición, o bien, mediante un sinnúmero de simulaciones de un sistema dinámico.

Dado un conjunto de datos:

$$u(x, t_j), \quad j = 1, \dots, N, \quad (2.41)$$

que denotan una secuencia de información en el dominio  $x \in \Omega$ , donde  $x$  es un vector de variables en el espacio y  $t_j \in [0, T]$  es el tiempo en el cual los datos fueron medidos.

El promedio en el tiempo de la secuencia se asume que es cero, y está dado por:

$$u_m(x) = \langle u(x, t_j) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u(x, t_j) \quad (2.42)$$

El procedimiento del método de descomposición ortogonal determina EOF's,  $\phi_i(x), i = 1, \dots, \infty$  de tal manera que la proyección hacia la primera EOF sea óptima mediante:

$$\hat{u}(x, t_j) = \sum_{i=1}^P a_i(t) \phi_i(x), \quad j = 1, \dots, N, \quad (2.43)$$

y al aplicar el promedio para minimizar el error mediante mínimos cuadrados

$$\varepsilon_j = \left\langle \left\| u(x, t_j) - \sum_{i=1}^P a_i(t) \phi_i(x) \right\|^2 \right\rangle, \quad p \leq N \quad (2.44)$$

donde  $\langle \cdot \rangle$  denota el promedio del conjunto de datos,  $\|f\| = \langle f, f \rangle^{1/2}$  y  $\|\cdot\|$  denota la norma  $L_2$  sobre  $\Omega$ . Los términos  $a_i$  son coeficientes dependientes del tiempo de la descomposición que son determinados para que resulte en un máximo de la ecuación anterior.

Se asume que la secuencia de datos es descompuesta en un valor medio  $\mu(x, t_j)$  y una parte fluctuante  $\bar{u}(x, t_j)$  de la forma:

$$u(x, t_j) = \mu(x, t_j) + \bar{u}(x, t_j) \quad (2.45)$$

Una función base normalizada  $\varphi$  es óptima si la proyección promedio de  $u$  hacia  $\varphi$  es maximizada de tal manera que

$$\max_{\varphi \in \Omega} \langle |\bar{u}(x, t_j), \varphi|^2 \rangle \text{ sujeto a } \|\varphi\|^2 = 1 \quad (2.46)$$

El problema de optimización puede reescribirse en la forma de un problema variacional con restricciones

$$J[\varphi] = \langle |\bar{u}(x, t_j), \varphi|^2 \rangle - \lambda(\|\varphi\|^2 - 1) \quad (2.47)$$

Una condición necesaria para la maximización es que la derivada funcional se haga  $\varphi + \delta\psi \in L^2([0,1])$ ,  $\delta \in \Re$  para todas las variaciones donde  $\psi$  es una variación arbitraria:

$$\left. \frac{dJ[\varphi + \delta\psi]}{d\delta} \right|_{\delta=0} = 0 \quad (2.48)$$

Se puede probar que esta condición se reduce a:

$$\int_{\Omega} \langle u(x, t_j) u(x', t_j) \rangle \varphi(x') dx' = \lambda \varphi(x) \quad (2.49)$$

Por tanto, se puede definir como:

$$\mathbf{R}\varphi = \int_{\Omega} \langle u(x, t)u^*(x^T, t) \rangle \varphi(x) dx' \quad (2.50)$$

De tal manera que la minimización se encarga de encontrar el eigenvalor mayor que satisface la ecuación  $R\varphi = \lambda\varphi$  sujeto a  $\|\varphi\|^2 = 1$ . En otras palabras, la base óptima está dada por las eigenfunciones  $\varphi_i$  cuyo factor de transformación es  $R(x, x') = \langle u(x, t_j)u(x', t_j) \rangle$ .

### 2.4.3 Transformada Hilbert

El análisis mediante la transformada Hilbert resulta ser un método muy eficiente para obtener los parámetros instantáneos de una señal. Por medio de este método se pueden conocer los distintos parámetros para la identificación y caracterización de sistemas mediante una ejecución rápida de algoritmos de cómputo y se obtiene una representación de la señal en el plano tiempo-frecuencia.

Una de las grandes ventajas de este método es que no involucra cálculos de la transformada de Fourier, así que, por tanto, no está sujeta a las limitaciones de la misma. Se considera que la transformada de Hilbert es un método eficiente para obtener la envolvente de una señal, así como su fase y frecuencia instantánea. El cálculo de estos parámetros es basado en el concepto de la señal analítica, lo cual, es una expresión de la suma de la señal analizada y su componente en cuadratura [15].

Para una señal o secuencia dada  $u(t)$ , la transformada de Hilbert  $v(t)$  está dada por:

$$v(t) = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{\eta - t} d\eta = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\eta)}{t - \eta} d\eta \quad (2.51)$$

donde  $P$  representa el valor principal de la integral en el sentido de Cauchy.

También, de manera análoga, su transformada inversa se define como:

$$u(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(\eta)}{\eta - t} d\eta = -\frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v(\eta)}{t - \eta} d\eta \quad (2.52)$$

Podemos escribir las mismas ecuaciones en forma de convolución como:

$$v(t) = u(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (2.53)$$

$$u(t) = v(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (2.54)$$

La operación de transformación mediante la transformada Hilbert puede considerarse como un filtro que desplaza  $\pi/2$  radianes todas las componentes de frecuencia de la entrada.

La expresión de la señal analítica está dada por:

$$\psi(t) = u(t) + jv(t) \quad (2.55)$$

Considerando las componentes de la señal analítica de la forma:

$$u(t) = A(t) \cos[\varphi(t)] \quad (2.56)$$

$$v(t) = A(t) \sin[\varphi(t)] \quad (2.57)$$

Podemos representar entonces la señal analítica en su forma polar de la manera:

$$\psi = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (2.58)$$

La amplitud de la señal, está dada por:



$$A(t) = \sqrt{u^2(t) + v^2(t)} \quad (2.59)$$

De la misma manera, la fase de la señal está dada por:

$$\varphi(t) = \arctan \frac{v(t)}{u(t)} \quad (2.60)$$

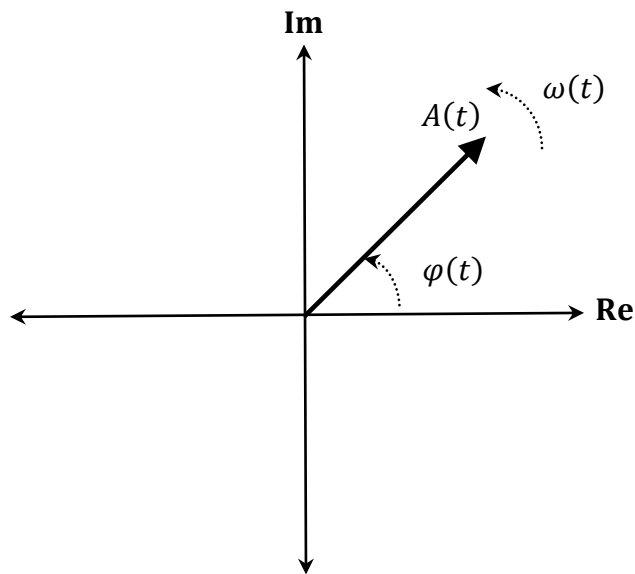
La frecuencia instantánea de la señal se obtiene mediante la derivada de la fase instantánea por medio de:

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) = \frac{u(t)\dot{v}(t) - v(t)\dot{u}(t)}{u^2(t) + v^2(t)} \quad (2.61)$$

o bien, en Hertz:

$$f(t) = \frac{\omega(t)}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \dot{\varphi}(t) \quad (2.62)$$

este parámetro se refiere a la velocidad angular con la que gira el fasor de la señal analítica en el plano cartesiano  $(u, v)$ , como puede verse en la Figura 2.3.



**Figura 2.3.** Parámetros de una señal en el plano cartesiano.

#### *2.4.4 Transformada Hilbert-Huang*

Hemos visto que la transformada de Hilbert es un método eficiente para obtener los parámetros instantáneos de una señal. Por medio de este análisis podemos llegar a conocer información detallada de los sistemas de los cuales proviene la señal.

Sin embargo, una limitante es que, para que pueda ser aplicada la transformada de Hilbert a una señal, ésta debe ser de una sola componente, ya que de lo contrario no se podrá realizar un análisis confiable. Además, debemos tomar en cuenta que los sistemas de los cuales provienen las señales son sistemas dinámicos y pueden estar sujetos a condiciones no lineales y no estacionarias. Esta es la razón por la cual fue desarrollado el método de análisis conocido como la transformada Hilbert-Huang [16].

La transformada Hilbert-Huang es un método de análisis adaptable a cualquier tipo de señal proveniente de cualquier tipo de sistema, y ha sido aplicado en diversas áreas de la ciencia. Se reconoce, que mediante este método se puede obtener un excelente resultado en el análisis de una señal. En el caso de los sistemas eléctricos de potencia se ha probado que esta herramienta de análisis puede extraer eficientemente los parámetros que caracterizan los sistemas eléctricos de potencia [17].

Un elemento muy importante y crucial dentro de la transformada Hilbert-Huang es el método de descomposición modal empírica (EMD). Por medio de este método podemos descomponer una señal en  $n$  funciones modales intrínsecas (IMF's) sin importar que se trate de una señal compuesta por múltiples componentes de diferentes frecuencias. Las funciones modales intrínsecas cumplen la condición de ser ortogonales y de una sola componente. Una señal o secuencia de datos, ya sea de una simulación o de mediciones de sistemas reales puede ser reconstruida, a partir de la síntesis de las  $n$  IMF extraídas por la EMD, como:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{j \int \omega_i t dt} \quad (2.63)$$

De tal manera, la transformada de Hilbert puede ser aplicada a cada una de las funciones modales intrínsecas obtenidas mediante el método EMD para lograr una eficiente caracterización de los parámetros de la señal.

Esta representación de la amplitud y la frecuencia instantánea como funciones del tiempo proporciona una distribución conjunta en tiempo-frecuencia de la amplitud, que se conoce como espectro de Hilbert,  $\mathcal{H}(\omega, t)$ . Si en dicha representación se sustituyen los valores del cuadrado de la amplitud, se obtiene el espectro de energía de Hilbert.

Mediante la transformada Hilbert-Huang también se logra tener una representación de la señal en el plano tiempo-frecuencia. También se puede obtener, de una mejor y más eficiente manera, la identificación y caracterización de los parámetros en los sistemas eléctricos de potencia.

## 2.5 Conclusiones

En este capítulo se han descrito algunas de las herramientas más empleadas para la identificación y caracterización tanto de los parámetros modales como instantáneos que han tenido aplicación en los sistemas eléctricos de potencia.

Se ha mostrado de una manera breve algunas de las ventajas y observaciones en cada uno de ellos ya que es importante tener un panorama claro al momento de realizar la identificación de tales parámetros. También, se debe buscar obtener estos parámetros de una manera eficiente y confiable ya que la operación de un sistema puede estar sujeta al resultado de dicho análisis.

El método de Prony, así como los métodos auto regresivos han sido aplicados de manera amplia en el análisis de los sistemas de potencia. Sin embargo, los sistemas eléctricos de potencia son procesos altamente complejos y de respuesta no lineal, esto debido a los elementos que lo componen y a la dinámica de operación de los mismos. Estos aspectos causan que la aplicación de algunas herramientas de análisis sea limitada. Lo mismo sucede con los métodos basados en la transformada de Fourier. La mayoría de estas herramientas son métodos lineales y suponen que los procesos a los que son aplicados son estacionarios. En el caso de los sistemas de potencia como en muchos otros que tienen comportamiento y características no lineales, es de suma importancia poder determinar eficientemente sus parámetros a fin de poder detectar las fuentes de no linealidad y poder realizar ajustes en su operación.

La transformada Wavelet, así como el análisis Ortogonal Empírico y la transformada Hilbert-Huang proveen información valiosa en cuanto al comportamiento dinámico de un sistema y es posible mediante su aplicación detectar eficientemente sus características no lineales. Una vez aplicadas estas herramientas de análisis a un sistema es importante saber cómo efectuar una adecuada interpretación de lo obtenido. En los sucesivos capítulos de este trabajo se profundiza en la aplicación de la transformada Hilbert-Huang al análisis de los sistemas eléctricos de potencia con el fin de efectuar la determinación de sus parámetros modales e instantáneos.

## Referencias

- [1] J. F. Hauer, "Application of Prony analysis to the determination of modal content and equivalent models for measured power system response," en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 6, no. 3, pp. 1062-1068, Ago. 1991.
- [2] J. F. Hauer, C. J. Demeure, y L. L. Scharf, "Initial results in Prony analysis of power system response signals," en *IEEE Transactions on*

- Power Systems*, vol. 5, no. 1, pp. 80-89, Feb. 1990.
- [3] A. R. Messina y V. Vittal, "Assessment of nonlinear interaction between nonlinearly coupled modes using higher order spectra" en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. p.p.. 375-383 Feb. 2005.
- [4] R. W. Wies, J. W. Pierre, y D. J. Trudnowski, "Use of ARMA block processing for estimating stationary low-frequency electromechanical modes of power systems," en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 1, pp. 167- 173, Feb. 2003.
- [5] H. Fan, T. Soderstrom, M. Mossberg, B. Carlsson, y Y. Zou, "Estimation of continuous-time AR process parameters from discrete-time data," en *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.47, no.5, pp.1232-1244, Mayo 1999.
- [6] J. G. Proakis, y D. G. Manolakis, *Digital signal Processing*, 4<sup>a</sup> ed., Upper Saddle River, N. J.: Pearson Prentice Hall, 2007, 1084 pp.
- [7] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, 2<sup>a</sup> ed., Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall PTR, 1999, 609 pp.
- [8] C. L. Nikias, y A. P. Petropulu. *Higher-Order Spectra Analysis: A Non-linear Signal Processing Framework*, Englewood Cliffs, N.J.: PTR Prentice Hall, 1993, 537 pp.
- [9] U. Greb. Y M. G. Rusbridge, "The interpretation of the biespectrum and bicoherence for non-linear interactions of continuous spectra," en *Plasma Physics and Controlled Fusion*, vol. 30, pp. 537-549, Mayo 1988.
- [10] L. M. Mendel, "Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications," en *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 3, pp. 278-305, Marzo 1991.
- [11] D. R. Brillinger, "An introduction to polyspectra," en *The Annals of Mathematical Statistics*, vol. 36, pp. 1351-1374, Oct. 1965
- [12] P. Flandrin, *Time-Frequency / Time-Scale Analysis*, San Diego: Aca-

- demic Press, 1999, 386 pp.
- [13] M. Ruzzene, A. Fasana, L. Garibaldi, y B. Piombo, “Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform: Application to real data,” en *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 11, no. 2, pp. 207-218, Marzo 1997.
  - [14] A. R. Messina y V. Vittal, “Extraction of dynamic patterns from wide-area measurements using empirical orthogonal functions,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 682-692, Mayo 2007.
  - [15] S. L. Hahn, “Hilbert transforms,” en *The Transforms and Applications Handbook*, 2<sup>a</sup> ed., Ed. A. D. Poularikas, Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2000, pp. 7/1-7/132.
  - [16] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung, y H. H. Liu, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis,” en *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, vol. 454, no. 1971, pp. 903-995, Marzo 1998.
  - [17] A. R. Messina, y V. Vittal, “Nonlinear, non-stationary analysis of inter-area oscillations via Hilbert spectral analysis,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 3, pp. 1234-1241, Ago. 2006.

# Capítulo 3

## Características modales e instantáneas de un sistema

*En este capítulo se describe el procedimiento para analizar un sistema mediante las características instantáneas de su respuesta en el tiempo obtenidas por medio de la transformada de Hilbert. Se hace énfasis en la determinación del amortiguamiento y la frecuencia de oscilación mediante las características instantáneas y en el cálculo de los eigenvalores que describen los modos oscilatorios dominantes de un sistema.*

### 3.1 Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia son procesos dinámicos que poseen características no lineales y no estacionarias. Es muy importante determinar las características que describen su comportamiento a fin de efectuar la mejor aproximación a la situación real. Muchas de las herramientas de análisis que se usan tradicionalmente suponen que los procesos a los que son aplicados son lineales y estacionarios. Se deben tomar en cuenta ciertos criterios en la elección y aplicación de la herramienta de análisis a fin de lograr de una manera eficiente la caracterización e identificación de los parámetros del sistema.

En este capítulo se presentan algunos ejemplos de sistemas dinámicos oscilatorios y las características de su respuesta modal detallando aspectos que resultarán importantes en el análisis de los sistemas eléctricos de potencia. Además, se demuestra que los eigenvalores que caracterizan la respuesta oscilatoria de un sistema pueden obtenerse por medio de analizar su señal en

términos de sus componentes de amplitud y frecuencia modulada. Se hace énfasis en la determinación del amortiguamiento y la frecuencia de oscilación de una señal mediante sus características instantáneas con el fin de obtener los eigenvalores que describen los modos oscilatorios dominantes del sistema.

También, se plantea el procedimiento para la obtención de los eigenvalores a partir de señales compuestas por más de una componente oscilatoria. Se describe la aplicación de la transformada Hilbert-Huang, y mediante un ejemplo se expone el cómputo de las características instantáneas y los eigenvalores del sistema. Finalmente, se detalla lo relacionado con el cálculo del ángulo de fase y la importancia de su inclusión en el análisis.

## **3.2 Características modales de un sistema dinámico**

Un sistema dinámico, como lo es el sistema eléctrico de potencia, puede ser descrito por un conjunto de  $n$  ecuaciones diferenciales. Mediante esta representación, es posible obtener los parámetros que caracterizan su respuesta dinámica. Básicamente, los eigenvalores de la matriz de estado proporcionan la respuesta oscilatoria del sistema dinámico linealizado [1]. Esto es, una vez conocidos los eigenvalores del sistema podemos conocer su comportamiento. A esta técnica se le conoce como eigen análisis, y es una técnica que ha sido utilizada ampliamente en los sistemas eléctricos de potencia [2]. Sin embargo, esta técnica requiere de un conocimiento detallado del sistema, además, no es de muy fácil implementación por el alto requerimiento computacional que ello implica.

Debido a que los eigenvalores de un sistema proveen una descripción adecuada de su respuesta oscilatoria, podemos depender de ellos para la estimación de sus parámetros. Se sabe que, en el análisis de las oscilaciones electromecánicas de los sistemas eléctricos de potencia, existen dos parámetros que determinan el comportamiento del sistema, éstos son, el amortiguamiento y la frecuencia de oscilación [3]. Estos dos parámetros pueden ser identificados en



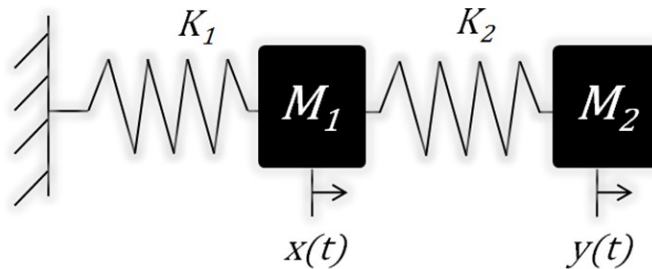
un sistema por medio de los eigenvalores, ya que la parte real de los eigenvalores da el amortiguamiento y la parte imaginaria provee la frecuencia de su respuesta oscilatoria. También se puede efectuar la operación inversa. Es decir, a partir de una señal encontrar los eigenvalores por medio de su amortiguamiento y frecuencia de oscilación. Por tanto, si conocemos el amortiguamiento y frecuencia de oscilación de una señal, entonces es posible encontrar los eigenvalores que caracterizan el sistema del cual proviene la señal.

### 3.2.1 Sistemas dinámicos oscilatorios y su respuesta modal

A continuación se muestran algunos ejemplos de sistemas dinámicos oscilatorios y los detalles necesarios para identificar y determinar las características instantáneas y modales que describen su respuesta modal.

#### 3.2.1.1 Sistema masa-resorte

Un ejemplo básico de un sistema dinámico oscilatorio está dado por un sistema masa-resorte como se ve en la Figura 3.1.



**Figura 3.1.** Sistema masa-resorte.

Las ecuaciones que describen el sistema masa-resorte de la Figura 3.1 están dadas por:

$$M_1 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + (k_1 + k_2)x(t) - k_2 y(t) = 0 \quad (3.1)$$

$$M_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + k_2 y(t) - k_2 x(t) = 0 \quad (3.2)$$

donde  $x(t)$  y  $y(t)$  son las variables que reflejan el desplazamiento de las masas  $M_1$  y  $M_2$  mediante los resortes  $k_1$  y  $k_2$  respectivamente.

Sustituyendo (3.1) en (3.2) y factorizando para hacer  $x = 0$ , tenemos que:

$$y(t) = \frac{M_1}{k_2} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{(k_1+k_2)}{k_2} x(t) \quad (3.3)$$

$$M_2 \frac{d^2 \left( \frac{M_1 d^2 x(t)}{k_2 dt^2} + \frac{(k_1+k_2)}{k_2} x(t) \right)}{dt^2} + k_2 \left( \frac{M_1}{k_2} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{(k_1+k_2)}{k_2} x(t) \right) - k_2 x(t) = 0 \quad (3.4)$$

podemos encontrar los eigenvalores mediante la ecuación característica:

$$D^4 M_1 M_2 \frac{1}{k_2} + D^2 (M_1 + M_2 + M_2 \frac{k_1}{k_2}) + k_1 = 0 \quad (3.5)$$

siendo las raíces de (3.5) los eigenvalores del sistema:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -\frac{1}{M_1 M_2} (M_1 k_2 + M_2 k_1 + M_2 k_2 \pm \sqrt{(M_1^2 k_2^2 - 2M_1 M_2 k_1 k_2 + 2M_1 M_2 k_2^2 + M_2^2 k_1^2 + 2M_2^2 k_1 k_2 + M_2^2 k_2^2)}) \right]^{1/2} \quad (3.6)$$

$$\lambda_{3,4} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ -\frac{1}{M_1 M_2} (M_1 k_2 + M_2 k_1 + M_2 k_2 \pm \sqrt{(M_1^2 k_2^2 - 2M_1 M_2 k_1 k_2 + 2M_1 M_2 k_2^2 + M_2^2 k_1^2 + 2M_2^2 k_1 k_2 + M_2^2 k_2^2)}) \right]^{1/2}$$

Éstos también se pueden encontrar haciendo  $x_1 = x$ ,  $x_2 = \dot{x}_1$ ,  $x_3 = y$ , y  $x_4 = \dot{x}_3$  para cambiar las ecuaciones diferenciales de segundo orden (3.1) y (3.2) por un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden, obteniendo así:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.7)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{(k_1+k_2)}{M_1}x_1 + \frac{k_2}{M_1}x_3 \quad (3.8)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3.9)$$

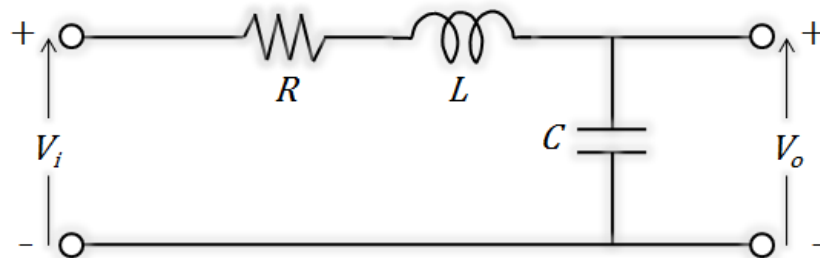
$$\dot{x}_4 = -\frac{k_2}{M_2}x_3 + \frac{k_2}{M_2}x_1 \quad (3.10)$$

que conforman la matriz de espacio de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{M_1} & 0 & \frac{k_2}{M_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_2}{M_2} & 0 & -\frac{k_2}{M_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

### 3.2.1.2 Circuito RLC

Un ejemplo muy conocido de un sistema dinámico oscilatorio está dado por el circuito RLC de la Figura 3.2.



**Figura 3.2.** Circuito RLC.

El circuito RLC representa un sistema dinámico que puede ser descrito mediante una ecuación diferencial de segundo orden:

$$LC \frac{d^2V_o}{dt^2} + RC \frac{dV_o}{dt} + V_o = V_i \quad (3.12)$$

representando mediante:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.13)$$

$$\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (3.14)$$

se puede escribir (3.12) de la forma estándar:

$$\frac{d^2V_o}{dt^2} + (2\zeta\omega_n) \frac{dV_o}{dt} + \omega_n^2 V_o = \omega_n^2 V_i \quad (3.15)$$

donde  $\omega_n$  y  $\zeta$  se refieren a la frecuencia natural no amortiguada y a la razón de amortiguamiento respectivamente.

Ahora bien, tomando  $x_1 = V_o$  y  $x_2 = \frac{dV_o}{dt}$ , así como  $u = V_i$  y  $y = V_o = x_1$  podemos representar el sistema RLC de la Figura 3.2 en términos de variables de espacio de estado con dos ecuaciones diferenciales de primer orden en lugar de una de segundo orden a fin de simplificar el análisis.

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.16)$$

$$\dot{x}_2 = -\omega_n^2 x_1 - 2\zeta\omega_n x_2 + \omega_n^2 u \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} u \quad (3.18)$$

La ecuación característica del sistema está dada por:

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (3.19)$$

también, puede expresarse como:

$$\lambda^2 + 2\zeta\omega_n\lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (3.20)$$

cuyas raíces nos proveen los eigenvalores del sistema:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (3.21)$$

o bien:

$$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega \quad (3.22)$$

La frecuencia de oscilación en Hz está dada por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.23)$$

En la ecuación (3.21) se puede ver que la naturaleza de la respuesta del sistema depende casi absolutamente de la razón de amortiguamiento  $\zeta$ . El valor de  $\omega_n$  básicamente provee el efecto para ajustar la escala de tiempo.

Los eigenvalores complejos conjugados surgen cuando  $\zeta$  es menor que 1 y están dados por:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.24)$$

En la ecuación (3.24), así como en (3.21) y (3.22) se puede notar que tanto el amortiguamiento como la frecuencia de oscilación son básicamente los dos parámetros que componen la respuesta oscilatoria del sistema. Por tanto, si se conocen estos dos parámetros en el análisis de la señal de un sistema, entonces

es posible determinar los eigenvalores que lo caracterizan. A continuación se describirá la manera de encontrar los eigenvalores de un sistema por medio del amortiguamiento y la frecuencia de oscilación de su señal de respuesta en el tiempo. Además, se mostrará que una señal puede ser caracterizada por medio de sus componentes de amplitud modulada (AM) y de frecuencia modulada (FM) al aprovechar las características instantáneas de una señal.

### 3.3 Identificación de eigenvalores a partir de las componentes de frecuencia y amplitud modulada de una señal

Las señales de algunas de las variables medidas en los sistemas eléctricos de potencia, tal como en algunos otros procesos dinámicos, pueden ser de la forma:

$$x(t) = e^{\sigma t} \sin(\omega t + \theta) \quad (3.25)$$

y éstas pueden ser analizadas al considerar sus componentes de amplitud y frecuencia modulada.

Las variables  $\sigma$  y  $\omega$  en (3.25) se refieren al amortiguamiento y a la frecuencia de oscilación, respectivamente. Estos dos parámetros, como se ha mencionado anteriormente, son la parte real e imaginaria de los eigenvalores del sistema, y están dados por:

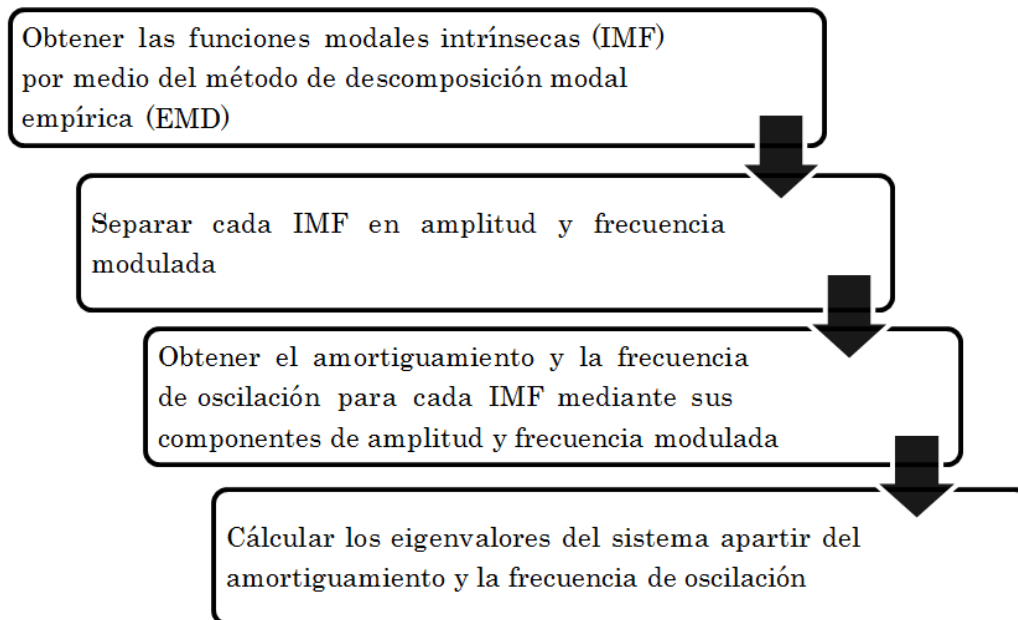
$$\lambda_{1,2} = \sigma \pm j\omega \quad (3.26)$$

El término  $e^{\sigma t}$  en (3.25) es la componente de amplitud modulada, AM, de la respuesta oscilatoria del sistema y está relacionado con la parte real de los eigenvalores del sistema representados en (3.26), mientras que el término  $\sin(\omega t + \theta)$  es la componente de frecuencia modulada, FM, y está relacionado con la parte imaginaria de (3.26). A partir de esto, podemos apreciar la respuesta oscilatoria de un sistema no solamente como una respuesta dada por los

eigenvalores del sistema, sino también como una señal que está compuesta por amplitud y frecuencia modulada. Además, podemos determinar que las componentes de AM y FM guardan una estrecha relación con los eigenvalores del sistema.

El problema ahora radica en utilizar un método adecuado para separar las componentes AM y FM de una señal a fin de encontrar los eigenvalores que caracterizan el sistema. Cabe señalar también que una señal oscilatoria, además de ser vista como una señal compuesta por frecuencia y amplitud modulada, a su vez puede estar compuesta por distintas componentes modales. De manera que es necesario recurrir primeramente a un método de separación de estas componentes modales, y después a otro método para la separación de cada una de esas en sus respectivas componentes de amplitud y frecuencia modulada. Una vez obtenida la separación de una señal en todas sus componentes se procede a calcular sus características instantáneas, y de ahí, los eigenvalores del sistema. La Tabla 3.2 muestra el proceso para la obtención de los eigenvalores.

**Tabla 3.1.** Proceso de descomposición y separación de componentes de una señal.



## 3.4 Obtención de las características instantáneas y los eigenvalores mediante la transformada Hilbert-Huang

La transformada Hilbert-Huang es una herramienta adaptable que ha sido ampliamente utilizada en la obtención de las características instantáneas de una señal [3]. Esta herramienta ha sido aplicada de una manera amplia en el análisis y caracterización de los sistemas eléctricos de potencia [4], así como en otras áreas de la ciencia como geofísica y biología [5].

La transformada Hilbert-Huang se emplea básicamente en dos pasos. En primer lugar, se ejecuta la descomposición modal empírica para poder separar las distintas componentes modales de una señal oscilatoria compuesta. Una vez efectuada la separación de las componentes de la señal en análisis se aplica la transformada de Hilbert a cada una de las componentes oscilatorias obtenidas para determinar sus características instantáneas, tales como el amortiguamiento y la frecuencia de oscilación, a fin de que sean datos que se utilicen para calcular los eigenvalores que describen el comportamiento del sistema.

### 3.4.1 *Descomposición modal empírica*

El método de descomposición modal empírica (EMD) dentro de la transformada Hilbert-Huang es utilizado para efectuar la separación de una señal compleja en sus componentes modales, las cuales son llamadas funciones modales intrínsecas (IMF's). Cada una de estas componentes cumple con ciertos requisitos que le dan la propiedad de ser una función que contiene básicamente una componente frecuencial.

Las componentes extraídas a partir de la señal que se está analizando son ortogonales entre sí, y proveen valiosa información en cuanto a la interpretación física del comportamiento del sistema [6]. La señal original se puede recuperar al sumar cada una de las componentes. Aunque cada IMF no corresponda exactamente con cada uno de los modos oscilatorios del sistema



eléctrico de potencia, sí podemos depender de ellos para detectar los modos más predominantes, ya que éstos son los que afectarán directamente la operación del sistema.

En resumen, podemos decir que al analizar una señal compleja de un sistema eléctrico de potencia, ya sea por medición o simulación, y separarlo en sus funciones modales intrínsecas, podemos determinar de una manera factible sus modos de oscilación predominantes. Esto nos proporciona una manera de conocer el comportamiento del sistema y ayudarnos en la detección de fuentes de inestabilidad del mismo a fin de poder realizar algunas acciones alarma y/o control pertinentes según la planeación y operación del sistema.

Las funciones modales intrínsecas se obtienen de una manera empírica por medio de un proceso iterativo al trabajar sobre los mismos datos de la señal que se está analizando de la siguiente manera:

(1) comienza con la señal original  $x(t)$  haciendo  $h_1(t) = x(t)$  y  $r_1 = x(t)$ ,

(2) usa los máximos y mínimos de  $h_i(t)$  para formar sus envolventes superior  $e_i^{max}(t)$  e inferior  $e_i^{min}(t)$  mediante una interpolación cúbica,

(3) se obtiene el promedio  $m_i(t)$  de las envolventes superior e inferior mediante  $m_i(t) = (e_i^{max}(t) + e_i^{min}(t))/2$  y se resta de  $h_i(t)$  para determinar la nueva función mediante  $h_{i+1}(t) = h_i(t) - m_i(t)$ .

Se repite el proceso en forma iterativa hasta que se cumplan las siguientes condiciones:

(a) los máximos y los mínimos de la función deben ser iguales en número o diferir al menos en uno, y

(b) que en cualquier punto el valor promedio de la envolvente definida por los máximos y mínimos sea cero. Esto asegura que se haya efectuado una separación adecuada de las componentes de la señal y que éstas posean carac-

terísticas significativas de una señal oscilatoria.

Las IMF's se obtienen mediante  $c_j(t) = h_n(t)$ . Se resta cada IMF obtenida a la señal original mediante  $r_{j+1} = r_j - c_j(t)$  y se continua con el proceso en el paso (2) haciendo  $h_1 = r_{j+1}$  hasta obtener todas las IMF's que cumplen con las condiciones mencionadas.

La suma de las IMF obtenidas resulta en la señal original  $x(t)$  mediante:

$$x(t) = \sum_{j=1}^n c_j(t) + r_n(t) \quad (3.27)$$

$r_n(t)$  se refiere al residuo de la descomposición, que es básicamente la componente que posee la tendencia de la señal y que no es oscilatoria. Una vez obtenidas las IMF's de la señal se puede aplicar la transformada de Hilbert a cada una de ellas, esto se conoce como transformada Hilbert-Huang, a fin de extraer sus características instantáneas y determinar los eigenvalores que describen el sistema.

### ***3.4.2 Transformada de Hilbert***

La transformada de Hilbert hace uso del concepto de señal analítica propuesto por D. Gabor en 1946 [7], con el propósito de obtener una relación adecuada entre la fase de una señal y su frecuencia instantánea [8]. Para una señal que no tenga un período definido y que además posea características no lineales y no estacionarias, su frecuencia sería difícil de calcular haciendo uso de su definición tradicional como el inverso del período en el tiempo. Este es el caso de los sistemas eléctricos de potencia, donde no necesariamente se tienen señales periódicas y estacionarias. Particularmente se puede notar esto al tratar de analizar las características de las oscilaciones electromecánicas de los sistemas eléctricos de potencia.

Debido a que la frecuencia también es equivalente a la velocidad angu-

lar, se puede definir ésta como la rapidez en el tiempo con que cambia la fase de la señal, esto es, la derivada de la fase de la señal. Obtener la frecuencia de una señal de esta manera significa que la frecuencia obtenida es única en cualquier instante de tiempo, por eso el nombre de frecuencia instantánea. Además, la frecuencia instantánea de una señal puede ser calculada solamente si se conoce su fase instantánea. Estas dos variables, así como la magnitud instantánea pueden ser obtenidas por medio de la señal analítica, la cual no es más que una expresión matemática de la señal que se está analizando mas su parte imaginaria complementaria o componente en cuadratura definida por la transformada de Hilbert.

Para una señal  $x(t)$ , su señal analítica está dada por:

$$z(t) = x(t) + jx_H(t) \quad (3.28)$$

donde

$$x_H(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(s)}{t-s} ds \quad (3.29)$$

$P$  se refiere al valor principal de la integral en el sentido de Cauchy.

La ecuación (3.28) puede ser escrita también en su forma exponencial mediante:

$$z(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (3.30)$$

donde la magnitud  $A(t)$ , la fase  $\varphi(t)$ , y la frecuencia instantánea  $\omega(t)$ , respectivamente están definidas por:

$$A(t) = \sqrt{x(t)^2 + x_H(t)^2} \quad (3.31)$$

$$\varphi(t) = \arctan \frac{x_H(t)}{x(t)} \quad (3.32)$$

$$\omega(t) = \dot{\varphi} = \frac{d}{dt} \arctan \frac{x_H(t)}{x(t)} \quad (3.33)$$

El amortiguamiento instantáneo puede ser determinado por medio de la magnitud instantánea de la señal analítica. Esto es posible debido a que, la amplitud instantánea  $A(t)$  en (3.30) obtenida mediante (3.31), corresponde con la componente de amplitud modulada  $e^{\sigma t}$  de la ecuación (3.25). Además, se asume que el método de descomposición modal empírica (EMD) arroja como resultado IMF's de una sola componente frecuencial que pueden ser separadas factiblemente en sus componentes de AM y FM. Entonces, la componente de amplitud modulada sería prácticamente una función exponencial. De tal manera que, si  $A(t) = e^{\sigma t}$ , entonces el amortiguamiento instantáneo puede ser determinado eficientemente al obtener la pendiente de la amplitud instantánea mediante:

$$\sigma(t) = \frac{d \log(A(t))}{dt} = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} \quad (3.34)$$

La razón de amortiguamiento está dada por:

$$\zeta = \frac{-\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (3.35)$$

La determinación de las características de un sistema dinámico no es una tarea sencilla. Contar con una herramienta de análisis confiable es de vital importancia. La transformada Hilbert-Huang tiene diferentes ventajas sobre otros métodos de análisis convencionales como el método de Prony y los basados en la transformada de Fourier que suponen que los procesos a los que son aplicados son lineales y/o estacionarios. Se recomienda que estas herramientas de análisis sean usadas de manera complementaria [9].

Algunas limitantes, y la manera de solucionar los problemas relacionados al tratar de aplicar adecuadamente de la transformada Hilbert-Huang son:

- Debido a que el método de descomposición modal empírica no separa del todo componentes frecuenciales consecutivas que estén un octavo de diferencia, se puede emplear la técnica o algoritmo de enmascarar (masking technique), donde primero se revisa el contenido frecuencial de la señal y luego se procede a encontrar las IMF's por medio de un EMD mejorado y refinado [10] y [11].
- El proceso de descomposición de las componentes puede producir IMF's que contengan variaciones de frecuencia en el tiempo. Esto se puede resolver por medio de analizar el cambio de la frecuencia instantánea en el tiempo de cada IMF y hacer una separación de la misma para la obtención de sus características instantáneas.
- El método de descomposición empírica puede producir más IMF's que los modos oscilatorios dominantes de un sistema. Estas se pueden descartar si acaso son de muy baja amplitud en relación con las demás IMF's obtenidas. Esto es factible ya que sus características instantáneas no tienen tanto significado físico en el sistema en comparación con las demás, sino que se reconoce que puede ser causado por el mismo algoritmo de descomposición [3].

Finalmente, considerando lo mencionado anteriormente y siguiendo las recomendaciones para implementar adecuadamente la transformada Hilbert-Huang, podemos determinar los eigenvalores numéricamente como el valor promedio de las funciones  $\sigma(t)$  y  $\omega(t)$  en (3.33) y (3.34).

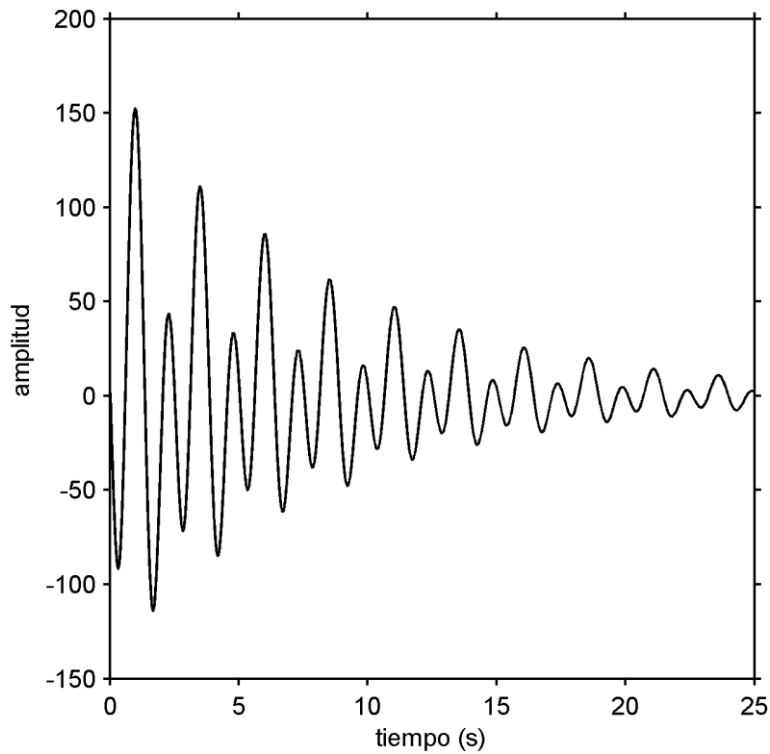
### ***3.4.3 Obtención de eigenvalores mediante las características instantáneas***

A continuación se presenta un ejemplo para la obtención de los eigenvalores de un sistema de estudio de sexto orden. En la Tabla 3.3 se muestran los

parámetros del sistema, mientras que en la Figura 3.3 se muestra su respuesta oscilatoria en el tiempo.

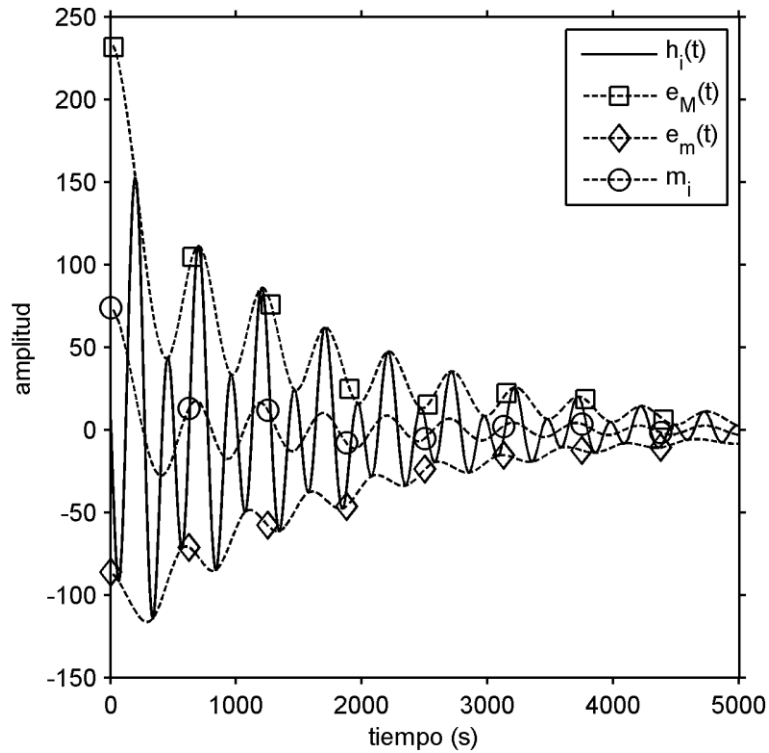
**Tabla 3.2.** Características del sistema lineal invariante en el tiempo de sexto orden.

Eigenvalores ( $\sigma \pm j\omega$ )	Frecuencia (rad/s)	razón de amortiguamiento $\zeta$ (%)
$-1.20e-001 + 5.00e+000i$	$5.00e+000$	2.40
$-1.20e-001 - 5.00e+000i$	$5.00e+000$	2.40
$-1.10e-001 + 2.50e+000i$	$2.50e+000$	4.40
$-1.10e-001 - 2.50e+000i$	$2.50e+000$	4.40
$-1.00e-001 + 1.00e+000i$	$1.00e+000$	9.95
$-1.00e-001 - 1.00e+000i$	$1.00e+000$	9.95



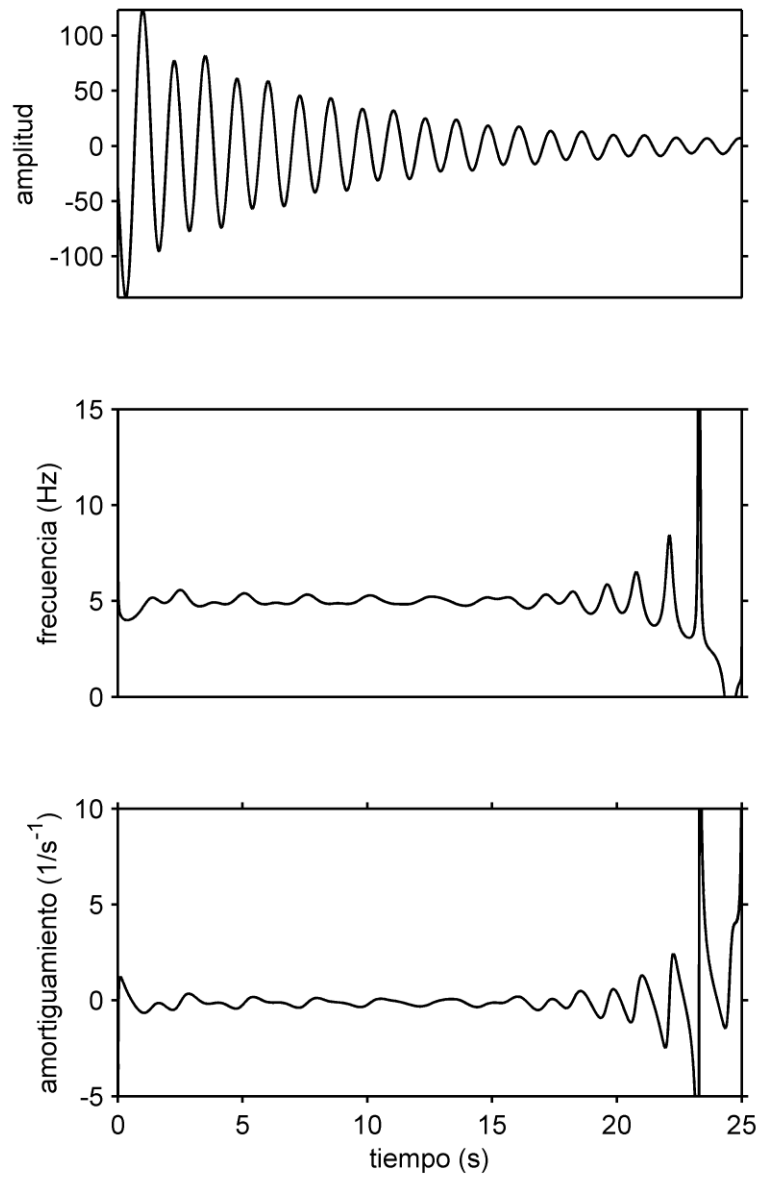
**Figura 3.3.** Respuesta oscilatoria del sistema de sexto orden.

En la Figura 3.4 se puede observar el primer paso del procedimiento de descomposición modal empírica (EMD).



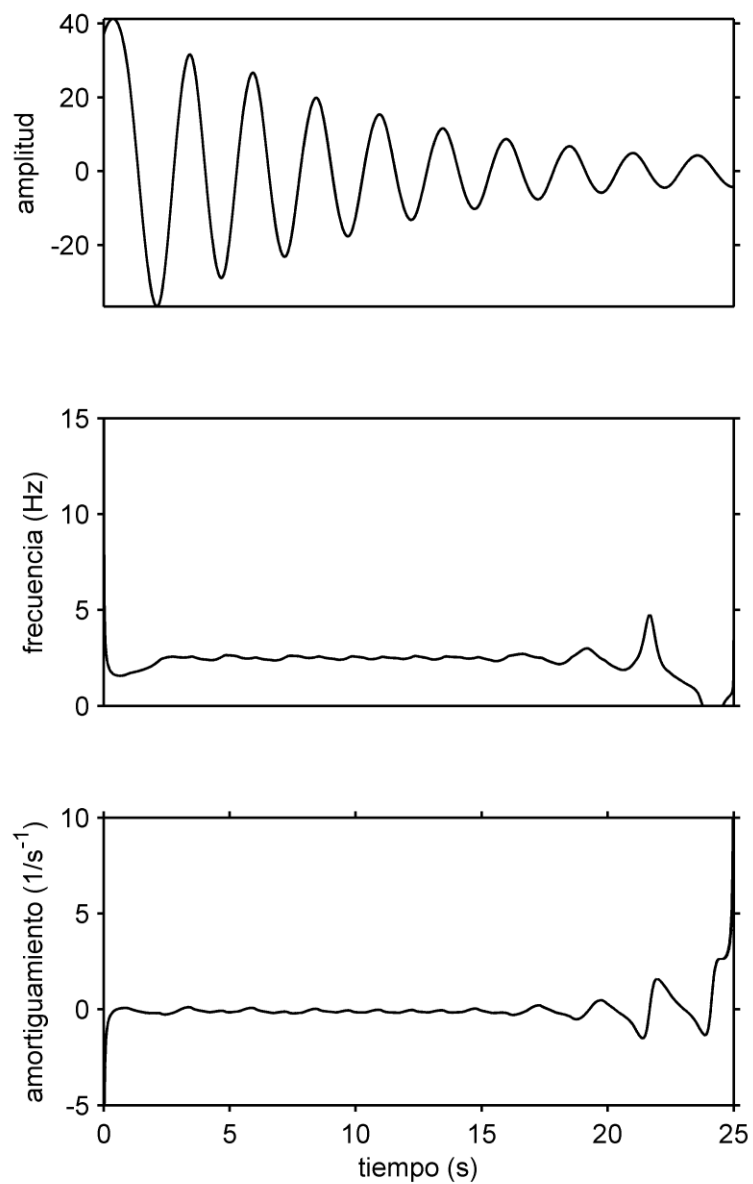
**Figura 3.4.** Proceso EMD de la señal del sistema de sexto orden.

Las gráficas en las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7 muestran las IMF's y sus características instantáneas obtenidas por medio de la aplicación de la transformada Hilbert-Huang a la señal de la respuesta en el tiempo del sistema de sexto orden. En cada gráfica se muestra en la primera fila la IMF obtenida por medio de la descomposición modal empírica, mientras que la segunda y tercera fila muestran la frecuencia y el amortiguamiento instantáneos obtenidos mediante aplicar la transformada de Hilbert a cada IMF.

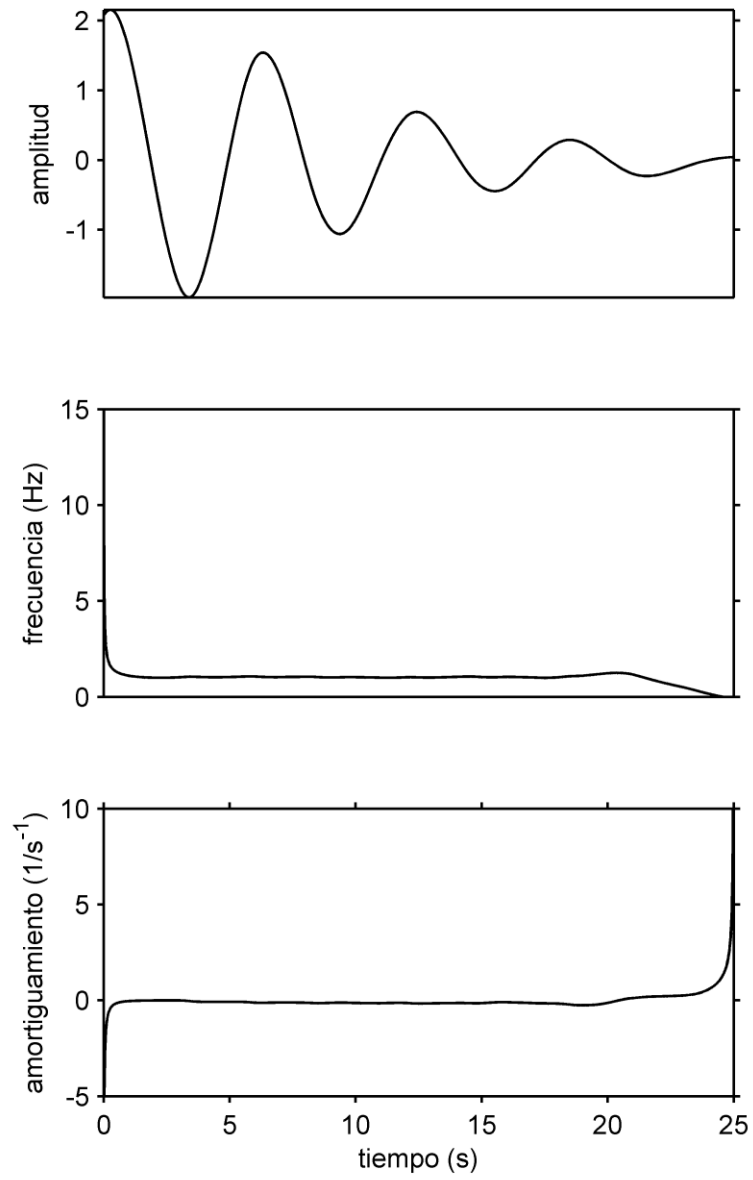


**Figura 3.5.** Primera IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden.





**Figura 3.6.** Segunda IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden.



**Figura 3.7.** Tercera IMF y sus características instantáneas obtenidas mediante la transformada Hilbert-Huang para el sistema de sexto orden.

La Tabla 3.4 muestra una comparación de lo obtenido con la transformada Hilbert-Huang (HHT) y el método de Prony.

**Tabla 3.3.** Comparación de parámetros obtenidos mediante la aplicación de la transformada Hilbert-Huang y el método de Prony a la respuesta del sistema de sexto orden.

Señal Original		Transformada Hilbert-Huang (promedio)		Método de Prony	
Frecuencia (Hz)	$\zeta$ (%)	Frecuencia (Hz)	$\zeta$ (%)	Frecuencia (Hz)	$\zeta$ (%)
0.79	2.4	0.7908	2.36	0.8	2.39
0.39	4.4	0.3947	4.41	0.4	3.98
0.15	9.95	0.1644	9.3	0.16	10.88

Los resultados obtenidos por medio de la transformada Hilbert-Huang muestran ser muy consistentes con aquellos obtenidos mediante el método de Prony. El método de Prony es un método paramétrico ampliamente reconocido en el análisis de los sistemas eléctricos de potencia y en otras áreas de la ciencia. Las ventajas de utilizar el método de Prony pueden resumirse básicamente en que por medio de este método de análisis es posible obtener de manera confiable los valores cuantitativos de las variables que describen las oscilaciones modales del sistema dinámico. En cambio, la información que se obtiene mediante el análisis de la transformada de Hilbert ha sido manejada tradicionalmente en valores instantáneos no cuantitativos. Sin embargo, podemos ver que al manejar el valor promedio de la función en el tiempo tanto de la frecuencia como del amortiguamiento instantáneo calculado mediante la transformada de Hilbert podemos llegar a una muy buena aproximación del valor real. De tal manera que, corroborando con los resultados del método de Prony se puede concluir que es posible lograr una buena caracterización del sistema mediante el método HHT en términos del valor promedio de las funciones instantáneas en el tiempo. El problema ahora radica en lograr minimizar cualquier error y distorsión en el cálculo de los valores instantáneos mediante HHT. En los siguientes capítulos se explica más acerca del uso de esta herramienta.

### 3.5 Cálculo del ángulo de fase

Los parámetros de una señal oscilatoria están continuamente cambiando en el tiempo. Es necesario tomar en cuenta los diferentes factores que pueden influenciar en su operación, así como también sus condiciones iniciales.

El ángulo de desfase  $\theta$  es un factor que puede causar errores en la estimación de los parámetros de la señal de respuesta de un sistema si no se toma en cuenta al realizar el análisis. Esto puede advertirse al observar (3.25).

Generalmente la frecuencia instantánea de una señal es calculada como la derivada de la fase por medio de:

$$\omega(t) = \dot{\varphi}(t) \quad (3.36)$$

Sin embargo, se debe notar que al realizar esta operación no se está tomando en cuenta el valor actual del ángulo de desfase  $\theta$ . Es importante conocer este valor, especialmente cuando se desea reconstruir la señal a partir de los parámetros calculados.

Mediante la condición  $(\omega t + \theta)$  de la ecuación (3.25) y al considerar la (3.36) se puede recuperar el ángulo de desfase al restar la integral de la frecuencia de oscilación al ángulo de fase  $\varphi$  de la señal como sigue:

$$\theta = \varphi(t) - \int \omega t(t) dt \quad (3.37)$$

Tomar en cuenta el cálculo de esta variable, por muy mínimo que sea su valor repercutirá en una mejor aproximación de la señal analizada, y por tanto en la obtención de un mejor resultado en la caracterización de los parámetros que describen el sistema dinámico.

## 3.6 Conclusiones

En este capítulo se presentó lo relacionado con el análisis de sistemas dinámicos oscilatorios y el cálculo de sus características instantáneas. Esto es importante para efectuar un análisis que sea confiable y capaz de extraer características inherentes al sistema que afectan directamente la operación del mismo.

El análisis de la respuesta oscilatoria de sistemas dinámicos por medio de la transformada de Hilbert-Huang ha sido algo que ha atraído a muchos investigadores de distintas áreas [9]-[11]. Por medio de esta herramienta de análisis podemos caracterizar el sistema de una manera eficiente por medio de analizar su respuesta en el tiempo. Este método tiene por ventaja que puede ser aplicado de una manera directa sin necesidad de un procesamiento previo de los datos que se desean analizar ya que se trata de una herramienta de análisis adaptiva.

El hecho de tener una herramienta de análisis que sea adaptiva tiene muchas ventajas debido a que puede ser aplicada a la respuesta de cualquier sistema o proceso. Además, el método de descomposición de una señal en sus funciones modales ayuda a obtener en una manera intrínseca el comportamiento dinámico del sistema [4].

El proceso para la obtención de las componentes modales de un sistema es sumamente importante. Sin embargo, sin la aplicación de una técnica adecuada para la extracción de las características instantáneas el método de descomposición sería de poco provecho. Aquí es donde tiene cabida la transformada de Hilbert. Por medio de la transformada de Hilbert se pueden extraer los parámetros que caracterizan un sistema. De aquí el tratar de descomponer una señal en sus componentes modales, y luego separar cada una de esas componentes en su amplitud y frecuencia modulada.

## Referencias

- [1] P. Kundur. *Power System Stability and Control*, New York: McGraw-Hill, 1994, 1176 pp.
- [2] P. W. Sauer y M. A. Pai. *Power System Dynamics and Stability*, Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1998, 357 pp.
- [3] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung, y H. H. Liu, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis,” en *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, vol. 454, no. 1971, pp. 903-995, Marzo 1998.
- [4] T. J. Browne, V. Vittal, G.T. Heydt, y A. R. Messina, “Practical application of Hilbert transform techniques in identifying inter-area oscillations,” en *Inter-area Oscillations in Power Systems: A Nonlinear and Nonstationary Perspective*, ed. A. R. Messina, New York: Springer, 2009, pp. 101-126.
- [5] N. E. Huang, “Introduction to the Hilbert–Huang Transform and its related mathematical problems,” en *The Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, Eds. N. E. Huang y S. S. P. Shen, Singapore; Hackensack, NJ; London: World Scientific, 2005, pp. 1-26.
- [6] A. R. Messina, V. Vittal, D. Ruiz-Vega, y G. Enríquez-Harper, “Interpretation and visualization of wide-area PMU measurements using Hilbert analysis,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1763-1771, Nov. 2006.
- [7] S. L. Hahn, “Hilbert transforms,” en *The Transforms and Applications Handbook*, 2<sup>a</sup> ed., Ed. A. D. Poularikas, Boca Raton, Fla.: CRC Press, 2000, pp. 7/1-7/132.
- [8] D. Gabor, E. A. Ash, y D. Dracott, “Langmuir’s Paradox,” en *Nature*, vol. 176, pp. 916-919, Nov. 1955.
- [9] T. J. Browne, V. Vittal, G. T. Heydt, y A. R. Messina, “A comparative

- assessment of two techniques for modal identification from power system measurements,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 1408-1415, Ago. 2008.
- [10] R. Deering, y J. F. Kaiser, “The use of a masking signal to improve empirical mode decomposition,” en *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol.4, pp. iv / 485 – iv / 488, 18-23 Marzo 2005.
- [11] D. S. Laila, A. R. Messina, y B. C. Pal, “A refined Hilbert–Huang transform with applications to interarea oscillation monitoring,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 610-620, Mayo 2009.

# Capítulo 4

## Cálculo de características instantáneas mediante el método de cuadratura

*En el presente capítulo se describe el método de cuadratura y su aplicación para resolver algunas limitantes de la transformada de Hilbert. Se demuestra que mediante el método de cuadratura se pueden separar eficientemente las componentes de amplitud y frecuencia modulada de una señal, haciendo posible obtener una verdadera señal analítica. Además, se demuestra que mediante este nuevo método se pueden obtener las características instantáneas eficientemente de una manera más directa y exacta.*

### 4.1 Introducción

La determinación de los parámetros que caracterizan un sistema dinámico no es una tarea sencilla de realizar. Es necesario contar con herramientas de análisis eficientes. Muchas de las herramientas y métodos de análisis tradicionales asumen que los procesos a los que son aplicados son lineales y estacionarios. Sin embargo, se debe de reconocer que en la mayoría de los sistemas reales, y aun en sistemas simulados, la situación no es tal. En estos casos, la aplicación de las herramientas de análisis tradicionales puede llevar a resultados que carezcan de información, o simplemente proveer información limitada acerca de la dinámica y características de operación del sistema.



La transformada de Hilbert se utiliza para extraer las características instantáneas de las funciones modales intrínsecas (IMF's) obtenidas mediante el método de descomposición modal empírica (EMD). Existen básicamente dos limitantes en cuanto a la aplicación de la transformada de Hilbert [1] que pueden afectar en la adecuada extracción de las características instantáneas. En primer lugar, lo estipulado en el teorema de Bedrosian [2] acerca de una separación pura de las componentes de amplitud modulada (AM) y frecuencia modulada (FM). En segundo lugar, lo estipulado por el teorema de Nuttall [3] acerca de la fidelidad de la función de la fase de una señal.

El método de cuadratura es un método sencillo y de aplicación directa. Este método supera las limitaciones de la transformada de Hilbert debido a que no usa ninguna técnica de integración o transformación. Mediante este método se obtiene la verdadera componente de cuadratura que produce una función de fase perfecta de círculo unitario. El método de cuadratura es usado para obtener no solamente una aproximación de las características instantáneas de una señal, sino para obtener de una manera exacta, en conjunto con el método de descomposición modal empírica, lo que corresponde exactamente con el sistema que se está analizando.

## **4.2 Componente de cuadratura de una señal**

El método de cuadratura fue propuesto por Norden E. Huang con el fin de obtener características instantáneas precisas al efectuar una separación precisa de las componentes de AM y FM de una señal [1]. El método de cuadratura supera las limitaciones de la transformada de Hilbert establecidas por los teoremas de Bedrosian y Nuttall, los cuales son dos fundamentos teóricos firmes que deben ser cumplidos a fin de lograr una eficiente identificación y caracterización del sistema [4]-[5].

### 4.2.1 Teorema de Bedrosian

Bedrosian establece que una condición necesaria a fin de obtener una frecuencia instantánea significativa por medio de la señal analítica es definir una restricción para una separación pura de las componentes de AM y FM por medio de la transformada de Hilbert [2]. Para una señal  $x(t)$  de la forma:

$$x(t) = A(t) \cos \varphi(t) \quad (4.1)$$

su transformada de Hilbert  $x_H(t)$  está dada por:

$$x_H(t) = \mathcal{H}\{A(t) \cos \varphi(t)\} = A(t)\mathcal{H}\{\cos \varphi(t)\} \quad (4.2)$$

y la expresión de la señal analítica por:

$$z(t) = x(t) + jx_H(t) \quad (4.3)$$

La condición (4.2) es cumplida únicamente cuando las componentes de AM y FM de  $x(t)$ , es decir,  $A(t)$  y  $\cos \varphi(t)$ , son separadas apropiadamente. De otra manera, es posible que las variaciones de la componente de AM contaminen la componente de FM y no sea satisfecho el teorema de Bedrosian. Esto causará que aunque la parte real de la señal analítica de (4.3) sea idéntica a la señal que se está analizando, la parte imaginaria no corresponda totalmente a su componente en cuadratura debido a que la función de la fase de la señal ha sido contaminada por las modulaciones en amplitud.

**Teorema 1** (Teorema de Bedrosian). *Sean  $x(t)$  y  $y(t)$  señales generales complejas de energía finita de la variable real  $t$ , sus transformadas de Fourier están dadas por  $X(f) = \mathcal{F}\{x(t)\}$  y  $Y(f) = \mathcal{F}\{y(t)\}$ . Si*

$$i) \quad X(f) = 0 \text{ para } |f| > a, \text{ y } Y(f) = 0 \text{ para } |f| < b, \text{ donde } b \geq a \geq 0$$

o

$$ii) \quad X(f) = 0 \text{ para } |f| > -a, \text{ y } Y(f) = 0 \text{ para } |f| < b, \text{ donde } b \geq a \geq 0$$

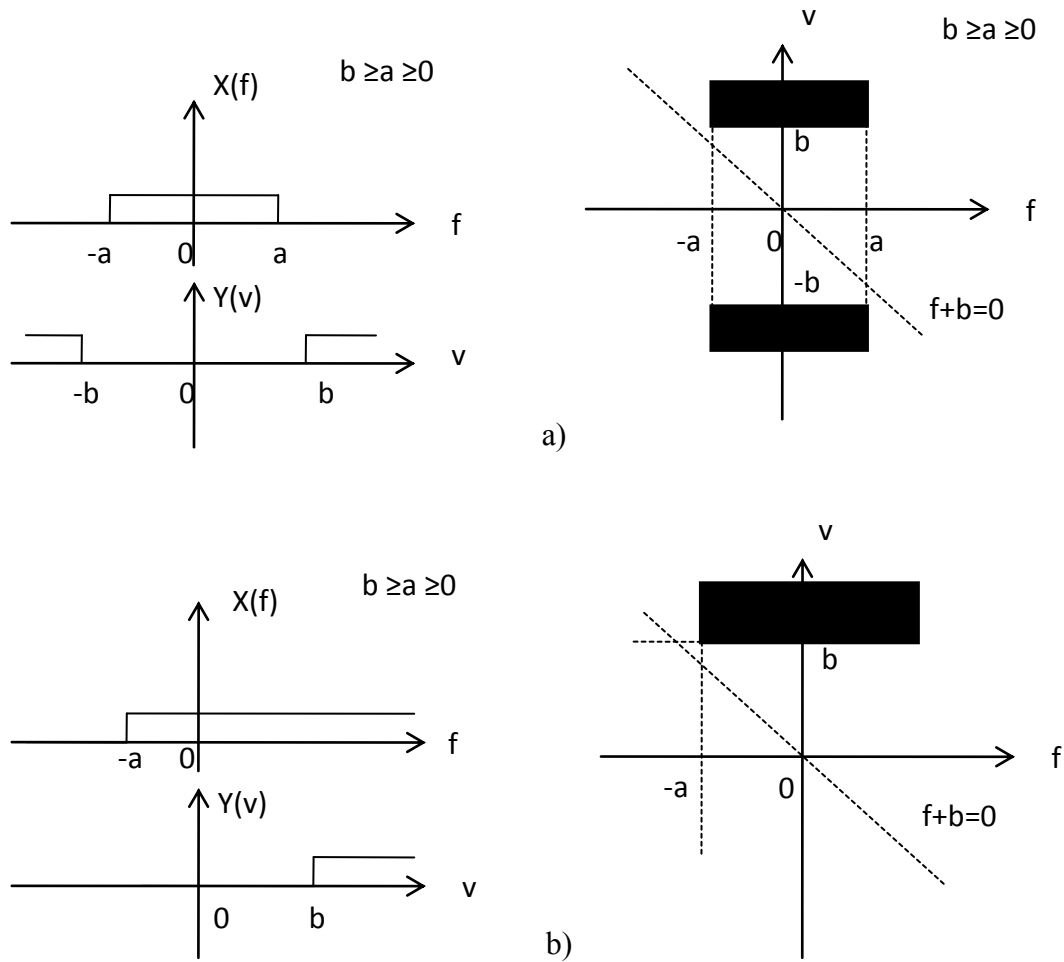
entonces, tenemos que:

$$\mathcal{H}\{x(t)y(t)\} = x(t) \cdot \mathcal{H}\{y(t)\} \quad (4.4)$$

*Se puede discutir que:*

- a) *Las condiciones i) y ii) son necesarias y suficientes.*
- b) *La condición i) tiene un significado práctico muy importante debido a que se aplica cuando  $x(t)$  y  $y(t)$  son funciones reales. En este caso, los espectros de  $X(f)$  y  $Y(f)$  deben estar separados como en la Figura 4.1 a.*
- c) *La condición ii) se aplica cuando  $x(t)$  y  $y(t)$  son complejas. En este caso ambos espectros, tanto de  $X(f)$  como de  $Y(f)$  deben estar del lado derecho y no es necesario que estén separados (ver Figura 4.1 b).*
- d) *Un caso especial de la condición ii) es cuando  $a = b = 0$ . En este caso, ambas señales  $x(t)$  y  $y(t)$  son señales analíticas, así que (4.4) se puede expandir de la forma:*

$$\mathcal{H}\{x(t)y(t)\} = x(t) \cdot \mathcal{H}\{y(t)\} = y(t) \cdot \mathcal{H}\{x(t)\} \quad (4.5)$$



**Figura 4.1.** Regiones de integración del teorema de Bedrosian:  
a) funciones reales y b) funciones complejas.

### 4.2.2 Teorema de Nuttall

Nuttall debatió en cuanto a la fidelidad de la función de la fase de una señal [3]. Es decir, por medio de aplicar la transformada de Hilbert a una señal, la función de la fase debe ser preservada de tal manera que:

$$\mathcal{H}\{\cos \varphi(t)\} = \sin \varphi(t) \quad (4.6)$$

La ecuación (4.6) establece prácticamente la condición de que la señal y su componente de cuadratura deben estar perfectamente desfasadas  $90^\circ$  una de la otra. Esto también muestra la problemática existente de que la parte imagi-

naria de la señal analítica corresponda con la verdadera componente de cuadratura de la señal que se está analizando.

Nuttal, también definió el error basado en la diferencia de lo obtenido por la transformada de Hilbert con la verdadera componente de cuadratura. El propósito de Nuttal era proveer una medición cuantitativa que ayudara a resolver la controversia del asunto. Sin embargo, este error está limitado debido a que es expresado en términos del espectro de Fourier, y además, involucra el hecho de conocer la verdadera componente de cuadratura.

Para una señal  $x(t)$  de la forma:

$$x(t) = r(t) \cos[2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (4.7)$$

Su componente en cuadratura  $\hat{x}(t)$  está dada por:

$$\hat{x}(t) = r(t) \sin[2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (4.8)$$

La medida cuantitativa definida por el teorema de Nuttal está en función de la diferencia de la energía por medio de

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} [x_H(t) - \hat{x}(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} [S_{x_H}(f) - S_{\hat{x}}(f)]^2 df \quad (4.9)$$

donde  $S_{x_H}(f)$  es el espectro de  $x_H(t)$  y  $S_{\hat{x}}(f)$  es el espectro de  $\hat{x}(t)$ .

### ***4.2.3 Método de cuadratura***

El método de cuadratura sobrepasa las limitantes de la transformada de Hilbert establecidas por los dos teoremas ya mencionados. Este método es un método iterativo basado en un esquema de normalización de las IMF's obtenidas a partir del método de descomposición modal empírica (EMD). Mediante el método de cuadratura las IMF's son separadas en sus componentes de amplitud y frecuencia modulada de manera precisa con el fin de obtener una

componente de cuadratura perfectamente desfasada  $90^\circ$ . Mediante este método se consigue que las características instantáneas sean más exactas que las obtenidas mediante la transformada de Hilbert.

El proceso de normalización en el método de cuadratura provee la manera de calcular en forma directa la verdadera componente de cuadratura de una señal mediante su componente de FM de amplitud unitaria. Además, la componente de AM obtenida no posee variaciones que contaminen de manera alguna la componente de FM, sino que es más suave que la envolvente obtenida mediante la magnitud o el módulo de la señal analítica. Esto hace que los dos teoremas mencionados anteriormente sean satisfechos debido a que no existen discrepancias entre la señal y su componente en cuadratura como sucede con la señal analítica obtenida mediante la transformada de Hilbert, sino que están perfectamente desfasadas  $90^\circ$  una de la otra.

La componente en cuadratura  $x_q(t)$  de una señal  $x(t)$  obtenida mediante el método de cuadratura cumple básicamente con la condición:

$$x^2(t) + x_q^2(t) = 1 \quad (4.10)$$

donde el error está dado por la diferencia con la unidad.

#### ***4.2.4 Algoritmo del método de cuadratura***

En seguida, se describen los detalles del algoritmo para obtener la componente en cuadratura de una señal:

Sea  $x(t)$  una señal que represente los datos de una IMF obtenida mediante el método de descomposición modal empírica (EMD):

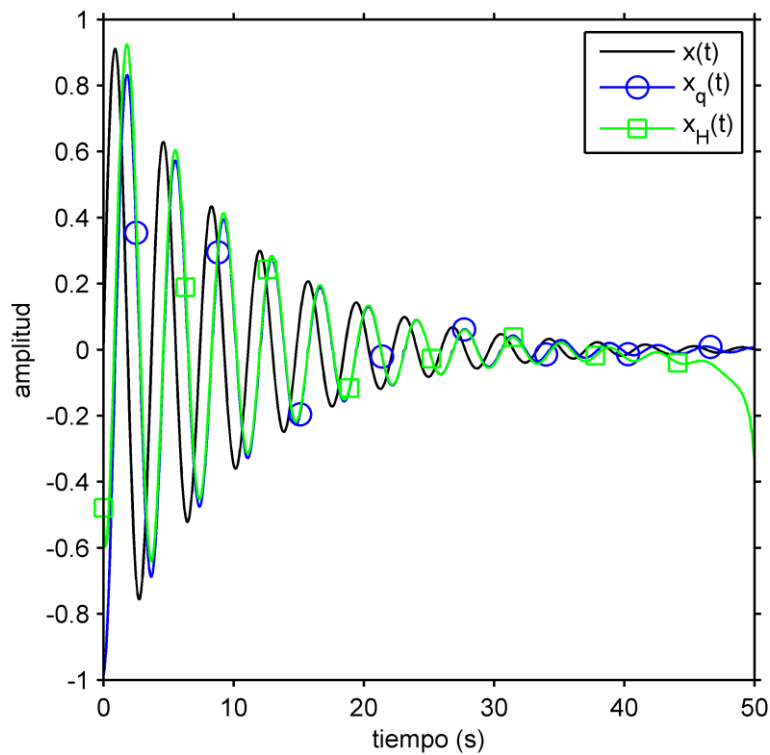
- Primero, identificar los máximos locales de  $x(t)$  a partir de su valor absoluto.

- Luego, formar una envolvente al conectar esos puntos máximos mediante una curva de interpolación cúbica. A esta primera función obtenida se le llama envolvente empírica de los datos  $e_1(t)$ .
- Usar la envolvente empírica obtenida para normalizar los datos mediante  $y_1(t) = \frac{x(t)}{e_1(t)}$ .
- En seguida, repite el proceso de normalización por medio de obtener la envolvente  $e_2(t)$  a partir de  $y_1(t)$ , e itera con  $y_2(t) = \frac{y_1(t)}{e_2(t)}$  hasta  $y_n(t) = \frac{y_{n-1}(t)}{e_n(t)}$ .
- La normalización será completada después de  $n$  iteraciones hasta que todos los valores de  $y_n(t)$  sean igual o menor que uno.
- Definir  $y_n(t)$  como la componente de frecuencia modulada  $F(t)$  mediante  $y_n(t) = \cos \varphi(t) = F(t)$ .
- Definir la componente de amplitud modulada mediante  $A(t) = \frac{x(t)}{F(t)}$  de tal manera que  $x(t) = A(t) * F(t) = A(t) \cos \varphi(t)$ .
- Obtener la fase al usar  $F(t)$  y su componente de cuadratura  $F_q(t) = \sin \varphi(t) = \sqrt{1 - F^2(t)}$  mediante  $\varphi(t) = \arctan \frac{F(t)}{\sqrt{1 - F^2(t)}}$ .

#### ***4.2.5 Comparación de las características instantáneas obtenidas mediante el método de cuadratura con las obtenidas mediante la señal analítica***

La Figura 4.2 muestra una IMF típica,  $x(t) = e^{-\sigma t} \sin \omega t$ , donde  $\sigma = -0.1$  1/s, y  $\omega = 1.6965$  rad/s. En la gráfica se visualiza también su componente de cuadratura obtenida tanto por la transformada de Hilbert como por el método de cuadratura.

Las diferencias encontradas entre lo obtenido por medio de la transformada de Hilbert y el método empírico de cuadratura son principalmente por el hecho de que la componente de cuadratura debe cumplir con la condición de estar perfectamente desfasada  $90^\circ$  de la señal que se está analizando. La señal analítica obtenida mediante la transformada de Hilbert no cumple de una manera exacta con esta condición. Esta es la principal razón por la que el método de cuadratura prevalece sobre la transformada de Hilbert, ya que la componente de cuadratura obtenida por medio de este método empírico sí cumple apropiadamente con dicha condición.



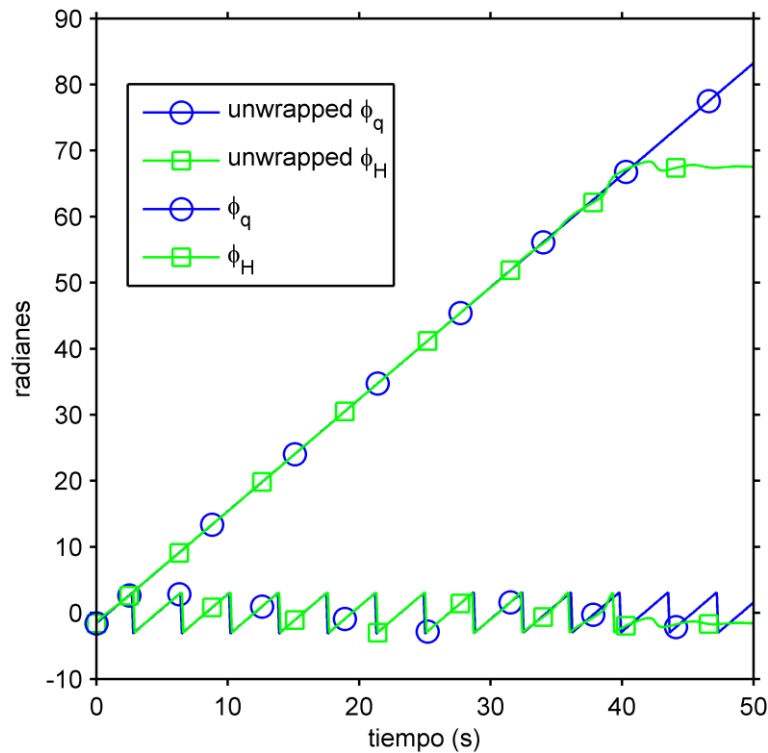
**Figura 4.2.** IMF típica y su componente de cuadratura.

Las diferencias encontradas entre los resultados de ambos métodos pueden variar dependiendo de la señal que se esté analizando [1]. Estas diferencias pueden ser más notorias al visualizar la gráfica de la fase y la frecuencia instantánea de la señal. El método de cuadratura, por ser un método empírico que



está basado en los mismos datos de la señal que está analizando provee una información más relevante. Además, debido que su formulación no está basada en ninguna transformación o integración, sino en derivación, los resultados obtenidos son extremadamente locales.

En la Figura 4.3 se muestra la función de la fase de la señal con respecto al tiempo en su forma continua y también delimitada en el intervalo  $(-\pi, \pi)$ .

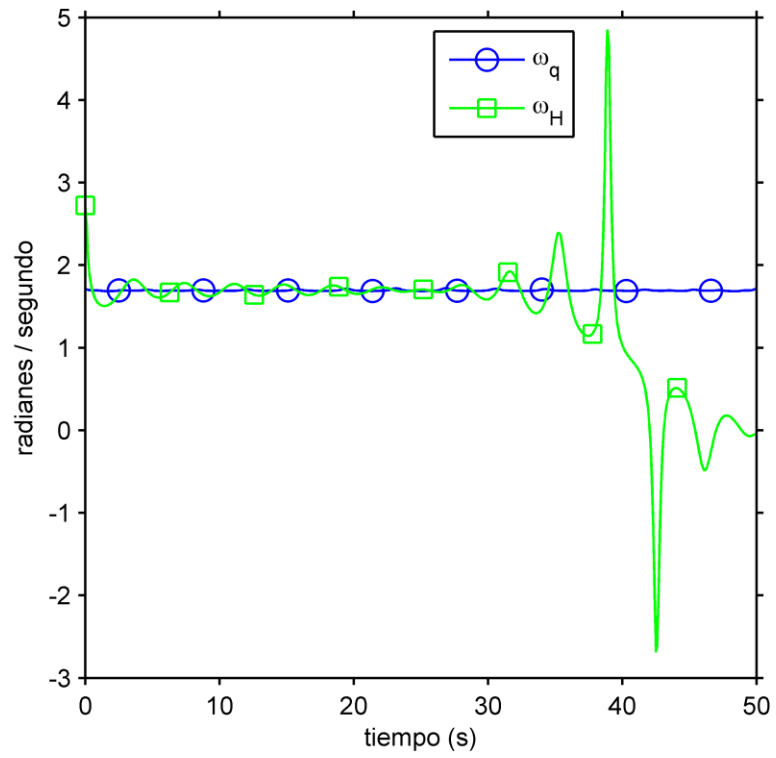


**Figura 4.3.** Fase instantánea de una IMF típica.

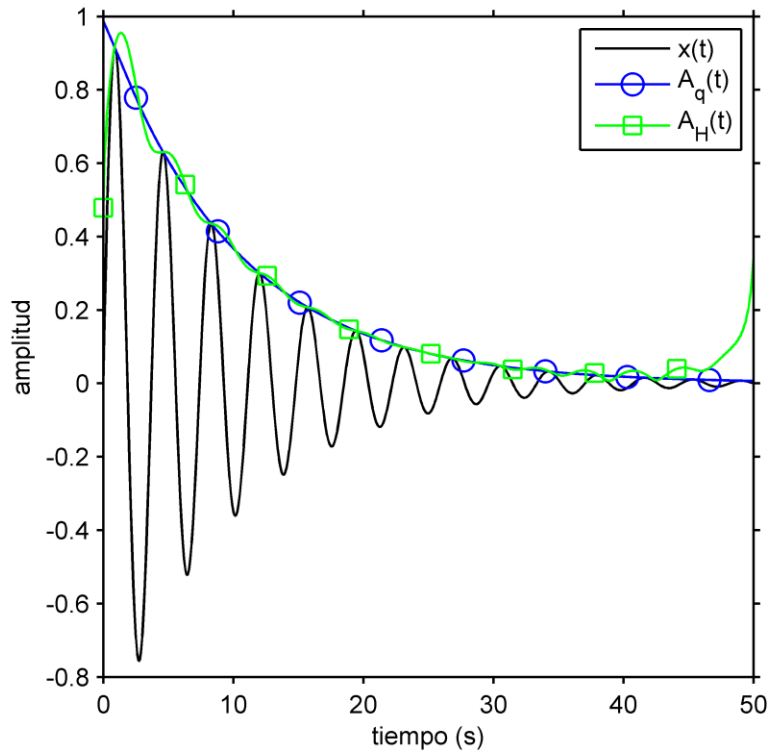
También, en la Figura 4.4 se muestra la frecuencia instantánea. Se puede notar con claridad la limitación de la transformada de Hilbert en obtener una función de fase y una frecuencia instantánea bien definida y confiable.

En la Figura 4.5 se muestra una IMF típica y las envolventes obtenidas por medio del método de cuadratura y por medio de la señal analítica. Se puede observar claramente las ligeras variaciones de la envolvente obtenida por me-

dio de la señal analítica asociada con la transformada de Hilbert en contraste con la envolvente suave bien comportada del método de cuadratura.

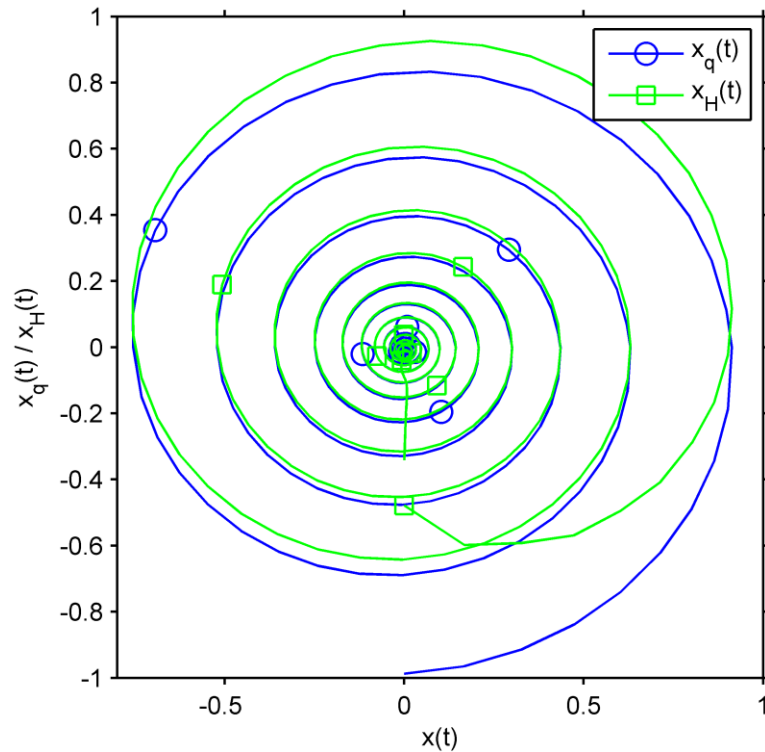


**Figura 4.4.** Frecuencia instantánea de una IMF típica.



**Figura 4.5.** IMF típica y su envolvente o componente de AM.

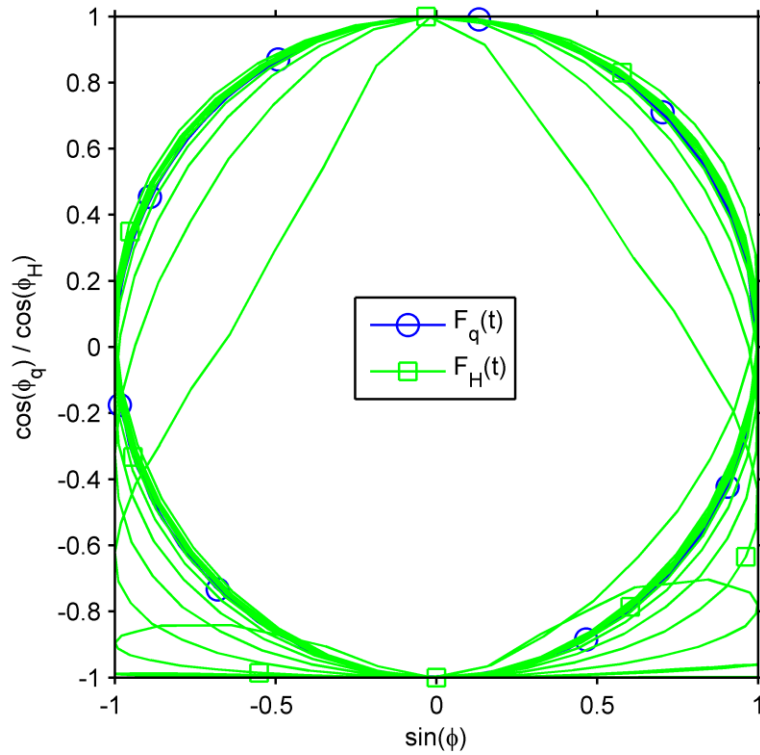
Por medio de la Figura 4.6 también se puede observar claramente las diferencias entre la componente de cuadratura obtenida por la transformada Hilbert  $x_H(t)$  y la obtenida por el método empírico de cuadratura  $x_q(t)$  al graficar el plano de fase de  $x(t)$ .



**Figura 4.6.** Plano de fase de una IMF típica.

La divergencia existente entre  $x_H(t)$  y la verdadera componente de cuadratura de la señal, por muy mínima que sea, es razón para tener resultados distintos en la obtención de las características instantáneas.

Otro medio por el que podemos apreciar muy claramente las diferencias entre los resultados obtenidos mediante ambos métodos es la gráfica del plano de fase de la componente de frecuencia modulada (FM) mostrado en la Figura 4.7. Esta gráfica debiera ser un círculo perfecto de radio unitario. Ya que  $F(t) = \sin \varphi(t)$ , su componente de cuadratura debe ser  $F_q(t) = \cos \varphi(t)$ . Entonces, se debe cumplir la condición de que  $F(t)^2 + F_q(t)^2 = 1$ . Sin embargo, se puede notar en la figura que la componente de FM obtenida por medio de la transformada de Hilbert no cumple exactamente con esta condición. También, es notable que la componente obtenida mediante el método empírico de cuadratura sea, básicamente, el círculo unitario.



**Figura 4.7.** Plano de fase de la componente de FM de una IMF típica.

Los detalles mostrados son suficientes para considerar que el método de cuadratura sea utilizado conjuntamente con el método de descomposición modal empírica para encontrar los parámetros del sistema de una manera precisa.

### 4.3 Aplicación del método de cuadratura

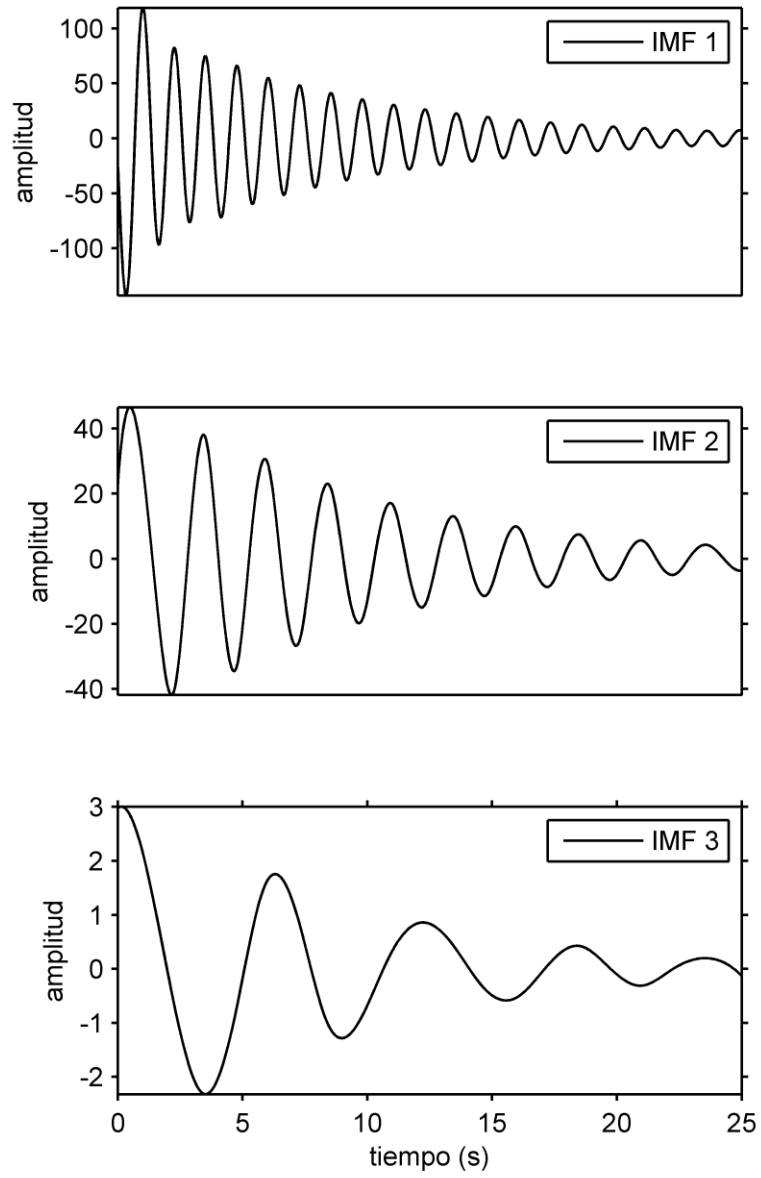
En esta sección se presenta el cálculo de las características instantáneas mediante la aplicación del método de cuadratura a la respuesta del sistema de sexto orden del ejemplo del capítulo anterior a fin de comparar los resultados con aquellos obtenidos mediante la transformada de Hilbert. Se presenta también, una aproximación numérica mediante la técnica de mínimos cuadrados.

### 4.3.1 Sistema de sexto orden

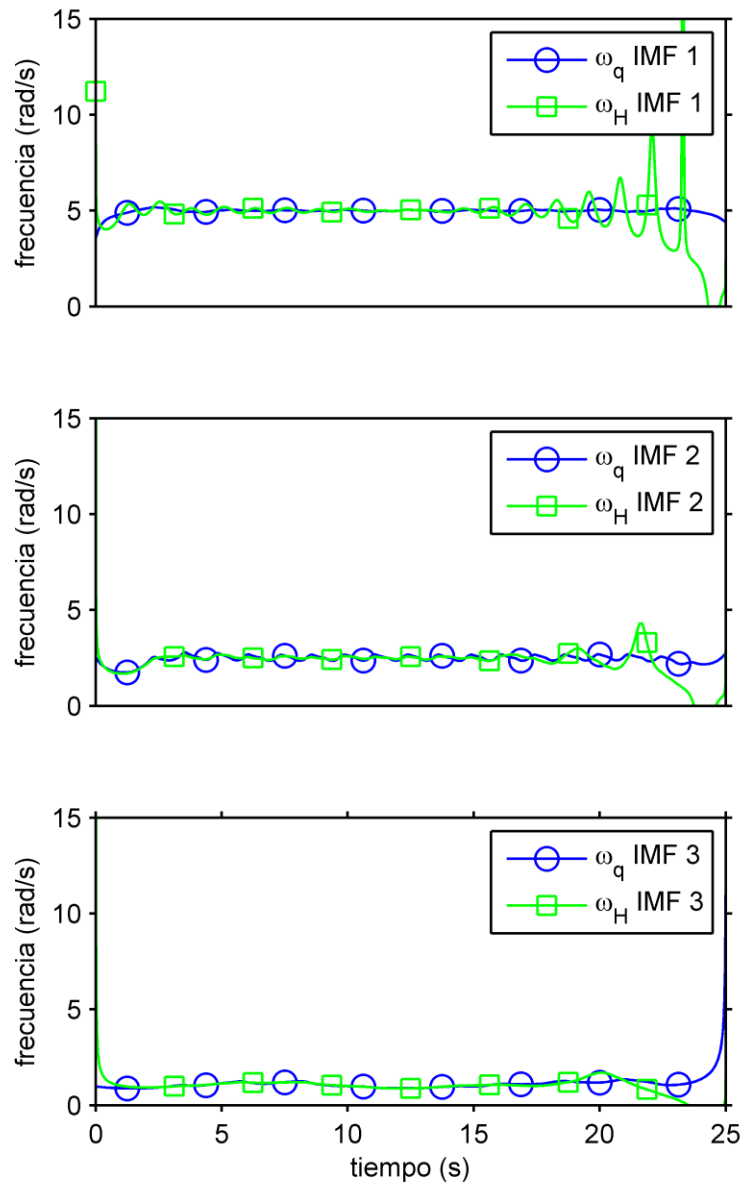
En seguida se muestran las IMF's y las características instantáneas obtenidas mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert para el sistema de sexto orden del capítulo anterior, cuyos parámetros se muestran en la Tabla 4.1. En la Figura 4.8 se muestran las primeras tres IMF's obtenidas a partir de la respuesta del sistema de sexto orden. Las Figuras 4.9 y 4.10 muestran las gráficas de la frecuencia y el amortiguamiento instantáneo para cada IMF.

**Tabla 4.1.** Parámetros del sistema de sexto orden.

Eigenvalores ( $\sigma \pm j\omega$ )	Frecuencia (rad/s)	razón de amortiguamiento $\zeta$ (%)
-1.20e-001 + 5.00e+000i	5.00e+000	2.40
-1.20e-001 - 5.00e+000i	5.00e+000	2.40
-1.10e-001 + 2.50e+000i	2.50e+000	4.40
-1.10e-001 - 2.50e+000i	2.50e+000	4.40
-1.00e-001 + 1.00e+000i	1.00e+000	9.95
-1.00e-001 - 1.00e+000i	1.00e+000	9.95

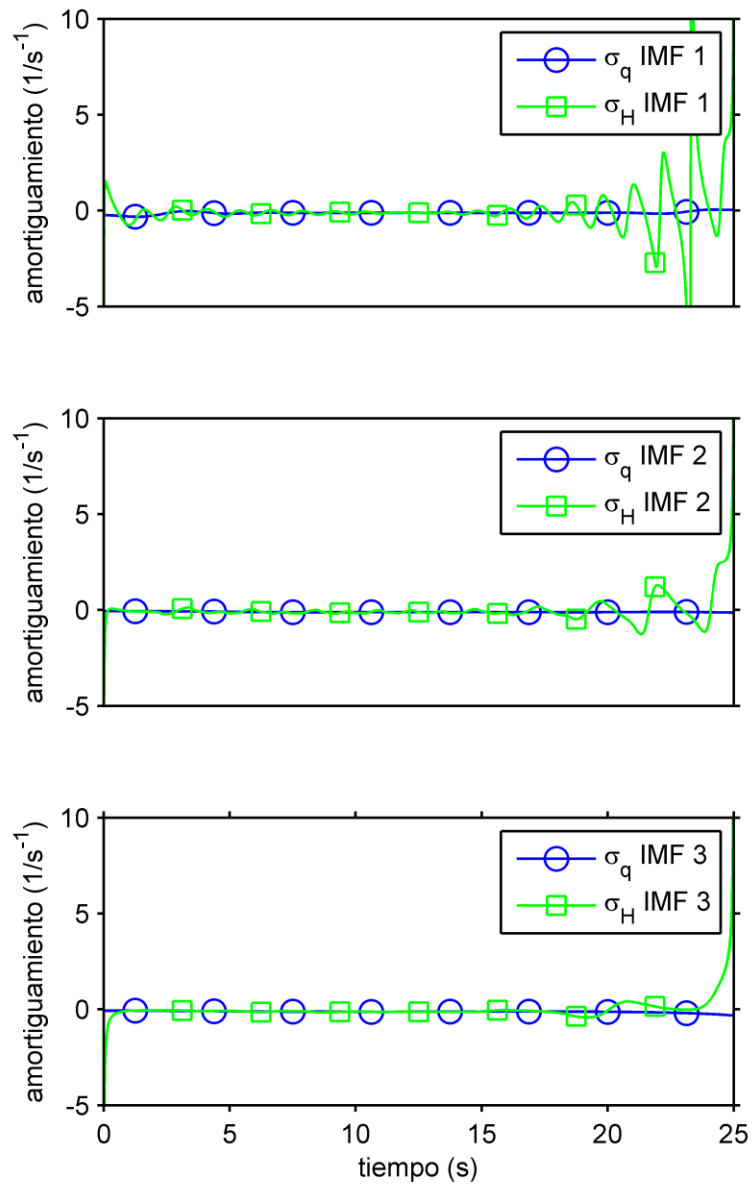


**Figura 4.8.** IMF's del sistema de sexto orden.



**Figura 4.9.** Frecuencia instantánea para cada IMF obtenidas mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert.





**Figura 4.10.** Amortiguamiento instantáneo obtenido para cada IMF mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert.

### 4.3.2 Aproximación numérica de características instantáneas para cálculo de los eigenvalores

A fin de comparar numéricamente las características instantáneas obtenidas mediante el método de cuadratura con las obtenidas mediante la transformada de Hilbert se recurre al método de mínimos cuadrados.

Aunque los métodos basados en la transformada Hilbert-Huang poseen ventajas analíticas sobre otras herramientas, como la transformada de Fourier, presentan desventajas sobre estos al momento de sintetizar información sobre los eigenvalores a partir del análisis temporal de las señales. Sin embargo, a diferencia de tales técnicas, la transformada Hilbert-Huang permite considerar la modulación intra- e inter-onda sin cálculos adicionales [1], [6].

Por esto, se propone un modelo que representa la frecuencia,  $\omega(t)$ , y amortiguamiento,  $\sigma(t)$ , instantáneos calculados con el método de cuadratura, cuyos parámetros permitan el cálculo directo de los eigenvalores del sistema, permitiendo incluir en estos la información proporcionada por el método de cuadratura sobre las modulaciones. Con base en la información de las características de las señales de frecuencia y amortiguamiento instantáneos estimadas a partir de oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de potencia, se eligió la siguiente función modelo:

$$\phi(\theta, t) = B + M \cos \Omega t \quad (4.11)$$

donde,  $B$ ,  $M$ ,  $\Omega$  y  $t$  son números reales; la ordenada  $t$  indica el tiempo, mientras que  $\theta = [B, M, \Omega]^T$  es el vector de parámetros del modelo. Las diferencias entre las predicciones del modelo y las señales observadas,  $y(t)$ , se combinan en la siguiente función objetivo:

$$f(\theta, t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m [y(t_j) - \phi(\theta, t_j)]^2 \quad (4.12)$$

Dado que los residuos,  $r_j = y(t_j) - \phi(\theta, t_j)$ , son funciones suaves de  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathbb{R}$ , y que  $m \geq 3$ , se puede elegir el minimizador  $\theta^*$  del problema de mínimos cuadrados como el mejor estimado de los parámetros [7]. Empleando  $\phi_\omega(\theta_\omega, t)$  y  $\phi_\sigma(\theta_\sigma, t)$  es posible caracterizar numéricamente las señales de frecuencia y amortiguamiento instantáneos respectivamente. El valor promedio,  $\bar{y}$ , de la señal medida,  $y(t)$ , será entonces,  $\bar{y} = B$  con una incertidumbre  $\varepsilon = \pm M$ . Las modulaciones intra- e inter-onda de la señal están representadas por los parámetros  $\Omega$  y  $M$ .

La Tabla 4.2 muestra los eigenvalores obtenidos mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert. Se contemplo la función modelo (4.11) para efectuar la aproximación numérica del amortiguamiento y frecuencia de estos, empleando el método de mínimos cuadrados.

**Tabla 4.2.** Parámetros del sistema de sexto orden obtenidos mediante el método de cuadratura y la transformada de Hilbert.

Eigenvalores obtenidos: Método de cuadratura				
<u>Eigenvalores</u>	<u>Amortiguamiento</u>	<u>tol +/-</u>	<u>Frecuencia (Hz)</u>	<u>tol +/-</u>
-0.1222 + 4.9726i	0.0246	0.0056	0.7917	0.0109
-0.1034 + 2.4445i	0.0423	0.0023	0.3894	0.0099
-0.1231 + 1.1267i	0.1086	0.0147	0.1804	0.0167
Eigenvalores obtenidos: Transformada de Hilbert				
<u>Eigenvalores</u>	<u>Amortiguamiento</u>	<u>Frecuencia (Hz)</u>		
-0.1174 + 4.9676i	0.0236	0.7908		
-0.1094 + 2.4774i	0.0441	0.3947		
-0.0961 + 1.0286i	0.0930	0.1644		

## 4.4 Método $\sigma$ EMD

En esta sección se discuten las limitantes prácticas, tales como la duración,  $T$ , y el ancho de banda,  $B$ , finitos de una señal que deben tomarse en cuenta al efectuar la estimación de su frecuencia instantánea. La duración efectiva,  $T_s$ , y el ancho de banda efectivo,  $B_s$ , de una señal  $s(t)$  con energía finita y media cero, se definen según Gabor, como [8]:

$$T_s^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |s(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt} \quad (4.13)$$

$$B_s^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^2 |s(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |s(f)|^2 df} \quad (4.14)$$

donde  $s(f)$  es el espectro de  $s(t)$ .

Algunas definiciones y propiedades que han probado ser de utilidad práctica al tratar de estimar la frecuencia instantánea de una señal real [4], se mencionan a continuación:

**Definición 1:** Una señal asintótica  $s(t)$  se conoce como señal monocompone-  
nente (o invertible) si para esta señal, la frecuencia instantánea  $f_i(t)$ , represen-  
ta de manera exacta la ley de modulación de frecuencia de la señal y además  
biyectiva, de tal manera que la función  $f_i^{-1}(f)$  existe.

**Definición 2:** Una señal asintótica  $s(t)$  se conoce como señal multicompo-  
nente si existe un número finito  $N$  de señales monocompone-  
nente  $s_i(t)$ ,  $i = 1, N$  de tal manera que la relación  $s(t) = \sum_{i=1}^N S_i(t)$  se cumple para los valores de  $t$   
para los cuales  $s(t)$  está definida, es decir, si  $s(t)$  puede ser caracterizada como  
la suma de varias señales monocompone-  
nente, y tal descomposición es  
significativa. La descomposición no es única, depende del algoritmo de extrac-

ción de componentes seleccionado. Solamente se necesita que al menos una señal  $s_i(t)$  sea asintótica.

**Propiedad 1:** La distribución de energía de una señal asintótica  $s(t)$  se concentra en un dominio finito (tiempo-ancho de banda) del plano tiempo-frecuencia  $(t - f)$  alrededor de la frecuencia instantánea, y el grado de la concentración está en función del producto BT.

**Propiedad 2:** Para una señal asintótica monocomponente con un producto BT, y una ley de frecuencia monotónica  $f_i(t)$  se aproxima a  $\tau_g^{-1}(f)$ , donde  $\tau_g(f) = -\frac{1}{2\pi} \frac{d}{df} \theta(f)$  es el retraso de grupo de la señal, y  $\theta(f)$  es la fase espectral. Es decir, estas funciones son el inverso una de la otra. En este caso, las leyes  $t - f$  tienen significado físico: por un lado, la frecuencia instantánea,  $f_i(t)$  describe la ley de modulación de frecuencia de la señal  $s(t)$ , mientras que  $\tau_g$  representa el retraso de la señal en el tiempo.

**Propiedad 3:** Para una señal monocomponente, si el producto BT pequeño, entonces  $f_i \neq \tau_g^{-1}$ . De tal manera que no hay significado físico que les sea asociado.

En los siguientes teoremas se expresa la influencia del producto BT y la frecuencia central de las señales analizadas en la formación de las señales analíticas asociadas.

**Teorema 2** (Teorema de Nuttall). *Para una señal de la forma  $s(t) = a(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t))$ , donde  $f_0$  es una frecuencia constante, con un valor arbitrario de BT, la señal analítica obtenida mediante la transformada de Hilbert se aproxima a una representación exacta de la misma señal más su parte imaginaria en cuadratura  $a(t)e^{j(2\pi f_0 t + \phi(t))}$  mientras que  $f_0$  crece y tiende a infinito.*

**Teorema 3** (Principio de fase estacionaria). *Si la señal  $s(t) = a(t) \cos \phi(t)$  tiene una ley de frecuencia puramente positiva ( $d\phi/dt \geq 0$  para todo  $t$ ) y un*

*producto BT grande, entonces la señal analítica generada por medio de la transformada de Hilbert tiende a  $z(t) = a(t)e^{j\phi(t)}$  asintóticamente mientras BT tiende a infinito.*

Durante el proceso de separar la señal en componentes con significado, la variación de la concentración de la energía como función del tiempo en el dominio  $t - f$  proporciona una medida para determinar si hay una o más componentes. Esta concentración de energía puede medirse empleando el ancho de banda local o la dispersión alrededor de la frecuencia instantánea de la señal.

Gabor demostró que la frecuencia promedio en el espectro de una señal es igual al promedio de la frecuencia instantánea [9]:

$$\bar{f} = \bar{f}_i \quad (4.15)$$

donde

$$\bar{f} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (4.16)$$

$$\bar{f}_i = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_i |z(t)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |z(t)|^2 df} \quad (4.17)$$

y  $Z(f)$  es el espectro de la señal analítica,  $z(t)$ .

Las ecuaciones (4.14) y (4.16) pueden expresarse, en forma general, como los momentos centrales de la frecuencia de una señal:

$$\langle f^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f^n |Z(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |Z(f)|^2 df} \quad (4.18)$$

**Teorema 4** Si  $x_1, x_2, \dots, x_n$  constituyen una muestra de  $N(\mu, \sigma)$  ( $p < N$ ), los máximos estimados probables de  $\mu$  y  $\Sigma$  son [10]:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \quad (4.19)$$

$$\Sigma = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})(x_k - \bar{x})' \quad (4.20)$$

donde  $\mu$  es el vector media de  $x$  y  $\Sigma$  es la matriz de covarianza.

Para una señal univariable, (4.20) puede estimarse a partir de:

$$\text{Var } x = \sigma^2 x = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_k - \bar{x})^2 \quad (4.21)$$

Dado que  $\sigma^2(f)$  representa el segundo momento de la frecuencia  $f$ , se puede estimar (4.14) a partir de (4.21). Sustituyendo el requisito  $f_i = \tau^{-1}$ , de la Propiedad 2, por  $B = \tau^{-1}$ , y aproximando  $B$  con el estimador  $\sigma^2$ , se obtiene un nuevo criterio de paro para la descomposición modal empírica:

$$f_i = \sigma^2 \quad (4.22)$$

El fin de esto es lograr que las señales mono componentes, extraídas a partir de la aplicación del método de descomposición modal empírica (EMD) a una señal multicomponente, cumplan con las definiciones y propiedades mencionadas. De esta manera, la desviación estándar  $\sigma$  de la frecuencia instantánea  $f_i$  tenderá a un valor cercano del valor promedio de la misma.

## 4.5 Conclusiones

Mediante los ejemplos mostrados en este capítulo se describió la aplicación del método de cuadratura para resolver algunas de las limitantes de la transformada de Hilbert en cuanto a la obtención de la componente de cuadratura y las características instantáneas de una señal. El método de cuadratura es un método empírico confiable que supera las limitantes de la transformada de Hilbert cumpliendo con todos los aspectos necesarios que definen la componente en cuadratura de una señal. Mediante el método de cuadratura se pueden separar eficientemente las componentes de amplitud y frecuencia modulada de una señal, haciendo posible obtener una verdadera componente de cuadratura. Queda demostrado que mediante este nuevo método las características instantáneas pueden ser obtenidas de una manera más directa y exacta en comparación con lo obtenido mediante la señal analítica de la transformada de Hilbert.

## Referencias

- [1] N. E. Huang, Z. Wu, S. R. Long, K. C. Arnold, X. Chen, y K. Blank, “On instantaneous frequency,” en *Advances in Adaptive Data Analysis*, vol. 1, no. 2, pp. 177-229, Abril 2009.
- [2] E. Bedrosian, “A product theorem for Hilbert transforms,” en *Proceedings of the IEEE*, vol. 51, no. 5, pp. 868-869, Mayo 1963.
- [3] A. H. Nuttall, y E. Bedrosian, “On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals,” en *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 10, pp. 1458-1459, Oct. 1966.
- [4] B. Boashash, “Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals,” en *Proceedings of the IEEE*, vol. 80, no. 4, pp. 520-538, Abril 1992.
- [5] B. Picinbono, “On instantaneous amplitude and phase of signals,” en



- IEEE Transactions on Signal Processing*, vol.45, no.3, pp.552-560, Marzo 1997.
- [6] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. Yen, C. C. Tung, y H. H. Liu, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis,” en *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, vol. 454, no. 1971, pp. 903-995, Marzo 1998.
- [7] J. Nocedal, y S. J. Wright, *Numerical Optimization*, New York: Springer New York, 2006, 636 pp.
- [8] D. Gabor, “Theory of communication. Part 1: The analysis of information,” en *Journal of the Institution of Electrical Engineers. Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 93, pp. 429–441, Nov. 1946.
- [9] J. Ville, “Theorie et application de la notion de signal analytic,” en *Cables et Transmissions*, vol. 2A, 1948, pp. 61–74.
- [10] T. W. Anderson, *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*, Hoboken, N. J.: Wiley-Interscience, 2003, 721 pp.

# Capítulo 5

## Análisis de oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de transmisión

*El presente capítulo describe la aplicación de la herramienta de análisis expuesta en los capítulos preliminares al estudio de oscilaciones interárea. En la primera sección se realiza el análisis de las oscilaciones interárea observadas en el sistema eléctrico mexicano. Se realiza este análisis para las señales de flujo de potencia y frecuencia de distintas áreas del sistema interconectado. En segundo lugar, se muestran los resultados obtenidos al analizar el apagón ocurrido en agosto de 1996 en la parte occidente del sistema interconectado estadounidense.*

### 5.1 Introducción

Los sistemas eléctricos de potencia actualmente operan como grandes sistemas interconectados debido al continuo crecimiento en las unidades generadoras y al aumento de redes de transmisión y distribución que satisface la demanda actual de los usuarios. Las ventajas de contar con un sistema interconectado incluyen una reducción en la totalidad de generación requerida, reducción de los costos de producción y aumentar la confiabilidad del sistema. Así, un sistema interconectado es un sistema de distribución de energía eléctrica con múltiples fuentes de energía disponibles a fin de suministrar energía a la red eléctrica en cualquier momento y bajo cualquier escenario de operación.

La operación y el control de la generación, transmisión y distribución en la red eléctrica de un sistema interconectado son demasiado complejos debido a que éstos tienen que operar en sincronía y de una manera coordinada. También, es necesario efectuar una planeación óptima para una utilización adecuada de las fuentes de energía. Esto se realiza desde un centro de control. De tal manera que, en caso que exista una interrupción en algún área del sistema, la energía puede ser suministrada por alguna otra área del sistema a fin de proporcionar continuidad en el servicio de una manera confiable.

Algunos efectos no deseables en los sistemas interconectados son la dificultad en mantener los márgenes de estabilidad y las posibilidades de que algún disturbio se propague con facilidad a través de la red poniendo en riesgo la integridad del sistema. Los estudios de estabilidad dinámica de los sistemas eléctricos de potencia son realizados con el motivo de determinar la naturaleza y magnitud de disturbios en la red, así como para detectar en el sistema escenarios de operación inadecuados.

La determinación de los parámetros que caracterizan un sistema es de vital importancia. Esto es particularmente cierto en el análisis de las oscilaciones electromecánicas y en la identificación de los parámetros relacionados con los modos oscilatorios de los sistemas eléctricos de potencia [1]-[3].

La aplicación de las unidades de medición fasorial (PMU's) a los sistemas eléctricos de potencia provee la oportunidad de analizar la dinámica de diferentes variables en distintos lugares de grandes sistemas interconectados.

Así, mediante un esquema de monitoreo de área amplia (WAMS) se puede observar el comportamiento y realizar un análisis en tiempo real a fin de poder detectar los parámetros que afecten en la operación del sistema eléctrico de potencia [2].

## 5.2 Sistema de estudio I

El sistema eléctrico nacional mexicano está compuesto de nueve áreas de control (Norte, N; Noreste, NE; Noroeste, NW; Occidente, W; Centro, C; Sureste, SE; Península, P; Baja California, BC; Baja California Sur, BCS) como se muestra en la Figura 5.1. Seis de tales áreas (N, NE, C, SE, W, y P) forman el sistema interconectado mexicano (SIM), en tanto que el área BC forma parte de la Western Area Power Administration (WAPA), mientras que las áreas restantes (NW y BCS) operan regularmente como islas eléctricas [4].

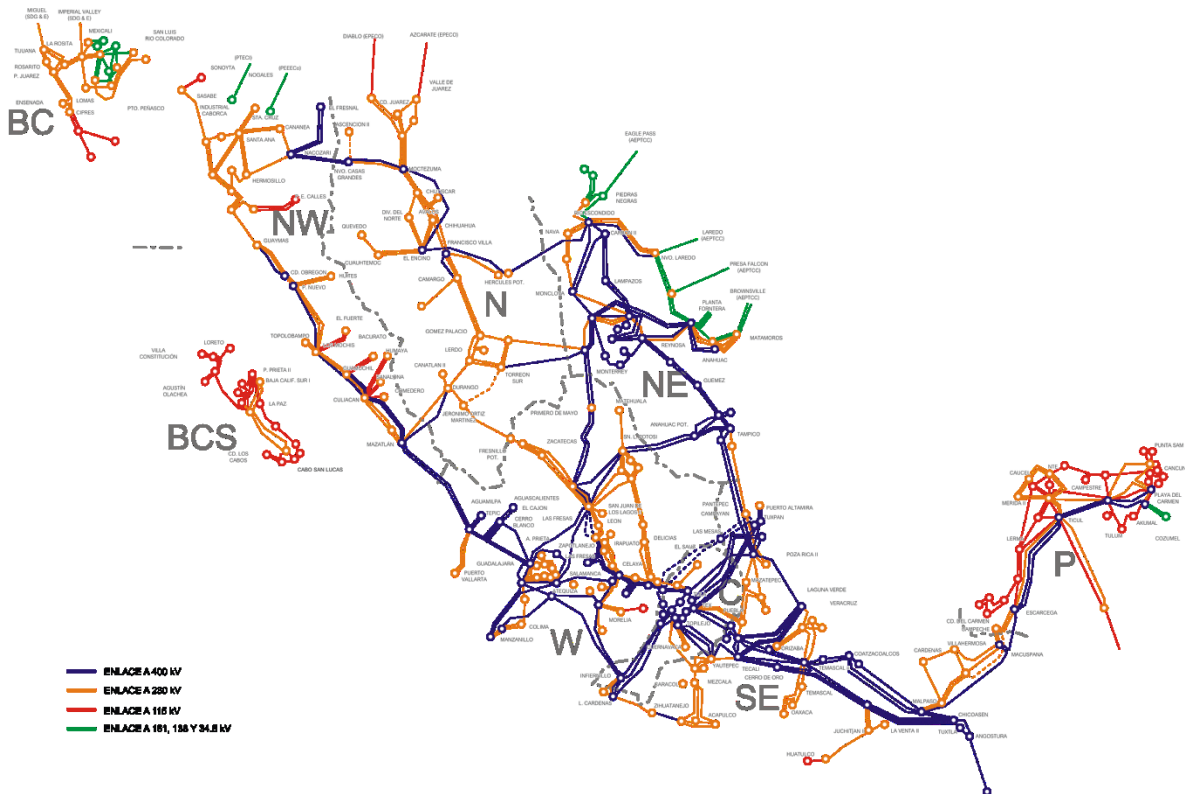
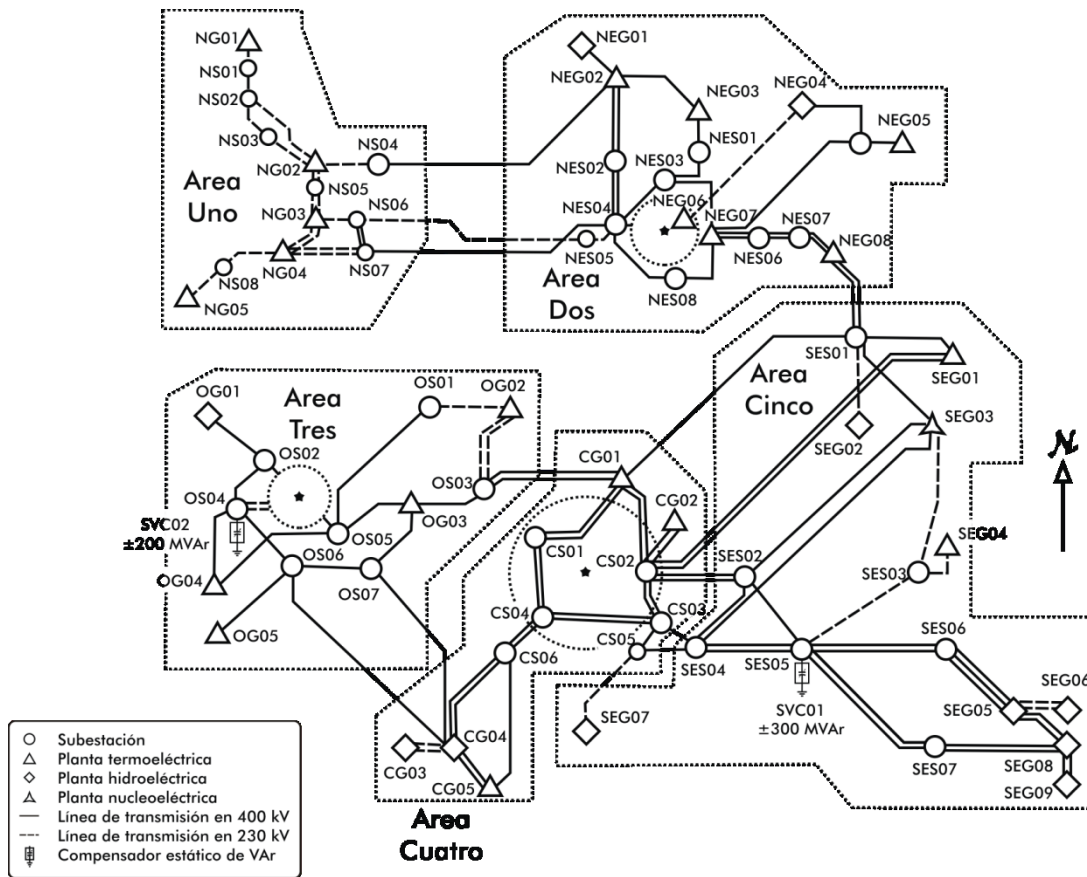


Figura 5.1. Áreas de control en el sistema eléctrico mexicano.

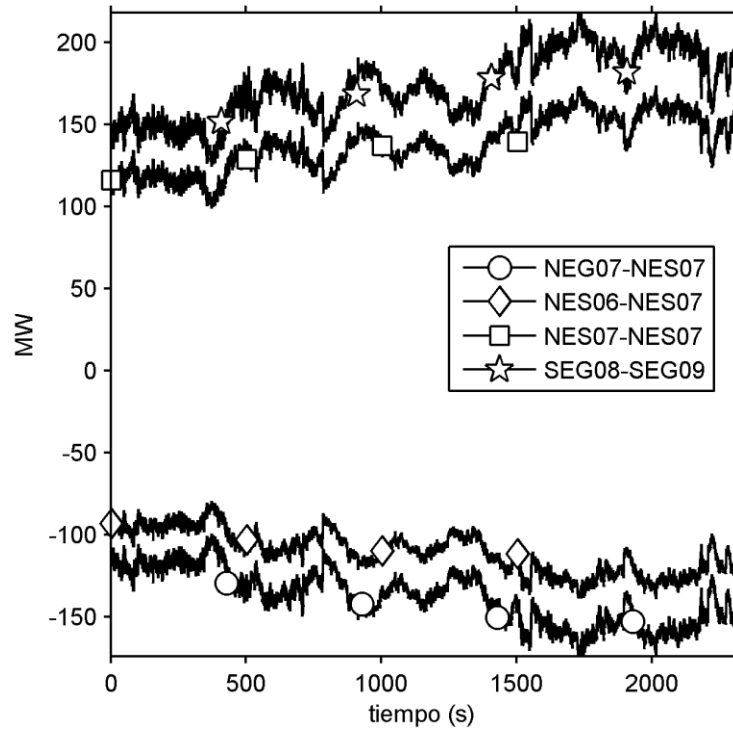
### 5.2.1 Descripción del sistema y consideraciones

La Figura 5.2 muestra el diagrama unifilar simplificado del sistema interconectado mexicano con las áreas de interés para el análisis. En el diagrama se muestra la ubicación de las subestaciones de transmisión y generación más importantes del sistema y sus principales interconexiones [5]. La nomenclatura fue cambiada a fin de facilitar el análisis.

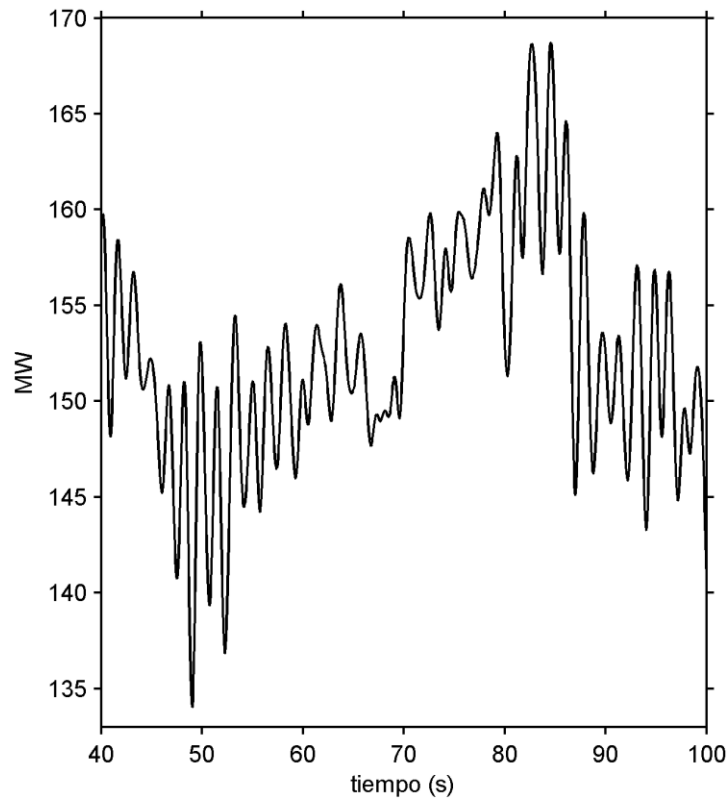


**Figura 5.2.** Diagrama unifilar simplificado del sistema eléctrico mexicano.

En la Figura 5.3 se muestran las gráficas de mediciones de flujo de potencia activa en diferentes puntos del sistema obtenidas por medio de (PMU's) en el sistema eléctrico mexicano. En la Figura 5.4 se muestra con mayor claridad las oscilaciones causadas por los modos oscilatorios del sistema.



**Figura 5.3.** Señales de flujo de potencia activa en el sistema interconectado mexicano.



**Figura 5.4.** Detalle del flujo de potencia en la línea SEG08-SEG09.

### 5.2.2 Estudio de pequeña señal del sistema

Los modos oscilatorios predominantes del sistema interconectado obtenidos por medio de técnicas de análisis de estabilidad de pequeña señal [6]-[7], se muestran en la Tabla 5.1.

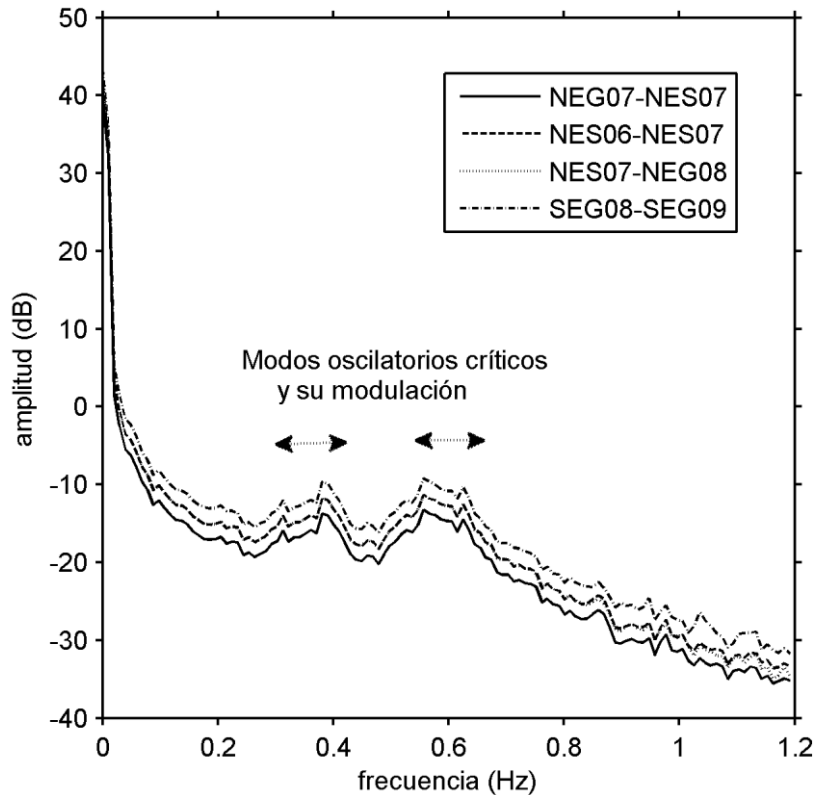
**Tabla 5.1.** Eigenvalores de interés para el análisis del sistema interconectado mexicano.

Eigenvalores ( $\sigma \pm j\omega$ )	Interacción de máquinas en el sistema	Frecuencia
$-0.0860 \pm j2.475$	Área 1 contra Área 5	0.409 Hz
$-0.1877 \pm j3.663$	Área 5 y 3 contra Áreas 1 y 2	0.582 Hz
$-0.0675 \pm j4.610$	Área 3 y 4 contra Área 5	0.733 Hz
$-0.1983 \pm j5.687$	Área 1, Área 2, Área 5	0.905 Hz
$-0.2612 \pm j6.015$	Área 3, Área 5	0.957 Hz

Los modos oscilatorios más críticos son aquellos de muy baja frecuencia, ya que son los que pueden ser imperceptibles al operador y pueden causar inestabilidad en el sistema cuando su parte real sea positiva y permanezca así por mucho tiempo causando que el sistema se vuelva críticamente inestable y no pueda recuperarse por sí mismo mediante los controles automáticos. De esta manera, los modos oscilatorios que son de interés analizar son los correspondientes a las frecuencias de 0.409 y 0.582 Hz. El modo oscilatorio de 0.409 Hz corresponde a un modo inter-área crítico que involucra la interacción de las máquinas de las áreas 1 y 5, mientras que el modo de 0.582 Hz involucra la interacción de las Áreas 5 y 3 con las Áreas 1 y 2 respectivamente.

### 5.2.3 Análisis espectral

En la Figura 5.5 se muestra el espectro de frecuencia de algunas de las señales de flujo de potencia activa analizadas.



**Figura 5.5.** Espectro de Fourier de señales de flujo de potencia activa del sistema mexicano.

La figura muestra con notoriedad los dos principales modos de interés alrededor de 0.4 Hz y 0.58 Hz. Prácticamente todos los modos oscilatorios que se presentan en la Tabla 5.1 pueden distinguirse en la gráfica, sin embargo no son tan evidentes la mayoría como estos que corresponden a los modos de 0.409 y 0.582 Hz. Además de los modos oscilatorios mencionados, también se puede advertir la existencia de otras componentes en el sistema. Una de ellas está aproximadamente ubicada a 0.1 Hz y otra alrededor de 0.2 Hz.

Un examen detallado de la Figura 5.5 permite deducir la existencia de modulación en las señales analizadas [8]. Esto se concluye al observar el pico alrededor de los 0.325 Hz que acompaña a la componente de 0.409 Hz y el pico presente alrededor de los 0.657 Hz que acompaña a la componente de 0.582 Hz. Ambos casos reflejan una componente de aproximadamente 0.075 Hz actuando como señal moduladora, la cual también puede observarse en la misma figura.

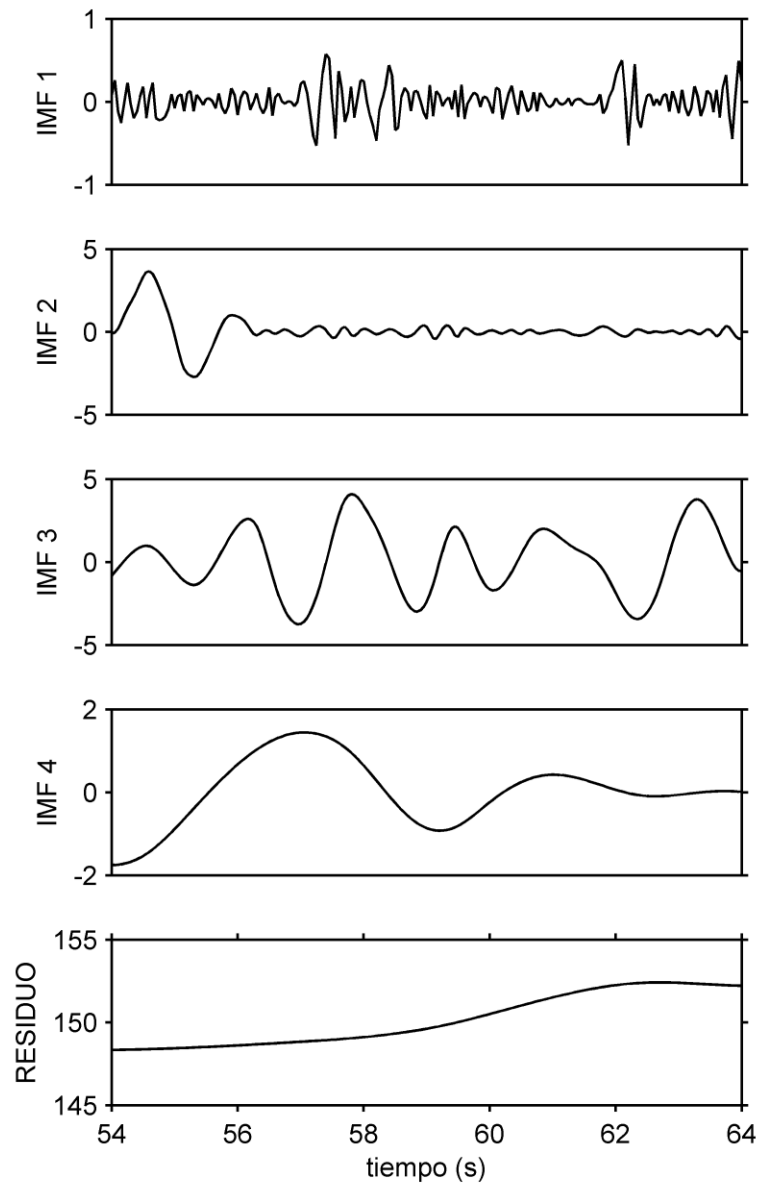


#### *5.2.4 Análisis comparativo de la dinámica instantánea del sistema empleando los métodos EMD y $\sigma$ EMD*

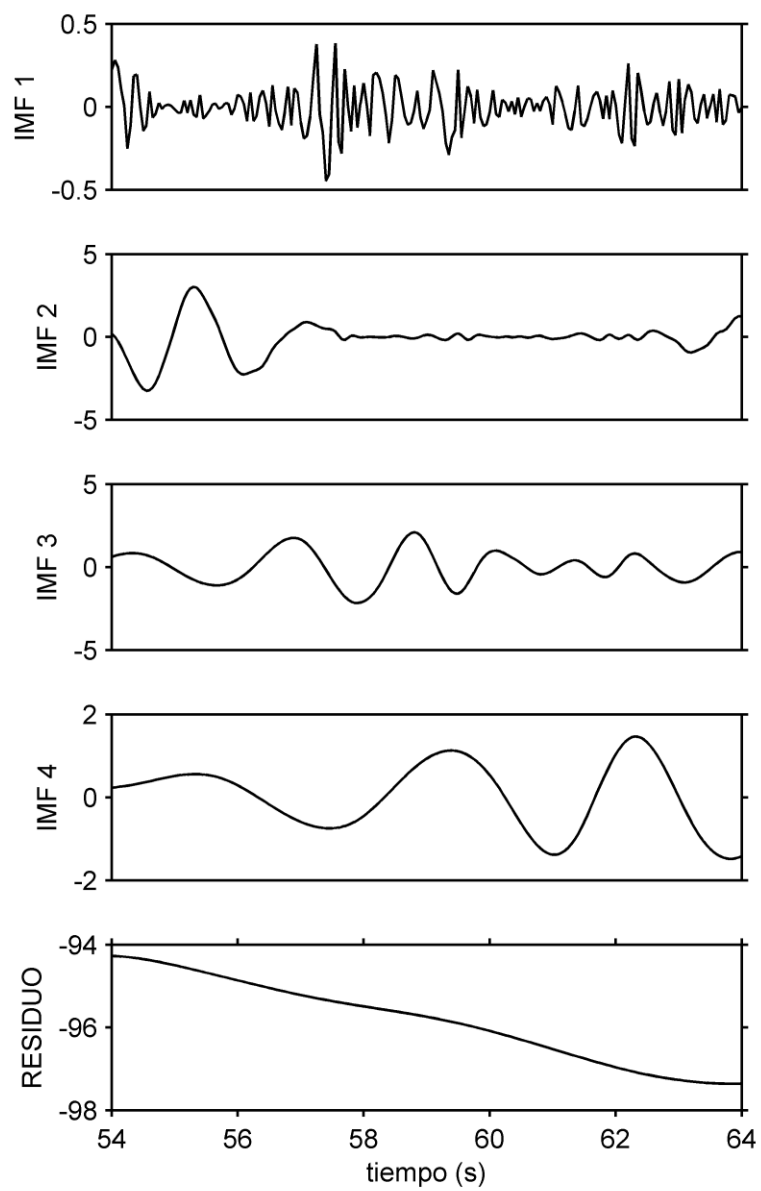
En esta sección se realiza el análisis de las oscilaciones electromecánicas observadas en las señales de frecuencia y flujo de potencia activa en el sistema interconectado mexicano. Se hace énfasis en la capacidad de la herramienta de análisis descrita en el capítulo anterior para detectar el comportamiento de los modos oscilatorios dominantes en el sistema. Para esto, se seleccionaron ventanas de análisis de 10 segundos de duración.

En la Figura 5.6 se muestran las IMF's de la señal de potencia activa SEG08-SEG09 del Área 5 del sistema interconectado mexicano obtenidas por medio del método de descomposición modal empírica (EMD).

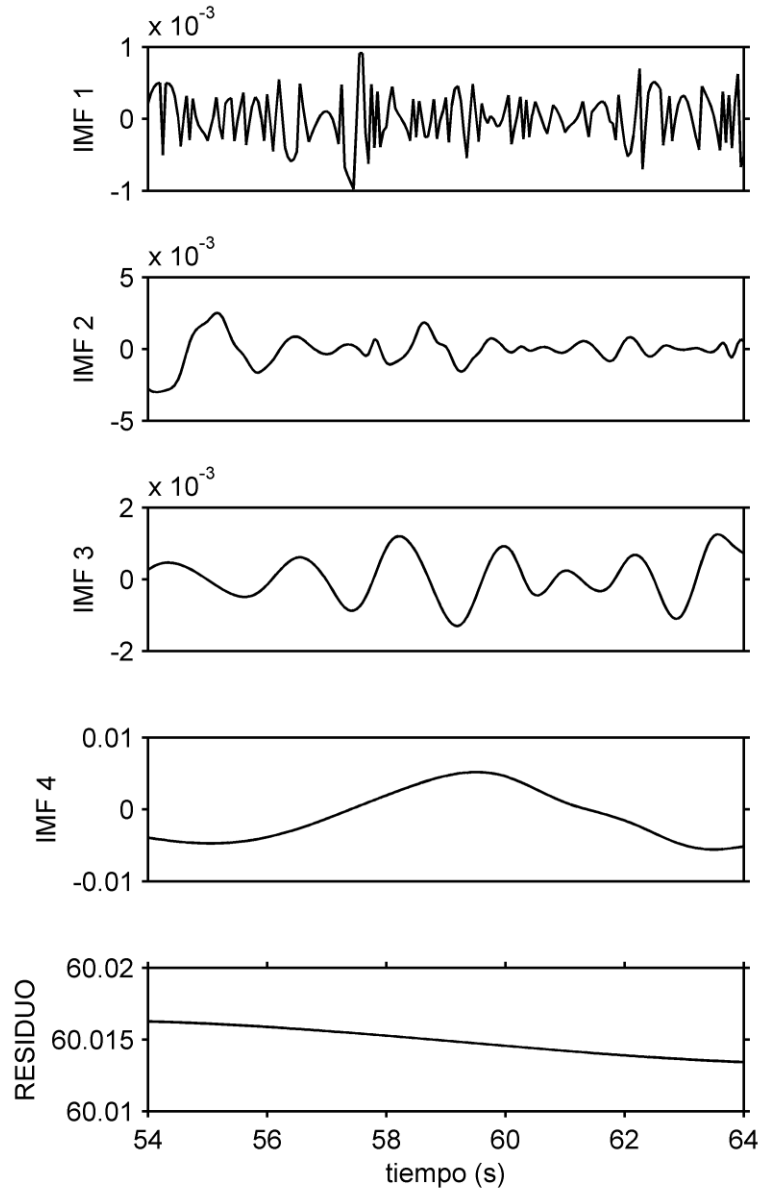
Las IMF's obtenidas para la señal de potencia activa de la línea NEG07-NES07 del Área 2 del sistema eléctrico mexicano se muestran en la Figura 5.7, mientras que en la Figura 5.8 se muestran las IMF's obtenidas para la señal de frecuencia en la subestación NEG07 de la misma área.



**Figura 5.6.** IMF's de flujo de potencia activa de línea SEG08-SEG09.



**Figura 5.7.** IMF's de flujo de potencia activa de línea NEG07-NES07.

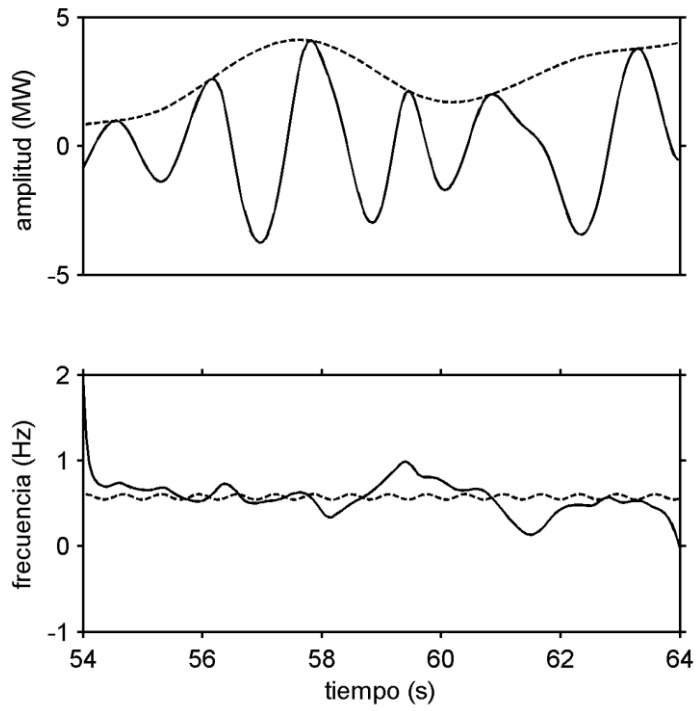


**Figura 5.8.** IMF's de la señal de frecuencia en subestación NEG07.

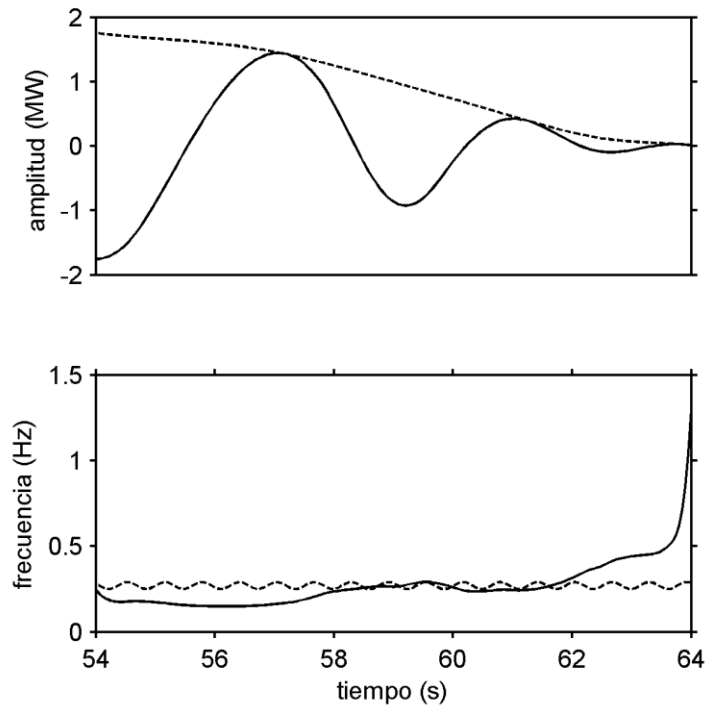
#### 5.2.4.1 Identificación de modos oscilatorios críticos mediante las características instantáneas

Los modos oscilatorios dominantes en el sistema se obtuvieron por medio de aplicar el método de cuadratura a cada una de las IMF's obtenidas en el paso anterior, y seleccionar aquellas IMF's que corresponden con los modos oscilatorios críticos que son de interés en el estudio del sistema. En este caso, se seleccionaron las IMF's de la señal de potencia en el Área 5 que poseen frecuencia instantánea promedio menor a 0.6 Hz, siendo éstas, la tercera y cuarta función modal intrínseca (IMF). Se puede notar que las IMF's 1 y 2 capturan básicamente las otras componentes de mayor valor que no son el interés de estudio aquí, por tanto quedarán descartadas del análisis. En ciertos casos y bajo ciertas consideraciones se puede considerar que las primeras IMF's obtenidas contienen ruido de las mediciones y que prácticamente no tienen relación con el sistema en sí.

Las características instantáneas para las IMF's 3 y 4 que corresponden a los modos oscilatorios de interés en este estudio se muestran en las Figuras 5.9 y 5.10 respectivamente. La frecuencia instantánea promedio, mostrada en las figuras mediante línea punteada, se calculó ajustando las señales a la función modelo (4.11). Este ajuste se realizó utilizando mínimos cuadrados no lineales. Como se mencionó en la sección 4.3.2, este modelo permite, además de obtener la frecuencia promedio, expresar la modulación intra- e inter-onda. La amplitud de la señal también se muestra en línea punteada superpuesta a la señal en análisis para una mejor visualización.



**Figura 5.9.** Características instantáneas de IMF 3 de flujo de potencia SEG08-SEG09.



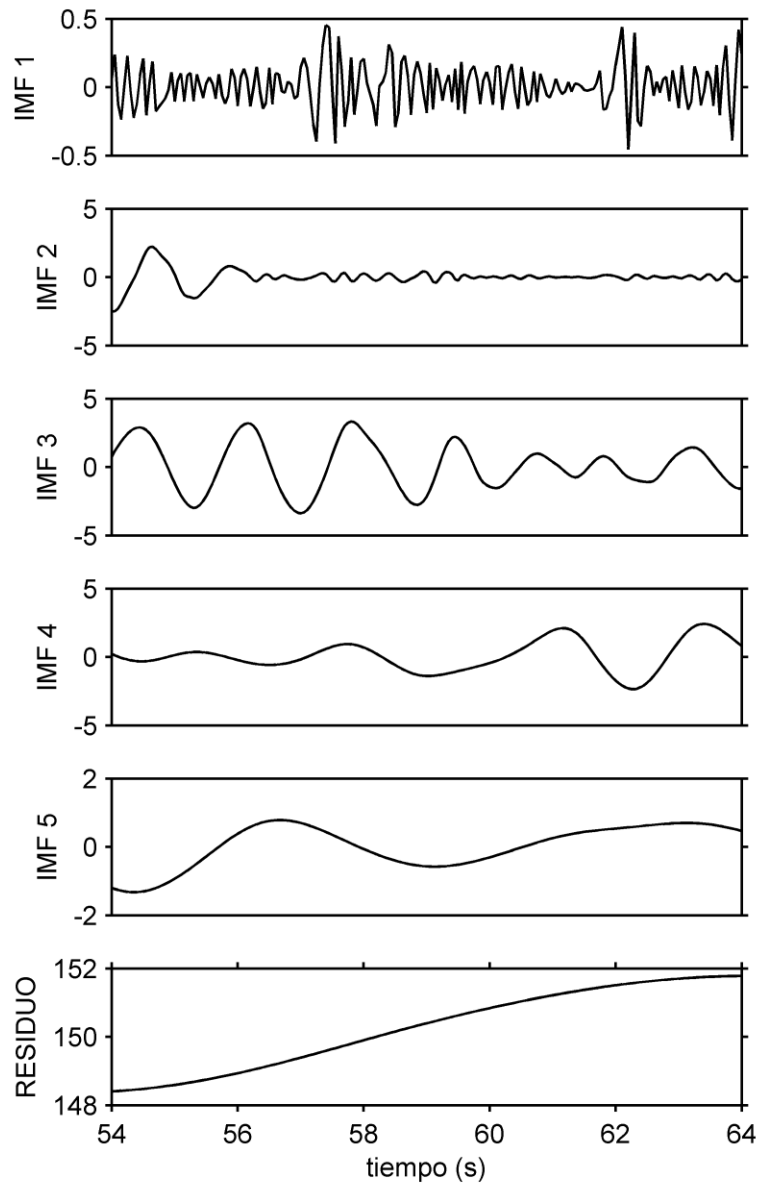
**Figura 5.10.** Características instantáneas de IMF 4 de flujo de potencia SEG08-SEG09.

Se debe notar que el método de descomposición modal empírica (EMD) no logró separar eficientemente la señal en sus componentes frecuenciales. En el espectro de Fourier de la Figura 5.5 se visualiza claramente que existen efectos de modulación en las componentes frecuenciales del sistema. El método de descomposición modal empírica pasa por alto tales modulaciones, y no detecta fielmente los modos oscilatorios de interés. Al visualizar las IMF's obtenidas es evidente que todavía existen ciertas deformaciones causadas por frecuencias que no lograron ser separadas adecuadamente mediante el proceso EMD. Esto es notable particularmente al visualizar la tercera IMF.

El modo oscilatorio de 0.582 Hz puede identificado claramente mediante la frecuencia instantánea de la IMF 3 en la Figura 5.9. Sin embargo, no sucede así con el modo de 0.409 Hz. En la Figura 5.10 se visualiza la frecuencia instantánea de la IMF 4. Esta tiene un valor promedio de aproximadamente 0.3 Hz. Lo que se visualiza allí es un valor medio entre la componente de 0.409 Hz y otra de más baja frecuencia de alrededor de 0.2 Hz.

Un gran número de criterios de convergencia del método de descomposición modal empírica han sido derivados a partir de lo mencionado en la literatura existente [9], [10]. A fin de resolver la problemática aludida, en este trabajo de tesis se propuso un criterio de convergencia para el proceso EMD, oEMD, basado en la desviación estándar,  $\sigma(f(t))$ , de la frecuencia instantánea calculada en cada iteración, el cual se presenta en la Sección 4.5. Dicho criterio permite obtener IMF's cuya ley de frecuencia representa correctamente la frecuencia instantánea de la señal, aun cuando exista modulación en la misma. Como era de esperar, el número de iteraciones aumenta, sin embargo se logra una separación de la señal analizada en IMF's que cumplen con las propiedades de una señal mono componente, mencionadas en el Capítulo 4.

En la Figura 5.11 se muestran las IMF's obtenidas empleando este criterio.

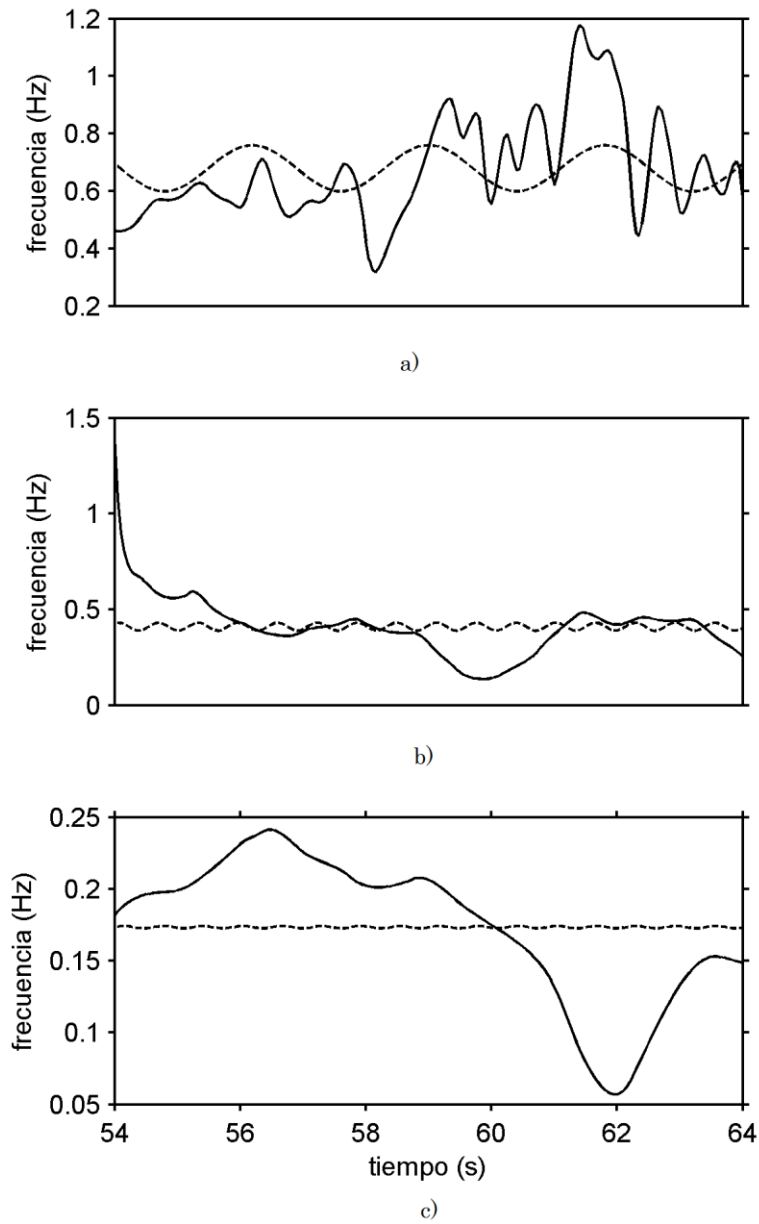


**Figura 5.11.** IMF's de flujo de potencia en línea SEG08-SEG09 de Área 5 con método oEMD.



Al comparar la Figura 5.11 con la Figura 5.6 es notable que el número de IMF's obtenidas mediante el proceso  $\sigma$ EMD aumentó debido a que se logró una mejor separación de las componentes que caracterizan el sistema. Las primeras IMF's ahora obtenidas son funciones monocomponentes y ya no se presentan deformaciones por la superposición de diferentes componentes frecuenciales. Lo más notorio es que la IMF4, cual ya se observaba que estaba siendo afectada por una componente de menor frecuencia, fue separada ahora en las componentes IMF4 e IMF5. También, se debe notar que el residuo ahora es una función monotónica mientras que el residuo de la descomposición anterior no lo era, sino que todavía presentaba ciertas oscilaciones.

En la Figura 5.12 se muestran las frecuencias instantáneas obtenidas para las IMF's 3, 4 y 5. Las primeras dos IMF's son las correspondientes a los dos modos oscilatorios de interés en este estudio, es decir, 0.582 Hz y 0.409 Hz respectivamente. La IMF 5, como se esperaba, se refiere a un modo oscilatorio de alrededor de 0.175 Hz tal como se había advertido. La frecuencia instantánea promedio mediante el ajuste de mínimos cuadrados se muestra en línea punteada para una mayor apreciación. La frecuencia instantánea calculada para cada IMF mediante el proceso  $\sigma$ EMD muestra ser una función muy bien definida y relativamente uniforme, lo cual la hace lo suficientemente significativa para describir el comportamiento del sistema. La aproximación mediante el método de mínimos cuadrados mostrada en línea punteada captura básicamente el valor promedio de la función y sigue casi perfectamente la dinámica del sistema.

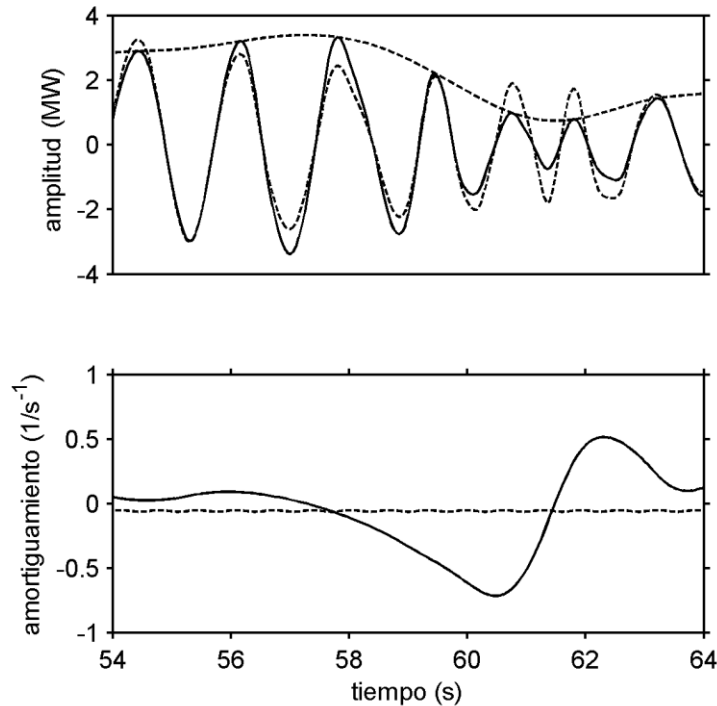


**Figura 5.12.** Frecuencias instantáneas para IMF's de flujo de potencia en línea SEG08-SEG09 obtenidas con el método  $\sigma$ EMD:

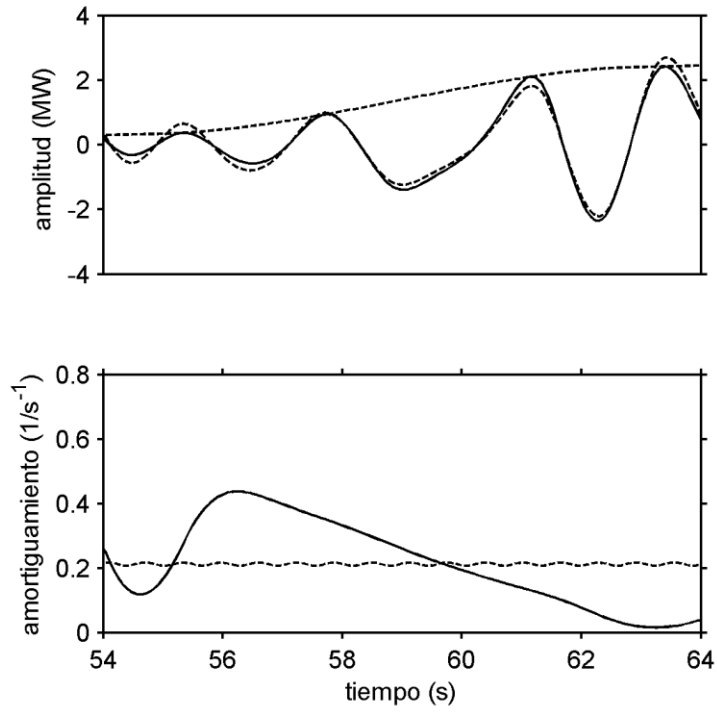
- a) IMF 3 aproximadamente 0.582 Hz.
- b) IMF 4 aproximadamente 0.409 Hz.
- c) IMF 5 aproximadamente 0.175 Hz.

### 5.2.4.2 Detección de amortiguamiento crítico

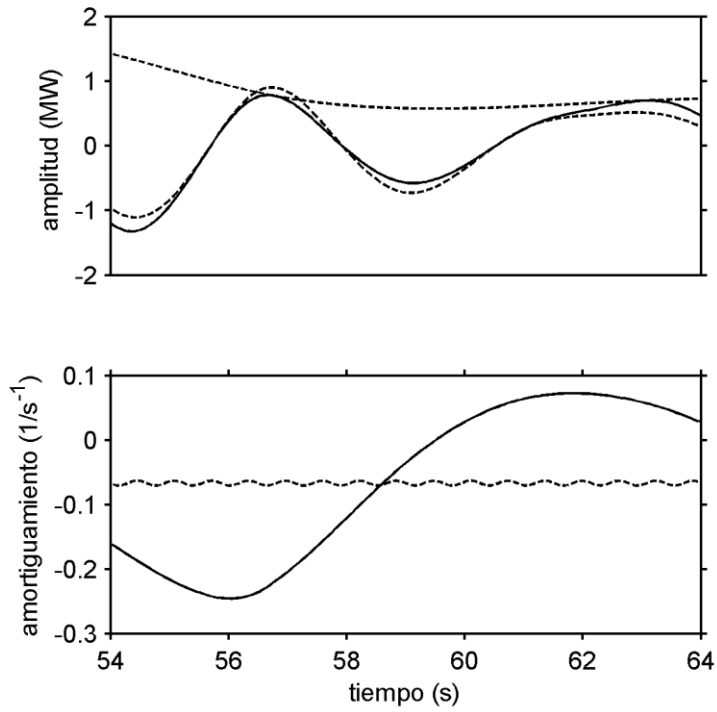
El amortiguamiento instantáneo para las IMF's seleccionadas se muestra en las gráficas de las Figuras 5.13, 5.14 y 5.15. Se obtuvo el ajuste numérico del valor promedio mediante el método de mínimos cuadrados a fin de que los parámetros obtenidos puedan ser comparados con los de otros métodos convencionales. Esto no sólo da validez al método  $\sigma$ EMD en la extracción de información confiable de acuerdo al sistema que se está analizando, sino que además afirma que este método puede ser empleado para determinar de una manera eficiente los parámetros que caracterizan el comportamiento dinámico del sistema. En las gráficas se muestra el amortiguamiento instantáneo y su aproximación en línea punteada, además se incluye la reconstrucción de la señal con los parámetros obtenidos y su amplitud, ambas en línea punteada superpuesta a la señal original en análisis. Se puede apreciar claramente que los parámetros obtenidos reconstruyen casi perfectamente la señal en análisis.



**Figura 5.13.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 3 de flujo de potencia SEG08-SEG09.



**Figura 5.14.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de flujo de potencia SEG08-SEG09.



**Figura 5.15.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 5 de flujo de potencia SEG08-SEG09.

En la Tabla 5.2 se muestra un resumen de los parámetros obtenidos para el sistema interconectado mexicano.

**Tabla 5.2.** Resumen de parámetros obtenidos en el sistema mexicano.

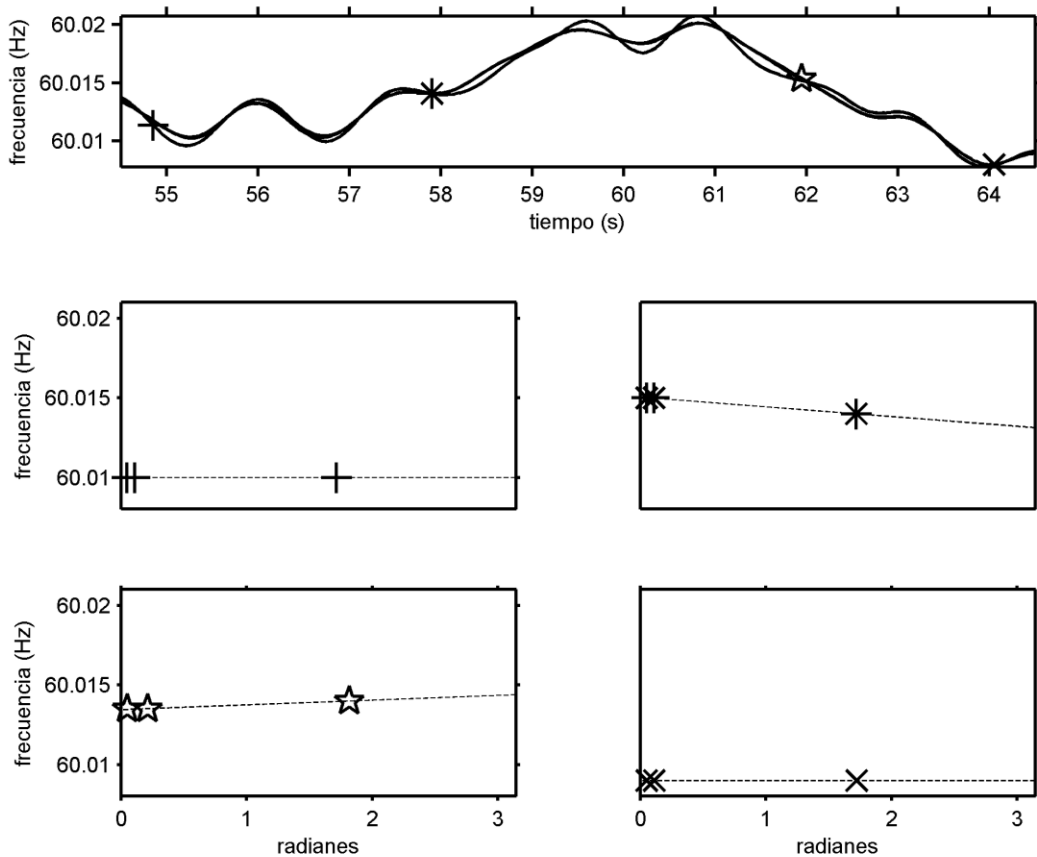
	Eigenvalores ( $\sigma \pm j\omega$ )	Frecuencia (Hz)	razón de amortiguamiento $\zeta$ (%)
IMF 3	$-0.0579 \pm 4.2663i$	0.6790	1.357
IMF 4	$0.2119 \pm 2.5742i$	0.4097	-8.2039
IMF 5	$-0.0669 \pm 1.0895i$	0.1734	6.1289

A partir de los parámetros encontrados en el análisis, y mediante consideraciones prácticas en cuanto a la detección del amortiguamiento crítico para las oscilaciones modales del sistema, es posible que sean activadas alarmas de condiciones críticas de inestabilidad. De la misma manera, controles en el sistema pueden ser sintonizados para ayudar a mejorar la estabilidad del sistema [6]-[7]. Se considera que un valor de 3 % de razón de amortiguamiento debe ser considerado como crítico, mientras que una razón de amortiguamiento de 5% puede ser tolerada con mucha precaución [11].

Lo que se busca en los sistemas de potencia es que las oscilaciones electromecánicas observadas no crezcan demasiado en amplitud. Esto significa que el decaimiento de las oscilaciones no debe ser positivo, o bien no permanecer valor en positivo por mucho tiempo con el fin de mantener la estabilidad en el sistema. Contar con herramientas de análisis que puedan capturar todas estas características es de gran importancia.

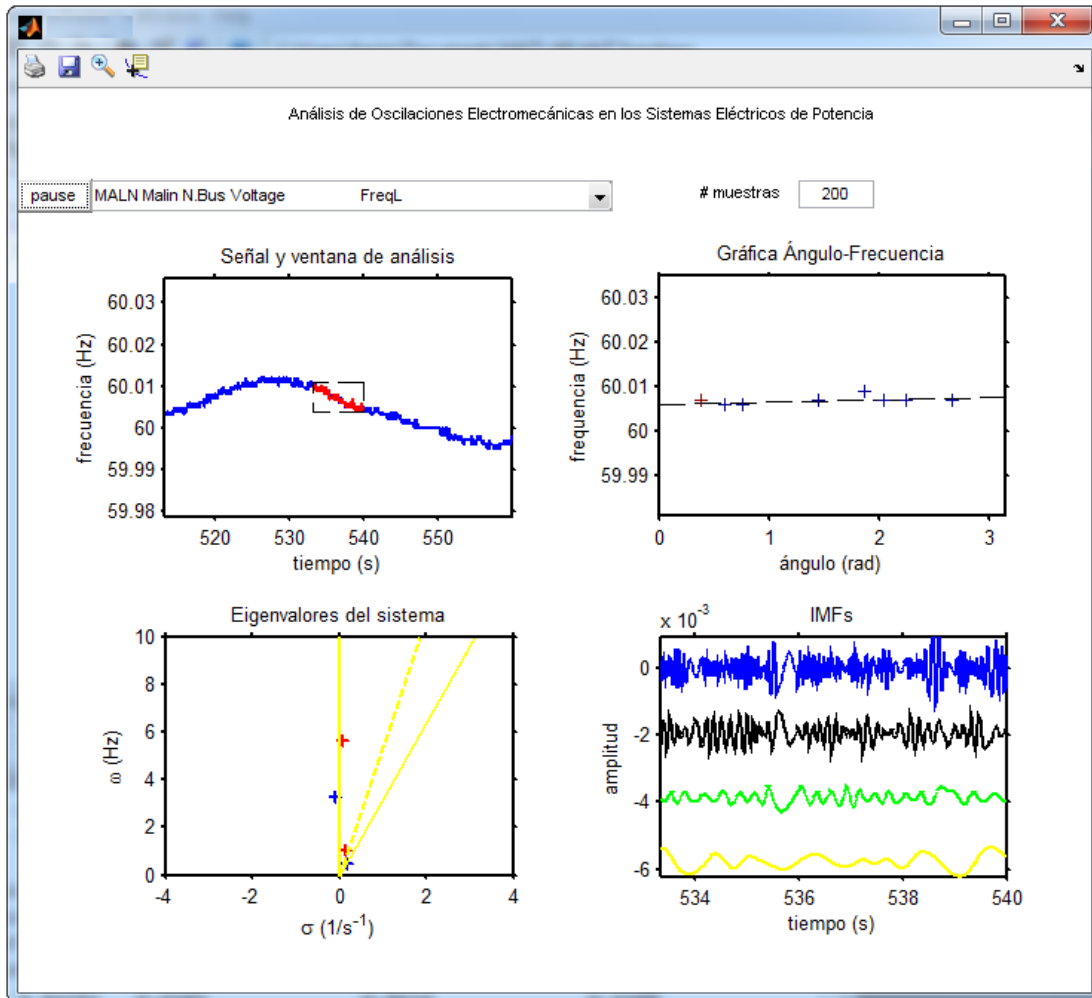
### 5.2.5 Dinámica ángulo-frecuencia del sistema interconectado

La gráfica de la Figura 5.16 exhibe el comportamiento de la dinámica ángulo-frecuencia reflejado en la subestación NEG07 del sistema interconectado mexicano. En la gráfica se visualizan algunas mediciones de frecuencia y ángulo en el sistema y la manera en que interactúan algunos de los generadores en el sistema con el propósito de mantener constante la frecuencia. En cada punto de medición es notoria la separación angular de un generador con respecto a los otros mientras el sistema poco a poco logra mantener la frecuencia dentro de los márgenes de seguridad.



**Figura 5.16.** Comportamiento de la dinámica ángulo-frecuencia reflejado en la subestación NEG07 del sistema interconectado mexicano.

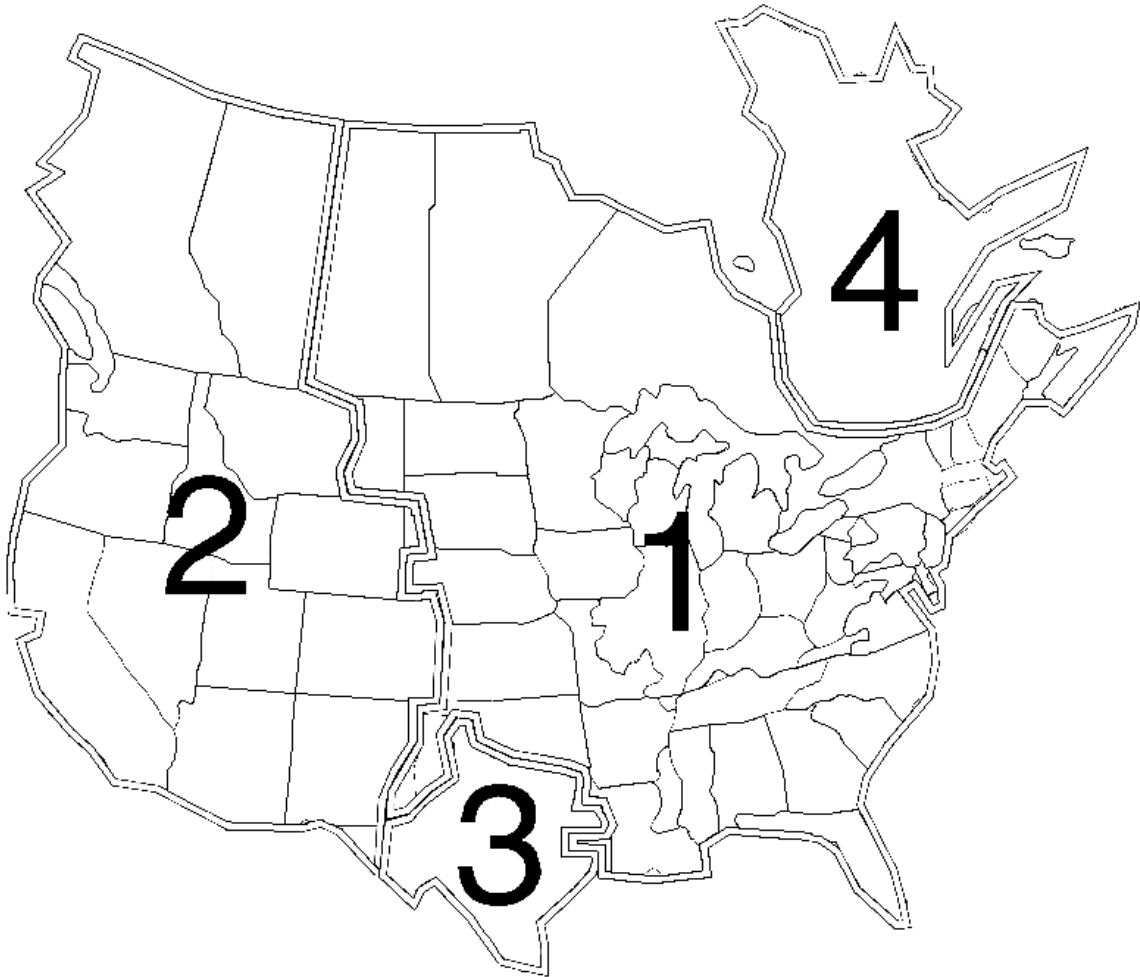
A fin de poder realizar el análisis de las oscilaciones de potencia como una ejecución en tiempo real se diseñó una interfaz gráfica que incorpora las mediciones provenientes de las unidades de medición fasorial con la herramienta de análisis utilizada en este proyecto de tesis. En la Figura 5.17 se muestra un ejemplo de dicha aplicación.



**Figura 5.17.** Interfaz gráfica para ejecución en tiempo real.

### 5.3 Sistema de estudio II

El sistema eléctrico de potencia estadounidense se compone principalmente de cuatro interconexiones: la interconexión del Este, la del Occidente, la interconexión ERCOT y la interconexión Hydro-Quebec [12]. Estas se muestran en la Figura 5.18 enumeradas bajo el mismo orden mencionado.



**Figura 5.18.** Interconexiones en el sistema eléctrico estadounidense.



### 5.3.1 Descripción del sistema y consideraciones

En la Figura 5.19 se muestra un diagrama unifilar con los principales buses y líneas de transmisión en la interconexión Occidente del sistema de potencia estadounidense [1].

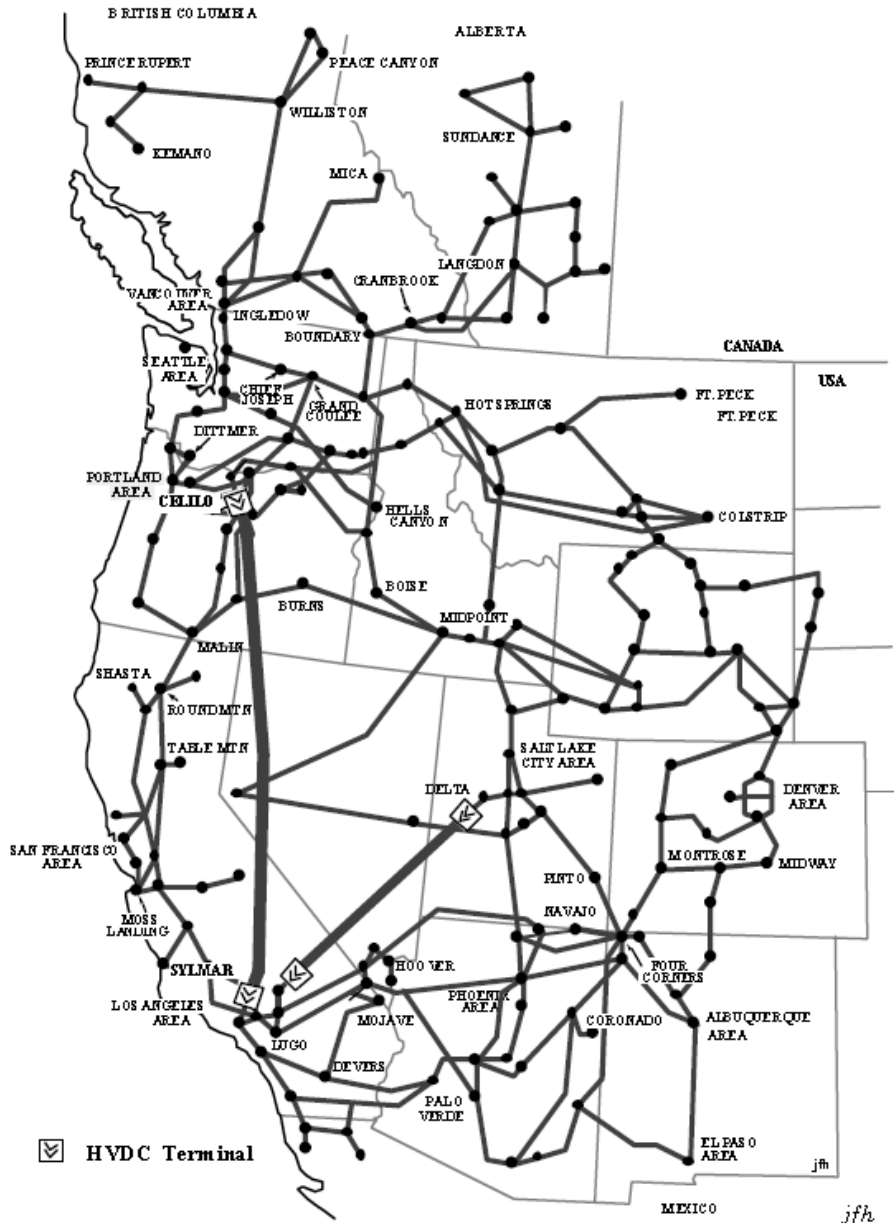
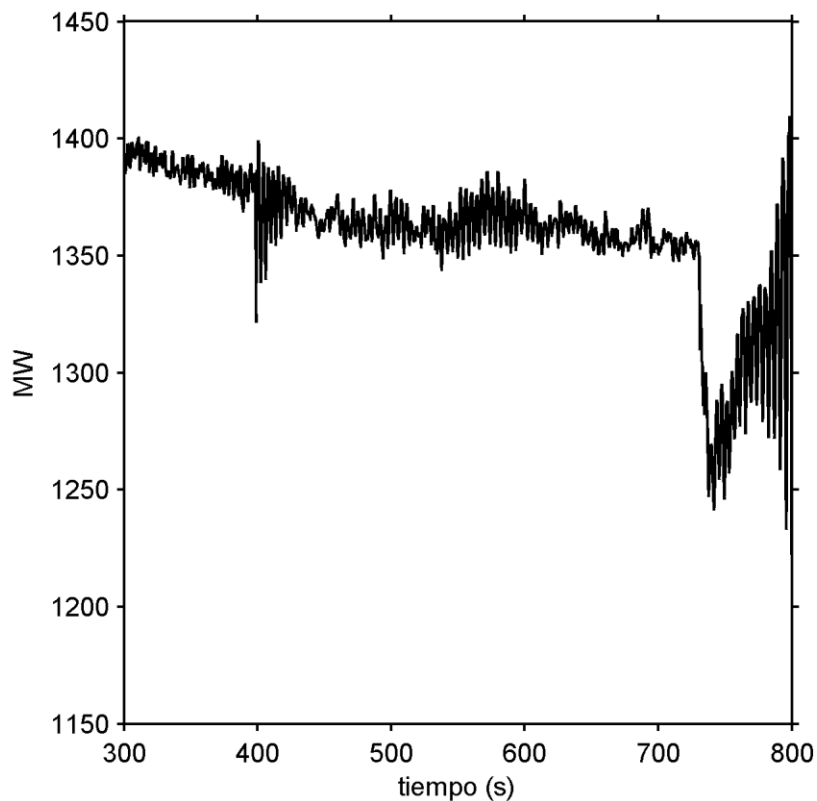


Figura 5.19. Diagrama unifilar de la interconexión Occidente del sistema estadounidense.

El 10 de agosto de 1996, durante un periodo de altas temperaturas y alta demanda de energía, cerca de 4 millones de personas en los estados de la costa Occidente de Estados Unidos quedaron sin energía. Esto fue causado por un conjunto de fallas ocurridas en algunas líneas de transmisión de la interconexión Occidente del sistema de potencia norteamericano culminando con la desconexión temporal de una planta de generación clave para mantener la transmisión del enlace Noroeste-Suroeste del Pacífico desencadenando así un apagón masivo [13].

En la Figura 5.20 se muestra la gráfica de la señal de flujo de potencia de la línea de transmisión Malin-Round Mountain #1. Se trata de la línea de transmisión que conecta a California con la frontera de Oregón.



**Figura 5.20.** Señal de flujo de potencia Malin-Round Mountain #1.

### 5.3.2 Estudio de pequeña señal del sistema

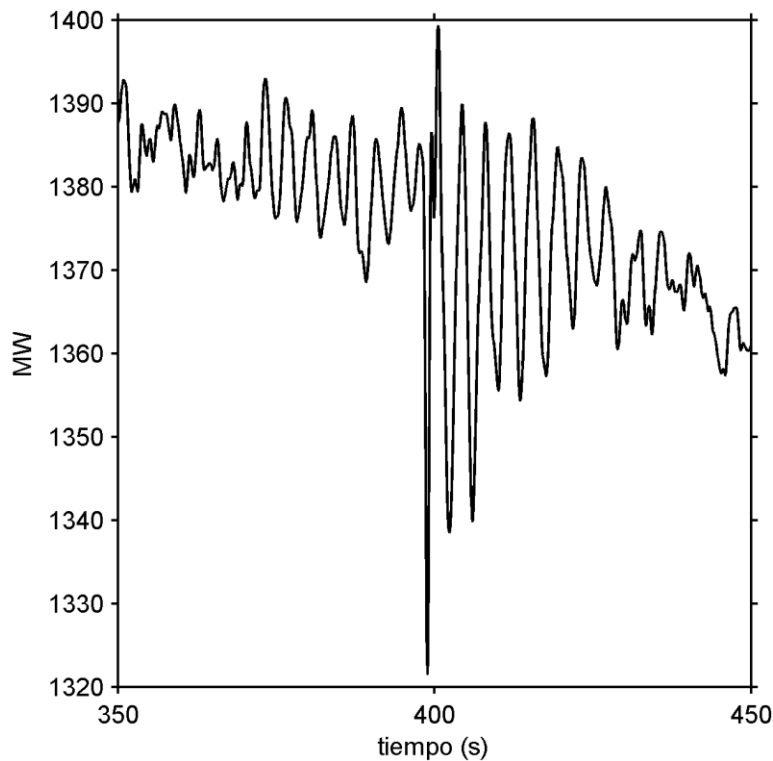
La Tabla 5.3 muestra los detalles de las oscilaciones observadas en cada evento y su amortiguamiento hasta la separación del sistema. También se muestran las características de los modos oscilatorios observados en eventos anteriores a esa fecha que llevaron al sistema a un estado crítico de inestabilidad [14].

**Tabla 5.3.** Detalle de oscilaciones observadas en el sistema eléctrico estadounidense.

<u>Modo oscilatorio observado antes del 10 de Agosto de 1996</u>		
<u>Fecha / Evento</u>	<u>Frecuencia</u>	<u>Razón de amortiguamiento</u>
12/08/92 (desconexión de generación Palo Verde)	0.28 Hz	7.50%
03/14/93 (desconexión de generación Palo Verde)	0.33 Hz	4.50%
07/11/95 (inserción de frenado)	0.28 Hz	10.60%
07/02/96 (colapso del sistema)	0.22 Hz	1.20%
<u>Modo oscilatorio observado el 10 de Agosto de 1996</u>		
<u>Evento / Fecha</u>	<u>Frecuencia</u>	<u>Razón de amortiguamiento</u>
10:52:19 (inserción de frenado)	0.285 Hz	8.40%
14:52:37 (pérdida de línea John Day-Marion)	0.264 Hz	3.70%
15:18 (oscilaciones)	0.276 Hz	
15:42:03 (pérdida de línea Keeler-Allston)	0.264 Hz	3.50%
15:45 (oscilaciones)	0.252 Hz	
15:47:40 (comienzo de separación)	0.238 Hz	-3.10%
15:48:50 (fin de separación)	0.216 Hz	-6.30%

El modo oscilatorio observado en el sistema interconectado del Occidente de Estados Unidos corresponde a un modo oscilatorio típico que caracteriza el intercambio de energía de norte a sur entre Canadá y California [12]. Los estudios revelan que, además de las fallas provocadas por cuestiones de vegetación, sobrecarga por temporada y errores de protección, una de las razones inherentes que llevaron al sistema interconectado a ese estado final, fue que las oscilaciones no amortiguadas observadas en el sistema fueron creciendo severamente en amplitud [14]-[15]. Además, cabe mencionar que el amortiguamiento del modo oscilatorio observado cambia de valor positivo a negativo, lo cual muestra un problema de bifurcación global [16].

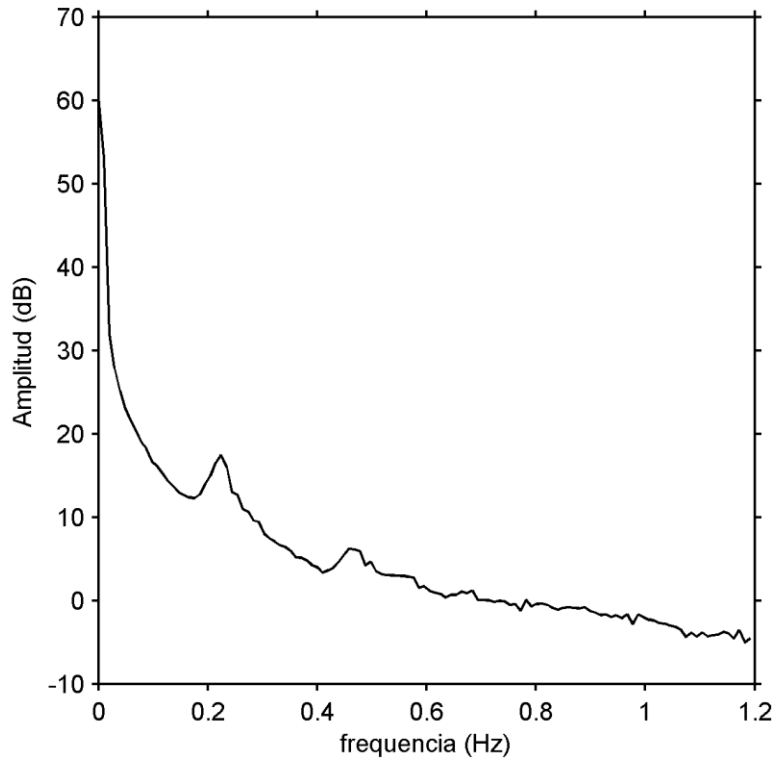
La Figura 5.21 muestra las oscilaciones de potencia observadas antes y después de la pérdida de la línea transmisión de 500-kV Keller-Allston.



**Figura 5.21.** Oscilaciones de potencia antes y después de pérdida de línea Keeler-Allston.

### 5.3.3 Análisis espectral

En la Figura 5.22 se muestra la gráfica del espectro de frecuencia para la señal de potencia de la Figura 5.20.



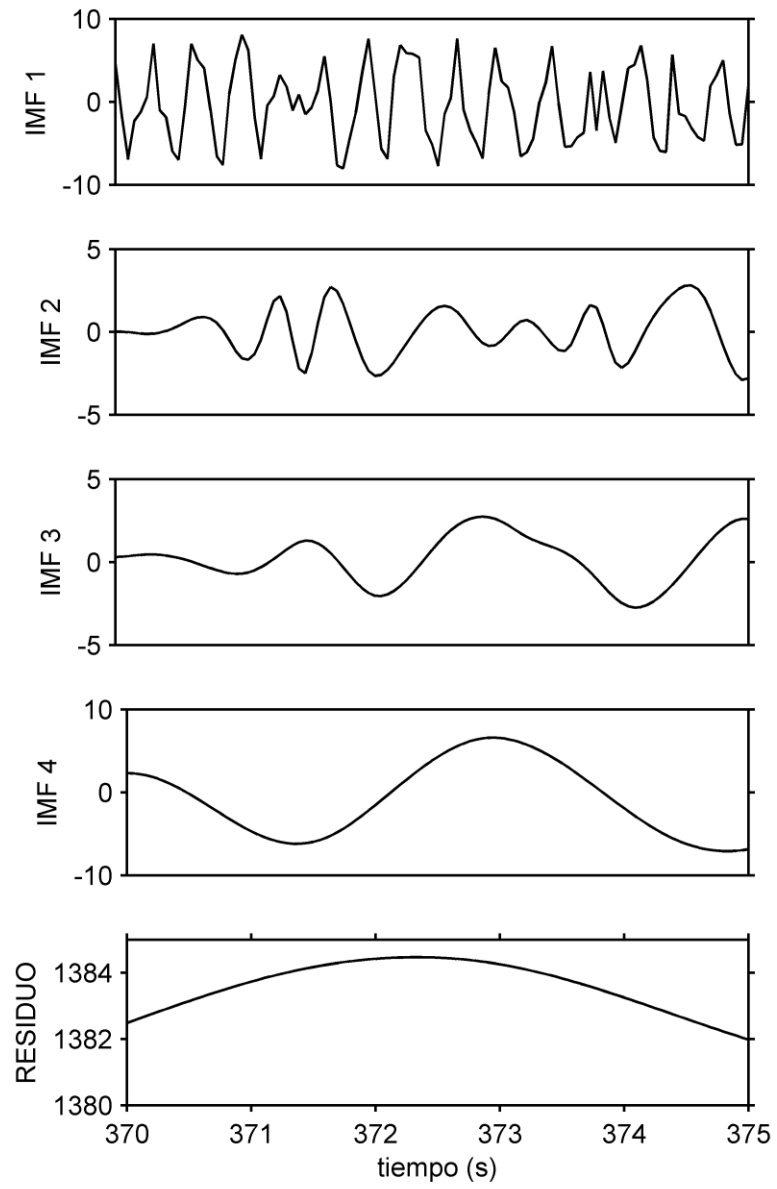
**Figura 5.22.** Espectro de Fourier de señal de potencia de línea Malin-Round Mountain #1.

En el espectro de Fourier de la Figura 5.22 se puede observar en manera clara algunos de los modos característicos en el sistema estadounidense. El más notorio de estos es el modo interárea que conecta el área de California con Canadá y se encuentra aproximadamente a 0.23 Hz. Además de éste, otros modos observados en el sistema se encuentran en 0.45 Hz, 0.7 Hz y 1 Hz aproximadamente. El modo de 0.45 Hz es conocido como modo Alberta, mientras que el de 0.7 Hz se trata de una interacción de distintos grupos de generadores. El modo de 1 Hz es conocido como modo Grand Coulee [1].

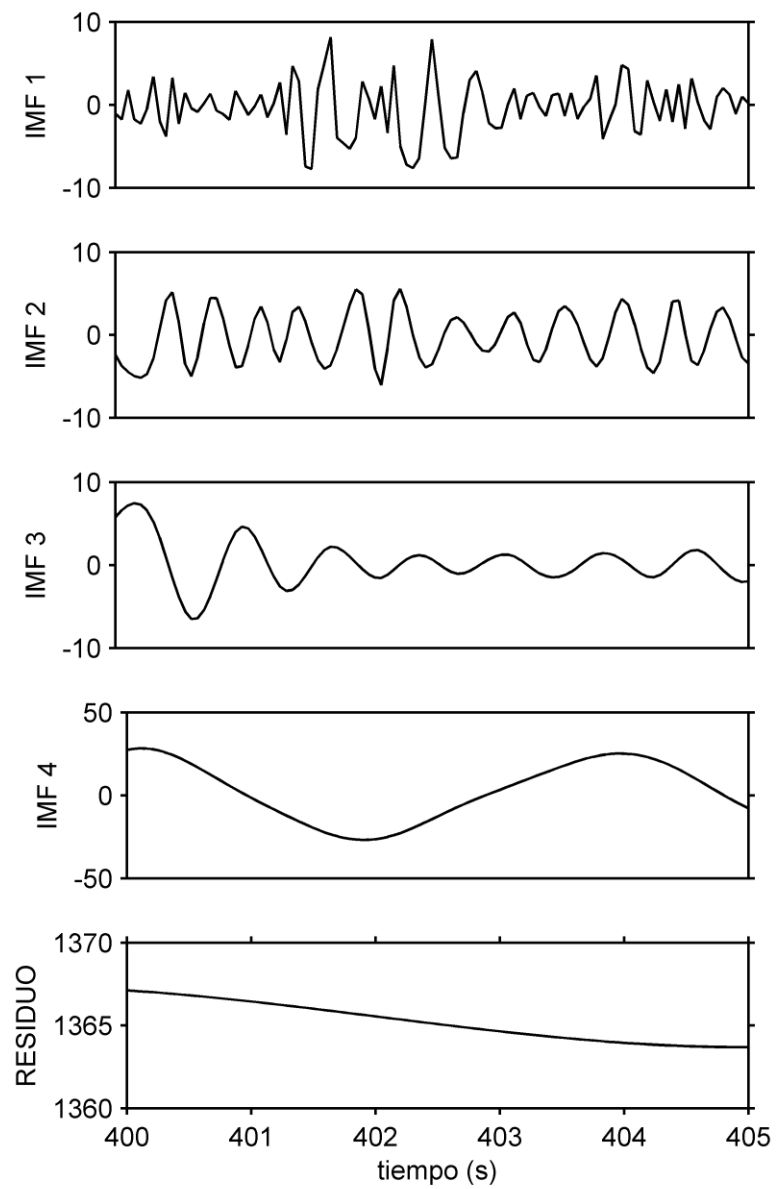
### *5.3.4 Análisis mediante el método de descomposición modal empírica (EMD) y el método de cuadratura*

En esta sección se realiza el análisis de las oscilaciones observadas en la señal de flujo de potencia de la línea de transmisión Malin-Round Mountain #1. Se analizan tres eventos que son de particular interés en este estudio, antes y después de la pérdida de la línea Keeler-Allston, y después de la pérdida de la generación en McNary. Se analizaron ventanas de cinco segundos de tiempo con el fin de demostrar la capacidad de la herramienta de análisis utilizada en este proyecto para la extracción de los parámetros modales.

En las Figuras 5.23 a 5.25 se muestran las IMF's de la primera, segunda y tercera ventana de análisis de la señal de flujo de potencia de la línea Malin-Round Mountain #1, respectivamente.

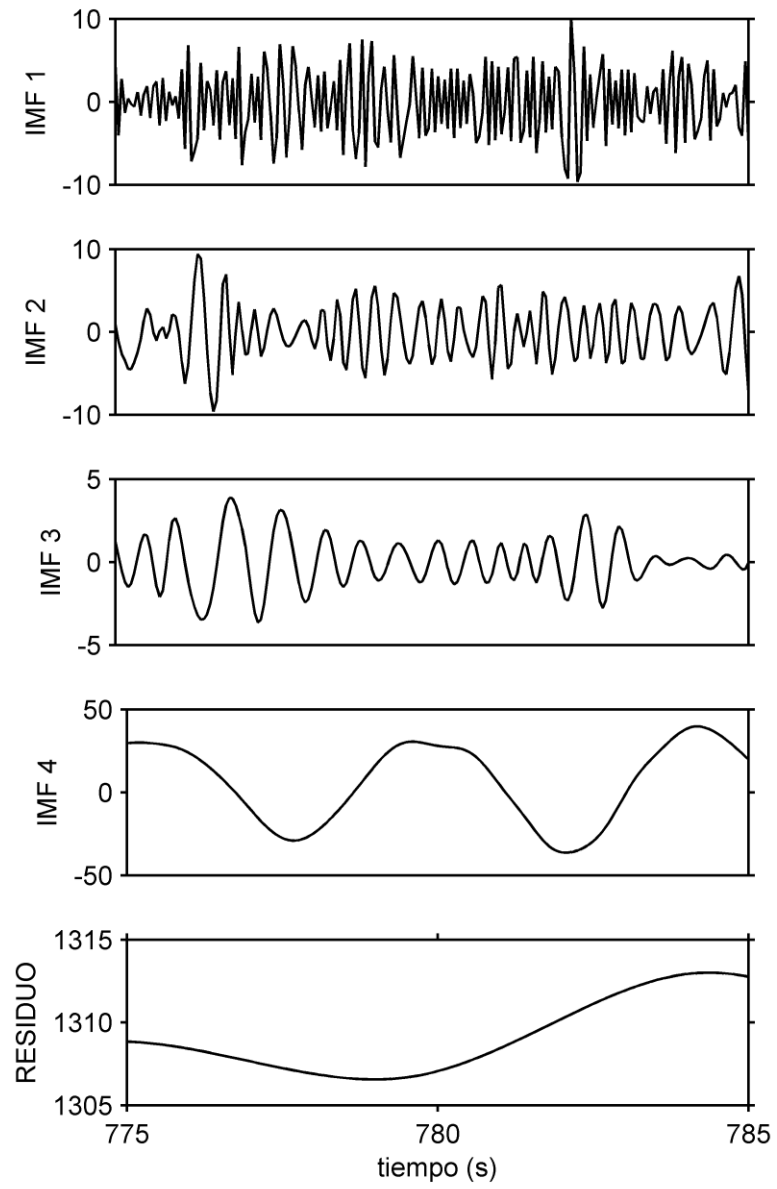


**Figura 5.23.** IMF's de primera ventana de flujo de potencia línea Malin-Round Mountain #1.



**Figura 5.24.** IMF's de segunda ventana de análisis en línea Malin-Round Mountain #1.

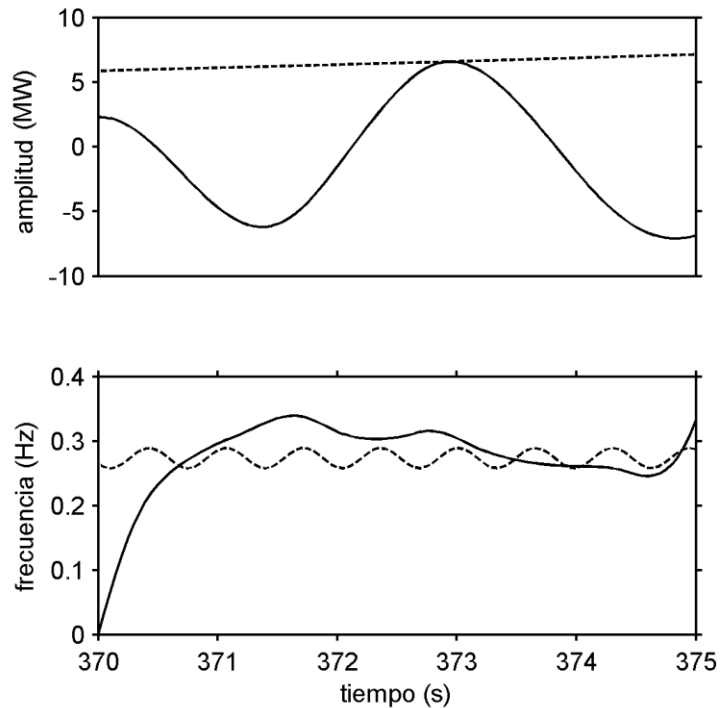




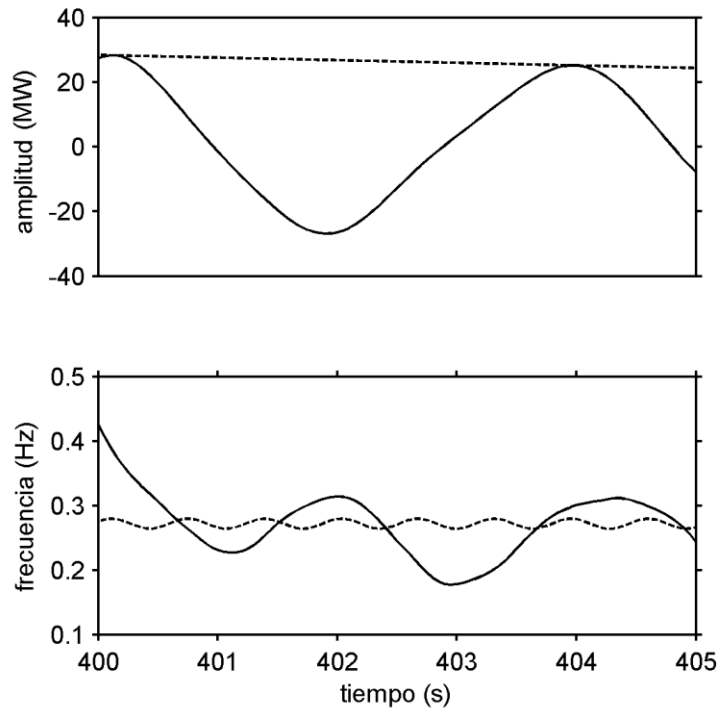
**Figura 5.25.** IMF's de tercera ventana de análisis en línea Malin-Round Mountain #1.

### 5.3.4.1 Identificación de modos mediante características instantáneas

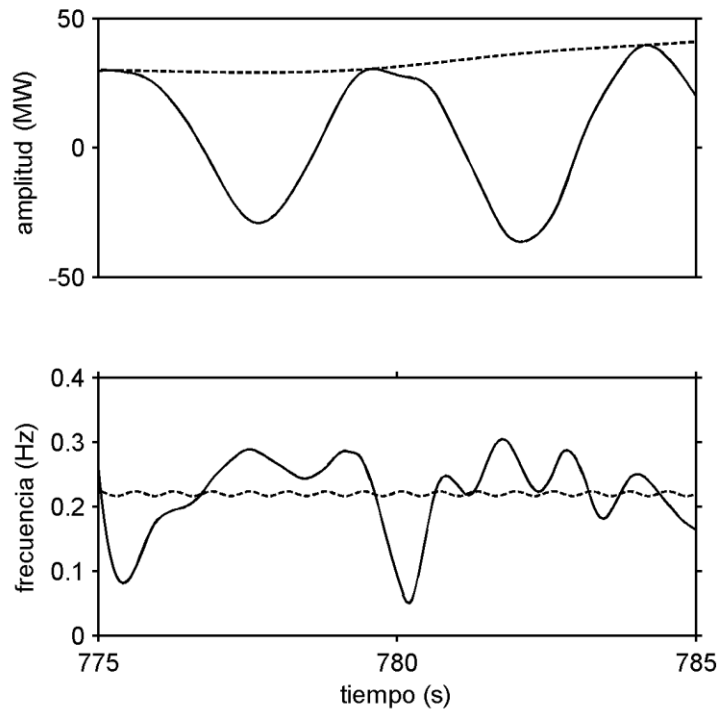
El modo oscilatorio de interés es obtenido por medio de aplicar el método de cuadratura a las IMF's obtenidas en el paso anterior. Se puede notar que las primeras tres IMF's para cada ventana de análisis capturan básicamente las componentes de alta frecuencia. Por esto, se seleccionó solamente la cuarta IMF para cada ventana de análisis. Las características instantáneas de la cuarta IMF para cada ventana de análisis se muestran en las Figuras 5.26, 5.27 y 5.28. Se realizó el ajuste de mínimos cuadrados para el cálculo del valor promedio de la frecuencia instantánea, ésta se muestra en línea punteada, al igual que la amplitud de la señal para una mejor apreciación de la aproximación.



**Figura 5.26.** Características instantáneas de IMF 4 de primera ventana de análisis.



**Figura 5.27.** Características instantáneas de IMF 4 de segunda ventana de análisis.

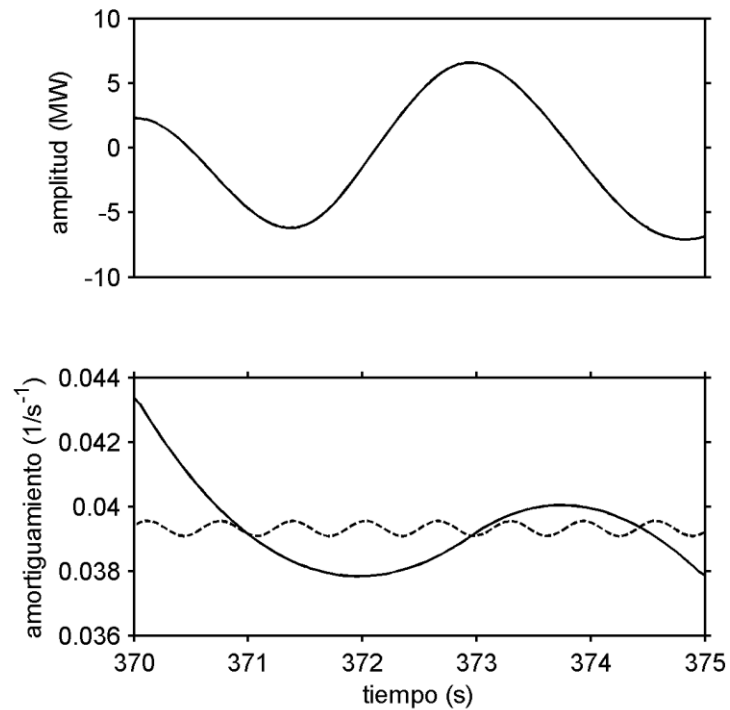


**Figura 5.28.** Características instantáneas de IMF 4 de tercera ventana de análisis.

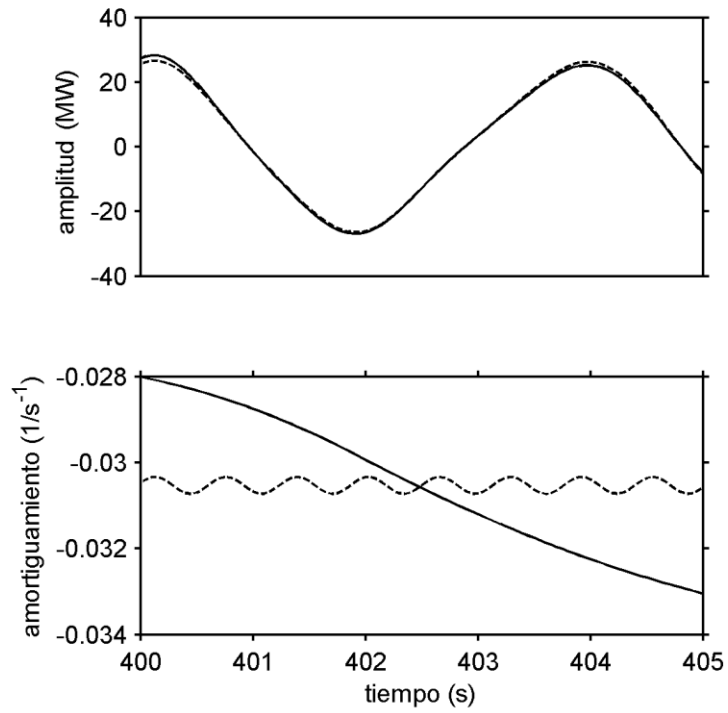
### 5.3.4.2 Detección de amortiguamiento crítico

Las Figuras 5.29, 5.30 y 5.31 muestran el amortiguamiento instantáneo de las IMF's seleccionadas.

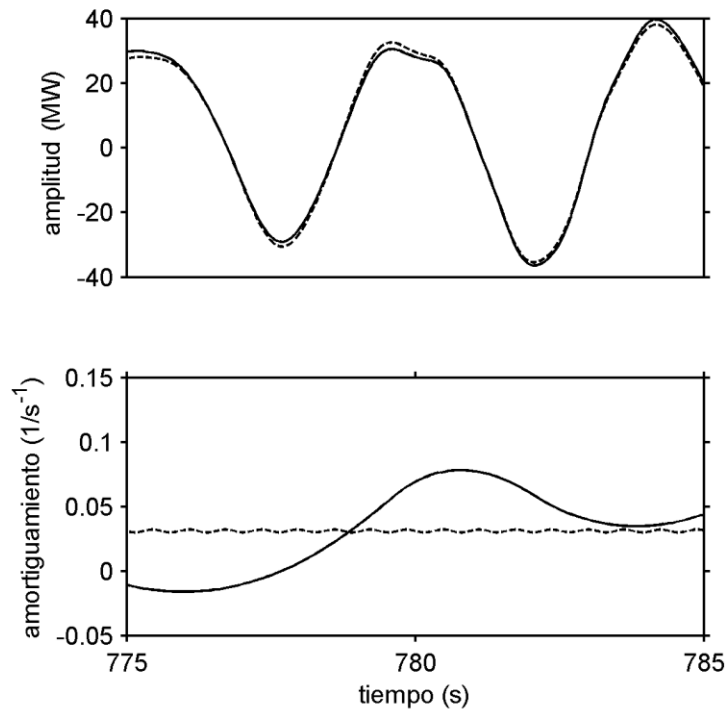
A fin de poder comparar con otros métodos paramétricos convencionales, como el método de Prony, se obtuvo el ajuste numérico del valor promedio mediante el método de mínimos cuadrados. Este se muestra en la gráfica en línea punteada al igual que la reconstrucción de la señal obtenida mediante los parámetros calculados.



**Figura 5.29.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de primera ventana de análisis.



**Figura 5.30.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de segunda ventana de análisis.



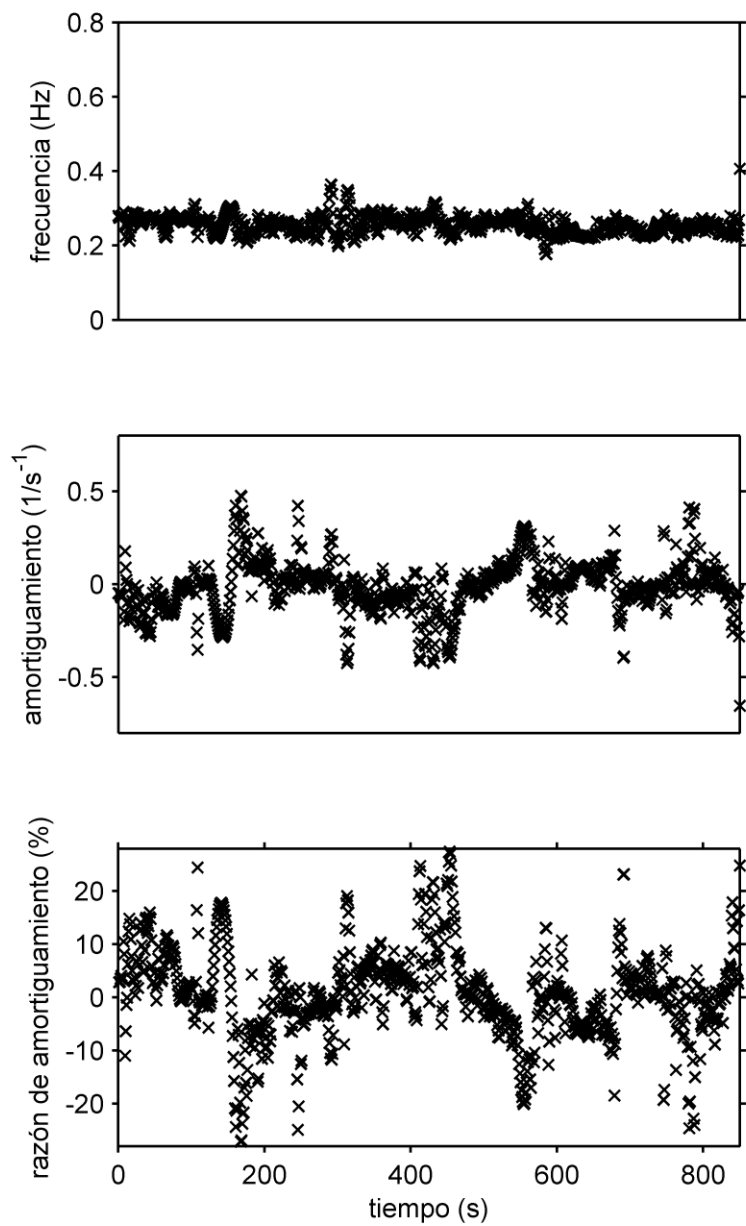
**Figura 5.31.** Amortiguamiento y reconstrucción de IMF 4 de tercera ventana de análisis.

En la Tabla 5.4 se muestra un resumen y comparación de los parámetros obtenidos para las señales seleccionadas del sistema interconectado estadounidense. Los resultados obtenidos por el método de cuadratura, así como con el proceso de descomposición modal empírica (EMD) muestran ser consistentes con los obtenidos mediante el método de Prony.

**Tabla 5.4.** Resumen y comparación de parámetros obtenidos en el sistema estadounidense.

<u>EMD + Método de cuadratura</u>			
<u>Ventana de análisis</u>	<u>Eigenvalores (<math>\sigma \pm j\omega</math>)</u>	<u>Frecuencia (Hz)</u>	<u>razón de amortiguamiento <math>\zeta</math> (%)</u>
370 - 375s	0.0393 + 1.7178i	0.2734	-2.28
400 - 405s	0.0305 + 1.7071i	0.2717	-1.7863
775 - 785s	0.0310 + 1.3804i	0.2197	-2.2451
<u>Método de Prony</u>			
<u>Ventana de análisis</u>	<u>Eigenvalores (<math>\sigma \pm j\omega</math>)</u>	<u>Frecuencia (Hz)</u>	<u>razón de amortiguamiento <math>\zeta</math> (%)</u>
370 - 375s	0.0290 + 1.6965i	0.27	-1.7092
400 - 405s	0.0340 + 1.6336i	0.26	-2.0808
775 - 785s	0.0370 + 1.4451i	0.23	-2.5595

En la Figura 5.32 se muestra el comportamiento de la frecuencia, el amortiguamiento (decaimiento) y la razón de amortiguamiento (porcentaje) del modo de oscilación crítico del sistema. El análisis fue realizado cada segundo mediante ventanas de 10 segundos de duración. Por medio de la gráfica de la razón de amortiguamiento se puede observar detalladamente que el sistema presentaba ya condiciones críticas de estabilidad desde antes de la pérdida de la línea Keller-Allston. Por medio de este tipo de visualización de la dinámica y características del sistema es posible detectar oportunamente el comportamiento de los modos oscilatorios y la manera en que estos influyen en la estabilidad del sistema.



**Figura 5.32.** Comportamiento de la frecuencia y razón de amortiguamiento para el modo oscilatorio crítico del apagón del 10 de agosto de 1996.

## 5.4 Conclusiones

Las herramientas de análisis empleadas en este capítulo han probado ser altamente eficientes en cuanto a la obtención de las características instantáneas y modales del sistema. El método de cuadratura es una herramienta de análisis excelente para la obtención de las características instantáneas de una señal. Sin embargo, al igual que la transformada de Hilbert la principal desventaja es que para que pueda extraer información eficiente necesita ser aplicada a señales de una sola componente frecuencial. Por otro lado, el método de descomposición modal empírica es una herramienta de análisis que posee características que otras adolecen, ya que se trata de un método adaptivo que no tiene limitación en cuanto a su aplicación.

En el análisis de las oscilaciones en los sistemas eléctricos de potencia este conjunto de métodos ha demostrado ser muy eficiente, aun más, particularmente una vez que se han ubicado y adaptado los parámetros que ayudan a que la aplicación de estas herramientas produzcan mejores resultados. Se puede decir también que la aplicación de técnicas como mínimos cuadrados para la verificación de los resultados siempre provee mayor confiabilidad y firmeza.

El tipo de análisis aquí presentado es verdaderamente importante ya que de él depende el desempeño y la participación de los operadores en el centro de control para tomar decisiones que ayuden a mantener al sistema bajo una operación adecuada. Es por esta razón, que es extremadamente importante lograr una caracterización eficiente del sistema buscando así proveer al operador del SEP información completa y confiable acerca del comportamiento actual del sistema, anticipando cualquier condición que pueda ser crítica para la operación del sistema, y que pueda poner en riesgo la integridad del mismo. Mediante la información obtenida en el sistema de monitoreo el operador será capaz de visualizar la condición del sistema y tomar acciones de control para lograr que éste sea guardado dentro de sus límites de operación normales.



## Referencias

- [1] J. F. Hauer, y J. G. DeSteese, “A tutorial on detection and characterization of special behavior in large electric power systems,” Pacific Northwest National Laboratory, Richland, WA, Reporte Técnico PNL-14655, Julio 2004.
- [2] A. R. Messina, M. A. Andrade, y E. Barocio, “Wide area monitoring and analysis of inter-area oscillations using the Hilbert-Huang transform,” en *Leading-Edge Electric Power system Research*, Ed. C. M. O’Sullivan, New York: Nova Science Publishers, 2008, pp. 285-316.
- [3] T. J. Browne, V. Vittal, G.T. Heydt, y A. R. Messina, “Practical application of Hilbert transform techniques in identifying inter-area oscillations,” en *Inter-area Oscillations in Power Systems: A Nonlinear and Nonstationary Perspective*, ed. A. R. Messina, New York: Springer, 2009, pp. 101-126.
- [4] D. Ruiz-Vega, A. R. Messina, y G. Enríquez-Harper, “Analysis of inter-area oscillations via non-linear time series analysis techniques,” en *Proceedings of the 15<sup>th</sup> Power systems Computation Conference*, 123ecompo 32, artículo 2, pp. 1-7, 22-26 Ago. 2005.
- [5] A. R. Messina, J. M. Ramírez, y J. M. Cañedo C., “An investigation on the use of power system stabilizers for damping inter-area oscillations in longitudinal power systems,” en *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 2, pp. 552-559, Mayo 1998.
- [6] M. Nayebzadeh, y A. R. Messina, “Advanced concepts of analyzing static Var compensators to damp inter-area oscillation modes,” en *European Transactions on Electrical Power*, vol. 9, no. 3, pp. 159-165, Mayo/Jun. 1999.
- [7] A. R. Messina, J. Arroyo, N. Evaristo e I. Castillo, “Damping of low-frequency interarea oscillations using HVDC modulation and SVC voltage support,” en *Electric Power Components and Systems*, vol. 31, no.

- 4, pp. 389-402, Abril 2003.
- [8] A. V. Oppenheim, y A. S. Willsky, con S. H. Nawab. *Signals & Systems*, 2<sup>a</sup> ed., Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1997, 957 pp.
  - [9] N. E. Huang, M. L. C. Wu, S. R. Long, S. S. P. Shen, W. Qu, P. Gloersen, y K. L. Fan, "A confidence limit for the empirical mode 124ecomposition and Hilbert spectral analysis," en *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, vol. 459, no. 2037, pp. 2317-2345, Sept. 2003.
  - [10] R. Pascoal, C. Guedes Soares, y A. D. Veltcheva, "On the stopping criterion to apply the Hilbert Huang Transform method to sea wave records," en *Maritime Transportation and Exploitation of Ocean and Coastal Resources: Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Congress of the International Maritime Association of the Mediterranean, Lisbon, Portugal, 26-30 September 2005*, vol. 2, Eds. C. Guedes Soares, Y. Garbatov, y N. Fonseca, Leiden: Taylor & Francis / Balkema, 2007, pp. 1113-1122.
  - [11] J. Paserba, J. Sanchez-Gasca, P. Kundur, E. Larsen, y C. Concordia, "Small signal stability and power system oscillations," en *Power system Stability and Control*, Ed. L. L. Grigsby, Boca Raton: CRC Press, 2007, pp. 9 / 1-9 / 17.
  - [12] Electric Power Research Institute, "EPRI Power system Dynamics Tutorial," Electric Power Research Institute, Palo Alto, CA, Reporte Técnico 1016042, Julio 2009.
  - [13] V. Venkatasubramanian y Y. Li, "Analysis of 1996 Western American Electric Blackouts," en *Proceedings of Bulk Power system Dynamics and Control – VI*, pp. 685-721, 22-27 Ago. 2004.
  - [14] J. F. Hauer, "Oscillation History for the WSCC Breakup of August 10, 1996," Pacific Northwest National Laboratory, Richland, WA, Nota de Trabajo Sobre WAMS, Nov. 1996.
  - [15] D. N. Kosterev, C. W. Taylor, y W. A. Mittelstadt, "Model validation for the August 10, 1996 WSCC system outage," en *IEEE Transactions on*

- Power Systems*, vol. 14, no. 3, pp. 967-979, Ago. 1999.
- [16] Y. Li, "Coordination of transmission path transfers in large electric power systems," Tesis Doctoral, School of Electrical Engineering and Computer Science, Washington State University, Pullman, WA, 2003.

# Capítulo 6

## Conclusiones y recomendaciones

*En este capítulo se describen las conclusiones y los resultados alcanzados del estudio de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia. También, se mencionan las aportaciones y algunas consideraciones para trabajos futuros.*

### 6.1 Conclusiones

La determinación de los parámetros que describen el comportamiento de los sistemas eléctricos de potencia es muy importante. Esto no es una tarea sencilla de realizar, mucho menos cuando se cuenta con herramientas de análisis que suponen que los procesos a los que son aplicados son lineales y/o estacionarios. Los sistemas de potencia son extremadamente complejos debido a la misma naturaleza de los mismos, y a que están sujetos a un gran número de escenarios de operación. Por tanto, es importante contar con herramientas de análisis que sean confiables y eficientes en cuanto a la determinación de los parámetros que describen el sistema.

En este trabajo de tesis se han presentado los detalles acerca de la aplicación de una nueva herramienta para el análisis de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia basada en la transformada Hilbert-Huang. Se trata de una herramienta de análisis que es adaptiva y que no tiene limitación en cuanto a su aplicación. Esta herramienta de análisis fue aplicada a señales eléctricas provenientes de unidades de medición fasorial (PMU's) de

sistemas de monitoreo de área amplia con el fin de identificar y caracterizar los parámetros que describen la dinámica del sistema estudiado.

Los resultados fueron comparados y validados con los obtenidos mediante el método de Prony. Se demostró que la combinación del método de cuadratura y el método de descomposición empírica modal de la transformada Hilbert-Huang es realmente eficiente para la determinación de los parámetros modales en los sistemas de potencia.

La meta principal acerca de la obtención de una herramienta de cómputo para el análisis de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia fue alcanzada. Esta aplicación incorpora en el análisis las señales provenientes de unidades de medición fasorial de sistemas de monitoreo de área amplia con el fin de determinar los parámetros modales que caracterizan el sistema.

Algunos detalles acerca de lo realizado en el desarrollo de este proyecto de investigación son:

- Se realizó un estudio acerca de algunas de las principales herramientas de análisis que han sido aplicadas para describir el comportamiento dinámico en los sistemas eléctricos de potencia.
- Se realizó un estudio acerca de la determinación de los parámetros modales de un sistema.
- Se profundizó en la determinación de los parámetros modales por medio de las características instantáneas al analizar la señal de respuesta en el tiempo de un sistema mediante la transformada Hilbert-Huang.
- Se estudiaron los detalles que permiten efectuar una separación adecuada de las componentes modales de la respuesta del sistema mediante el método de descomposición modal empírica.

- Se profundizó en el método de cuadratura, concluyendo que éste es un método más eficiente y más exacto que la transformada de Hilbert para la obtención de las características instantáneas.
- Se diseñó una interfaz gráfica en el entorno de MATLAB® para el análisis de las oscilaciones electromecánicas en los sistemas de potencia que incorpora las señales provenientes de las unidades de medición fasorial de sistemas de monitoreo de área amplia.
- Se compararon los resultados del análisis con lo obtenido mediante el método de Prony probando ser consistentes al analizar dos sistemas de estudio.
- Se consideraron los detalles básicos en el análisis para efectuar la identificación de los modos oscilatorios del sistema y se analizaron algunos detalles en cuanto a la detección oportuna del amortiguamiento crítico.
- Se estudiaron diferentes maneras de visualizar los parámetros obtenidos a partir del análisis con el fin de describir el comportamiento dinámico del sistema.

## 6.2 Aportaciones

Algunas aportaciones obtenidas mediante la realización de este trabajo de investigación fueron:

- Se desarrolló una plataforma de cómputo para analizar las oscilaciones electromecánicas en los sistemas eléctricos de potencia.
- Se mejoraron los algoritmos de análisis de la transformada Hilbert-Huang (HHT) al obtener la componente analítica de la señal

en análisis mediante el método de cuadratura como un método alternativo a la transformada de Hilbert.

- Se estableció una nueva condición de convergencia para el método de descomposición modal empírica ( $\sigma$ EMD) con el fin de lograr un cálculo más exacto de la frecuencia instantánea.

### 6.3 Trabajos futuros

Algunas consideraciones para la realización de trabajos futuros son:

- Realizar un estudio acerca de una posible implementación computacional de distintas herramientas de análisis que sean aplicadas de manera simultánea y/o complementaria para la determinación de los parámetros que describen el comportamiento dinámico de los sistemas eléctricos de potencia.
- Llevar a cabo la implementación del análisis en un sistema de monitoreo de área amplia como una aplicación en línea.
- Desarrollar un estudio acerca los criterios de estabilidad y validarlos mediante simulación para ser implementados en línea en sistemas de control de área amplia de los sistemas eléctricos de potencia.