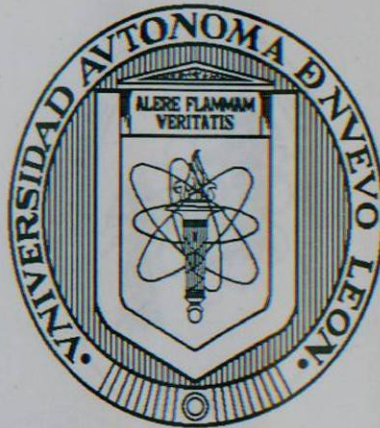


28864  
1

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA  
DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO



**FORMULACION DE FLUJOS OPTIMOS EN FORMA RECTANGULAR POR EL  
METODO DE NEWTON INCORPORANDO DISPOSITIVOS FACTS**

**TESIS**

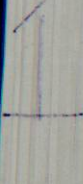
QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA

PRESENTA

**SALVADOR CHAVEZ NEGRETE**

MONTERREY, N. L.

OCTUBRE DE 1999

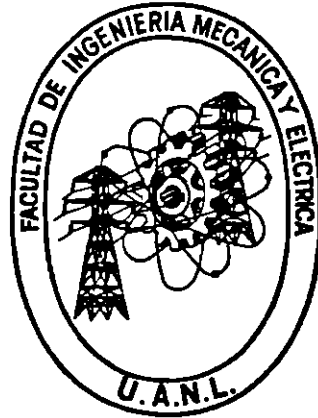


TM  
TK1005  
.C53  
1999  
c.1



1080092547

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA**  
**DIVISION DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**FORMULACION DE FLUJOS OPTIMOS EN FORMA RECTANGULAR POR EL  
METODO DE NEWTON INCORPORANDO DISPOSITIVOS FACTS**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA ELECTRICA  
CON ESPECIALIDAD EN POTENCIA**

**PRESENTA**

**SALVADOR CHAVEZ NEGRETE**

**MONTERREY, N. L.**

**OCTUBRE DE 1999**

TM  
TK1005  
.C53  
1999

BUR  
R. S. G. S. S. S.  
UANL  
FONDO  
TESIS MAESTRIA

## **RESUMEN**

# **FORMULACION DE FLUJOS OPTIMOS EN FORMA RECTANGULAR POR EL METODO DE NEWTON INCORPORANDO DISPOSITIVOS FACTS**

Publicación No. \_\_\_\_\_

Salvador Chávez Negrete, M. C. en Ing. Eléctrica  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Universidad Autónoma de Nuevo León, 1999

Profesor Asesor: Salvador Acha Daza, Ph. D.

El problema de Flujos Óptimos (FO) es una herramienta que es utilizada para el análisis y la planeación de la operación económica del sistema eléctrico de potencia (SEP). La operación de un sistema eléctrico debe cumplir con aspectos de economía y de seguridad, el problema se representa estableciendo una función objetivo y el comportamiento del sistema que dan lugar a una formulación de optimización no lineal de gran escala.

Es cada vez más frecuente la instalación de dispositivos basados en la electrónica de potencia, y por tanto, existe una mayor necesidad de analizar el sistema de potencia (SEP) tomando en cuenta estos nuevos dispositivos. Los nuevos dispositivos dan una mayor flexibilidad en la operación y genéricamente se les conoce como Sistemas de Transmisión Flexible en Corriente Alterna. (FACTS). En este trabajo de investigación se estudia de manera particular el Controlador Unificado de Flujo de Potencia (CUFP), este dispositivo tiene la capacidad de controlar el flujo de potencia activa y el flujo de potencia reactiva en una línea de transmisión, así como la magnitud del voltaje en la barra en que se conecta. También se consideran los transformadores con cambiador de tap (TCT) y los

transformadores defasadores (TD), utilizando para ellos los modelos clásicos para ser incluidos al problema de FO.

El trabajo aborda de manera detallada la formulación del problema de FO, considerando como función objetivo a minimizar el costo de operación o bien la suma de la generación, lo cual equivale a minimizar pérdidas, incluyendo los dispositivos FACTS mencionados anteriormente. Para establecer el algoritmo se desarrollan las ecuaciones de los modelos en coordenadas rectangulares y se establece la posibilidad de tener diversas condiciones de operación para el elemento CUPP cuando se conecta a la red de transmisión. Se deducen las condiciones de optimalidad basadas en el Teorema de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), y de éstas resulta un sistema de ecuaciones no lineales, el cual es resuelto por el método de Newton.

Una aportación importante del trabajo es la metodología propuesta para determinar el conjunto activo de restricciones, así como el criterio para incluirlas o desactivarlas en el proceso iterativo. El algoritmo resultante difiere ventajosamente del reportado en la literatura técnica, ya que no se tienen lazos iterativos internos para tratar el problema de las restricciones activas; así mismo el algoritmo propuesto no requiere del uso de rutinas de refactorización de la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ . En el algoritmo propuesto para resolver FO no es necesario fijar una referencia para la magnitud de voltaje en un nodo en particular, el perfil de voltaje del sistema eléctrico de potencia se obtiene directamente de la solución de FO, cumpliendo con la función objetivo y las restricciones establecidas.

El algoritmo de solución de FO que incluye elementos FACTS se implementó utilizando lenguaje Visual C++. Para la solución del sistema de ecuaciones lineales que resulta de cada iteración del método de Newton, se emplearon técnicas de dispersidad que permiten la solución eficiente de problemas en grandes redes eléctricas.

En el trabajo de investigación se analizan diferentes condiciones de operación para los sistemas de prueba de 14 y 118 nodos del IEEE, los cuales son utilizados ampliamente en la

literatura técnica, pero en este caso incluyendo elementos FACTS. Los dispositivos FACTS considerados presentan características favorables en la operación económica del sistema eléctrico de potencia y aumentan la región de factibilidad para el problema de optimización no lineal. En el trabajo se analiza la información obtenida de la solución de FO, se observa que la solución conserva las características de convergencia típicas para el método de Newton. Se muestra la versatilidad del elemento CUPF para controlar el flujo de potencia activa en una línea de transmisión y al mismo tiempo minimizar la función objetivo seleccionada.



# INDICE

Resumen. ....	v
Indice de Figuras. ....	xii
Indice de Tablas. ....	xiv
Notación. ....	xv
1. INTRODUCCION. ....	1
1.1. Aspectos de la operación económica de SEP's. ....	1
1.2. El problema de Flujos Optimos (FO). ....	3
1.3. Antecedentes. ....	4
1.4. Objetivos y contenido de la tesis. ....	6
1.5. Estructura de la tesis. ....	8
2. DESARROLLO DE LOS MODELOS DEL CUFP, TCT Y TD PARA FLUJOS OPTIMOS. ....	9
2.1. Introducción. ....	9
2.2. Principio de operación del CUFP. ....	9
2.3. Modelo del elemento CUFP para FO. ....	12
2.4. Desarrollo de las ecuaciones del CUFP. ....	15
2.5. Representación del CUFP en la red de transmisión. ....	17
2.6. Restricciones operativas del CUFP para el problema de FO. ....	19
2.6.1. Ecuaciones de balance de potencia nodal. ....	21
2.7. Cálculo de condiciones iniciales para las variables del dispositivo CUFP. ....	23
2.8. Modelo del TCT y TD. ....	24
2.9. Resumen. ....	27

## INDICE (continuación)

3. FORMULACION DEL PROBLEMA DE FO INCLUYENDO DISPOSITIVOS FACTS.	28
.....	28
3.1. Introducción.	28
3.2. Conceptos de programación no lineal.	28
3.2.1. Condiciones necesarias para la optimalidad.	29
3.2.2. Solución de las condiciones de optimalidad por el método de Newton.	30
3.3. Formulación del problema de FO incluyendo FACTS.	32
3.3.1. Formación del gradiente del Lagrangiano $F(z)$ .	34
3.3.2. Cálculo de la matriz de segundas derivadas, $W(z)$ .	36
3.3.3. Estructura de la matriz $W(z)$ .	36
3.4. Resumen	38
4. SOLUCION AL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS FORMULACION RECTANGULAR	39
4.1. Introducción	39
4.2. Algoritmo utilizado para la solución de Flujos Optimos.	39
4.2.1. Selección del conjunto activo de restricciones de desigualdad.	42
4.2.2. Manejo de las restricciones de desigualdad en el problema de FO.	45
4.2.2.1. Potencia activa de generación.	46
4.2.2.2. Magnitud del voltaje nodal.	47
4.2.2.3. Taps en transformadores.	48
4.2.2.4. Angulo en transformadores defasadores.	49
4.2.2.5. Flujo de potencia activa en líneas de transmisión.	50
4.2.2.6. Potencia reactiva de generación.	51
4.3. Resumen.	52

## INDICE (continuación)

5. RESULTADOS DE SIMULACION DIGITAL SOBRE REDES DE PRUEBA DEL IEEE.....	53
5.1. Introducción.....	53
5.2. Sistema de prueba de 14 nodos del IEEE.....	54
5.2.1. Función objetivo: minimizar costo o minimizar pérdidas.....	54
5.2.2. Efecto del TCT y del TD en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE..	57
5.2.3. Efecto del CUFP en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE.....	60
5.2.4. Efecto del TCT y CUFP en las restricciones de flujo.....	63
5.3. Sistema de prueba de 118 nodos del IEEE.....	66
5.3.1. Función objetivo: minimizar costo o minimizar pérdidas.....	67
5.3.2. Efecto de los elementos TCT , TD y CUFP en el sistema de prueba de 118 nodos del IEEE.....	68
5.3.3. Efecto del nivel de voltaje máximo especificado.....	71
5.4. Resumen.....	73
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	75
6.1. Conclusiones.....	75
6.1.1. Sobre el problema de Flujos Optimos.....	75
6.1.2. Sobre la formulación desarrollada.....	76
6.2. Aportaciones de la tesis.....	77
6.3. Recomendaciones para trabajos futuros.....	78
REFERENCIAS.....	80
APENDICE A	
Elementos de la matriz de segundas derivadas $W(z)$ , incluyendo elementos CUFP, TCT y TD.....	84

## **INDICE (continuación)**

### **APENDICE B**

Expresiones para las derivadas de la potencia neta inyectada y para potencias en el elemento CUPF. .... 90

### **APENDICE C**

Derivadas de la potencia neta inyectada al incluir TCT y/o TD en el sistema de potencia. .... 102

### **APENDICE D**

Datos de los sistemas de prueba utilizados (IEEE-14, IEEE-118). .... 110

## INDICE DE FIGURAS

Figura		Página
2.1	Esquema generalizado del elemento CUFP.....	11
2.2	Funciones básicas de control del elemento CUFP.....	12
2.3	Modelo del CUFP en estado estable.....	13
2.4	Modelo del CUFP en estado estable, equivalente Norton .....	15
2.5	Modelo del CUFP para el desarrollo de ecuaciones en coordenadas rectangulares.....	16
2.6	Modelo del CUFP de dos fuentes de voltaje, a ser incluido en FO.....	18
2.7	Representación del equivalente de Norton para ser incluido en FO .....	19
2.8	Balance de potencia nodal en el elemento CUFP .....	19
2.9	Balance de potencia nodal, nodo i.....	21
2.10	Modelo del transformador.....	24
3.1	Estructura del sistema de ecuaciones a resolver, incluyendo TCT, TD y elementos CUFP.....	37
4.1	Diagrama del algoritmo propuesto para la solución del problema de FO.....	41
5.1	(a)Característica de convergencia y (b)Costo de operación para el sistema de 14 nodos del IEEE, considerando costo mínimo o pérdidas mínimas .....	54
5.2	(a)Pérdidas totales en el sistema y (b)Magnitud de voltaje para el sistema de 14 nodos del IEEE, considerando costo mínimo o pérdidas mínimas .....	55
5.3	Multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia activa para el objetivo (a)Costo mínimo y (b)Pérdidas mínimas .....	56
5.4	Multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia reactiva para el objetivo (a)Costo mínimo y (b)Pérdidas mínimas .....	57
5.5	(a) Característica de convergencia y (b) Voltajes nodales para el sistema de 14 nodos del IEEE, incluyendo TCT y TD.....	58
5.6	Multiplicadores de Lagrange asociados al balance (a) de potencia activa y (b) de potencia reactiva, para el sistema de 14 nodos del IEEE, incluyendo TCT y TD..	59

## INDICE DE FIGURAS (Continuación)

Figura	Página
5.7	(a) Característica de convergencia y (b) Voltajes nodales para las condiciones del CUFP en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE ..... 62
5.8	Multiplicadores de Lagrange asociados (a) con el balance de potencia activa y (b) potencia reactiva incluyendo el CUFP, sistema de 14 nodos del IEEE ..... 62
5.9	(a) Característica de convergencia y (b) Magnitud de voltaje para el caso de restricción de flujo. .... 65
5.10	(a) multiplicadores de Lagrange para la potencia activa y (b) multiplicadores de Lagrange para la potencia reactiva, caso de restricción de flujo. .... 66
5.11	(a) Característica de convergencia y (b) Distribución de la potencia activa de generación para el sistema de 118 nodos del IEEE incluyendo CUFP, TCT y TD. 69
5.12	Multiplicadores de Lagrange asociados al (a) balance de potencia activa y (b) potencia reactiva, sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD. .... 70
5.13	(a) Perfil de voltaje y (b) Potencia reactiva de generación, sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD. .... 70
5.14	(a) Perfil de voltaje y (b) Potencia reactiva de generación, sistema de 118 nodos del IEEE, a diferente voltaje máximo. .... 72
5.15	Multiplicadores de Lagrange asociados al (a) balance nodal de potencia activa y (b) potencia reactiva, sistema de 118 nodos del IEEE, a diferente nivel de voltaje máximo. .... 72
D.1	Sistema de 14 nodos del IEEE. .... 111

## INDICE DE TABLAS

Tabla	Página
2.1 Descripción de los dispositivos FACTS utilizados en FO. ....	27
4.1 Criterio para elegir restricciones candidatas para ser activadas. ....	42
4.2 Criterio para incluir restricciones como candidatas para ser relajadas. ....	44
5.1 Resumen de generación para el sistema de 14 nodos del IEEE considerando costo mínimo o pérdidas mínimas .....	56
5.2 Resumen del costo de operación y pérdidas en el sistema de 14 nodos del IEEE, incluyendo TCT y TD .....	59
5.3 Información relacionada con el CUFPP, sistema de 14 nodos del IEEE. ....	63
5.4 Distribución de la generación, caso con restricción de flujo. ....	64
5.5 Resumen de la solución, caso con restricción de flujo. ....	65
5.6 Solución del sistema de 118 nodos del IEEE para diferentes funciones objetivo .	67
5.7 Resumen de la solución del sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFPP, TCT y TD. ....	71
5.8 Resumen de la generación, pérdidas y costo de operación, sistema de 118 nodos del IEEE, para diferente nivel de voltaje máximo. ....	73
D.1 Límites de voltaje, sistema de 14 nodos del IEEE .....	112
D.2 Cargas, sistema de 14 nodos del IEEE .....	112
D.3 Parámetros de Transformadores .....	112
D.4 Parámetros de Líneas de Transmisión .....	112
D.5 Elementos en derivación. ....	113
D.6 Información de Generadores. ....	113
D.7 Cargas del sistema de 118 nodos del IEEE .....	115
D.8 Cargas del sistema de 118 nodos del IEEE (Cont). ....	116
D.9 Parámetros de Líneas de Transmisión .....	117
D.10 Parámetros de Líneas de Transmisión(Cont) .....	118
D.11 Parámetros de Líneas de Transmisión(Cont). ....	119
D.12 Parámetros de Transformadores. ....	120
D.13 Límites de voltaje, sistema de 118 nodos del IEEE. ....	120
D.14 Elementos en derivación. ....	120
D.15 Funciones de costo para generadores y límites. ....	121

## NOTACION

Las variables que se manejan a lo largo de este trabajo se definen a continuación:

$f(\bullet)$	Función objetivo.
$g(\bullet)$	Restricciones de igualdad.
$h(\bullet)$	Restricciones de desigualdad.
$V_k$	Voltaje en el nodo $k$ .
$\theta_k$	Angulo del nodo $k$ .
$I_{cR}$	Corriente a través de la fuente $cR$ .
$I_{vR}$	Corriente a través de la fuente $vR$ .
$I_k$	Corriente inyectada en el nodo $k$ .
$I_{km}$	Corriente a través del elemento $km$ .
$Y_{cR}$	Admitancia del transformador serie del modelo del CUFPP ( $1/Z_{cR}$ ).
$Y_{vR}$	Admitancia del transformador paralelo del modelo del CUFPP ( $1/Z_{vR}$ )
$G_{km}$	Parte real de la admitancia de la línea o transformador $k-m$
$B_{km}$	Parte imaginaria de la admitancia de la línea o transformador $k-m$
$B/2$	$\frac{1}{2}$ de la susceptancia en derivación del modelo de la línea de transmisión
$J_k$	Inyección de potencia del modelo del CUFPP en el nodo $k$ .
$e_k$	Parte real del voltaje en el nodo $k$ .
$f_k$	Parte imaginaria del voltaje en el nodo $k$ .
$t_{km}$	Relación de transformación del transformador conectado entre el nodo $k$ y $m$
$\phi_{km}$	Angulo de defasamiento del transformador defasador conectado entre el nodo $k$ y $m$
$PL$	Pérdidas de potencia activa en el sistema
$P_{ij}$	Flujo de potencia activa en la línea $i-j$
$P_k, Q_k$	Inyección de potencia activa y reactiva en el nodo $k$ .
$P_{vR}$	Potencia activa de la fuente de voltaje $vR$ del modelo del CUFPP.
$P_{cR}$	Potencia activa de la fuente de voltaje $cR$ del modelo del CUFPP.
$S_k$	Potencia aparente en el nodo $k$ .



$P_{mk}, Q_{mk}$	Flujo de potencia activa y de potencia reactiva del nodo m al nodo k.
$r_l$	Resistencia serie de secuencia positiva de la línea de transmisión.
$x_l$	Reactancia serie de secuencia positiva de la línea de transmisión.
$y/2$	Admitancia de secuencia positiva en derivación de la línea de transmisión.
$P_{Gi}, Q_{Gi}$	Potencia activa y reactiva de generación en el nodo i.
$P_{Di}, Q_{Di}$	Potencia activa y reactiva de demanda en el nodo i.
$P_{ik}, Q_{ik}$	Potencia activa y reactiva neta inyectada en el nodo k (CUFP).
$P_i, Q_i$	Potencia activa y reactiva neta inyectada en el nodo i.
$X_{cR}$	Reactancia de la impedancia del transformador de acoplamiento cR.
$P_m^{esp}, Q_m^{esp}$	Potencia activa y reactiva especificada inyectada en el nodo m
$\zeta(\bullet)$	Lagrangiano.
$\lambda$	Multiplicador de Lagrange asociado con restricciones de igualdad.
$\mu$	Multiplicador de Lagrange asociado con restricciones de desigualdad.
$W(\bullet)$	Matriz de segundas derivadas de la función Lagrangiano $\zeta(\bullet)$ .
$F(\bullet)$	Gradiente de la función Lagrangiano $\zeta(\bullet)$ .
$z$	Vector de variables asociadas en el problema de FOR.
$\varepsilon$	Tolerancia preestablecida para el criterio de convergencia.
$C_i(\bullet)$	Curva de costo del generador i.
$ng$	Número de generadores.
$N$	Número de nodos.
$M$	Número de nodos de carga o generadores en límite de reactivos.
$c_{ufp}$	Número de elementos CUFP en el sistema.
$c_{opl}$	Número de líneas con restricción en el flujo de potencia activa.
$c_{tros}$	Número de transformadores con cambio de tap (TCT)
$c_{defasa}$	Número de transformadores defasadores (TCT)
$X^{\min}$	Es el mínimo de la variable X.
$X^{\max}$	Es el máximo de la variable X.
$\tilde{X}$	Variable X que indica que está en el límite máximo o mínimo
$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$	Coefficientes de la curva de costo cuadrático del generador i.
$\S$	Unidad monetaria equivalente a 10 dólares.

- $\lambda_{pi}, \lambda_{qi}$  Multiplicadores de Lagrange para la restricción de balance de potencia nodal en el nodo  $i$  (real y reactiva).
- $\lambda_{cdi}$  Multiplicador de Lagrange para la restricción de balance de potencia en el CUF<sub>P</sub>.
- $\lambda_{pmi}, \lambda_{qmi}$  Multiplicadores de Lagrange para la restricción de potencia inyectada especificada  $i$  (real y reactiva).
- $\lambda_{vi}$  Multiplicador de Lagrange para la restricción de voltaje en el CUF<sub>P</sub>.
- $\lambda_{pli}$  Multiplicador de Lagrange para la restricción de flujo de potencia en la línea.
- V** Variables escritas con letra negrita representan fasores.

# **CAPITULO 1**

## **INTRODUCCION**

### **1.1 ASPECTOS DE LA OPERACION ECONOMICA DE SEPS**

En la operación de los sistemas eléctricos de potencia se tienen dos aspectos muy importantes, los cuales están fuertemente relacionados: la seguridad y la economía. La seguridad en un sistema de potencia se puede definir como la capacidad del sistema de potencia de poder suministrar la demanda ante la presencia de alguna contingencia contenida en el estándar de seguridad y seguir operando dentro de condiciones establecidas de calidad y continuidad. Para operar el sistema de manera segura se deberán tener márgenes operativos adecuados, los cuales se determinan por medio de un análisis de contingencias en estado estable, se debe evaluar también el tener una respuesta ante fenómenos de estabilidad transitoria y de estabilidad dinámica.

El otro aspecto importante en la operación de un sistema eléctrico de potencia es el económico, el cual está relacionado principalmente con la cantidad de combustible que se consume durante el período analizado. Así, el objetivo principal para un sistema de potencia es suministrar la demanda a un costo mínimo, observando aspectos de calidad en la operación y la seguridad del mismo. Es de esperar que la operación económica del sistema de potencia se vea modificada por la presencia de dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission Systems), en donde el ajuste de sus valores de referencia y la coordinación de sus controles puede ser una tarea complicada. Por lo tanto, en la planeación y la operación del sistema eléctrico es necesario contar con herramientas apropiadas de simulación y estudio para analizar el comportamiento de nuevos dispositivos sobre el sistema.

Por lo expuesto, es necesario extender las herramientas disponibles para el análisis de la operación económica de los sistemas eléctricos de potencia. La extensión requiere modelar los sistemas eléctricos de potencia de forma que se considere los efectos de todos los

elementos del sistema durante su operación, con modelos apropiados que reflejen el comportamiento eléctrico normal y sus límites operativos.

En la operación diaria de un sistema de potencia se desea tener control sobre los flujos de potencia, en una o en varias líneas de transmisión o bien sobre las magnitudes de voltajes en los nodos de carga; lo cual depende de las políticas de operación del sistema. En otros casos se pueden tener líneas sobrecargadas en el sistema, debido a las características y condición del mismo, siendo necesario disminuir o redistribuir los flujos por trayectorias alternas, cuidando el aspecto económico ya que los flujos de potencia no obedecen leyes económicas o trayectorias contratadas. En la actualidad, la tendencia en la operación de los SEPs es el llevar a cabo su operación en un ambiente no regulado, en el cual la operación del sistema eléctrico es afectada por la presencia de generadores independientes, por la conexión de auto abastecedores y otros esquemas de generación que difieren del ambiente tipo monopolio tradicional, con lo cual se tendrán diferentes escenarios operativos. Así, el aspecto económico y las transacciones de energía establecen los aspectos relevantes en la operación del sistema.

En un nuevo ambiente desregulado será necesario tener un control más eficiente y preciso del flujo de potencia en los diferentes circuitos de la red de transmisión, tanto desde un punto de vista técnico, como por las transacciones económicas que se establezcan por los diferentes usuarios. Para lograr un control más eficiente del flujo de potencia en los enlaces o en circuitos predeterminados, se puede contar con elementos de los sistemas de transmisión flexibles (FACTS). Los FACTS y sus controles asociados son dispositivos eléctricos en donde la parte esencial del elemento está basada en la electrónica de potencia y donde la idea principal es modificar las variables de voltaje y corriente y/o los parámetros de la red, por tanto un control directo sobre el flujo de la potencia, y con ello incrementar la utilización de las líneas de transmisión y al mismo tiempo cumplir con los criterios de seguridad y de operación preestablecidos.

## 1.2 EL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS (FO)

El problema de flujos óptimos (FO) [23, 24, 31] es un problema de optimización no lineal y de gran escala para los sistemas eléctricos de potencia, el cual se puede formular como un problema de programación no lineal, como se establece en (1.1). Así, se desea minimizar una función objetivo sujeta a restricciones de igualdad y a restricciones de desigualdad.

Matemáticamente el problema se puede escribir como:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimizar:} & f(x) \\
 \text{sujeto a:} & g(x) = 0 \\
 & h(x) \leq 0
 \end{array} \tag{1.1}$$

donde la función objetivo  $f(x)$  puede representar:

- El costo de combustible.
- Las pérdidas de potencia totales en el sistema.
- El costo de acciones y ajustes en controles.
- El número de controles ajustados.
- La energía requerida por las acciones de control.

La función objetivo,  $f(x)$ , más comúnmente usada es el costo de generación de la potencia activa, la cual está asociada al consumo de combustible en todos los generadores conectados al sistema para suministrar una demanda establecida y bajo una configuración dada para la red de transmisión. La función  $g(x)$  representa las restricciones de igualdad que se satisfacen en la solución y que para la red eléctrica son las ecuaciones de balance de potencia nodal y alguna condición adicional establecida; las restricciones de igualdad están representadas por las ecuaciones de flujos de potencia, razón por lo cual el problema recibe el nombre de flujos óptimos. La expresión  $h(x)$ , representa las restricciones de desigualdad, donde se incluyen los límites operativos y de seguridad en el sistema, y pueden representar:

- Los límites en voltajes nodales.
- La máxima caída de tensión permitida entre dos nodos.
- Los límites en potencias activas y reactivas en los nodos de generación.
- Los límites en flujo de potencia, expresado en MW, en MVar, o bien en MVAs.
- Los límites en intercambios de potencia (en un grupo de líneas).
- Posición del tap en transformadores.
- Angulo de defasamiento en transformadores defasadores.
- Restricción de reserva de potencia reactiva.

En general, el problema de FO consiste en determinar cómo suministrar la demanda de manera óptima, dentro de límites operativos y cumpliendo las restricciones de seguridad. El criterio óptimo es el especificado por la forma de la función objetivo seleccionada. La formulación presentada anteriormente considera el caso de tener sistemas con generación puramente térmicos (costo de generación por consumo de combustible).

### 1.3 ANTECEDENTES

A principios de los años sesenta Carpentier [47] fue uno de los primeros investigadores en presentar una formulación del Despacho Económico (DE), incluyendo las ecuaciones que modelan la red eléctrica, y se establece como un problema de optimización no lineal cuya solución se basa en el teorema de Kuhn-Tucker (K-T) [9, 21, 46]; este problema es llamado Flujos Óptimos, y considera el despacho de potencia activa y de potencia reactiva. Posteriormente, en 1968 la solución de FO propuesta por Dommel y Tinney [24], resuelve las condiciones de KKT usando el método del gradiente reducido para un conjunto de variables independientes e incorpora constantes de penalización para considerar otras variables y restricciones del problema; la desventaja de esta metodología es que las características de convergencia dependen del sistema a resolver y de factores que pueden ser el resultado de la experiencia sobre un sistema particular. Otro método importante en la solución de FO es el que utiliza la matriz Hessiana [41], clasificado dentro del conjunto de los métodos de tipo Newton [31]. Un reporte importante en esta dirección es el presentado en [11], donde se plantea el problema de FO en coordenadas polares y las condiciones de K-T se resuelven por

el método de Newton; la formulación se hace muy atractiva por sus características de convergencia, en la literatura se menciona que esta cualidad es apreciable si las condiciones iniciales son cercanas al punto solución. Una de las dificultades con las que se ha enfrentado la industria de los sistemas eléctricos, en la solución eficiente del problema de FO, está en el manejo de las restricciones de desigualdad [8, 11, 44], para lo cual se han propuesto algoritmos de detección del conjunto activo de restricciones [1, 8, 24], y se ha tratado de hacer eficiente el trabajo computacional para la formación de la matriz Hessiana.

Debido a las diferentes políticas de operación en un sistema de potencia y a la necesidad de tener un mejor control sobre los parámetros de los SEPs, se ha desarrollado el concepto de FACTS [5, 15], donde el objetivo principal es tener un control más eficiente sobre las variables del sistema (magnitud y ángulo del voltaje), y por tanto, utilizar las líneas de transmisión de una manera más efectiva. En esta dirección se han desarrollado modelos [7, 10, 34] para efectuar estudios de estado estable del tipo de flujos de potencia, y para evaluar la respuesta en estado transitorio, incluyendo dispositivos FACTS en el sistema de potencia.

En [15] se han presentado modelos de dispositivos FACTS, equivalentes a las funciones de los transformadores defasadores, y en [16] para aquellos dispositivos que permiten llevar a cabo una compensación serie. En dichas referencias se plantean modelos para ser implementados en los algoritmos existentes de Despacho Económico de manera eficiente. Otros modelos detallados de dispositivos FACTS, como el Controlador Unificado de Flujo de Potencia (CUFP), han sido desarrollados [4, 7] los cuales se han incorporado en el problema de flujos de potencia [7], y también se ha trabajado en formulaciones para resolver el problema de FO como la que se presenta en [22], en donde se consideran dos modelos del CUFP y se plantea la solución de las condiciones de K-T por el método de Newton en coordenadas polares.

Otros trabajos de investigación [38, 39, 40] muestran que la solución del problema de FO en coordenadas rectangulares tiene características atractivas, al resolver las ecuaciones no-lineales por el método de Newton; siendo la función objetivo el costo total de operación. La experiencia al efectuar comparaciones entre las formulaciones escritas en forma polar y en

forma rectangular para FO, en cuanto robustez de convergencia y carga computacional, para diferentes redes eléctricas y diferentes condiciones de operación, es que la formulación de FO en coordenadas rectangulares es más robusta y presenta una menor carga computacional. Otro trabajo en esta dirección [42], ha presentado la formulación de FO en coordenadas rectangulares y el proceso iterativo es resuelto aplicando el método de Newton, los autores Saha y Maitra [42] usan como función objetivo el minimizar pérdidas en el sistema; para lo cual hacen varias consideraciones y simplifican el cálculo de la matriz Hessiana; y presentan comparaciones contra la formulación polar siendo los resultados a favor de la formulación de FO cuando se representa en coordenadas rectangulares.

#### **1.4 OBJETIVOS Y CONTENIDO DE LA TESIS**

Los objetivos del presente trabajo de tesis, son: el presentar la formulación del problema de Flujos Optimos en forma rectangular (FOR), incluyendo dispositivos FACTS. El desarrollo de las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), dan lugar a un conjunto de ecuaciones no lineales, las cuales serán resueltas por el método iterativo de Newton [9, 46]. En forma particular se propone utilizar extensamente el modelo del dispositivo CUPF y se reportará sobre el desarrollo y la experiencia de uso de una herramienta computacional basada en los modelos y en los algoritmos desarrollados en esta tesis; usando el lenguaje de programación C++. También evaluar con criterio económico los diferentes escenarios operativos y las condiciones de seguridad del sistema de potencia; además de analizar el impacto de los dispositivos FACTS sobre la operación económica y sobre la seguridad de los sistemas eléctricos de potencia.

Es importante considerar que en la formulación tradicional de FO [11, 24], es posible obtener una solución ajustada, donde se cumplen las condiciones establecidas para la operación del sistema eléctrico, sin controles adicionales en el sistema, como pueden ser los dispositivos FACTS. Normalmente, el satisfacer las restricciones implica un costo mayor de operación y posiblemente no se cumpla con todas las restricciones impuestas para la nueva condición operativa, es decir, se puede tener un problema de factibilidad. Por lo anterior, se espera la justificación de manera económica y de seguridad del sistema, la instalación en la



red de transmisión uno o varios elementos CUPF, siempre que la instalación de tal dispositivo permita extender los límites operativos y de seguridad del sistema; lo cual matemáticamente se refleja en una nueva región de factibilidad.

En la formulación de FOR es común utilizar como función objetivo la minimización del costo total de operación del sistema de potencia, en esta investigación se extiende el problema para considerar como función objetivo alterna el minimizar la suma de la potencia activa de generación, lo cual implica minimizar las pérdidas de potencia activa en el sistema. Adicionalmente, se establece una metodología para la detección de las restricciones de desigualdad activas en la solución. En el algoritmo propuesto para la solución de FOR no es necesario seleccionar un nodo de referencia para la magnitud de voltaje, por lo cual, la solución de FOR obtiene el nivel de voltaje del sistema para cumplir con la función objetivo. En el presente trabajo se desarrollan e incorporan los modelos clásicos de los transformadores con cambiador de tap (TCT) y de transformadores defasadores (TD) usando coordenadas rectangulares para ser incluidos directamente en el problema de FOR.

Para lograr los objetivos enumerados se desarrollan los siguientes aspectos:

- Se formula el problema de FOR incluyendo elementos CUPF, desarrollando las ecuaciones del problema de flujos de potencia en forma rectangular.
- Se establece la formulación de FOR para minimizar el costo de operación o bien para minimizar las pérdidas en el sistema.
- Se plantean las condiciones de optimalidad, usando las condiciones de KKT.
- Se desarrolla un procedimiento eficiente para la selección del conjunto activo de restricciones de desigualdad.
- Se resuelven las condiciones de optimalidad por el método iterativo de Newton.
- Se discuten puntos relacionados con el algoritmo iterativo de solución y sus características de convergencia.

dispositivo ofrece una mayor flexibilidad para incrementar la utilización de la red de transmisión, y proporcionar mejores márgenes de seguridad tanto de estado estable como dinámico, que son las condiciones a las que está expuesto el sistema eléctrico de potencia. El dispositivo CUFP consiste principalmente de dos convertidores acoplados por un elemento que almacena energía, operando en C. D. En este trabajo de investigación se considera que los convertidores funcionan como un sistema ideal de C. A. a C. A. El convertidor 2, Figura 2.1, está conectado con la línea de transmisión por medio del transformador  $cR$ , mientras que el convertidor 1 está acoplado al sistema de C. A. por medio del transformador en derivación  $vR$ .

La función principal del dispositivo CUFP es "inyectar" un voltaje  $V_{cR}$  en serie con la línea de transmisión a la frecuencia fundamental de operación del sistema de potencia. Los límites operativos del elemento CUFP quedan establecidos por sus características de voltaje  $V_{cRmin} \leq V_{cR} \leq V_{cRmax}$  y por el ángulo de control; el cual se determina entre los límites  $\theta_{cRmin} \leq \theta_{cR} \leq \theta_{cRmax}$ . La potencia compleja que es entregada por el convertidor 2 se establece por el voltaje inyectado  $V_{cR}$ , multiplicado por el conjugado de la corriente de la línea ( $V_{cR} I_{cR}^*$ ). El convertidor 1 tiene como objetivo principal el suministrar la potencia activa, establecida por  $V_{cd} I_2$ , la cual es la potencia activa demanda por el convertidor 2, esta potencia se toma del sistema por medio del transformador en derivación. La potencia vista por el convertidor 1 es una demanda de potencia activa, y la potencia activa inyectada por el convertidor 2 fluye a través del enlace de C. D. en ambas direcciones. En cuanto a la potencia reactiva que pueden manejar ambos transformadores se tiene lo siguiente: la potencia reactiva se maneja localmente y su valor depende de las acciones de control de cada uno de los convertidores. El convertidor 1, por su capacidad, funciona como un elemento equivalente que aporta o toma potencia reactiva y adicionalmente tiene la función de controlar la magnitud del voltaje en terminales del nodo donde está conectado el elemento.

El elemento CUFP, en la red de transmisión, tiene control sobre la magnitud y el ángulo del voltaje de envío  $V_m$  de la línea de transmisión, lo cual se logra con la inyección del voltaje  $V_{cR}$ . Con el voltaje  $V_{cR}$  se controla el flujo de potencia activa y de potencia reactiva por la línea de transmisión ya que al tener el control sobre el voltaje inyectado  $V_{cR}$  por medio

del elemento CUFP, se pueden lograr diferentes efectos no convencionales de control sobre la línea de transmisión. Los efectos que se pueden lograr son: la compensación de potencia reactiva en derivación, la compensación serie, y la regulación del ángulo de fase del voltaje.

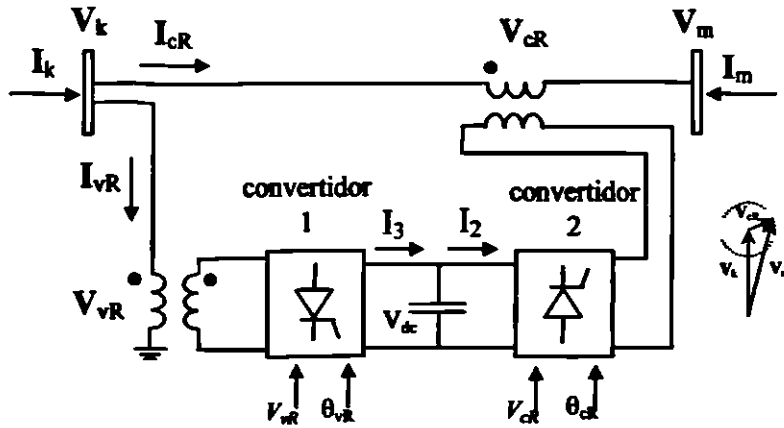


Fig. 2.1 Esquema generalizado del elemento CUFP.

En la Figura 2.2 se muestran las diferentes funciones del elemento CUFP, en (a) se ilustra la función de regulación del voltaje, esta condición es similar a la que se obtiene con un transformador con cambiador de derivaciones o tap, donde  $V_{cR} = \Delta V_k$  es el voltaje inyectado en fase o en contra fase. En (b) se muestra el efecto de una compensación serie capacitiva donde  $V_{cR} = V_c$  es un voltaje inyectado en cuadratura con la corriente de la línea; de tal forma que la parte imaginaria del producto  $V_{cR}I^*$  indica el aporte de la potencia reactiva necesaria para tener un efecto similar al logrado por la compensación serie capacitiva. En (c) se muestra la regulación del ángulo del voltaje, donde  $V_{cR} = V_\phi$  es un voltaje inyectado en cuadratura con  $V_k$  y con una magnitud tal que proporcione un ángulo  $\phi$  de defasamiento y sin cambios en la magnitud del voltaje. En (d) se muestra una combinación de regulación de voltaje, de compensación capacitiva para la línea de transmisión, y de regulación del ángulo de voltaje, entonces se tiene un efecto combinado  $V_{cR} = \Delta V_k + V_c + V_\phi$ . Considerando las diferentes formas de operación del elemento CUFP es posible tener un control independiente sobre el flujo de potencia activa  $P$ , o sobre la potencia reactiva  $Q$  en la línea de transmisión, además sobre el defasamiento angular entre los voltajes nodales en donde se conecta el elemento de control.

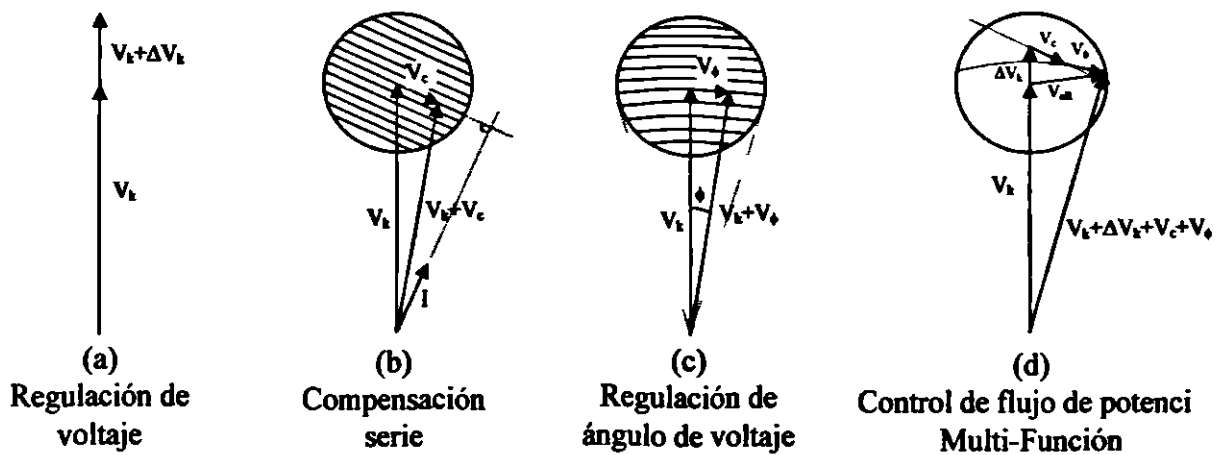


Fig. 2.2 Funciones básicas de control del elemento CUPF.

### 2.3 MODELO DEL ELEMENTO CUPF PARA FO

El modelo equivalente y generalizado para el dispositivo CUPF en estado estable se muestra en la Figura 2.3 y se le denomina de dos fuentes. El modelo equivalente que es mostrado tiene las fuentes  $V_{VR}$  y  $V_{cR}$ , las cuales representan el primer término o componente de frecuencia fundamental de las formas de onda de los convertidores.

Con base en la representación del CUPF de la Figura 2.1 se han desarrollado modelos para diferentes estudios, tanto para estabilidad transitoria, como en estado estable [4, 7]. Actualmente, los modelos de estado estable están bien definidos y son aceptados ampliamente en la industria de los sistemas eléctricos para realizar estudios de flujos [7, 22], y se basan en las condiciones de operación del CUPF. Se han desarrollado modelos simplificados y modelos completos, los cuales consideran la capacidad de controlar el flujo de potencia activa y el flujo de la potencia reactiva en la línea, así como aquellos que manejan apropiadamente la magnitud del voltaje en terminales del transformador en derivación.

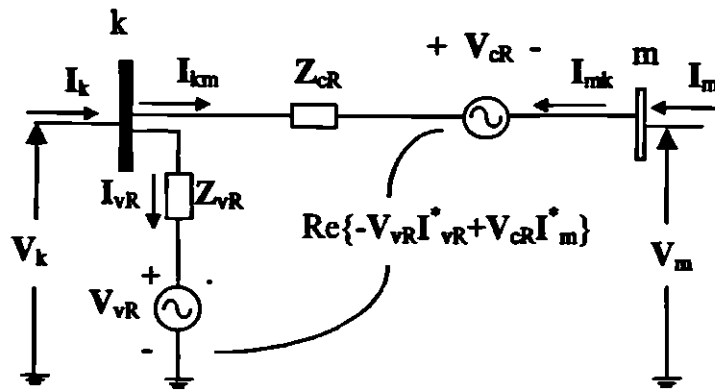


Fig. 2.3 Modelo del CUPF en estado estable.

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff (LCK) al modelo de la Figura 2.3 en el nodo "k" y en el nodo "m", se obtiene la ecuación matricial que relaciona las corrientes y los voltajes nodales, resultando la forma siguiente:

Nodo k:

$$I_k = I_{km} + I_{vR} \quad (2.1)$$

$$I_{vR} = (V_k - V_{vR})Y_{vR}$$

$$I_{km} = (V_k - V_{cR} - V_m)Y_{cR}$$

$$I_k = (Y_{vR} + Y_{cR})V_k - Y_{cR}V_m - Y_{cR}V_{cR} - Y_{vR}V_{vR} \quad (2.2)$$

Nodo m:

$$I_m = I_{mk} \quad (2.3)$$

$$I_{mk} = (V_m + V_{cR} - V_k)Y_{cR}$$

$$I_m = -Y_{cR}V_k + Y_{cR}V_m + Y_{cR}V_{cR} \quad (2.4)$$

Al expresar, en forma matricial, las inyecciones de corrientes nodal  $I_k$  e  $I_m$  dadas por (2.2) y (2.4), se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_k \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{vR} + Y_{cR} & -Y_{cR} & -Y_{cR} & -Y_{vR} \\ -Y_{cR} & Y_{cR} & Y_{cR} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_m \\ V_{cR} \\ V_{vR} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

y definiendo expresiones para las admitancias utilizadas en (2.5):

$$Y_{kk} = G_{kk} + jB_{kk} = Z_{cR}^{-1} + Z_{vR}^{-1} \quad (2.6.a)$$

$$Y_{km} = Y_{mk} = G_{km} + jB_{km} = -Z_{cR}^{-1} \quad (2.6.b)$$

$$Y_{mm} = G_{mm} + jB_{mm} = Z_{cR}^{-1} \quad (2.6.c)$$

$$Y_{vR} = G_{vR} + jB_{vR} = -Z_{vR}^{-1} \quad (2.6.d)$$

Sustituyendo (2.6.a) a (2.6.d) en (2.5) se obtiene la ecuación matricial que representa el modelo del CUFP, conocido como el modelo de dos fuentes.

$$\begin{bmatrix} I_k \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{kk} & Y_{km} & Y_{km} & Y_{vR} \\ Y_{mk} & Y_{mm} & Y_{mm} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_m \\ V_{cR} \\ V_{vR} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En la formulación del problema de FO, el cual incluye las ecuaciones de flujos de potencia basadas en el análisis nodal, es más frecuente representar las fuentes de voltaje como fuentes equivalentes de corriente, y por tanto, manejar una representación del modelo usando la formulación nodal. Partiendo de (2.7) se puede llegar a (2.8), utilizando una estructura cuadrada para la matriz de admitancia nodal, y las fuentes de voltaje como inyecciones equivalentes de corriente. Así, la representación dada por (2.8) muestra en la Figura 2.4 un circuito equivalente.

$$\begin{bmatrix} I_k \\ I_m \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_k \\ J_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{kk} & Y_{km} \\ Y_{mk} & Y_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \\ V_m \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Donde:

$$\begin{bmatrix} J_k \\ J_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{km} & Y_{vR} \\ Y_{mk} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cR} \\ V_{vR} \end{bmatrix}$$

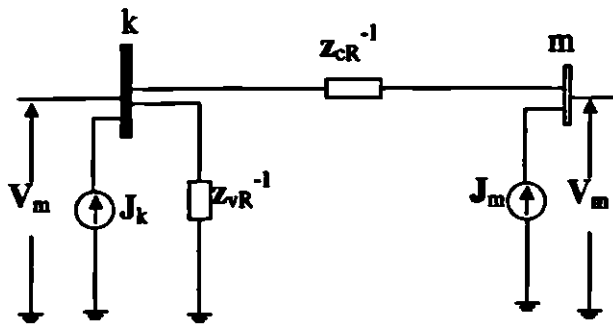


Fig. 2.4 Modelo del CUPF en Estado Estable, Equivalente Norton.

## 2.4 DESARROLLO DE LAS ECUACIONES DEL CUPF

Es costumbre, en el análisis nodal de los sistemas eléctricos de potencia, que para modelos como el descrito en la sección anterior se use a los voltajes nodales en forma polar. En este trabajo de investigación el desarrollo de las ecuaciones de la potencia inyectada al nodo k y al nodo m, y las potencias que manejan las fuentes de voltaje se establecen en forma rectangular. En la Figura 2.5 se repite el modelo de la Figura 2.3, pero con voltajes nodales y las fuentes de voltaje del CUPF en forma rectangular, es decir, en la forma  $e+jf$ , donde e es la parte real y f la parte imaginaria del voltaje.

El modelo en estado estable del elemento CUPF está representado por ecuaciones de inyección nodal de corrientes, las cuales deben incluirse en el problema de FO. Por lo tanto, al establecer el balance de potencia en los nodos en donde se encuentra conectado un elemento CUPF es necesario establecer las ecuaciones del flujo de potencia en forma

rectangular. Se toma como base el modelo del CUFP mostrado en la Figura 2.5.

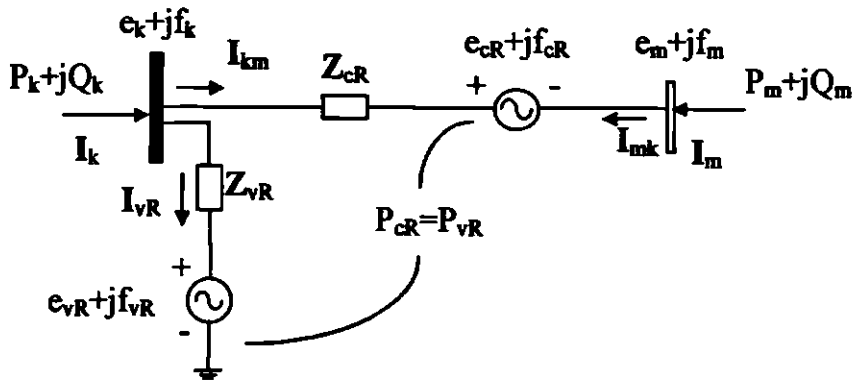


Fig. 2.5 Modelo del CUFP para Desarrollo de Ecuaciones en Coordenadas Rectangulares.

La potencia activa y la potencia reactiva inyectadas en el nodo k y en el nodo m, se obtienen a partir de las siguientes expresiones:

$$S_k^* = P_k - jQ_k = (e_k + jf_k)^* I_k = (e_k - jf_k)(I_{km} + I_{vR}) \quad (2.9)$$

$$S_m^* = P_m - jQ_m = (e_m + jf_m)^* I_m = (e_m - jf_m)(I_{mk}) \quad (2.10)$$

Separando (2.9) y (2.10) en parte real y en parte imaginaria:

$$P_k(e, f) = G_{kk}(e_k^2 + f_k^2) + G_{km}(e_k e_{cR} + f_k f_{cR}) - B_{km}(f_{cR} e_k - f_k e_{cR}) + G_{km}(e_k e_m + f_k f_m) - B_{km}(f_m e_k - f_k e_m) + G_{vR}(e_k e_{vR} + f_k f_{vR}) - B_{vR}(f_{vR} e_k - f_k e_{vR}) \quad (2.11)$$

$$Q_k(e, f) = -B_{kk}(e_k^2 + f_k^2) + G_{km}(f_k e_{cR} - f_{cR} e_k) - B_{km}(e_k e_{cR} + f_k f_{cR}) + G_{km}(f_k e_m - f_m e_k) - B_{km}(e_k e_m + f_k f_m) + G_{vR}(f_k e_{vR} - f_{vR} e_k) - B_{vR}(e_k e_{vR} + f_k f_{vR}) \quad (2.12)$$



$$P_m(e, f) = G_{mm}(e_m^2 + f_m^2) + G_{mm}(e_m e_{cR} + f_m f_{cR}) + B_{mm}(e_{cR} f_m - e_m f_{cR}) + G_{km}(e_m e_k + f_m f_k) + B_{km}(e_k f_m - e_m f_k) \quad (2.13)$$

$$Q_m(e, f) = -B_{mm}(e_m^2 + f_m^2) + G_{mm}(e_{cR} f_m - e_m f_{cR}) - B_{mm}(e_m e_{cR} + f_m f_{cR}) + G_{km}(e_k f_m - e_m f_k) - B_{km}(e_m e_k + f_m f_k) \quad (2.14)$$

La potencia activa manejada por las fuentes cR y vR, se obtiene de la misma manera que las potencias netas inyectadas en los nodos, es decir:

$$P_{cR} = \text{Re}\{(e_{cR} + jf_{cR})^* I_m\} \quad (2.15)$$

$$P_{vR} = \text{Re}\{(e_{vR} + jf_{vR})^* (-I_{vR})\} \quad (2.16)$$

Sustituyendo las expresiones de corrientes que circulan por las fuentes de voltaje cR y vR, y tomando la parte real se tiene:

$$P_{cR}(e, f) = G_{mm}(e_{cR}^2 + f_{cR}^2) + G_{mm}(e_{cR} e_m + f_{cR} f_m) + B_{mm}(f_{cR} e_m - f_m e_{cR}) + G_{km}(e_{cR} e_k + f_{cR} f_k) + B_{km}(e_k f_{cR} - e_{cR} f_k) \quad (2.17)$$

$$P_{vR}(e, f) = -G_{vR}(e_{vR}^2 + f_{vR}^2) + G_{vR}(e_{vR} e_k + f_{vR} f_k) + B_{vR}(e_k f_{vR} - f_k e_{vR}) \quad (2.18)$$

## 2.5 REPRESENTACION DEL CUFP EN LA RED DE TRANSMISION

Si se considera la conexión de un elemento CUFP, entre los nodos k y r, de una red de transmisión entonces la representación del modelo de la Figura 2.5, con los voltajes en forma rectangular se muestra en la Figura 2.6. Es conveniente agregar un nodo "m" entre la línea

$kr$  y la conexión del equipo con la línea de transmisión. El nodo  $m$  será tratado como un nodo de carga en el modelo de FO.

Como se estableció anteriormente, el dispositivo CUFP tiene control directo sobre tres variables, las cuales definen la transferencia de potencia en la línea de transmisión. En la Figura 2.6 se considera que se tiene control sobre el flujo de potencia activa y sobre la potencia reactiva en la línea  $mr$ , es decir sobre  $P_{mk}$  y  $Q_{mk}$ , además se tiene control sobre la magnitud del voltaje en el nodo “ $k$ ”, o sea sobre el valor de  $|V_k| = \sqrt{e_k^2 + f_k^2}$ .

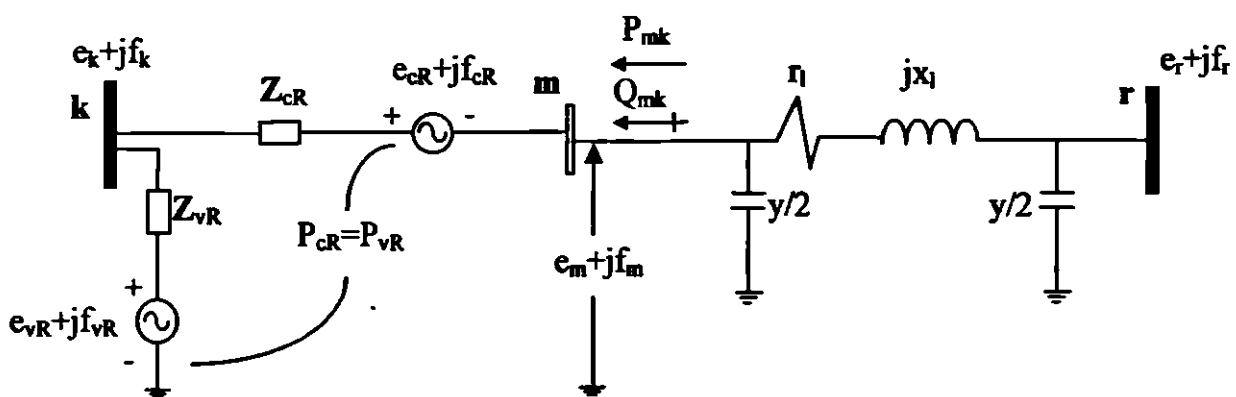


Fig. 2.6 Modelo del CUFP de dos Fuentes de Voltaje, a ser Incluido en FO.

La representación del modelo del CUFP se describe como un equivalente Norton conectado a una línea de transmisión, entre los nodos  $k$  y  $r$ , se muestra en la Figura 2.7. Al igual que en el modelo de dos fuentes de voltaje, también es necesario agregar un nodo adicional “ $m$ ” para la conexión del CUFP con la línea de transmisión. Esta última representación es más flexible en cuanto al análisis nodal, el cual es utilizado al plantear el problema de FO; la formación de la matriz de admitancia nodal se efectúa rápidamente por inspección una vez que se conocen los parámetros del modelo y los nodos entre los cuales se conecta el CUFP. En esta representación las fuentes de corriente equivalentes permiten calcular rápidamente las inyecciones de potencia nodal.

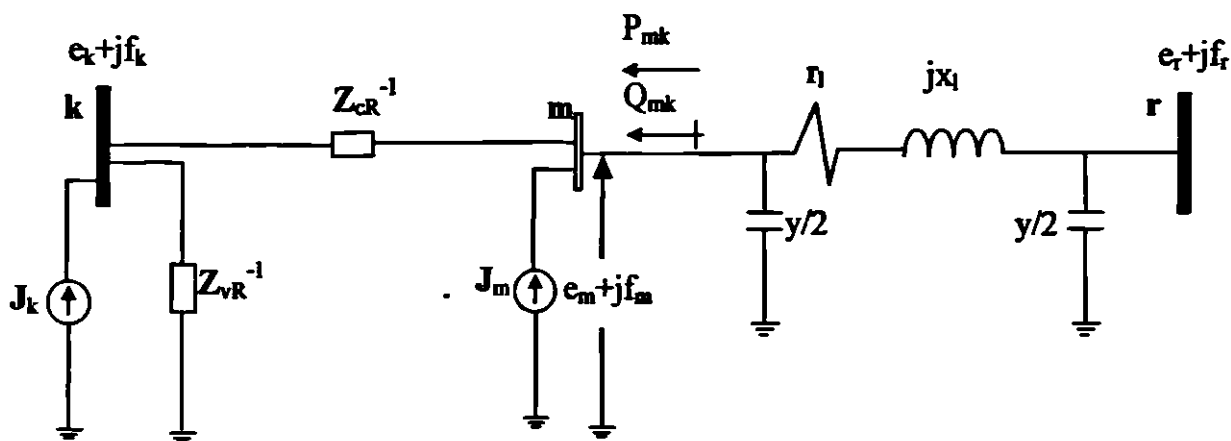


Fig. 2.7 Representación del Equivalente Norton del CUFP para ser incluido en FO.

## 2.6 RESTRICCIONES OPERATIVAS DEL CUFP PARA EL PROBLEMA DE FO

El problema de FO incluye las restricciones de igualdad como las ecuaciones de flujos de potencia. Las ecuaciones de flujos establecen el balance de potencia nodal en todos los nodos del sistema, incluyendo los nodos terminales del CUFP. El balance de potencia en los nodos donde se conecta el CUFP se establecen tomando en cuenta las ecuaciones de flujo de potencia a través del elemento CUFP. Además del balance de potencia nodal, se tiene la restricción de que la potencia que se maneja por medio de las fuentes de voltaje  $cR$  y  $vR$ , sin considerar pérdidas, debe ser la misma.

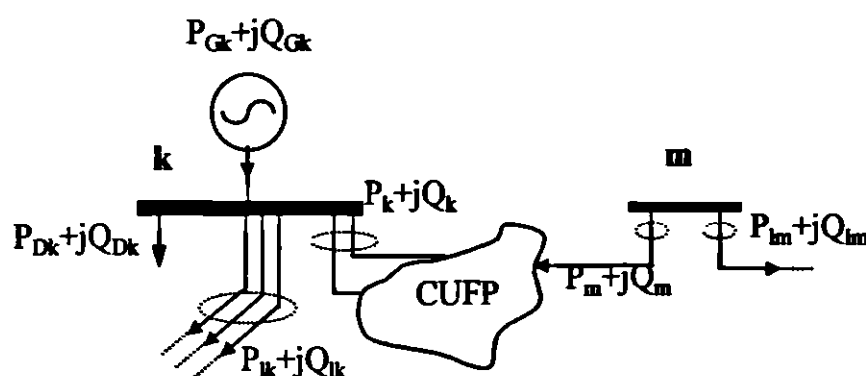


Fig. 2.8 Balance de Potencia Nodal en el elemento CUFP.

En los nodos donde está conectado el CUFP (k y m) es necesario establecer las ecuaciones de balance de potencia nodal, considerando el efecto del CUFP. Las ecuaciones de balance nodal son de la forma general:

$$P_{Gk} = P_{lk}(e, f) + P_k(e, f) + P_{Dk} = P_{ik}(e, f) + P_{Dk} \quad (2.19)$$

$$Q_{Gk} = Q_{lk}(e, f) + Q_k(e, f) + Q_{Dk} = Q_{ik}(e, f) + Q_{Dk} \quad (2.20)$$

El nodo “m” es un nodo adicional que se usa para hacer la conexión del CUFP con la red, por lo que es necesario incluir sus ecuaciones de balance tanto para P como para Q. En el nodo “m” no existe carga o generación, ya que es un nodo ficticio.

$$P_{im}(e, f) + P_m(e, f) = P_{im}(e, f) = 0 \quad (2.21)$$

$$Q_{im}(e, f) + Q_m(e, f) = Q_{im}(e, f) = 0 \quad (2.22)$$

De acuerdo al principio de funcionamiento del CUFP la potencia activa, inyectada por la fuente de voltaje en serie, es tomada de la fuente en paralelo, que a su vez toma la potencia del convertidor serie 1, ver Figura 2.1. La potencia en cuestión pasa por el capacitor de acoplamiento que trabaja en C. D. hasta llegar al convertidor 2, para finalmente ser inyectada en serie a la línea. Esta condición se cumple con la siguiente ecuación:

$$P_{vR}(e, f) + P_{cR}(e, f) = 0 \quad (2.23)$$

Por medio del control de la fuente de voltaje  $V_{cR}$ , tanto en magnitud como en ángulo, el cual es manejado por el convertidor 2 como se muestra en la Figura 2.1, es posible tener control sobre el flujo de potencia activa y sobre la potencia reactiva en la línea sobre la cual está conectado el dispositivo CUFP.

Si se desea mantener un valor especificado de flujo en  $P^{esp}$  y en  $Q^{esp}$ , se establecen las restricciones siguientes:

$$P_m(e, f) + P_m^{esp} = 0 \quad (2.24)$$

$$Q_m(e, f) + Q_m^{esp} = 0 \quad (2.25)$$

Si se toma en cuenta el principio de operación del CUFPP es posible tener control sobre la magnitud del voltaje en una de sus terminales. En el modelo propuesto el control de voltaje se tiene en el nodo de envío "k", por lo que es necesario incluir la ecuación correspondiente en forma rectangular, dada por (2.26), debido a que la formulación maneja parte real e imaginaria del voltaje. En el caso de usar coordenadas polares no es necesario incluir esta restricción, ya que se tiene un control directo sobre la magnitud de voltaje.

$$V_k^2(e, f) = V_{k-esp}^2 = e_k^2 + f_k^2 \quad (2.26)$$

### 2.6.1 Ecuaciones de balance de potencia nodal

El problema de FO incluye las ecuaciones de balance de potencia nodal, y las ecuaciones de balance nodal se presentan para el caso en que el nodo de interés tenga conectado un CUFPP, como se mencionó con anterioridad, o bien cuando solamente tenga conectadas líneas de transmisión.

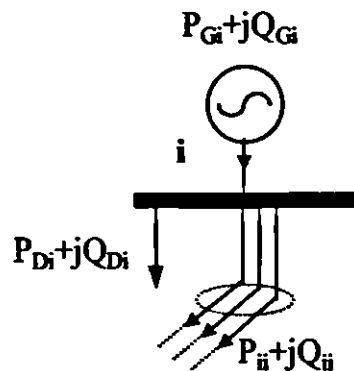


Fig. 2.9 Balance de Potencia Nodal, Nodo i.

Para un nodo donde existen sólo líneas de transmisión, en forma rectangular se tiene:

$$P_{ii}(e, f) = e_i a_i + f_i b_i \quad (2.27)$$

$$Q_{ii}(e, f) = f_i a_i - e_i b_i \quad (2.28)$$

donde:

$$a_i = \sum_{k \in i} (e_k G_{ik} - f_k B_{ik}) \quad (2.29.a)$$

$$b_i = \sum_{k \in i} (e_k B_{ik} + f_k G_{ik}) \quad (2.29.b)$$

Para un nodo donde se tiene conectado un elemento CUFPP las ecuaciones de balance de potencia nodal son de la misma forma que las mostradas en (2.27) y (2.28). En el caso de ser "k" el nodo de envío, ver Figura 2.8.

$$P_{ik} = e_i a_i' + f_i b_i' \quad (2.30)$$

$$Q_{ik} = f_i a_i' - e_i b_i' \quad (2.31)$$

donde:

$$a_i' = \sum_{k \in i} (e_k G_{ik} - f_k B_{ik}) + e_{vR} G_{vR} - f_{vR} B_{vR} + e_{cR} G_{km} - f_{cR} B_{cR} \quad (2.32)$$

$$b_i' = \sum_{k \in i} (e_k B_{ik} + f_k G_{ik}) + e_{vR} B_{vR} + f_{vR} G_{vR} + e_{cR} B_{km} + f_{cR} G_{km} \quad (2.33)$$

y en el caso del nodo ficticio "m", Figura.2.7, el balance de potencia nodal se tiene como:

$$P_{im} = e_i a_i'' + f_i b_i'' \quad (2.34)$$

$$Q_{im} = f_i a_i'' - e_i b_i'' \quad (2.35)$$

donde:

$$a_i'' = \sum_{k \in i} (e_k G_{ik} - f_k B_{ik}) + e_{cR} G_{mm} - f_{cR} B_{mm} \quad (2.36)$$

$$b_i'' = \sum_{k \in i} (e_k B_{ik} + f_k G_{ik}) + e_{cR} B_{mm} + f_{cR} G_{mm} \quad (2.37)$$

## 2.7 CALCULO DE CONDICIONES INICIALES PARA LAS VARIABLES DEL DISPOSITIVO CUFP

Una de las características del método iterativo de Newton es su convergencia cuadrática, pero es importante que la condición inicial esté cerca de la solución, por tanto, es recomendable estimar o calcular una condición inicial lo más cercana posible de la solución.

Para el modelo del CUFP se tiene como variables de control el voltaje de la fuente serie  $V_{cR}$  y el voltaje de la fuente en paralelo  $V_{vR}$ . Para el caso en que el dispositivo CUFP tenga la opción de controlar el voltaje en el nodo  $k$ , por medio de una inyección de potencia reactiva de la fuente en paralelo, se ha observado que es suficiente iniciar el proceso iterativo con un valor de perfil plano, es decir, con  $e_{vR} = 1$  y  $f_{vR} = 0$ .

Para obtener el valor inicial del voltaje en la fuente serie, del modelo del CUFP de la Figura 2.6, se parte del valor especificado de potencia activa y de la potencia reactiva en el nodo  $m$ , las cuales están representadas por (2.13) y (2.14) respectivamente. Considerando como voltaje inicial un perfil plano para todos los nodos del sistema ( $e = 1$  y  $f = 0$ ) y despreciando la resistencia del transformador de acoplamiento en serie, es decir, tomando a  $G_{cR} = 0$ , se tiene:

Fuente serie:  $V_{cR}^o = e_{cR}^o + jf_{cR}^o$

$$f_{cR}^o = X_{cR} P_m^{esp} \quad (2.38)$$

$$e_{cR}^o = X_{cR} Q_m^{esp} \quad (2.39)$$

## 2.8 MODELO DEL TCT y TD

Para el desarrollo del modelo del transformador con cambiador de tap se considera el esquema mostrado en la Figura 2.10. La Figura 2.10 muestra el modelo clásico donde se representa un transformador con cambiador de tap (TCT) o un transformador defasador (TD). Matemáticamente la rama mostrada en la Figura 2.10 puede tener la función de transformador con cambio de tap y transformador defasador a la vez, pero en la práctica este cumple sólo una función: como transformador con cambio de tap o como transformador defasador, lo cual implica que cuando  $t_{ij}$  sea tomada como variable de control  $\phi_{ij} = 0$ , y de lo contrario cuando  $\phi_{ij}$  se tome como variable de control  $t_{ij} = 1.0$ .

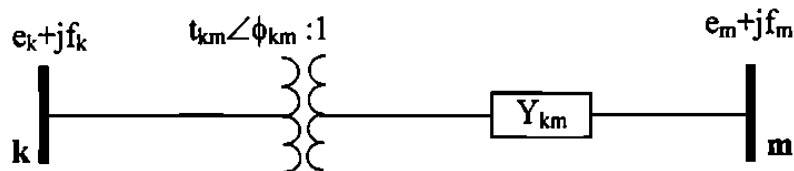


Figura 2.10 Modelo del transformador.

El flujo de potencia en el modelo mostrado en la Figura 2.10 se obtiene tomando el voltaje nodal en forma rectangular.

$$P_{km} = \frac{1}{t_{km}^2} \left[ e_k (e_k G_{km} - f_k B_{km}) + f_k (f_k G_{km} + e_k B_{km}) \right] \\ - \frac{\cos \phi_{km}}{t_{km}} \left[ e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) + f_k (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \right] \\ - \frac{\sin \phi_{km}}{t_{km}} \left[ f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) - e_k (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \right] \quad (2.40)$$



$$\begin{aligned}
Q_{km} = & \frac{1}{t_{km}^2} \left[ f_k (e_k G_{km} - f_k B_{km}) - e_k (f_k G_{km} + e_k B_{km}) \right] \\
& - \frac{\cos \phi_{km}}{t_{km}} \left[ f_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) - e_k (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \right] \\
& + \frac{\sin \phi_{km}}{t_{km}} \left[ f_k (f_m G_{km} + e_m B_{km}) + e_k (e_m G_{km} - f_m B_{km}) \right]
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
P_{mk} = & e_m (e_m G_{km} - f_m B_{km}) + f_m (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \\
& - \frac{\cos \phi_{km}}{t_{km}} \left[ e_m (e_k G_{km} - f_k B_{km}) + f_m (f_k G_{km} + e_k B_{km}) \right] \\
& - \frac{\sin \phi_{km}}{t_{km}} \left[ e_m (f_k G_{km} + e_k B_{km}) - f_m (e_k G_{km} - f_k B_{km}) \right]
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
Q_{mk} = & \left[ f_m (e_m G_{km} - f_m B_{km}) - e_m (f_m G_{km} + e_m B_{km}) \right] \\
& + \frac{\cos \phi_{km}}{t_{km}} \left[ e_m (f_k G_{km} + e_k B_{km}) + f_m (e_k G_{km} - f_k B_{km}) \right] \\
& - \frac{\sin \phi_{km}}{t_{km}} \left[ e_m (e_k G_{km} - f_k B_{km}) + f_m (f_k G_{km} + e_k B_{km}) \right]
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Para calcular la potencia neta inyectada, en los nodos en los cuales se tiene conectado un TCT o un TD, se tiene una forma equivalente a cuando en un nodo sólo existen líneas de transmisión.

$$P_i = e_i \left[ \sum_{j \in i} (e_j G_{ij} - f_j B_{ij}) \right] + f_i \left[ \sum_{j \in i} (e_j B_{ij} + f_j G_{ij}) \right] \tag{2.44}$$

$$Q_i = f_i \left[ \sum_{j \in i} (e_j G_{ij} - f_j B_{ij}) \right] - e_i \left[ \sum_{j \in i} (e_j B_{ij} + f_j G_{ij}) \right] \tag{2.45}$$

Para el caso de calcular la potencia neta inyectada en el nodo donde se encuentra el tap (k), las admitancias asociadas con los nodos k y m están en función de la relación de transformación.

$$G_{kk(t_{km})} = G_{kn} + \frac{G_{km}}{t_{km}^2} \quad \text{Donde:} \quad G_{kn} = \text{Re} \left\{ \sum_{\substack{nek \\ n \neq m}} Y_{kn} \right\} \tag{2.46}$$

$$B_{kk}(t_{km}) = B_{kn} + \frac{B_{km}}{t_{km}^2} \quad B_{kn} = \text{Im} \left\{ \sum_{\substack{n \in k \\ n \neq m}} (Y_{kn} + B/2) \right\} \quad (2.47)$$

$$G_{km}(t_{km}, \phi_{km}) = \frac{B_{km} \text{sen} \phi_{km} - G_{km} \text{cos} \phi_{km}}{t_{km}} \quad (2.48)$$

$$B_{km}(t_{km}, \phi_{km}) = \frac{-(G_{km} \text{sen} \phi_{km} + B_{km} \text{cos} \phi_{km})}{t_{km}} \quad (2.49)$$

Para calcular la potencia neta inyectada en el nodo que conecta un transformador donde no se tiene el tap es:

$$Y_{mm} = G_{mm} + jB_{mm} \quad \text{Donde:}$$

$$G_{mm} = \text{Re} \left\{ \sum_{n \in m} Y_{mn} \right\} \quad (2.50)$$

$$B_{mm} = \text{Im} \left\{ \sum_{n \in m} (Y_{mn} + B/2) \right\}$$

$$Y_{mk} = G_{mk}(t_{km}, \phi_{km}) + jB_{mk}(t_{km}, \phi_{km}) \quad \text{Donde:} \quad (2.51)$$

$$G_{mk}(t_{km}, \phi_{km}) = \frac{-(G_{km} \text{cos} \phi_{km} + B_{km} \text{sen} \phi_{km})}{t_{km}}$$

$$B_{mk}(t_{km}, \phi_{km}) = \frac{G_{km} \text{sen} \phi_{km} - B_{km} \text{cos} \phi_{km}}{t_{km}}$$

Las derivadas de la potencia neta inyectada, respecto a la parte real y la parte imaginaria del voltaje, son las mismas que para el caso de no incluir el transformador; la diferencia está en las admitancias involucradas las cuales están afectadas por la relación de transformación. Las derivadas de la potencia neta inyectada, respecto a  $t_{km}$  y  $\phi_{km}$ , se muestran en el Apéndice A. Las derivadas de las admitancias se muestran en el Apéndice B. El introducir transformadores defasadores al problema produce asimetría en la matriz de segundas derivadas  $W(z)$  debido a (2.48) y (2.51), teniendo esto en cuenta es posible hacer más eficiente el almacenamiento y solución del sistema de ecuaciones resultante del método de Newton (3.3), considerando que la matriz  $W(z)$  es simétrica.

En la Tabla 2.1 se muestran las características de los dispositivos CUF, TCT y TD en el problema de FO; variables de control, parámetros en los cuales las variables de control tienen mayor efecto así como la función que desempeña cada uno.

Tabla 2.1 Descripción de los dispositivos FACTS utilizados en FO

Dispositivo	Variables de Control	Parámetro de Control	Función
CUFP	$V_{vR} \angle \theta_{vR}$ , $V_{cR} \angle \theta_{cR}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flujo de potencia activa</li> <li>• Flujo de potencia reactiva</li> <li>• Magnitud de voltaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regulación de voltaje</li> <li>• Compensación serie</li> <li>• Regulación de ángulo de voltaje</li> </ul>
TCT	$t_{km}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Magnitud de voltaje</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regulación de voltaje</li> </ul>
TD	$\phi_{km}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flujo de potencia activa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Regulación de ángulo de voltaje</li> </ul>

## 2.9 RESUMEN

En este capítulo se han presentado los principios de operación del elemento CUF, así como sus funciones básicas y los diferentes efectos que puede lograr su control sobre la línea de transmisión, y por tanto, sobre el sistema de potencia. Se ha desarrollado las ecuaciones en forma rectangular, para modelar al elemento y se ha propuesto el uso de un equivalente Norton para el elemento CUF en estado estable.

Se establecieron las restricciones impuestas por el dispositivo CUF, dentro de las cuales se incluye el balance de potencia nodal para los nodos en los cuales está conectado el elemento. Se ha considerado el cálculo de las condiciones iniciales para las variables del dispositivo CUF, tales valores favorecen la convergencia del proceso iterativo del método de Newton. Adicionalmente se presentó el modelo del transformador con cambio de tap y el modelo del transformador defasador, así como las ecuaciones necesarias, para ser incluidas en el problema de FOR.

## CAPITULO 3

### FORMULACION DEL PROBLEMA DE FOR INCLUYENDO DISPOSITIVOS FACTS

#### 3.1 INTRODUCCION

El problema de Flujos Optimos (FO) en los sistemas eléctricos de potencia es un problema de optimización no lineal de gran escala, la solución obtiene valores de las variables que cumplan las condiciones de KKT. Los valores solución se pueden obtener en forma iterativa por el método de Newton (3.3), ya que el sistema de ecuaciones resultante al establecer las condiciones de KKT es no-lineal. Como se estableció en la Sección 1.2, el problema de FO consiste en minimizar una función objetivo, sujeta a restricciones de igualdad y a restricciones de desigualdad. Plantear el problema no-lineal permite modelar el sistema de una manera más completa, debido a la no linealidad de los sistemas de potencia.

En este capítulo se presenta la formulación de FOR, incluyendo dispositivos FACTS con modelos para los elementos CUF, TCT y TD. Se muestra la estructura resultante para la matriz de segundas derivadas ( $W(z)$ ) o Jacobiano del método de Newton, al incluir los dispositivos FACTS en el problema de FOR.

#### 3.2 CONCEPTOS DE PROGRAMACION NO LINEAL

En general, la programación no lineal [9] puede resolver problemas que tienen la forma siguiente:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar:} & f(x) \\ \text{sujeto a:} & g(x) = 0 \\ & h(x) \leq 0 \end{array} \quad (3.1)$$

Donde  $f(x)$ ,  $g(x)$  y  $h(x)$  representan funciones no lineales. La solución al problema consiste en encontrar un vector  $x$  que minimice la función objetivo  $f(x)$  y que simultáneamente se cumpla con las restricciones de igualdad y desigualdad; entonces se dice que se obtiene el punto óptimo. Como caso particular de la programación no lineal se tiene la programación cuadrática [46]. En este caso, la función objetivo es cuadrática y las restricciones lineales.

### 3.2.1 Condiciones necesarias para la optimalidad

Los problemas de programación no lineal, pueden ser descritos por la forma general (3.1). El problema de optimización con restricciones puede ser transformado a un problema “sin restricciones”, mediante el uso de multiplicadores de Lagrange [46], lo cual conduce a obtener una nueva función objetivo o función extendida de Lagrange.

$$\zeta(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T h(x) \quad (3.2)$$

Las condiciones necesarias para un mínimo relativo, también conocidas como condiciones de Kuhn-Tucker [21], están dadas por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda, \mu)}{\partial x} = \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial g^T(x)}{\partial x} \lambda + \frac{\partial h^T(x)}{\partial x} \mu = 0 \quad (3.2.a)$$

$$\frac{\partial \zeta(x, \lambda, \mu)}{\partial \lambda} = g(x) = 0 \quad (3.2.b)$$

$$\mu^T h(x) = 0 \quad \text{con} \begin{cases} \mu > 0 & \text{si } h(x) = 0 \\ \mu = 0 & \text{si } h(x) < 0 \end{cases} \quad (3.2.c)$$

A la condición de (3.2.a) se le conoce como condición de optimalidad y especifica que el gradiente de la función objetivo en el punto óptimo debe ser una combinación lineal de las

restricciones activas. Las restricciones activas son todas aquellas para las cuales  $g_i(x) = 0$  y además aquellas otras restricciones para las cuales  $h_i(x) = 0$ . En la solución, para las últimas restricciones la combinación debe ser positiva, es decir, debe cumplirse que  $\mu > 0$ .

A la expresión (3.2.b) se le denomina condición de factibilidad, mientras que a la forma (3.2.c) se le conoce como holgura complementaria. Esta última condición especifica que si alguna restricción de desigualdad está activa, su correspondiente  $\mu$  debe ser  $\mu > 0$ , de lo contrario debe tomar el valor  $\mu = 0$ .

### 3.2.2 Solución de las condiciones de optimalidad por el método de Newton.

Al aplicar una expansión en serie de Taylor a las ecuaciones de optimalidad que forman el conjunto (3.2), y considerando solamente el primer término de la serie resultante, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que se resolverá en cada iteración. El conjunto de ecuaciones se puede llevar a la forma que es común encontrar en la literatura técnica.

$$\begin{bmatrix} H & J^T \\ J & \circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial \lambda} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$W(z^k) \Delta z = -F(z^k) \quad (3.4)$$

Donde:

$$W(z^k) = \begin{bmatrix} H & J^T \\ J & \circ \end{bmatrix} \quad \Delta z = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} \quad F(z^k) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial \lambda} \end{bmatrix}$$

$$H = \frac{\partial^2 \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f(x^k)}{\partial x^2} + \left[ \frac{\partial^2 g(x^k)}{\partial x^2} \lambda \right]^t \quad (3.5)$$

$$J = \frac{\partial^2 \zeta(x^k, \lambda^k)}{\partial x \partial \lambda} = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} \quad (3.6)$$

$$z^{k+1} = z^k + \Delta z, \quad (3.7)$$

y

$$z = [x, \lambda]^T$$

Por lo tanto, a partir de una condición inicial  $x^0$  para todas las variables nodales y para los multiplicadores de Lagrange  $\lambda^0$ , se deberá resolver en cada iteración el sistema (3.3) y aplicar (3.7) para actualizar la solución. Cuando los incrementos  $\Delta x$  y  $\Delta \lambda$  sean lo suficientemente pequeños, se tiene la solución para las condiciones de optimalidad. Uno de los criterios de convergencia es:

$$\|F(z^k)\|_{\infty} \leq \varepsilon \quad (3.8)$$

Como se mencionó, el método de Newton presenta buenas características de convergencia, sin embargo, uno de sus inconvenientes con respecto a otros métodos de optimización es que se tiene que construir la matriz  $W(z^k)$  o Hessiana en cada iteración durante el proceso iterativo y además se debe resolver el sistema de ecuaciones (3.3). En el caso de grandes sistemas eléctricos es imprescindible el manejo de la información a través de técnicas que toman ventaja de la conectividad de las redes eléctricas, que da como resultado un sistema de ecuaciones dispersas.

### 3.3 FORMULACION DEL PROBLEMA DE FO INCLUYENDO FACTS

Como se estableció en la Sección 1.2, el problema de FO se puede plantear con diferentes funciones objetivo, dependiendo del criterio de operación utilizado. La formulación desarrollada considera como función objetivo a minimizar el costo total de generación en el sistema de potencia o las pérdidas de potencia activa. En este caso se consideran los elementos CUF, TCT y TD como formas de dispositivos FACTS; los elementos TCT y TD se consideran FACTS si su control esta basado en tiristores. Las restricciones de igualdad consideran las ecuaciones de balance nodal de potencia, tanto activa como reactiva, y las restricciones de desigualdad representan políticas de operación y criterios de seguridad para el sistema.

En un problema de optimización las variables pueden ser clasificadas como de control, de estado y fijas. En el método de Newton estas distinciones no son necesarias, las variables de control y de estado son tratadas de la misma forma; las variables fijas son variables que se encuentran en alguno de sus límites. Sin embargo un sistema de potencia cuenta con controles en ciertas señales las cuales se nombran variables de control y como resultado de los controles se especifican las variables de estado.

Para el caso de proponer como función objetivo el minimizar el costo de operación, se consideran funciones cuadráticas convexas, de la forma:

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2 \quad \$/h \quad (3.9)$$

Por lo tanto, la función toma la forma siguiente:

$$f(P_G) = \sum_{i=1}^{ng} C_i(P_{Gi}) \quad \$/h \quad (3.10)$$

También en forma alterna se propone como función objetivo el minimizar las pérdidas de potencia activa en el sistema, las cuales se pueden representar como:



$$PL = \sum_{i=1}^{ng} P_{Gi} - \sum_{i=1}^N P_{Di} \quad \text{MW} \quad (3.11)$$

Si la potencia de demanda en el sistema se considera constante, el minimizar pérdidas implica minimizar la suma de generaciones en el sistema  $\sum_{i=1}^{ng} P_{Gi}$ , por lo tanto, la función objetivo establecida para este caso es;

$$f(P_G) = \sum_{i=1}^{ng} P_{Gi} \quad \text{MW} \quad (3.12)$$

El problema de FOR para el cual se considera la función objetivo (3.10) o (3.12), tomando en cuenta los elementos CUFp, TCT y TD se plantea de la forma siguiente:

$$\text{Min: } f(P_G) \quad i=1, \dots, ng \quad (3.13a)$$

Sujeto a:

$$P_i(e, f) + P_{Di} - P_{Gi} = 0 \quad i=1, \dots, N+cufp \quad (3.13b)$$

$$Q_i(e, f) + Q_{Di} - Q_{Gi} = 0 \quad i=1, \dots, M+cufp$$

$$P_{cRi} + P_{vRi} = 0 \quad i=1, \dots, cufp$$

$$P_{mi} + P_m^{esp} = 0 \quad i=1, \dots, cufp$$

$$Q_{mi} + Q_m^{esp} = 0 \quad i=1, \dots, cufp$$

$$V_{ki}^2 - V_{ki}^{2esp} = 0 \quad i=1, \dots, cufp$$

$$P_{kmi} - P_{kmi}^{esp} = 0 \quad i=1, \dots, copl$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad i=1, \dots, ng \quad (3.13c)$$

$$Q_{Gi}^{min} \leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{max} \quad i=1, \dots, ng$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad i=1, \dots, N$$

$$p_{ij}^{min} \leq p_{ij} \leq p_{ij}^{max} \quad i=1, \dots, copl$$

$$t_{ij}^{min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{max} \quad i=1, \dots, c\_tros$$

$$\phi_{ij}^{min} \leq \phi_{ij} \leq \phi_{ij}^{max} \quad i=1, \dots, c\_defasa$$

La formulación anterior permite fijar el intercambio de potencia activa en líneas de transmisión por medio de la restricción  $p_{km}^{esp}$ . La definición de las variables que aparecen en el conjunto de ecuaciones (3.13) se describen en la sección de NOTACION.

El problema (3.13) incluye restricciones de igualdad y desigualdad, pero con el uso de multiplicadores de Lagrange es posible transformar un problema con restricciones a un problema sin restricciones, de tal manera que el Lagrangiano de (3.13), sin tomar en cuenta inicialmente las restricciones de desigualdad, es de la forma:

$$\begin{aligned} \zeta(x, \lambda) = & f(P_G) + \sum_{i=1}^N (P_i + P_{Di} - P_{Gi})\lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N (Q_i + Q_{Di} - Q_{Gi})\lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{cufp} (P_{vRi} + P_{cRi})\lambda_{cdi} \\ & + \sum_{i=1}^{cufp} (P_{mi} + P_{mi}^{esp})\lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{cufp} (Q_{mi} + Q_{mi}^{esp})\lambda_{qmi} + \sum_{i=1}^{cufp} (V_{ik}^2 - V_{ik}^{2esp})\lambda_{vi} \\ & + \sum_{i=1}^{copl} (p_{kmi} - p_{kmi}^{esp})\lambda_{pli} \end{aligned} \quad (3.14)$$

El Lagrangiano (3.14) se usa a continuación para discutir la forma general que toman las ecuaciones de las condiciones necesarias, es decir que el gradiente sea igual a cero, y así obtener el óptimo.

### 3.3.1 Formación del Gradiente del Lagrangiano, F(z).

Para formar el gradiente del Lagrangiano F(z), se toman en cuenta las condiciones de optimalidad y factibilidad de KKT, dadas por (3.2.a) y (3.2.b). Las condiciones necesarias para la optimalidad del problema (3.14), y que cumplen con las condiciones de KKT son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{pi}} = P_i(e, f) + P_{Di} - P_{Gi} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{qi}} = Q_i(e, f) + Q_{Di} - Q_{Gi} = 0 \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial \bar{\alpha}_j} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\partial P_{cRi}}{\partial \bar{\alpha}_j} + \frac{\partial P_{cRi}}{\partial \bar{\alpha}_j} \right) \lambda_{cdi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial P_{mi}}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{pmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial Q_{mi}}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{qmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial V_i^2}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{vi} + \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial P_{kmi}}{\partial \bar{\alpha}_j} \lambda_{pli} = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\bar{\alpha}_j} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\partial P_{cRi}}{\bar{\alpha}_j} + \frac{\partial P_{cRi}}{\bar{\alpha}_j} \right) \lambda_{cdi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial P_{mi}}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{pmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial Q_{mi}}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{qmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial V_i^2}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{vi} + \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial P_{kmi}}{\bar{\alpha}_j} \lambda_{pli} = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial f(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} - \lambda_{pi} = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t_{km}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial t_{km}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial t_{km}} \lambda_{qi} \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \phi_{km}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial \phi_{km}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \phi_{km}} \lambda_{qi} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{pli}} = P_{kmi}(e, f) - P_{kmi}^{\text{esp}} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{cdi}} = P_{vRi}(e, f) + P_{cRi}(e, f) = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{pmi}} = P_{mi}(e, f) + P_{mi}^{\text{esp}} = 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{qmi}} = Q_{mi}(e, f) + Q_{mi}^{\text{esp}} = 0 \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \lambda_{vi}} = V_{ik}^2(e, f) - V_{ik}^{2\text{esp}} = 0 \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial e_{vRj}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial e_{vRj}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial e_{vRj}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\partial P_{cRi}}{\partial e_{vRj}} \right) \lambda_{cdi} = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial f_{vRj}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial f_{vRj}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial f_{vRj}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\partial P_{cRi}}{\partial f_{vRj}} \right) \lambda_{cdi} = 0 \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tilde{e}_{cRj}} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{P}_i}{\tilde{e}_{cRj}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{Q}_i}{\tilde{e}_{cRj}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\mathcal{P}_{cRi}}{\tilde{e}_{cRj}} \right) \lambda_{cdi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\mathcal{P}_{mi}}{\tilde{e}_{cRj}} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\mathcal{Q}_{mi}}{\tilde{e}_{cRj}} \lambda_{qmi} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tilde{f}_{cRj}} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{P}_i}{\tilde{f}_{cRj}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\mathcal{Q}_i}{\tilde{f}_{cRj}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \left( \frac{\mathcal{P}_{cRi}}{\tilde{f}_{cRj}} \right) \lambda_{cdi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\mathcal{P}_{mi}}{\tilde{f}_{cRj}} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\mathcal{Q}_{mi}}{\tilde{f}_{cRj}} \lambda_{qmi} = 0 \quad (3.30)$$

Las ecuaciones (3.15) a (3.30) forman un conjunto de ecuaciones no lineales de dimensión  $4*N+\text{ng}+\text{c\_tros}+\text{c\_defasa}+8*\text{cufp}+\text{copl}$ , el cual es resuelto en forma iterativa por el método de Newton. Para lo anterior, es necesario calcular la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ , que aparece en la forma (3.4).

### 3.3.2 Cálculo de la matriz de segundas derivadas, $W(z)$ .

Para resolver el sistema de ecuaciones dado por (3.3), es necesario calcular el gradiente del Lagrangiano (3.14),  $F(z)$ , y la matriz de segundas derivadas de dicho Lagrangiano, es decir  $W(z)$ . Para obtener los elementos de la matriz  $W(z)$  se deriva cada uno de los elementos del gradiente del Lagrangiano (3.15) a (3.30), con respecto a cada una de las variables del problema de FOR. Estas derivadas se muestran en el Apéndice A, donde se consideran las derivadas que involucran elementos CUFp, TCT y TD.

### 3.3.3 Estructura de la matriz $W(z)$

La estructura dispersa de la matriz  $W(z)$  se compone de bloques de  $4 \times 4$ , si la información nodal se organiza en el orden propuesto por las variables  $\Delta \lambda_p$ ,  $\Delta \lambda_q$ ,  $\Delta e$ ,  $\Delta f$  seguida por la información respecto a la generación de potencia activa  $\Delta P_G$  y a continuación de ésta se coloca a la información de las variables manejadas en el TCT, es decir  $\Delta t_{ij}$ , y posteriormente a la variable del TD,  $\Delta \phi_{ij}$ . En la última sección se coloca a las variables asociadas con el elemento CUFp, es decir  $\Delta \lambda_{cd}$ ,  $\Delta \lambda_{pmk}$ ,  $\Delta \lambda_{qmk}$ ,  $\Delta \lambda_v$ ,  $\Delta e_{vR}$ ,  $\Delta f_{vR}$ ,  $\Delta e_{cR}$ ,  $\Delta f_{cR}$ . Para los diferentes modos de operación del elemento CUFp se remueven o se agregan las ecuaciones de las variables involucradas  $\Delta \lambda_{pmk}$ ,  $\Delta \lambda_{qmk}$  o  $\Delta \lambda_v$ . En forma matricial la estructura de la matriz  $W(z)$  tiene la forma mostrada en la Figura 3.1.



se toma el perfil plano, es decir  $e=1$ ,  $f=0$  para cada nodo. Al incluir algún transformador con cambiador de tap o un transformador defasador, se toma como condición inicial  $t=1.0$  y  $\phi=0^0$  respectivamente. En el caso de minimizar pérdidas es similar al minimizar costo a diferencia que la generación se divide en la misma proporción entre todas las unidades que están asignadas, los multiplicadores asociados a la potencia activa toman un valor de 1.0 en todos los nodos.

### 3.4 RESUMEN

En el presente capítulo se consideraron aspectos básicos de la programación no lineal, y se dedujeron las condiciones necesarias para la optimalidad y la solución del conjunto de ecuaciones no lineales resultante por medio del método de Newton. Se estableció la formulación del problema de FOR con la posibilidad de hacer estudios con dos funciones objetivo diferentes, incluyendo tanto elementos CUF, TCT y TD. En la formulación presentada es posible fijar el flujo de potencia activa en líneas de transmisión determinadas. Se discutió sobre el cálculo del gradiente del Lagrangiano y la matriz Hessiana para formar el sistema de ecuaciones (3.3), y se mostraron las expresiones necesarias para su cálculo. Se ilustró la estructura dispersa de la matriz  $W(z)$ , al incluir elementos CUF, TCT y TD.

## **CAPITULO 4**

### **SOLUCION AL PROBLEMA DE FLUJOS OPTIMOS FORMULACION RECTANGULAR**

#### **4.1 INTRODUCCION**

En este capítulo se describe el algoritmo propuesto para resolver el problema de FOR, describiendo el procedimiento para tratar las restricciones de desigualdad. Se establece el criterio para seleccionar el conjunto activo de restricciones en cada iteración, tomado como restricciones de desigualdad la potencia activa y la potencia reactiva de generación, la magnitud de voltaje, el flujo de potencia activa en las líneas de transmisión, los taps de los transformadores con cambiador de tap y el ángulo de los transformadores defasadores. En este caso se agregan las restricciones de desigualdad, incluyendo su ecuación con el respectivo multiplicador de Lagrange, por lo cual, la dimensión de la matriz  $W(z)$  depende de las restricciones activas en la solución.

#### **4.2 ALGORITMO UTILIZADO PARA LA SOLUCION DE FLUJOS OPTIMOS**

Durante la solución del problema de FO, la parte que requiere el mayor esfuerzo computacional e influye en la característica de convergencia es la referente al manejo de las restricciones de desigualdad. D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, and W. F. Tinney [8] proponen diversos algoritmos de solución. Un algoritmo maneja dos lazos iterativos, donde a uno se le llama "lazo interno", el cual detecta las restricciones activas en cada iteración del "lazo externo"; éste es un algoritmo que requiere de un manejo eficiente de la refactorización de la matriz  $W(z)$ , matriz de segundas derivadas del Lagrangiano, para incluir el efecto de las restricciones que son activas y otras que deben desactivarse dentro del conjunto activo de restricciones en cada iteración del lazo interno.

El algoritmo propuesto en este trabajo para la solución de FOR, se muestra en la Figura 4.1. Como se observa, no existe un lazo interno, por lo tanto en cada iteración se seleccionará el conjunto activo de restricciones. El algoritmo mostrado calcula el gradiente del Lagrangiano y como criterio de convergencia se toma la norma infinita del gradiente, la cual se obtiene calculando el máximo elemento del gradiente. El problema converge cuando la norma infinita del gradiente del Lagrangiano es menor o igual a la tolerancia establecida, por ejemplo  $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$ .

En el proceso de solución, durante la primera iteración se considera que todos los generadores están en su límite superior de voltaje, con lo cual no es necesario especificar un nodo como referencia de voltaje; debido a que en las siguientes iteraciones se desactivaran las restricciones que no cumplan el criterio para seguir perteneciendo al conjunto activo. Con la consideración anterior se forma el gradiente del Lagrangiano, es decir  $F(z)$ , y la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ . A continuación se resuelve el sistema de ecuaciones resultante para los incrementos de  $z$ , se actualizan las variables  $z$  y se efectúa el proceso de selección del conjunto activo de restricciones, para después formar el gradiente del Lagrangiano y probar el criterio de convergencia. Una vez que se cumple el criterio de convergencia se obtiene la solución de FOR.

En el algoritmo propuesto en este trabajo de investigación se utilizan rutinas para el manejo de la dispersidad del sistema de ecuaciones que se obtiene aplicando el método iterativo de Newton [33]. Usando esta técnicas es posible obtener una solución eficiente para sistemas de gran escala, en general es posible incluir elementos como compensadores síncronos, transformadores con tap fuera del nominal, transformadores defasadores y elementos en derivación. En el caso de incluir transformadores con cambiador de tap y/o transformadores defasadores, las variables asociadas a estos dispositivos ( $t_{km}$ ,  $\phi_{km}$ ) se consideran como variables de control en el sistema de potencia. Además es posible incorporar elementos FACTS, del tipo CUFP, como controles adicionales para mejorar la condición operativa deseada y al mismo tiempo optimizar la función objetivo.



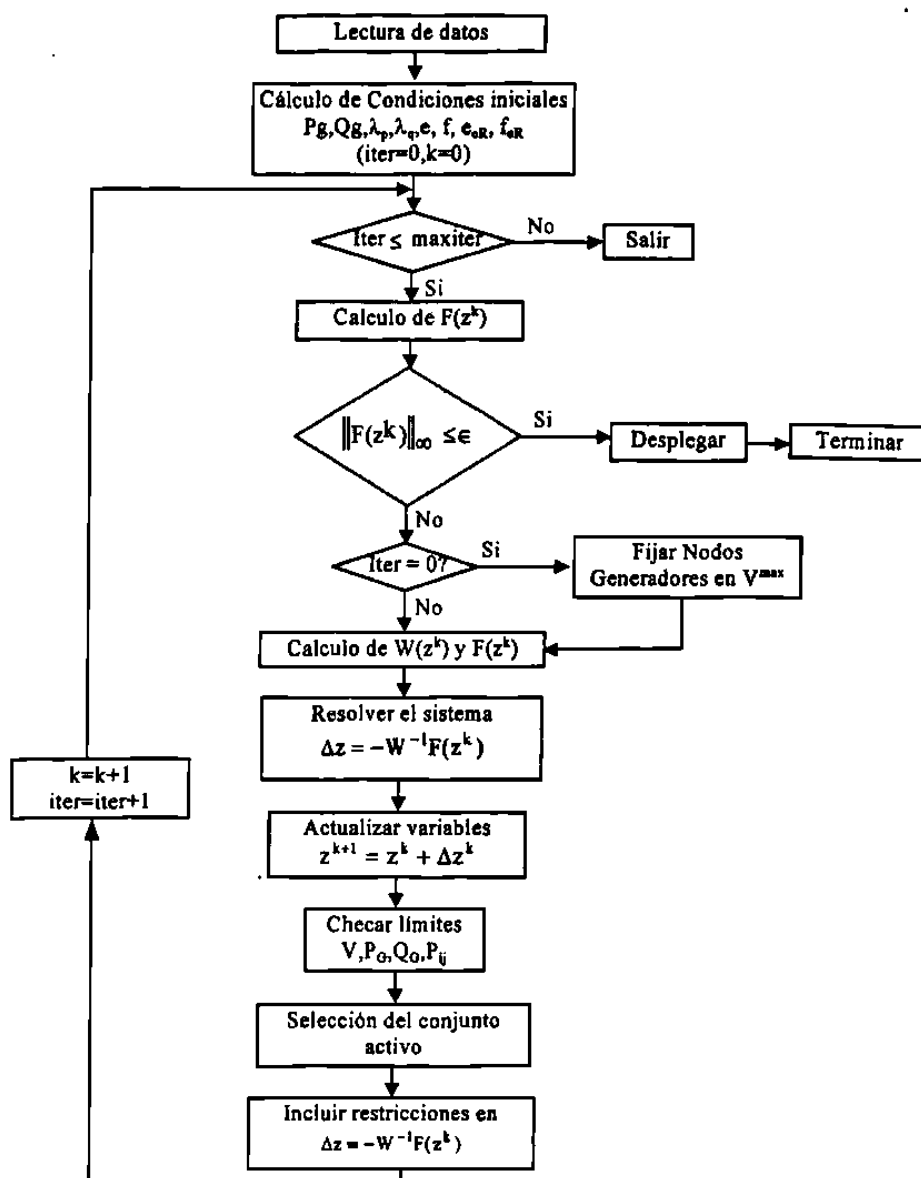


Fig.4.1 Diagrama del algoritmo propuesto para la solución del problema de FO.

Se ha demostrado que el método iterativo de Newton presenta una característica de convergencia cuadrática [9], una condición necesaria para cumplir con esta característica es tener condiciones iniciales lo más cercanas posible a la solución. Así, en el caso de tener como función objetivo el minimizar las pérdidas de potencia activa se recomienda repartir la carga en la misma proporción para los generadores disponibles, y como voltaje inicial se toma un perfil plano ( $e = 1$ , y  $f = 0$ ). El valor inicial para los multiplicadores de Lagrange se toman como 1 y 0, para aquellos asociados al balance de potencia activa y de potencia reactiva, respectivamente.

### 4.2.1 Selección del conjunto activo de restricciones de desigualdad

La selección del conjunto activo de restricciones de desigualdad es la parte donde el problema de FO consume el mayor tiempo e influye en la característica de convergencia, por lo cual, es necesario contar con un procedimiento eficiente para seleccionar las restricciones activas en la solución. Para la selección de las restricciones activas es necesario evaluar el tipo de variable, por ejemplo, para el caso del voltaje se pueden tener demasiadas restricciones fuera de límites en una iteración, y con sólo seleccionar como restricciones activas a los voltajes más alejados de sus límites, el resto de los voltajes tenderá también a estar dentro del rango establecido. Por lo tanto, no es necesario incluir todos los voltajes fuera de límites como restricciones activas, ya que de acuerdo a la experiencia [44,49], al activar todas las restricciones se afecta la característica de convergencia. Para la selección del conjunto activo se establecen los siguientes pasos:

- *Identificación de las restricciones para ser incluidas en el conjunto activo.*

Como primer paso, para la selección del conjunto de restricciones activo, se identifican las restricciones de desigualdad que estén fuera de los límites establecidos y que no formen parte del conjunto activo. A estas restricciones se les considera como candidatas para formar parte del conjunto activo. El criterio para incluir una variable como candidata se muestra en la Tabla 4.1. Donde  $z_i$  es la variable de interés para ser incluida al conjunto activo y  $\tilde{z}_i$  indica el límite máximo o el límite mínimo.

Tabla 4.1 Criterio para elegir restricciones candidatas para ser activadas.

Si $z_i > z_i^{\max}$ y $\mu = 0$	Si $z_i < z_i^{\min}$ y $\mu = 0$
Incluir para ser candidata	Incluir para ser activada

- ***Selección de las restricciones activas dentro del conjunto identificado para ser incluidas en el conjunto activo.***

Para las restricciones que fueron nombradas y reconocidas como candidatas para ser incluidas en el conjunto activo se calcula un índice de violación ( $I_z$ ) para cada tipo de variable, tal índice está basado en la severidad de la violación de dicha variable, respecto a sus límites (4.1), donde  $z_i$  es la variable fuera de límite, el subíndice  $i$  indica el número de restricción, por lo tanto el índice  $I_z$  es de dimensión igual al número de variables seleccionadas como candidatas a ser activadas.

$$I_{z_i} = \left| \tilde{z}_i - z_i \right| / \left| \tilde{z}_i \right| \quad (4.1)$$

Se normaliza el índice de violación (4.2) de acuerdo al mayor valor observado en la presente iteración de  $I_z$  ( $I_z^{\max}$ ) del mismo tipo de variable y se comparan los valores con una tolerancia establecida por el usuario (EF), es decir, se incluyen todas aquellas restricciones cuyo índice es mayor igual a la tolerancia EF (4.3). Es recomendable usar diferentes valores de EF, dependiendo del tipo de restricciones de que se trate. Por ejemplo, en el algoritmo propuesto se considera un valor de  $EF = 1$  para las restricciones de voltaje, por lo cual solamente se incluye la restricción de voltaje que está más alejada del límite violado, y para las restricciones de generación, de relación de transformación y de flujo en líneas se usa un valor de  $EF = 0.7$ , estos valores de tolerancia fueron establecidos en base a pruebas con los sistemas del IEEE utilizados para el problema de flujos de potencia. El valor de EF puede cambiar dependiendo de la red de prueba en estudio.

$$\bar{I}_z = \frac{I_z}{I_z^{\max}} \quad (4.2)$$

$$\text{Si } \bar{I}_{z_i} \geq EF \text{ entonces } z_i \text{ entra al conjunto activo} \quad (4.3)$$

Para decidir si se desactivan las restricciones que están en el conjunto activo se sigue un procedimiento similar al descrito anteriormente:

- **Identificación de restricciones para ser desactivadas del conjunto activo.**

Para seleccionar las restricciones que son candidatas a ser desactivadas o separadas del conjunto activo se considera el signo del multiplicador de Lagrange de cada restricción; el multiplicador de Lagrange representa la sensibilidad de la función objetivo, respecto al cambio de la variable de la restricción; se debe tener en cuenta el signo negativo al violar el límite mínimo lo cual implica que estará activa si su multiplicador es negativo. Una restricción que se considera candidato para desactivarse es: si está sujeta en su límite superior y si su multiplicador de Lagrange es negativo o si está fija en su límite inferior y su multiplicador de Lagrange es positivo; tal como se resume en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Criterio para incluir restricciones como candidatas para ser relajadas.

Límite ( $\tilde{z}_i$ )	$\mu > 0$	$\mu < 0$
Máximo	No incluir como candidata para liberarse	Incluir como candidata para liberarse
Mínimo	Incluir como candidata para liberarse	No Incluir como candidata para liberarse

- **Selección de las restricciones identificadas como candidatas, que serán desactivadas**

Para seleccionar las restricciones, dentro del conjunto que fueron identificadas para ser relajadas, se calcula un índice el cual contiene el valor absoluto de cada multiplicador de Lagrange de la restricción activa  $i$  (4.4). Este índice se normaliza (4.5), respecto al mayor multiplicador de  $I_{rz}$  ( $I_{rz}^{\max}$ ), para comparar cada elemento con una tolerancia de relajación establecida (RT) (4.6). Las restricciones que tengan un índice mayor o igual que RT serán desactivadas. En este caso se usó un valor de  $RT = 0.01$ , este valor de relajación se establece en base a pruebas con los sistemas de prueba de la IEEE para el estudio de flujos de potencia. El valor de RT puede cambiar dependiendo de la red de prueba en estudio.

$$I_{rz_i} = |\mu_i| \quad (4.4)$$

$$\bar{I}_{rz} = \frac{I_{rz}}{I_{rz}^{\max}} \quad (4.5)$$

$$\text{Si } \bar{I}_{rz_i} \geq RT \text{ entonces } z_i \text{ sale del conjunto activo.} \quad (4.6)$$

#### 4.2.2 Manejo de las restricciones de desigualdad en el problema de FO

Una vez seleccionado el conjunto activo de restricciones, otro aspecto importante es la manera de incluir las restricciones activas al problema. La forma más comúnmente utilizada es por medio de funciones de penalización, debido a que no implica modificaciones en la dimensión de la matriz  $W(z)$ , pero el problema al utilizar funciones de penalización es el seleccionar adecuadamente el valor del factor de penalización cuando se tienen demasiadas restricciones activas ya que se puede tener una matriz  $W(z)$  mal condicionada; además de que una selección inadecuada del factor de penalización afecta la característica de convergencia. Otra manera de incluir las restricciones de desigualdad es asociar un multiplicador de Lagrange a cada restricción del conjunto activo, por lo tanto, se incluirá un multiplicador más como variable al problema por cada restricción del conjunto activo. En el algoritmo propuesto en este trabajo se maneja esta segunda opción.

En la formulación presentada en (3.13) para el problema de FO, las restricciones de desigualdad que se consideran son: potencia activa y reactiva de generación, magnitud del voltaje nodal, flujo de potencia activa en líneas, taps en los transformadores reguladores y ángulo en los transformadores defasadores, las cuales se incluyen en el Lagrangiano  $\zeta_o(x,\lambda)$ , que inicialmente no incluye restricciones de desigualdad (3.14).

$$\begin{aligned} P_{Gi}^{\min} &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} & i=1,\dots,ng & \quad (4.7) \\ Q_{Gi}^{\min} &\leq Q_{Gi} \leq Q_{Gi}^{\max} & i=1,\dots,ng & \\ V_i^{\min} &\leq V_i \leq V_i^{\max} & i=1,\dots,N & \\ p_{ij}^{\min} &\leq p_{ij} \leq p_{ij}^{\max} & i=1,\dots, \text{copl} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{ij}^{\min} \leq t_{ij} \leq t_{ij}^{\max} & \quad i=1,\dots,c\_tros \\
 \phi_{ij}^{\min} \leq \phi_{ij} \leq \phi_{ij}^{\max} & \quad i=1,\dots,c\_defasa
 \end{aligned}$$

El multiplicador asociado a cada restricción tendrá un valor positivo si se viola el límite máximo, si se viola el límite mínimo el valor del multiplicador será negativo esto para cumplir con las condiciones de optimalidad y utilizar un solo término al violar el máximo o mínimo.

#### 4.2.2.1 Potencia activa de generación

Una vez efectuado el procedimiento de selección del conjunto activo de restricciones y que fue descrito en secciones anteriores, se incluyen en el Lagrangiano las restricciones de potencia activa de generación que se consideren activas. En (4.8) se muestra el término adicional para restringir la generación de potencia activa del generador  $i$ , al valor del límite  $\tilde{P}_{Gi}$  y el correspondiente multiplicador de Lagrange es  $\mu_{P_{Gi}}$ .

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \mu_{P_{Gi}} (P_{Gi} - \tilde{P}_{Gi}) \quad (4.8)$$

El cálculo de las condiciones de optimalidad, tomando el nuevo Lagrangiano mostrado en (4.8), se modifica considerando las variables adicionales. Los cambios en el gradiente, debido al nuevo elemento son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial P_{Gi}} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial P_{Gi}} + \mu_{P_{Gi}} \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \mu_{P_{Gi}}} = P_{Gi} - \tilde{P}_{Gi} \quad (4.10)$$

Considerando las modificaciones para las condiciones de optimalidad (4.9) y (4.10), se tiene la modificación en la formación de la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ , en donde se debe agregar el elemento siguiente:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial P_{Gi} \partial \mu_{P_{Gi}}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{P_{Gi}} \partial P_{Gi}} = 1 \quad (4.11)$$

#### 4.2.2.2 Magnitud del voltaje nodal

Inicialmente las restricciones de voltaje en los nodos de generación se fijan en su límite superior, de manera de mantener el resto de los nodos de carga con un voltaje similar, pero se espera que en la solución los nodos de carga alcancen voltajes menores. Para la formulación en coordenadas rectangulares las restricciones de voltaje se manejan como el cuadrado de la magnitud de voltaje con el fin de simplificar las ecuaciones.

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \mu_{v_k} (V_k^2 - \tilde{V}_k^2) \quad (4.12)$$

Donde:

$$V_k^2 = e_k^2 + f_k^2 \quad (4.13)$$

Considerando activa la restricción del voltaje en el nodo k, el Lagrangiano aumentado es de la forma (4.12), y la modificación adicional para el cálculo del gradiente y por tanto de las condiciones de optimalidad son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial e_k} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial e_k} + \mu_{v_k} \frac{\partial V_k^2}{\partial e_k} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial f_k} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial f_k} + \mu_{v_k} \frac{\partial V_k^2}{\partial f_k} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \mu_{v_i}} = V_i^2 - \tilde{V}_i^2 \quad (4.16)$$

Una vez efectuados los cambios para el cálculo de las condiciones de optimalidad, también se tendrán cambios en el cálculo de la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ , los cuales al incluir las restricciones de voltaje activas son:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 e_k} = \frac{\partial^2 \zeta_{\zeta_0}}{\partial^2 e_k} + \frac{\partial^2 V_k^2}{\partial^2 e_k} \mu_{v_k} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 f_k} = \frac{\partial^2 \zeta_{\zeta_0}}{\partial^2 f_k} + \frac{\partial^2 V_k^2}{\partial^2 f_k} \mu_{v_k} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_k \partial \mu_{v_k}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{v_k} \partial e_k} = \frac{\partial V_k^2}{\partial e_k} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial f_k \partial \mu_{v_k}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{v_k} \partial f_k} = \frac{\partial V_k^2}{\partial f_k} \quad (4.20)$$

#### 4.2.2.3 Taps en transformadores

Otra de las restricciones que es posible manejar en el problema de FOR es la relación de transformación, cuando se incluyen transformadores con tap fuera del nominal. La posición del tap entra como una variable más al problema, la cual toma el valor adecuado para lograr el objetivo establecido. Normalmente la relación de transformación o la posición del tap tiende a regular en un rango de  $\pm 10\%$  del voltaje. Al incluir las restricciones del tap del transformador que conecta los nodos  $k$  y  $m$  dentro del conjunto activo de restricciones, el Lagrangiano toma la forma:

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \mu_{t_{km}} (t_{km} - \tilde{t}_{km}) \quad (4.21)$$

Las modificaciones necesarias para incluir el efecto de una restricción de tap, en el cálculo de las condiciones de optimalidad, considerando el Lagrangiano aumentado (4.21) son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t_{km}} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial t_{km}} + \mu_{t_{km}} \quad (4.22)$$



$$\frac{\partial \zeta}{\partial \mu_{t_{km}}} = t_{km} - \tilde{t}_{km} \quad (4.23)$$

Con la modificación en el cálculo de las condiciones de optimalidad (4.22) y (4.23) el elemento adicional para la formación de la matriz de segundas derivadas es:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t_{km} \partial \mu_{t_{km}}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{t_{km}} \partial t_{km}} = 1 \quad (4.24)$$

#### 4.2.2.4 Angulo en transformadores defasadores

Al incluir transformadores defasadores en el problema de FOR se agrega una variable al problema, la cual participa para lograr el objetivo establecido. En este caso será el ángulo del transformador defasador  $\phi_{km}$ , que tiene sus límites establecidos comúnmente en  $\pm 5^\circ$ . Por ejemplo, al salir fuera de este rango el transformador defasador que conecta los nodos k y m se incluye su restricción al conjunto activo de restricciones y el Lagrangiano es de la forma:

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \mu_{\phi_{km}} (\phi_{km} - \tilde{\phi}_{km}) \quad (4.25)$$

Considerando el Lagrangiano aumentado (4.25), la modificación en el cálculo del gradiente y de la condición de optimalidad son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \phi_{km}} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial \phi_{km}} + \mu_{\phi_{km}} \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \mu_{\phi_{km}}} = \phi_{km} - \tilde{\phi}_{km} \quad (4.27)$$

Tomando en cuenta las modificaciones en las condiciones de optimalidad el elemento adicional de la matriz de segundas derivadas es:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \phi_{km} \partial \mu_{\phi_{km}}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{\phi_{km}} \partial \phi_{km}} = 1 \quad (4.28)$$

#### 4.2.2.5 Flujo de potencia activa en la línea de transmisión

La restricción del flujo de potencia activa en la línea de transmisión es una restricción funcional y los rangos establecidos consideran aspectos de la cargabilidad de la línea de transmisión, como son: límite térmico, límite por estabilidad y límite por caída de tensión. Para el caso de tener el flujo de potencia activa fuera de los rangos establecidos y considerando los criterios del conjunto activo, se incluye esta restricción para ser activada.

El Lagrangiano es de la forma:

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \mu_{P_{km}} (P_{km}(e, f) - \tilde{P}_{km}) \quad (4.29)$$

Los elementos para el cálculo de las condiciones de optimalidad, modificados por el aumento del Lagrangiano (4.30), son:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial e_i} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial e_i} + \frac{\partial P_{km}}{\partial e_i} \mu_{P_{km}} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial f_i} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial f_i} + \frac{\partial P_{km}}{\partial f_i} \mu_{P_{km}} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \mu_{P_{km}}} = P_{km} - \tilde{P}_{km} \quad (4.32)$$

Considerando las modificaciones para el cálculo de las condiciones de optimalidad los elementos para formar la matriz de segundas derivadas  $W(z)$ , son:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_i \partial e_j} = \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial e_i \partial e_j} + \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_i \partial e_j} \mu_{P_{km}} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_i \partial f_j} = \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial e_i \partial f_j} + \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_i \partial f_j} \mu_{P_{km}} \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial f_i \partial f_j} = \frac{\partial^2 \zeta_0}{\partial f_i \partial f_j} + \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_i \partial f_j} \mu_{P_{km}} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_i \partial \mu_{P_{km}}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{P_{km}} \partial e_i} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_i} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial f_i \partial \mu_{P_{km}}} = \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \mu_{P_{km}} \partial f_i} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_i} \quad (4.37)$$

#### 4.2.2.6 Potencia reactiva de generación

A diferencia de otro tipo de restricciones, la restricción de potencia reactiva de generación tiene inicialmente su ecuación formando parte del sistema de ecuaciones a resolver en cada iteración. Esta restricción se desactiva incluyendo un número muy grande (por ejemplo  $1 \times 10^{10}$ ) en la posición correspondiente de la diagonal de  $\lambda_{qi}$ , lo cual se hace para la condición en que el generador se encuentre dentro de los límites establecidos. Al momento de tener una condición fuera de límites, la restricción es evaluada para incluirse en el conjunto activo de restricciones de generación de potencia reactiva, y una vez seleccionada para formar parte del conjunto activo, se activa la ecuación correspondiente quitando el valor numérico grande de la diagonal y se calculan los valores correspondientes del renglón y de la columna de la matriz  $W(z)$ , para lo cual el Lagrangiano es:

$$\zeta(x, \lambda) = \zeta_0(x, \lambda) + \lambda_{qi}(Q_i(e, f) + Q_{Di} - \tilde{Q}_{Gi}) \quad (4.38)$$

En el Lagrangiano aumentado (4.38) la generación de potencia reactiva se fija en el valor del límite violado y su ecuación se incluye a los  $M$  nodos de carga y aquellos nodos tipo generador con límite de reactivos fuera del rango establecido. Al incluir la ecuación del balance de potencia reactiva, el multiplicador  $\lambda_{qi}$  tomará un valor diferente de cero en las próximas iteraciones.

### 4.3 RESUMEN

En este capítulo se presenta con detalle el algoritmo utilizado para la solución del problema de FOR, se plantea un procedimiento para detectar las restricciones activas en cada paso del proceso iterativo del método de Newton. Para detectar las restricciones es conveniente clasificar las restricciones de desigualdad a fin de tratarlas de manera diferente. La manera que se propone para incluir las restricciones de desigualdad es por medio de multiplicadores de Lagrange, por lo tanto, para cada restricción activa se incluirá su multiplicador de Lagrange en el sistema de ecuaciones a resolver y por esta razón la dimensión de la matriz  $W(z)$  dependerá de las restricciones activas en cada iteración hasta lograr la solución.

El procedimiento de identificación y posteriormente de selección de restricciones para formar parte del conjunto activo de restricciones no requiere de lazos internos dentro de cada iteración principal del método de Newton, lo cual reduce la carga computacional del algoritmo y también no requiere del uso de rutinas eficientes para refactorizar la matriz  $W(z)$ .

## **CAPITULO 5**

### **RESULTADOS DE SIMULACION DIGITAL SOBRE REDES DE PRUEBA DEL IEEE**

#### **5.1 INTRODUCCION**

En este capítulo se describen los resultados obtenidos para el problema de FOR en diferentes redes eléctricas, las cuales se manejan en la literatura técnica y son consideradas como referencias en la solución del problema de flujos de potencia. Las redes de prueba son las de 14 y 118 nodos del IEEE, se establecen diferentes condiciones de operación, incluyendo dispositivos FACTS, que en el caso de la presente investigación incluyen elementos TCT, TD y CUFP. Se analiza la solución de FOR, las variables asociadas y la característica de convergencia del proceso iterativo, además de considerar el problema de optimización bajo dos funciones objetivos diferentes, una de ellas es el minimizar el costo total de la generación de potencia activa y la otra el minimizar las pérdidas de potencia activa en el sistema de potencia.

Para obtener la solución de FOR para los casos establecidos en este capítulo se desarrolló e implementó el algoritmo descrito en el Capítulo 4, por medio del lenguaje Visual C++®, Versión 4.2. El software desarrollado utiliza técnicas de dispersidad para la solución del sistema de ecuaciones resultante en el método de Newton, permitiendo el análisis de sistemas eléctricos de potencia de gran escala. La versión implementada permite incluir elementos CUFP, TCT y TD, compensadores síncronos y elementos en derivación, para evaluar el comportamiento y el impacto de estos elementos sobre la red eléctrica bajo estudio.

## 5.2 SISTEMA DE PRUEBA DE 14 NODOS DEL IEEE

El sistema de 14 nodos del IEEE es una red trifásica balanceada, consiste de 2 generadores, 3 compensadores síncronos, 11 cargas nodales, 20 líneas de transmisión, 3 transformadores con cambiador de tap y un elemento en derivación. Los datos del sistema de 14 nodos del IEEE se muestran en el Apéndice D. Para el manejo de los compensadores síncronos en el problema de FOR, se declaran como generadores con potencia activa en un valor cero.

### 5.2.1 Función objetivo: minimizar costo o minimizar pérdidas

En el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE es posible resolver el problema de FOR tomando dos criterios de operación: costo mínimo o pérdidas mínimas. Considerando estos criterios como función objetivo se obtiene la solución que se describe a continuación. En la Figura 5.1(a) se muestra la característica de convergencia para los dos casos planteados, se observa un comportamiento suave y muy semejante para las dos funciones objetivo; además se muestra el comportamiento del costo total durante el proceso de solución.

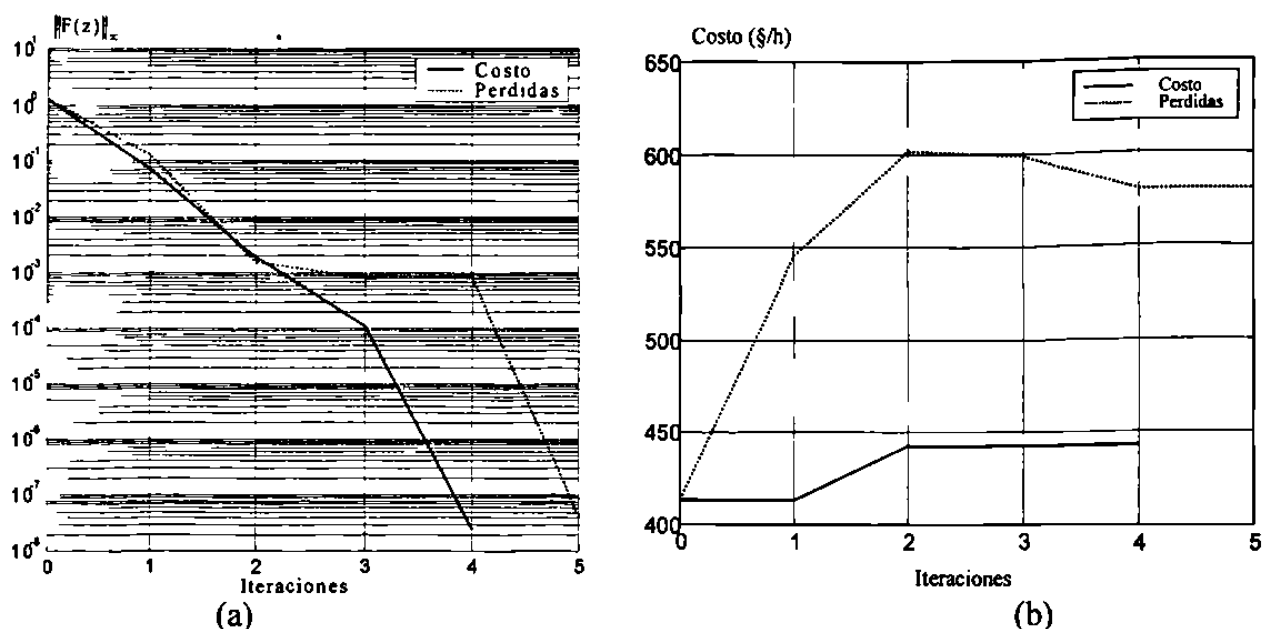


Fig. 5.1 (a) Característica de convergencia y (b) Costo de operación para el sistema de 14 nodos del IEEE, considerando costo mínimo o pérdidas mínimas.

En la Figura 5.2(a) se muestra la variación de las pérdidas totales en el proceso de solución. La magnitud del voltaje, en cada nodo del sistema se presenta en la Figura 5.2(b). Como es de esperarse, al considerar como función objetivo la minimización de pérdidas, éstas son menores que para el caso de tener como objetivo la operación del sistema eléctrico al menor costo.

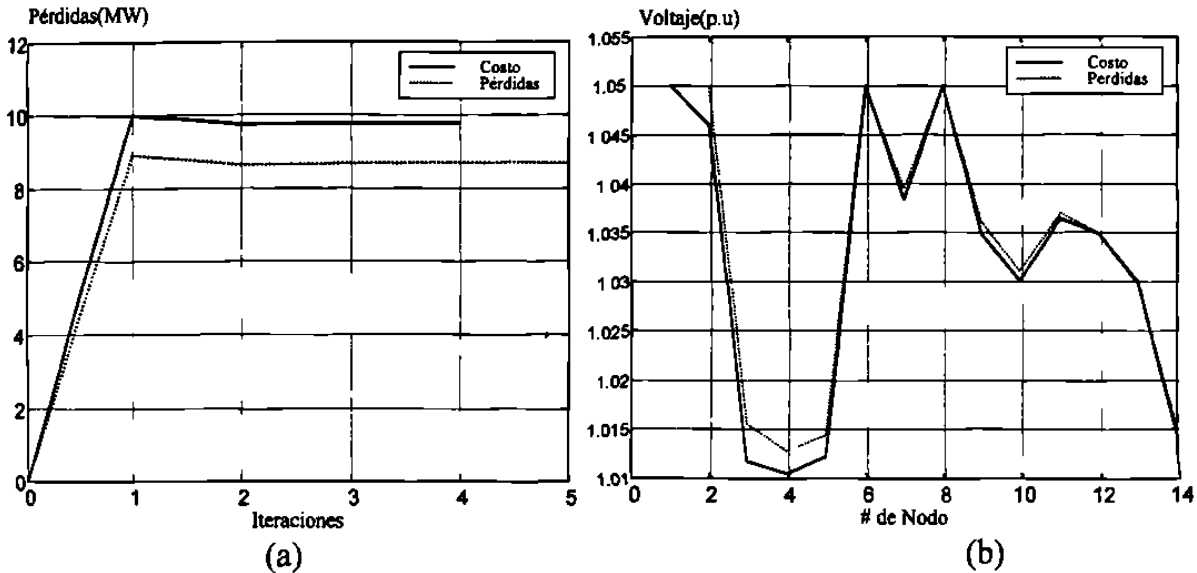


Fig.5.2(a) Pérdidas totales en el sistema y (b) Magnitud de voltaje para el sistema de 14 nodos del IEEE, considerando costo mínimo o pérdidas mínimas.

La Tabla 5.1 muestra un resumen de la generación en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE, se observa que la generación toma un patrón diferente, dependiendo de la función objetivo del problema, lo cual hace que las pérdidas y el costo de operación del sistema sean diferentes, dependiendo de la función objetivo especificada.

Las dos funciones objetivo establecidas dan como resultado diferentes unidades para los multiplicadores de Lagrange resultantes, aún cuando tienen un patrón de comportamiento similar para el sistema en estudio, como se muestra en la Figura 5.3. Para el caso de minimizar el costo de operación las unidades de  $\lambda_p$  se establecen como  $\$/MWh$ , lo que indica que 1 MW adicional ocasiona un cambio en el costo de  $\$/h$ . En cambio, al considerar el objetivo de minimizar pérdidas, el multiplicador asociado al balance de potencia activa  $\lambda_p$  tendrá unidades de  $MW/MW$  lo cual indica que 1 MW adicional de carga en ese nodo requiere de una cantidad  $\lambda_p$  MW; adicionales de generación; para este caso el valor de  $\lambda_p$  es

ligeramente mayor a la unidad y la diferencia respecto a la unidad son las pérdidas que ocasiona suministra 1 MW en ese nodo. Una interpretación similar se propone para el multiplicador de Lagrange asociado con el balance de potencia reactiva  $\lambda_q$ . En la Figura 5.4. se observa que  $\lambda_q$  tendrá unidades de  $\$/MVarh$  o  $MW/MVar$ , con estos valores es posible conocer el cambio en  $\$/h$  o también los MW adicionales para suministrar 1 MVar en los diferentes nodos del sistema.

Tabla 5.1 Resumen de generación para el sistema de 14 nodos del IEEE, considerando costo mínimo o pérdidas mínimas.

	Función Objetivo					
	Minimizar costo total			Minimizar pérdidas		
	Pg(MW)	Costo( $\$/h$ )	Qg(MVAr)	Pg(MW)	Costo( $\$/h$ )	Qg(MVAr)
Gen-1	132.52	215.58	-13.99	49.75	39.88	0.68
Gne-2	136.30	226.86	36.86	218.01	540.89	19.52
Con-3	0.0	----	29.51	----	----	30.09
Con-6	0.0	----	8.39	----	----	7.17
Con-8	0.0	----	6.96	----	----	6.30
Total	268.82	442.44	67.72	267.76	580.77	63.76
Demanda	259.00			259.00		
Pérdidas	9.82			8.76		

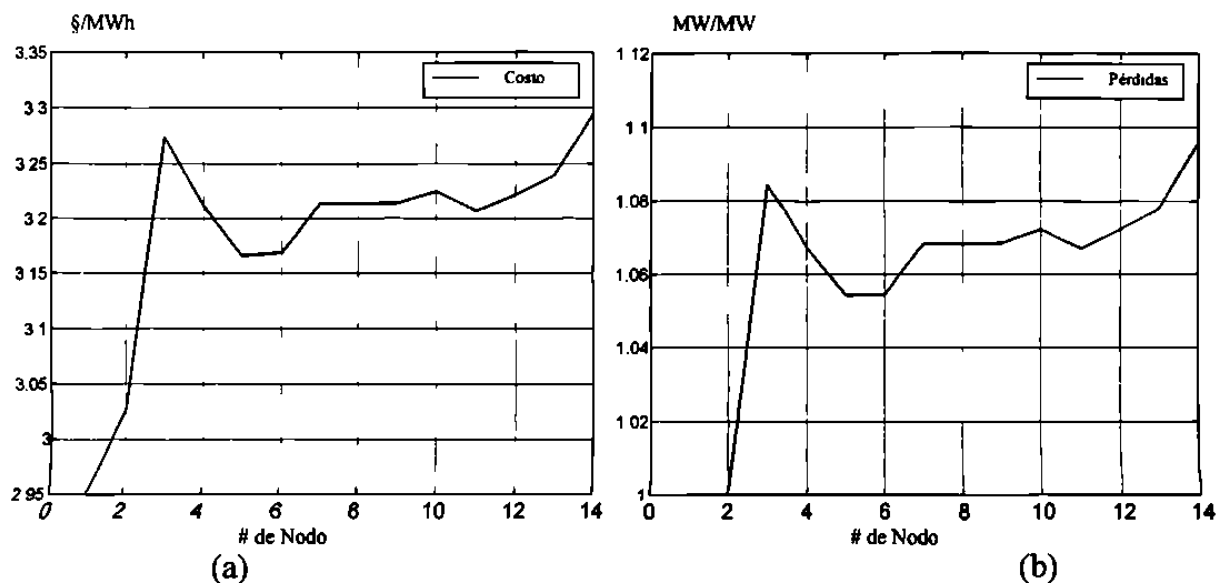


Fig. 5.3 Multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia activa para el objetivo (a) Costo mínimo y (b) Pérdidas mínimas.



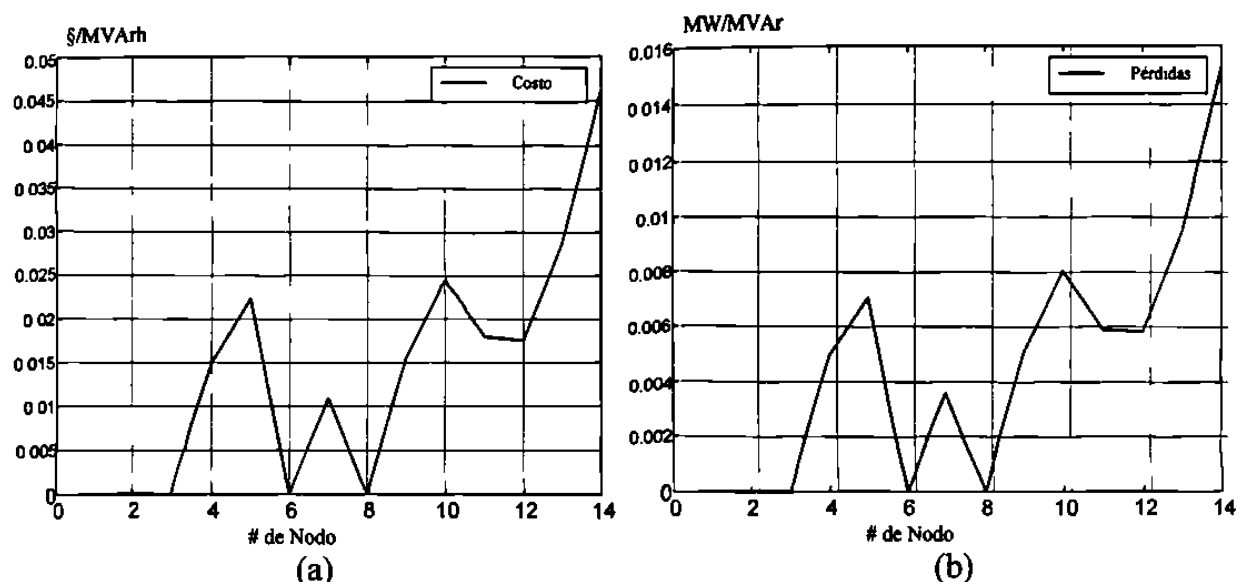


Fig. 5.4 Multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia reactiva para el objetivo (a) Costo mínimo y (b) Pérdidas mínimas.

### 5.2.2 Efecto del TCT y del TD en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE

En esta sección se analiza la inclusión de una variable más en el problema de FOR, la cual está relacionada con el transformador con cambiador de tap (TCT) o con el ángulo de un transformador defasador (TD). Para cualquiera de estas dos variantes se considera como función objetivo el minimizar el costo total de generación. Para el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE se establecen cuatro condiciones de operación.

**C-Base:** El caso base considera los datos mostrados en el Apéndice D. No toma en cuenta la variación en taps de transformadores o en los ángulos de transformadores defasadores.

**C-TCT:** En este caso se considera la posibilidad de cambiar el tap solamente en el transformador conectado entre los nodos 5 y 6 para cumplir con la función objetivo.

**C-TD:** Para este caso se reemplaza el transformador convencional por un transformador defasador que conecta los nodos 5 y 6, lo cual agrega una variable al problema de FOR, la cual es el ángulo del transformador defasador.

función objetivo, sobre todo para el caso C-TCT donde se considera el transformador con cambiador de tap; el cual influye de manera más directa al flujo de potencia reactiva.

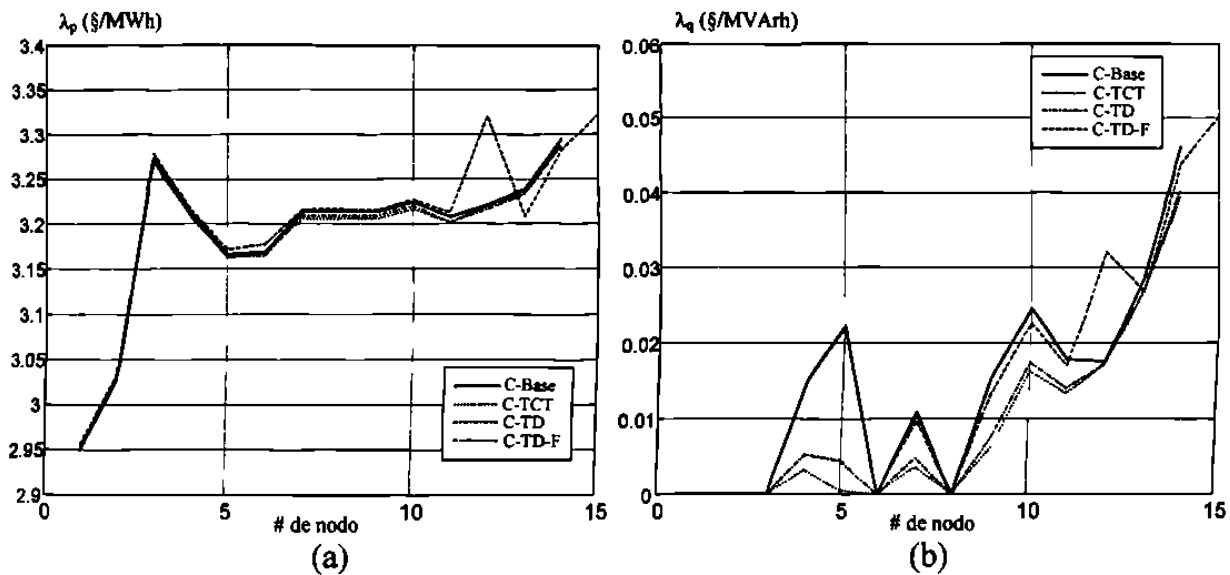


Fig. 5.6 Multiplicadores de Lagrange asociados al balance (a) de potencia activa y (b) de potencia reactiva, para el sistema de 14 nodos del IEEE, incluyendo TCT y TD.

En la Tabla 5.2 se muestra el costo total de operación para los casos planteados anteriormente; siendo un costo menor para los casos C-TCT y C-TD, y por tanto, los casos con menores pérdidas en el sistema. Se observa que el caso C-TD-F es el de mayor costo y también el de mayores pérdidas, para este caso el valor del ángulo del transformador defasador actúa tomando un valor mayor que para el caso C-TD debido a la restricción impuesta del flujo de potencia activa, por lo tanto, la variable adicional responde ajustandose para satisfacer las restricciones adicionales impuestas al sistema. Para cada caso se muestra en la solución el valor de la posición del tap y el valor del ángulo del transformador.

Tabla 5.2 Resumen del costo de operación y pérdidas en el sistema de 14 nodos del IEEE, incluyendo TCT y TD.

	C-Base	C-TCT	C-TD	C-TD-F
Costo Total ( $\$/h$ )	442.44	442.01	442.02	443.68
Pérdidas Totales	9.82	9.67	9.68	10.23
$t_{km}$ (p.u)	0.932	1.017	1.00	1.00
$\phi_{km}$ (grados)	0.0	0.0	-0.493	-4.164

### 5.2.3 Efecto del CUFPP en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE

En este trabajo de investigación se ha descrito el modelo del CUFPP de manera detallada para ser incluido en el problema de FOR. El modelo requiere dos variables adicionales que son: el voltaje de las dos fuentes controlables del modelo. Las diferentes condiciones de operación son incluidas en el problema de optimización por medio de restricciones de igualdad, las restricciones impuestas permiten llegar iterativamente a la condición deseada y los voltajes de las fuentes se ajustan para cumplir con las restricciones establecidas.

Para el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE se incluye un elemento CUFPP, en el cual es posible tener diferentes formas de operación: el control del flujo de potencia activa y el flujo de potencia reactiva en la línea de transmisión y los voltajes en terminales, el flujo de potencia activa y de potencia reactiva en la línea de transmisión ó solamente el voltaje en terminales. La otra posibilidad del elemento CUFPP es operar sin ninguna de las restricciones anteriores, y por lo tanto, las variables de control relacionadas con las fuentes de voltaje del modelo del elemento CUFPP son ajustadas durante la solución para lograr el objetivo del problema de FOR. Para este último caso se considera como función objetivo el minimizar el costo total de operación. Con las diferentes formas de operación mencionadas anteriormente se establecen los siguientes casos para el sistema de prueba.

**Caso P-Q-V:** En este caso se incluye un elemento CUFPP entre los nodos 12 y 13 el cual tiene la restricción de fijar el flujo de potencia activa y de potencia reactiva, además de la magnitud de voltaje. El flujo en el caso base es de  $P = 1.59$  MW,  $Q = 0.8$  MVA<sub>r</sub> y el voltaje  $V = 1.03$ , las condiciones especificadas sobre el elemento CUFPP son:  $P = 10.0$  MW,  $Q = 2.0$  MVA<sub>r</sub> y  $V = 1.00$  en el nodo 12.

**Caso Libre:** En esta condición se incluye el elemento CUFPP en los mismos nodos de la red (nodos 12 y 13), adicionando ó agregando dos variables al problema de FOR y no se especifica ninguna otra condición de operación, es decir, no se incluye ninguna restricción adicional.

Así, las fuentes de voltaje del modelo del CUFPP toman valores apropiados para cumplir con la función objetivo y las condiciones básicas de operación de la red.

**Caso P-Q:** Para este caso sólo se incluye la restricción del flujo de potencia en la línea, en los valores especificados ( $P = 10.0$  MW y  $Q = 2.0$  MVar); este caso ilustra que para esta condición operativa el control se relaciona directamente con la "inyección" del voltaje en serie con la línea de transmisión.

**Caso V:** En este caso se establece la restricción de mantener el voltaje en terminales del elemento CUFPP (Nodo 12), el cual es un problema relacionado principalmente con la fuente de voltaje en derivación.

Para los casos planteados anteriormente se obtiene la característica de convergencia, la cual se muestra en la Figura 5.7(a). Se observa que la convergencia lograda es similar para todos los casos estudiados. En la Figura 5.7(b) se muestra el perfil de voltaje para los nodos del sistema, siendo el voltaje más afectado en aquellos nodos cercanos al elemento CUFPP. Las diferentes condiciones de operación del elemento CUFPP tienen un efecto más notable en los nodos eléctricamente cercanos al mismo, como se observa en la Figura 5.8. En la Figura 5.8(b) se muestran los multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia reactiva, y se observa que para los multiplicadores asociados al nodo 12 son los más influenciados por las diferentes condiciones de operación del elemento, a diferencia de los multiplicadores asociados al balance de potencia activa.

En la Tabla 5.3 se muestra el costo de operación para cada condición propuesta en los casos de estudio. Se observa que la condición que tiene un costo mayor es en el caso de tener activado el control sobre el flujo de potencia y el voltaje; por lo que el costo adicional para tener el control de las variables especificadas, respecto al caso de no tener restricciones adicionales en el CUFPP, es ligeramente mayor; también este caso de control total es el de mayores pérdidas. Se muestran los multiplicadores de Lagrange asociados a cada restricción de operación del elemento CUFPP, los multiplicadores representan la sensibilidad de la

función objetivo, respecto al cambio en la variable de restricción. Con las sensibilidades calculadas es posible asociar costos a las restricciones en el elemento CUFP.

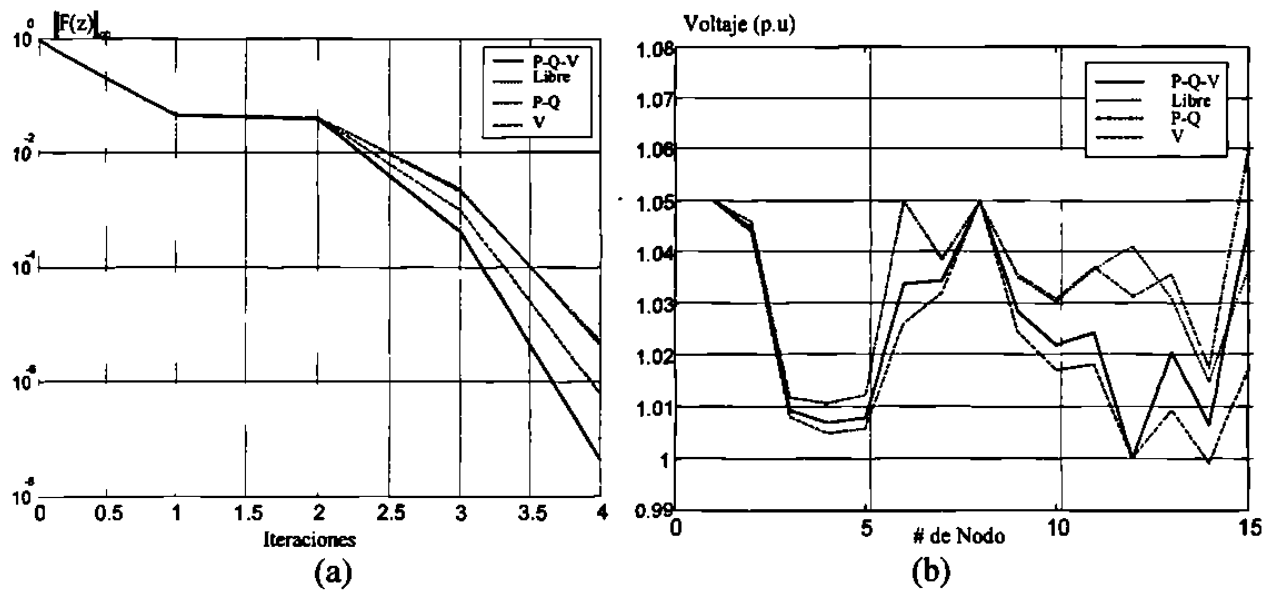


Fig. 5.7 (a) Característica de convergencia y (b) Voltajes nodales para las condiciones del CUFP en el sistema de prueba de 14 nodos del IEEE.

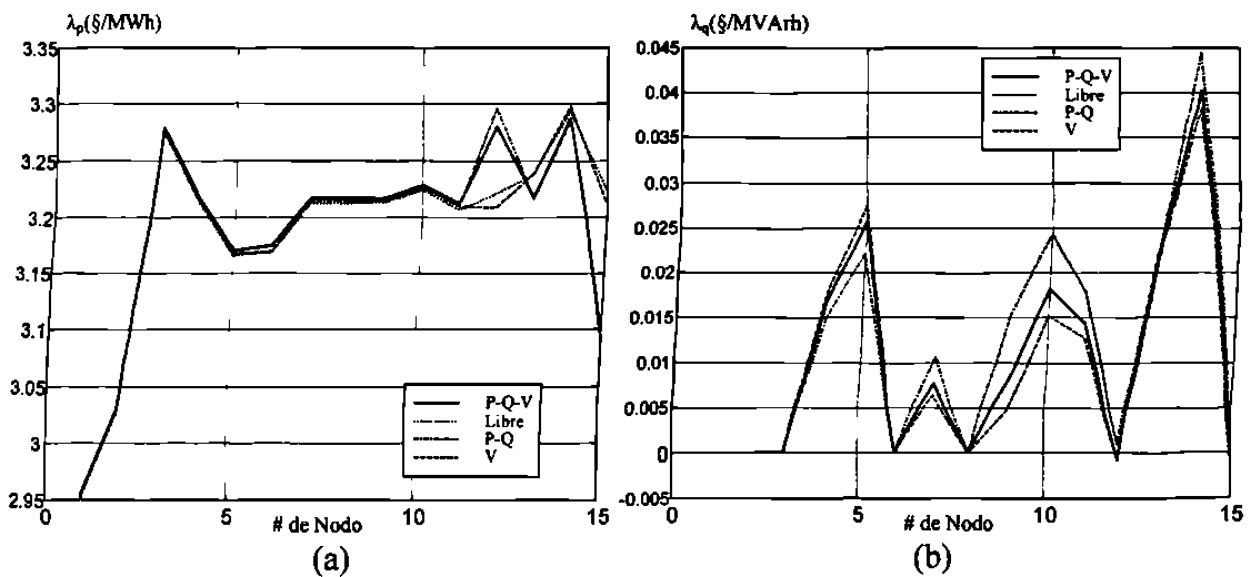


Fig. 5.8 Multiplicadores de Lagrange asociados (a) con el balance de potencia activa y (b) potencia reactiva, incluyendo el CUFP, sistema de 14 nodos del IEEE.

Tabla 5.3 Información relacionada con el CUFV, sistema de 14 nodos del IEEE.

	Libre	Fija P,Q,V	Fija P,Q	Fijo V
Costo Total (\$/h)	442.41	443.70	443.33	442.93
Pérdidas Totales	9.81	10.24	10.11	9.98
$V_{VR}(p.u)$	1.044	0.998	1.035	0.997
$\theta_{VR}(\text{grados})$	-13.39	-14.45	-14.75	-13.13
$V_{CR}(p.u)$	0.003	0.069	0.064	0.019
$\theta_{CR}(\text{grados})$	3.311	-147.16	-132.57	159.34
$\lambda_{cd}(\$/MWh)$	3.221	3.280	3.295	3.209
$\lambda_{pmk}(\$/MWh)$	0.00	0.193	0.207	0.00
$\lambda_{qmk}(\$/MVarh)$	0.00	-0.001	-0.001	0.00
$\lambda_v(\$/V^2_{p.u} h)$	0.00	9.011	0.00	9.814

### 5.2.4 Efecto del TCT y CUFV en las restricciones de flujo

Se utilizan los dispositivos TCT y CUFV para resolver un problema de tener una restricción activa en la línea de transmisión que conecta los nodos Nod-6 y Nod-13 en el sistema de 14 nodos, se consideran 5 unidades generadoras que participan en el despacho económico; se desea observar el efecto de estos dispositivos en el costo, por lo que la función objetivo utilizada es minimizar el costo total de operación; se plantean cuatro condiciones de operación.

**C\_SLIM:** En este caso no se establece el límite de flujo en la línea Nod-6 a Nod-13 (11MW), el valor del flujo en la solución es de 19.01MW, sin considerar controles adicionales

**C\_BASE:** Para esta condición se activa la restricción del flujo máximo por la línea Nod-6 a Nod-13 que es de 11MW, sin considerar controles adicionales.

**C\_TD:** Se considera que el transformador que conecta los nodos Nod-5 Nod-6 es un transformador defasador, revisando el límite del flujo en la línea Nod-6 a Nod-13.

**C\_CUFP:** Se utiliza un dispositivo CUFP para controlar el flujo de potencia en la línea Nod-12 a Nod-13 en 12MW, ya que el flujo de potencia en esta línea es pequeño en el caso C\_SLIM (-0.27MW) y con esto hacer que la restricción en la línea Nod-6 Nod-13 no este activa en la solución.

En la Tabla 5.4 se muestra el resultado de la distribución de la generación de las unidades que participan en el despacho; en C\_BASE se tiene la solución con la restricción de flujo activa (condición de operación actual), por lo que la distribución es diferente a C\_SLIM para cumplir con el límite de flujo establecido por la línea Nod-6 Nod-13. En C\_TD el ángulo del transformador participa para lograr que se cumpla la restricción sin mover de manera significativa la generación.

Tabla 5.4 Distribución de la generación, caso con restricción de flujo

	C_SLIM		C_BASE		C_TD		C_CUFP	
	Pg(MW)	Qg(MVAr)	Pg(MW)	Qg(MVAr)	Pg(MW)	Qg(MVAr)	Pg(MW)	Qg(MVAr)
Gen-1	50.85	-9.04	55.27	-9.22	53.09	-9.76	50.93	-9.16
Gen-2	51.57	5.86	56.84	26.05	54.31	28.01	51.64	5.75
Gen-3	53.57	16.76	61.02	35.07	57.52	32.26	53.64	16.72
Gen-6	51.83	19.81	1.51	-16.40	25.64	6.67	51.99	15.59
Gen-8	53.02	2.95	86.85	18.54	70.96	15.34	53.05	2.65
Total	260.84	36.34	261.50	54.04	261.52	72.53	261.26	32.55

El propósito de incluir los dispositivos de control es poder cumplir con las restricciones establecidas en el sistema de potencia sin mover la generación y por lo tanto con un menor costo de operación. En C\_CUFP se incluye un dispositivo CUFP entre los nodos Nod-12 y Nod-13 agregando los voltajes de las fuentes del modelo como variables al problema, se establece el flujo de potencia activa en 12MW con esto se logra liberar la restricción activa en la línea Nod-6 Nod-13 (10.32MW), permaneciendo la generación prácticamente igual al C\_SLIM por lo que el costo del C\_SLIM es muy parecido al C\_CUFP; como se muestra en

la Tabla 5.5 la condición con mayor costo es el caso C\_BASE ya que es este no se incluye ningún control adicional para cumplir con las restricciones.

Tabla 5.5 Resumen de la solución, caso con restricción de flujo

	C_SLIM	C_BASE	C_TD	C_CUFP
Costo Total (\$/h)	215.38	255.00	227.15	215.93
% del incremento de costo respecto al c_base	-15.53	-----	-10.92	-15.32
Pérdidas (MW)	1.84	2.50	2.52	2.26
Variables de control de los dispositivos	-----	-----	$\phi=5.0^\circ$	$V_{VR}=1.03\angle-4.41^\circ$ $V_{CR}=0.076\angle-123.9^\circ$

En la Figura 5.9 se muestra la característica de convergencia para las condiciones establecidas, y la magnitud de voltaje nodal en el sistema de 14 nodos, se observa un mejor perfil de voltaje en los casos C\_SLIM y C\_CUFP. En la Figura 5.10 se muestran los multiplicadores de Lagrange asociados al balance de potencia activa y reactiva, los cuales en algunos nodos del sistema toman valores relativamente altos en los casos C\_BASE y C\_TD. Por lo tanto el menor costo de operación y mejores características del sistema en las condiciones mostradas es incluyendo un dispositivo CUFP.

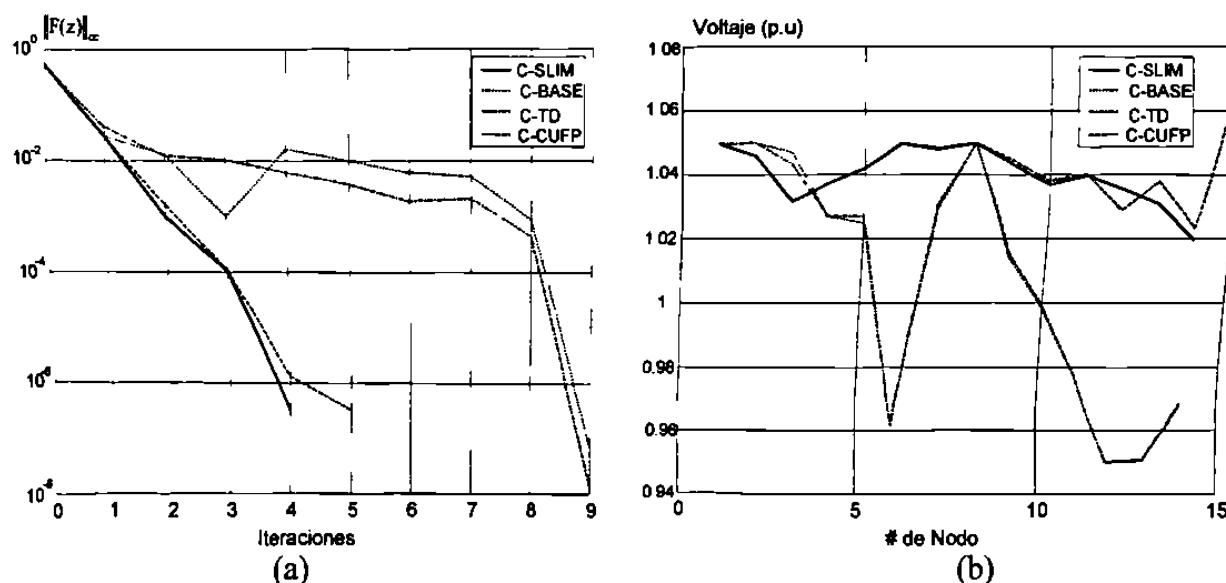


Fig.5.9(a) Característica de convergencia y (b) Magnitud de voltaje para el caso de restricción en flujo



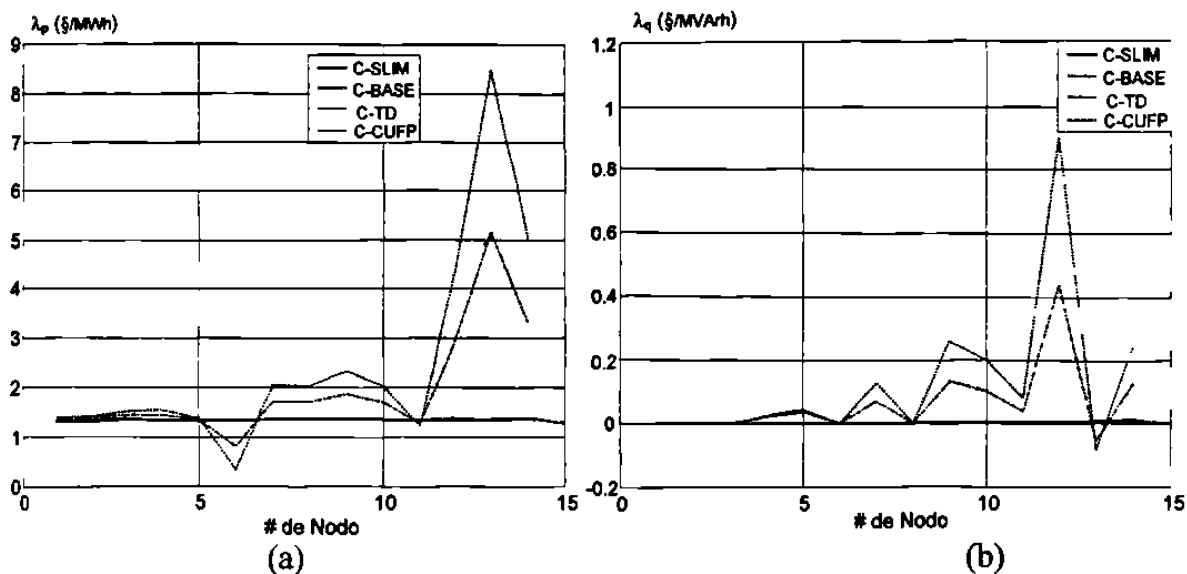


Fig.5.10(a) Multiplicadores de Lagrange para la potencia activa y (b) Multiplicadores de Lagrange para la potencia reactiva, caso de restricción en flujo

### 5.3 SISTEMA DE PRUEBA DE 118 NODOS DEL IEEE

Como se estableció, en secciones anteriores, el algoritmo implementado permite resolver redes de gran escala al hacer uso de técnicas de dispersidad eficientes. En este caso se utiliza el sistema de 118 nodos del IEEE para mostrar la capacidad del algoritmo propuesto en la solución del problema de FOR. Se incluyen además elementos CUFP, transformadores con cambiador de tap (TCT), transformadores defasadores (TD) y condensadores síncronos. Se obtiene la solución de FOR para diferentes condiciones de operación del CUFP considerando como función objetivo el minimizar el costo total de operación y se analiza el proceso de convergencia para las condiciones de operación establecidas. Las características del sistema de 118 nodos del IEEE se resumen a continuación:

- 33 Generadores
- 21 Compensadores síncronos
- 91 Cargas
- 179 Líneas de 345 y 138 kV

- 9 Transformadores con cambiador de tap
- 12 Capacitores en derivación
- 2 Reactores en derivación

Se observó que generalmente en la solución de las diferentes condiciones de operación el conjunto activo está formado por 19 voltajes nodales en su límite superior, 17 generadores en su límite superior de potencia activa, 6 generadores en su límite superior de generación de potencia reactiva y 1 generador en su límite inferior de potencia reactiva. Este es el conjunto activo de restricciones para el caso base descrito posteriormente, para los casos restantes este conjunto no cambia significativamente.

### 5.3.1 Función objetivo: minimizar costo o minimizar pérdidas

El sistema de prueba de 118 nodos cuenta con 33 generadores, los cuales participan para abastecer la demanda del sistema en determinada condición operativa, y para el problema de FOR es posible operar el sistema considerando dos criterios: el minimizar el costo total de operación o el minimizar las pérdidas en el sistema; la Tabla 5.6 muestra el resumen de generación, las pérdidas y el costo de operación.

Tabla 5.6 Solución del sistema de 118 nodos del IEEE para diferentes funciones objetivo.

Función Objetivo	Generación		Carga		Pérdidas (MW)	Costo (\$/h)
	MW	MVAr	MW	MVAr		
minimizar costo	3,742.41	240.46	3,668.00	1,437.99	74.41	5,438.71
minimizar pérdidas	3,702.85	61.93	3,668.00	1,437.99	34.85	8,076.63

Como se muestra en la Tabla 5.6, los resultados de FOR para cada función objetivo son diferentes, cada resultado cumpliendo con el objetivo establecido. Para el caso de minimizar pérdidas de potencia activa se tiene un costo de operación más elevado comparado con el caso de minimizar el costo de operación, pero con la reducción de 39.56 MW en pérdidas.

### **5.3.2 Efecto de los elementos TCT, TD y CUFP en el sistema de prueba de 118 nodos del IEEE**

Para la simulación de los condensadores síncronos en el sistema de 118 nodos del IEEE se fija la potencia activa de generación en un valor cero. El sistema de prueba cuenta con 9 transformadores con cambiador de tap, para este caso de estudio 5 de ellos se consideran transformadores con cambiador de tap (TCT) y dos transformadores defasadores (TD), adicionalmente se incluyen 2 elementos CUFP. Para los elementos CUFP se analizan dos formas de operación: una al fijar el flujo de potencia en la línea de transmisión y otra al mantener el nivel de voltaje en valores previamente especificados. En el caso de especificar el flujo por los dos elementos CUFP se establecen los valores respecto al caso base para uno de ellos de  $-48.7$  MW a  $-80$  MW y para el segundo de  $8.25$  MW a  $30$  MW; en el flujo de potencia activa en la línea de transmisión, pero con la condición de mantener el mismo valor para el flujo de potencia reactiva y el nivel de voltaje en el nodo de envío.

Se establecen tres casos de estudio:

**Caso C-Base:** Para este caso el sistema de prueba considera las especificaciones descritas en los datos del Apéndice D, sin ninguna modificación.

**Caso T-CUFP-F:** En este caso se incluyen 2 elementos CUFP, 5 TCT y 2 TD, donde el elemento CUFP tiene la función de controlar el flujo de potencia y la magnitud de voltaje según los valores especificados en el párrafo anterior.

**Caso T-CUFP-L:** Este caso es similar al caso T-CUFP-F, la diferencia es que los elementos CUFP no tienen ninguna restricción de control sobre el flujo de potencia, ni en la magnitud de voltaje. En este caso los elementos CUFP agregan variables adicionales al problema de FOR para cumplir con la función objetivo y permiten contar con una región de factibilidad mayor [12].

En la Fig. 5.11(a) se muestra la característica de convergencia para el sistema de prueba de 118 nodos, tiene un comportamiento suave y se llega a cumplir el criterio de convergencia en 7 iteraciones; con una tolerancia de  $\varepsilon = 1 \times 10^{-5}$ ; lo cual sucede para los tres casos de estudio planteados. Las condiciones impuestas por los elementos CUFP en la red eléctrica tienen una misma distribución de la generación de potencia activa, Figura 5.11(b), aún cuando difieren a las del caso base; implicando que las condiciones son tratadas localmente por medio de las fuentes de voltaje que modelan al elemento CUFP, es decir, las condiciones impuestas sobre la red de transmisión no son controladas por el cambio en generación de las unidades.

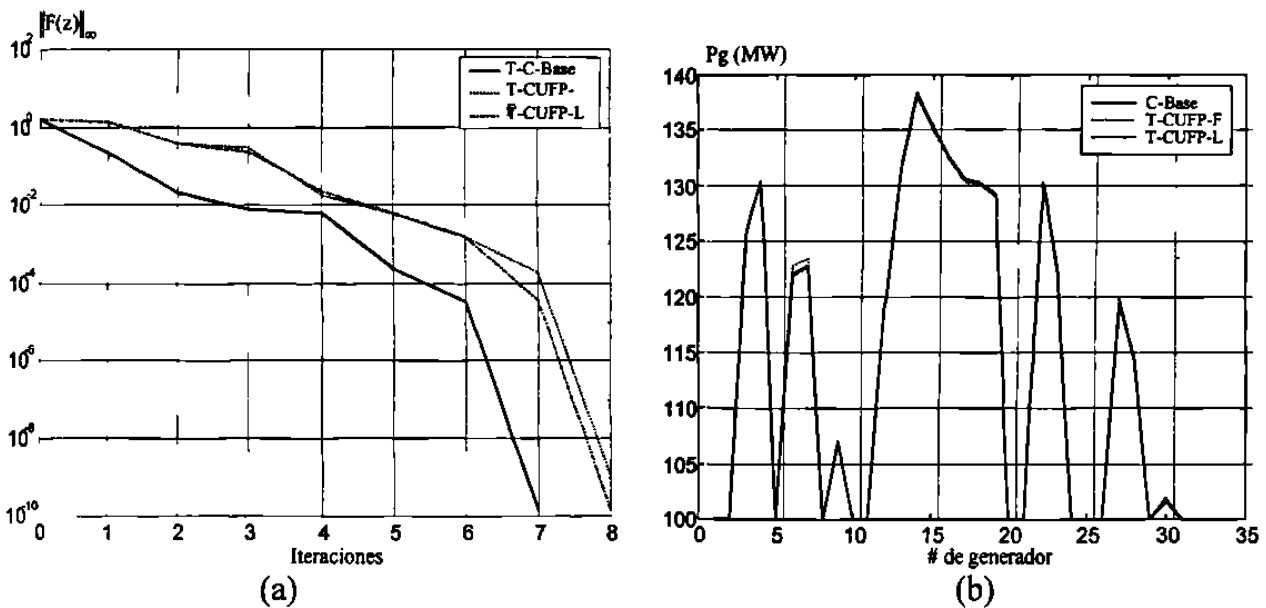


Fig. 5.11 (a) Característica de convergencia y (b) Distribución de la potencia activa de generación para el sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD.

En la Figura 5.12 y en la Figura 5.13 se muestra la información resultante en la solución del problema de FOR, donde se observa que los elementos CUFP tienen efecto en una zona específica (Nodo 21-22 y Nodo 101-102). Así, la condición del sistema de potencia es prácticamente la misma al controlar el flujo de potencia por rutas previamente establecidas.

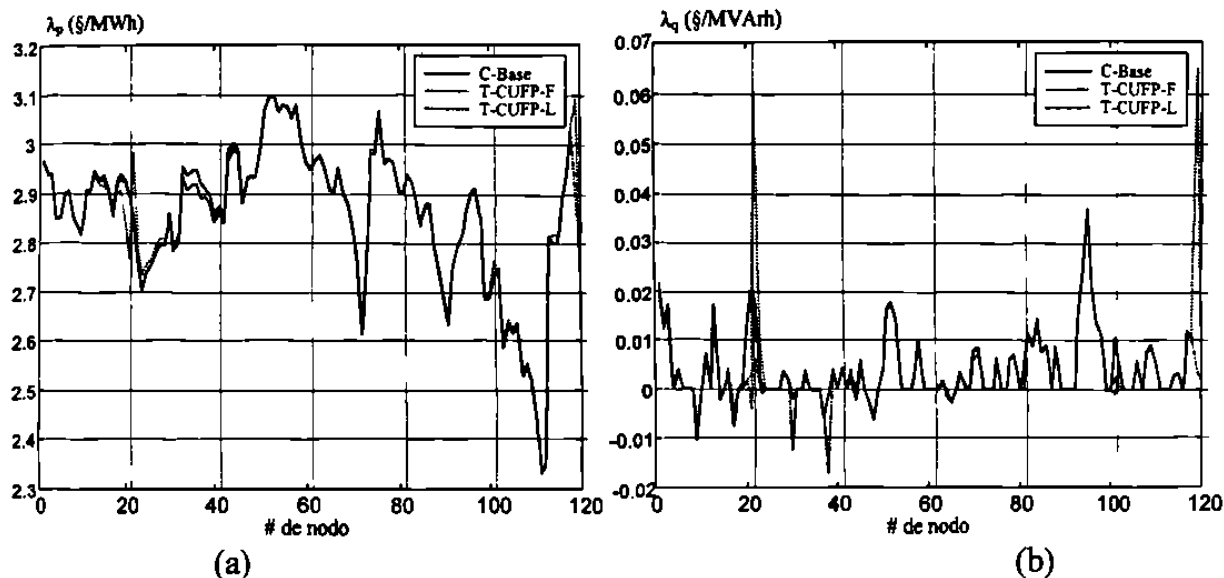


Fig. 5.12 Multiplicadores de Lagrange asociados al (a) balance de potencia activa y (b) potencia reactiva, sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD.

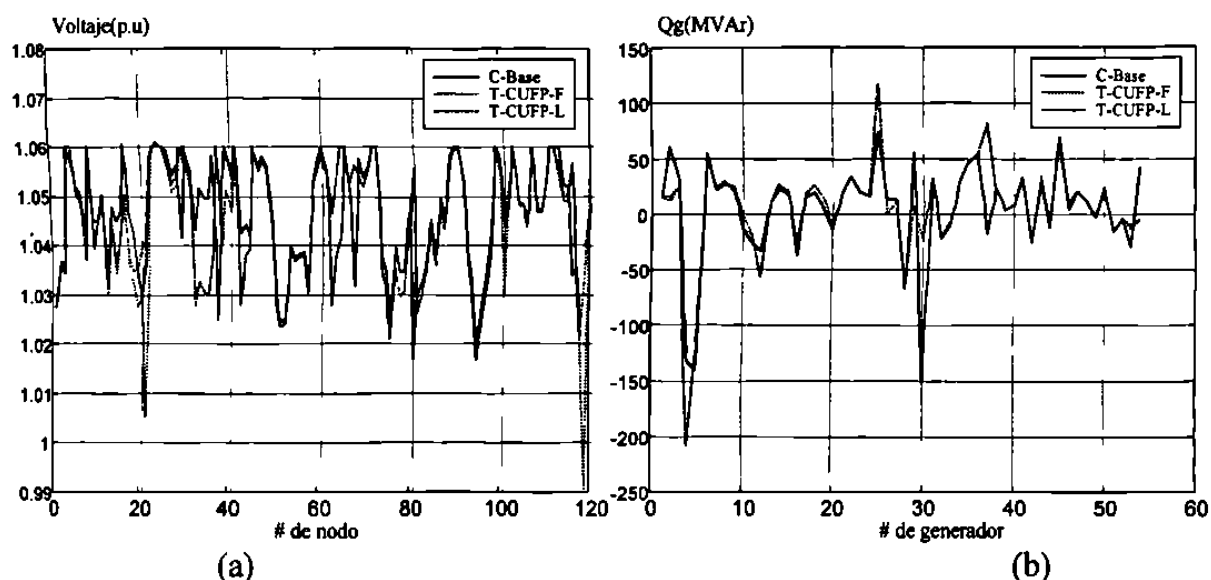


Fig. 5.13 (a) Perfil de voltaje y (b) Potencia reactiva de generación, sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD.

En la Tabla 5.7 se muestra un resumen para las tres condiciones de operación establecidas, donde la condición más económica es T-CUFP-L, y la condición con mayor costo es la T-CUFP-F, seguramente por las restricciones impuestas en la red de transmisión. En este caso no es considerable el aumento en costo, considerando la condición establecida por los elementos CUFP. De no contar con los elementos CUFP y se desea lograr las mismas condiciones operativas en el sistema, resultaría en un costo elevado en caso de que la condición sea factible.

Tabla 5.7 Resumen de la solución del sistema de 118 nodos del IEEE, incluyendo elementos CUIP, TCT y TD.

	C-Base	T-CUIP-F	T-CUIP-L
Generación (MW)	3,742.41	3,744.20	3,741.33
Demanda (MW)	3,668.00	3,668.00	3,668.00
Pérdidas (MW)	74.411	76.20	73.33
Costo Total(\$/h)	5,438.71	5,443.39	5,435.53
$\Delta C$ (\$/h), respecto al caso base		4.68	-3.18

### 5.3.3 Efecto del nivel de voltaje máximo especificado

En la formulación del problema de FOR se tienen restricciones de desigualdad dentro de las cuales se incluyen el nivel de voltaje en cada nodo del sistema, y la solución de FOR debe cumplir con tal restricción. A continuación se plantea el tener diferentes niveles de voltaje máximo especificado. Para observar su efecto se plantean dos casos de estudio:

**Caso Base (C-Base):** Se especifica el nivel de voltaje máximo en 1.06 p.u para todos los nodos del sistema, incluyendo los nodos generadores y los nodos con compensadores conectados.

**Caso de voltaje modificado (C-V):** Para esta condición el nivel máximo permitido en la solución de FOR es de 1.0 p.u. para todos los nodos del sistema.

Para los casos establecidos se obtiene la solución del problema de FOR. En la Figura 5.14(a) se muestra el perfil de voltaje en el sistema, el cual no sobrepasa el valor máximo especificado. En la solución de estos dos casos la generación de potencia reactiva es ligeramente mayor al especificar un nivel máximo de voltaje de 1.0 p.u., pero con la misma distribución como se muestra en la Figura 5.14(b).

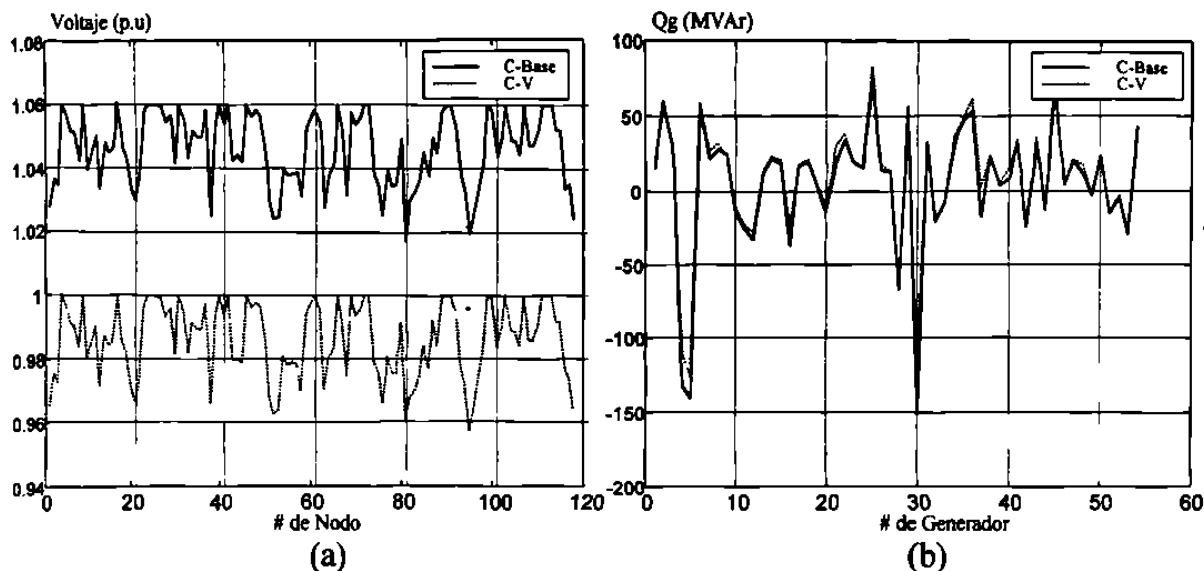


Fig. 5.14 (a) Perfil de voltaje y (b) Potencia reactiva de generación, sistema de 118 nodos del IEEE, a diferente nivel de voltaje máximo.

En la Figura 5.15 se muestran los multiplicadores de Lagrange asociados con el balance de potencia activa y los multiplicadores asociados con la potencia reactiva en cada nodo. Los multiplicadores de Lagrange representan la sensibilidad de la función objetivo respecto al cambio en la restricción en cada nodo, y en el caso de tener un nivel de voltaje máximo de 1.0 p.u. los multiplicadores  $\lambda_p$  y  $\lambda_q$  son generalmente mayores, lo que significa que cada unidad de potencia adicional en tales nodos, tendrá un costo mayor.

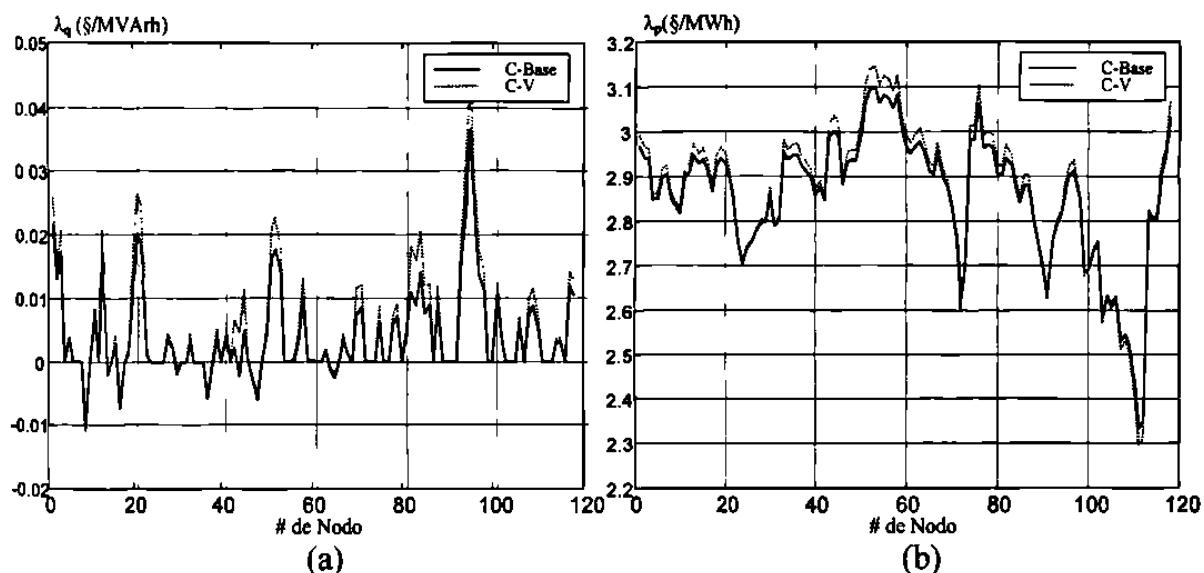


Fig. 5.15 Multiplicadores de Lagrange asociados al (a) balance nodal de potencia activa y (b) potencia reactiva, sistema de 118 nodos del IEEE, a diferente nivel de voltaje máximo.

En la Tabla 5.8 se muestra el resumen de la generación en la solución de FOR para los dos casos planteados, las pérdidas totales de potencia activa en el sistema de 118 nodos del IEEE y el costo de operación. Se puede apreciar el efecto del nivel de voltaje en la generación de potencia activa y de la potencia reactiva. Para el caso de operar a un nivel de 1.0 p.u. como valor máximo existen mayores pérdidas en la red, debido a que la potencia reactiva aportada por el efecto capacitivo en el modelo de las líneas de transmisión es menor, y esa potencia reactiva debe ser suministrada desde otro lugar electricamente remoto, y debido a este escenario el costo de operación es mayor para esta condición.

Tabla 5.8 Resumen de la generación, pérdidas y costo de operación, sistema de 118 nodos del IEEE, para diferente nivel de voltaje máximo.

	Generación		Demanda		Pérdidas (MW)	Costo (\$/h)
	MW	MVAr	MW	MVAr		
Nivel de voltaje 1.06	3,742.41	240.46	3,668.00	1,437.99	74.41	5,438.71
Nivel de voltaje 1.00	3,750.76	448.21	3,668.00	1,437.99	82.76	5,464.99

## 5.4 RESUMEN

En el presente capítulo se han presentado resultados de estudio sobre el sistema de 14 y 118 nodos del IEEE, los cuales se han establecido como estándar para la solución de flujos de carga. Se agregó información adicional necesaria para la solución del problema de FOR. Para los casos de estudio se establecen diversas condiciones de operación, las cuales muestran el efecto de los dispositivos CUPF, TCT y TD en la operación económica y en el caso de desear minimizar pérdidas.

Para el sistema de 14 nodos del IEEE se muestra la diferencia de considerar dos criterios de operación como lo son: operar a costo mínimo o buscar la condición de pérdidas mínimas, además de incluir elementos CUPF, TCT y TD en la red de transmisión. En particular el elemento CUPF tiene la capacidad de controlar el flujo de potencia, además de controlar la magnitud de voltaje en terminales o una combinación de las acciones de control



anteriores. Se incluye un elemento CUFP para el control de flujo y relajar restricciones activas en líneas de transmisión sin cambios en la generación por lo cual incluir un dispositivo de este tipo en estas condiciones lleva a un menor costo de operación comparado con el caso de no tener controles adicionales.

Para el sistema de prueba de 118 nodos del IEEE, se observa el impacto de considerar una función objetivo: por un lado minimizar el costo de operación o el minimizar las pérdidas en el sistema mostrando cambios significativos en el costo. Se incluyen elementos CUFP, TCT y TD para dos condiciones de operación de los elementos CUFP. En esta red de estudio se establece la posibilidad de operar el sistema en diferentes niveles de voltaje máximo para lo cual se observa el impacto en los costos incrementales nodales y en las pérdidas en el sistema. Se discutió el significado de los multiplicadores de Lagrange, asociados a las restricciones de potencia activa o de potencia reactiva, así como a las restricciones operativas de los elementos de control como el CUFP.

## **CAPITULO 6**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **6.1 CONCLUSIONES**

En este capítulo se presentan las conclusiones generales sobre el problema de flujos óptimos y se puntualiza sobre la formulación presentada en este trabajo de investigación. Se enumeran las aportaciones que el autor considera más relevantes, para concluir con las recomendaciones sobre posibles trabajos futuros.

##### **6.1.1 Sobre el problema de Flujos Óptimos**

- La característica de convergencia del método de Newton para resolver el problema de FOR es directamente afectada por el algoritmo utilizado para la detección del conjunto activo de restricciones de desigualdad en la solución.
- La selección del conjunto activo de restricciones está basada en la severidad de la violación, por lo que es conveniente calcular un índice de violación con el fin de agregar o quitar la restricción del conjunto activo. El valor especificado EF o RF es un umbral de decisión para incluir o relajar las restricciones, este criterio afecta la característica de convergencia.
- La dimensión del sistema de ecuaciones a resolver, en cada iteración del método de Newton, cambia conforme se activan o desactivan las restricciones de desigualdad.
- En el algoritmo utilizado en este trabajo no es necesario implementar un lazo interno utilizado en otras formulaciones reportadas en la literatura técnica para detectar las

restricciones activas en cada iteración, por lo cual se reduce la carga computacional del algoritmo propuesto.

- La solución del problema de FO no depende del voltaje especificado en los nodos generadores, ya que es seleccionado de acuerdo a la función objetivo utilizada.

### **6.1.2 Sobre la formulación desarrollada**

- La formulación establecida en este trabajo tiene la posibilidad de incluir elementos CUFP, TCT y TD, aumentando las variables de control, cumpliendo con la función objetivo y las restricciones establecidas.
- El modelo del elemento CUFP utilizado para la formulación del problema de FOR presenta buenas características de convergencia al incluirlo en la red de transmisión, para diferentes condiciones de operación en los sistemas de prueba; de 14 y 118 nodos del IEEE.
- El elemento CUFP es capaz de controlar el flujo de potencia, además del voltaje en terminales, de manera económica ó con las menores pérdidas totales en el sistema según sea la función objetivo. También es capaz de manejar una combinación de las diferentes formas de operación para el elemento CUFP.
- El elemento CUFP es capaz de relajar restricciones activas de flujo de potencia, sin cambios en la generación, por lo tanto esta condición es más económica respecto a la condición de no tener controles adicionales. La interpretación es que la inclusión del CUFP en el sistema incrementa la región de factibilidad.

- La formulación de FO, en forma rectangular, presenta buenas características de convergencia para los diferentes casos estudiados en este trabajo y sobre los sistemas de 14 y 118 nodos del IEEE, incluyendo dispositivos FACTS.
- En los casos de prueba se observó que el control del flujo por el elemento CUIFP no afecta significativamente la distribución de la potencia de generación en el sistema, el control del flujo es manejado por las fuentes de voltaje que forman parte del modelo del CUIFP.
- El agregar elementos TCT y TD en el problema de FOR lleva a un menor costo de operación y por lo tanto a tener menores pérdidas de potencia activa. Estos dispositivos agregan variables de control al problema, las cuales se ajustan para cumplir con la función objetivo y las restricciones impuestas.

## 6.2 APORTACIONES DE LA TESIS

La aparición y el diseño de nuevos dispositivos de transmisión o de control de potencia en los sistemas eléctricos requiere desarrollar modelos. Los requerimientos de estos modelos es que se puedan utilizar en los diferentes estudios en el análisis y la planeación de los SEP's con el propósito de tener las herramientas necesarias para el estudio de estos dispositivos en el sistema eléctrico. En el presente trabajo se reportan modelos que son usados para el análisis en estado estable, pero se incluyen criterios económicos y de seguridad para el sistema eléctrico de potencia.

Las aportaciones de este trabajo de tesis se considera que son:

- La presentación y el planteamiento del problema de FOR considerando como función objetivo el minimizar el costo de operación o minimizar la suma de la generación; que se interpreta como solución al problema de pérdidas mínimas.

- El establecer un procedimiento para seleccionar el conjunto de las restricciones de desigualdad activas en la solución; así como criterios para incluirlas o desactivarlas dentro del conjunto de restricciones activas durante la solución.
- El desarrollo de modelos para los elementos CUFP, TCT y TD en forma rectangular, para ser incluidos en el problema de FOR.
- La formulación del problema de FOR y la deducción de las condiciones de optimalidad, incluyendo elementos CUFP, TCT y TD en forma rectangular, y el resolver el problema no-lineal resultante por el método iterativo de Newton.
- La implementación y el desarrollo del algoritmo propuesto en esta tesis para la solución del problema de FOR en lenguaje Visual C++, utilizando rutinas eficientes para el manejo de dispersidad durante la solución del sistema de ecuaciones, en las iteraciones del método de Newton.

### **6.3 RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS**

- Se debe considerar el tener funciones multiobjetivo, las cuales puedan considerar el corte de carga y el costo de la potencia reactiva, incluyendo dispositivos FACTS.
- Se propone extender el problema de FOR, de manera que se pueda asignar un factor costo a la potencia reactiva en el SEP (costo equivalente de la potencia reactiva), y analizar el impacto de los dispositivos FACTS en la determinación dicho costo.
- Se debe analizar la posible extensión, de la formulación propuesta en este trabajo, para incluir aspectos relacionados con mercados de energía, considerando que están presentes en el sistema, los dispositivos FACTS.

- Se debe trabajar en un algoritmo que pueda identificar las condiciones de infactibilidad del problema de FOR y que sugiera la relajación de las restricciones adecuadas con el fin de obtener una solución modificada, pero que sea factible.
- Se debe buscar una propuesta o criterio para coordinar las fuentes de reactivos disponibles en el sistema de potencia de una manera óptima, cumpliendo con criterios de seguridad, para lo cual pueden incluirse los dispositivos FACTS.
- La determinación del orden de eliminación para la factorización de la matriz  $W(z)$  requiere de un gran esfuerzo computacional, por lo cual, se recomienda usar técnicas que permitan calcular el orden solamente una vez; lo anterior se sugiere debido al cambio de dimensión de la matriz  $W(z)$ , al incluirse o desactivarse alguna restricción de desigualdad.
- En la formulación de FOR es posible agregar restricciones adicionales que reflejen la política de operación de varias compañías eléctricas que formen un "pool"; por lo que se recomienda extender la formulación propuesta y considerar restricciones asociadas a emisiones contaminantes.
- Se debe proseguir con el desarrollo de modelos de otros dispositivos FACTS en coordenadas rectangulares a fin de ser evaluados e incluirlos en el problema de FOR; como son por ejemplo: los compensadores estáticos de VARs (CEVs), capacitor serie controlado por tiristores (CSCT), reactor controlado por tiristores (RCT), compensador estático síncrono (CES).

## REFERENCIAS

- [1] A. Monticelli, W. E. Liu, "Adaptative Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow," *IEEE TPS*, Vol. 7, No. 1, pp. 334-342, February, 1992.
- [2] A. Monticelli, M. V. F. Pereira, S. Granville "Security-Constrained Optimal Power Flow with Post-contingency Corrective Rescheduling," *IEEE-Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 1, February, 1987, pp. 175-182.
- [3] Milan Bjelogrić, Milan S. Calović, Borivoje S. Babić., "Application of Newton's Optimal Power Flow in Voltage/Reactive Power Control," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, No. 4, November 1990, pp. 1447-1453.
- [4] A. Nabavi-Niaki, M. R. Iravani, "Steady-state and Dynamic Models of Unified Power Flow Controller (UPFC) for Power System Studies," *IEEE-Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 4, November, 1996, pp. 1937-1949.
- [5] A-A. Edris, "Proposed Terms and Definitions for Flexible ac Transmission System (FACTS)," *IEEE-Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 4, October, 1997, pp. 1848-1853.
- [6] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, *Power Generation Operation and Control*, Second Edition, 1996, Wiley Interscience.
- [7] C. R. Fuerte-Esquivel, E. Acha, "Unified Power Flow Controller: A Critical Comparison of Newton-Raphson UPFC Algorithms in Power Flow Studies", *IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.* Vol. 144, No. 5, September, 1998. pp.437-444.
- [8] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes, and W. F. Tinney, "Optimal Power Flow by Newton Approach," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-103, No.10, pp. 2864-2880, October, 1984.
- [9] E. Luenberger, *Programación Lineal y no Lineal*, Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- [10] Edvina Uzunovic, Claudio A. Cañizares, John Reeve, "Fundamental Frequency Model of Unified Power Flow Controller," North American Power Symposium (NAPS), Cleveland, Ohio, October, 1998.
- [11] F. Tinney, D. I. Sun, *Optimal Power Flow: Research and Code Development*, EPRI, Research Project 1724-1, Final Report, February, 1987.

- [12] F. D. Galiana, K. Almeida, M. Toussaint, J. Gdriffin, D. Atanackovic, B. T. Ooi, D. T. McGillis, "Assessment and control of the impact of FACTS devices on power system performance," *IEEE-Trans. on Power Systems*, Vol.11, No. 4, November, 1996, pp. 1931-1936.
- [13] G. Alcaraz, M. M. Martínez, J. H. T. Hernández, "Comparison of Alternatives for the Inclusion of Real Power Flow Constraints in Optimal Power Flow by Newton's Method," *28th North American Power Symposium*, Boston, Mass., November, 1997.
- [14] G. Gutiérrez A., Método de Newton para Resolver Problemas de Flujos Optimos: Aplicación a la Evaluación de Acceso a la Transmisión en Transacciones a Corto Plazo, Tesis de Maestría , Instituto Tecnológico de Morelia, Diciembre, 1996.
- [15] G. Shaoyun, T. S. Chung, "Optimal Active Power Flow Incorporating FACTS Devices with Power Flow Control Constraints", *Electrical Power & Energy Systems*, Vol. 20, No. 5, pp. 321-326, 1998
- [16] S. Y. Ge, T. S. Chung, "Optimal Active Power Flow Incorporating Power Flow Control Needs in Flexible AC Transmission Systems," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 738-744, May, 1999.
- [17] Yasuo Morioka, Masanao Kato, Yasuhiro Mishima, Yoshiki Nakachi, Minoru Asada, Katsuhisa Tokuhara, "Implementation of Unified Power Flow Controller and Verification for Transmission Capability Improvement," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 14, No. 2, pp. 575-581, May, 1999.
- [18] G. N. Taranto, L. M. V. G. Pinto, M. V. F. Pereira, "Representation of FACTS Devices in Power System Economic Dispatch", *IEEE Trans*, Vol. 7, No. 2, May 1992, pp. 572-576.
- [19] Gamal A. Maria, J. A. Findlay, "A Newton Optimal Power Flow Program For Ontario Hydro EMS," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PWRS-2, No. 3, pp. 576-584, August, 1987.
- [20] H. Chowdhury, Saifur Rahman, "A Review of Recent Advances in Economic Dispatch," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 5, No. 4, pp. 1248-1259, November, 1990.
- [21] H. W. Kuhn, A. W. Tucker, "Nonlinear Programming," *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, pp. 481-493, University of California Press, 1951.
- [22] H. Ambriz-Pérez, E. Acha, C. R. Fuerte-Esquivel, A. De la Torre, "Incorporation of a UPFC Model in an Optimal Power Flow Using Newton's Method", *IEE Proc-Gener. Transm. Distrib.* Vol. 145, No. 3, May, 1998.



- [23] H. H Happ, "Optimal Power Dispatch – a Comprehensive Survey," *IEEE Trans. PAS*, Vol. PAS-96, No. 3, May/June, 1977, pp. 841-853.
- [24] H. W. Dommel, W. F. Tinney, "Optimal Power Flow Solutions," *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, Vol. PAS-87, October, 1968, pp. 1866-1876.
- [25] J. F. Dopazo, O. A. Klitin, G. W. Stagg, M. Watson, "An Optimization Technique for Real and Reactive Power Allocation," *Proc. of the IEEE*, Vol. 55, No. 11, 1967, pp. 1877-1885.
- [26] J. J. Grainger, W. D. Stevenson, *Power System Analysis*, International Edition, 1994, McGraw-Hill.
- [27] K. Zollenkopf, "Bi-Factorization: Basic Computational Algorithm and Programming Techniques", In *Large Sparse Sets of Linear Equations*, Academic Press, 1971, pp. 76-96.
- [28] Katia C. Almeida, Francisco D. Galiana, "Critical Cases in The Optimal Power Flow," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 11, No. 3, August 1996, pp. 1509-1518.
- [29] L. Gyugyi, T. R. Rietman, A. Edris, C. D. Schauder, D. R. Torgerson, S. L. Williams, "The Unified Power Flow Controller a New Approach to Power Transmission Control," *IEEE-Trans. on Power Delivery*, Vol. 10, No. 2, April, 1995, pp. 1085-1097.
- [30] L. Torres, V. H. Quintana, G. L Torres, "Optimal Power Flow in Rectangular Form Via an Interior Point Method," *28th North American Power Symposium*, Boston, Mass. November, 1997.
- [31] M. Huneault, F. D. Galiana, "A Survey of the Optimal Power Flow Literature," *IEEE-Trans. on Power Systems*, Vol. 6. No. 2, May, 1991, pp. 762-770.
- [32] M. Madrigal M, *Formulación Unificada de Coordinación Hidrotérmica de Corto Plazo Utilizando Modelos Detallados*, Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Diciembre, 1996.
- [33] M. Madrigal, L. Coria "Uso de Asignación Dinámica de Memoria para el Manejo y Solución de Sistemas de Ecuaciones Lineales Dispersas," *Memorias RVP'96*, IEEE Sección México, Julio, 1996., Acapulco Gro.
- [34] M. Noroozian, L. Angquist, M. Ghandhari, G. Andersson, "Use of UPFC for Optimal Power Flow Control," *IEEE-Trans. on Power Delivery*, Vol. 12, No. 4, October, 1997, pp. 1629-1634.
- [35] R. Divi, H. K. Kesavan, "A Shifted Penalty Function Approach for Optimal Load-Flow," *IEEE-Trans. on Power Systems*, Vol. PAS-101, No. 9, September, 1982, pp. 3502-3512.
- [36] R. C. Burchett, H. H. Happ, K. A. Wirgau, "Large Scale Optimal Power Flow," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. PAS-101, No. 10, October, 1982, pp. 3722-3732.

- [37] S. Chávez, S. Acha Daza, "Manejo de Restricciones en Flujos Optimos por el Método de Newton en Coordenadas Rectangulares," VIII Congreso Interuniversitario de Electrónica, Computación y Eléctrica, CIECE'98, Durango, Dgo., Marzo, 1998.
- [38] S. Chávez N, *Flujos Optimos en Coordenadas Rectangulares Resuelto por el Método de Newton: Comparación con la Forma Polar*, Tesis de Licenciatura, Instituto Tecnológico de Morelia, Agosto, 1997.
- [39] S. Chávez, G. Alcaraz, M. M. Martínez, J. H. T. Hernández, "Flujos Optimos en Coordenadas Rectangulares Resuelto por el Método de Newton," Memorias RVP'97, IEEE Sección México, Julio, 1997, Acapulco Gro.
- [40] S. Chávez, M. Madrigal, G. Alcaraz, H. T. Hernández, "Optimal Power Flow Problem in Rectangular Coordinates Solved by Newton's Method," IASTED International Conference on High Technology in the Power Industry, October, 1997, Orlando Florida.
- [41] Sasson A. M., Vilorio F., Aboytes F., "Optimal Load Flow Solution Using the Hessian Matrix," *IEEE Trans. on Power Systems*, Vol. 92, No. 1, pp. 31-41, 1973.
- [42] T. N. Saha A. Maitra, "Optimal Power Flow Using the Reduced Newton Approach in Rectangular Coordinates," *IEE Proc. C*, 1998, 144, (5), pp. 383-389.
- [43] W. F. Tinney, J. W. Walker, "Direct Solutions of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization", *Proceedings of the IEEE*, Vol 55, No 11, November, 1967.
- [44] Ying-Yi Hong, "Investigation of Factors Causing Slow Convergence in Newton Optimal Power Flow", *Electric Power Systems Research*, 1994, pp. 153-162.
- [45] L. Gyugyi, "Dynamic Compensation of AC Transmission Lines by Solid-State Synchronous Voltage Sources", Presented at IEEE 1993 Summer Meeting, Paper No. 93 SM 434-1 PWRD.
- [46] Ronald L. Rardin, *Optimization in Operations Research*, Prentice-Hall, Inc. 1998.
- [47] J. Carpentier, "Contribution a l'étude du Dispatching Economique," *Bull. Soc. Fr. Elec. Ser. B3*, pp. 431-447, 1962.
- [48] R. Mihalic, et.al, "Improvement of Transient Stability Using a Unified Power Flow Controller", Presented at IEEE Winter Meeting, Paper 95 WM 269-1 PWRD.
- [49] D.I. Sun, T. Hu, G. Lin, C. Lin, C. Chen, "Experiences with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System," IEEE/PES Summer Meeting, San Francisco, California, July 12-17, 1987.

## **APENDICE A**

**ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE SEGUNDAS DERIVADAS  $W(z)$ ,  
INCLUYENDO ELEMENTOS CUFP, TCT Y TD**

### A.1 Segundas derivadas del Lagrangiano necesarias para formar la matriz $W(z)$

Derivadas de (3.15) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial e_m} = \frac{\partial P_i}{\partial e_m} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial f_m} = \frac{\partial P_i}{\partial f_m} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial P_{Gi}} = -1 \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial e_{vR}} = \frac{\partial P_i}{\partial e_{vR}} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial f_{vR}} = \frac{\partial P_i}{\partial f_{vR}} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial e_{cR}} = \frac{\partial P_i}{\partial e_{cR}} \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pi} \partial f_{cR}} = \frac{\partial P_i}{\partial f_{cR}} \quad (\text{A.7})$$

Derivadas de (3.16) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial e_m} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_m} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial f_m} = \frac{\partial Q_i}{\partial f_m} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial e_{vR}} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_{vR}} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial f_{vR}} = \frac{\partial Q_i}{\partial f_{vR}} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial e_{cR}} = \frac{\partial Q_i}{\partial e_{cR}} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qi} \partial f_{cR}} = \frac{\partial Q_i}{\partial f_{cR}} \quad (\text{A.13})$$

Derivadas de (3.17) respecto a cada variable del problema:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial e_m} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 P_{mi}}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 Q_{mi}}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{qmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 V_i^2}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{vi} + \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{li}}{\partial e_j \partial e_m} \lambda_{pli} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial f_m} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial f_m} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial f_m} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 P_{mi}}{\partial e_j \partial f_m} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 Q_{mi}}{\partial e_j \partial f_m} \lambda_{qmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{li}}{\partial e_j \partial f_m} \lambda_{pli} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial \lambda_{pli}} = \frac{\partial P_{kmi}}{\partial e_j} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial \lambda_{cdi}} = \frac{\partial P_{vR}}{\partial e_j} + \frac{\partial P_{cR}}{\partial e_j} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial \lambda_{pmi}} = \frac{\partial P_{mi}}{\partial e_j} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial \lambda_{qmi}} = \frac{\partial Q_{mi}}{\partial e_j} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial \lambda_{vi}} = \frac{\partial V_i^2}{\partial e_j} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial e_{vR}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial e_{vR}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial e_{vR}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{vRi}}{\partial e_j \partial e_{vR}} \lambda_{cdi} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial f_{vR}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial f_{vR}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial f_{vR}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{vRi}}{\partial e_j \partial f_{vR}} \lambda_{cdi} \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial e_{cR}} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial e_{cR}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial e_{cR}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 P_{mi}}{\partial e_j \partial e_{cR}} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 Q_{mi}}{\partial e_j \partial e_{cR}} \lambda_{qmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{cRi}}{\partial e_j \partial e_{cR}} \lambda_{cdi} \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial e_j \partial f_{cR}} &= \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial f_{cR}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial f_{cR}} \lambda_{qi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 P_{mi}}{\partial e_j \partial f_{cR}} \lambda_{pmi} + \sum_{i=1}^{\text{cufp}} \frac{\partial^2 Q_{mi}}{\partial e_j \partial f_{cR}} \lambda_{qmi} \\ &+ \sum_{i=1}^{\text{copl}} \frac{\partial^2 P_{cRi}}{\partial e_j \partial f_{cR}} \lambda_{cdi} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Derivadas de (3.19) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 P_{Gi}} = \frac{\partial^2 f(P_{Gi})}{\partial^2 P_{Gi}} \quad (\text{A.35})$$

Derivadas de (3.23) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{cdi} \partial e_{vR}} = \frac{\partial P_{vR}}{\partial e_{vR}} \quad (\text{A.36})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{cdi} \partial f_{vR}} = \frac{\partial P_{vR}}{\partial f_{vR}} \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{cdi} \partial e_{cR}} = \frac{\partial P_{cR}}{\partial e_{cR}} \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{cdi} \partial f_{cR}} = \frac{\partial P_{cR}}{\partial f_{cR}} \quad (\text{A.39})$$

Derivadas de (3.24) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pm} \partial e_{cR}} = \frac{\partial P_m}{\partial e_{cR}} \quad (\text{A.40})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{pm} \partial f_{cR}} = \frac{\partial P_m}{\partial f_{cR}} \quad (\text{A.41})$$

Derivadas de (3.25) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qm} \partial e_{cR}} = \frac{\partial Q_m}{\partial e_{cR}} \quad (\text{A.42})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \lambda_{qm} \partial f_{cR}} = \frac{\partial Q_m}{\partial f_{cR}} \quad (\text{A.43})$$

Derivadas de (3.27) respecto a cada variable del problema:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 e_{vR}} = \frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial^2 e_{vR}} \lambda_{cdi} \quad (\text{A.43})$$

## A.2 Segundas derivadas del Lagrangiano donde se involucran TCT o TD

. La derivada de (3.20) respecto a cada variable del problema son:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t_{km} \partial e_j} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial e_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial e_j} \lambda_{qi} \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t_{km} \partial f_j} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial f_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial f_j} \lambda_{qi} \quad (\text{A.45})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t_{km} \partial \lambda_{pi}} = \frac{\partial P_i}{\partial t_{km}} \quad (\text{A.46})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t_{km} \partial \lambda_{qi}} = \frac{\partial Q_i}{\partial t_{km}} \quad (\text{A.47})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 t_{km}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 t_{km}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 t_{km}} \lambda_{qi} \quad (\text{A.48})$$

Derivadas de (3.21) respecto a cada variables son:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \phi_{km} \partial e_j} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} \lambda_{qi} \quad (\text{A.49})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \phi_{km} \partial f_j} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} \lambda_{qi} \quad (\text{A.50})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \phi_{km} \partial \lambda_{pi}} = \frac{\partial P_i}{\partial \phi_{km}} \quad (\text{A.51})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \phi_{km} \partial \lambda_{qi}} = \frac{\partial Q_i}{\partial \phi_{km}} \quad (\text{A.52})$$

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial^2 \phi_{km}} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 \phi_{km}} \lambda_{pi} + \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 \phi_{km}} \lambda_{qi} \quad (\text{A.53})$$

Las derivadas que no se muestran en el conjunto (A.1) a (A.53) toman un valor cero.

## **APENDICE B**

### **EXPRESIONES PARA LAS DERIVADAS DE LA POTENCIA NETA INYECTADA Y PARA POTENCIAS EN EL ELEMENTO CUFP**



## B. 1. Primeras derivadas de la potencia neta inyectada en el CUFP.

### Potencia activa

En caso de que entre los nodos “k” y “m” se conecte un elemento CUFP, ver Figura 2.8.

para  $i = "k"$  a partir de (2.30):

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_{vR}} = e_i G_{vR} + f_i B_{vR} \quad (B.1)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial f_{vR}} = -e_i B_{vR} + f_i G_{vR} \quad (B.2)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_{cR}} = e_i G_{km} + f_i B_{km} \quad (B.3)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial f_{cR}} = -e_i B_{km} + f_i G_{km} \quad (B.4)$$

para  $i = "m"$  a partir de (2.34):

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_{cR}} = e_i G_{mm} + f_i B_{mm} \quad (B.5)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial f_{cR}} = -e_i B_{mm} + f_i G_{mm} \quad (B.6)$$

### Potencia reactiva

En caso de que entre los nodos “k” y “m” se conecte un elemento CUFP.

para  $i = "k"$  a partir de (2.31):

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_{vR}} = f_i G_{vR} - e_i B_{vR} \quad (B.7)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_{vR}} = -f_i B_{vR} - e_i G_{vR} \quad (B.8)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_{cR}} = f_i G_{km} - e_i B_{km} \quad (B.9)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_{cR}} = -f_i B_{km} - e_i G_{km} \quad (\text{B.10})$$

para  $i = "m"$  a partir de (2.35):

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_{cR}} = f_i G_{mm} - e_i B_{mm} \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_{cR}} = -f_i B_{mm} - e_i G_{mm} \quad (\text{B.12})$$

## B. 2 Segundas derivadas de la potencia neta inyectada en el CUF

### Potencia activa

En caso de que entre los nodos "k" y "m" se tenga un elemento CUF.

para  $i = "k"$  a partir de (B.1) a (B.6):

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial e_{vR}} = G_{vR} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial f_{vR}} = -B_{vR} \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial e_{cR}} = G_{km} \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial e_{vR}} = B_{vR} \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial f_{vR}} = G_{vR} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial e_{cR}} = B_{km} \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial f_{cR}} = -B_{km} \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial f_{cR}} = G_{km} \quad (\text{B.20})$$

para  $i = "m"$  a partir de (B.5) a (B.6):

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial e_{cR}} = G_{mm} \quad (B.21)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial f_{cR}} = -B_{mm} \quad (B.22)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial e_{cR}} = B_{mm} \quad (B.23)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial f_{cR}} = G_{mm} \quad (B.24)$$

### Potencia reactiva

En caso de que entre los nodos "k" y "m" se tenga un elemento CUPP.

para  $i = "k"$  a partir de (B.7) a (B.10):

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial e_{vR}} = -B_{vR} \quad (B.25)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial f_{vR}} = -G_{vR} \quad (B.26)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial e_{vR}} = G_{vR} \quad (B.27)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial f_{vR}} = -B_{vR} \quad (B.28)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial e_{cR}} = -B_{km} \quad (B.29)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial f_{cR}} = -G_{km} \quad (B.30)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial e_{cR}} = G_{km} \quad (B.31)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial f_{cR}} = -B_{km} \quad (B.32)$$

para  $I = 'm'$  a partir de (B.11) a (B.12):

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial e_{cR}} = -B_{mm} \quad (B.33)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial e_{cR}} = G_{mm} \quad (B.34)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial f_{cR}} = -G_{mm} \quad (B.35)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial f_{cR}} = -B_{mm} \quad (B.36)$$

### B. 3. Primeras derivadas de la potencia en el elemento CUFP

Primeras derivadas de la potencia activa de generación de la fuente vR, a partir de

(2.18):

$$\frac{\partial P_{vR}}{\partial e_{vR}} = -2e_{vR} G_{vR} + e_k G_{vR} - f_k B_{vR} \quad (B.37)$$

$$\frac{\partial P_{vR}}{\partial e_k} = e_{vR} G_{vR} + f_{vR} B_{vR} \quad (B.38)$$

$$\frac{\partial P_{vR}}{\partial f_{vR}} = -2f_{vR} G_{vR} + f_k G_{vR} - e_k B_{vR} \quad (B.39)$$

$$\frac{\partial P_{vR}}{\partial f_k} = f_{vR} G_{vR} - e_{vR} B_{vR} \quad (B.40)$$

Primeras derivadas de la potencia activa de generación de la fuente cR, a partir de

(2.17):

$$\frac{\partial P_{cR}}{\partial e_{cR}} = 2e_{cR} G_{mm} + e_m G_{mm} - f_m B_{mm} + e_k G_{km} - f_k B_{km} \quad (B.41)$$

$$\frac{\partial P_{cR}}{\partial e_m} = e_{cR} G_{mm} + f_{cR} B_{mm} \quad (B.42)$$

$$\frac{\partial P_{cR}}{\partial e_k} = e_{cR} G_{km} + f_{cR} B_{km} \quad (B.43)$$

$$\frac{\partial P_{cR}}{\partial f_{cR}} = 2f_{cR} G_{mm} + f_m G_{mm} + e_m B_{mm} + f_k G_{km} + e_k B_{km} \quad (B.44)$$

#### B. 4. Segundas derivadas de la potencia en el elemento CUFP

Segundas derivadas de la potencia activa de generación de la fuente vR, a partir de (B.37) a (B.40):

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial^2 e_{vR}} = -2G_{vR} \quad (B.59)$$

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial e_{vR} \partial e_k} = \frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial e_k \partial e_{vR}} = G_{vR} \quad (B.60)$$

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial e_{vR} \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial f_k \partial e_{vR}} = -B_{vR} \quad (B.61)$$

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial e_k \partial f_{vR}} = \frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial f_{vR} \partial e_k} = B_{vR} \quad (B.62)$$

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial^2 f_{vR}} = -2G_{vR} \quad (B.63)$$

$$\frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial f_{vR} \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_{vR}}{\partial f_k \partial f_{vR}} = G_{vR} \quad (B.64)$$

Segundas derivadas de la potencia activa de generación de la fuente cR, a partir de (B.41) a (B.46):

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial^2 e_{cR}} = 2G_{mm} \quad (B.65)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_{cR} \partial e_m} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_m \partial e_{cR}} = G_{mm} \quad (B.66)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_{cR} \partial e_k} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_k \partial e_{cR}} = G_{km} \quad (B.67)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_{cR} \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_m \partial e_{cR}} = -B_{mm} \quad (B.68)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_{cR} \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_k \partial e_{cR}} = -B_{km} \quad (B.69)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_{cR} \partial e_m} = B_{mm} \quad (B.70)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial e_k \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_{cR} \partial e_k} = B_{km} \quad (B.71)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial^2 f_{cR}} = 2G_{mm} \quad (B.72)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_{cR} \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_m \partial f_{cR}} = G_{mm} \quad (B.73)$$

$$\frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_{cR} \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_{cR}}{\partial f_k \partial f_{cR}} = G_{mk} \quad (B.74)$$

Segundas derivadas de la potencia inyectada  $P_m$  a partir de (B.47) a (B.52):

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial^2 e_m} = 2G_{mm} \quad (B.75)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_m \partial e_k} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial e_k \partial e_m} = G_{km} \quad (B.76)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_m \partial e_{cR}} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial e_{cR} \partial e_m} = G_{mm} \quad (B.77)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_k \partial e_m} = -B_{km} \quad (B.78)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_{cR} \partial e_m} = -B_{mm} \quad (B.79)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_k \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_m \partial e_k} = B_{km} \quad (B.80)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial e_{cR} \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_m \partial e_{cR}} = B_{mm} \quad (B.81)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial^2 f_m} = 2G_{mm} \quad (B.82)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial f_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_k \partial f_m} = G_{km} \quad (B.83)$$

$$\frac{\partial^2 P_m}{\partial f_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 P_m}{\partial f_{cR} \partial f_m} = G_{mm} \quad (B.84)$$

Segundas derivadas de la potencia inyectada  $Q_m$ , a partir de (B.53) a (B.58):

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial^2 e_m} = -2B_{mm} \quad (\text{B.85})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial e_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_k \partial e_m} = -B_{km} \quad (\text{B.86})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial e_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_{cR} \partial e_m} = -B_{mm} \quad (\text{B.87})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_k \partial e_m} = -G_{km} \quad (\text{B.88})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_{cR} \partial e_m} = -G_{mm} \quad (\text{B.89})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_k \partial f_m} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial e_k} = G_{km} \quad (\text{B.90})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_{cR} \partial f_m} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial e_{cR}} = G_{mm} \quad (\text{B.91})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial^2 f_m} = -2B_{mm} \quad (\text{B.92})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_k \partial f_m} = -B_{km} \quad (\text{B.93})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_{cR} \partial f_m} = -B_{mm} \quad (\text{B.94})$$

## B.5 Derivadas necesarias para las restricciones de voltaje y flujo de potencia

Las primeras derivadas de la magnitud de voltaje al cuadrado son:

$$\frac{\partial V_k^2}{\partial e_k} = 2e_k \quad (\text{B.95})$$

$$\frac{\partial V_k^2}{\partial f_k} = 2f_k \quad (\text{B.96})$$

Segundas derivadas de la potencia inyectada  $Q_m$ , a partir de (B.53) a (B.58):

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial^2 e_m} = -2B_{mm} \quad (\text{B.85})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial e_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_k \partial e_m} = -B_{km} \quad (\text{B.86})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial e_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_{cR} \partial e_m} = -B_{mm} \quad (\text{B.87})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_k \partial e_m} = -G_{km} \quad (\text{B.88})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_{cR} \partial e_m} = -G_{mm} \quad (\text{B.89})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_k \partial f_m} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial e_k} = G_{km} \quad (\text{B.90})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial e_{cR} \partial f_m} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial e_{cR}} = G_{mm} \quad (\text{B.91})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial^2 f_m} = -2B_{mm} \quad (\text{B.92})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_k \partial f_m} = -B_{km} \quad (\text{B.93})$$

$$\frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_m \partial f_{cR}} = \frac{\partial^2 Q_m}{\partial f_{cR} \partial f_m} = -B_{mm} \quad (\text{B.94})$$

## B.5 Derivadas necesarias para las restricciones de voltaje y flujo de potencia

Las primeras derivadas de la magnitud de voltaje al cuadrado son:

$$\frac{\partial V_k^2}{\partial e_k} = 2e_k \quad (\text{B.95})$$

$$\frac{\partial V_k^2}{\partial f_k} = 2f_k \quad (\text{B.96})$$



Las segundas derivadas de la magnitud al cuadrado son:

$$\frac{\partial^2 V_k^2}{\partial^2 e_k} = 2 \quad (\text{B.97})$$

$$\frac{\partial^2 V_k^2}{\partial^2 f_k} = 2 \quad (\text{B.98})$$

Las primeras derivadas del flujo de potencia activa por la línea son:

$$P_{km} = e_k (e_k G_{km} - e_m G_{km} + f_m B_{km}) + f_k (f_k G_{km} - e_m B_{km} - f_m G_{km}) \quad (\text{B.99})$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial e_k} = 2e_k G_{km} - e_m G_{km} + f_m B_{km} \quad (\text{B.100})$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial e_m} = -e_k G_{km} - f_k B_{km} \quad (\text{B.101})$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial f_k} = 2f_k G_{km} - e_m B_{km} - f_m G_{km} \quad (\text{B.102})$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial f_m} = e_k B_{km} - f_k G_{km} \quad (\text{B.103})$$

Segundas derivadas del flujo en la línea ( $P_{km}$ ) a partir de (B.99) a (B.103).

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial^2 e_k} = 2G_{km} \quad (\text{B.104})$$

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_k \partial e_m} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_m \partial e_k} = -G_{km} \quad (\text{B.105})$$

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_k \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_m \partial e_k} = B_{km} \quad (\text{B.106})$$

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial e_m \partial f_k} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_k \partial e_m} = -B_{km} \quad (\text{B.107})$$

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial^2 f_k} = 2G_{km} \quad (\text{B.108})$$

$$\frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_k \partial f_m} = \frac{\partial^2 P_{km}}{\partial f_m \partial f_k} = -G_{km} \quad (\text{B.109})$$

## B.6 Derivadas de las potencias netas inyectadas en líneas.

Primeras derivadas de la potencia neta inyectada (potencia activa) a partir de (2.27):

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_m} = e_i G_{im} + f_i B_{im} \quad (\text{B.110})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial e_i} = e_i G_{ii} + a_i + f_i B_{ii} \quad (\text{B.111})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial f_m} = -e_i B_{im} + f_i G_{im} \quad (\text{B.112})$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial f_i} = -e_i B_{ii} + f_i G_{ii} + b_i \quad (\text{B.113})$$

Primeras derivadas de la potencia neta inyectada (potencia reactiva) a partir de (2.28):

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_m} = f_i G_{im} - e_i B_{im} \quad (\text{B.114})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial e_i} = f_i G_{ii} - e_i B_{ii} - b_i \quad (\text{B.115})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_m} = -f_i B_{im} - e_i G_{im} \quad (\text{B.116})$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial f_i} = -f_i B_{ii} + a_i - e_i G_{ii} \quad (\text{B.117})$$

Segundas derivadas de la potencia neta inyectada (potencia activa) a partir de (B.110) a (B.113):

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_m \partial e_j} = \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_j \partial e_m} = G_{im} \quad (\text{B.118})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial e_m \partial f_j} = \frac{\partial^2 P_i}{\partial f_j \partial e_m} = B_{im} \quad (\text{B.119})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_m \partial e_i} = \frac{\partial^2 P_i}{\partial e_i \partial f_m} = -B_{im} \quad (\text{B.120})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial f_m \partial f_i} = \frac{\partial^2 P_i}{\partial f_i \partial f_m} = G_{im} \quad (\text{B.121})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 e_i} = 2G_{ii} \quad (\text{B.122})$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 f_i} = 2G_{ii} \quad (\text{B.123})$$

Segundas derivadas de la potencia neta inyectada (potencia reactiva) a partir de (B.114) a (B.117):

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_m \partial e_j} = \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_j \partial e_m} = -B_{im} \quad (\text{B.124})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_m \partial f_j} = \frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_j \partial e_m} = G_{im} \quad (\text{B.125})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_m \partial e_i} = \frac{\partial^2 Q_i}{\partial e_i \partial f_m} = -G_{im} \quad (\text{B.126})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_m \partial f_i} = \frac{\partial^2 Q_i}{\partial f_i \partial f_m} = -B_{im} \quad (\text{B.127})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 e_i} = -2B_{ii} \quad (\text{B.128})$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 f_i} = -2B_{ii} \quad (\text{B.129})$$

## **APENDICE C**

### **DERIVADAS DE LA POTENCIA NETA INYACTADA AL INCLUIR TCT Y/O TD EN EL SISTEMA DE POTENCIA**

### C.1 Primeras derivadas de la potencia neta inyectada para los nodos de un TCT o TD

Las derivadas de la potencia neta inyectada, para los nodos k y m donde se encuentra conectado un transformador con cambiador de tap o un transformador defasador son:

$$\frac{\partial P_k}{\partial t_{km}} = e_k \frac{\partial a_k}{\partial t_{km}} + f_k \frac{\partial b_k}{\partial t_{km}} \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial t_{km}} = f_k \frac{\partial a_k}{\partial t_{km}} - e_k \frac{\partial b_k}{\partial t_{km}} \quad (C.2)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial \phi_{km}} = e_k \frac{\partial a_k}{\partial \phi_{km}} + f_k \frac{\partial b_k}{\partial \phi_{km}} \quad (C.3)$$

$$\frac{\partial Q_k}{\partial \phi_{km}} = f_k \frac{\partial a_k}{\partial \phi_{km}} - e_k \frac{\partial b_k}{\partial \phi_{km}} \quad (C.4)$$

### C.2. Primeras derivas de los términos “a” y “b” para las derivadas de la potencia neta inyectada

Las primeras derivadas de a y b para el caso de calcular el balance en el nodo k o m donde se conecta un TCT o TD.

$$\frac{\partial a_k}{\partial t_{km}} = e_k \frac{\partial G_{kk}}{\partial t_{km}} - f_k \frac{\partial B_{kk}}{\partial t_{km}} + e_m \frac{\partial G_{km}}{\partial t_{km}} - f_m \frac{\partial B_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial a_m}{\partial t_{km}} = e_k \frac{\partial G_{mk}}{\partial t_{km}} - f_k \frac{\partial B_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial b_k}{\partial t_{km}} = f_k \frac{\partial G_{kk}}{\partial t_{km}} + e_k \frac{\partial B_{kk}}{\partial t_{km}} + f_m \frac{\partial G_{km}}{\partial t_{km}} + e_m \frac{\partial B_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.7)$$

$$\frac{\partial b_m}{\partial t_{km}} = f_k \frac{\partial G_{mk}}{\partial t_{km}} + e_k \frac{\partial B_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial a_k}{\partial \phi_{km}} = e_m \frac{\partial G_{km}}{\partial \phi_{km}} - f_m \frac{\partial B_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial a_m}{\partial \phi_{km}} = e_k \frac{\partial G_{mk}}{\partial \phi_{km}} - f_k \frac{\partial B_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.10)$$

$$\frac{\partial b_k}{\partial \phi_{km}} = f_m \frac{\partial G_{km}}{\partial \phi_{km}} + e_m \frac{\partial B_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.11)$$

$$\frac{\partial b_m}{\partial \phi_{km}} = f_k \frac{\partial G_{mk}}{\partial \phi_{km}} + e_k \frac{\partial B_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.12)$$

#### C. 4 Primeras derivadas de las admitancias

Las primeras derivadas de las admitancias presentes en la conexión de un transformador con cambio de tap o en un transformador defasador.

$$\frac{\partial G_{kk}}{\partial t_{km}} = \frac{-2g_{km}}{t_{km}^3} \quad (C.13)$$

$$\frac{\partial B_{kk}}{\partial t_{km}} = \frac{-2b_{km}}{t_{km}^3} \quad (C.14)$$

$$\frac{\partial G_{km}}{\partial t_{km}} = \frac{g_{km}}{t_{km}^2} \quad (C.15)$$

$$\frac{\partial B_{km}}{\partial t_{km}} = \frac{b_{km}}{t_{km}^2} \quad (C.16)$$

$$\frac{\partial G_{kk}}{\partial \phi_{km}} = 0 \quad (C.17)$$

$$\frac{\partial B_{kk}}{\partial \phi_{km}} = 0 \quad (C.18)$$

$$\frac{\partial G_{km}}{\partial \phi_{km}} = b_{km} \cos \phi_{km} + g_{km} \text{sen} \phi_{km} \quad (C.19)$$

$$\frac{\partial B_{km}}{\partial \phi_{km}} = b_{km} \text{sen} \phi_{km} - g_{km} \cos \phi_{km} \quad (C.20)$$

$$\frac{\partial G_{mk}}{\partial \phi_{km}} = g_{km} \text{sen} \phi_{km} - b_{km} \cos \phi_{km} \quad (C.21)$$

$$\frac{\partial B_{mk}}{\partial \phi_{km}} = g_{km} \cos \phi_{km} + b_{km} \text{sen} \phi_{km} \quad (C.22)$$

### C.5 Segundas derivadas de la potencia neta inyectada para los nodos de un TCT o TD

Las segundas derivadas de la potencia activa neta inyectada necesarias para el cálculo de la matriz  $W(z)$  son:

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial e_i} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial e_i} + \frac{\partial a_i}{\partial t_{km}} + f_i \frac{\partial b_i}{\partial t_{km} \partial e_i} \quad (C.23)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial e_j} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial e_j} + f_i \frac{\partial b_i}{\partial t_{km} \partial e_j} \quad (C.24)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial f_i} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial f_i} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial t_{km} \partial f_i} + \frac{\partial b_i}{\partial t_{km}} \quad (C.25)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial t_{km} \partial f_j} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial f_j} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial t_{km} \partial f_j} \quad (C.26)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 t_{km}} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial^2 t_{km}} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.27)$$

Las segundas derivadas necesarias de la potencia reactiva neta inyectada para el cálculo de la matriz  $W(z)$  son:

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial e_i} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial e_i} - e_i \frac{\partial b_i}{\partial t_{km} \partial e_i} - \frac{\partial b_i}{\partial t_{km}} \quad (C.28)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial e_j} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial e_j} - e_i \frac{\partial b_i}{\partial t_{km} \partial e_j} \quad (C.29)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial f_i} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial f_i} + \frac{\partial a_i}{\partial t_{km}} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial t_{km} \partial f_i} \quad (C.30)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial t_{km} \partial f_j} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial t_{km} \partial f_j} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial t_{km} \partial f_j} \quad (C.31)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 t_{km}} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial^2 t_{km}} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.32)$$

Las segundas derivadas de la potencia activa neta inyectada necesarias para el cálculo de la matriz  $W(z)$  en el caso de un transformador defasador son:

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} + \frac{\partial a_i}{\partial \phi_{km}} + f_i \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} \quad (C.33)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} + f_i \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} \quad (C.34)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} + \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km}} \quad (C.35)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} \quad (C.36)$$

$$\frac{\partial^2 P_i}{\partial^2 \phi_{km}} = e_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial^2 \phi_{km}} + f_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.37)$$

Las segundas derivadas de la potencia reactiva neta inyectada necesarias para el cálculo de la matriz  $W(z)$  en el caso de un transformador defasador son:

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} - e_i \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km} \partial e_i} - \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km}} \quad (C.38)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} - e_i \frac{\partial b_i}{\partial \phi_{km} \partial e_j} \quad (C.39)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} + \frac{\partial a_i}{\partial \phi_{km}} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial \phi_{km} \partial f_i} \quad (C.40)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial \phi_{km} \partial f_j} \quad (C.41)$$

$$\frac{\partial^2 Q_i}{\partial^2 \phi_{km}} = f_i \frac{\partial^2 a_i}{\partial^2 \phi_{km}} - e_i \frac{\partial^2 b_i}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.42)$$



### C.6. Segundas derivadas de los términos “a” y “b” para las derivadas de la potencia neta inyectada

Segundas derivadas de las componentes a y b de la potencia neta inyectada para el caso de tener un transformador con cambio de tap:

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial t_{km} \partial e_k} = \frac{\partial G_{kk}}{\partial t_{km}} \quad (C.43)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial t_{km} \partial e_m} = \frac{\partial G_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.44)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial t_{km} \partial e_k} = \frac{\partial G_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.45)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial t_{km} \partial f_k} = -\frac{\partial B_{kk}}{\partial t_{km}} \quad (C.46)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial t_{km} \partial f_m} = -\frac{\partial B_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.47)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial t_{km} \partial f_k} = -\frac{\partial B_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.48)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial^2 t_{km}} = e_k \frac{\partial^2 G_{kk}}{\partial^2 t_{km}} - f_k \frac{\partial^2 B_{kk}}{\partial^2 t_{km}} + e_m \frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 t_{km}} - f_m \frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.49)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial^2 t_{km}} = e_k \frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 t_{km}} - f_k \frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.50)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial t_{km} \partial e_k} = \frac{\partial B_{kk}}{\partial t_{km}} \quad (C.51)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial t_{km} \partial e_m} = \frac{\partial B_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.52)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial t_{km} \partial e_k} = \frac{\partial B_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.53)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial t_{km} \partial f_k} = \frac{\partial G_{kk}}{\partial t_{km}} \quad (C.54)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial t_{km} \partial f_m} = \frac{\partial G_{km}}{\partial t_{km}} \quad (C.55)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial t_{km} \partial f_k} = \frac{\partial G_{mk}}{\partial t_{km}} \quad (C.56)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial^2 t_{km}} = f_k \frac{\partial^2 G_{kk}}{\partial^2 t_{km}} + e_k \frac{\partial^2 B_{kk}}{\partial^2 t_{km}} + f_m \frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 t_{km}} + e_m \frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.57)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial^2 t_{km}} = f_k \frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 t_{km}} + e_k \frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.58)$$

Segundas derivadas de las componentes a y b de la potencia neta inyectada para el caso de tener un transformador defasador:

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial \phi_{km} \partial e_m} = \frac{\partial G_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.59)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial \phi_{km} \partial e_k} = \frac{\partial G_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.60)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial \phi_{km} \partial f_m} = -\frac{\partial B_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.61)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial \phi_{km} \partial f_k} = -\frac{\partial B_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.62)$$

$$\frac{\partial^2 a_k}{\partial^2 \phi_{km}} = e_m \frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} - f_m \frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.63)$$

$$\frac{\partial^2 a_m}{\partial^2 \phi_{km}} = e_k \frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} - f_k \frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.64)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial \phi_{km} \partial e_m} = \frac{\partial B_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.65)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial \phi_{km} \partial e_k} = \frac{\partial B_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.66)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial \phi_{km} \partial f_m} = \frac{\partial G_{km}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.67)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial \phi_{km} \partial f_k} = \frac{\partial G_{mk}}{\partial \phi_{km}} \quad (C.68)$$

$$\frac{\partial^2 b_k}{\partial^2 \phi_{km}} = f_m \frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} + e_m \frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.69)$$

$$\frac{\partial^2 b_m}{\partial^2 \phi_{km}} = f_k \frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} + e_k \frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} \quad (C.70)$$

### C. 7 Segundas derivadas de las admitancias

Segundas derivadas de las admitancias relacionadas con los nodos en los que se conecta un transformador con cambio de tap o un transformador defasador.

$$\frac{\partial^2 G_{kk}}{\partial^2 t_{km}} = \frac{6g_{km}}{t_{km}^4} \quad (C.71)$$

$$\frac{\partial^2 B_{kk}}{\partial^2 t_{km}} = \frac{6b_{km}}{t_{km}^4} \quad (C.72)$$

$$\frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 t_{km}} = -\frac{2g_{km}}{t_{km}^3} = \frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.73)$$

$$\frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 t_{km}} = -\frac{2b_{km}}{t_{km}^3} = \frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 t_{km}} \quad (C.74)$$

$$\frac{\partial^2 G_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} = -b_{km} \text{sen} \phi_{km} + g_{km} \text{cos} \phi_{km} \quad (C.75)$$

$$\frac{\partial^2 B_{km}}{\partial^2 \phi_{km}} = b_{km} \text{cos} \phi_{km} + g_{km} \text{sen} \phi_{km} \quad (C.76)$$

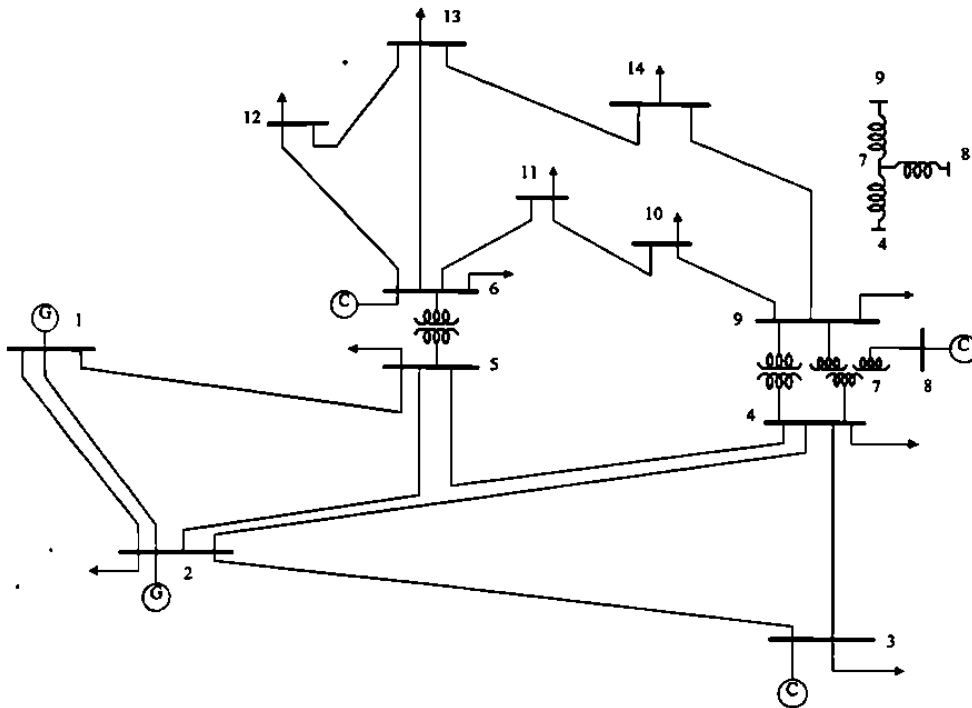
$$\frac{\partial^2 G_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} = g_{km} \text{cos} \phi_{km} + b_{km} \text{sen} \phi_{km} \quad (C.77)$$

$$\frac{\partial^2 B_{mk}}{\partial^2 \phi_{km}} = -g_{km} \text{sen} \phi_{km} + b_{km} \text{cos} \phi_{km} \quad (C.78)$$

## **APENDICE D**

### **DATOS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA UTILIZADOS (IEEE-14, IEEE-118)**

## D.1 Sistema de 14 nodos (IEEE-14)



**Figura D.1** Sistema de 14 nodos del IEEE.

Características del sistema IEEE-14.

- 2 Generadores
- 3 Compensadores Sincrónicos
- 11 Cargas
- 15 Líneas de transmisión
- 5 Transformadores
- 1 capacitor shunt
- Nodo referencia "Nod-1"

Tabla D.1 Límites de voltaje, sistema de 14 nodos del IEEE

Tipo de nodo	Límite de voltaje	
	Min	Max
Nodo Referencia	0.94	1.06
Nodo Generador	0.94	1.06
Nodo de Carga	0.94	1.06

Tabla D.2 Cargas, sistema de 14 nodos del IEEE

Nodo	Pd(MW)	Qd(MVAr)
Gen-1	0	0
Gen-2	21.7	12.7
Con-3	94.2	19
Nod-4	47.8	-3.9
Nod-5	7.6	1.6
Con-6	11.2	7.5
Nod-7	0	0
Con-8	0	0
Nod-9	29.5	16.6
Nod-10	9	5.8
Nod-11	3.5	1.8
Nod-12	6.1	1.6
Nod-13	13.5	5.8
Nod-14	14.9	5

Tabla D.3 Parámetros de Transformadores

Nodo de envío	Nodo de recepción	xl(p.u)	t(p.u)
Nod-4	Nod-7	0.20912	0.978
Nod-4	Nod-9	0.55618	0.969
Nod-5	Con-6	0.25202	0.932
Nod-7	Con-8	0.17615	1.0
Nod-7	Nod-9	0.11001	1.0

Tabla D.4 Parámetros de Líneas de transmisión

Nodo de envío	Nodo de recepción	rl(p.u)	xl(p.u)	b/2(p.u)
Gen-1	Gen-2	0.01938	0.05917	0.0264
Gen-1	Nod-5	0.05403	0.22304	0.0246
Gen-2	Con-3	0.04699	0.19797	0.0219
Gen-2	Nod-4	0.05811	0.17632	0.0187
Gen-2	Nod-5	0.05695	0.17388	0.017
Con-3	Nod-4	0.06701	0.17103	0.0173
Nod-4	Nod-5	0.01335	0.04211	0.0064
Con-6	Nod-11	0.09198	0.1989	0
Con-6	Nod-12	0.12291	0.25581	0
Con-6	Nod-13	0.06615	0.13027	0
Nod-9	Nod-10	0.03181	0.0845	0
Nod-9	Nod-14	0.12711	0.27038	0
Nod-10	Nod-11	0.08205	0.19207	0
Nod-12	Nod-13	0.22092	0.19988	0
Nod-13	Nod-14	0.17093	0.34802	0

Tabla D.5 Elementos en derivación

Nodo	G (p.u)	B (p.u)
Nod-9	0.0	0.19

Tabla D.6 Información de generadores

Nodo	Coeficientes del costo			Límites de potencia Activa de generación		Límites de potencia reactiva	
	a (\$/h)	b (\$/MWhr)	C (\$/MW <sup>2</sup> hr)	Min (MW)	Max (MW)	Min (MVA <sub>r</sub> )	Max (MVA <sub>r</sub> )
Gen-1	0.2	0.3	0.01	30	150	-50	50
Gen-2	0.2	0.3	0.01	30	150	-40	50
Con-3	0	0	0	0	0	0	40
Con-6	0	0.3	0.01	0	0	-6	24
Con-8	0	0	0	0	0	-6	24

## **D.2. Sistema de 118 nodos del IEEE**

El sistema de 118 nodos consta de:

- 33 Generadores
- 21 Compensadores Síncronos
- 91 Cargas
- 179 Líneas de 345 y 138 kV
- 9 Transformadores con cambiador de tap
- 12 Capacitores shunt
- 2 Reactores shunt
- Nodo referencia "Gen-69"



Tabla D.7 Cargas del sistema de 118 nodos del IEEE

Nodo	Pd(MW)	Qd(MVAr)
Gen-1	51	27
Nod-2	20	9
Nod-3	39	10
Gen-4	30	12
Nod-5	0	0
Gen-6	52	22
Nod-7	19	2
Gen-8	0	0
Nod-9	0	0
Gen-10	0	0
Nod-11	70	23
Gen-12	47	10
Nod-13	34	16
Nod-14	14	1
Gen-15	90	30
Nod-16	25	10
Nod-17	11	3
Gen-18	60	34
Gen-19	45	25
Nod-20	18	3
Nod-21	14	8
Nod-22	10	5
Nod-23	7	3
Gen-24	0	0
Gen-25	0	0
Gen-26	0	0
Gen-27	62	13
Nod-28	17	7
Nod-29	24	4
Nod-30	0	0
Gen-31	43	27
Gen-32	59	23
Nod-33	23	9
Gen-34	59	26
Nod-35	33	9
Gen-36	31	17
Nod-37	0	0
Nod-38	0	0
Nod-39	27	11
Gen-40	20	23
Nod-41	37	10
Gen-42	37	23
Nod-43	18	7
Nod-44	16	8
Nod-45	53	22
Gen-46	28	10
Nod-47	34	0
Nod-48	20	11
Gen-49	87	30
Nod-50	17	4
Nod-51	17	8
Nod-52	18	5
Nod-53	23	11
Gen-54	113	32
Gen-55	63	22
Gen-56	84	18
Nod-57	12	3
Nod-58	12	3
Gen-59	277	113

Tabla D.8 Cargas del sistema de 118 nodos del IEEE(cont.)

Nodo	Pd(MW)	Qd(MVAr)
Nod-60	78	3
Gen-61	0	0
Gen-62	77	14
Nod-63	0	0
Nod-64	0	0
Gen-65	0	0
Gen-66	39	18
Nod-67	28	7
Nod-68	0	0
Gen-69	0	0
Gen-70	66	20
Nod-71	0	0
Gen-72	0	0
Gen-73	0	0
Gen-74	68	27
Nod-75	47	11
Gen-76	68	36
Gen-77	61	28
Nod-78	71	26
Nod-79	39	32
Gen-80	130	26
Nod-81	0	0
Nod-82	54	27
Nod-83	20	10
Nod-84	11	7
Gen-85	24	15
Nod-86	21	10
Gen-87	0	0
Nod-88	48	10
Gen-89	0	0
Gen-90	78	42
Gen-91	0	0
Gen-92	65	10
Nod-93	12	7
Nod-94	30	16
Nod-95	42	31
Nod-96	38	15
Nod-97	15	9
Nod-98	34	8
Gen-99	0	0
Gen-100	37	18
Nod-101	22	15
Nod-102	5	3
Gen-103	23	16
Gen-104	38	25
Gen-105	31	26
Nod-106	43	16
Gen-107	28	12
Nod-108	2	1
Nod-109	8	3
Gen-110	39	30
Gen-111	0	0
Gen-112	25	13
Gen-113	0	0
Nod-114	8	3
Nod-115	22	7
Gen-116	0	0
Nod-117	20	8
Nod-118	33	15

Tabla D.9 Parámetros de Líneas de transmisión

Nodo envío	Nodo recepción	rl(p.u)	xl(p.u)	b/2(p.u)
Gen-1	Nod-2	0.0303	0.0999	0.0127
Gen-1	Nod-3	0.0129	0.0424	0.00541
Gen-4	Nod-5	0.00176	0.00798	0.00105
Nod-3	Nod-5	0.0241	0.108	0.0142
Nod-5	Gen-6	0.0119	0.054	0.00713
Gen-6	Nod-7	0.00459	0.0208	0.00275
Gen-8	Nod-9	0.00244	0.0305	0.581
Nod-9	Gen-10	0.00258	0.0322	0.615
Gen-4	Nod-11	0.0209	0.0688	0.00874
Nod-5	Nod-11	0.0203	0.0682	0.00869
Nod-11	Gen-12	0.00595	0.0196	0.00251
Nod-2	Gen-12	0.0187	0.0616	0.00786
Nod-3	Gen-12	0.0484	0.16	0.0203
Nod-7	Gen-12	0.00862	0.034	0.00437
Nod-11	Nod-13	0.02225	0.0731	0.00938
Gen-12	Nod-14	0.0215	0.0707	0.00908
Nod-13	Gen-15	0.0744	0.2444	0.03134
Nod-14	Gen-15	0.0595	0.195	0.0251
Gen-12	Nod-16	0.0212	0.0834	0.0107
Gen-15	Nod-17	0.0132	0.0437	0.0222
Nod-16	Nod-17	0.0454	0.1801	0.0233
Nod-17	Gen-18	0.0123	0.0505	0.00649
Gen-18	Gen-19	0.01119	0.0493	0.00571
Gen-19	Nod-20	0.0252	0.117	0.0149
Gen-15	Gen-19	0.012	0.0394	0.00505
Nod-20	Nod-21	0.0183	0.0849	0.0108
Nod-21	Nod-22	0.0209	0.097	0.0123
Nod-22	Nod-23	0.0342	0.159	0.0202
Nod-23	Gen-24	0.0135	0.0492	0.0249
Nod-23	Gen-25	0.0156	0.08	0.0432
Gen-25	Gen-27	0.0318	0.163	0.0882
Gen-27	Nod-28	0.01913	0.0855	0.0108
Nod-28	Nod-29	0.0237	0.0943	0.0119
Gen-8	Nod-30	0.00431	0.0504	0.257
Gen-26	Nod-30	0.00799	0.086	0.454
Nod-17	Gen-31	0.0474	0.1563	0.01995
Nod-29	Gen-31	0.0108	0.0331	0.00415
Nod-23	Gen-32	0.0317	0.1153	0.05865
Gen-31	Gen-32	0.0298	0.0985	0.01255
Gen-27	Gen-32	0.0229	0.0755	0.00963
Gen-15	Nod-33	0.038	0.1244	0.01597
Gen-19	Gen-34	0.0752	0.247	0.0316
Nod-35	Gen-36	0.00224	0.0102	0.00134
Nod-35	Nod-37	0.011	0.0497	0.00659
Nod-33	Nod-37	0.0415	0.142	0.0183
Gen-34	Gen-36	0.00871	0.0268	0.00284
Gen-34	Nod-37	0.00256	0.0094	0.00492
Nod-37	Nod-39	0.0321	0.106	0.0135
Nod-37	Gen-40	0.0593	0.168	0.021
Nod-30	Nod-38	0.00464	0.054	0.211
Nod-39	Gen-40	0.0184	0.0605	0.00776
Gen-40	Nod-41	0.0145	0.0487	0.00611
Gen-40	Gen-42	0.0555	0.183	0.0233
Nod-41	Gen-42	0.041	0.135	0.0172
Nod-43	Nod-44	0.0608	0.2454	0.03034
Gen-34	Nod-43	0.0413	0.1681	0.02113
Nod-44	Nod-45	0.0224	0.0901	0.0112
Nod-45	Gen-46	0.04	0.1356	0.0166
Gen-46	Nod-47	0.038	0.127	0.0158
Gen-46	Nod-48	0.0601	0.189	0.0236

Tabla D.10 Parámetros de líneas de transmisión (cont.)

Nodo envío	Nodo recepción	Rl(p.u)	xl(p.u)	b/2(p.u)
Nod-47	Gen-49	0.0191	0.0625	0.00802
Gen-42	Gen-49	0.0715	0.323	0.043
Gen-42	Gen-49	0.0715	0.323	0.043
Nod-45	Gen-49	0.0684	0.186	0.0222
Nod-48	Gen-49	0.0179	0.0505	0.00629
Gen-49	Nod-50	0.0267	0.0752	0.00937
Gen-49	Nod-51	0.0486	0.137	0.0171
Nod-51	Nod-52	0.0203	0.0588	0.00698
Nod-52	Nod-53	0.0405	0.1635	0.02029
Nod-53	Gen-54	0.0263	0.122	0.0155
Gen-49	Gen-54	0.073	0.289	0.0369
Gen-49	Gen-54	0.0869	0.291	0.0365
Gen-54	Gen-55	0.0169	0.0707	0.0101
Gen-54	Gen-56	0.00275	0.00955	0.00366
Gen-55	Gen-56	0.00488	0.0151	0.00187
Gen-56	Nod-57	0.0343	0.0966	0.0121
Nod-50	Nod-57	0.0474	0.134	0.0166
Gen-56	Nod-58	0.0343	0.0966	0.0121
Nod-51	Nod-58	0.0255	0.0719	0.00894
Gen-54	Gen-59	0.0503	0.2293	0.0299
Gen-56	Gen-59	0.0825	0.251	0.02845
Gen-56	Gen-59	0.0803	0.239	0.0268
Gen-55	Gen-59	0.04739	0.2158	0.02823
Gen-59	Nod-60	0.0317	0.145	0.0188
Gen-59	Gen-61	0.0328	0.15	0.0194
Nod-60	Gen-61	0.00264	0.0135	0.00728
Nod-60	Gen-62	0.0123	0.0561	0.00734
Gen-61	Gen-62	0.00824	0.0376	0.0049
Nod-63	Nod-64	0.00172	0.02	0.108
Nod-38	Gen-65	0.00901	0.0986	0.523
Nod-64	Gen-65	0.00269	0.0302	0.19
Gen-49	Gen-66	0.018	0.0919	0.0124
Gen-49	Gen-66	0.018	0.0919	0.0124
Gen-62	Gen-66	0.0482	0.218	0.0289
Gen-62	Nod-67	0.0258	0.117	0.0155
Gen-66	Nod-67	0.0224	0.1015	0.01341
Gen-65	Nod-68	0.00138	0.016	0.319
Nod-47	Gen-69	0.0844	0.2778	0.03546
Gen-49	Gen-69	0.0985	0.324	0.0414
Gen-69	Gen-70	0.03	0.127	0.061
Gen-24	Gen-70	0.00221	0.4115	0.05099
Gen-70	Nod-71	0.00882	0.0355	0.00439
Gen-24	Gen-72	0.0488	0.196	0.0244
Nod-71	Gen-72	0.0446	0.18	0.02222
Nod-71	Gen-73	0.00866	0.0454	0.00589
Gen-70	Gen-74	0.0401	0.1323	0.01684
Gen-70	Nod-75	0.0428	0.141	0.018
Gen-69	Nod-75	0.0405	0.122	0.062
Gen-74	Nod-75	0.0123	0.0406	0.00517
Gen-76	Gen-77	0.0444	0.148	0.0184
Gen-69	Gen-77	0.0309	0.101	0.0519
Nod-75	Gen-77	0.0601	0.1999	0.02489
Gen-77	Nod-78	0.00376	0.0124	0.00632
Nod-78	Nod-79	0.00546	0.0244	0.00324
Gen-77	Gen-80	0.017	0.0485	0.0236
Gen-77	Gen-80	0.0294	0.105	0.0114
Nod-79	Gen-80	0.0156	0.0704	0.00935
Nod-68	Nod-81	0.00175	0.0202	0.404
Gen-77	Nod-82	0.0298	0.0853	0.04087

Tabla D.11 Parámetros de líneas de transmisión (Cont.)

Nodo envío	Nodo recepción	rl(p.u)	xl(p.u)	b/2(p.u)
Nod-82	Nod-83	0.0112	0.03665	0.01898
Nod-83	Nod-84	0.0625	0.132	0.0129
Nod-83	Gen-85	0.043	0.148	0.0174
Nod-84	Gen-85	0.0302	0.0641	0.00617
Gen-85	Nod-86	0.035	0.123	0.0138
Nod-86	Gen-87	0.02828	0.2074	0.02225
Gen-85	Nod-88	0.02	0.102	0.0138
Gen-85	Gen-89	0.0239	0.173	0.0235
Nod-88	Gen-89	0.0139	0.0712	0.00967
Gen-89	Gen-90	0.0518	0.188	0.0264
Gen-89	Gen-90	0.0238	0.0997	0.053
Gen-90	Gen-91	0.0254	0.0836	0.0107
Gen-89	Gen-92	0.0099	0.0505	0.0274
Gen-89	Gen-92	0.0393	0.1581	0.0207
Gen-91	Gen-92	0.0387	0.1272	0.01634
Gen-92	Nod-93	0.0258	0.0848	0.0109
Gen-92	Nod-94	0.0481	0.158	0.0203
Nod-93	Nod-94	0.0223	0.0732	0.00938
Nod-94	Nod-95	0.0132	0.0434	0.00555
Gen-80	Nod-96	0.0356	0.182	0.0247
Nod-82	Nod-96	0.0162	0.053	0.0272
Nod-94	Nod-96	0.0269	0.0869	0.0115
Gen-80	Nod-97	0.0183	0.0934	0.0127
Gen-80	Nod-98	0.0238	0.108	0.0143
Gen-80	Gen-99	0.0454	0.206	0.0273
Gen-92	Gen-100	0.0648	0.295	0.0236
Nod-94	Gen-100	0.0178	0.058	0.0302
Nod-95	Nod-96	0.0171	0.0547	0.00737
Nod-96	Nod-97	0.0173	0.0885	0.012
Nod-98	Gen-100	0.0397	0.179	0.0238
Gen-99	Gen-100	0.018	0.0813	0.0108
Gen-100	Nod-101	0.0277	0.1262	0.0164
Gen-92	Nod-102	0.0123	0.0559	0.00732
Nod-101	Nod-102	0.0246	0.112	0.0147
Gen-100	Gen-103	0.016	0.0525	0.0268
Gen-100	Gen-104	0.0451	0.204	0.02705
Gen-103	Gen-104	0.0466	0.1584	0.02035
Gen-103	Gen-105	0.0535	0.1625	0.0204
Gen-100	Nod-106	0.0605	0.229	0.031
Gen-104	Gen-105	0.00994	0.0378	0.00493
Gen-105	Nod-106	0.014	0.0547	0.00717
Gen-105	Gen-107	0.053	0.183	0.0236
Gen-105	Nod-108	0.0261	0.0703	0.00922
Nod-106	Gen-107	0.053	0.183	0.0236
Nod-108	Nod-109	0.0105	0.0288	0.0038
Gen-103	Gen-110	0.03906	0.1813	0.02305
Nod-109	Gen-110	0.0278	0.0762	0.0101
Gen-110	Gen-111	0.022	0.0755	0.01
Gen-110	Gen-112	0.0247	0.064	0.031
Nod-17	Gen-113	0.00913	0.0301	0.00384
Gen-32	Gen-113	0.0615	0.203	0.0259
Gen-32	Nod-114	0.0135	0.0612	0.00814
Gen-27	Nod-115	0.0164	0.0741	0.00986
Nod-114	Nod-115	0.0023	0.0104	0.00138
Nod-68	Gen-116	0.00034	0.00405	0.082
Gen-12	Nod-117	0.0329	0.14	0.0179
Nod-75	Nod-118	0.0145	0.0481	0.00599
Gen-76	Nod-118	0.0164	0.0544	0.00678

Tabla D.12 Parámetros de Transformadores

Nodo envío	Nodo Recepción	xt(p.u)	t(p.u)
Gen-8	Nod-5	0.0267	0.985
Gen-26	Gen-25	0.0382	1.0
Nod-30	Nod-17	0.0388	0.96
Nod-38	Nod-37	0.0375	0.935
Nod-63	Gen-59	0.0386	0.96
Nod-64	Gen-61	0.0268	0.985
Gen-65	Gen-66	0.037	1.0
Nod-68	Gen-69	0.037	0.935
Nod-81	Gen-80	0.037	0.935

Tabla D.13 Límites de voltaje, sistema de 118 nodos del IEEE

Tipo de nodo	Límite de voltaje	
	Min	Max
Nodo Referencia	0.94	1.06
Nodo Generador	0.94	1.06
Nodo de Carga	0.94	1.06

Tabla D.14 Elementos en derivación

Nodo	G (p.u)	B (p.u)
Nod-5	0	-0.4
Gen-34	0	0.14
Nod-37	0	-0.25
Nod-44	0	0.1
Nod-45	0	0.1
Gen-46	0	0.1
Nod-48	0	0.15
Gen-74	0	0.12
Nod-79	0	0.2
Nod-82	0	0.2
Nod-83	0	0.1
Gen-105	0	0.2
Gen-107	0	0.06
Gen-110	0	0.06

Tabla D.15 Funciones de costo para generadores y límites.

Nodo	Coeficientes de costo			Límites de potencia activa		Límites de potencia reactiva	
	a (\$/h)	B (\$/MWhr)	C (\$/MW <sup>2</sup> hr)	Min (MW)	Max (MW)	Min (MVar)	Max (MVar)
Gen-1	0	0.3	0.01	0	100	-5	15
Gen-4	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-6	0	0.3	0.01	0	100	-13	50
Gen-8	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-10	0.2	0.3	0.01	0	550	-147	200
Gen-12	0.2	0.3	0.01	0	185	-35	120
Gen-15	0	0.3	0.01	0	100	-10	30
Gen-18	0	0.3	0.01	0	100	-16	50
Gen-19	0	0.3	0.01	0	100	-8	24
Gen-24	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-25	0.2	0.3	0.01	0	320	-47	140
Gen-26	0.2	0.3	0.01	0	414	-1000	1000
Gen-27	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-31	0.2	0.3	0.01	0	107	-300	300
Gen-32	0	0.3	0.01	0	100	-14	42
Gen-34	0	0.3	0.01	0	100	-80	240
Gen-36	0	0.3	0.01	0	100	-80	240
Gen-40	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-42	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-46	0.2	0.3	0.01	0	119	-100	100
Gen-49	0.2	0.3	0.01	0	304	-85	210
Gen-54	0.2	0.3	0.01	0	148	-300	300
Gen-55	0	0.3	0.01	0	100	-8	23
Gen-56	0	0.3	0.01	0	100	-8	15
Gen-59	0.2	0.3	0.01	0	255	-60	180
Gen-61	0.2	0.3	0.01	0	260	-100	300
Gen-62	0	0.3	0.01	0	100	-20	20
Gen-65	0.2	0.3	0.01	0	491	-67	200
Gen-66	0.2	0.3	0.01	0	492	-67	200
Gen-69	0.2	0.3	0.01	0	700	-1500	1500
Gen-70	0	0.3	0.01	0	100	-10	32
Gen-72	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	100
Gen-73	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	100
Gen-74	0	0.3	0.01	0	100	-60	90
Gen-76	0	0.3	0.01	0	100	-80	230
Gen-77	0	0.3	0.01	0	100	-20	70
Gen-80	0.2	0.3	0.01	0	577	-165	280
Gen-85	0	0.3	0.01	0	100	-8	23
Gen-87	0	0.3	0.01	0	104	-100	1000
Gen-89	0.2	0.3	0.01	0	707	-210	300
Gen-90	0.2	0.3	0.01	0	100	-300	300
Gen-91	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	100
Gen-92	0	0.3	0.01	0	100	-30	90
Gen-99	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	100
Gen-100	0.2	0.3	0.01	0	352	-50	155
Gen-103	0.2	0.3	0.01	0	140	-15	40
Gen-104	0	0.3	0.01	0	100	-8	23
Gen-105	0	0.3	0.01	0	100	-8	23
Gen-107	0.2	0.3	0.01	0	100	-200	200
Gen-110	0	0.3	0.01	0	100	-8	23
Gen-111	0.2	0.3	0.01	0	136	-100	1000
Gen-112	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	1000
Gen-113	0.2	0.3	0.01	0	100	-100	200
Gen-116	0.2	0.3	0.01	0	100	-1000	1000





