

## CAPÍTULO I

### INTRODUCCIÓN

Las estrategias para el aprovechamiento racional de los recursos forestales basan su filosofía en la predicción del crecimiento y rendimiento de las masas forestales. Un modelo de predicción del rendimiento debe ser capaz de evaluar todos los factores relacionados con el manejo forestal, desde los ambientales hasta los económicos, si realmente se quiere utilizar en la toma de decisiones por el silvicultor (Clutter *et al.*, 1983).

La predicción del crecimiento y rendimiento de masas forestales se ha convertido en el primer paso para realizar un manejo del bosque más técnico, organizado y eficiente, con una mayor certidumbre sobre los bosques del mañana. Los modelos de simulación son actualmente imprescindibles para el correcto desarrollo de técnicas que buscan obtener la máxima productividad y rentabilidad del bosque.

A la fecha, la gran variedad de modelos de simulación del crecimiento y rendimiento es el resultado del grado de regularidad de los rodales o bosques donde son aplicables o son diseñados. Clutter *et al.* (1983), Davis y Johnson (1987) y Vanclay (1994) clasifican a los modelos de crecimiento y rendimiento desde tres perspectivas: a) modelos a nivel rodal, a través de una estimación de la producción por unidad de área, b) modelos por grupo de árboles, donde el número de árboles, volumen y otras características del rodal pueden asociarse a una clase diamétrica o grupo de especies, y c) modelos por árboles individuales, que consideran las características de los árboles individuales para explicar el crecimiento y producción del rodal (Arney, 1985; WyKoff, 1990).

La selección del enfoque de modelación depende de los objetivos del investigador o manejador. Es decir, si el nivel de detalle es de carácter predictivo y explicativo, entonces el desarrollo de los modelos se vuelve más detallado tanto al nivel

de datos como técnicas utilizadas para describir las relaciones funcionales dentro del bosque. Un modelo de simulación proporciona información descriptiva detallada sobre el rodal, en cuanto a sus existencias volumétricas totales y comerciales, volumen por clase de producto, número de árboles o densidad, alturas a una cierta edad, estructuras diamétricas, etc.

Existen diversas herramientas matemáticas utilizadas en los modelos de simulación del crecimiento pero estas han sido implementadas principalmente en bosques regulares y plantaciones, pero para los bosques naturales de la Sierra Madre Occidental en Durango son pocos los modelos de simulación que utilizan las técnicas mas adecuadas para describir las relaciones funcionales de las especies.

La presente investigación consiste en desarrollar herramientas matemáticas que resulten en la mejor estimación del volumen fustal total y comercial, descripción del perfil fustal, estimación del índice de sitio y predicción del crecimiento e incremento del *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae* y además modelar las estructuras diamétricas de los rodales irregulares por la distribución probabilística Weibull con diferentes métodos de estimación de parámetros para pináceas y latifoliadas que se distribuyen naturalmente en los bosques mixtos e irregulares en la región de El Salto, Durango, México.

## CAPÍTULO II

### OBJETIVOS

#### 2.1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar herramientas matemáticas para la elaboración de programas de manejo sustentable sobre la teoría del modelaje dendro-epidométrico de masas forestales y árboles individuales, y además proporcionar un enfoque distribucional de las características dasométricas de los rodales mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

#### 2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

1. Construir un sistema de ecuaciones para estimar el volumen fustal total y comercial de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.
2. Describir los perfiles fustales de las pináceas características de la región de El Salto, Durango a través del ajuste y validación de los modelos de ahusamiento.
3. Construir sistemas de ecuaciones para determinar las diferentes calidades de estación a partir del ajuste y validación de los índices de sitio de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.
4. Describir el crecimiento e incremento de masas y árboles individuales a través del ajuste y validación de ecuaciones típicas de crecimiento, que posibilite seleccionar aquella (s) que resulte (n) de mayor utilidad para la especie y variable en particular de las pináceas características de la región de El Salto, Durango.

5. Ajustar y predecir parámetros de la distribución probabilística Weibull de las clases diamétricas de rodales mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

## 2.3 HIPÓTESIS

### 2.3.1. Hipótesis nula ( $H_0$ )

**$H_0$ :** La descripción dendro-epidométrica de las especies *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* es similar y ésta puede ser explicada a través de un sólo modelo. Los parámetros de la distribución Weibull son iguales cuando son estimados por cualquier método de estimación para bosques mixtos e irregulares en la región de El Salto, Durango, México.

## **CAPÍTULO III**

### **ANTECEDENTES**

#### **3.1. ENFOQUES DE MODELACIÓN**

En los últimos años se ha aumentado el número de reportes científicos sobre observaciones precisas de los ecosistemas forestales a través del desarrollo de modelos matemáticos que estimen y fundamentalmente predigan el incremento y rendimiento de las masas forestales.

En general, un modelo es una representación simplificada de algún aspecto de la realidad. Los modelos pueden estar descritos en forma verbal o material (García, 1994). Un modelo matemático es un modelo verbal, su diferencia estriba en que es más conciso y menos ambiguo, además que nos permite resolver situaciones más complejas, con menor riesgo de confusión.

El avance en materia de técnicas de análisis numéricos y programación por computadoras, aunado a la gran variedad de condiciones silvícolas y diversidad de objetivos y necesidades de la población, ha dado origen a un gran número de enfoques sobre la construcción de modelos matemáticos. No obstante, el objetivo común de este tipo de expresiones es producir tecnologías para estimar las características de los árboles o estadísticas de los rodales en un tiempo específico.

Actualmente existen diversas clasificaciones sobre los modelos de simulación del crecimiento y rendimiento del bosque, y su diferencia estriba principalmente en su enfoque de construcción, unidad de modelaje empleada y tipo de masa para su aplicación.

Munro (1974) distingue tres filosofías básicas de modelaje, i) modelos de rodales completos independientes de la distancia, ii) modelos de árboles individuales independientes de la distancia y iii) modelos de árbol individual dependientes de la

distancia. Ek y Monserud (1975) basaron su clasificación de acuerdo a la técnica matemática usada, reconociendo seis tipos de modelos; i) tablas de producción, ii) ecuaciones diferenciales, iii) estocásticos, iv) distribucionales, v) árboles individuales y vi) reproductivos. Clutter *et al.* (1983), Davis y Johnson (1987) y Vanclay (1994) coinciden en la siguiente clasificación reconociendo principalmente tres categorías de modelos empíricos: i) modelos de rodales completos, ii) modelos de clases de árboles o dimensiones y iii) modelos de árbol individual. Otro aspecto que se debe considerar, es la existencia de modelos a nivel árbol individual que es el elemento básico para construir un modelo de rodales completos tal es el caso de los modelos diseñados por Wykoff (1990).

Otro enfoque de modelación son los modelos empíricos, a través de clases dimensionales, debido a que los modelos basados en datos permiten la representación de la realidad en diferentes etapas del proceso de simulación. Este procedimiento se considera una transición entre los modelos de rodales completos y árboles individuales, cuando las clases son grandes, entonces el modelo es de rodales completos, mientras que cuando las clases son pequeñas el procedimiento se convierte en árboles individuales (Vanclay, 1994).

Recientemente otros tipos de modelos se están incorporando a la literatura para explicar con más detalle los procesos de crecimiento de los ecosistemas involucrando variables como la tasa fotosintética y de respiración de los árboles, tomando como variables de entrada la luz, temperatura y nivel de nutrientes en el suelo. Estos modelos son conocidos como modelos fisiológicos y algunos ejemplos pueden encontrarse en Landsberg (1986), Makela (1992); Seely *et al.* (1999) y Grote y Erhard (1999). Estos modelos proporcionan un mejor entendimiento de la dinámica de crecimiento de los rodales, pero todavía no han sido calibrados para definir el crecimiento y rendimiento en los programas de manejo forestal sustentable.

## **3.2. ESTIMACION DEL VOLUMEN DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES**

### **3.2.1. Ecuaciones de volumen**

Las ecuaciones de volumen son la herramienta básica en la planeación de los inventarios forestales, pues derivan el volumen de los árboles en forma total o parcial en función del diámetro normal y altura total. La relación que se establece entre estas variables se ha calibrado mediante técnicas de regresión lineal, intrínsecamente lineal, múltiple y no lineal (Clutter *et al.*, 1983).

Existe un gran número de ecuaciones de volumen pero sólo 10 son las populares en la literatura forestal (Contreras, 1997). Las ecuaciones de la variable combinada de Spurr (1952) en forma aritmética y logarítmica, Schumacher y Hall (1933), Naslund, Sloboda, Australiana, Honer son las de mayor uso en los modelos de simulación forestal.

Gra *et al.* (1989) emplean la ecuación de Schumacher y Hall para estimar el volumen total de los árboles de *Pinus caribaea* usando una muestra de 337 árboles. Pérez *et al.* (1995) ajustaron tres modelos de volumen para la especie de *P. oocarpa* Sch., en Honduras, recomendando el uso de la variable combinada de Spurr para ponderar el volumen y posteriormente usar la variable combinada como variable independiente. Zepeda *et al.* (1994) estudiaron la ecuación de la variable combinada logarítmica de Spurr para las especies de *P. arizonica*, *P. durangensis* y *P. engelmannii*, usando un factor que corrige la transformación logarítmica. Corral y Radilla (1996) desarrollaron un sistema de ecuaciones para estimar el volumen total y fustal con corteza y sin corteza para las especies de *P. cooperi* y *P. durangensis* en el estado de Durango, encontrando un mejor ajuste para estimar el volumen total con corteza con la ecuación de Shumacher y Hall y para el volumen sin corteza y comercial de ambas especies con la ecuación de Spurr logarítmica. Contreras y Nívar (1999) sugieren el uso de la ecuación de Schumacher y Hall de 8 probadas para estimar el volumen de *P. durangensis* y *P. teocote* en la Sierra Madre Occidental de Durango.

### 3.2.2. Modelos de ahusamiento

Gray (1956) define al ahusamiento de los árboles como la tasa de estrechamiento o decremento del diámetro en función del incremento en altura del árbol. Esta relación se puede caracterizar por funciones matemáticas que definen el perfil del fuste basadas en mediciones de diámetros tomadas en varios puntos

sucesivos del fuste. Distintas funciones de ahusamiento han aparecido en la literatura en las últimas tres décadas (Kozak *et al.*, 1969; Demaerschalk, 1972; Ormerod, 1973; Max y Burkhart, 1976; Amidon, 1984; Biging, 1984; Kozak, 1988; Newnham, 1992; Fang y Bailey, 1999).

Cuatro principales teorías de modelaje han sido desarrolladas para representar el perfil del fuste: i) modelos simples (Gray, 1956; Kozak *et al.*, 1969; Amidon, 1984; Biging, 1984), ii) modelos segmentados (Max y Burkhart, 1976; Demaerschalk y Kozak, 1977; Cao *et al.*, 1980; Angelo *et al.*, 1996), iii) modelos de forma variable o exponencial (Newberry y Burkhart, 1986; Newnham, 1988; Kozak, 1988) y iv) modelos con aproximaciones con mezcla de modelos lineal y coordenadas polares (Lappi, 1986).

Los árboles presentan variación en la forma del fuste por las diferencias en el desarrollo dentro del rodal, tales diferencias pueden ser causadas por las condiciones de sitio, densidad y otras características asociadas al ambiente en el que se desarrollan los árboles. Larson (1963) demostró que las diferencias en el ahusamiento se atribuyen principalmente al tamaño de la copa viva en el fuste. Puesto que el ahusamiento de los árboles puede variar de región a región, así como entre las mismas especies, se han desarrollado numerosos estudios que utilizan diversas metodologías con resultados distintos, por lo tanto sólo nos limitamos a mencionar los trabajos más citados. Biging (1984) desarrolló un modelo de ahusamiento derivado del modelo de crecimiento de Chapman-Richards que describe adecuadamente la forma del fuste de las coníferas del noroeste de California. Adicionalmente, este modelo puede integrarse analíticamente para proporcionar volumen en cualquier sección del fuste. Rustagi y Loveless (1991) desarrollaron un modelo para describir el perfil del fuste de *Pseudotsuga menziesii* y además puede ser usado para estimar el volumen del fuste total y comercial en forma analítica o numérica. El modelo fue derivado de principios geométricos del fuste. Amidon (1984) desarrolló un modelo con dos variables para estimar el ahusamiento de los árboles. El modelo fue comparado con cinco modelos tradicionales y demostró ser mejor en describir el perfil del fuste de las coníferas de la Sierra Nevada en California. Además se integra analíticamente para estimar volumen. Newnham (1992) desarrolló una ecuación de forma variable para *Pinus banksiana*, *P. contorta*, *Picea glauca* y *Populus*

*tremuloides*. La ecuación fue probada para estimar volumen con más bondades que otras tecnologías usadas.

### 3.2.3. Funciones compatibles

Demaerschalk (1972) define a las ecuaciones compatibles como aquellas funciones de ahusamiento que estiman el volumen de los árboles por medio de la integración de la ecuación que define su ahusamiento. Reed y Green (1984) demostraron un sistema de ecuaciones de ahusamiento para definir compatiblemente el perfil del fuste y volumen obtenido por integración de las ecuaciones de ahusamiento, no encontrando diferencias significativas en cuatro sistemas probados. Byrne y Reed (1986) describen cinco sistemas de ecuaciones para describir el fuste, volumen fustal total y volumen comercial del *Pinus resinosa* y *P. taeda*. Concluyeron que el sistema basado en describir el fuste en segmentos proporcionó los mejores resultados. McTague y Bailey (1987) desarrollaron una ecuación compatible para estimar el volumen fustal total, comercial y el ahusamiento del *Pinus taeda* en Santa Catarina, Brasil. Bailey (1994) propone el uso del modelo de Schumacher y Hall para derivar ecuaciones de ahusamiento a partir de la ecuación de volumen total, resultando una ecuación de volumen comercial a cualquier diámetro límite. Fang y Bailey (1999) usaron cuatro tipos de ecuaciones para describir el perfil del fuste, volumen total y comercial de 23 especies tropicales en China. La ecuación basada en la variable exponente resultó ser mejor en modelar el perfil del fuste y estimar su volumen a una altura determinada. Návar *et al.* (1997) ajustaron siete diferentes tecnologías de ahusamiento y recomendaron la ecuación de Newnham para describir el perfil fustal de *Pinus hartwegii* de Nuevo León, México.

### 3.3. MODELOS DE INDICE DE SITIO

La estimación del Índice de sitio es el método más popular para evaluar la productividad de los rodales forestales. El método consiste en determinar la altura que alcanzan los árboles a una edad base, normalmente la edad del máximo rendimiento de las especies. Este comportamiento requiere de la mejor representación de la altura en

función de la edad, para generar una familia de curvas que puedan cubrir toda la variación de los datos.

Clutter *et al.* (1983) dividieron en dos grupos a la familia de curvas de índice de sitio que cubren la variación de los datos: i) curvas anamórficas caracterizándose por presentar la misma proporción en la altura en diferentes edades y ii) curvas polimórficas que guardan una diferente proporción de la altura a diferentes edades, éstas a su vez pueden presentarse con intersecciones y sin intersecciones, en ambos casos la curva puede tener diferente forma.

Diversos autores coinciden en que las diferentes formas de índice de sitio es prácticamente dependiente de la especie y la localidad en particular (Payandeh, 1977; Hahn y Carmean, 1982). Ker y Bowling (1991) desarrollaron ecuaciones de índice de sitio de forma polimórfica para *Pinus banksiana*, *Picea gluaca*, *P. marina* y *Abies balsamae* en New Brunswick, empleando la ecuación de crecimiento Chapman-Richards para representar la altura en función de la edad. Los datos utilizados fueron obtenidos de análisis troncales de árboles dominantes y codominantes. Stansfield *et al.* (1991) construyeron una ecuación para estimar la altura de los árboles dominantes usando un método de predicción de parámetros. Posteriormente estimaron la ecuación de índice de sitio invirtiendo la ecuación que define la altura dominante; otras variables que se incluyeron fueron tipo de hábitat, altitud y calidad del sitio. Elfving y Kiviste (1997) construyeron ecuaciones de índice de sitio por tres procedimientos tradicionales (curva guía, predicción de parámetros y la diferencia algebraica) para *Pinus sylvestris* usando datos de parcelas permanentes de muestreo en Suiza, recomendando el uso de la ecuación de crecimiento Hossfield II en su forma polimórfica ajustada por el método de la diferencia algebraica. Amaro *et al.* (1998) recomiendan el uso del modelo de Chpman-Richards para modelar la altura dominante de las plantaciones de Eucaliptos en Portugal. El modelo describe curvas anamórficas de índice de sitio ajustadas por la diferencia algebraica. Maldonado (1984) elaboró siete curvas polimórficas de índice de sitio a una edad base de 50 años, para la especie *Pinus oaxacana*, del estado de Oaxaca, utilizando 468 árboles de muestra (dominantes y codominantes), en 150 sitios de muestreo, representativos de rodales puros y coetáneos, dirigidos en forma selectiva con la intención de cubrir los diferentes rangos de edades y calidades de estación.

### 3.4. MODELOS DE CRECIMIENTO

#### 3.4.1. Modelos basados en rodales completos

Los modelos de crecimiento y rendimiento al nivel del rodal usan parámetros promedio como el área basal, volumen, número de árboles por hectárea (Vanclay, 1994).

Bahamóndez (1995) menciona que la modelación de rodales irregulares al nivel agregado con datos que representan las condiciones promedio del rodal no es recomendable ya que los datos se basan sobre condiciones de sitio homogéneas. A este respecto Nívar *et al.* (1996) utilizan una variable predictora del volumen al nivel del rodal como el diámetro cuadrático promedio en lugar de la edad. Arney (1985) menciona que estos modelos presentan desventajas cuando describen las características del rodal para una clase de árboles en particular, teniendo mayor utilidad en rodales puros y regulares.

Diversos modelos han caracterizado el crecimiento y rendimiento basados en el concepto de modelos de rodales completos. MacKinney y Chaiken (1939) publicaron una de las primeras ecuaciones de rendimiento, basada en la hipótesis de que la tasa de crecimiento es proporcional al inverso de la edad, la cual se ajustó en forma lineal. Edwards y Christie's (1981) desarrollaron tablas de rendimiento para plantaciones. Estas tablas proporcionan el promedio por hectárea de la altura, diámetro, área basal, volumen y producción de volumen en intervalos de cinco años de varias especies en Inglaterra. Clutter (1963) desarrolló un modelo compatible, es decir donde la producción se obtiene a través de la integración matemática de la ecuación de incremento, para un periodo de proyección específico. Mendoza y Gumpal (1987) desarrollaron una ecuación empírica de rendimiento para género *Dipterocaps* en las Filipinas basadas en la edad, área basal inicial y calidad de sitio, recomendando su uso para periodos cortos de simulación. Vanclay (1988) desarrolló una ecuación de rendimiento en rodales irregulares de *Callitris spp.*, en Queensland.

#### 3.4.1.1. Modelos basados en distribuciones diamétricas

Los primeros trabajos sobre modelos de distribución de diámetros fueron estudiados por Liocourt en 1898, basados en una progresión geométrica para describir los rodales irregulares (Bailey y Dell, 1973). Los modelos basados en distribuciones diamétricas son ahora comúnmente utilizados para predecir el crecimiento y rendimiento porque se obtiene información más detallada sobre la estructura del rodal (Clutter *et al.*, 1983; Borders y Patterson, 1990).

Según Sanquetta (1996) tres modelos no espaciales expresan el desarrollo del rodal por medio de las distribuciones diamétricas; i) funciones probabilísticas, ii) matrices de transición y iii) procesos de difusión. La matriz de transición es un proceso estocástico utilizado para estudiar fenómenos que pasan a partir de un estado inicial por una secuencia de estados, donde la transición de un cierto estado ocurre según una cierta probabilidad. Los procesos de difusión se refieren a la transmisión del potencial de crecimiento del sitio hacia los árboles como una función del tiempo.

Diferentes funciones probabilísticas han sido utilizadas para modelar la frecuencia de diámetros dentro del rodal, sin embargo, muchos de los investigadores han encontrado que la distribución Weibull es más flexible en modelar las distribuciones diamétricas de diferentes formas (Bailey y Dell, 1973; Clutter, 1983; Gadow, 1984).

Los modelos basados en la distribución Weibull requieren de eficientes técnicas para determinar los parámetros que definen la distribución de diámetros dentro del rodal. Un procedimiento común consiste en predecir los parámetros con algunas características promedio del rodal (i.e., edad, índice de sitio y densidad del rodal). Otra alternativa consiste en recuperar los parámetros, estimando las variables del rodal en un tiempo determinado y posteriormente estimar algebraicamente los parámetros de la distribución Weibull. Reynolds *et al.* (1988) encontraron que este último procedimiento proporciona mejores resultados que el método de predicción de parámetros.

Bailey y Dell (1973) proponen el uso de la distribución Weibull para describir las características del rodal por clase diamétrica por presentar simplicidad en la manipulación matemática, flexibilidad (i.e., diferentes formas que van desde la J- invertida hasta la forma de campana) y además se puede integrar analíticamente. Hyink y Moser (1979) usan la distribución Weibull y la predicción de parámetros para modelar el rendimiento de rodales irregulares. Ellos supusieron que la distribución podría ser representada

adecuadamente por los tres parámetros de la distribución y que el crecimiento del rodal depende de los valores que tomen los parámetros.

Cao y Burkhart (1984) sugirieron una metodología para describir distribuciones diamétricas defectivas, propias de rodales no sujetos a manejo con masas mezcladas utilizando la distribución Weibull en segmentos.

Borders y Patterson (1990) compararon tres modelos para proyectar el rendimiento del rodal por clase diamétrica en plantaciones de *Pinus taeda* en USA, concluyendo que el algoritmo que utiliza el área basal independiente de la distancia es más adecuado y preciso seguido por un sistema de ecuaciones diferenciales basado en los percentiles de la distribución y finalmente con la función Weibull.

#### 3.4.1.1.1. Estimación de parámetros de la distribución Weibull

Existen varios métodos para estimar parámetros de la distribución diamétrica Weibull. El método de máxima verosimilitud es uno de los más ampliamente utilizados aunque se requieren métodos iterativos para su solución. Las ventajas de este procedimiento son que este procedimiento presenta mínima varianza y consistencia en los estimadores, como ha sido demostrado por Návar *et al.* (1999) para rodales de la Sierra Madre Occidental en Durango.

Diversos trabajos han descrito las distribuciones diamétricas para masas forestales usando diferentes procedimientos de estimación de parámetros de la distribución Weibull. Cohen (1965) y Harter y Moore (1965) proporcionan la solución para la estimación de los parámetros de la distribución Weibull utilizando el principio de máxima verosimilitud. Dubey (1967), Zanakis (1979) y Da silva (1986) derivaron estimadores basados en percentiles para estimar los parámetros de la función Weibull. Ellos demuestran que los estimadores son de fácil estimación y pueden proporcionar ajustes similares a máxima verosimilitud.

Burk y Newberry (1984) presentaron un algoritmo basado en los tres primeros momentos no centrales de la distribución diamétrica para recuperar los parámetros de la función Weibull, usando un sistema de ecuaciones simultáneas. Shifley y Lentz (1985) usan un procedimiento basado en momentos, el cual relaciona el coeficiente de variación

de la muestra con los parámetros de forma y escala de la función Weibull. Haan (1986) presenta un procedimiento para estimar los tres parámetros de la distribución Weibull por momentos centrales. Este procedimiento también relaciona el sesgo de la distribución con el parámetro de forma de la distribución diamétrica.

Greider *et al.* (1990) desarrollaron un procedimiento para estimar los parámetros de la función Weibull a través de momentos ponderados probabilísticos.

### 3.4.2. Modelos basados en árboles individuales

Los modelos de crecimiento de árboles individuales proporcionan directamente el incremento de cada árbol, la estimación del incremento bruto por unidad de área se obtiene al sumar los volúmenes individuales y multiplicarlo por el factor apropiado que considera diversas variables que afectan el crecimiento de los árboles como la competencia, localidad, etc.

Los modelos para árboles individuales se subdividen en aquéllos que no consideran la distancia (independientes de la distancia) y los modelos que incluyen la ubicación especial dentro del arbolado (dependientes de la distancia). Los primeros suponen que existe una estrecha relación entre el árbol y el estatus competitivo del rodal. Aguirre (1989) sugiere la utilización de estos modelos en la simulación de la producción e incremento en plantaciones.

Wensel y Tumblom (1998) desarrollaron un modelo de árboles individuales para estimar el incremento periódico anual en área basal en el noroeste de California con datos de parcelas permanentes de muestreo, el cual fue ajustado por los niveles de variación en la precipitación. Hokka y Groot (1999) desarrollaron un modelo de árboles individuales para estimar el crecimiento en área basal de *Picea Mariana* en Ontario. Los datos usados fueron derivados de análisis troncales. El modelo fue expresado como una función del diámetro, nivel de competencia en el rodal y de cada árbol y el grosor de la turba. Murphy y Shelton (1996) desarrollaron un modelo de crecimiento en área basal en rodales irregulares usando árboles individuales que crecen libres de competencia a los cuales se les ajustó un factor que reduce su crecimiento con las características y variables del rodal. Huang y Titus (1995) desarrollaron un modelo de incremento en

diámetro independiente de la edad con datos obtenidos de parcelas permanentes de muestreo en rodales mixtos en Alberta. El incremento periódico anual es definido como una función del diámetro normal, altura total, competencia relativa de los árboles dentro del rodal, composición de especies, densidad del rodal y productividad de sitio.

### 3.4.3. Antecedentes en México

Musalem (1973) publicó un artículo en el cual plantea la posibilidad de utilizar las tablas de producción como herramienta auxiliar en los trabajos que se realizan en las áreas forestales, principalmente en bosques casi regulares.

Manzanilla (1974) publicó sus investigaciones epidemétricas y silvícolas realizadas en bosques de *Abies religiosa*, donde recomienda transformar las estructuras de monte bajo a estructuras de monte alto regular o bosque de selección con mayor valor económico, aplicando el método de selección o cortas sucesivas. Este es el primer intento que incorpora una función de crecimiento y producción basada en las estructuras del rodal.

Garzón (1976) elaboró una tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* en Zoquiapan, México. Los datos se obtuvieron a través de un muestreo aleatorio en rodales coetáneos y de densidad normal. Se probaron dieciocho modelos matemáticos para estimar el crecimiento y rendimiento del rodal. Finalmente se construyó una tabla de producción normal para el índice de sitio promedio.

Musalem (1977) presenta una metodología para la construcción de tablas preliminares de producción en Atenquique, Jalisco. La metodología se basó en datos de análisis troncales de los árboles representativos de las condiciones promedio del bosque. Además se construyeron curvas individuales de crecimiento, relacionando la edad con la altura, el diámetro, volumen, área basal, e incremento.

Cano y Nevárez (1980) publican sobre la simulación a través del tiempo de algunos parámetros de crecimiento de *Pinus douglasiana*. Dirigieron su trabajo a sitios de dimensiones variables. Con los datos del área basal actual e incremento en diámetro. Adicionalmente, plantearon el establecimiento escalonado de parcelas permanentes de

muestreo para probar tres niveles de densidad y tres índices de localidad, para las principales especies de pinus de la región.

Torres (1984) presenta una metodología para estimar el crecimiento y rendimiento de *Pinus hartwegii* Lndl., en la estación experimental Zoquiapan, Estado de México, con datos obtenidos de sitios temporales de muestreo, usando tablas de rendimiento de densidad variable.

Aguirre (1987) desarrolló un modelo de producción y crecimiento para los bosques de *Pinus cooperii* del estado de Durango. Aplicando ecuaciones para determinar y predecir el índice de sitio y densidad para estimar la producción a futuro en volumen usando un modelo de simulación, incorporando las categorías diamétricas mediante la función de densidad de probabilidades Weibull.

Aguirre (1989) presenta una metodología para la elaboración de tablas de producción con datos obtenidos en sitios temporales de muestreo, análisis troncales y mediciones en árboles individuales. Este procedimiento se desarrolló en el noreste de México con la especie de *Pinus pseudostrobus*. La metodología utilizada se basa en el cálculo de la producción total de acuerdo al método de Magín. Las relaciones entre los parámetros más importantes de los rodales se determinaron mediante ecuaciones de regresión.

Torres y Broidie (1990) desarrollaron un modelo de predicción de la producción y el crecimiento para rodales usando la función Weibull de tres parámetros para ser aplicado en rodales naturales de *Pinus hartwegii*.

Návar *et al.* (1996) desarrollaron un modelo matemático para estimar el crecimiento forestal de rodales irregulares en el sudoeste de Sinaloa México, con información proveniente de inventarios convencionales, basado en el ajuste de la distribución Weibull a las categorías diamétricas por clase de edad.

Zepeda y Domínguez (1998) estiman el crecimiento e incremento de rodales puros y coetáneos de *Pinus arizonica* con un modelo compatible del rodal. Los datos utilizados fueron obtenidos de parcelas permanentes de muestreo establecidas en 1970.

Valles *et al.* (1998) relacionan nueve índices de competencia dependientes de los árboles con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperii* en un bosque irregular mezclado en Durango. Los datos utilizados fueron de parcelas permanentes de muestreo.

Návar *et al.* (1999) ajustan preliminarmente tres modelos de crecimiento y producción en bosques irregulares bajo manejo en Durango. Los modelos utilizados fueron al nivel árboles individuales, al nivel del rodal y al nivel de clases diamétricas ajustando la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de los árboles dentro del rodal, recomendando el último por ser más consistente en estimar los volúmenes a partir del incremento de los últimos 10 años.

## **CAPÍTULO IV**

### **MATERIALES Y METODOS**

#### **4.1. CARACTERIZACIÓN DEL AREA DE ESTUDIO**

##### **4.1.1. Localización**

El área de estudio comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6 de El Salto, P.N. Durango, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 km. al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan de 1,400 a 3,000 m.

##### **4.1.2. Topografía**

El área de estudio presenta en su parte alta relieve característico de sierra alta y algunas mesetas alineadas en dirección sudoeste a noreste, algunos lomeríos y zonas onduladas. En la parte media, donde la altitud es más baja, se presentan pendientes de moderadas a fuertes y que culminan en cañones, mismos que presentan una gran variación de altitud y topografía generalmente escarpada.

##### **4.1.3. Geología**

El área de estudio está conformada por rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos. En el Cuadro 4.1. Se presenta una descripción de los tipos de rocas que se localizan en la zona de acuerdo a INEGI (1984).

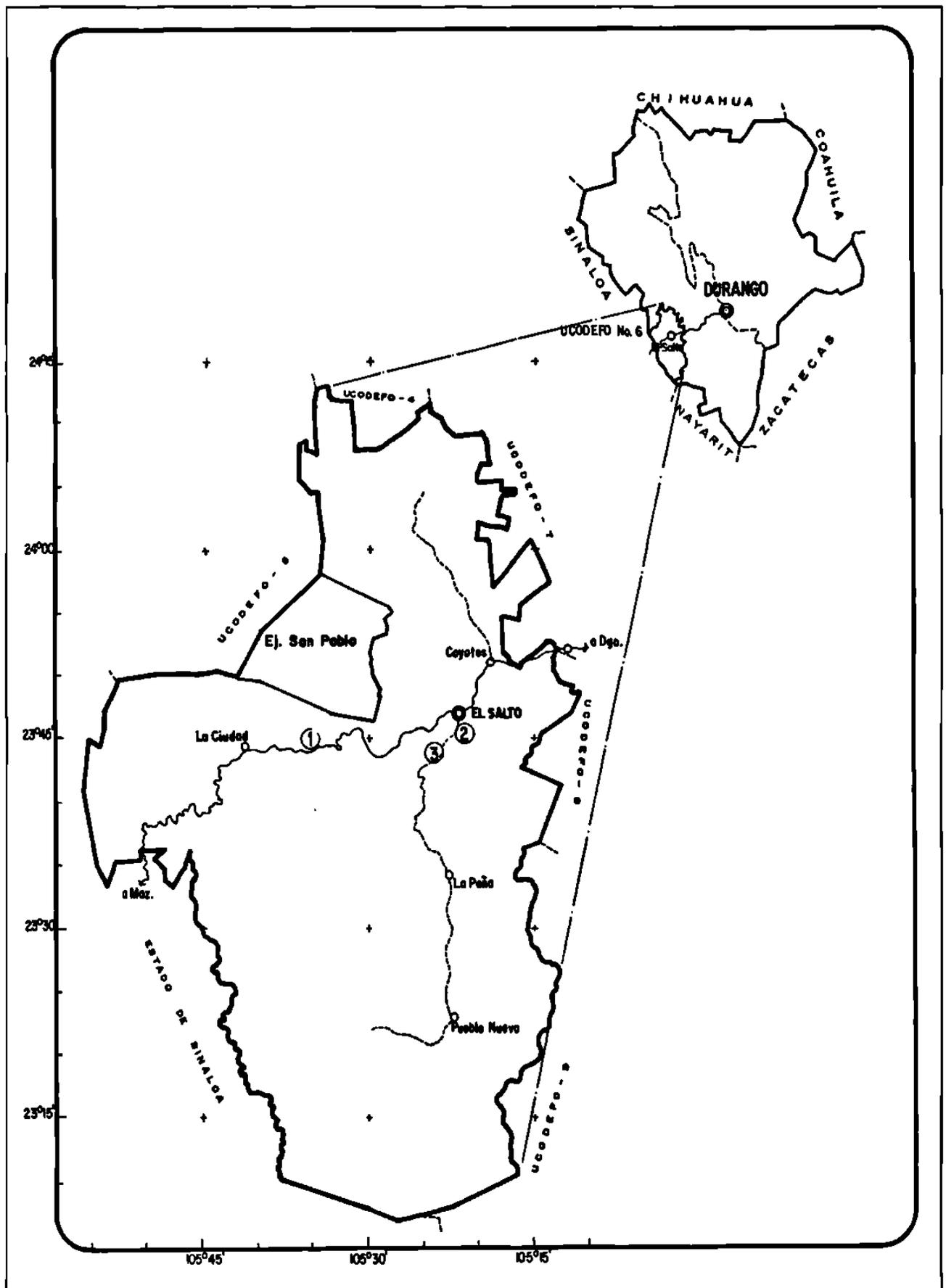


Figura 4.1. Ubicación geográfica del área de estudio.

**Cuadro 4.1. Distribución de las asociaciones de rocas encontradas en la región de El Salto, Durango.**

Roca	Descripción
T(lgea)	Toba ácida. Es un conjunto de productos pirocásticos de diversas características, comprende tobas radioasíticas, riolíticas, dasíticas e ignibrítas, que presentan diversas texturas tales como piroclásticas, holocristalinas, afaníticas y porfídica. Se presentan en pseudoestratificación, fracturamiento moderado, interemperismo somero; su color varía de pardo claro a rosado con tonos blancos, negros y amarillo ocre. Se asocia con depósitos vulcanoclásticos, sus relaciones estratigráficas son discordantes sobre las rocas más antiguas, subyace de igual modo a basaltos.
T(lgei)	Toba intermedia. Secuencia volcánica formada por intercalación irregular de tobas líticas y derrames andesíticos. La unidad presenta en general colores oscuros con alteraciones locales de clorita y epidota. La andesita tiene textura afanítica y porfídica. La toba tiene una textura piroclástica. Sobreyace en contacto irregular a la granodiorita de edad cretácico superior. Le sobreyace la secuencia de toba ácida del Oligoceno-Mioceno, morfológicamente constituye sierras pronunciadas a sierras bajas. La unidad aflora hacia la parte occidental del área.
T(lgeb)	Toba básica. Sobreyace a la unidad toba ácida oligomiocénica y subyace a los aluviones cuaternarios. Aunque al parecer algunos basaltos en el área son de esta edad, solamente la unidad cartografiada se consideró en este lapso al apreciarse con mayor claridad las relaciones estratigráficas.
Ki(cz)	Caliza. Esta unidad consiste de caliza masiva, en capas mayores a 1 metro de espesor, de textura mudston, parcialmente recristalizada, en ocasiones con módulos de pedernal y frecuentemente con miliólidos pelecípodos. Estructuralmente presenta grandes estructuras de plegamiento normal del orden de la decena de kilómetros. Es común encontrar en posición esta unidad sobre las unidades J(Gn), PE(Gn) y

Roca	Descripción
	P(Gn) y de modo concordante Ki(lu-ar). El contacto superior es concordante con la unidad Ks(lu-ar) y discordante con T(lgea).

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

#### 4.1.4. Suelos

De acuerdo con la información contenida en las cartas edafológicas de escala 1:250,000 (INEGI, 1988) y según la clasificación de Unidades FAO/UNESCO (1970) modificado por la DETENAL (1979), el área de estudio comprende diferentes tipos de suelos, de los cuales predominan los cambisoles, litosoles, feozems y regosoles. En el Cuadro 4.2 se presenta una breve descripción de los principales tipos de suelos.

*Cuadro 4.2. Descripción de las unidades de suelo encontrados en la región de El Salto, Durango.*

Tipo de suelo	Descripción
Cambisol	Es un suelo joven, poco desarrollado, de cualquier clima, menos de zonas áridas, con cualquier tipo de vegetación, en el subsuelo tiene una capa de terrones que presentan un cambio con respecto al tipo de roca subyacente, con alguna acumulación de arcilla, calcio, etc. Suceptibilidad de moderada a alta a la erosión.
Litosol	Es un suelo de distribución muy amplia, se encuentra en todos los climas y con muy diversos tipos de vegetación, son suelos sin desarrollo, con profundidad menor a 19 cm; tiene características muy variables, según el material que los forma. Su susceptibilidad a la erosión depende de la zona donde se encuentre, pudiendo ser desde moderada a alta.
Feozem	Tiene una capa superficial oscura, suave y rica en materia orgánica y nutrientes, se encuentran desde zonas semiáridas hasta templadas y tropicales. Se encuentra casi cualquier tipo de vegetación y en terrenos desde planos hasta montañosos y la susceptibilidad a la erosión

Tipo de suelo	Descripción
Regosol	depende del tipo de terreno donde ocurra. Se caracteriza por no presentar capas distintas, son claros y se parecen a la roca que les dio origen, se pueden presentar en muy diferentes climas y con diversos tipos de vegetación, son de susceptibilidad variable a la erosión.

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

#### 4.1.5. Clima

Uno de los factores determinantes para la distribución de los climas en el estado de Durango parece ser la barrera construida por la Sierra Madre Occidental, que detiene los vientos húmedos, presentándose en la región de las quebradas un clima marítimo subtropical con temperaturas generalmente altas más o menos uniforme durante el año, con abundante precipitación pluvial y alta humedad atmosférica, a excepción de la región citada, la mayor parte de la sierra, por su altitud, tiene un clima subhúmedo templado o semifrío, que se vuelve templado o semiseco en el lado oriental de la sierra y en buena parte de la franja central del estado. En el Cuadro 4.3 se describen los tipos climáticos que se encuentran en la zona de estudio según García (1987).

*Cuadro 4.3. Descripción de los tipos climáticos presentes en la región de El Salto, Durango.*

Tipo climático	Descripción
(A)C(W <sub>1</sub> )	Clima semicálido subhúmedo, con lluvias en verano, con precipitación del mes más seco menor de 40 mm, y porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 (agrupa los subtipos de humedad media de los semicálidos subhúmedos).
(A)C(W <sub>2</sub> )	Clima semicálido subhúmedo, con lluvias en verano, con precipitación del mes más seco menor de 40 mm. y porcentaje de lluvia invernal entre

- 5 y 10.2 (agrupa los subtipos más húmedos de los semicálidos subhúmedos).
- AW<sub>1</sub>(W) Clima cálido subhúmedo con lluvias en verano con porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm.
- AW<sub>2</sub>(W) Clima cálido subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de lluvia invernal menor de 5 mm.
- C(E)(W<sub>2</sub>) Clima semifrío subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de precipitación entre 5 y 10.2 mm.
- C(W<sub>2</sub>) Clima templado subhúmedo con lluvias en verano con un porcentaje de precipitación invernal entre 5 y 10.2 mm
- C(E)(M) Clima semifrío húmedo con abundantes lluvias en verano con porcentaje de precipitación invernal mayor de 5 mm.

---

Fuente: UCODEFO No. 6, Programa de Manejo Forestal 1997-2007.

#### 4.1.6. Precipitación

Este componente es uno de los principales descriptores del clima. Es un término genérico para describir algún tipo de condensación atmosférica de vapor de agua, que posteriormente se precipita en forma de agua, nieve, granizo, escarcha, etc. Los patrones de distribución en espacio y tiempo de la precipitación, conjuntamente con la temperatura son utilizados para realizar la caracterización del clima local. Para el área de estudio, García (1987) reporta una precipitación media anual que fluctúa de 800 a 1,200 mm.

#### 4.1.7. Tipos de vegetación

A continuación se describen las características de los principales tipos de vegetación que se pueden encontrar en el área de estudio.

#### 4.1.7.1. Bosque de pino

Este tipo de vegetación está constituido por especies arbóreas de fuste recto, de talla baja y mediana, con altura de 8 a 25 m, excepcionalmente más de 30 m, hoja acicular en fascículos, perenne, caracterizado por la dominancia del género *Pinus* y su distribución es amplia en todas las cadenas montañosas del país (García y González, 1998). La mayoría de las masas forestales de pinos mexicanos se desarrolla a altitudes entre 1,500 y 3,000 msnm, aunque también se les ha registrado en áreas de clima caliente a 150 msnm, y a niveles superiores de más de 4,000 msnm (Rzedowski, 1978), por lo que se deduce que existe una gran variedad de condiciones climáticas asociadas a los bosques de *Pinus* en la República, donde los límites absolutos de distribución marcan tolerancia de temperatura media anual entre 6 y 28°C, así como climas totalmente libre de heladas y otros en que el fenómeno puede presentarse en todos los meses del año. Aunque si se restringe la caracterización climática al área de las grandes masas forestales de pino, pueden aproximarse los límites entre 10 y 20°C de temperatura media anual y entre 600 y 1,000 mm de lluvia al año, lo cual correspondería al clima tipo Cw de la clasificación de Köppen (1948); en general son áreas afectadas por heladas todos los años y la precipitación se concentra en 6 a 7 meses.

Los pinares de México muestran gran preferencia por áreas cubiertas por rocas ígneas, tanto antiguas como recientes, produciendo suelos cuyo pH varía entre 5 y 7. El color del suelo, su textura y el contenido de nutrientes presentan variaciones considerables de un lugar a otro; son bastante frecuentes las tierras rojas, más o menos arcillosas, derivadas de basaltos; en cambio las andesitas producen a menudo coloraciones cafés y texturas más livianas. Los suelos negros o muy oscuros son también frecuentes sobre todo a altitudes mayores a 3,000 msnm. Es característico de estos bosques un horizonte de humus de unos 10 a 30 cm y el suelo se halla cubierto de hojas de pino.

Este grupo de vegetación constituye uno de los recursos naturales renovables de mayor importancia en el estado de Durango, tanto por la magnitud de su distribución

como por el valor económico que representa. Las especies más representativas es el *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii*, *P. cooperi*, *P. teocote*, *P. herrerae*. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia es el *P. ayacahuite*, *P. lumholtzii*, *P. douglasiana*, *P. michoacana*, *P. oocarpa*.

#### 4.1.7.2. Bosque de encino

Los bosques de *Quercus* son comunidades vegetales muy características de la Sierra Madre Occidental. Esta comunidad vegetal junto con las coníferas constituye la mayor parte de la cubierta vegetal de la región de El Salto, Durango. Los encinares guardan relaciones complejas con los pinares, con los cuales comparten afinidades ecológicas generales. Los encinares se pueden encontrar desde el nivel del mar hasta 3,100 metros aunque el 95% de su extensión se halla entre 1,200 a 2,800 metros (Rzedowski, 1978). El grupo muestra gran diversificación en la SMO, encontrándose para el estado por lo menos 43 especies (González y González, 1992).

Las especies más representativas del área de estudio son *Quercus sideroxyla*, y *Q. durifolia* en los climas semihúmedos, mientras que *Q. candicans* y *Q. rugosa* se encuentran los climas muy húmedos y finalmente en los climas secos se encuentran *Q. coccolobifolia*, *Q. laeta*, *Q. eduardii*, *Q. striatula*, *Q. Chihuahuensis* y *Q. grisea*.

Este tipo de vegetación se desarrolla en diferentes tipos de rocas, tanto ígneas, como sedimentarias y metamórficas, así como en suelos profundos de terrenos aluviales planos. Típicamente el suelo es de reacción ácida moderada con pH de 5.5 a 6.5, con abundante materia orgánica y hojarasca.

Los encinos son importantes ecológicamente y económicamente porque forman parte del hábitat de flora y fauna silvestre, proveen alimento a la fauna, dan protección y mantenimiento al suelo, tiene un uso etnobotánico y económico (madera, celulosa, carbón, etc.), proveen un ambiente estético y recreacional.

Su aprovechamiento es de importancia local, pero muy limitado a escala industrial. Como consecuencia de lo anterior los bosques que eran mezclados con especies del género *Pinus* se han convertido en encinares puros.

#### 4.1.7.3. Bosque mezclado de pino-encino o encino-pino.

Esta comunidad es la que ocupa la mayor parte de la superficie forestal de las partes altas de los sistemas montañosos del país. Está constituida por la mezcla de diferentes especies de pino (*Pinus* spp.) y encino (*Quercus* spp.), ocupando muchas condiciones comprendidas dentro del área general de distribución de los pinos y encinos. Representan la vegetación mas común en la SMO formando masas de árboles mezcladas con los géneros *Pinus* y *Quercus*. Las masas se caracterizan por ser irregulares e incoetáneas, desarrollándose en cualquier tipo de suelo presente.

#### 4.1.7.4. Selva baja caducifolia

Los árboles pueden alcanzar hasta 20 m de altura desarrollándose en climas cálidos subhúmedos, semisecos o subsecos donde la mayoría de los árboles pierden las hojas en la época seca que se prolonga de 6 a 8 meses, los árboles dominantes son por lo general inermes. Se distribuye ampliamente sobre laderas de cerros con suelos de buen drenaje, en muchas partes del país puede asociarse con selvas medianas, bosques y matorrales de zonas semiáridas. Son comunes las comunidades de *Bursera* spp., *Lysiloma* spp., (tepeguaje), *Jacarantia mexicana* (bonete), *Ipomea* spp., (cazahuate), *Pseudobombax palmeri* (amapola), *Erithrina* spp., (colorín), *Ceiba* spp., (pochote) y *Cordia* spp., (Cueramo).

## CAPÍTULO V

### COMPARACION DE TECNICAS DE ESTIMACION DE VOLUMEN FUSTAL TOTAL PARA CINCO ESPECIES DE DURANGO, MEXICO

**Sacramento Corral<sup>1</sup>, José Návar<sup>2</sup> y Fabián Fernández<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y <sup>2</sup>Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. E-mail; scorralr@latinmail.com, <sup>3</sup>Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

#### 5.1. RESUMEN

En este reporte se compararon diez técnicas de cubicación de volumen fustal sin corteza para cinco especies de pino en Durango, México. El volumen se estimó con las ecuaciones convencionales de Smalian, Newton y sólidos de revolución y con los modelos de ahusamiento de Amidon, Biging, Clutter, Kozak en forma lineal y no lineal, Newnham y Rustagi y Loveless. Los modelos de volumen de Schumacher y Hall, Spurr, Spurr transformado, Honer, Sloboda, Naslund y Australiana se ajustaron con los volúmenes estimados con técnicas de integración. Las variables diámetro normal y altura total fueron estimados con cada uno de los modelos de ahusamiento. Los modelos de volumen de mejor ajuste fueron comparados con un análisis de covarianza. Los resultados mostraron que las ecuaciones de ahusamiento de Amidon y Biging producen resultados comparables con las ecuaciones de volumen convencionales. Por esta razón se recomiendan estas tecnologías para estimar los volúmenes comerciales de las especies de pino de Durango, México.

**PALABRAS CLAVE:** Cubicación convencional, Modelos de ahusamiento, Ecuaciones de volumen, Fuste total sin corteza, Pináceas, El Salto Durango, México.

## 5.2. ABSTRACT

In this report ten methods of estimating stem volume without bark were compared for five pine species distributed in Durango, Mexico. Stem volume was estimated by the conventional equations of Smalian, Newton and revolution of solids as well as with the use of the taper models of Amidon, Biging, Clutter, Kozak, Newnham and Rustagi and Loveless. The volume models of Schumacher and Hall, Spurr, transformed Spurr, Honer, Sloboda, Naslund and Australian were fitted to estimated volumes by the mathematical technologies described. The independent variables; normal diameter and total height were estimated by each one of the taper models. The volume models were compared by a covariance analysis. The results showed that the equations of Amidon and Biging produced comparable volumes to those estimated by the conventional approaches. For this reason these taper technologies are recommended to estimate merchantable volume of the studied pine species in Durango, Mexico.

**KEY WORDS:** Volume Estimation, Taper functions, Volume equations, Pine species, Durango, Mexico.

## 5.3. INTRODUCCIÓN

La estimación del volumen fustal y comercial de los árboles del rodal son parámetros importantes en la planeación del manejo forestal como una herramienta básica en los inventarios forestales. La evaluación del volumen de los árboles individuales ha seguido dos procedimientos; usando mediciones a intervalos pequeños o a través de técnicas de desplazamiento de agua. En cualquier caso existen diversas fuentes de error asociadas con la técnica de medición (Biging, 1988).

Martin (1984) comparó el volumen de 243 trozas de maderas duras de 72 especies con 14 ecuaciones diferentes contra el volumen estimado por desplazamiento de agua, encontrando que las ecuaciones convencionales de Huber, Newton y Smalian fueron más precisos en estimar el volumen seguidos muy cercanamente por la

ecuación de ahusamiento de Beers. Biging (1988) reportó que las fórmulas de Newton y Huber son las más adecuadas para estimar el volumen seguidas por Smalian. Figueiredo y Budant (1999) encontraron menores errores cuando el volumen total es estimado con la fórmula de Smalian y Huber comparado con técnicas de desplazamiento de agua, mientras que el error obtenido por la integración de cinco ecuaciones de ahusamiento fue mayor.

Las funciones de ahusamiento son populares y eficientes para representar el perfil del fuste de los árboles e integrarse para estimar volúmenes comerciales y totales (Clutter *et al.*, 1983; Návar *et al.*, 1997). Los modelos de Demaerschalk (1972) y Clutter (1980) son compatibles con las ecuaciones de volumen total estimado por integración de las funciones de ahusamiento y el volumen obtenido por ecuaciones convencionales de volumen total. Diversas funciones compatibles de ahusamiento han sido derivadas para obtener volumen total o parcial del fuste (Clutter, 1980; Reed y Green, 1984; Amidon 1984; Biging, 1984; Byrne y Reed, 1986; McTague y Bailey, 1987; Rustagi y Loveless, 1991; Bailey, 1994; Fang y Bailey, 1999), mientras que en México existen pocos de trabajos que describan compatiblemente el perfil y volumen fustal en bosques mixtos e irregulares (Castillo, 1988; De los Santos *et al.* 1995; Rentería *et al.*, 1995). Aunque existe una gran variedad de funciones de ahusamiento, muchos de estos no han comparado el volumen obtenido por integración con ecuaciones convencionales de cubicación y aplicado extensivamente en la determinación del volumen fustal y comercial de las coníferas de la Sierra Madre Occidental en Durango.

El objetivo de este trabajo fue comparar el volumen fustal total sin corteza estimado mediante tres formas convencionales de cubicación, contra el volumen estimado por integración de siete modelos de ahusamiento.

## 5.4. MATERIALES Y MÉTODOS

### 5.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la UCODEFO No. 6, localizándose en el sistema montañoso

denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan entre 1,400 y 2,600 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W<sub>1</sub>) y tipos semicálidos subhúmedos con lluvias en verano y precipitación media anual de 800 - 1200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*: las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* *cornuta* Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus* spp) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

#### 5.4.2. Metodología

Las mediciones del diámetro sin corteza a diferentes secciones de la altura se realizaron directamente de árboles derribados en operaciones de aprovechamiento desde abril a octubre de 1996. Los árboles fueron distribuidos en toda el área de estudio tratando de cubrir todas las condiciones de sitio presentes, así como todas las categorías de diámetro y altura. El tamaño de la muestra por especie fue de 507

árboles para *P. cooperi*, 453 para *P. durangensis*, 424 para *P. engelmannii* 400 para *P. leiophylla* y 322 para *P. herrerae*. De éstos, el 75 % de cada especie se seleccionó y separó aleatoriamente para el ajuste estadístico de parámetros de los modelos de volumen y el 25 % restante para su validación (ver características dasométricas en el Cuadro 5.1). El diámetro sin corteza se midió a la base del fuste, a 0.30 m, a 1.30 m y desde aquí hasta la parte distal a cada metro. Otras variables medidas fueron: diámetro normal, edad, altura del tocón, grosor de corteza y altura total.

**Cuadro 5.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango, México.**

Especie	Estadísticos	Ajuste		Validación	
		Diámetro (cm)	Altura (m)	Diámetro (cm)	Altura (m)
<i>Pinus cooperi</i>	Promedio	26.6	17.3	24.3	16.8
	DS	10.9	6.1	10.3	6.0
<i>Pinus durangensis</i>	Promedio	24.3	16.4	20.1	15.3
	DS	10.0	6.4	8.6	6.3
<i>Pinus engelmannii</i>	Promedio	21.7	13.9	19.3	12.6
	DS	9.6	5.6	8.6	4.1
<i>Pinus leiophylla</i>	Promedio	21.5	13.4	20.5	13.8
	DS	9.7	5.5	7.6	4.9
<i>Pinus herrerae</i>	Promedio	21.3	13.5	23.7	15.9
	DS	9.6	5.5	9.6	5.5

DS= Desviación estándar

La cubicación de las trozas de los árboles derribados se realizó con las ecuaciones de Smalian, Newton y sólidos de revolución para todas las secciones del fuste, con excepción de la parte distal a la cual se le aplicó la ecuación del cono.

Las ecuaciones convencionales están descritas por:

#### 1. Smalian (1804).

$$V_i = \frac{(A_1 + A_2)L}{2} \quad [1]$$

2. Newton (1849).

$$V_i = \frac{(A_1 + 4A_3 + A_2)L}{6} \quad [2]$$

3. Sólidos de revolución.

$$V_i = \frac{\lambda L}{N + 1} \left[ \frac{R^2 - r^2}{\left(\frac{R}{r}\right)^{\frac{2}{N}} - 1} + R^2 \right] \quad [3]$$

Donde: V es el volumen de la troza i (m<sup>3</sup>); A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, y A<sub>3</sub>, son el área basal al inicio, final y promedio de la troza respectivamente (m<sup>2</sup>); R y r es el radio promedio al inicio y final de la troza (m); L es la longitud de la troza (m); λ=0.0003141593 y N son los tipos dendrométricos (0: para el cilindro, 1: para el paraboloides, 2: para el cono y 3: para el neiloide).

Los modelos de ahusamiento utilizados para estimar el volumen fustal de las cinco especies fueron: 1) Amidon (1984); 2) Biging (1984); 3) Clutter (1980); 4) Kozak (1988) en forma no lineal 5) Kozak (1988) en forma lineal; 6) Newnham (1992) y 7) Rustagi y Loveless (1991). La estructura de las ecuaciones y el ajuste y validación para las especies estudiadas son reportadas con mayor detalle en Corral *et al.* (1999) (en prensa).

El volumen se estimó con integración numérica para todos los modelos de ahusamiento, con excepción de Amidon y Biging los cuales fueron integrados analíticamente.

Cuadro 5.2. Estadísticos del volumen estimado por 10 técnicas de cubicación de cinco especies de pino en Durango, México.

Tipos de cubicación	<i>Pinus Cooperi</i>		<i>Pinus durangensis</i>		<i>Pinus engelmannii</i>		<i>Pinus leiophylla</i>		<i>Pinus herreriae</i>	
	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
Volúmenes usados para ajustar parámetros (m <sup>3</sup> )										
Rev-Sol	0.497	0.60	0.405	0.54	0.295	0.43	0.283	0.39	0.275	0.40
Smalian	0.482	0.57	0.382	0.50	0.287	0.42	0.273	0.37	0.266	0.39
Newton	0.495	0.60	0.403	0.54	0.293	0.42	0.273	0.37	0.274	0.40
Amidon	0.476	0.50	0.373	0.45	0.261	0.35	0.252	0.33	0.256	0.33
Biging	0.482	0.56	0.394	0.49	0.284	0.39	0.275	0.37	0.268	0.38
Clutter	0.448	0.61	0.395	0.57	0.280	0.43	0.258	0.37	0.256	0.39
Kozak1	0.447	0.56	0.275	0.32	0.244	0.38	0.267	0.40	0.227	0.32
Kozak2	0.519	0.66	0.418	0.60	0.329	0.51	0.217	0.27	0.264	0.34
Newnham	0.452	0.59	0.363	0.49	0.270	0.42	0.252	0.35	0.235	0.33
Rustagi-L.	0.435	0.53	0.355	0.46	0.256	0.36	0.248	0.34	0.242	0.35
Volúmenes usados para validar las ecuaciones (m <sup>3</sup> )										
Rev-Sol	0.403	0.47	0.325	0.35	0.204	0.29	0.231	0.24	0.370	0.39
Smalian	0.417	0.49	0.326	0.36	0.206	0.29	0.238	0.24	0.375	0.40
Newton	0.415	0.49	0.326	0.36	0.205	0.29	0.237	0.24	0.374	0.40
Amidon	0.415	0.50	0.326	0.45	0.216	0.32	0.220	0.33	0.346	0.33
Biging	0.424	0.50	0.338	0.49	0.236	0.30	0.248	0.30	0.368	0.38
Clutter	0.478	0.61	0.395	0.57	0.280	0.43	0.258	0.37	0.256	0.39
Kozak1	0.447	0.56	0.275	0.32	0.244	0.38	0.267	0.40	0.227	0.32
Kozak2	0.519	0.66	0.418	0.60	0.329	0.51	0.217	0.27	0.264	0.34
Newnham	0.452	0.59	0.363	0.49	0.270	0.42	0.252	0.35	0.235	0.33
Rustagi-L.	0.435	0.53	0.355	0.46	0.256	0.36	0.248	0.34	0.242	0.35

Rev-Sol= Revolución de sólidos; Rustagi-L= Rustagi y Loveless; DS= Desviación estándar

Se seleccionaron previamente los dos mejores modelos para estimar volumen de siete probados, donde el volumen fue cubicado con la ecuación de Smalian. Los modelos probados fueron:

1. Schumacher y Hall (1933).

$$V = \beta_1(Dn)^{\beta_2}(Ht)^{\beta_3} \quad [4]$$

2. Spurr (1952) en forma logarítmica.

$$V = \ln(V) = \beta_1 + \beta_2 \ln(Dn^2Ht) \quad [5]$$

3. Spurr (1952) en forma aritmética.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Dn^2) \quad [6]$$

4. Honer (1964).

$$V = Dn^2/(\beta_1 + \beta_2/Ht) \quad [7]$$

5. Sloboda de tres parámetros.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Ht) + \beta_3(DnHt) + \beta_4(Dn^2Ht) \quad [8]$$

6. Naslund modificado.

$$V = \beta_1 + \beta_2(Ht) + \beta_3(Dn^2Ht) + \beta_4(DnHt^2) \quad [9]$$

7. Australiano

$$V = \beta_1 + \beta_2(Dn^2) + \beta_3(Ht) + \beta_4(Dn^2Ht) \quad [10]$$

Donde: V= Volumen total del fuste; Dn= Diámetro normal; Ht= Altura total;  $\beta_1, \dots, \beta_4$ = coeficientes de regresión y Ln= logaritmo natural.

Los modelos con mejor ajuste fueron Schumacher y Hall y Spurr en forma logarítmica porque presentaron los coeficientes de determinación más altos, los errores estándares más bajos y errores distribuidos más normalmente.

Los modelos de Schumacher y Hall y Spurr transformado se ajustaron a los volúmenes fustales totales estimados por las diferentes técnicas de cubicación. La altura y diámetro normal utilizados para los modelos que describen el perfil fustal se estimaron con los modelos de ahusamiento.

Los modelos de volumen resultantes fueron comparados a través de un análisis de covarianza, donde el  $\ln(Dn^2Ht)$ ,  $Dn$  y  $Ht$  fueron las variables para los modelos de Spurr transformado y Schumacher y Hall, respectivamente. Este procedimiento estadístico comparó los parámetros, intercepta y pendiente de cada uno de los modelos para definir el volumen por las diez diferentes técnicas de cubicación.

Los errores se han estimado convencionalmente de la diferencia entre el volumen observado (generalmente medido por desplazamiento de agua) y el volumen estimado por una técnica de cubicación (Martin, 1984). En este estudio se utilizó el volumen estimado por Smalian como el valor observado porque diversos estudios han encontrado diferencias significativas entre esta técnica de medición y el volumen observado por desplazamiento de agua (Martin, 1984; Reed y Green, 1984; Biging, 1988; Figueiredo y Budant, 1999).

Los errores fueron estimados al nivel del rodal y por estructura diamétrica. Con los datos del inventario forestal levantado en 1996 para el área de estudio se desarrolló un rodal tipo cuyas estructuras diamétricas por especie fueron predichas por la distribución Weibull y los errores totales para cada especie se estimaron con el modelo [11].

El número de árboles y volumen por hectárea para cada especie fue estimado usando sitios de un décimo de hectárea. El ajuste de la distribución Weibull se realizó al nivel de las especies considerando su distribución en todas las condiciones de sitio posibles en el área de estudio y los parámetros se estimaron con el procedimiento de máxima verosimilitud.

La estructura del error total fue determinada por:

$$E_{\text{Total}} = \frac{\sum_{i=1}^n [f(x_i)(E_i)(N)]}{V_h} \quad [11]$$

Donde:  $E_{total}$ = Error total (%);  $f(x_i)$ = frecuencia relativa del número de árboles en la categoría diamétrica  $i$ ;  $E_i$ = Error promedio por categoría diamétrica;  $N$ = Número de árboles promedio por hectárea y  $V_h$ = Volumen promedio por hectárea de las especies.

## 5.5. RESULTADOS Y DISCUSION

Los estadísticos promedio de ajuste y validación de las 7 funciones de volumen mostraron diferencias significativas para predecir el volumen de las cinco especies estudiadas. El modelo de Schumacher y Hall mostró el mayor coeficiente de determinación y menor error estándar, seguido muy cercanamente por el modelo de Spurr transformado en forma logarítmica (Cuadro 5.3). El modelo de Honer presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

*Cuadro 5.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de siete funciones de volumen para predecir volumen rollo total sin corteza de 5 pináceas de Durango, México.*

Función	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R <sup>2</sup> (%)	EES	SP	C.V	Kutosis	Sesgo	Pr<W
<b>AJUSTE</b>							
Schumacher y Hall	99	0.062	0.0034	16.2	10.54	-0.15	0.001
Spurr logarítmico	98	0.070	0.0034	21.1	12.23	-0.64	0.001
Spurr	97	0.068	0.0000	20.5	8.68	-0.18	0.000
Honer	96	0.068	0.0204	23.9	10.81	0.90	0.000
Sloboda	98	0.065	0.0000	19.3	9.00	0.28	0.000
Naslund	98	0.064	0.0000	19.0	7.19	-0.21	0.000
Australiana	98	0.063	0.0000	18.8	7.06	0.02	0.000
<b>VALIDACION</b>							
Schumacher y Hall	98	0.048	-0.0003	16.5	8.41	-0.623	0.002
Spurr logarítmico	98	0.049	0.0002	16.8	8.40	-0.499	0.002
Spurr	98	0.050	-0.0016	17.3	6.02	-0.353	0.000
Honer	97	0.055	0.0132	20.9	10.68	0.768	0.000
Sloboda	98	0.050	-0.0029	17.6	5.56	-0.562	0.002

Función	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R <sup>2</sup> (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Nauslund	97	0.053	-0.0018	18.9	6.98	-0.139	0.000
Australiana	98	0.051	-0.0018	18.1	5.69	-0.580	0.009

C.V= Coeficiente de variación

Los coeficientes de variación de los modelos para predecir el volumen fustal total oscilan del 15 hasta el 25 % para cada especie estudiada. Los errores se concentraron al origen, resultando una distribución con un alto valor de kurtosis, alejado de la distribución normal, motivo por el cual fue rechazada la hipótesis de normalidad con probabilidad menor de 0.05 (Pr<0.05). De acuerdo a los estadísticos del Cuadro 5.3 se recomiendan los modelos de Schumacher y Hall (1933) y Spurr (1952) transformado para predecir el volumen fustal total sin corteza de las cinco especies estudiadas. Corral y Radilla (1996) y Contreras *et al.* (1997) también recomiendan estos modelos para estimar volumen rollo total árbol con y sin corteza para *Pinus cooperi* y *P. durangensis* por presentar buenas estimaciones en la validación.

El análisis de covarianza mostró, considerando el modelo Schumacher y Hall, que la pendiente del diámetro normal ( $\beta_2$ ) fue estadísticamente igual (Pr>0.05) para los modelos convencionales de cubicación y los modelos de Biging y Amidon para todas las especies, excepto en *Pinus cooperi*. La pendiente de la variable altura total ( $\beta_3$ ) fue también estadísticamente igual (Pr>0.05) entre los modelos convencionales y los modelos de Amidon en *P. cooperi*, *P. engelmannii* y *P. leiophylla* y Biging en *P. durangensis* y *P. herrerae* (Figura 5.1a). Si se considera el modelo de Spurr, la pendiente de los modelos de cubicación convencionales ( $\beta_2$ ) (Sólidos de revolución, Smalian y Newton) fue estadísticamente igual a la pendiente ( $\beta_2$ ) de los modelos de ahusamiento de Biging y Amidon (Pr>0.05) para las especies *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*, pero no para las especies *P. cooperi* y *P. durangensis* (Figura 5.1b).

El volumen se subestima cuando se calcula con los modelos de ahusamiento con respecto al volumen estimado por las técnicas convencionales de cubicación (Figura 5.1). Este error es mayor a medida que incrementan las dimensiones de los

árboles y se aproximan al cero absoluto para árboles con diámetro normal menor a 30 cm. Sin embargo, la probabilidad de encontrar árboles de diámetros mayores a 50 cm se redujo a un 10 %.

La variación en la estimación del volumen fustal sin corteza de los modelos de Amidon y Biging fue diferentes para las especies estudiadas, representados por las funciones de Schumacher y Hall y Spurr.

El volumen fustal sin corteza de *Pinus cooperi* estimado por los modelos de Amidon y Biging presentó un error total porcentual en volumen por hectárea de 9.1 % cuando se predice con la función de Schumacher y Hall, mientras que con el modelo de Spurr fue 40.7 % para ambos sistemas de cubicación. Para *P. durangensis* los errores totales porcentuales fueron 11.3 y 25.3 % estimados con Amidon y Biging respectivamente, usando la función de Schumacher y Hall, mientras que con la función de Spurr los errores fueron 54.3 y 85.0 respectivamente. Para *P. engelmannii* los errores totales porcentuales fueron 33.1 y 14.6; 76.2 y 69.4 del volumen estimado con los modelos de Amidon y Biging y predichos con las funciones de Schumacher y Hall y Spurr, respectivamente. En *P. leiophylla* los errores totales porcentuales fueron 17.9 y 1.4; 50.3 41.7 para los mismos modelos de ahusamiento y funciones de volumen respectivamente. Finalmente en *P. herrerae* los errores totales porcentuales fueron 13.3 y 3.4 %; 35.1 y 33.4 %; para el volumen estimado con Amidon y Biging y predicho con la función de Schumacher y Hall y Spurr (Cuadro 5.4).

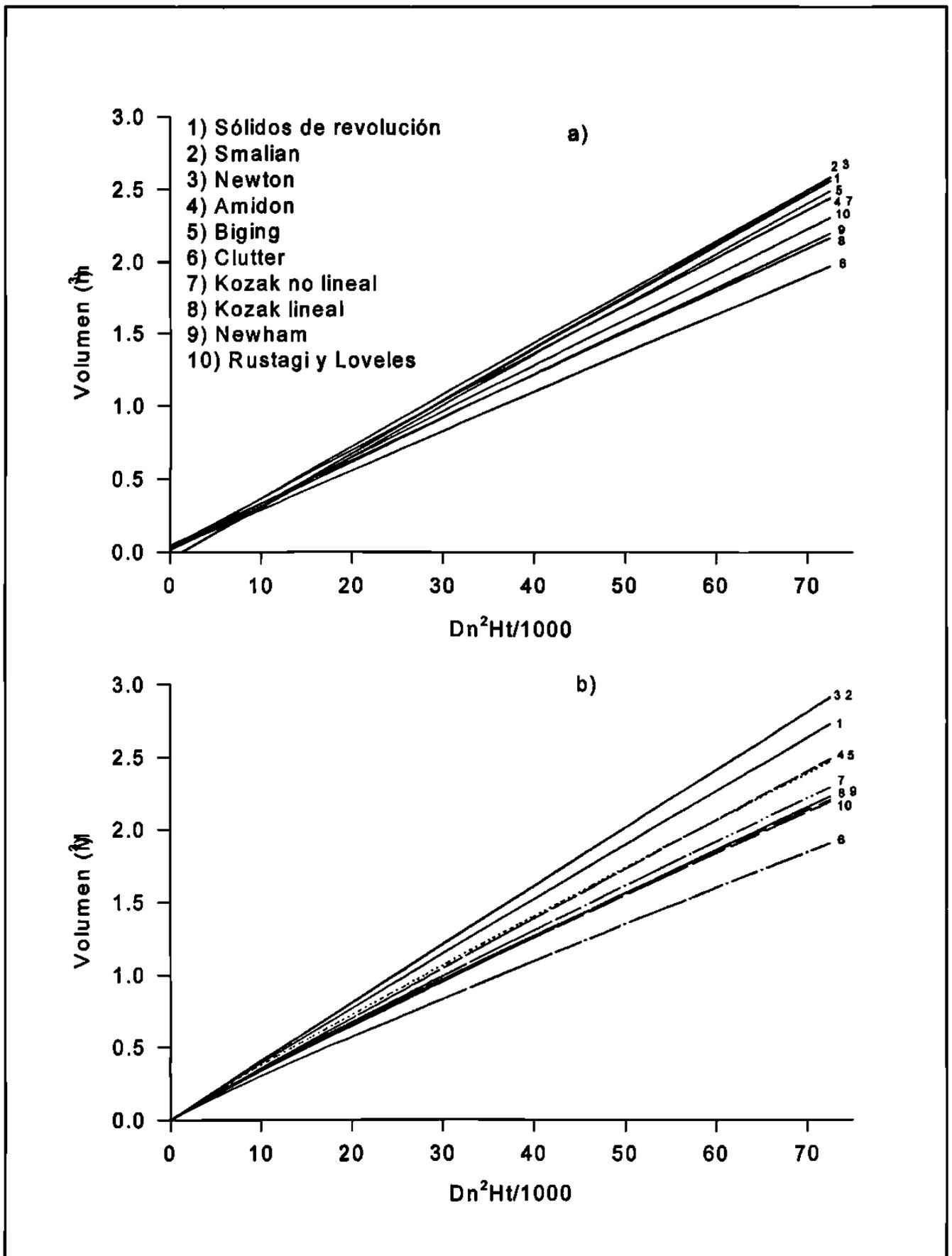


Figura 5.1. Tendencia promedio del volumen fustal de 10 formas de cubicación explicado por el modelo de Schumacher y Hall (a) y Spurr transformado (b) para *Pinus durangensis*.

**Cuadro 5.4. Error total (%) el volumen predicho con los modelos de Schumacher y Hall y Spurr transformado y estimado con los modelos de Amidon y Biging para cinco especies de pino en Durango, México.**

Especie	Volumen M <sup>3</sup> ha <sup>-1</sup>	Arboles ha <sup>-1</sup>	Schumacher y Hall		Spurr transformado	
			Amidon	Biging	Amidon	Biging
<i>P. cooperi</i>	84.2	200	9.1	9.1	40.7	40.7
<i>P. durangensis</i>	90.1	350	11.3	25.3	54.3	85.0
<i>P. engelmannii</i>	2.9	13	33.1	14.6	76.2	69.4
<i>P. leiophylla</i>	29.7	112	17.9	1.4	50.3	41.7
<i>P. herrerae</i>	7.5	15	13.3	3.4	35.1	33.4

De los resultados anteriores se puede observar una amplia diferencia en los errores presentados con las funciones de Schumacher y Hall y Spurr en forma logarítmica en el volumen estimado con Amidon y Biging. Este comportamiento se debe parcialmente a los errores mayores en la estimación del volumen por el modelo de Spurr.

Los modelos de ahusamiento de Amidon y Biging también presentaron diferencias en estimar volumen entre las especies, excepto para *Pinus cooperi* donde el error porcentual fue similar. Para *P. durangensis* el menor error porcentual fue observado cuando el volumen se estima con la ecuación de Amidon. Para *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* los menores errores se presentaron cuando el volumen se estima con la ecuación de Biging, aunque para las dos últimas especies también presentaron errores aceptables con la ecuación de Amidon.

Los modelos de Biging y Amidon pueden ser utilizados en la estimación de los volúmenes fustales totales y comerciales sin corteza de las especies mencionadas en el estudio, porque el error para estimar volumen total es menor y cae dentro del error de la función de Schumacher y Hall.

Los parámetros ajustados a los perfiles fustales con las ecuaciones de Amidon y Biging para las especies estudiadas se presentan en el Cuadro 5.5 y la estructura de los modelos está dada por las ecuaciones [13] y [14].

El modelo de Amidon (1984), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \frac{Dn(Ht-h)}{(Ht-1.30)} + \beta_2 \frac{(Ht^2-h^2)(h-1.30)}{Ht^2} \quad [13]$$

El modelo de Biging (1984), dado por la ecuación:

$$d = Dn \left[ \beta_1 + \beta_2 \ln \left( 1 - \exp \left( - \frac{\beta_1}{\beta_2} \left( \frac{h}{Ht} \right)^{1/3} \right) \right) \right] \quad [14]$$

Donde:  $d$  = diámetro del fuste (cm) a una altura  $h$ ;  $h$  = altura del fuste sobre el tocón (m) a un diámetro  $d$ ;  $\beta_1$  y  $\beta_2$  = parámetros estadísticos.

**Cuadro 5.5. Parámetros del ajuste de los modelos de Amidon, (1984) y Biging (1984) a los perfiles fustales de 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.**

Especie	Amidon (1984)		Biging (1984)	
	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_2$
<i>Pinus cooperi</i>	0.8819	1.0475	1.0518	0.2903
<i>Pinus durangensis</i>	0.8899	0.9861	1.0624	0.2941
<i>Pinus engelmannii</i>	0.8831	1.0571	1.0579	0.2894
<i>Pinus leiophylla</i>	0.8896	1.0507	1.0634	0.2939
<i>Pinus herrerae</i>	0.8709	1.0483	1.0424	0.2855

## 5.6. CONCLUSIONES

Los modelos de ahusamiento de Amidon y Biging se recomiendan para estimar volúmenes fustales totales y comerciales porque estiman volúmenes estadísticamente iguales al volumen convencional estimado por la ecuación de Schumacher y Hall que utiliza la ecuación de Smalian como técnica de cubicación. El modelo de Amidon es más recomendable para estimar los volúmenes fustales totales y comerciales de las especies *Pinus cooperi* y *P. durangensis*, mientras que el modelo de Biging es más recomendable para las especies *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* de la Sierra Madre Occidental en Durango, México.

## 5.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. José de la Luz Santillan y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y a través del proyecto de investigación 28536B.

## 5.8 REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predic bole volume for five mixed conifer especies in California. For. Sci. 30:166-171.
- Bailey, R.L. 1994. A compatible volume-taper model based on the Schumacher and Hall generalizad constant for factor volume ecuation. For. Sci.40:303-313.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper fuction for Alberta trees. For. Sci. 30:1103-1117.
- Biging, G.S. 1988. Estimating the accuracy of volume ecuations using taper equations of stem profile. Can. J. For. Res. 18:1002-1007.
- Byrne, J.C., y D.D. Reed. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. For Sci. 32:423-443.
- Castillo-Santiago, M.A. 1988. Modelo para estimación de incremento y producción maderable neta en *Pinus caribea* var *hondurensis* Barr. Y Golf., de la Sabana, Oaxaca. Tesis profesional. Chapingo, México. 81 p.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. For. Sci. 26:117-120.
- Clutter, J.L., J.C. Fortson, J.C. Piennar, L.V. Brister y R.L. Bayley. 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.

- Contreras-Aviña, J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas, Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Corral, S., J. Návar y F. Fernández. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques* (en prensa).
- Corral R, S y J.L. Radilla C. 1996. Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de pino (*Pinus cooperi* Var. Ornelasi Márt., y *Pinus durangensis*, Mart.) en el ejido San Pablo, P.N., Durango. Tesis profesional. Instituto Tecnológico Forestal No. 1. El Salto., P.N. Dgo.
- Damaerschalk, J.P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.* 18:241-245.
- De los Santos-Posadas, H.M., Valdéz-Lazalde, J.R y M. Rodríguez- Aguilar. 1995. Uso del modelo compatible volumen-ahusamiento de Bailey en dos especies de pino. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Fang, Z., y R.L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. *For. Sci.* 45(1):85-100.
- Figueiredo, F.A., y L. Budant S. 1999. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). *Can. J. For. Res.* 29:451-461.
- Honer, T.G. 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volume. *For Chron.* 40:324-331.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- Martin, A.J. 1984. Testing volume equation accuracy with water displacement techniques. *For. Sci.* 30:41-50.
- McTague, J.P., y R.L. Bailey. 1987. Simultaneous total and merchantable volume equations and compatible taper functions for loblolly pine. *Can. J. For. Res.* 17:87-92.

- Návar J., P. A. Dominguez-Calleros, J. C. Contreras-Aviña y C. Estrada M. 1997. Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del Noreste de México. *Agrociencia* 31:73-81.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22:210-223.
- Reed, D.D., y E.J.Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. *For. Sci.* 30:977-990.
- Rentería-Anima, J. B., H. Ramírez-Maldonado y F. J. Zamudio-Sánchez. 1995. Estimación de volumen comercial de *Pinus cooperi* blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redifiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21:143-151.
- Schumacher, F.X., y F.S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. *J. Agric. Res.* 47:719-734.
- Spurr, S.H. 1952. *Forest inventory*. John Wiley and Sons, New. York. 472 p.

## CAPÍTULO VI

### AJUSTE DE FUNCIONES DE AHUSAMIENTO A LOS PERFILES FUSTALES DE CINCO PINACEAS DE LA REGION DE EL SALTO, DURANGO

Sacramento Corral<sup>1</sup>, José Nívar<sup>2</sup> y Fabián Fernández<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y <sup>2</sup>Profesor Investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. Email; scorralr@latinmail.com <sup>3</sup>Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

#### 6.1. RESUMEN

Los objetivos del presente trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar 7 funciones de ahusamiento ajustadas a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies comerciales de pino de la región de El Salto, Durango. Los diámetros sin corteza se midieron a diferentes alturas en árboles derribados en operaciones de aprovechamiento. El número total de árboles utilizado para cada especie fue de 507 de *Pinus cooperi*, 453 de *P. durangensis*, 424 de *P. engelmannii*, 400 de *P. leiophylla* y 322 de *P. herrerae*, de los cuales el 75% se utilizaron para estimar parámetros y el 25 % para validar los modelos de Clutter (1980), Amidon (1984), Biging (1984), Kozak (1988), Kozak2, Rustagi y Loveless (1991) y Newnham (1992). Los parámetros se ajustaron por medio de regresión lineal, intrínsecamente lineal, polinomial, múltiple y no lineal. La prueba de validación consistió en comparar los estadísticos; coeficiente de determinación, el error estándar y el sesgo, incluyendo la distribución, normalidad y varianza común de los errores. Los resultados mostraron que el modelo de Biging (1984) predice mejor el perfil diamétrico sin corteza de las cinco especies, porque definió mejor la tendencia de los perfiles diamétricos, mostró uno de los coeficientes de determinación más altos, errores estándares más bajos y errores distribuidos más

normalmente. Por esta razón se recomienda este modelo en la futura estimación de los perfiles fustales de las pináceas del área de estudio. El modelo estima adecuadamente el volumen fustal para árboles con diámetros menores a 30 cm pero requiere de investigación adicional para estimar volúmenes comerciales de árboles con diámetros mayores a 30 cm.

**PALABRAS CLAVE:** Funciones de ahusamiento, Pináceas, Biging, El Salto, Durango, México.

## 6.2. ABSTRACT

The objectives of this work were: 1) to estimate parameters and 2) to validate 7 taper functions fitted to stem profiles of 5 commercial pine species of the El Salto, Durango region. Measurements of diameter at several stem heights were conducted in felled trees during harvesting operations. The total number of trees measured for each species was: 507 (*Pinus cooperi*), 453 (*P. durangensis*), 424 (*P. engelmannii*), 400, (*P. leiophylla*) and 322 (*P. herrerae*) of which 75% were used to estimate parameters and the rest 25% to test the goodness of fit of taper functions of Clutter (1980), Amidon (1984), Biging (1984), Kozak (1988), Kozak & Newnham (1992). Parameters were fitted by least square techniques in linear, polynomial and multiple regression analysis. The test of goodness of fit consisted on comparing the statistics; coefficient of determination, the standard error and skewness, as well as, the normality, randomness, and common variance of errors. The results showed that the model of Biging (1984) estimated better the stem profiles of the five pine species because it showed one of the largest coefficient of determination, one of the smallest standard errors and errors distributed more normally. For this reason, this model is recommended to estimate stem profiles of the pine species of the study area. The model estimates accurately stem volume for trees with diameter smaller than 30 cm but it requires additional research to estimate merchantable volume of trees with diameters larger than 30 cm.

**KEY WORDS:** Taper functions, pine species, Biging, El Salto Durango, México.

### 6.3. INTRODUCCIÓN

Los retos de los manejadores silvícolas son cada día mayores por las restricciones ambientales en los sistemas de planeación forestal a largo plazo. Uno de estos es la necesidad de técnicas precisas que describan los volúmenes y distribución de productos forestales derivados de árboles del género *Pinus*, como un principio del manejo forestal sustentable. La elaboración de planes de manejo e inventarios forestales basan su filosofía operativa en estos conceptos. Los modelos de ahusamiento, utilizados desde hace varias décadas, definen objetivamente el volumen y distribución de productos derivados de fustes de árboles.

Existen funciones de ahusamiento ajustadas a varias especies de coníferas del país. Torres *et al.* (1993) prueban varios modelos para ocho especies forestales del estado de México. Rentería (1995) estima el volumen comercial de *Pinus cooperi* mediante modelos de ahusamiento en el estado de Durango. Návar *et al.* (1997) ajustaron siete funciones de ahusamiento para *Pinus hartwegii* en el Noreste de México. Zepeda *et al.* (1997) prueban varias funciones para las especies de *P. arizonica*, *P. durangensis* y *P. engelmannii* en la Sierra Madre Occidental del estado de Chihuahua. Sin embargo, para las especies comerciales del estado de Durango, pocos trabajos han descrito matemáticamente el ahusamiento.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar siete funciones de ahusamiento ajustadas a cinco especies comerciales de pino en la región de El Salto Durango, México.

### 6.4. MATERIALES Y MÉTODOS

#### 6.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta

pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. Las alturas sobre el nivel del mar fluctúan entre 1,400 y 2,600 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W<sub>1</sub>) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1,200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol, y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*, con las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* cornuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

#### 6.4.2. Metodología

Las mediciones de diámetro sin corteza - altura se realizaron directamente de árboles derribados en operaciones de aprovechamiento, distribuidos en toda el área de estudio tratando de cubrir todas las condiciones de sitio presentes y todas las categorías de diámetro y altura. El tamaño de muestra por especie fue de 507 árboles de *Pinus cooperi*, 453 de *P. durangensis*, 424 de *P. engelmannii* 400 de *P. leiophylla* y

322 para *P. herrerae*, de los cuales el 75 % de cada especie se seleccionó y separó aleatoriamente para el ajuste estadístico de parámetros de los modelos y el 25 % restante para la validación de los modelos. El diámetro sin corteza se midió a la base del fuste, a 0.30 m, a 1.30 m y desde aquí hasta la parte distal a cada metro. Otras variables medidas fueron: diámetro normal, edad, altura del tocón, grosor de corteza y altura total.

#### 6.4.2.1. Modelos ajustados

La nomenclatura utilizada en este trabajo es la siguiente:

- D = Diámetro normal a 1.30 m de altura (m).  
 H = Altura total del fuste (m);  $H_a = H - 1.37$  (m).  
 P =  $H_l/H$  (sin dimensiones).  
 Z =  $h/H$  (sin dimensiones).  
 X =  $(H-h)/(H-1.30 \text{ m})$  (sin dimensiones).  
 $D_i$  = Diámetro al punto de inflexión de la forma neiloide a la forma cuadrática del fuste, tomado como el  $d$  a  $h_{0.67D}$  (m).  
 $H_i$  = Altura del fuste al punto de inflexión descrito (m).  
 $X_k$  =  $(1-Z^{1/2})/(1-P^{1/2})$  (sin dimensiones).  
 h = Altura del fuste sobre el tocón (m).  
 d = Diámetro sin corteza del fuste a la altura h (m).  
 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, c$  = Parámetros estadísticos.

Los modelos de ahusamiento utilizados para describir el perfil del fuste de las cinco especies fueron los siguientes:

1. El modelo de Clutter (1980), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \cdot D^{\beta_2} \cdot H^{\beta_3} \cdot (H-h)^{\beta_4} \quad \dots 1$$

2. El modelo de Amidon (1984), dado por la ecuación:

$$d = \beta_1 \frac{D(H-h)}{(H-1.30)} + \beta_2 \frac{(H^2-h^2)(h-1.30)}{H^2} \quad \dots 2$$

3. El modelo de Biging (1984), dado por la ecuación:

$$d = D \left[ \beta_1 + \beta_2 \ln \left( 1 - \exp \left( -\frac{\beta_1}{\beta_2} \left( \frac{h}{H} \right)^{1/3} \right) \right) \right] \quad \dots 3$$

4. El modelo de Kozak (1988) fue trabajado estadísticamente en dos formas; la primera (Kozak1), está representada por la ecuación:

$$\frac{d}{D_1} = \left[ \frac{1 - \sqrt{Z}}{1 - \sqrt{P}} \right]^c \quad \dots 4$$

5. La segunda forma (Kozak2) está representada como sigue:

$$\ln(d) = f(\ln(X_k), Z, \ln(Z), \exp^Z, \sqrt{Z}, \frac{D}{H}) \quad \dots 5$$

6. El modelo modificado de la forma variable presentado por Newnham (1992), esta representado por la ecuación:

$$\ln \left( \frac{d}{D} \right) = f \left( X, \ln(X), \frac{D}{H}, \frac{H}{\sqrt{h}}, \frac{H}{\sqrt{h}} \right) \quad \dots 6$$

7. El modelo de Rustagi y Loveless (1991) está dado por la ecuación:

$$d = (\beta_0 + \beta_1 * D) \left[ \frac{H-h}{H_b} \right]^{\beta_2} \quad \dots 7$$

#### 6.4.2.2. Procedimiento estadístico

En el ajuste de las funciones de ahusamiento se utilizaron los siguientes pares datos de diámetro sin corteza y altura por especie, 3,624 de *P. cooperi*, 3,140 de *P. durangensis*, 2,703 de *P. engelmannii*, 2,527 de *P. leiophylla* y 2,184 de *P. herrerae*, de los cuales se estimaron los parámetros estadísticos de las siete ecuaciones de ahusamiento. Para el ajuste se utilizó la técnica de cuadrados mínimos en regresión múltiple, intrínsecamente lineal, polinomial y no lineal (sin derivadas parciales, DUD) del paquete estadístico SAS. Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias para estimar el verdadero valor del  $r^2$  y el error estándar estimado (SEE) en sus dimensiones originales.

La prueba de validación se realizó con datos de diámetro sin corteza - altura del 25 % de la muestra total correspondiente a los pares de datos de 1,241 para *P. cooperi*, 1,046 para *P. durangensis*, 952 para *P. engelmannii*, 963 para *P. leiophylla* y 768 para *P. herrerae*. Los estadísticos de comparación entre los modelos y entre las especies fueron el sesgo promedio,  $r^2$ , SEE, y bondad de predicción del perfil diamétrico.

Estos estadísticos se estimaron como sigue:

$$\text{Sesgo Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad \dots 8$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad \dots 9$$

$$\text{S E E} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \right]^{\frac{1}{2}} \quad \dots 10$$

donde:  $Y_i$  es el valor observado o la variable dependiente,  $\bar{Y}$  es el promedio de los datos observados,  $\hat{Y}$  es el valor predicho y  $p$  es el número de parámetros del modelo, incluyendo la intercepta.

También se realizó el análisis de los errores para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común y tener una mayor certidumbre en la selección del mejor

modelo. Otras distribuciones consideradas fueron: la kurtosis, sesgo, y la probabilidad de normalidad de los errores. La determinación del mejor modelo resultó de la ponderación de los diferentes parámetros, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue:  $r^2$ , SEE y sesgo promedio del 75 y 25% de los datos, así como kurtosis, sesgo, la probabilidad de normalidad de los errores, el número de coeficientes de las regresiones con su valor de probabilidad y finalmente la bondad de predicción del perfil diamétrico.

#### 6.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de los parámetros dasométricos de los árboles, separados en 75 y 25 % respectivamente se presentan en el Cuadro 6.1, los cuales no presentaron diferencias significativas entre las especies. La variación indica que la muestra esta distribuida en todas las categorías de edad, altura y diámetro.

**Cuadro 6.1. Estadísticos de 5 especies de pino de la región de El Salto, Durango, México.**

Especie	Estadísticos	Ajuste		Validación	
		Diámetro (cm)	Altura (m)	Diámetro (cm)	Altura (m)
<i>P. cooperi</i>	Promedio	26.6	17.3	24.3	16.8
	DS	10.9	6.1	10.3	6.0
	Rangos	(7.6-66.5)	(2.3-34.0)	(8.1-58.9)	(3.1-33.2)
<i>P. durangensis</i>	Promedio	24.3	16.4	20.1	15.3
	DS	10.0	6.4	8.6	6.3
	Rangos	(7.5-54.8)	(2.2-35.0)	(7.6-44.2)	(2.4-29.4)
<i>p. engelmannii</i>	Promedio	21.7	13.9	19.3	12.6
	DS	9.6	5.6	8.6	4.1
	Rangos	(7.6-55.0)	(2.2-30.1)	(8.1-50.0)	(2.1-22.5)
<i>P. leiophylla</i>	Promedio	21.5	13.4	20.5	13.8
	DS	9.7	5.5	7.6	4.9
	Rangos	(7.5-50.4)	(2.5-27.0)	(7.8-40.1)	(3.5-26.0)

<i>P.</i>	Promedio	21.3	13.5	23.7	15.9
<i>herreræ</i>	DS	9.6	5.5	9.6	5.5
	Rangos	(8.1-52.8)	(3.0-27.6)	(8.1-49.5)	(3.8-26.6)

NOTA: DS= Desviación estándar; Rangos(Mínimo - Máximo).

## 6.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos del ajuste de los siete modelos mostraron diferencias significativas entre las cinco especies (Cuadro 6.2). Los valores promedios del coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros indicaron que el modelo de Amidon presenta el mejor ajuste (0.982), seguido por los modelos de Newnham (0.963), Biging (0.962) y Rustagi y Loveless (0.956), finalmente los que mostraron ajustes menos bondadosos fueron los modelos de Kozak1 (0.948), Clutter (0.928) y Kozak2 (0.913) (Cuadro 6.2).

Los errores estándar promedio para las especies indicaron que los modelos de Newnham (2.084), Biging (2.140) y Rustagi y Loveless (2.197) fueron los mejores y los modelos de Amidon (2.287), Kozak1 (2.364), Clutter (2.813) y Kozak2 (3.083) mostraron las variaciones mayores. Los coeficientes de sesgo promedio de los modelos de Clutter (-0.046), Rustagi y Loveless (-0.072) y Amidon (-0.094) presentaron los valores más cercanos a cero y los modelos de Newnham (-0.126), Kozak1 (0.144), Biging (-0.164) y Kozak2 (-1.330) tuvieron las desviaciones de cero más notorias (Cuadro 6.2).

Los valores de Kurtosis promedio más aproximados al valor de la distribución normal lo presentaron los modelos de Amidon (3.34), de Rustagi y Loveless (2.65), de Kozak2 (2.55), de Clutter (2.49) y de Biging (2.23). Los modelos con valores de Kurtosis mas alejados de la normalidad fueron Kozak1 (5.36) y Newnham (23.11). Los modelos con el sesgo promedio de los errores con valores más cercanos a cero fueron Rustagi y Loveless (0.19), Kozak2 (-0.23), Biging (0.24) y Newnham (-0.35), mientras que los sesgos promedio con mayores desviaciones del cero lo presentan los modelos de Clutter (-0.40), Amidon (0.58) y Koza1 (-0.96). La prueba de la normalidad de los

errores resultó aceptar la hipótesis alterna de otra distribución, para todos los modelos ( $p > w = 0.01$ ).

Los modelos que presentaron valores de ponderación mejores y en forma consistente fueron Biging, Amidon, Newnham y Rustagi y Loveless. El primer modelo sólo presentó uno de los sesgos promedio mayores (-0.164). El segundo modelo presentó uno de los mayores valores de SEE porque la ecuación describe una curva cuadrática, como fue también observado por Nívar *et al.* (1997) para *P. hartwegii*, la cual no tiende a simular la curva sigmoide característica del perfil fustal. El modelo de Newnham presentó debilidades en los estadísticos de kurtosis, concentrando las desviaciones en valores cercanos a cero. Finalmente el modelo de Rustagi y Loveless no explicó el ahusamiento en todas las categorías de diámetro puesto que tiende a formar también una curva cuadrática que no converge en un punto de inflexión en los árboles de mayores dimensiones.

*Cuadro 6.2. Estadísticos promedio del ajuste de parámetros de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango, México.*

Modelo	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R <sup>2</sup>	SEE	C.V	Sesgo	Kurtosis	Sesgo	P>W
Clutter	0.928	2.813	20.710	-0.046	2.490	-0.400	0.001
Amidon	0.982	2.287	16.974	-0.094	3.340	0.584	0.001
Biging	0.962	2.140	15.864	-0.164	2.238	0.246	0.001
Kozak1	0.948	2.365	17.498	0.144	5.360	-0.964	0.008
Kozak2	0.913	3.083	22.734	-1.330	2.552	-0.234	0.001
Newnham	0.963	2.085	13.022	-0.126	23.112	-0.354	0.001
Rustagi y L.	0.956	2.197	16.290	-0.072	2.654	0.190	0.001

Los resultados de validación indicaron que los valores promedio de los coeficientes de determinación descendieron ordenadamente en los modelos de Biging (0.955), Amidon (0.952), Newnham (0.948), Rustagi y Loveless (0.948), Kozak1 (0.930), Clutter (0.928) y Kozak2 (0.906) (Cuadro 6.3). Los valores promedio de los errores ordenados ascendentemente fueron para los modelos de Amidon (2.064), Newnham

(2.076), Biging (2.078), Rustagi y Loveless (2.128), Kozak1 (2.412), Clutter (2.482) y Kozak2 (2.803). El sesgo promedio ordenado crecientemente se comporta de la siguiente manera para los modelos de: Amidon (-0.030), Biging (0.074), Clutter (0.258), Rustagi y Loveless (0.310), Newnham (0.402), Kozak1 (0.490) y Kozak2 (-0.053) (Cuadro 6.3). Los errores mostraron valores de kurtosis de 4.91, 3.98, 42.07 y 3.98 para los modelos de Biging, Amidon, Newnham y Rustagi y Loveless, respectivamente. El promedio del sesgo del error fue de -0.09, 0.27, -1.76, -0.07, para los cuatro modelos descritos anteriormente, respectivamente. Todos los modelos registraron valores alejados de la normalidad por concentrar la mayoría de los errores en el centro y poseer una kurtosis alta.

**Cuadro 6.3. Estadísticos promedio de la validación de 7 funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de 5 especies pino de la región de El Salto, Durango, México.**

Modelo	Estadísticos del modelo				Estadísticos de los errores		
	R <sup>2</sup>	SEE	C.V	Sesgo	Kurtosis	Sesgo	P>W
Clutter	0.928	2.482	19.284	0.258	1.962	-0.378	0.030
Amidon	0.952	2.064	16.266	-0.030	3.980	0.276	0.001
Biging	0.955	2.078	15.880	0.074	4.910	-0.098	0.005
kozak1	0.930	2.412	19.314	0.490	10.004	-0.930	0.090
Kozak2	0.906	2.803	22.374	-0.530	6.088	-0.800	0.000
Newnham	0.948	2.076	14.458	0.402	42.074	-1.766	0.000
Rustagi y L.	0.948	2.128	16.886	0.310	4.494	-0.070	0.000

Los estadísticos ponderados de comparación considerados para los siete modelos indicaron que la función de Biging se ajustó mejor a los perfiles diamétricos de las cinco especies estudiadas. Este modelo tiende a describir adecuadamente el ahusamiento sigmoidal de los árboles para todas las categorías diamétricas. El resto de los modelos presentaron curvas cuadráticas sencillas o sigmoidales con direcciones caprichosas en categorías diamétricas extremas (Figura 6.1). El modelo de Biging tiene la ventaja de que presenta dos parámetros estadísticos con una variable, en contraste con los modelos polinomiales usados por Rentería *et al.* (1995) y Torres-Rojo (1993);

de Newnham ajustados por Contreras (1997) y Návar *et al.* (1997); de Kozak utilizados por Contreras (1997). Los modelos polinomiales incluyen por lo general hasta 5 parámetros estadísticos y adquieren formas extrañas en la base o parte distal del fuste. Los modelos de Newnham y Kozak incluyen también hasta 15 parámetros estadísticos.

El modelo de Biging predice el volumen comercial adecuadamente cuando se integra con la constante propuesta por Biging (1984), en contraste con otras funciones reportadas que requieren de otras técnicas, como análisis numéricos, para definir esta variable. La integración del modelo de Biging resultó en buenas estimaciones del volumen comercial para las especies estudiadas pero sólo para árboles con diámetros menores a 30 cm. Para árboles mayores que 30 cm de diámetro el error, diferencia entre volumen rollo total estimado por la ecuación de Smalian y la integración del modelo de Biging, incrementó en forma de potencia con el diámetro para todas las especies estudiadas. Por esta razón, se recomienda estudiar la constante del modelo para ajustar esta tecnología a los volúmenes fustales de las especies estudiadas. A este respecto, Castillo (1988) realizó investigaciones de esta naturaleza en *Pinus caribea* de la Sabana, Oaxaca, México.

**Cuadro 6.4. Parámetros del ajuste del modelo de Biging (1984) para 5 pináceas de la región de El Salto, Durango, México.**

Especie	$\beta_1$	$\beta_2$
<i>Pinus cooperi</i>	1.0518	0.2903
<i>Pinus durangensis</i>	1.0624	0.2941
<i>Pinus engelmannii</i>	1.0579	0.2894
<i>Pinus leiophylla</i>	1.0634	0.2939
<i>Pinus herrerae</i>	1.0424	0.2855

**Cuadro 6.5. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar 7 modelos de ahusamiento a 5 especies de coníferas de El Salto, Durango, México.**

H (m)	E <sub>i</sub>	Categoría de diámetro (cm)							Total	
		10	15	20	25	30	35	40		45
1	38(13)	17(6)	2(1)							57(20)

H (m)	E <sub>i</sub>	Categoría de diámetro (cm)									Total
		10	15	20	25	30	35	40	45	>=5 0	
	2	35(18)	21(11)	3(1)							59(30)
	3	42(14)	22(7)	3							67(21)
	4	50(13)	27(5)	9							86(18)
	5	30(10)	12(2)	4(1)							46(13)
10	1	9(7)	21(11)	32(6)	9(3)	6(1)	5(1)				82(29)
	2	6(3)	31(11)	36(12)	16(4)	2	5				96(30)
	3	15(6)	34(23)	40(13)	19(3)	1(3)					109(48)
	4	6(4)	37(13)	36(15)	10(3)	2					91(35)
	5	10(3)	43(6)	31(9)	10(4)						94(22)
15	1		3(2)	19(11)	41(14)	30(4)	17(3)	5(1)			115(35)
	2		5(6)	18(12)	41(7)	23(4)	6				93(29)
	3		3(2)	32(14)	29(9)	19(2)	12(1)	2			97(28)
	4		1(4)	21(7)	23(12)	21(5)	11(2)				77(30)
	5		4(2)	13(5)	23(7)	15(7)	3(3)	1			59(24)
20	1				8(2)	20(11)	28(11)	15(4)	5(2)	1	77(30)
	2			3(1)	3(5)	23(6)	18(2)	5(2)	3(1)		55(17)
	3			1	1(1)	9(2)	11(1)	4(3)	0(1)		26(8)
	4			1(1)	3(5)	3(5)	13(3)	11(1)	2	2	35(15)
	5				4(1)	9(8)	8(3)	8(1)	3		32(13)
25	1					2(2)	7(6)	24(1)	6	4	43(9)
	2				0(1)	2(1)	5(1)	13(2)	8	2	30(5)
	3					1	2	4(1)	5	3	15(1)
	4					1	1(2)	2	4	3	11(2)
	5						3(3)	1(4)	2(1)	3(1)	9(9)
30	1							0(1)	1(1)	3	4(2)
	2							1	1(1)	2(1)	4(2)
	3							2	2		4(0)
	4										0(0)



H (m)	E <sub>i</sub>	Categoría de diámetro (cm)								Total	
		10	15	20	25	30	35	40	45		>=5 0
	5									1(1)	1(1)
35	1									2(1)	2(1)
	2									3	3(0)
	3										0(0)
	4										0(0)
	5										0(0)
Total		241 (91)	281 (111)	304 (109)	240 (81)	189 (61)	155 (43)	98 (21)	43 (7)	29 (3)	1579 (527)

NOTA: H= Altura, E= Especie(i=1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla* y 5=*P.herreræ*); 38(13)=Número de árboles para el ajuste(Número de árboles para validar).

Los perfiles fustales de las cinco especies de la región de El Salto Durango, estimados por el modelo de Biging, presentan variación en el ahusamiento entre las categorías diamétricas. *Pinus durangensis* y *P. cooperi* forman curvas sigmoidales a partir de diámetros mayores de 15 cm, mientras que el resto de las especies lo hace a partir de 20 cm de diámetro. Estas últimas forman curvas cuadráticas sencillas en diámetros menores que 20 cm (Figura 6.2). Observaciones para la 1ª y 2ª derivada numérica de la función de Biging indicaron que el ahusamiento desde la base del fuste hasta cerca del punto de inflexión es similar para todas las especies.

El punto de inflexión de las especies es similar en altura entre las especies y va desde 4.5 m para diámetros de 30 cm hasta 9.0 m en diámetros de 60 cm. Sin embargo, los puntos de inflexión en función de la altura total cambian desde 0.26H en *P. durangensis*, 0.28H en *P. cooperi*, hasta 0.30H en *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herreræ*. Estos valores relativos son mayores que aquellos reportados por Demaerschalk y Kozak (1977) (0.20H y 0.25H) para algunas especies forestales en Columbia Británica y por Newnham (1992) (0.20H) para cuatro especies forestales de Alberta. Pérez *et al.* (1990) reporta índices similares (0.15H a 0.35H) para *Pinus oocarpa* en Honduras.

A partir del punto de inflexión, *P. durangensis* y *P. cooperi* son más cilíndricos y alcanzan el diámetro igual a cero a una altura mayor. Las otras especies alcanzan una altura de aproximadamente 2 m menor que *P. durangensis* y *P. cooperi* en la parte distal del fuste (Figura 6.2).

El ahusamiento en la parte distal del fuste es más pronunciado en *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae*. Sin embargo, estas especies poseen una longitud fustal cónica similar a *P. durangensis* y *P. cooperi*. A este respecto, Larson (1963) demostró que las diferencias en el perfil diamétrico se deben parcialmente al tamaño de la copa viva que se distribuye en el fuste y el tamaño de las ramas. Factores tales como el sitio y la densidad influyen el ahusamiento a través de su efecto en el desarrollo de la copa.

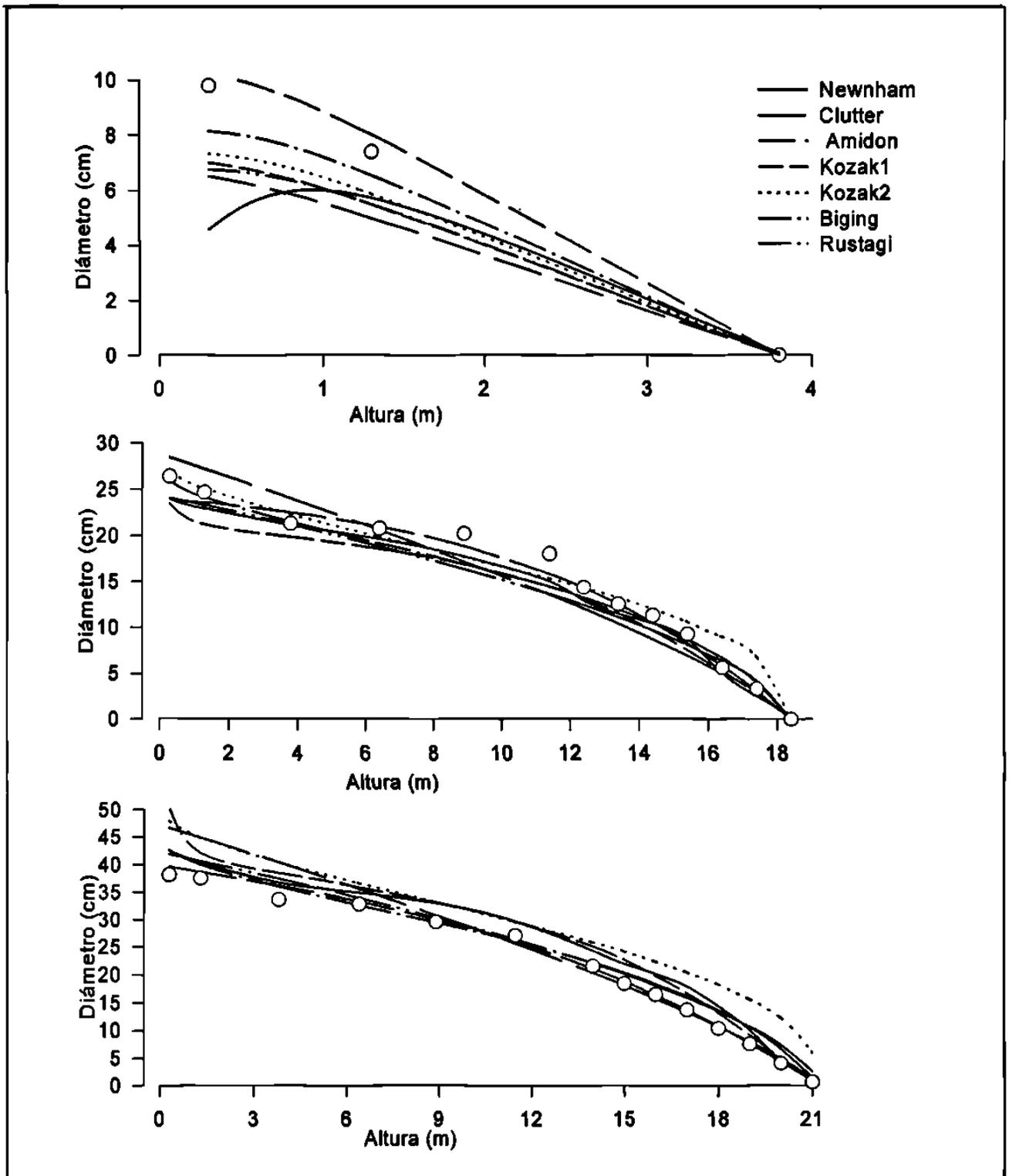


Figura 6.1. Ajuste de siete funciones de ahusamiento a los perfiles fustales sin corteza de *P. durangensis* de la región de El Salto, Durango, México.

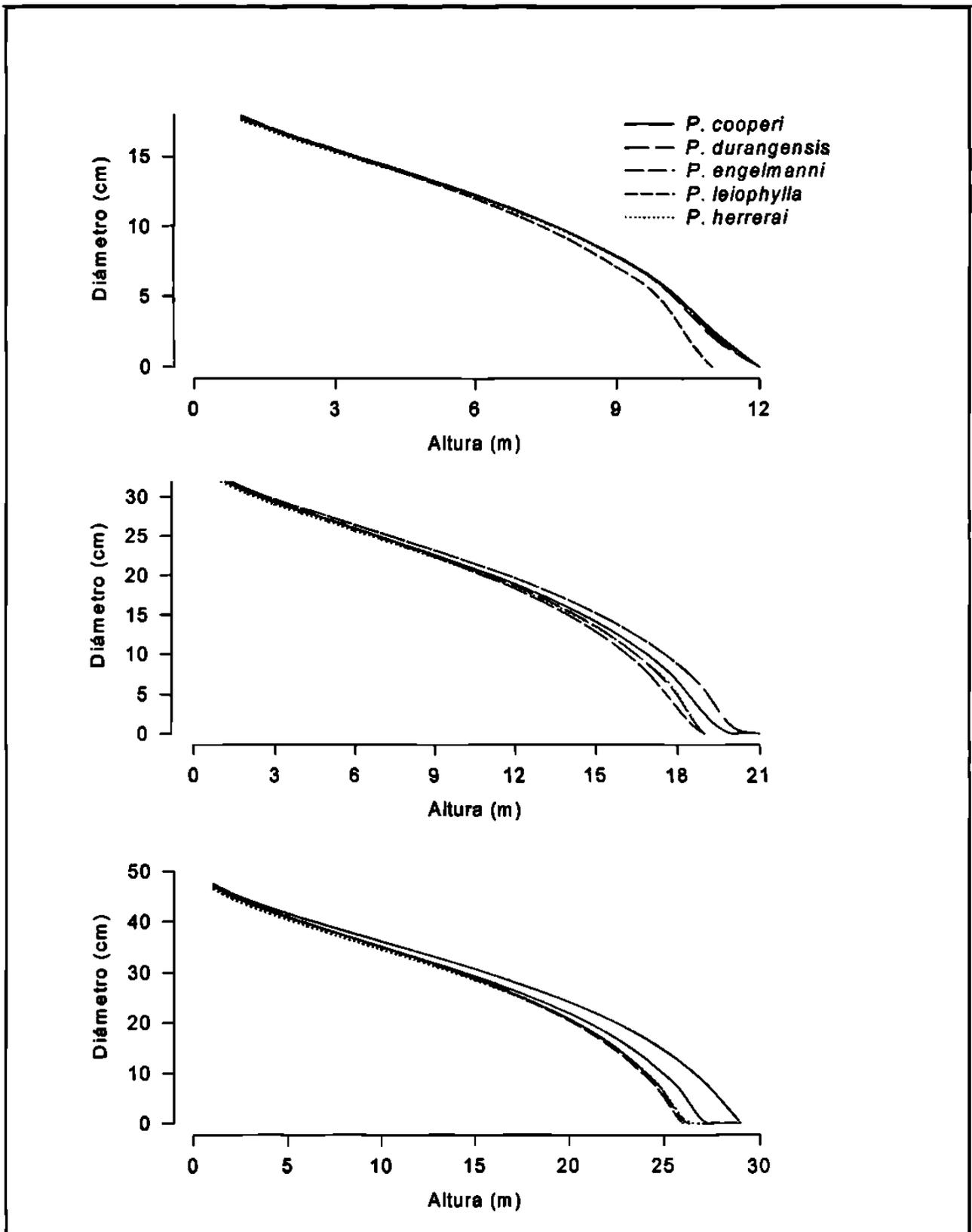


Figura 6.2. Ajuste de la función de Biging a los perfiles fustales sin corteza de cinco especies de pino en la región de El Salto, Durango, México.

## 6.6. CONCLUSIONES

El ajuste y validación de 7 funciones de ahusamiento mostró que el modelo de Biging describió mejor los perfiles diamétricos sin corteza de 5 especies comerciales de pino de los bosques de la región de El Salto, Durango. Los perfiles diamétricos estimados por el modelo mostraron que existen diferencias en el ahusamiento entre las especies observándose que *Pinus durangensis* y *P. cooperi* son más cilíndricos que *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*. Se recomienda el uso del modelo de Biging para estimar los perfiles fustales y volúmenes comerciales de árboles menores a 30 cm de diámetro normal de las pináceas de la región de El Salto, Durango.

## 6.7. RECONOCIMIENTO

Los autores de este reporte de investigación desean hacer patente su agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por los apoyos otorgados a través del proyecto de investigación 28536-B. El Ing. Miguel A. Romero Sarmiento es también reconocido por su cooperación para el desarrollo de este trabajo.

## 6.8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.* 30:166-171.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper function for Alberta trees. *For. Sci.* 30:1103-1117.
- Castillo-Santiago, M.A. 1988. Modelo para estimación de incremento y producción maderable neta en *Pinus caribea* var *hondurensis* Barr. Y Golf., de la Sabana, Oaxaca. Tesis profesional. Chapingo, México. 81 p.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26: 117-120.
- Contreras-Aviña, J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas,

- Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Demaerschik, J.P, and Kozak, A. 1977. The whole – bole system: a conditioned dual-equation system for red and loblolly pine for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.* 7:488-497.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- Larson, P. R. 1963. Stem form development of forest trees. *For. Sci Monograf.* 5.
- Návar J., P. A. Dominguez-Calleros, J. C. Contreras-Aviña y C. Estrada M. 1997. Ajuste de siete modelos de ahusamiento a los perfiles fustales de *Pinus hartwegii* Lindl. Del Noreste de México. *Agrociencia* 31: 73-81.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. *Can. J. For. Res.* 22: 210-223.
- Pérez, D.N., Burkhardt, H.E., and Stiff, C.T. 1990. A variable-form taper function for *Pinus occarpa* Schiede in central Honduras. *For. Sci.* 36:186-191.
- Rentería-Anima, J. B., H. Ramírez-Maldonado y F. J. Zamudio-Sánchez. 1995. Estimación de volumen comercial de *Pinus cooperi* blanco mediante modelos de ahusamiento en Durango. II Congreso de Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Desarrollo sustentable redefiniendo el papel de los recursos forestales. Montecillo, México. 91 p.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. *Can. J. For. Res.* 21:143-151.
- Torres, R. J. M., S. O. Magaña T. y G. A. Valles G. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies Forestales del Estado de México. I Congreso Mexicano de Recursos Forestales, Resumen de Ponencias. Saltillo, Coahuila. 109 p.
- Zepeda-Bautista, M. y A. Dominguez-Pereda. 1997. Ecuaciones de ahusamiento para tres especies de pino, del ejido El Largo, Chihuahua. III Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resumen de ponencias. Nuevos paradigmas. Linares, Nuevo León. 122 p.

## CAPÍTULO VII

### ESTIMACION DE LA PRODUCTIVIDAD FORESTAL CON MODELOS DE INDICE DE SITIO PARA CINCO PINACEAS DE DURANGO, MEXICO

**Sacramento Corral<sup>1</sup>, José Návar<sup>2</sup> y Fabián Fernández<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y <sup>2</sup>Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carretera Nacional Linares, N. L. 67700 México. <sup>3</sup>Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P.N., Durango. E-mail scorralr@latinmail.com; jnavar@ccr.dsi.uanl.mx.

#### 7.1. RESUMEN

La productividad forestal es una pieza clave en la clasificación de los rodales para el manejo forestal sustentable. En este trabajo de investigación se ajustaron y validaron nueve modelos de índice de sitio para cinco especies comerciales de pináceas de la región de El Salto, Durango. Se observó que el modelo de forma anamórfica de Schumacher predice mejor la altura con la edad para las cinco especies estudiadas. Por esta razón se recomienda la utilización del modelo anamórfico de Schumacher en la futura estimación de índices de sitio de las especies para la región forestal del sudoeste de Durango.

**PALABRAS CLAVE:** *Pinus*, Modelos de índice de sitio, Durango, México.

#### 7.2. SUMMARY

### ESTIMATING FOREST PRODUCTIVITY WITH SITE INDEX MODELS FOR FIVE PINACEAS OF DURANGO, MEXICO

Forest productivity is a key component in classifying forest stands for the sustainable management of forests. In this research work, we fitted and validated nine site index models for five commercial pine species of the region of Durango, Mexico. It was observed that the anamorphic model of Schumacher predicts better height with age for all five species. For this reason, we recommend the anamorphic model of Schumacher to estimate the site index for the studied species for the south western region of Durango Mexico.

KEY WORDS: *Pinus*, Site index models, Durango, Mexico.

### 7.3. INTRODUCCIÓN

La productividad es importante para clasificar silvícolamente los rodales forestales, información clave en el desarrollo de modelos de crecimiento y productividad forestal. Las características microclimáticas, físicas y edáficas interactúan con la vegetación para determinar la productividad de los rodales forestales. La medición de cada una de estas variables y sus interacciones ecológicas con las especies presentes son difíciles de evaluar.

El índice de sitio es una forma directa de clasificar los rodales forestales por su productividad. La relación altura-edad de los árboles dominantes o codominantes libres de competencia a una edad base es un método popular para evaluar el índice de sitio (Payandeh y Wang, 1994). La diferencia en altura a la edad base expresa diferencia en calidad de sitio.

En México existen modelos de índices de sitios ajustados a varias especies de coníferas. Rodríguez (1982) determinó curvas de índice de sitio para *Pinus montezumae* Lamb, en Puebla. Maldonado (1984) ajustó curvas polimórficas de índices de sitio para *P. oaxacana* Mirov., en la región de "Los Coatlán" Oaxaca. Aguirre (1984) estimó índices de sitio para *P. pseudostrobus* Lindl., en la región de Iturbide, Nuevo León. Zepeda y Rivero (1984) construyeron curvas anamórficas para *Pinus hartwegii* Lindl., en Zoquiapan. Bojorquez (1990) elaboró curvas anamórficas para los bosques de oyamel de la estación forestal de Zoquiapan. Torres (1998) comparó los modelos anamórficos y polimórficos de

los modelos de Schumacher y Chapman-Richards para bosques de la región noroeste del estado de Durango. Sin embargo, para las especies comerciales del sudoeste del estado de Durango, pocos trabajos han descrito la productividad de los rodales forestales y los existentes adolecen de las nuevas tecnologías emergentes del modelaje del índice de sitio.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) estimar parámetros y 2) validar nueve funciones de índice de sitio derivados de los modelos de Schumacher y Chapman-Richards ajustados a la relación altura-edad de cinco especies comerciales de pino del estado de Durango, México.

## 7.4. MATERIALES Y MÉTODOS

### 7.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región forestal de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur, se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km al sudoeste de la ciudad de Durango. La altura sobre el nivel del mar fluctúa entre 1.400 y 2.600 m. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W<sub>1</sub>) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10,2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1.200 mm y una temperatura media anual de 12 - 16°C.

La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del Cretácico Superior y e Inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los suelos encontrados son Litosoles, Cambisoles, Regosoles, y Feozems.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque

mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*. Las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* var *cornuta* Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

#### 7.4.2. Metodología

El número de árboles muestreados para las especies de estudio fue determinado considerando todas las condiciones de sitio del área que comprende la UCODEFO No 6 de El Salto, Durango.

La base de datos para las variables altura y edad se integró con información proveniente de análisis troncales. La estimación de alturas derivadas de los análisis se realizó de acuerdo al método ISSA propuesto por Fabbio *et al.*, (1994).

La elección de la muestra no incluyó solamente arbolado dominante o codominante, aunque fue requisito que creciera libre de competencia y que tuviera varias clases de edad, evitando el sesgo de usar solo arbolado maduro. Para ajustar los modelos de índice de sitio la muestra comprendió 42 árboles de *Pinus cooperi*, 39 de *P. durangensis*, 37 de *P. engelmannii*, 35 de *P. leiophylla* y 29 de *P. herrerae*. Para validar los modelos se usó una muestra independiente de datos con 23 árboles de cada especie.

##### 7.4.2.1. Modelos utilizados

Los modelos de Schumacher y Chapman-Richards en sus versiones anamórfica y polimórfica se ajustaron a los datos de altura-edad, además se presenta una alternativa

para integrar curvas ana-polimórficas o poli-anamórficas que pueden servir para evaluar la productividad de los bosques. Se utilizaron los métodos de ajuste de la curva guía y la diferencia algebraica. Cada uno de estos modelos y formas de curvas de índice de sitio se seleccionaron de acuerdo a su bondad de ajuste en el proceso de validación. El ajuste de los modelos se realizó mediante el procedimiento NLIN (sin derivadas parciales, DUD) y REG del paquete SAS para los modelos no-lineales y lineales respectivamente (SAS/STAT Institute Inc., 1987). Los modelos probados fueron:

#### 1.- Schumacher.

$$\ln(H) = \beta_0 + \beta_1 \cdot (1/E) \quad [1]$$

#### 2.- Chapman-Richards.

$$H = \beta_1 \cdot (1 - \exp(\beta_2 \cdot E))^{\beta_3} \quad [2]$$

Donde:

H = altura dominante en (m).

E = edad (años).

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parámetros de estimación.

En el modelo [1],  $\beta_0$  representa la asíntota, y  $\beta_1$  representa el parámetro que determina la forma de la curva y cuyo valor muestra la tasa a la que la altura converge hacia  $\beta_0$ , conforme E tiende a infinito. En el modelo [2],  $\beta_1$  es la asíntota hacia donde converge la altura, conforme la edad tiende al infinito,  $\beta_2$  representa una medida de la tasa a la que  $\beta_1$  es alcanzada y  $\beta_3$  es parámetro que determina la forma de la curva.

Los modelos de índice de sitio pueden ser anamórficos o polimórficos. La forma se determina de acuerdo al parámetro que se considere constante. A continuación se presentan las formas anamórficas y polimórficas para los modelos seleccionados y finalmente se presenta una combinación de curvas anamórficas y polimórficas derivadas

del modelo de Schumacher. Algunos modelos fueron tomados de Clutter *et al.* (1983) y el resto fueron derivados por el autor principal del reporte.

### 3.- Anamórfico de Schumacher

$$\ln(H_2) = \ln(H_1) + \beta_1 \cdot (1/E_2 - 1/E_1) \quad [3]$$

### 4.- Polimórfico de Schumacher

$$\ln(H_2) = \beta_0 \cdot [1 - E_1/E_2] + [\ln(H_1 \cdot (E_1/E_2))] \quad [4]$$

### 5.- Anamórfico de Chapman-Richards

$$H_2 = H_1 \cdot ((1 - \exp(\beta_2 \cdot E_2)) / (1 - \exp(\beta_2 \cdot E_1)))^{\beta_3} \quad [5]$$

### 6.- Polimórfico de Chapman-Richards

#### 6.1.- Cuando $\beta_3$ permanece constante

$$H_2 = \beta_1 \cdot (H_1/\beta_1)^{((1 - \exp(\beta_2 \cdot H_2)) / (1 - \exp(\beta_2 \cdot H_1)))} \quad [6]$$

#### 6.2.- Cuando $\beta_2$ permanece constante

$$H_2 = \beta_1 \cdot [1 - \exp(\ln(1 - ((H_1/\beta_1)^{1/\beta_3})) \cdot (E_2/E_1))]^{\beta_3} \quad [7]$$

### 7.- Ana-polimórfico de Schumacher.

$$\ln(H_2) = [E_1/E_2] \cdot [\ln(H_1) + (1/E_2 - 1/E_1) (\beta_1 - \beta_0 \cdot E_2 - \ln(H_1) \cdot E_1 + \beta_0 \cdot E_1)] \quad [8]$$

### 8.- Poli-anamórfico de Schumacher.

$$\ln(H_2) = [\ln(H_1 + \beta_1 \cdot (1/E_2 - 1/E_1))] + [(E_2/E_1) - 1] \cdot [\beta_0 - \ln(H_1)] + [\beta_0 \cdot (1/E_1 - 1/E_2)] \cdot [E_2/E_1] \quad [9]$$

Donde:  $(E_1, H_1)$ ,  $(E_2, H_2)$  son el primer y segundo par de datos edad-altura respectivamente y 'ln' es el logaritmo natural.

#### 7.4.2.2. Procedimiento estadístico

Los parámetros de los nueve modelos se ajustaron con los datos de edad y altura siguientes: 566 de *Pinus cooperi*, 522 de *P. durangensis*, 506 de *P. engelmannii*, 478 de *P. leiophylla* y 396 de *P. herrerae*. Para el ajuste se utilizó la técnica de cuadrados mínimos ordinarios en regresión lineal, intrínsecamente lineal, y no lineal. Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias para estimar el verdadero valor del  $r^2$  y el error estándar estimado (SEE) en sus dimensiones originales.

La prueba de validación se realizó con el ajuste de los modelos a una fuente de datos independientes seleccionados aleatoriamente. Los estadísticos de comparación fueron: el sesgo promedio,  $r^2$  y SEE para cada una de las especies estudiadas.

Los estadísticos se estimaron como sigue:

$$\text{Sesgo Promedio} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad [10]$$

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [11]$$

$$\text{SEE} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - \kappa - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [12]$$

donde:  $Y_i$  es el valor observado o la variable dependiente,  $\bar{Y}$  es el promedio de las alturas observadas,  $\hat{Y}$  es la altura predicha en función de la edad y  $\kappa$  es el número de parámetros de cada modelo.

También se realizó el análisis de los errores para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común para tener una mayor certidumbre en la selección del mejor modelo, con parámetros como: la kurtosis, sesgo, y la prueba de normalidad de los errores.

La determinación del mejor modelo resultó de la ponderación de los diferentes parámetros estadísticos, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue:  $r^2$ , SEE y sesgo promedio del ajuste y validación de los datos, así como kurtosis, sesgo, la prueba de normalidad de los errores, la probabilidad de los coeficientes de regresión y finalmente el comportamiento de la curva en todo el rango de variación de la altura en función de la edad.

#### 7.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de la edad y altura de los árboles, separados para el ajuste y validación se presentan en la Tabla 7.1, donde se observa que no existen diferencias significativas en los estadísticas principales entre las especies.

**TABLA 7.1**

**ESTADÍSTICOS DE ALGUNOS PARAMETROS DASOMETRICOS DE 5 ESPECIES PINO DE DURANGO MEXICO, PARA EL AJUSTE Y VALIDACIÓN DE 9 MODELOS DE INDICE DE SITIO**

**Statistics for several dasometric parameters of 5 pine species of Durango Mexico, for fitting and validating 9 site index models**

Especie	Estadístico	Ajuste		Validación	
		Altura (m)	Edad (Años)	Altura (m)	Edad (Años)
<i>Pinus cooperi</i>	$\bar{x}$	21,42	54,95	20,21	54,01
	S	4,86	32,63	4,50	30,00
<i>Pinus durangensis</i>	$\bar{x}$	19,51	53,85	19,91	59,25
	S	4,97	33,01	5,10	38,00