

Especie	Estadístico	Ajuste		Validación	
		Altura	Edad	Altura	Edad
		(m)	(Años)	(m)	(Años)
<i>Pinus engelmannii</i>	\bar{x}	16,48	54,87	17,99	51,87
	S	4,97	37,37	4,99	32,71
<i>Pinus leiophylla</i>	\bar{x}	16,20	56,69	17,00	53,56
	S	5,51	38,80	5,42	32,50
<i>Pinus herrerae</i>	\bar{x}	16,79	55,52	16,89	58,93
	S	5,80	34,86	6,00	37,02

\bar{x} = Promedio; S = Desviación estándar

7.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los estadísticos de ajuste por el método de la curva guía (ecuación 1 y 2) y por la diferencia algebraica mostraron diferencias significativas para las cinco especies (Tabla 7.2). Los valores promedios del R^2_{aj} muestran que el modelo [3] presentó el mejor ajuste y los modelos [4], [2] y [1] los peores ajustes.

Los modelos [3] y [8] presentaron los menores SEE promedio y el modelo [1] mostró el mayor SEE promedio. El coeficiente de sesgo promedio fue menor en el modelo [2] y mayor en el modelo [1]. Los modelos [7] y [1] presentaron los valores más desviados de cero (-1,363 y -1,400) (Tabla 7.2).

Los modelos [9], [2] y [1] presentaron los menores valores de Kurtosis promedio de los errores y el modelo [3] presentó la mayor Kurtosis. El sesgo promedio de los errores con valores más cercano a cero fue estimado para los modelos [9] y [2], mientras que el modelo [3] fue el más alejado de cero. La prueba de la normalidad de los errores aceptó la hipótesis de otra distribución para los modelos [4], [6], [1], [7], [5], [2] y [9] ($p < 0,05$) mientras que los modelos [3] y [8] presentaron errores distribuidos normalmente.

El modelo [3], de Schumacher en su forma anámorfica, presentó los mejores valores de ponderación de sus estadísticos de ajuste. El modelo describe una curva de potencia sencilla con un mejor ajuste porque la forma sigmoide de los datos se pierde

al incluir árboles con diferentes velocidades iniciales de crecimiento. Cuando se juntan individuos con estas características, la nube de datos no asemeja la forma sigmoide del crecimiento en altura con la edad y caracterizada por el modelo anamórfico de Chapman-Richards [4]. El modelo ana-polimórfico de Schumacher [8] presentó valores altos de ponderación en los estadísticos de ajuste pero presenta inconvenientes para árboles con edades menores de 10 años porque define una altura de 0 m. El modelo de Champman-Richars [6] presentó también uno de los mejores ajustes ponderados pero el parámetro de forma no influyó significativamente en la descripción de la sigmoide.

Los modelos combinados (ana-polimórfico y poli-anamórfico) aunque no tuvieron los mejores ajustes, si presentan bases teóricas sobre la productividad dinámica de los rodales forestales y requieren de atención en trabajos de investigación futuros.

TABLA 7.2

ESTADÍSTICOS PROMEDIO DEL AJUSTE DE PARÁMETROS DE 9 MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO A 5 ESPECIES DE PINO DE DURANGO, MEXICO

Average statistics for fitting parameters of 9 site index models to 5 pine species of Durango, Mexico

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	P>N
1	0,456	4,671	1,400	40,631	0,803	0,971	0,920
2	0,633	3,814	0,021	33,346	0,740	0,424	0,962
3	0,986	0,753	-0,498	6,511	15,411	-3,493	0,631
4	0,935	1,620	-1,127	14,012	4,790	-1,785	0,859
5	0,953	1,374	-1,228	11,869	1,450	-0,860	0,949
6	0,956	1,332	-0,973	11,512	5,995	-1,693	0,867
7	0,948	1,450	-1,363	12,458	1,585	-0,984	0,940
8	0,976	0,982	-0,628	8,504	8,973	-2,792	0,669
9	0,947	1,461	-1,238	12,639	0,495	-0,255	0,970

C.V= Coeficiente de variación y P>N= Probabilidad de Ho: normal

Los resultados de la prueba de validación indicaron que los valores promedio de los coeficientes de determinación descendieron ordenadamente en los modelos [3], [8], [9], [6], [5], [7] y [4] desde 0,987 hasta 0,943 mientras que los modelos [2] y [1] presentaron los mas bajos valores de r^2_{aj} (0,632 y 0,378, respectivamente). Los errores se mantuvieron ascendentemente desde 0,761 hasta 5,307 para los modelos descritos, respectivamente. Los sesgos promedio con valores más cercanos a cero se encontró ascendentemente en los modelos: [8], [3], [2], [4], [6], [9], [5], [7] y [1] (Tabla 7.3). Los errores mostraron valores kúrticos desde -0,01 hasta 13,42 para los modelos [1], [2], [9], [7], [4], [6], [5], [8] y [3], respectivamente. El promedio del sesgo del error fue de 0,67, 0,36, -0,30, -1,26, -1,71, -1,48, -1,60, -2,20 y -3,27 para los modelos descritos con anterioridad, respectivamente. Los modelos que concentraron la mayoría de los errores en el centro y tuvieron una kurtosis alta fueron el [3] y [8] y por lo tanto sus errores se distribuyeron menos normalmente ($P>w=0,001$, $P>N=0,65$ y $0,74$ respectivamente).

TABLA 7.3

ESTADÍSTICOS PROMEDIO DE VALIDACIÓN DE 9 MODELOS DE ÍNDICE DE SITIO AJUSTADOS A 5 ESPECIES DE PINO DE DURANGO, MEXICO

Average statistics for validating 9 site index models to 5 pine species of Durango, Mexico

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	N
1	0,378	5,307	2,18	42,48	-0,01	0,67	0,94
2	0,632	4,089	0,77	32,68	0,24	0,36	0,96
3	0,987	0,761	-0,52	6,07	13,42	-3,27	0,65
4	0,943	1,600	-1,08	12,74	3,66	-1,60	0,88
5	0,949	1,513	-1,33	12,05	5,79	-1,48	0,91
6	0,950	1,509	-1,08	12,01	5,21	-1,71	0,86
7	0,947	1,542	-1,43	12,24	3,60	-1,26	0,92
8	0,967	1,188	-0,28	9,39	7,78	-2,20	0,74

Modelo	Estadísticos del Modelo				Estadísticos de los errores.		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	N
9	0,951	1,481	-1,24	11,77	0,55	-0,30	0,97

C.V= Coeficiente de variación y P>N= Probabilidad de Ho: normal

La ponderación de los estadísticos considerados en la prueba de validación para los nueve modelos indicaron que el modelo de forma anamórfica de Schumacher [3] ajustado por el método de la diferencia algebraica fue también más consistente en estimar la altura por medio de la edad para las cinco especies. El resto de los modelos presentaron debilidades en su validación. Los modelos [5] y [7] sobrestimaron la altura en árboles jóvenes, mientras que los modelos [1] y [9] la subestimaron, El modelo [8] estima una altura de 0 a partir de 10 años y su curva decae con edades mayores a 50 años. Los modelos [2], [4] y [6] simularon la altura solo en árboles donde se presenta la mayor frecuencia de la información.

Otros investigadores han seleccionado diferentes modelos de índice de sitio en sus trabajos de investigación. Torres-Rojo (1998), quien comparó varios modelos de índice de sitio, encontró que las funciones combinadas de forma poli-anamórfica predicen eficientemente índices de sitio en árboles con edades pequeñas, mientras que las formas ana-polimórficas se hacen más eficientes a medida que los intervalos de proyección son mayores. Aguirre (1984) demostró que el modelo de Richards modificado proporciona una buena estimación del índice de sitio para *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México. Bojorquez (1990), concluyó que la forma polimórfica del modelo de Chapman-Richards proporciona los mejores resultados. Zepeda *et al.* (1984) ajustaron curvas anamórficas por el método de la curva guía para algunas pináceas del centro de México.

El modelo seleccionado presenta ventajas en comparación con otros modelos, que han sido discutidas por varios investigadores. Ker y Bowling (1991) y Meng *et al.* (1997) determinan que el modelo: 1) define curvas anamórficas de índice de sitio, 2) la máxima altura se aproxima conforme aumenta la edad del árbol, 3) no produce resultados ilógicos de acuerdo a los datos de entrada y 4) tiene una base teórica para

simular el crecimiento de la altura. Otra ventaja observada en este estudio es que tiene el mínimo número de parámetros estadísticos.

Las curvas de índice de sitio estimadas por el modelo [3] se desarrollaron a una edad base de 55 años con una equidistancia de 5 m entre curvas para envolver la variación en altura con la edad, En estas curvas se observa que *Pinus durangensis* y *P. cooperi* alcanzan la máxima altura, 20 y 21 m, respectivamente, mientras que *P. engelmannii* y *P. leiophylla* alcanzan solo 17 m y *P. herrerae* alcanza 18 m (Tabla 7.4). Las diferencias están parcialmente determinadas por las condiciones de sitio, factores climáticos, densidad del rodal, estructura silvícola, historia del rodal, altitud, relieve y factores intrínsecos de la vegetación como el genotipo.

García y González (1998), mencionan que estas especies tienen un rango óptimo de distribución en Durango siendo la altitud el factor principal que determina el máximo desarrollo para estas especies. El área de estudio presenta condiciones de mejor productividad para el desarrollo del *Pinus durangensis* y *P. cooperi*, los cuales se pueden encontrar desde los 2.400 hasta los 3.000 m de altura sobre el nivel del mar, *P. engelmannii* y *P. leiophylla* presentan su mayor abundancia y distribución entre los 1.800 a 2.500 m de altura sobre el nivel del mar. Se distribuyen hábitats caracterizados por suelos poco profundos y rocosos y de precipitación promedio anual de 800 mm. Estas se presentan en sitios de la parte este de la región de El Salto Durango, *P. herrerae* es una especie poco representativa del área de estudio, encontrándose con mayor abundancia y desarrollo en la región de las quebradas (oeste del área de estudio), las alturas sobre el nivel del mar que fluctúan de 1.800 a 2.500 m, donde el clima es más cálido y se registran las máximas precipitaciones de la región.

Es importante destacar las sugerencias de varios investigadores para caracterizar la productividad basándose en las características físicas del sitio (Monserud, 1984; Alexander, 1985; Ker y Bowling, 1991; Stansfield, 1991), A este respecto se requiere integrar el crecimiento en altura a la edad base y las características climáticas, edáficas y topográficas del sitio.

TABLA 7.4

**INDICES DE SITIO RESULTANTES DEL MODELO ANAMÓRFICO DE
SCHAMACHER PARA 5 ESPECIES DE DURANGO, MEXICO**

**Site indexes resulting from anamorphic model of Schumacher fitted and validated
to 5 pine species of Durango, Mexico**

Especie	Indices de sitio a la edad base (m)				
	I	II	III	IV	V
<i>Pinus cooperi</i>	10	16	21	26	31
<i>Pinus durangensis</i>	9	15	20	25	30
<i>Pinus engelmannii</i>	7	12	17	22	27
<i>Pinus leiophylla</i>	7	12	17	22	27
<i>Pinus herrerae</i>	8	13	18	23	28

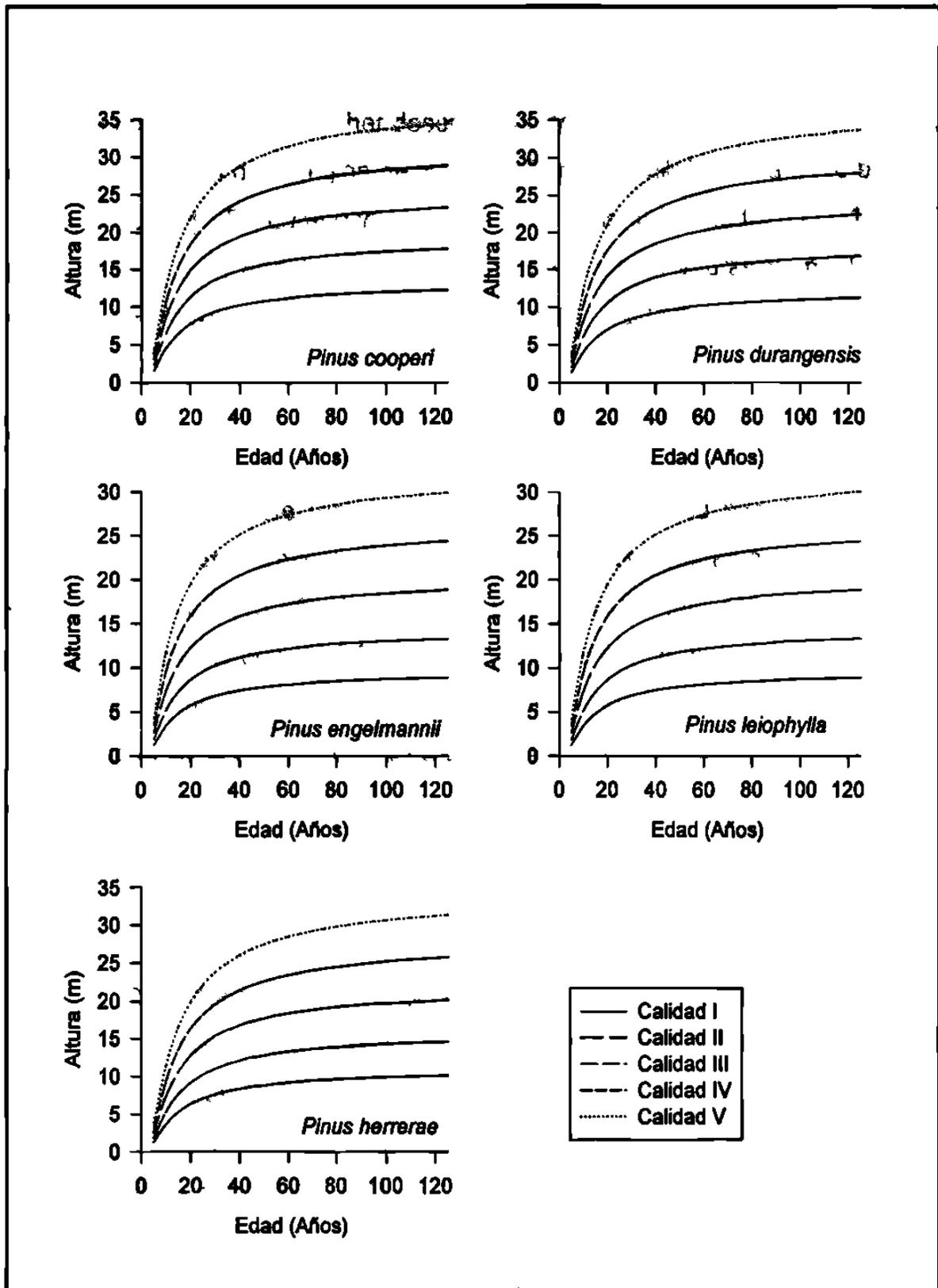


Figura 7.1. Índices de sitio de 5 especies de pino de Durango, México.

Site indexes for five pine species of Durango, Mexico

7.6. CONCLUSIONES

El ajuste y validación de nueve funciones de Índice de sitio demostraron que el modelo anamórfico de Schumacher describió mejor la altura en base a la edad de cinco especies de pináceas de la región de El Salto, Durango, México. A la edad base de 55 años *P. cooperi* y *P. durangensis* mostraron alturas promedio de 21 y 20 m, respectivamente, y *P. engelmannii* y *P. leiophylla* tuvieron alturas promedio de 17 m mientras que *P. herrerae* alcanzó una altura promedio de 18 m.

7.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsable técnico del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y del proyecto de investigación 28536-B.

7.8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AGUIRRE C.O.A., 1984. Estimación de índice de sitio para *Pinus pseudostrabus* Lindl., en la región de Iturbide, Nuevo León. Tesis Licenciatura. Universidad Autónoma de Chapingo. Chapingo, México. 71 p.
- ALEXANDER R.R., 1985. Major habitat types, community types, and plant communities in the Rocky Mountains. U.S. For. Serv. Rocky Mt. For Range Exp. Stn. Gen. Tech. Rep. RM-123.
- BOJORQUEZ S.J.A., 1990. Índice de sitio para Oyamel (*Abies religiosa* (H,B,K) Schl. et cham.) En Zoquiapan, México. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma de Chapingo. Chapingo, México. 57 p.

- CLUTTER J.L., FORTSON J.C., PIENNAR J.C., BRISTER L.V., BAYLEY R.L., 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.
- FABBIO G., FRATTEGIANI M., MANETTI M.CH., 1994. Height estimation in stem analysis using second differencies. For. Sci. 40(2):329-340.
- GARCÍA A.A., GONZÁLEZ E.M.S., 1998. Pináceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango- Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- KER M.F., BOWLING C., 1991. Polymorphic site index equations for four New Brunswick softwood species. Can. J. For. Res. 21:728-732.
- MALDONADO R.F., 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacana* Mirov. de la región "Los Coatlán" Oax. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética, Programa Ftal. Chapingo, México. 56 p.
- MARTÍNEZ M., 1963. Las Pináceas Maxicanas. 3ª Edición. Instituto de Biología, UNAM. 401 p.
- MENG FAN-RUI., MENG CH.H., TANG S., AND ARP P.A., 1997. A new height growth model for dominant and codominat trees. For. Sci. 43(3):348-354.
- MONSERUD R.A., 1984. Height growth and site index curves for inland Douglas-fir based on stem analysis data and forest habitat type. For. Sci. 30:943-965.
- PAYANDEH B., WANG Y., 1994. Relative accuracy of a new base-age invariant site index model. For. Sci. 40(2):341-347.
- RODRÍGUEZ F.C., 1982. Determinación de la calidad de estación de *Pinus montezumae* Lamb., a través de análisis troncal en el C.E.F. San Juan Tetla, Puebla. Tesis de Maestría. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética. Chapingo Mex. 134 p.
- SAS INSTITUTE INC., 1987. SAS/STAT user's guide. Version 6.0 SAS Institute Inc. Cary, N.C.
- STANSFIELD W.F., McTAGUE J.P., 1991. Dominant-Height and site-index equations for ponderosa pine in east-central Arizona. Can. J. For. Res. 21:606-612.
- TORRES R.J.M., 1998. Estimación de la productividad forestal con curvas de sitio de forma y escala variables. Centro de Investigación y Docencias Económicas. E-110.

UCODEFO # 6., 1997. Memoria general del Programa de Manejo Forestal persistente 1997-2007. El Salto, Durango.

ZEPEDA B.E.M., RIVERO B. P. 1984. Construcción de curvas anamórficas de índice de sitio: ejemplificación de la curva guía. *Ciencia Forestal* 9(51):3-38.

CAPÍTULO VIII

ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO E INCREMENTO DE CINCO PINACEAS DE LOS BOSQUES DE DURANGO, MEXICO

Analysis of growth and increment of five pine species of forest in Durango Mexico

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carr. Nal Linares, N. L. 67700 México. E-mail: scorralr@latinmail.com; jnavar@ccr.dsi.uanl.mx, ³Profesor investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P.N., Durango.

8.1. RESUMEN

Diversas ecuaciones de crecimiento e incremento en diámetro, altura y volumen fueron ajustadas y validadas para las especies *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii* y *P. herrerae* que se distribuyen naturalmente en la región de El Salto, Durango, México. Los resultados mostraron que la primera especie presenta los crecimientos e incrementos mayores cuando el crecimiento se estima a nivel grupo de árboles e individualmente. El reporte enfatiza la necesidad de establecer parcelas permanentes de muestreo para calibrar estas tecnologías y ser usadas en modelos de crecimiento al nivel de rodales completos, grupo de árboles o árboles individuales.

PALABRAS CLAVE: *Pinus*, Funciones de crecimiento e incremento, grupo de árboles, árboles individuales, Pináceas, Durango, México.

8.2. ABSTRACT



Several growth and increment in diameter, height and volume equations were fitted and validated for the pine species *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* and *P. herrerae* which naturally distribute in the region of El Salto, Durango, Mexico. The results showed that the first pine species has the highest growth and increment estimated by two different approaches. This report points the need to establish permanent sampling plots to calibrate these technologies to be used in growth and yield modeling at the whole stand, size class or individual tree models.

KEY WORDS: Pinus, growth and increment functions, group of trees, individual trees, Durango Mexico.

8.3. INTRODUCCIÓN

El manejo forestal presente requiere de estimaciones objetivas del crecimiento e incremento de los árboles del bosque. Esta información es clave en la planeación de la cosecha sustentable y en la implementación de las mejores alternativas silvícolas. El crecimiento del bosque puede ser entendido como un proceso dinámico, que incluye una entrada (incorporación), un movimiento (crecimiento) y una salida (mortalidad y cosecha). El crecimiento de los árboles individuales se considera como el cambio gradual en dimensiones a través del tiempo y se encuentra afectado por diversos componentes, entre los que destacan el origen de las especies (genotipo) y su entorno ambiental (Bahamóndez, 1995). El crecimiento del bosque es difícil de pronosticar a largo plazo, pues depende de aspectos fisiológicos (tasa fotosintética y de respiración), climáticos (disponibilidad de luz, temperatura, precipitación, etc.), físico (niveles de nutrientes en el suelo) y biológicos (incorporación, competencia, mortalidad, etc.) (Vanclay 1994, 1995).

Clutter *et al.* (1983) y Vanclay (1994) mencionan que el crecimiento del bosque se puede definir objetivamente al nivel del rodal, del grupo de árboles y de árboles individuales, además que puede ser definido espacial o inespacialmente. La mejor opción es aquella que resulte útil para los bosques donde los modelos son diseñados y evaluados. Es decir, un modelo puede responder con diferentes resultados a ciertas necesidades. Buchman y Shifley (1983) mencionan que el mejor modelo de crecimiento

es aquel de fácil uso, preciso en el rango de datos usados para su construcción y que produce resultados biológicos realistas.

En general existen dos procedimientos para modelar el crecimiento e incremento del bosque. Uno es cuando el potencial de crecimiento es directamente expresado por las características de los árboles y del rodal, incluyendo el nivel de competencia (Martin y Ek, 1984; Wykoff *et al.*, 1982). El otro es cuando el potencial de crecimiento está representado por árboles que crecen libres de competencia y posteriormente ajustar un factor que modifique el potencial de crecimiento por efecto de la competencia (Shifley y Brand, 1984; Arney, 1985; Smit *et al.*, 1992).

El modelaje del crecimiento del bosque que proporciona resultados a un nivel más detallado requiere de datos obtenidos en parcelas permanentes de muestreo, pues permiten la representación de la realidad en las diferentes etapas de desarrollo de las masas forestales. Estos modelos pueden incluir la definición matemática de la regeneración, competencia, reclutamiento y mortalidad que puede ser al nivel espacial de la masa forestal. Dado la escasez de información proveniente de parcelas permanentes de muestreo en los bosques de México, son pocos los trabajos que analizan el crecimiento con esta fuente de datos (Valles *et al.*, 1998; Zepeda y Domínguez, 1998). Una aproximación es modelar el crecimiento e incremento con datos obtenidos de análisis troncales de los árboles que crecen libres de competencia. Chojnacky (1997) desarrolló un modelo de crecimiento en diámetro para árboles individuales de dos especies de *Pinus* y tres de *Juniperus* con datos de análisis troncales. Hokka y Groot (1999) derivaron un modelo de crecimiento para árboles individuales usando datos de análisis troncales de *Picea mariana* (Mill). Contreras *et al.* (1996) analizaron el crecimiento de una plantación de Rauli [*Nothofagus procera*] usando la técnica de análisis troncales.

Para los bosques irregulares y mixtos de Durango son pocos los estudios que hacen referencia al modelaje del crecimiento e incremento de varias especies usando análisis troncales. Los trabajos reportados se basan en rodales regulares monoespecíficos (Aguirre, 1987; Aguirre, 1991; Návar *et al.*, 1996; Valles *et al.*, 1998; Zepeda y Domínguez, 1998) y existe la necesidad incorporar los niveles de crecimiento e incremento que presentan las especies a nivel de conjunto de árboles o individualmente.

Los objetivos de este trabajo fueron: 1) comparar y validar ecuaciones de crecimiento e incremento a nivel grupo de árboles y árboles individuales y 2) determinar las diferencias en crecimiento e incremento en diámetro, altura y volumen de cinco especies comerciales de pino del estado de Durango, México.

8.4. MATERIALES Y MÉTODOS

8.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en la región de El Salto, Durango, la cual comprende los predios de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 6, localizándose en el sistema montañoso denominado Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias Gran Meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur. Se encuentra entre las coordenadas 23°30' a 24°15' de latitud Norte y 105°15' a 105°45' de longitud Oeste, a 100 Km al sudoeste de la ciudad de Durango. La altura sobre el nivel del mar fluctúa entre 1,400 y 3,000 m. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1,200 mm y una temperatura media anual de 12 - 16°C.

La geología de la región consiste en rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior e inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los suelos encontrados son Litosoles, Cambisoles, Regosoles, y Feozems.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las especies de mayor valor comercial, tanto por las características tecnológicas de su madera como por su rango de distribución son las del género *Pinus*. Las especies listadas en orden de importancia por su volumen de aprovechamiento son: *P. cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez.

Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* var comuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Arbutus*, *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

8.4.2. Metodología

La base de datos con las variables diámetro (D), altura (H) y volumen (V) a una edad dada se integró con información de análisis troncales provenientes de árboles ubicados en las diferentes condiciones de sitio del área que comprende la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No 6. La estimación de alturas derivadas de los análisis se realizó de acuerdo al método ISSA propuesto por Fabbio *et al.* (1994). El volumen se determinó usando la fórmula de Smalian y la fórmula del cono para el diámetro de la parte distal del fuste.

La muestra incluyó solamente arbolado creciendo libre de competencia e incluyó varias clases de edad. Para ajustar los modelos de crecimiento e incremento la muestra comprendió 42 árboles de *P. cooperi*, 39 de *P. durangensis*, 37 de *P. engelmannii*, 35 de *P. leiophylla* y 29 de *P. herrerae*. Para validar los modelos se usó una muestra independiente de datos con 23 árboles de cada especie.

8.4.2.1. Ecuaciones utilizadas

Las ecuaciones de crecimiento utilizadas fueron aquellas reportadas por Zeide (1993), las cuales se ajustaron a los datos de diámetro-edad, altura-edad y volumen-edad de los árboles muestra.

El crecimiento para cada especie fue analizado desde dos niveles de aproximación: a) crecimiento en grupo, el cual estima el crecimiento de los árboles a partir de un conjunto de árboles que representan todas las condiciones posibles de calidad de sitio, densidad, edad, tipos de suelos, mezclas de especies, etc., y b) crecimiento individual, el cual estima el crecimiento de cada árbol a través de un factor de ponderación. El ajuste

de las ecuaciones de crecimiento para el grupo de árboles fue a través la curva promedio. En la descripción del crecimiento de árboles individuales, los factores de ponderación utilizados para D, H y V fueron (D/H), (H/D) y (V/D²H), respectivamente. Este proceso estima el crecimiento de cada árbol individualmente e integra factores de competencia e índice de sitio. Al respecto Murphy y Shelton (1996) corrigen la varianza del crecimiento en área basal ponderando con el área basal promedio de los árboles con resultados positivos.

El incremento corriente anual, ICA, del grupo de árboles de las especies estudiadas se observó por medio de la forma diferencial de la curva de crecimiento promedio descrita por los modelos de mejor ajuste para las variables D, H y V respectivamente. La edad a la cual se obtiene el máximo ICA se estimó mediante la segunda derivada parcial identificada por el punto de inflexión. Zeide (1999) menciona que cualquiera de los modelos puede proporcionar este parámetro en el punto de inflexión. La edad a la cual las especies alcanzan el turno absoluto fue observada por medio de la intersección de las curvas del ICA e IMA (incremento medio anual).

Las ecuaciones de crecimiento utilizados fueron:

- | | | |
|---------------------|---|------|
| 1. Chapman-Richards | $Y = \beta_1(1 - \exp(-\beta_2 t))^{\beta_3}$ | [1] |
| 2. Hossfeld IV | $Y = (E \beta_3) / (\beta_2 + ((t \beta_3) / \beta_1))$ | [2] |
| 3. Gompertz | $Y = \beta_1 * (\exp(-\beta_2 * (\exp(-\beta_3 t))))$ | [3] |
| 4. Logistic | $Y = \beta_1 / (1 + \beta_3 * (\exp(-\beta_2 t)))$ | [4] |
| 5. Monomolecular | $Y = \beta_1 * (1 - (\beta_3 * \exp(-\beta_2 t)))$ | [5] |
| 6. Bertalanffy | $Y = \beta_1 * (1 - \exp(-\beta_2 t))^3$ | [6] |
| 7. Korf | $Y = \beta_1 * \exp(-\beta_2 * (t^{(-\beta_3)}))$ | [7] |
| 8. Weibull | $Y = \beta_1 * (1 - \exp(-\beta_2 * (t^{\beta_3})))$ | [8] |
| 9. Sloboda | $Y = \beta_1 * (\exp(-\beta_2 * \exp(-\beta_3 * (t^{\beta_4}))))$ | [9] |
| 10. Levakovic III | $Y = \beta_1 * (t^2 / (\beta_2 + t^2))^{\beta_3}$ | [10] |
| 11. Schumacher | $Y = \beta_1 * \exp(-\beta_2 / t)$ | [11] |

Donde: Y = Variable dasométrica del árbol, D (cm), H (m), V (m^3); t = edad (años); β_1, \dots, β_4 = parámetros de estimación.

El ajuste de los modelos se realizó mediante el procedimiento NLIN (sin derivadas parciales, DUD) y REG del paquete SAS para los modelos no-lineales y lineales respectivamente (SAS/STAT Institute Inc., 1987).

8.4.2.2. Procedimiento estadístico

Los parámetros de las ecuaciones de crecimiento e incremento se ajustaron con los datos siguientes por especie: *Pinus cooperi* (566), *P. durangensis* (522), *P. engelmannii* (506), *P. leiophylla* (478) y *P. herrerae* (396). Para las ecuaciones que necesitaron transformaciones, los parámetros estadísticos se calcularon con las transformaciones necesarias pero los estadísticos coeficiente de determinación (r^2), el error estándar estimado (EES) y sesgo promedio (SP) se estimaron regresando las variables a sus dimensiones originales.

Las ecuaciones se validaron ajustándolas a una fuente independiente de datos seleccionada aleatoriamente. Los estadísticos de comparación fueron: el r^2 , EES y SP para cada una de las especies estudiadas. Estos estadísticos se estimaron como sigue:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad [12]$$

$$EES = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - k - 1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad [13]$$

$$SP = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})}{n} \quad [14]$$

donde: Y_i es el valor observado o la variable dependiente, \bar{Y} es el promedio de las de los datos observados, \hat{Y} es el valor estimado con el modelo y κ es el número de parámetros de cada modelo.

Los errores de las ecuaciones de crecimiento se analizaron para observar su distribución, aleatoriedad y varianza común y fue requisito en la selección de la mejor ecuación. Los parámetros kurtosis, sesgo y la prueba de normalidad de los errores se estimaron usando el procedimiento UNIVARIATE en SAS (SAS/STAT Institute Inc., 1987).

La mejor ecuación de crecimiento para cada variable analizada de la especie se determinó de la ponderación de los diferentes parámetros estadísticos, los cuales se calificaron por orden de importancia como sigue: r^2 , EES y SP del ajuste y validación de los datos, así como kurtosis, sesgo, la prueba de normalidad de los errores, la probabilidad de los coeficientes de regresión y finalmente el comportamiento de la curva en todo el rango de variación de la muestra.

8.4.3. Características de los árboles muestra

Los estadísticos de las bases de datos se resumen en el Cuadro 8.1 y el mapa de distribución de la muestra por categoría de diámetro y altura se presenta en el Cuadro 8.2.

Cuadro 8.1. Estadísticos de parámetros dasométricos de cinco pináceas de Durango México, para el ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento e incremento.

Especie	Estadístico	Ajuste			Validación		
		D (cm)	H (m)	Edad (Años)	D (cm)	H (m)	Edad (Años)
<i>P. cooperi</i>	\bar{x}	11.9	13.4	54.9	12.4	13.2	51.1
	SD	5.9	6.8	32.7	6.4	6.9	28.3
<i>P. durangensis</i>	\bar{x}	10.7	12.4	50.0	11.4	12.5	54.0
	SD	5.5	6.8	28.9	6.2	6.7	35.9

Especie	Estadístico	Ajuste			Validación		
		D (cm)	H (m)	Edad (Años)	D (cm)	H (m)	Edad (Años)
<i>p. engelmannii</i>	\bar{x}	9.3	10.6	47.3	11.4	12.5	46.9
	SD	5.3	5.5	26.3	6.0	7.1	28.6
<i>P. leiophylla</i>	\bar{x}	10.4	11.9	53.6	10.4	11.9	53.6
	SD	5.9	6.5	32.5	5.9	6.5	32.5
<i>P. herrerae</i>	\bar{x}	9.8	11.4	50.7	10.6	11.7	53.3
	SD	5.1	5.9	29.2	5.6	5.9	31.2

\bar{x} = Promedio; SD = Desviación estándar

Cuadro 8.2. Mapa de distribución de la muestra para ajustar y validar ecuaciones de crecimiento e incremento de 5 pináceas de El Salto, Durango, México.

Categoría de altura (m)	E _i	Categoría de diámetro (cm)						Total
		5	10	15	20	25	>=30	
5	1	1(1)						1(1)
	2	(1)	1					1(1)
	3	1(1)						1(1)
	4	1(1)	1(1)					2(2)
	5	1(1)						1(1)
10	1	1(1)						1(1)
	2		1(1)	1(1)				2(2)
	3	1	3(1)	1(2)				5(3)
	4		1(2)	1				2(2)
	5		5(1)	1(1)				6(2)
15	1		(2)	6(3)	5(3)			11(8)
	2		2(3)	6(2)	1(1)			9(6)
	3		8(1)	6(4)	1(1)			15(6)
	4		2(2)	5(3)	5(1)			12(6)
	5		1(2)	2(2)	3(1)			6(5)
20	1			2(2)	9(2)	1(1)		12(5)
	2		2	8(3)	1(3)	2(1)		13(7)
	3		1	2(2)	1(2)	1(1)	1	6(5)
	4			3(2)	5(3)	1(1)	1	10(6)
	5			5(4)	4(3)	(1)		9(8)
25	1				10(2)	3(3)	1(1)	14(6)

Categoría. de altura (m)	Categoría de diámetro (cm)							Total
	E _i	5	10	15	20	25	>=30	
	2				3(1)	3(2)	(1)	6(4)
	3				3(3)	1(1)	1(1)	5(5)
	4			2	2(1)	2(2)	1(1)	7(4)
	5				4(2)	1(2)	1(1)	6(5)
>=30	1			1	1	1(1)	(1)	3(2)
	2				1	2(1)	5(2)	8(3)
	3				1(1)	1(1)	3(1)	5(3)
	4					1(1)	1(2)	2(3)
	5					(1)	1(1)	1(2)
Total		6 (6)	28 (16)	52 (31)	60 (30)	20 (20)	16 (12)	182 (115)

NOTA: E= Especie(i=1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla* y 5=*P. herrerae*); 1(1)=Número de árboles para el ajuste(Número de árboles para validar).

8.5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

8.5.1. Crecimiento

Los estadísticos promedio de ajuste y validación de las 11 ecuaciones de crecimiento ajustadas al grupo de árboles por el método de la curva promedio mostraron diferencias significativas para las cinco especies estudiadas.

Para el diámetro, la ecuación [8] mostró el mayor coeficiente de determinación y menor error estándar (Cuadro 8.3). La ecuación [6] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

Cuadro 8.3. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	SEE	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	68	3.14	0.01	30.3	0.55	0.37	0.000
Hossfield IV	68	3.14	-0.03	30.3	0.54	0.38	0.001

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	SEE	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Gompertz	67	3.17	0.02	30.7	0.44	0.39	0.000
Logistic	64	3.32	-0.13	32.0	0.49	0.48	0.001
Monomolecular	67	3.19	-0.03	30.8	0.51	0.41	0.001
Bertalanffy	63	3.35	0.26	32.4	0.39	0.11	0.001
Weibull	68	3.14	-0.03	30.3	0.56	0.39	0.005
Schumacher	65	3.24	0.12	31.3	0.37	0.19	0.000
VALIDACION							
Chapman-Richards	70	3.29	0.79	29.3	0.19	0.37	0.018
Hossfield IV	66	3.25	0.16	31.0	0.42	0.33	0.020
Gompertz	66	3.24	0.21	30.8	0.40	0.30	0.019
Logistic	67	3.50	0.70	31.1	0.11	0.54	0.019
Monomolecular	70	3.28	0.76	29.2	0.21	0.36	0.019
Bertalanffy	65	3.58	1.11	31.9	0.26	0.27	0.020
Weibull	71	3.28	0.74	29.2	0.19	0.38	0.018
Schumacher	68	3.41	0.95	30.4	0.06	0.26	0.015

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para la altura, la ecuación [1] mostró el mayor coeficiente de determinación y menor coeficiente variación (Cuadro 8.4). La ecuación [3] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar.

Cuadro 8.4. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para el grupo de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	71	3.43	0.04	29.1	0.01	0.25	0.003
Gompertz	68	3.59	-0.59	30.5	0.09	0.10	0.010
Logistic	67	3.49	-0.06	29.6	0.07	0.26	0.015

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Monomolecular	67	3.49	-0.30	29.5	0.04	0.24	0.004
Bertalanffy	69	3.52	0.04	29.8	0.10	0.03	0.011
Weibull	69	3.56	-0.41	29.8	0.01	0.22	0.005
Scumacher	70	3.45	0.07	29.2	0.12	0.16	0.005
VALIDACION							
Chapman-Richards	68	3.71	0.48	30.1	0.03	0.21	0.064
Gompertz	65	3.91	-0.11	31.5	0.17	0.10	0.028
Logistic	67	3.84	0.41	30.9	0.13	0.21	0.048
Monomolecular	67	3.82	0.15	30.8	0.03	0.20	0.053
Bertalanffy	68	3.83	0.53	30.9	0.09	0.05	0.029
Weibull	66	3.87	0.04	31.2	0.01	0.20	0.025
Schumacher	68	3.75	0.53	30.2	0.03	0.14	0.052

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para el volumen, la ecuación [1] mostró los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.5). Las ecuaciones [5] y [7] presentaron los menores coeficientes de determinación y los errores estándares más altos.

Cuadro 8.5. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para el grupos de árboles de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	57	0.17	-0.00	84.9	4.1	1.3	0.027
Gompertz	56	0.17	-0.01	84.8	4.1	1.3	0.002
Logistic	56	0.17	-0.01	84.7	4.5	1.4	0.027
Monomolecular	46	0.19	-0.04	94.5	4.3	1.4	0.024
Bertalanffy	56	0.17	0.01	85.0	4.0	1.3	0.000
Korf	41	0.20	-0.05	98.0	3.7	1.3	0.000

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Schumacher	54	0.18	0.01	86.4	3.3	1.0	0.000
VALIDACION							
Chapman-Richards	57	0.20	0.02	82.3	3.9	1.4	0.002
Gompertz	56	0.20	0.02	82.8	3.9	1.5	0.000
Logistic	54	0.21	0.02	85.1	4.1	1.6	0.001
Monomolecular	45	0.22	-0.01	89.0	3.6	1.5	0.000
Bertalanffy	56	0.20	0.03	83.6	3.7	1.5	0.001
Korf	48	0.22	-0.02	90.1	3.1	1.3	0.001
Schumacher	57	0.20	0.03	82.3	3.4	1.3	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación

Las ecuaciones de crecimiento para árboles individuales por el método ponderado de mejor ajuste y validación fueron las mismas que se presentaron para el grupo de árboles por el ajuste de la curva promedio.

Para el diámetro, la ecuación [8] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.6). La ecuación [3] presentó el menor coeficiente de determinación y el mayor error estándar. El EES promedio de la ecuación [8] se redujo de 3.2 a 2.4 cm cuando se analiza el crecimiento de los árboles individualmente en el proceso de validación.

Cuadro 8.6. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en diámetro para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapma-Richards	82	2.35	0.12	22.6	2.66	0.61	0.026
Hossfeld IV	82	2.35	0.28	22.6	2.57	0.50	0.074
Gompertz	58	3.54	-2.07	33.9	1.25	-0.10	0.191
Logistic	82	2.35	0.16	22.6	2.69	0.61	0.040

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Monomolecular	82	2.34	0.12	22.5	2.64	0.62	0.027
Bertalanffy	82	2.36	0.31	22.7	2.69	0.58	0.024
Korf	82	2.35	0.07	22.6	2.53	0.40	0.000
Weibull	82	2.36	0.17	22.7	2.59	0.52	0.027
Schumacher	82	2.34	0.23	22.5	2.60	0.47	0.024
VALIDACION							
Chapma-Richards	82	2.54	0.54	22.6	0.46	0.24	0.026
Hossfeld IV	82	2.54	0.70	22.6	0.49	0.14	0.001
Gompertz	70	3.31	-1.71	29.5	0.01	-0.35	0.000
Logistic	82	2.54	0.58	22.6	0.45	0.22	0.040
Monomolecular	82	2.55	0.53	22.7	0.56	0.20	0.027
Bertalanffy	82	2.56	0.73	22.7	0.47	0.21	0.012
Korf	82	2.48	0.48	22.1	0.42	0.09	0.001
Weibull	82	2.42	0.50	22.1	0.45	0.14	0.030
Schumacher	82	2.53	0.65	22.5	0.52	0.11	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para la altura, la ecuación [1] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.7). Las ecuaciones [2] y [11] presentaron el menor ajuste. El EES con esta ecuación se redujo de 3.7 a 2.7 m cuando el crecimiento se analiza individualmente comparado con el error de crecimiento del grupo de árboles.

Cuadro 8.7. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en altura para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapma-Richards	83	2.65	0.30	22.5	2.62	-0.52	0.003
Hossfeld IV	82	2.65	0.35	22.5	2.52	-0.49	0.007

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ²	SEE	Sesgo	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
Gompertz	82	2.70	0.47	22.9	2.34	-0.33	0.118
Logistic	82	2.65	0.36	22.5	2.53	-0.50	0.003
Monomolecular	82	2.65	0.37	22.5	2.62	-0.51	0.003
Bertalanffy	82	2.65	0.38	22.5	2.66	-0.55	0.003
Korf	82	2.68	0.47	22.7	2.57	-0.55	0.026
Weibull	82	2.67	0.47	22.7	2.49	-0.45	0.081
Sloboda	82	2.67	0.40	22.7	2.56	-0.45	0.036
Levakovic III	82	2.68	0.51	22.8	2.40	-0.38	0.095
Schumacher	82	2.65	0.30	22.5	2.41	-0.40	0.062
VALIDAR							
Chapma-Richards	82	2.72	-0.09	22.8	0.51	-0.16	0.002
Hossfeld IV	81	2.84	-0.11	22.9	0.51	-0.15	0.001
Gompertz	82	2.73	0.02	22.1	0.30	0.01	0.000
Logistic	81	2.83	-0.10	22.9	0.51	-0.15	0.002
Monomolecular	81	2.82	-0.09	22.8	0.51	-0.16	0.002
Bertalanffy	81	2.81	-0.08	22.7	0.47	-0.16	0.003
Korf	81	2.82	0.01	22.8	0.51	-0.21	0.025
Weibull	82	2.79	0.02	22.6	0.42	-0.12	0.002
Sloboda	82	2.81	-0.05	22.7	0.54	-0.13	0.001
Levakovic III	82	2.76	0.07	22.3	0.32	-0.03	0.000
Schumacher	81	2.83	-0.16	22.9	0.52	-0.10	0.000

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

Para el volumen, la ecuación [1] mostró también los mejores coeficientes de determinación y variación (Cuadro 8.8). Las ecuaciones [6] y [11] presentaron los menores ajustes. El EES con esta ecuación se redujo de 0.20 a 0.04 m³ en promedio respecto al error obtenido para analizar el crecimiento con el grupo de árboles en la validación.

Cuadro 8.8. Estadísticos promedio del ajuste y validación de ecuaciones de crecimiento en volumen para árboles individuales de 5 especies de pino en Durango, México.

Ecuación ^a	Estadísticos de la ecuación				Estadísticos de los errores		
	R ² (%)	EES	SP	C.V	Kurtosis	Sesgo	Pr<W
AJUSTE							
Chapman-Richards	98	0.041	0.005	20	22	-1.87	0.001
Gompertz	96	0.049	0.014	23	23	-1.71	0.000
Logistic	97	0.041	0.006	20	22	-1.92	0.000
Monomolecular	97	0.042	0.000	21	24	-2.20	0.000
Bertalanffy	97	0.047	0.015	22	22	-1.56	0.000
Schumacher	97	0.047	-0.005	23	20	-1.91	0.000
VALIDAR							
Chapman-Richards	98	0.045	-0.001	19	10	-0.99	0.001
Gompertz	98	0.047	0.009	19	6	-0.28	0.000
Logistic	97	0.053	-0.001	21	10	-0.97	0.000
Monomolecular	97	0.053	-0.002	22	11	-0.98	0.000
Bertalanffy	97	0.049	0.010	20	7	0.15	0.000
Schumacher	96	0.058	-0.011	24	10	-1.30	0.002

a= Ecuaciones que convergieron en el ajuste de parámetros; C.V= Coeficiente de variación.

En los cuadros anteriores se observa que la variación de las ecuaciones [8], [1] y [1] para estimar el crecimiento en D, H y V respectivamente de las especies estudiadas al nivel de grupo de árboles, fue significativamente mayor respecto al nivel de árboles individuales, en los procesos de ajuste y validación de los datos. Los coeficientes de variación para estimar el crecimiento en altura y diámetro a nivel grupo de árboles oscilaron de 29 a 30 %, mientras que a nivel de árboles individuales para éstas variables fue de 22 a 23 % respectivamente. Para estimar el crecimiento en volumen con [1] los porcentajes promedio del coeficiente de variación a para el grupo de árboles fue de 82 a 85 %, mientras que a nivel árbol individual disminuyeron notablemente entre 19 y 20 %.

El análisis de los errores o residuales indicó que en la mayoría de las ecuaciones probadas al grupo de árboles y a los árboles individuales para las variables analizadas,

presentaron una distribución kúrtica motivo por el cual fue rechazada la hipótesis de normalidad al nivel de error de 0.05 ($Pr < 0.05$).

Los resultados mostraron que las ecuaciones [8], [1] y [1] predijeron adecuadamente el crecimiento en D, H, y V para las especies estudiadas a nivel grupo de árboles y árboles individuales. Por esta razón se recomiendan su uso como una aproximación al crecimiento de las especies estudiadas que se desarrollan en rodales mixtos e irregulares en la Sierra Madre Occidental en Durango.

Los modelos seleccionados presentan ventajas en comparación con el resto de los modelos las cuales han sido discutidas por investigadores como Zeide (1993) y Elfving y Kiviste (1997), con características como un punto cero en la curva de crecimiento, se incrementa la curva conforme aumenta la edad, tienen una asíntota (máximo crecimiento) y tienen un punto de inflexión. Los parámetros de las ecuaciones se presentan en el Cuadro 8.9.

Cuadro 8.9. Parámetros estimados de las ecuaciones seleccionadas para estimar el crecimiento en diámetro, altura y volumen de grupos y árboles individuales de cinco especies de la región de El Salto, Durango, México

Especie	Variable	DS	Grupo de árboles			Árboles individuales		
			β_1	β_2	β_3	β_1	β_2	β_3
1	D^w		18.973	0.008	1.251	0.863	0.134	1.870
	D^f	3.0	20.299	0.027	1.527	0.859	0.079	0.568
	H^f	3.5	21.663	0.037	2.192	1.136	0.062	0.627
	V^f	0.2	0.709	0.042	8.365	8.2^{-05}	0.095	2.142
2	D^w		22.241	0.011	1.077	0.829	0.230	1.532
	D^f	2.9	34.939	0.011	1.205	0.831	0.154	0.912
	H^f	3.7	30.287	0.021	1.640	1.163	0.078	0.513
	V^f	0.2	1.018	0.029	5.599	9.9^{-05}	0.099	0.883
3	D^w		38.638	0.019	0.906	0.907	0.705	0.371
	D^f	3.4	25.865	0.015	1.073	0.874	0.977	-0.974
	H^f	3.3	24.730	0.027	1.419	1.085	0.201	1.862
	V^f	0.2	0.545	0.053	10.293	7.7^{-05}	0.071	1.512
4	D^w		39.724	0.023	0.971	0.864	0.002	3.550

Especie	Variable	DS	Grupo de árboles			Árboles individuales		
			β_1	β_2	β_3	β_1	β_2	β_3
	D ^r	2.8	38.659	0.006	0.999	0.865	0.155	1.008
	H ^r	3.2	21.198	0.029	1.834	1.112	0.160	1.430
	V ^r	0.1	1.491	0.012	2.826	8.1 ⁻⁰⁶	0.171	0.525
5	D ^w		54.613	0.019	0.980	0.846	0.744	1.265
	D ^r	2.6	26.269	0.013	1.111	0.847	0.100	0.403
	H ^r	2.9	20.077	0.046	2.425	1.159	0.114	0.817
	V ^r	0.1	1.002	0.016	2.555	8.4 ⁻⁰⁵	0.088	0.922

NOTA: 1=*P. cooperi*, 2=*P. durangensis*, 3=*P. engelmannii*, 4=*P. leiophylla*, 5=*P. herrerae*; w y r= parámetros de las ecuaciones [8] y [1] respectivamente; SD= Desviación estándar de la ecuación [1] ajustada por la curva promedio.

El modelo que predice el crecimiento promedio (grupo de árboles) es recomendable para masas regulares y uniespecíficas, donde la variación en las dimensiones de los árboles no es tan notoria. Este es adecuado para plantaciones forestales. Los modelos ponderados son recomendables para aquellos rodales que son bastante irregulares en su estructura y los árboles presentan velocidades diferenciales de crecimiento diferentes.

El uso de estos modelos resulta en una aproximación a los niveles de rendimiento de éstas especies para el área de estudio, puesto que no están calibrados por la competencia dentro del rodal y por factores del rodal tales como calidad de sitio, mortalidad, reclutamiento, etc. Por lo tanto los resultados no aplican al crecimiento al nivel de rodales completos.

8.5.2. Incremento

Del análisis del incremento medio anual, ICA, para el grupo de árboles por medio de la primera derivada de las ecuaciones de crecimiento de Chapman-Richards para el diámetro, altura y volumen se observaron diferencias notorias entre las especies estudiadas.

El ICA máximo alcanzado en diámetro, fue 0.31, 0.28, 0.30, 0.27 y 0.22 cm año⁻¹ para las especies *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. herrerae* y *P. leiophylla* respectivamente. Este se alcanzó a las edades de 16, 16, 5, 8 y 1 años respectivamente.

Las especies *Pinus engelmannii*, *P. herrerae* y *P. leiophylla* presentan un incremento diamétrico máximo a edades muy jóvenes en contraste con las especies de *Pinus cooperi* y *P. durangensis*. Los turnos absolutos oscilan de los 30 años para *P. cooperi* y *P. durangensis* hasta los 15, 10 y 5 años para *P. herrerae*, *P. engelmannii* y *P. leiophylla*, respectivamente. El crecimiento mayor lo alcanzó *P. durangensis* después de los 60 años (Figura 8.1).

El ICA máximo en altura fue alcanzado para *Pinus durangensis* con 0.35 m año⁻¹, *P. cooperi* con 0.39 m año⁻¹, *P. leiophylla* con 0.32 m año⁻¹, *P. herrerae* con 0.43 m año⁻¹ y *P. engelmannii* con 0.40 m año⁻¹. Las edades de máximo incremento fueron 24, 21, 21, 19 y 13 para las especies anteriormente descritas, respectivamente. El turno absoluto lo alcanzan las especies a los 45, 50, 25, 40 y 35 años respectivamente. El mayor crecimiento en altura lo muestra *P. durangensis* después de los 75 años (Figura 8.2).

Los incrementos en volumen anuales mayores fueron observados en *Pinus durangensis* (0.012 m³ año⁻¹), *P. cooperi* (0.0115 m³ año⁻¹), *P. engelmannii* (0.011 m³ año⁻¹), *P. leiophylla* (0.0008 m³ año⁻¹) y *P. herrerae* (0.0075 m³ año⁻¹) a edades de 59, 50, 44, 88 y 58 años respectivamente. Los turnos absolutos del crecimiento en volumen fueron alcanzados antes de los 100 años por *P. engelmannii* (70), *P. cooperi* (80), *P. durangensis* (95), y después de este tiempo por *P. herrerae* (105) y *P. leiophylla* (155 años). El mayor crecimiento en volumen lo alcanza *P. durangensis* desde los 75 a los 150 años (Figura 8.3).

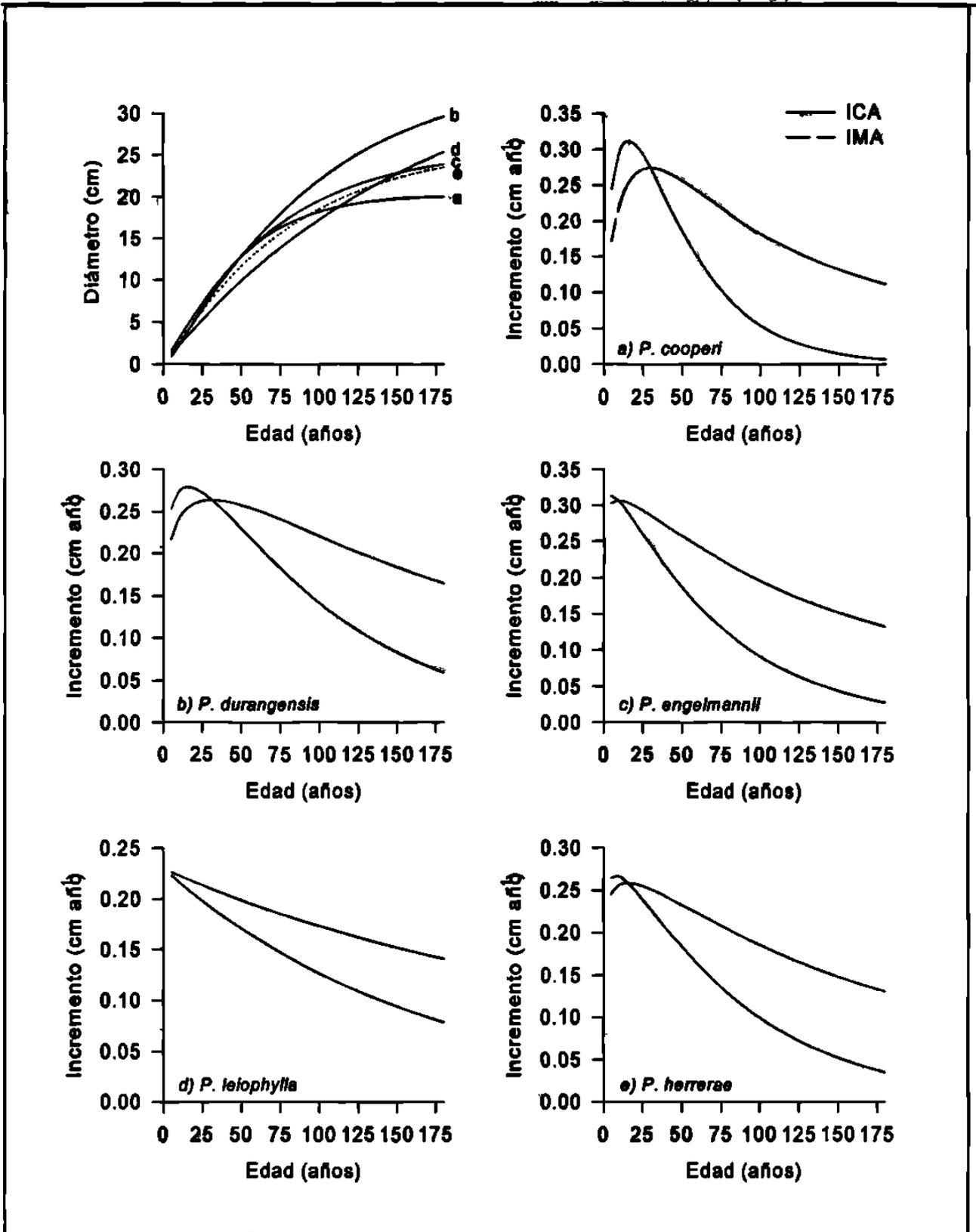


Figura 8.1. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en diámetro de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

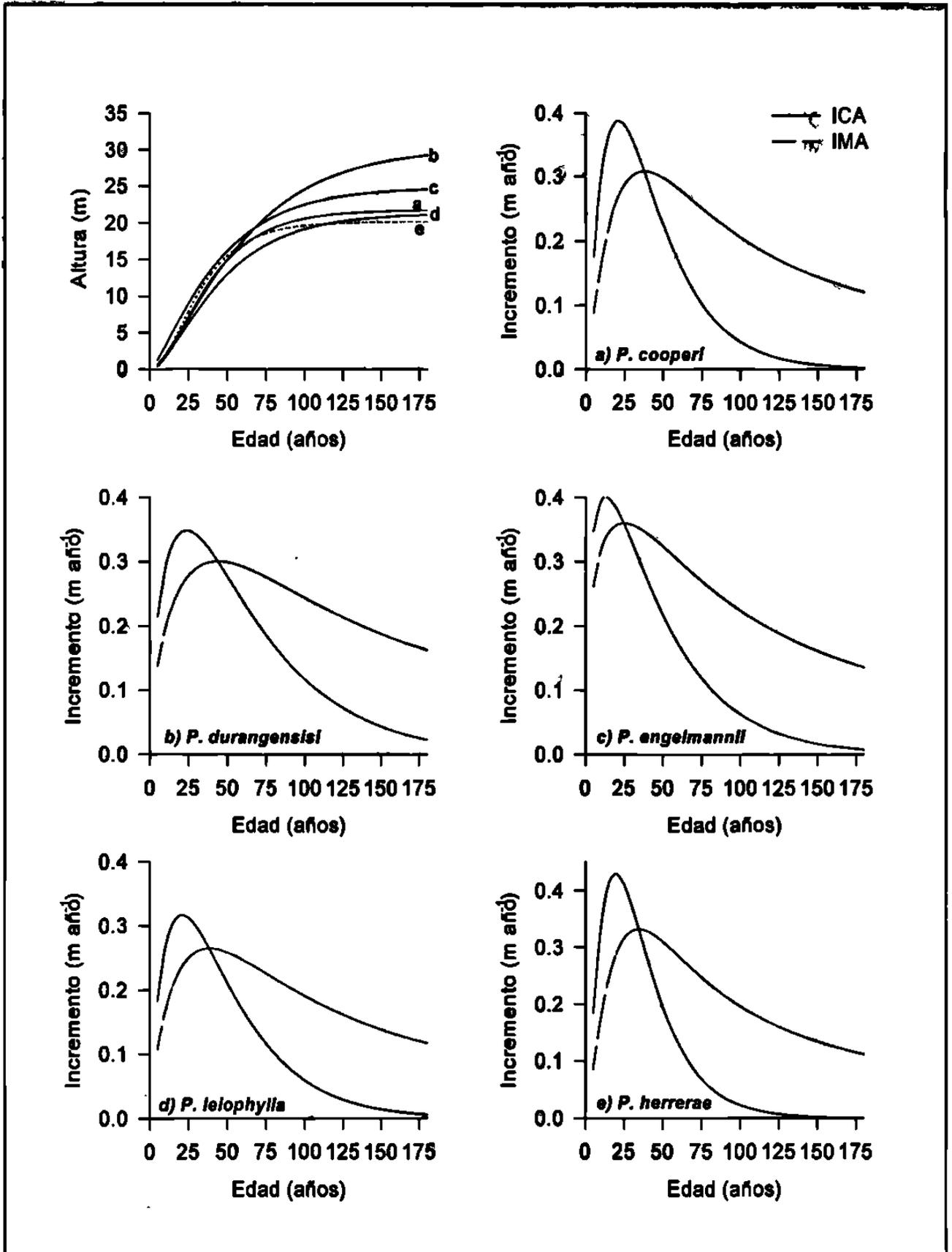


Figura 8.2. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en altura de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

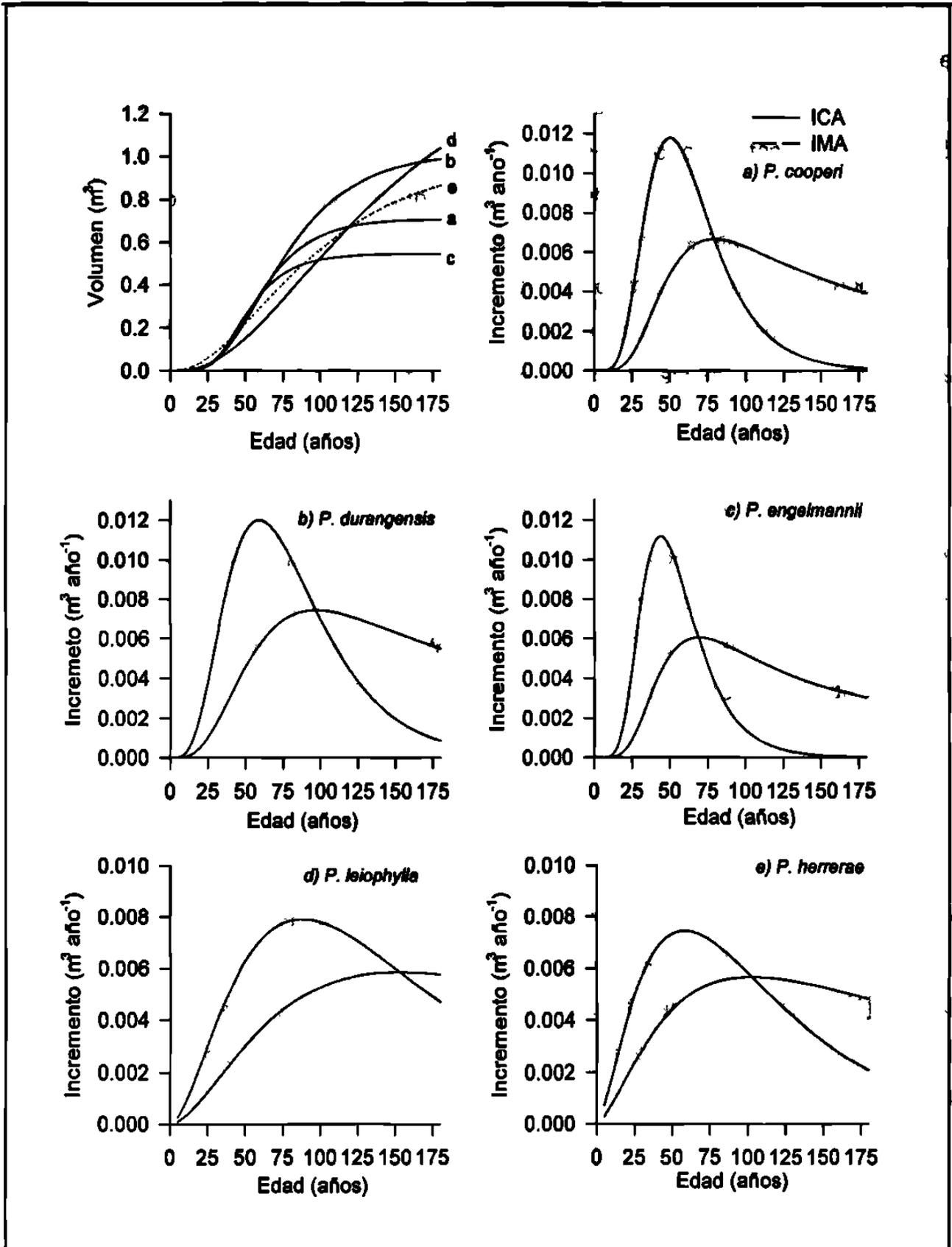


Figura 8.3. Comparación de las curvas de crecimiento e incremento en volumen de 5 especies de la región de El Salto, Durango.

Los resultados anteriores demuestran diferencias en los niveles de productividad que alcanzan las especies en la región. La calidad de sitio es el principal factor que determina el nivel de óptimo rendimiento para las especies estudiadas. Al respecto, García y González (1998) mencionan que el crecimiento de estas especies está determinado por la altitud y por lo tanto la calidad de sitio.

De acuerdo a los resultados arrojados por el Programa de Manejo Forestal (PMF) 1997-2007 para la región de El Salto, Durango, se estima que el *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmanni*, *P. leiophylla* y *P. herrerae* tienen un promedio de 200, 350, 13, 112 y 150 árboles por hectárea, respectivamente. Si consideramos estos resultados estas especies pueden alcanzar incrementos anuales en volumen promedio de 2.4, 4.0, 1.4, 0.9 y 1.1 m³ ha⁻¹ año⁻¹. Estos incrementos son similares a aquellos reportados por Návar *et al.* (1998) para rodales mixtos e irregulares dominados por *P. durangensis* y *P. cooperi* del ejido Vencedores de Durango, México. Incrementos similares son reportados en aquellos rodales homogéneos tendientes a la regularidad a partir de datos de análisis de virutas levantados en el inventario forestal de 1996. Para rodales poco productivos (exposiciones sur) y de alta productividad (exposiciones norte) el ICA oscila de 0.01 a 8 m³ ha⁻¹ año⁻¹.

8.6. CONCLUSIONES

El ajuste y validación de 11 ecuaciones de crecimiento para el grupo de árboles y árboles individuales demostraron que la ecuación Weibull [8] describió mejor el crecimiento del diámetro, mientras que la ecuación de Chapman-Richards [1] resultó modelar mejor el crecimiento en altura y volumen de las cinco especies estudiadas de la región de El Salto, Durango, México. *P. durangensis* alcanza los crecimientos e incrementos mayores en diámetro, altura y volumen para las condiciones observadas de la región del Salto, Durango.

8.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento a Ing. J. Guadalupe Barrios Téllez y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 de la UCODEFO No. 6 de El Salto, por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyó este trabajo con financiamiento a través del programa de Maestría en Ciencias Forestales en la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y a través del proyecto de investigación 28536B.

8.8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aguirre, B.C. 1987. Growth and yield models for *Pinus Cooperi* in Durango, México. Ph. D. Dissertation. Colorado State University. Forth Collins, Colorado.
- Aguirre, C.O. 1991. Elaboración de tablas de producción en base a sitios temporales de muestreo. Un ejemplo con *Pinus pseudostrabus* Lindl., en el noreste de México. Reporte científico No. 24. FCF-UANL. Linares, México.
- Arney, J.D. 1985. A modeling strategy for the growth projection of managed stands. Can. J. For. Res. 15:1455-1465.
- Bahamóndez, V. C. 1995. Modelos de crecimiento individual para renovales de Roble (*Nothofagus oblicua* (mirb) (oerst)) y Rulí (*Nothofagus alpina* (poeppet Endl)). Ciencia e Investigación Forestal. 9(1):57-72.
- Buchman, R.G y S.R. Shifley. 1983. Guide to evaluating forest growth projection systems. J. For. 81:232-234.
- Clutter J.L., J.C. Fortson., J.C. Piennar., L.V. Brister., R.L. Bailey. 1983. Timber management: A quantitative approach. Wiley New York. 333 p.
- Contreras, J.A., D.L. Otero., M.L. Barrales y H.I. Ojeda. 1996. Estudio de crecimiento de una plantacion de rauli ubicada en el sector de Panguipulli y expectativas de crecimiento. Bosque. 17(1):3-7.
- Chojnacky, D.C. 1997. Modeling diameter growth for pinyon and juniper trees in dryland forests. For. Ecol. Manage. 93:21-31.

- Elfving, B., y A. Kiviste. 1997. Construction of site index equations for *Pinus sylvestris* L. using permanent plot data in Sweden. *For. Ecol. Manage.* 98:125-134.
- Fabbio, G., M. Frattegiani y M. Ch. Manetti. 1994. Height estimation in stem analysis using second differences. *For. Sci.* 40(2):329-340.
- García, A.A., y E.M.S. González. 1998. Pináceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango y Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- Hokka, H. y A. Groot. 1999. An individual-tree basal area growth model for black spruce in second growth peatland stand. *Can J. For. Res.* 29:621-629.
- Huang, S y S.J. Titus. 1995. An individual tree diameter increment model for white spruce in Alberta. *Can. J. For. Res.* 25:1455-1465.
- Martin, G.L y A.R. Ek. 1984. A comparison of competition measures and growth models for predicting plantation red pine diameter and height growth. *For. Sci.* 30(3):731-743.
- Martínez, M. 1963. Las Pináceas Maxicanas. 3ª Edición. Instituto de Biología, UNAM. 401 p.
- Murphy, P.A y M.G. Shelton. 1996. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands. *Can. J. For. Res.* 26:327-331.
- Návar J., S. Corral y J. Contreras 1998. Perpectivas preliminares para el modelaje del crecimiento de bosques irregulares bajo manejo de pino de Durango, México. Primer Congreso Latinoamericano IUFRO. Valdivia, Chile.
- Návar, J., J. Jiménez., P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. *Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For.* 5(2):214-229.
- SAS Institute Inc. 1987. SAS/STAT user's guide. Version 6.0 SAS Institute Inc. Cary, N.C.
- Shifley, S. R y G.J. Brand. 1984. Chamman-Richards growth fuction constrained for maximun tree size. *For. Sci.* 30(4):1066-1070.

- Smith, W.R., R.M. Ferrar Jr., P.A. Murphy., J.L. Yeiser., R.S. Meldahl y J.L. Kush. 1992. Crown and basal area relationships of open-growth southern pines for modeling competition and growth. *Can. J. For. Res.* 22:341-347.
- UCODEFO No. 6. 1997. Memoria general del Programa de Manejo Forestal persistente 1997-2007. Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 6. El "Salto", Durango, México.
- Valles, G. A.G., J.M. Torres R., A. Velázquez M y C. Rodríguez F, 1998. Relación de nueve índices de competencia con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperi* Blanco. *Agrociencia.* 32(3):255-260.
- Vanclay, J.K.. 1995. Growth models for tropical forest: A synthesis of models and methods. *For. Sci.* 41(1):7-42.
- Vanclay, K.V. 1994. Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wykoff, W.R., N.L. Crookston y A.R. Stage. 1982. User's guide to the stand prognosis model. USDA For. Serv. Gen. Tech. Rep. INT-133.
- Zeide, B. 1993. Analysis of growth equations. *For. Sci.* 42(3):594-616.
- Zeide, B. 1999. Pattern of height growth for southern pine species. *For. Ecol. Manage.* 118:183-196.
- Zepeda, B.E.M y A. Domínguez P. 1998. Niveles de incremento y rendimiento maderable de poblaciones naturales de *Pinus arizonica* Engl., de El Poleo, Chihuahua. *Madera y Bosques.* 4(1):27-39.

CAPÍTULO IX

ESTIMACION Y PREDICCIÓN DE PARAMETROS DE LA DISTRIBUCIÓN WEIBULL EN RODALES MIXTOS E IRREGULARES DE DURANGO, MEXICO

Estimation and prediction of the Weibull distribution parameters of mixed and unevenaged stands of Durango Mexico

Sacramento Corral¹, José Návar² y Fabián Fernández³

¹Estudiante de Maestría en Ciencias Forestales y ²Profesor investigador, Facultad de Ciencias Forestales, UANL. Km. 145 Carr. Nal. Linares, N. L. 67700 México. E-mail: scorralr@latinmail.com ³Profesor Investigador del Instituto Tecnológico Forestal de El Salto P. N., Durango.

9.1. RESUMEN

En este trabajo se probaron diferentes técnicas de estimación de parámetros de la distribución Weibull para probar su sesgo, eficiencia y bondad de ajuste. Los parámetros estimados por la mejor tecnología fueron predichos y validados con atributos del rodal. Este procedimiento fue realizado para las pináceas y latifoliadas (hojasas) de los bosques mixtos e irregulares bajo manejo de la región de El Salto, Durango, México.

Palabras clave: Estructuras diamétricas, Distribución Weibull, Estimación y predicción de parámetros, Durango, México.

9.2. ABSTRACT

In this report several technologies of parameter estimation of the Weibull distribution were tested for efficiency, skewness and goodness of fit. Estimated

parameters by the best methodology were predicted and validated with stand attributes. This procedure was conducted individually for pine and oaks of mixed, unevenaged forests under management of El Salto Durango Mexico.

KEYS WORDS; Diameter structure, Weibull distribution, Parameter estimation and prediction, Durango Mexico.

9.3. INTRODUCCION

El manejo de las masas forestales requiere de estimaciones y proyecciones de sus atributos dasométricos. Los modelos basados en distribuciones diamétricas proporcionan una completa descripción de la estructura diamétrica del rodal, del número de árboles, de la altura media, del área basal y del volumen. Diferentes funciones de densidad probabilística se han usado para predecir las estructuras diamétricas, dentro de las cuales se destacan la Weibull, Gamma, Beta, Charlier, Normal, Lognormal y Johnson S_B (Bailey y Dell 1973, Torres-Rojo *et al.*, 1992; Nanang, 1998, Alvarez y Ruiz, 1998, Gove y Patil, 1998, Moness 1982, Zhou y McTague, 1996, Kudus *et al.*, 1999; Návar *et al.*, 1999). La distribución Weibull, ha sido aplicada extensivamente en la estimación del crecimiento y productividad forestal (Clutter *et al.*, 1983; Vanclay, 1994).

El ajuste y estimación o recuperación de parámetros de la distribución Weibull es el requisito principal para modelar las estructuras diamétricas y el crecimiento al nivel del rodal. Existen diferentes tecnologías matemáticas para ajustar parámetros donde se destacan los iterativos: máxima verosimilitud (Wingo, 1972; Bailey y Dell, 1973; Návar *et al.*, 1999) y momentos (Burk y Newberry, 1984; Shiver, 1988; Lindsay *et al.*, 1996); así como los algebraicos catalogados como percentiles (Zanakis, 1979; Da Silva, 1986). Los primeros dos iterativos son los más reconocidos en la literatura (Návar *et al.*, 1999) aunque el último es muy popular por su facilidad en la estimación de parámetros (Torres *et al.*, 1992). Algunos estudios han comparado varios procedimientos de estimación de parámetros de la distribución Weibull para modelar las estructuras diamétricas, sobresaliendo máxima verosimilitud de 2 y 3 parámetros, momentos y

percentiles (Zamoch y Dell, 1985; Shiver, 1988; Nanang, 1998; Torres *et al.*, 1992; Návar *et al.*, 1999), pero estas comparaciones no se han realizado extensivamente a los bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental. Návar *et al.* 1999 aplicaron estos procedimientos aunque utilizaron una fuente de información limitada.

Hyink y Moser (1983) introducen los términos 'modelos de recuperación (MR) y 'modelos de predicción' (MP). En los primeros, los parámetros de la distribución se obtienen algebraicamente, mientras que en los segundos, los parámetros se predicen estadísticamente en función de los atributos del rodal. Este enfoque presenta la ventaja de generar compatibilidad entre los parámetros de la distribución y las características del rodal. Para la recuperación de parámetros existen diferentes métodos dentro de los cuales destacan el uso de percentiles (Zanakis, 1979; Da Silva, 1986) y momentos (Burk y Newberry, 1884). Para esto se han utilizado atributos del rodal tales como el diámetro promedio, la densidad, la altura promedio, y área basal (Wenger, 1984; Vanclay, 1994).

Estas tecnologías de modelaje se han aplicado principalmente a bosques regulares, unespecíficos y plantaciones comerciales pero existe una escasez de trabajos que describan las características diamétricas al nivel de rodal en bosques mixtos irregulares nativos de la Sierra Madre Occidental de Durango.

Los objetivos de este trabajo fueron; 1) estimar parámetros, 2) probar su eficiencia y sesgo, 3) validar los 8 métodos de estimar parámetros, 4) predecir los parámetros de la distribución Weibull que mejor se ajustan a las estructuras diamétricas en los bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

9.4. MATERIALES Y METODOS

9.4.1. Descripción general del área de estudio

El estudio se realizó en el ejido San Pablo del municipio de Pueblo Nuevo, Durango, México, el cual se localiza en la Sierra Madre Occidental. Esta pertenece a las subprovincias gran meseta, cañones duranguenses y mesetas y cañones del sur. El ejido se encuentra entre las coordenadas 23°58'03" a 24°46'58" de latitud norte y

105°27'53" a 105°42'02" de longitud oeste, a 130 Km, al sudoeste de la ciudad de Durango. La altitud sobre el nivel del mar fluctúa pero la más común se ubica entre los 2,200 y 2,900 metros. La región se encuentra dentro del grupo de climas templados C, sub-grupo de climas semicálidos (A)C(W₁) y tipos semicálidos sub-húmedos con lluvias en verano, con un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 mm, con precipitación media anual de 800 - 1200 mm y una temperatura media anual de 20 - 22°C. La geología de la región se caracteriza por rocas ígneas extrusivas ácidas y basaltos del cretácico superior y cretácico inferior. Las rocas son del tipo sedimentario y vulcanoso sedimentario. Los tipos de suelos encontrados son Litosol, Cambisol, Regosol, y Feozem.

Por su ubicación geográfica, la zona presenta diversas condiciones de vegetación que va desde selva baja caducifolia, masas puras de encino y pino y bosque mezclados de pino-encino. Las comunidades que predominan el área de estudio son de pino y encino como resultado del manejo extensivo que se ha aplicado a estos bosques de segundo y tercer crecimiento. Las estructuras diamétricas centran la mayor cantidad de árboles en categorías diamétricas inferiores a los 30 cm formando en algunos casos distribuciones irregulares en forma de j-invertida, con menos individuos a medida que incrementa el diámetro. Las especies de mayor aprovechamiento pertenecen al género *Pinus*: *Pinus cooperi* Blanco, *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schl et Cham, *P. engelmannii* Carr, *P. cooperi* var *ornelasi*, *P. teocote* et Cham, *P. herrerae* Martínez. Otras especies de menor valor comercial, distribución y abundancia son *P. ayacahuite* Ehrenb, *P. lumholtzii* Rob et Fern, *P. douglasiana* Martínez, *P. michoacana* comuta Martínez, *P. oocarpa* Schiede. Además se aprovechan algunas especies de encino (*Quercus spp*), Madroño (*Arbutus spp*) y otras especies asociadas con las coníferas y hojosas de los géneros *Juniperus*, *Pseudotsuga*, *Abies* y *Picea*.

9.4.2. Metodología

La información utilizada se colectó a través del establecimiento de 2,663 sitios temporales de muestreo, de forma circular de 0.10 y 0.05 ha. Los sitios fueron

establecidos aleatoriamente en 837 rodales, con un amplio rango de edades, índices de sitio, índices de densidad y mezcla de especies y géneros de cada sitio. Los árboles fueron medidos en su diámetro normal, altura total, cobertura y edad.

De acuerdo a un análisis preliminar de frecuencias por especie dentro del rodal se establecieron 2 grupos botánicos para ajustarles la distribución Weibull, siendo: a) grupo pino y b) grupo hojosas. El primero comprende todas las especies registradas del género *Pinus*, éste se conforma mayoritariamente por las especies *Pinus durangensis*, *P. cooperi*, *P. teocote*, *P. leiophylla*, *P. engelmannii*, *P. herrerae*, *P. oocarpa*, *P. lumholtzii*, *P. ayacahuite*, *P. duglasiana* y *P. chihuahuana*. El segundo comprendido principalmente por los géneros *Quercus*, *Arbutus* y *Alnus*. El número de árboles de otros géneros (*Picea*, *Abies* y *Juniperus*) fue muy bajo por lo que no se consideraron dentro del trabajo. La muestra total se dividió en dos bases de datos, el 70 % de los rodales estudiados (587) se usaron para ajustar parámetros y ecuaciones de predicción de parámetros y el 30 % restante (250) para validar las ecuaciones que predicen los parámetros del mejor método de estimación (Cuadro 9.1).

Cuadro 9.1. Número de rodales por grupo de especies en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

GRUPO	70 %	30%
pino	331	142
hojosas	21	11
Mezcla (pino y hojosas)	235	97
Total (pino, hojosas)	(566, 256)	(239, 108)
Total	587	250

9.4.3. La función Weibull

La distribución probabilística Weibull, de tres parámetros esta definida por:

$$P_X(X) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{X - \varepsilon}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{X - \varepsilon}{\beta}\right)^\alpha} \quad [1]$$

y como función de densidad de probabilidad acumulada como (cdp):

$$P(x \leq X) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\varepsilon}{\beta}\right)^\alpha} \quad [2]$$

donde: $p_x(x)$ = probabilidad de la variable aleatoria x . α , β y ε son los parámetros de forma, escala y posición respectivamente.

Los parámetros α , β y ε fueron estimados por medio de:

1. Momentos no ponderados (MNP). Haan y Shapiro (1967) reportaron que el sesgo (γ) está relacionado con α por:

$$\gamma = \frac{\Gamma(1+3/\alpha) - 3\Gamma(1+2/\alpha)\Gamma(1+1/\alpha) + 2\Gamma^3(1+1/\alpha)}{[\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)]^{3/2}} \quad [3]$$

y con esto definieron β y ε por medio de:

$$\beta = \left[\frac{\sigma^2}{\Gamma(1+2/\alpha) - \Gamma^2(1+1/\alpha)} \right]^{1/2} \quad [4]$$

$$\varepsilon = \mu - \beta\Gamma(1+1/\alpha) \quad [5]$$

donde: μ y σ son la media y desviación estándar de los diámetros respectivamente. El parámetro α se ajusta iterativamente primero con el modelos [3] y posteriormente se resuelve para β y ε .

2. Momentos ponderados probabilísticos de tres parámetros (MPP), Grender *et al.* (1990) propuso este procedimiento por: [6], [7] y [8].

$$\alpha_{l=1, \varepsilon \neq 0} = \frac{\ln(2)}{\ln \left[\frac{2M_{1,1,0} - M_{1,0,0}}{2(5M_{1,1,0} - M_{1,0,0} - 6M_{1,2,0} + 2M_{1,3,0})} \right]} \quad [6]$$

$$\varepsilon_{l=1, \alpha \neq 0} = \frac{4[M_{1,0,0}(3M_{1,2,0} - M_{1,3,0} - M_{1,1,0}) - M_{1,1,0}^2]}{M_{1,0,0} - 8M_{1,1,0} + 12M_{1,2,0} - 4M_{1,3,0}} \quad [7]$$

$$\beta_{l=1, \varepsilon \neq 0} = \frac{(M_{1,0,0} - \varepsilon_{l=1, \varepsilon \neq 0})}{\Gamma \left[1 + \frac{1}{\alpha_{l=1, \varepsilon \neq 0}} \right]} \quad [8]$$

donde:

$$M_{i,j,0} = \frac{1}{n} \sum_{i=j+1}^n x_i^j \frac{\binom{i-1}{j}}{\binom{n-1}{j}} \quad [9]$$

$$\binom{i-1}{j} = \frac{(i-1)!}{j!(i-1-j)!} \quad [10]$$

3. Método de cuadrados mínimos (MCM). La probabilidad acumulada del diámetro observado ordenado ascendentemente, X , $P_x(x)=r/(n+1)$; donde r = orden y n = número total de observaciones es ajustada al modelo [2] por cuadrados mínimos no lineales.

4. Máxima verosimilitud de dos parámetros (MXV). Haan (1986) y Devore (1987) reportan las soluciones para α y β y suponer que $\varepsilon=0$.

$$\lambda = \frac{n}{\sum_{i=1}^n x_i^\alpha} \quad [11]$$

$$\alpha = \frac{n}{\lambda \sum_{i=1}^n x_i^\alpha \ln x_i - \sum_{i=1}^n \ln x_i} \quad [12]$$

$$\beta = \lambda^{-1/\alpha} \quad [13]$$

5. Método de Zanakis, (1979) (MRZ). Este procedimiento utiliza los percentiles X_1 , X_2 y X_n para estimar ε con [14].

$$\varepsilon = \frac{(x_1 X_n - X_2^2)}{(x_1 + x_n - 2x_2)} \quad [14]$$

Si $X_2 - X_1 < X_n - X_2$; de otra forma $\varepsilon = X_1$. α y β se estiman por las ecuaciones [15] y [16], como sigue:

$$\alpha = \frac{\ln\left[\frac{\ln(1-X_k)}{\ln(1-X_j)}\right]}{\ln\left[\frac{X_{\text{radk}} - \varepsilon}{X_{\text{radj}} - \varepsilon}\right]} \quad [15]$$

$$\beta = X_{0.9} - \varepsilon \quad [16]$$

Donde: X_i = es el i -ésimo percentil de los datos ordenados ascendentemente, $X_k=0.97366$, $X_j=0.1673$, n = tamaño de muestra y \ln =logaritmo natural.

6. Método de Da Silva, (1986) (MDS). Este procedimiento asume que $\alpha = 3$ y con esto se obtiene ε con [17].

$$\varepsilon = \frac{(n^{1/3})X_1 - X_{50}}{n^{1/3} - 1} \quad [17]$$

Si $\varepsilon < 0$, entonces $\varepsilon = 0$ y α y β se estiman con [18] y [19].

$$\alpha = \frac{2.343088}{\ln(X_{95} - \varepsilon) - \ln(X_{25} - \varepsilon)} \quad [18]$$

$$\beta = -\frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} \left[\left(\frac{\varepsilon}{\Gamma_2} \right)^2 (\Gamma_1^2 - \Gamma_2) + \frac{D_q^2}{\Gamma_2} \right]^{1/2} \quad [19]$$

Donde: $\Gamma_1=(1+1/\alpha)$, $\Gamma_2=(1+2/\alpha)$ y D_q = Diámetro cuadrático.

7. Método de momentos de Burk y Newberry, (1984) (MRM). Este procedimiento consiste en resolver α en [22] con una técnica iterativa, sustituyendo β de [22] con [21], posteriormente calcular β con [22] y finalmente ε se estima usando la ecuación [20].

$$\varepsilon = M_1 - \beta\Gamma_1 \quad [20]$$

$$\beta = \left[\frac{M_2 - M_1^2}{\Gamma_2 - \Gamma_1^2} \right]^{1/2} \quad [21]$$

$$M_3 = \beta^3 (\Gamma_3 - 3\Gamma_1\Gamma_2 + 2\Gamma_1^3) + 3M_1M_2 - 2(M_1)^3 \quad [22]$$

donde: $M_1, 2, 3$ son los tres primeros momentos no centrales de los diámetros, $\Gamma_3=(1+3/\alpha)$ y suponer que $(\Gamma_2-(\Gamma_1)^2)>0$ para $\alpha>0$.

8. Método modificado de Zanakis (MZM). La modificación establece que los percentiles pueden ser estimados como un promedio en un rango determinado en cada muestra independiente de datos. Con esto se estima β como el promedio de los percentiles X_{50} y X_{75} , ε se estima con el modelo [23] y finalmente α se estima con [24].

$$\varepsilon = \frac{(x_j x_k - X_h^2)}{(x_j + x_k - 2x_h)} \quad [23]$$

$$\alpha = \frac{\ln \left[\frac{\ln(1-P(X_k))}{\ln(1-P(X_j))} \right]}{\ln \left[\frac{X_{pdk} - \varepsilon}{X_{pdj} - \varepsilon} \right]} \quad [24]$$

Donde: $P(X_k)$ es la probabilidad promedio del k-ésimo percentil definido de $X_{90} \leq X_k$, $P(X_j)$ es la probabilidad promedio del j-ésimo percentil definido $X_j \leq X_{15}$ y X_h es el percentil promedio de $X_{20} \leq X_h \leq X_{30}$.

La prueba de bondad de ajuste se realizó con los estadísticos:

a) prueba de χ^2 , que esta definida por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{o_i - e_i}{e_i} \right]^2 \quad [25]$$

donde: o_i es la frecuencia observada y e_i es la frecuencia esperada de los árboles en la i-ésima clase diamétrica.

b) prueba de Kolmogorov-Smimov (K-S), definida por:

$$D = \text{Max} |P_x(X) - S_n(X)| \quad [26]$$

donde: $P_x(X)$ Es la distribución probabilística acumulativa observada; $S_n(X)$ Es la función probabilística acumulativa ajustada de X.

Los parámetros estimados con el mejor procedimiento se predijeron en función de las características dasométricas al nivel del rodal, tales como diámetro medio,

diámetro cuadrático, área basal, edad, altura dominante, índice de densidad, índice de sitio, etc. Las ecuaciones que presentaron el mejor ajuste se validaron con datos independientes en términos del error estándar estimado (EES), coeficiente de determinación (r^2) y el porcentaje de H_0 aceptadas con las pruebas de χ^2 y K-S. Finalmente se realizó un análisis de sensibilidad del efecto de los parámetros predichos en la bondad de ajuste, siguiendo la metodología propuesta por Nívar *et al.* (1996). El procedimiento usa el error estándar del modelo como variable de cambio y posteriormente se aplican las pruebas de bondad de ajuste para evaluar el cambio en H_0 que son aceptadas o rechazadas con los cambios en los parámetros de la distribución Weibull. El objetivo de tal análisis fue conocer los niveles de precisión con que deben ser predichos los parámetros de la distribución Weibull.

Los procedimientos de ajuste que requirieron procesos iterativos se trabajaron en programas de cómputo desarrollados por los autores principales del reporte. Con los parámetros, se estimaron las frecuencias y su bondad de ajuste probada por χ^2 y K-S. La primera se trabajó con las frecuencias absolutas para intervalos de clase de 5 cm estimadas con la ecuación [1] y la segunda con las probabilidades diamétricas acumuladas estimadas con la ecuación [2].

Con la base de datos de ajuste de parámetros (587 rodales) se seleccionaron aleatoriamente 10 muestras de un 10 % del total de rodales y se volvieron a estimar parámetros para conocer su sesgo, varianza común y eficiencia, suponiendo que los parámetros estimados del 100 % fueron de una población. Las muestras presentaron diferencias en el número de árboles para observar la convergencia de sus parámetros con los de la población. El cuadro 9.2 se presentan los estadísticos de los árboles seleccionados en cada muestra, así como, el total considerado como la población por grupo de especie.

Cuadro 9.2. Estadísticos de 10 muestras seleccionadas del 70 y 30 % de los datos para ajustar y predecir parámetros de la distribución Weibull en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

Número de Muestra	Grupo de especie	Número de árboles	Promedio geométrico (cm)	Desviación estándar (Cm)	Sesgo
1	pino	6918(2485)	23.4(23.1)	8.7(8.6)	1.5(1.4)
	hojasas	2152(903)	23.7(24.6)	13.1(11.9)	2.5(1.6)
2	pino	5801(2060)	23.5(23.9)	8.8(9.2)	1.3(1.1)
	hojasas	1783(870)	24.1(23.8)	12.4(11.6)	1.9(1.8)
3	pino	6805(2279)	23.3(22.9)	8.7(8.3)	1.5(1.5)
	hojasas	2316(854)	23.8(22.6)	13.1(11.0)	2.3(2.2)
4	pino	6220(1836)	23.2(23.3)	8.6(8.5)	1.5(1.3)
	hojasas	2153(893)	23.6(24.4)	11.9(10.3)	1.9(1.7)
5	pino	6319(2380)	23.4(22.8)	8.9(8.1)	1.5(1.4)
	hojasas	1967(696)	23.4(24.5)	13.2(12.7)	2.3(2.1)
6	pino	6428(2682)	23.6(23.1)	8.9(9.3)	1.4(1.6)
	hojasas	2228(1107)	24.2(23.5)	13.3(11.1)	2.1(1.9)
7	pino	5704(2417)	23.6(23.8)	9.0(8.7)	1.4(1.2)
	hojasas	2232(879)	24.3(23.5)	11.5(11.9)	1.6(2.1)
8	pino	6712(1860)	23.6(24.3)	8.7(9.0)	1.4(1.1)
	hojasas	2061(1299)	23.7(22.9)	13.9(10.1)	2.5(1.9)
9	pino	5738(2452)	23.3(22.9)	8.6(8.9)	1.4(1.3)
	hojasas	2197(1134)	23.9(23.7)	12.2(11.7)	1.9(1.9)
10	pino	6513(2086)	23.3(23.4)	8.6(8.7)	1.5(1.6)
	hojasas	2148(797)	23.7(22.7)	12.7(11.4)	2.2(2.3)
Total	pino	63158(23057)	23.4(23.4)	8.7(8.9)	1.4(1.4)
	hojasas	21237(8228)	23.7(23.4)	12.8(12.0)	2.1(2.0)

NOTA: Valores entre paréntesis corresponden al 30% de los datos.

9.5. RESULTADOS Y DISCUSION

9.5.1. Estimación de parámetros

Los procedimientos de estimación de parámetros resultaron en diferentes estimadores de α , β y ϵ para los grupos de especies de cada uno de los rodales estudiados (Cuadro 9.3). El estimador promedio de α para el grupo pino calculado por MXV y MDS fue mayor (2.0 y 1.8) y por MZM y MPP menor (1.0 y 1.1). El estimador promedio de β mas alto también se presentó en MXV (28.0) y el menor valor fue en MPP (10.8). Todos los procedimientos de ajuste presentaron buenos estimadores promedio de ϵ porque los diámetros mínimos para los rodales oscilaron entre los 10-15 cm. El parámetro α para el grupo pino fue menos variable cuando se estimó por MPP y MZM (0.2) y más variable cuando se calculó por MCM (1.0). El parámetro β fue menos variable cuando se estimó por MXV y MNP (3.0 y 3.4) y más variable cuando se estimó por MDS y MRM (5.6 y 5.5). El parámetro ϵ fue menos variable cuando se estimó por MZM y MPP (0.8, y 1.2) y más variable cuando se estimó por MCM (6.6). Para el grupo de hojosas, el estimador promedio de α fue mayor calculado por MXV (2.0) y menor calculado por MZM y MPP (0.8). El estimador promedio de β para éste grupo fue mayor cuando se estima por MXV (28.8) y menor en MPP (9.4). Todos los procedimientos mostraron estimadores promedio de ϵ muy cercanos a los diámetros mínimos para este grupo de especies. Para las Hojosas el parámetro α fue menos variable cuando se estimó por MPP y MZM (0.3) y más variable cuando se estimó por MCM (1.1). El parámetro β fue menos variable cuando se estimó por MNP y MXV (3.5) y más variable cuando se estimó por MDS (3.5). El parámetro ϵ fue menos variable cuando se estimó por MZM y MPP (1.0 y 1.1) y más variable cuando se estimó por MCM (6.2).

Cuadro 9.3. Estadísticos de los parámetros de la distribución Weibull ajustados por 8 procedimientos a 587 rodales irregulares y mezclados en Durango, México.

Método de Ajuste	Parámetros de la distribución Weibull											
	α				β				ϵ			
	Pino		Hojosas		Pino		Hojosas		Pino		Hojosas	
	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS	Media	DS
MNP	1.6	0.5	1.4	0.4	26.3	3.4	27.0	3.5	12.1	2.7	11.1	2.8
MPP	1.1	0.2	0.8	0.3	10.8	3.7	9.4	4.1	14.4	1.2	14.5	1.1
MCM	1.7	1.0	1.5	1.1	26.0	3.5	25.3	3.7	11.7	6.6	11.8	6.2
MXV	2.0	0.4	2.0	0.6	28.0	3.0	28.8	3.5	13.5	3.0	13.8	2.5
MRZ	1.4	0.4	1.1	0.4	26.6	3.8	27.0	5.8	13.8	2.6	14.3	2.3
MDS	1.8	0.6	1.5	0.7	15.7	5.6	16.9	7.5	10.9	3.0	10.4	3.5
MRM	1.6	0.5	1.5	0.4	13.7	5.5	15.0	5.5	12.3	2.8	11.4	2.8
MZM	1.0	0.2	0.8	0.3	26.3	3.5	26.1	3.9	14.6	0.8	14.6	1.0

SD= Desviación estándar.

9.5.2. Pruebas de bondad de ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 y K-S mostraron diferencias en el número de rodales que aceptaron la hipótesis nula (H_0), por los ocho procedimientos de estimación de parámetros para los dos grupos de especies. MXV mostró el mejor ajuste para el grupo pino con la prueba de χ^2 con nivel de significancia de 0.05 con un 76.5 % de H_0 . Mientras que MZM y MDS presentaron los menores ajustes (34.9 y 44.6 %). MXV también mostró el mejor ajuste con la prueba de K-S con nivel de significancia de 0.05 para el grupo pino, aceptando H_0 en 95.1 %. El peor ajuste lo mostraron MDM y MPP con 33.0 y 58.1 % respectivamente (Figura 9.1).

Para el grupo de hojosas, MXV también tuvo el mejor ajuste con la prueba de χ^2 con nivel de significancia de 0.05 con un 60.1 de las H_0 aceptadas. MCM y MDS presentaron el peor ajuste porque sólo aceptaron el 25.5 y 29.4 % de las H_0 's respectivamente. La prueba de K-S, con un nivel de significancia de 0.05 mostró que

los métodos de MCM y MXV aceptaron H_0 con 92.9 y 90.4 %, respectivamente. MDS y MRZ tuvieron los peores ajustes con 38.8 y 43.8 % de H_0 's aceptadas, respectivamente (Figura 9.1).

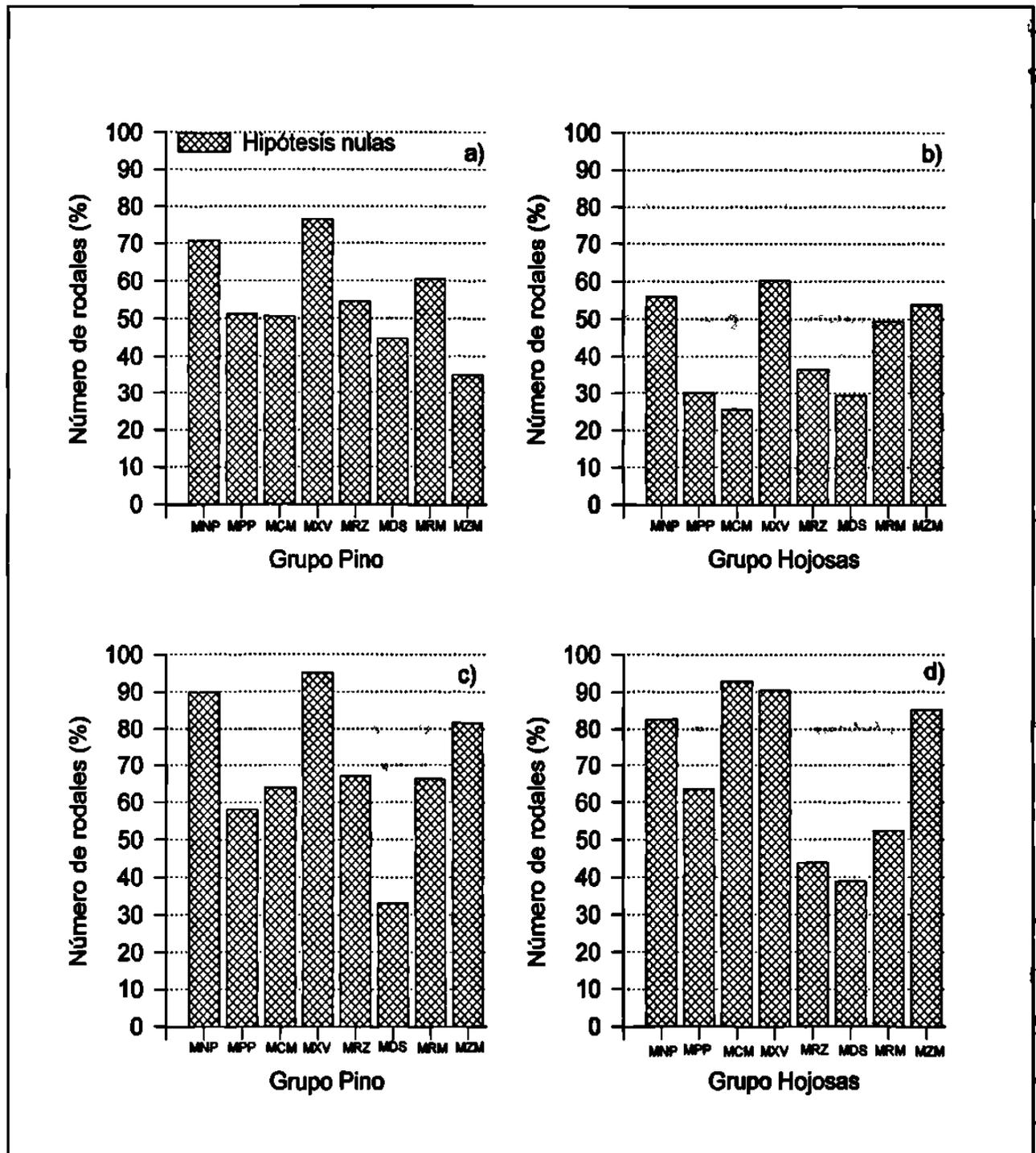


Figura 9.1. Resultados de las pruebas de bondad de ajuste de χ^2 (a y b) y K-S (c y d) con diferentes tecnologías de estimación de parámetros de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de 566 rodales del grupo Pino y 256 rodales del grupo Hojasas en bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental en Durango, México.

Observaciones en las gráficas de frecuencias observadas y modeladas mostraron que las distribuciones diamétricas que presentaron discontinuidad, truncamiento o bimodalidad rechazaron H_0 para los procedimientos de estimación de parámetros. La prueba de χ^2 fue más rígida en aceptar o rechazar las hipótesis nulas por su sensibilidad en los extremos de las distribuciones diamétricas reflejando menores porcentajes de H_0 aceptadas, en contraste con la prueba de K-S la cual es más sensible al centro de las distribuciones diamétricas.

9.5.3. Sesgo y eficiencia de los estimadores

La evaluación de los estimadores de α , β y ϵ para los grupo estudiados presentó diferencias significativas por los diferentes procedimientos de estimación de parámetros. Para el grupo pino, el sesgo promedio para el parámetro α fue menor cuando se estimó por MRM, MNP y MXV (0.024, 0.027 y 0.035). El parámetro β presentó los menores sesgos cuando se estimó por MPP, MXV y MRM (-0.022, -0.053 y 0.065) respectivamente. Finalmente, los procedimientos que presentaron los menores sesgos para ϵ fueron MPP y MRM (Cuadro 9.4).

Para el grupo de las hojosas, los sesgos promedio de α y β fueron menores cuando se estimaron por MXV (-0.006 y 0.088), mientras que ϵ presentó el menor sesgo cuando se estimó por MZM (-0.009). Para este grupo los procedimientos que presentaron los mayores sesgos promedio para los tres parámetros fueron MCM y MDS (Cuadro 9.4).

Para el grupo pino, los métodos MXV, MNP y MPP presentaron la menor varianza en α , β y ϵ (0.001, 0.067 y 0.013), respectivamente. Los parámetros estimados por MCM presentaron la mayor variación. Para el grupo hojosas los parámetros α y β cuando fueron estimados por MXV y MNP presentaron las menores varianzas (0.007 y 0.328), respectivamente. Mientras que el procedimiento MPP resultó en un parámetro ϵ con la menor variación (0.071). Finalmente los tres parámetros fueron más variables cuando son estimados por MCM (Cuadro 9.4).

Cuadro 9.4. Eficiencia de los parámetros α , β y ϵ estimados por 8 métodos para pinos y hojosas en bosques mixtos e irregulares de Durango, México.

Método de Ajuste	Parámetros de la distribución Weibull								
	α			β			ϵ		
	SP	Media	S ²	SP	Media	S ²	SP	Media	S ²
Grupo Pino									
MNP	0.027	1.24	0.009	0.085	25.52	0.067	-0.023	13.89	0.048
MPP	-0.085	1.23	0.004	-0.022	11.48	0.086	0.015	14.01	0.013
MCM	0.234	1.76	0.696	-1.641	25.77	14.97	-4.216	11.17	40.220
MXV	0.035	2.86	0.001	-0.053	28.23	0.084	**	12.50	**
MRZ	0.227	1.91	0.010	0.300	25.80	0.233	-0.160	10.59	0.127
MDS	0.050	2.34	0.009	0.358	22.90	0.378	-0.400	4.16	0.476
MRM	0.024	1.27	0.008	0.065	11.62	0.237	-0.017	13.93	0.059
MZM	-0.059	0.98	0.018	-0.085	25.80	0.098	0.025	14.53	0.016
Grupo Hojosas									
MNP	0.013	0.97	0.008	0.168	25.84	0.328	0.075	13.82	0.221
MPP	0.027	0.92	0.007	0.401	11.37	0.665	-0.128	14.24	0.071
MCM	1.525	2.39	5.966	-1.479	26.64	18.71	-9.453	5.25	27.969
MXV	-0.006	2.17	0.007	0.088	29.50	3.497	**	13.00	**
MRZ	0.217	1.55	0.030	0.250	26.25	0.736	-0.173	9.77	0.650
MDS	0.091	1.86	0.007	1.060	25.39	0.909	-0.770	3.57	0.610
MRM	0.016	0.97	0.008	0.107	12.01	0.975	0.037	13.81	0.241
MZM	0.041	0.75	0.010	0.432	26.38	0.475	-0.009	14.56	0.285

SP= Sesgo promedio; S²= varianza; **indica que MXV usa dos parámetros.

Investigaciones realizadas por Torres *et al.* (1992) y por Navar *et al.* (1999) en bosques naturales discuten que los procedimientos de máxima verosimilitud, comparados con otros procedimientos, presentaron mejores estimadores. Estos investigadores señalaron que cuando se trabaja con momentos existen problemas de estimación a través de los métodos numéricos utilizados en la convergencia de la solución y concluyeron que máxima verosimilitud considera el total de la muestra.

Shifley y Lentz (1985) consideran que los estimadores por máxima verosimilitud tienen mayor precisión y varianza mínima en contraste con los métodos de momentos. Sin embargo, Nanang (1998) encontró que los estimadores obtenidos por máxima verosimilitud y momentos no presentaron diferencias estadísticamente significativas.

La bondad de ajuste y las pruebas de eficiencia y suficiencia de los estimadores indicaron que el método de máxima verosimilitud (MXV) es más recomendable para estimar los parámetros de la función Weibull a las estructuras diamétricas de los bosques mixtos e irregulares de la Sierra Madre Occidental en Durango. El procedimiento de dos parámetros no incluye el parámetro de localización ε y es adecuado para rodales bajo manejo, los cuales presentan un reclutamiento constante y no permiten desplazamientos notorios en la estructura diamétrica.

9.5.4. Predicción de parámetros

Los modelos de mejor predicción de parámetros α y β , obtenidos por MXV, usando los atributos del rodal como variables predictoras, fueron los siguientes.

a). grupo pino

$$\beta = 2.862 + 2.172 \cdot D_m - 0.008 \cdot N_{ah} - 1.184 \cdot D_q + 0.131 \cdot A_{bh} + 0.005 \cdot C_c + 0.033 \cdot H_{me}$$

$r^2 = 0.933$ EES = 0.892 n = 566.

$$\alpha = \text{EXP}(-0.094 + 13.186 \cdot \ln(D_m) - 12.305 \cdot \ln(D_q) - 0.488 \cdot \ln(N_{ah}) + 0.411 \cdot \ln(A_{bh}))$$

$r^2 = 0.521$ EES = 0.200 n = 566.

b). grupo hojosas

$$\beta = 12.765 + 1.773 \cdot D_m - 0.035 \cdot N_{ah} - 1.128 \cdot D_q + 0.564 \cdot A_{bh}$$

$r^2 = 0.840$ EES = 1.392 n = 256.

$$\alpha = \text{EXP}(-1.195 + 0.991 \cdot \ln(\beta) + 4.184 \cdot \ln(D_m) - 4.476 \cdot \ln(D_q) - 0.068 \cdot \ln(I_{dr}))$$

$r^2=0.509$ EES=0.210 n=256.

donde: Dm= Diámetro medio (cm), Dq= Diámetro cuadrático (cm), Nah= Número de árboles (ha^{-1}), Abh= Area basal (ha^{-1}), Cc= Cobertura de copas (%), Hme= Altura media del rodal (m), Idr= Índice de densidad del rodal (árboles ha^{-1}) y Ln= Logaritmo natural.

Los parámetros α y β mostraron buenos ajustes a las estructuras diamétricas de los rodales de validación a través de las pruebas de χ^2 y K-S para los grupos de especies estudiados. Para el grupo pino, el procedimiento MXV aceptó la Ho en 62.4 y 90 % de 239 rodales con las pruebas de χ^2 y K-S respectivamente, mientras que los modelos de predicción de parámetros presentaron porcentajes de 51.3 y 74.7 % para las pruebas de bondad de ajuste descritas, respectivamente. Para el grupo hojosas, el procedimiento MXV aceptó la Ho en 67.1 y 82.3 % de 108 rodales con las pruebas de χ^2 y K-S, respectivamente. Los parámetros obtenidos con las ecuaciones de predicción para este último grupo se desviaron notablemente de los obtenidos con MXV reflejando un bajo porcentaje Ho aceptados con la prueba χ^2 (43.7 %), mientras que en K-S mejoró el porcentaje de Ho aceptadas (66.7 %).

Para el grupo pino, la bondad de ajuste fue más sensible a α porque con un EES adicional se redujo la aceptación de Ho hasta un 32.5 % con la prueba de χ^2 y hasta un 71.9 % con la prueba de K-S. Para el grupo hojosas, la prueba de bondad de ajuste fue menos sensible a α porque las hipótesis nulas se redujeron hasta 36.7 % con χ^2 y hasta 65.2 % con las pruebas de K-S (Cuadro 9.5). En el grupo pino y hojosas la bondad de ajuste fue menos sensible a cambios en β porque sus cambios no alteraron el porcentaje de Ho's por cualquiera de las pruebas de ajuste señaladas.

Finalmente los más bajos porcentajes Ho's se presentaron cuando los dos parámetros se desvían en \pm el EES de los modelos de predicción. El análisis refleja que α contribuye significativamente en este comportamiento en χ^2 , el cual es menos notorio en K-S. Navar *et al.* (1996) también demostraron que un simulador simple de crecimiento fue más sensible a α , recomendando mejorar su predicción en la predicción o recuperación de parámetros de la distribución Weibull.

Cuadro 9.5. Análisis de sensibilidad para las ecuaciones que predicen los parámetros α y β de la distribución Weibull de los grupos pino y hojosas en Durango, México.

Parámetro de cambio	% de Ho con χ^2		% de Ho con K-S	
	Pino ^a	Hojosas ^b	Pino	Hojosas
Sin cambios	51.3	43.7	74.7	66.7
$\alpha \pm$ EES	32.5	36.7	71.9	65.2
$\beta \pm$ EES	49.8	41.7	73.2	65.6
$\alpha \pm$ EES y $\beta \pm$ EES	36.2	29.1	60.2	59.2

^an=239 rodales, ^bn=108 rodales.

9.6. CONCLUSIONES

El procedimiento MXV proporcionó estimadores de la distribución Weibull eficientes, insesgados y suficientes y se recomienda su uso para modelar las estructuras diamétricas de pinos y hojosas de la región de El Salto, Durango, México. Las ecuaciones de predicción de parámetros fueron validadas y pueden ser usadas para proyectar las estructuras diamétricas en escalas cortas de tiempo. Las ecuaciones son sensibles al parámetro α y por consiguiente se recomienda una mejor predicción.

9.7. RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte desean hacer patente su agradecimiento al Ing. José de la Luz Santillan Soto y Ing. Miguel Angel Romero Sarmiento responsables técnicos del programa de manejo forestal 1997-2007 del Ejido San Pablo del municipio de Pueblo Nuevo, Durango por las facilidades prestadas en la realización de este reporte. Al CONACyT que apoyo este trabajo por medio del programa de maestría con la Facultad de Ciencias Forestales de la Universidad Autónoma de Nuevo León y del proyecto de investigación 28536-B.

9.8. LITERATURA CITADA

- Alvarez G.J.G., y A.D. Ruiz G. 1998. Análisis y modelación de las distribuciones diamétricas de *Pinus pinaster* Ait. En Galicia. Investigación Agraria. Sis. y Rec. For. 7(1y2):123-137.
- Bailey, R.L. and T.R., Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. Forest Science. 19(2):97-104.
- Burk T.E., and J.D. Newberry. 1984. A simple algorithm for moment based recovery of Weibull distribution parameters. Forest Science. 30(2):329-332.
- Clutter, J.L., J.C. Fortson, L.V. Pienaar, G.H. Brister, and R.L. Bailey. 1983: Timber Management: A Quantitative Approach. John Wiley and Sons. New York. pp: 3-29.
- Da Silva, J.A.A., 1986. Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations. Ph. D. Dss. Univ. Of Ga, Athens Ga. 139 p.
- Devore, J.L. 1987. Probability and Statistics for Engineers and the Sciences. Brooks/Cole Publishing Company. California. 312 p.
- Gove J.H., and G.P. Patil. 1998. Modeling the basal area-size distribution of forest stands: A compatible approach. Forest Science. 44(2):285-297.
- Greider, J.M., T.R. Dell, and R.M. Reich. 1990. Theory and derivation for probability weighted moment estimates for Weibull parameter estimates. Institute for Quantitative Studies. Research Paper Southern Forest Experiment Station. USDA Forest Service SO-260. 19 p.
- Haan, C.T. 1986. Statistical Methods in Hydrology. Iowa State Press. 378 p.
- Hahn, G.J. and S.S. Shapiro. 1967. Statistical Models in Engineering. John Wiley and Sons, New York. 418 p.
- Hyink, D.M., and J.W. Moser, Jr. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. Forest Science. 29:85-95.
- Kudus K.A., M.I. Ahmad, and J. Lapongan. 1999. Nolinear regresion approach to estimating Johnson S_b parameters for diameter data. Canadian Journal of Forest Research 29: 310-314.
- Lindsay S.R., G.R. Wood, and R.C. Woollons. 1996. Stand table modellein through the Weibull distribution and usage of skewness information. Forest Ecology and

Management 81:19-23.

- Monness E.N. 1982. Diameter distributions and height curves in evenaged stands of *Pinus Silvestris* L. (Diameterfordelinger og hoydekurver for ensaldrede bestand av *Pinus Silvestris* L.) Medd. Nor. Inst. skogforsk. 36(15):1-43.
- Nanang D.M. 1998. Suitability of the Normal, Log-normal and Weibull distributions for fitting diameter distributions of neem plantations in Northern Ghana. Forest Ecology and Management 103:1-7.
- Návar, J., J. Contreras, y S. Corral 1999. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino de Durango, México. Agrociencia: Rec. Nat. Ren (en revisión editorial).
- Návar, J., J. Jiménez., P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For. 5(2):214-229.
- Shifley, S., Lentz, E. 1985. Quick estimation of the three parameters Weibull to describe tree size distribution. For. Ecol. Manage. 13:195-203.
- Shiver, B.D. 1988. Sample size and estimation methods for the weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. Forest Science 34(3): 809-814.
- Torres-Rojo, J.M., M. Acosta-Mireles y O.S. Magana-Torres. 1992. Metodos para estimar los parámetros de la función weibull y su potencial para ser predichos a través de atributos del rodal. Agrociencia: Rec. Nat. Ren 2(2): 60-76.
- Vanclay, K.V. 1994. Modelling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wenger, K.F. 1984. Forestry Handbook. Second Edition. Society of American Foresters. John Wiley & Sons. New York. 1335 p.
- Wingo, D.R., 1972. Maximum likelihood estimation of the parameters of the Weibull distribution by modified quasilinearization. IEEE Trans. Realibity, R-21, 2, pp. 89-93.
- Zanakis, S.H. 1979. A simulation study of some simple stimators for the three parameter Weibull distribution. J. Stat. Comput. Simul. 9:101-116.

-
- Zarnoch, S.J. and T.R. Dell. 1985. An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of weibull parameters. *Forest Science* 31(1): 260-268.
- Zhou B., And J.P. McTague. 1996. Comparison and evaluation of five methods of estimation of the Johnson systems parameters. *Canadian Journal of Forest Research* 26: 928-935.

CAPÍTULO X

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se analizaron las características dendrométricas y epidométricas del *Pinus cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. leiophylla* y *P. herrerae*, además; se caracterizaron las estructuras diamétricas con la distribución Weibull, ajustada con parámetros estimados por diferentes técnicas para las coníferas y latifoliadas de los bosques mixtos e irregulares de la región de El Salto, Durango.

Las funciones de volumen de Schumacher y Hall (1933) y Spurr (1952) transformada predicen adecuadamente el volumen fustal sin corteza de las especies estudiadas. Los modelos de ahusamiento Amidon (1984) y Biging (1984) cuando se integran analíticamente para estimar volumen, proporcionan resultados similares a las técnicas convencionales de cubicación (Samalian y Newton). El último modelo presentó ventajas significativas en los datos de ajuste y validación para describir el perfil del fuste de las cinco especies estudiadas. El modelo de Schumacher en forma anamórfica predice adecuadamente la altura en función de la edad para definir los índices de sitio y de esta manera caracterizar la productividad que alcanzan las especies estudiadas en la región de El Salto, Durango. Las ecuaciones de crecimiento Weibull y Chapman-Richards definen objetivamente el crecimiento en diámetro, altura y volumen cuando son ajustadas individualmente o en grupo de árboles para las cinco especies estudiadas. Las ecuaciones demostraron que *Pinus durangensis* alcanza los mayores incrementos en volumen respecto a las otras especies. Cuando se estiman los parámetros de la distribución Weibull con el procedimiento de máxima verosimilitud, las existe un mejor ajuste entre las estructuras observadas y modeladas por la función probabilística. La predicción de parámetros de la distribución define la estructura básica de un simulador de crecimiento pero se requiere estimar el parámetro alfa con un mayor nivel de precisión.

Dentro de las recomendaciones que se consideran importantes destacan:

Se recomienda probar otras tecnologías de ahusamiento, como los modelos segmentados, de coordenadas polares o de componentes principales, para describir el perfil del fuste y obtener volumen total y comercial de las especies estudiadas.

Se considera que el conjunto de ecuaciones obtenidas, de acuerdo a las bases de datos disponibles, son adecuadas para describir las principales características dendro-epidémicas de las principales especies comerciales de la región de El Salto, Durango, pero se recomienda utilizar parcelas permanentes de monitoreo para validar estas herramientas matemáticas para bosques mixtos e irregulares.

De acuerdo a los resultados obtenidos estos modelos tienen el potencial para ser utilizados en un modelo de crecimiento, pero se hace énfasis en la consideración de que las ecuaciones de crecimiento seleccionadas no están calibrados por la competencia, calidad de sitio y otras variables que influyen en el crecimiento de los árboles dentro del rodal.

Sería conveniente seguir colectando datos para enriquecer la información actual, de manera que pueda integrarse a un simulador del crecimiento y rendimiento al nivel de rodales completos, grupos de árboles o árboles individuales.

CAPÍTULO XI

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, B.C. 1987. Growth and yield models for *Pinus cooperi* in Durango, México. Ph. D. Dissertation. Colorado State University. Fort Collins, Colorado.
- Aguirre, C.O. 1991. Elaboración de tablas de producción en base a sitios temporales de muestreo. Un ejemplo con *Pinus pseudostrobus* Lindl., en el noreste de México. Reporte científico No. 24. FCF-UANL. Linares, México.
- Aguirre, C.O.A. 1989. Aufstellung von ertragstafeln auf der basis einmaliger waldaufnahmen am beispiel von *Pinus pseudostrobus* Lindl. im nordosten mexikos. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades des Forestwissenschaftlichen Fachbereichs der Georg-August-Universität Göttingen.
- Amaro A., D. Reed., M. Tomé y I. Themido. 1998. Modeling dominant height growth: *Eucalyptus* plantations in Portugal. For. Sci. 44(1):3746.
- Amidon, E. L. 1984. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. For. Sci. 30:166-171.
- Angelo H., L.H. Rodrigues C., R. T Hosokawa y F.F. Kirchner. 1996. Análise de componentes principais e funcao spline para definir a forma do tronco de *Pinus tropicalis*. Floresta. 25(1-2):55-67.
- Arney, J.D. 1985. A modeling strategy for the growth projection of managed stands. Can. J. For. Res. 15:1455-1465.
- Bacon, J.R. 1996. Oaks of the Chihuahua desert region. Chihuahuan Desert Discovery. 1996:6-8
- Bahamóndez, V. C. 1995. Modelos de crecimiento individual para renovales de Roble (*Nothofagus oblicua* (mirb) (oerst)) y Rulí (*Nothofagus alpina* (poeppet Endl)). Ciencia e Investigación Forestal. 9(1):57-72.

- Bailey, R.L. 1994. A compatible volume-taper model based on the Schumacher and Hall generalized constant for factor volume equation. *For. Sci.* 40:303-313.
- Bailey, R.L. and T.R., Dell. 1973. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. *For. Sci.* 19(2):97-104.
- Biging, G.S. 1984. A compatible volume – taper function for Alberta trees. *For. Sci.* 30:1103-1117.
- Borders, B.E. y W.D. Patterson. 1990. Projecting stand tables: A comparison of the Weibull diameter distribution method, a percentile based projection method, and a basal area growth projection method. *For. Sci.* 36(2):413-424.
- Burk T.E., y J.D. Newberry. 1984. A simple algorithm for moment based recovery of Weibull distribution parameters. *For. Sci.* 30(2):329-332.
- Byrne, J.C., y D.D. Reed. 1986. Complex compatible taper and volume estimation systems for red and loblolly pine. *For. Sci.* 32:423-443.
- Cano, C.J y D. Nevárez Ch. 1980. Simulación a través del tiempo de algunos parámetros de crecimiento de *Pinus Douglasiana*. U.I.E.F. Atenquique, Jalisco, México. Inédito. 128 p.
- Cao, Q. V. y H. E. Burkhart. 1984. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. *For. Sci.* 30(1):129-137.
- Cao, Q.V., H.E. Burkhart y T.A. Max. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume predictions of Loblolly pine to any merchantability limit. *For. Sci.* 26:71-80.
- Clutter J.L., J.C. Fortson., J.C. Piennar., L.V. Brister., R.L. Bailey. 1983. *Timber management: A quantitative approach*. Wiley New York. 333 p.
- Clutter, J.L. 1963. Compatible growth and yield models for loblolly pine. *For. Sci.* 9:354-371.
- Cohen, A.C.Jr. 1965. Maximum likelihood estimation in the Weibull distribution based on complete and censored samples. *Technometrics.* 7(4):579-588.
- Contreras, A.J.C. 1997. Ecuaciones de volumen y ahusamiento para *Pinus durangensis* Mart. y *Pinus teocote* Sch. et Cham. Del ejido Vencedores, San Dimas, Durango. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. U.A.N.L. Linares, Nuevo León. 78 p.
- Contreras, J. y J. Návar. 1999. Ecuaciones para estimar volúmenes: Rollo total árbol, fuste con y sin corteza, fuste y tocon, fuste y ramas para *Pinus durangensis* y *Pinus*

- teocote del ejido Vencedores, Durango, México. C. Investigación Agraria. Sis. y Rec. For. (En prensa).
- Corral, R.S y J.L. Radilla C. 1996. Construcción de un sistema de cubicación para dos especies de pino (*Pinus cooperi* Var. *Omelasi* Már., y *Pinus durangensis*, Mart.) en el ejido San Pablo, P.N., Durango. Tesis profesional. Instituto Tecnológico Forestal No. 1. El Salto., P.N. Durango.
- Da Silva, J.A.A. 1986. Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations. Ph. D. Dss. Univ. Of Ga, Athens Ga. 139 p.
- Davis, L.S. y K.N. Jonhson. 1987. Forest management. Mc Graw-Hill Book. USA. 790 p.
- Demaerschalk, J.P y A. Kozak. 1977. The Whole-bole system: A conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. Can. J. For. Res. 7:488-497.
- Demaerschalk, J.P. 1972. Converting volume equations to compatible taper equations. For. Sci. 18:241-245.
- DETENAL. 1979. Carta geológica. El Salto, Durango. Escala 1:50,000. F13- A18.
- Dubey, S.D. 1967. Some percentiles estimators for Weibull parameters. Technometrics. 9(1):119-129.
- Edwards, P.N. y J.M. Christie. 1981. Yield models for forest management. For. Comm. Booklet 48. 32 p.
- Ek, A.R. y R.A. Monserud. 1975. Methodology for modeling forest stand dynamics. Univ. Of Wisconsin at Madison. School of Natural Resources. Dep. For. Staff. Pap. Series No. 2. 30 p.
- Elfving, B. y A. Kiviste. 1997. Construction of site index equations for *Pinus Sylvestris* L. using permanent plot data in Sweeden. For. Ecol. Manage. 98:125-134.
- Fang, Z., y R.L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. For. Sci. 45(1):85-100.
- Gadow, K.V. 1984. Die Erfassung von durchmesserverteilungen in gleichaltrigen kiefernbestanden. Forstw. Cbl. 103:360-374.
- García, 1987. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koppen. 4ª edición. Instituto de geografía. Universidad Nacional Autónoma de México. México. 246 p.

- García, A.A y M.S. González E. 1998. Pinaceas de Durango. Instituto de Ecología, A.C. Centro Regional Durango y CIIDIR Unidad Durango- Instituto Politécnico Nacional. 180 p.
- García, O. 1994. The State-space approach in growth modeling. *Can. J. For. Res.* 24:1894-1903.
- Garzon R, G.J.C. 1976. Tabla normal de producción para *Pinus hartwegii* Lindl. de la estación experimental forestal Zoquiapan. Tesis. Dpto. De enrañanza e investigación y servicios en bosques. E.N.A., Chapingo, México. 63 p.
- González, M y S. González. 1992. Los encinos de Durango, México. Memorias del III seminario nacional sobre la utilización de encios. Facultad de Ciencias Forestales. Linares, Nuevo León.
- Gra, H., K. Lockow., A. Vidal., J. Rrodríguez., Eheverria y Figueroa C. 1988. Estudios dasométricos en *pinos caribea*. I Tabls de volumen. *Revista Forestal Baracoa.* 18(1):25-36.
- Gra, H., K. Lockow., A. Vidal., J. Rrodríguez., Eheverria y Figueroa C. 1989. Estudios dasométricos en *pinos caribea*. II Coeficientes Mórficos. *Revista Forestal Baracoa.* 19(2):85-91.
- Gray, H.R. 1956. The form and taper of forest tree stems. Imperial Forest Institute. Oxford. 32 p.
- Greder, J.M., T.R. Dell, y R.M. Reich. 1990. Theory and derivation for probability weighted moment estimates for Weibull parameter estimates. Institute for Quantitative Studies. Research Paper Southern Forest Experiment Station. USDA Forest Service SO-260. 19 p.
- Grote, R., y M. Erhard. 1999. Simulation of tree and stand development under different environmental conditions with a physiologically based model. *For. Ecol. Manage.* 120:59-76.
- Haan, C.T. 1986. *Statistical Methods in Hydrology.* Iowa State Press. 378 p.
- Hahn, T. y W.H. Carmean. 1982. Lake states site index curves formulated. USDA. *For. Serv. Gen. Tech. Rep. NC.-88.* 5-p.

- Harter, H.L y A.H. Moore. 1965. Maximum likelihood estimation of the parameters of the gamma and Weibull populations from complete and from censored samples., *Technometrics*. 7:639-643.
- Hokka, H. y A. Groot. 1999. An individual-tree basal area growth model for black spruce in second growth peatland stand. *Can J. For. Res.* 29:621-629.
- Huang, S y S.J. Titus. 1995. An individual tree diameter increment model for white spruce in Alberta. *Can. J. For. Res.* 25:1455-1465.
- Hyink, D.M. y J.W. Moser. 1979. Applications of diameter distributions for yield projections in uneven-aged forest. In W.E. Freyer (ed.) *Forest resource inventories. Proc. SAF/IUFRO Workshop, Colorado State Univ., Fort Collins, 23-26 July 1979.* Dep. For., and Wood Sciences, Colorado State Univ., pp. 906-916.
- Hyink, D.M., y J.W. Moser, Jr. 1983. A generalized framework for projecting forest yield and stand structure using diameter distributions. *For. Sci.* 29:85-95.
- INEGI. 1984. Carta topográfica. Escala 1:50,000. El Salto, Durango. F13- A18 SPP. México, D.F.
- INEGI. 1988. Carta topográfica. Escala 1:50,000. La Ciudad. F13- A27 SPP. México, D.F.
- Ker M.F y C. Bowling. 1991. Polymorphic site index equations for four New Brunswick softwood species. *Can. J. For. Res.* 21:728-732.
- Koeppen, W. 1948. *Climatología*. Fondo de Cultura Económica. México, D.F. 478 pp.
- Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18:1363-1368.
- Kozak, A., D.D. Munro y J.H.G. Smith. 1969. Taper functions and their applications in forest inventory. *For. Chron.* 45:278-283.
- Landsberg, J.J. 1986. *Physiological Ecology of Forest Production*. Academic Press, London.
- Lappi, J. 1986. Mixer linear models for analyzing and prediction stem form variation of Scots pine. *Commun. Inst. Chron.* 134 p.
- Larson, P. R. 1963. Stem form development of forest trees. *For. Sci Monograf.* 5.
- MacKinney, A.L. y L.E. Chaiken. 1939. Volume, yield and growth of loblolly pine in the mid-Atlantic region. *U.S. For. Ser., Appalachian For. Exp. Sta. Tech. Note* 33. 30 p.

- Makela, A. 1992. Process-oriented growth and yield models: Recent advances and futures prospects. In T. Preuhler (de.) Research on Growth and Yield with emphasis on Mixes Stands. Proc. S4.01 "Mensuration, Growth and Yield" sessions at IUFRO Centennial Meeting, Berlin, 31 Aug. 4. Sep. 1992. Bayerische Forstliche Versuchs- und Forshchungsanstalt, Freising, Germany, pp. 85-96.
- Maldonado R.F., 1984. Índice de sitio y modelos de crecimiento para *Pinus oaxacana* Mirov. de la región "Los Coatlán" Oax. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Centro de Genética, Programa Forestal. Chapingo, México. 56 p.
- Manzanilla, B.H. 1974. Investigaciones epidométricas y silvícolas en Bosques Mexicanos de *Abies religiosa*. S.A.G. DGIRP. México. 165 p.
- Max, T.A. y H.E. Burkhart. 1976. Segmented polynomial regression applied to taper equations. For. Sci. 22:283-289.
- McTague, J.P., y R.L. Bailey. 1987. Simultaneous total and merchantable volume equations and compatible taper functions for loblolly pine. Can. J. For. Res. 17:87-92.
- Mendoza, G.A. y E.C. Gumpal. 1987. Growth projection of a selectively cut-over forest based on residual inventory. For. Ecol. Manage. 20:253-263.
- Munro, D.D. 1974. Forest growth-models - a prognosis. In: Fries, J. Growth models for tree and stand simulation. Royal College of Forestry, Res. Note 30. Stockholm Sweden. pp. 7-21.
- Murphy, P.A y M.G. Shelton. 1996. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands. Can. J. For. Res. 26:327-331.
- Musalem, L.F.J. 1973. Tablas de producción en México. Bosques y Fauna. 2:37-42.
- Musalem, L.F.J. 1977. Tablas de producción preliminares en Atenquique. In. Memoria del curso de silvicultura en montes de coníferas. SARH, SFF. Dirección general para el desarrollo forestal. México, D.F. P 409-432.
- Návar J., J. Contreras, y S. Corral 1999. Ajuste de la distribución Weibull a las estructuras diamétricas de rodales irregulares de pino de Durango, México. Agrociencia: Rec. Nat. Ren (En prensa).
- Návar J., S. Corral y J. Contreras 1998. Perpectivas preliminares para el modelaje del crecimiento de bosques irregulares bajo manejo de pino de Durango, México. Primer Congreso Latinoamericano IUFRO. Valdivia, Chile.

- Návar, J., J. Jiménez., P.A. Domínguez, O.A. Aguirre, M. Galvan, y A. Paez. 1996. Predicción del crecimiento de masas forestales irregulares en base a las distribuciones diamétricas en el sureste de Sinaloa, México. Investigación Agraria. Sis. Y Rec. For. 5(2):214-229.
- Newberry, J.D y H.E. Burkhart. 1986. Variable-form stem profile models for loblolly pine. Can. J. For. Res. 16:109-114.
- Newnham, R.M. 1988. A variable form taper function. For. Can. Petawawa Natl. For. Inst. Inf. Rep. PI-X-83.
- Newnham, R.M. 1992. Variable-form taper functions for four Alberta tree species. Can. J. For. Res. 22: 210-223.
- Ormerod, D. W. 1973. A simple bole model. For. Chron. 49:136-138.
- Ormerod, D. W. 1986. The diameter-point method for tree taper description. Can. J. For. Res. 16:484-490.
- Payandeh, B. 1977. Metric site index formulae for major Canadian timber species. Bi-monthly Res. Notes. 33(5):37-39.
- Peréz, N., O. Ferreira y Ch. Stiff. 1995. Ecuaciones de volumen para *Pinus oocarpa* Schiede en la región central de Honduras. Resúmenes de publicaciones científicas ESNACIFOR. Vol 1:26-27.
- Reed, D.D., y E.J.Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. For. Sci. 30:977-990.
- Reynolds, M.R.Jr., T.E. Burk y W.Ch. Huang. 1988. Goodness of fit test and model selection procedures for diameters distribution models. For. Sci. 34(2):373-399.
- Rustagi, K. P. and Loveless. R. S., 1991. Compatible variable-form volume and stem profile equations for Douglas-fir. Can. J. For. Res. 21:143-151.
- Rzendowki, J. 1978. Vegetación de México. Ed. Limusa, México, D.F. 432 pp.
- Saquetta, C.R. 1996. Fundamentos biométricos dos modelos de simulacao florestal. FUFEP- Série didáctica No. 8. Curitiba (PR), Brazil.
- Schumacher, F.X., y F.S. Hall. 1933. Logarithmic expression of timber-tree volume. J. Agric. Res. 47:719-734.
- Seely, B., J.P. Kimmins., C. Welham y K. Scoullar. 1999. Defining stand - level sustainability exploring stand- level stewardship. J. of forestry. 97(6):4-10.

- Shifley, S., Lentz, E., 1985. Quick estimation of the three parameters Weibull to describe tree size distribution. *For. Ecol. Manage.* 13:195-203.
- Spurr, S.H. 1952. *Forest inventory*. John Wiley and Sons, New. York. 472 p.
- Stansfield W.F y J.P. McTague. 1991. Dominant-Height and site-index equations for ponderosa pine in east-central Arizona. *Can. J. For. Res.* 21:606-612.
- Torres R, J.M. 1984. Tablas re rendimiento de densidad variable para *Pinus hartwegii* Lindl., en la estación experimental Zoquiapan. Tesis profesional UACH., Chapingo, Mex., 264 p.
- Torres R, J.M. y D. Brodie j. 1990. Demostración de beneficios from an optimización approach to the economic analysis of natural pine stands in central México. *For. Ecol. Manage.* 36:267-278.
- Valles, G. A.G., J.M. Torres R., A. Velázquez M y C. Rodríguez F. 1998. Relación de nueve índices de competencia con el crecimiento en diámetro de *Pinus cooperi* Blanco. *Agrociencia.* 32(3):255-260.
- Vanclay, J.K. 1988. A stand growth model for cypress pine: Modeling trees, stands and forest. Proc. Workshop, Aug. 1985, University of Melbourne. School of Forestry. Bulletin No. 5. 310-332 pp.
- Vanclay, J.K.. 1995. Growth models for tropical forest: A synthesis of models and methods. *For. Sci.* 41(1):7-42.
- Vanclay, K.V. 1994. *Modeling Forest Growth and Yield: Applications to Mixed Tropical Forests*. CAB International. Wallingford, Oxon, UK. 312 p.
- Wensel, LC y E.C. Turnblom. 1998. Adjustment of estimated tree growth rates in northern California conifers for changes in precipitation levels. *Can. J. For. Res.* 8(8):1241-1248.
- Wykoff, W. R. 1990. A basal area increment model for individual conifer in the northern Rocky Mountains. *For. Sci.* 36(4):1077-1104.
- Zanakis, S.H. 1979. A simulation study of some simple estimators for the three parameter Weibull distribution. *J. Stat. Comput. Simul.* 9:101-116.
- Zepeda, B.E.M y A. Domínguez P. 1998. Niveles de incremento y rendimiento maderable de poblaciones naturales de *Pinus arizonica* Engl., de El Poleo, Chihuahua. *Madera y Bosques.* 4(1):27-39.

Zepeda, B.E.M., B. Veruete y P.S. Ezparza. 1994. Ecuaciones para estimar volumen fuste total, rollo total árbol, ramaje y coeficientes mórnicos de tres especies de pino del noroeste de Chihuahua. Serie de apoyo académico No. 49. DiCiFo. UACH.

