

Para comprobar esto, consideremos $p(s) = K \prod_{i=1}^n (s - z_i)$, donde $K \in \mathbf{R}$ y $\text{Re } z_i < 0$ para $i = 1, 2, 3, \dots, n$. El ángulo de $p(j\omega)$ está dado por :

$$\angle p(j\omega) = \angle K + \sum_{i=1}^n \angle (j\omega - z_i) \quad (3.44)$$

Con $\theta_i(\omega) = \angle (j\omega - z_i)$ y con la ayuda de la figura 3.19, podemos hacer las siguientes observaciones, notando que z_i permanece en el semiplano izquierdo:

Si z_i es una raíz puramente real, entonces mientras ω varía desde 0 hasta $+\infty$, $\theta_i(\omega)$ está estrictamente creciendo y experimenta un incremento de giro de $\pi/2$. Ahora bien, si z_i es una raíz compleja, trabajamos con z_i en combinación con su conjugado z_i^* . Ahora, mientras ω incrementa desde 0 hasta $+\infty$, los ángulos correspondientes $\theta_i(\omega)$ son estrictamente crecientes y contribuyen con un incremento total de giro de π .

CAPITULO 4

ANALISIS DE ESTABILIDAD EN EL ESPACIO DE LOS COEFICIENTES

4.1 Introducción

La primera información que un diseñador quiere saber acerca de un sistema es acerca de su estabilidad, si es o no estable el sistema. Esto puede ser determinado examinando las raíces de la ecuación característica. Establecer la ubicación de los polos de un sistema de lazo cerrado, o las raíces de la ecuación característica, es de fundamental importancia en el diseño de los controladores, y de gran ayuda para poder determinar donde las raíces de la ecuación característica tienen parte real no negativa, pudiendo analizar así su estabilidad. Generalmente es algo tedioso encontrar los factores de la ecuación característica para un sistema mayor de tercer orden, por lo que una variedad de métodos de análisis y diseño han sido descubiertos para asegurar la estabilidad en lazo cerrado así como características de respuesta transitoria razonables, todo esto sin la necesidad de encontrar los polos de lazo cerrado del sistema, varios de estos métodos ya se plantearon en el capítulo anterior.

Es posible con el solo hecho de analizar los coeficientes de la ecuación característica, obtener información sobre estabilidad; los métodos de Routh, Hurwitz y la tabla equivalente de Routh se basan en este principio. En el método del lugar geométrico de las raíces podemos analizar también la estabilidad sin necesidad de determinar las raíces del polinomio característico, solo deben cumplir ciertos requisitos los puntos analizados que se encuentran en el lugar de las raíces para que sean raíces de la ecuación característica; estos métodos se verán en este capítulo con más detalle.

4.2 Criterio de Estabilidad de Routh-Hurwitz

Sabemos que un sistema de control lineal es estable si, y solo si, todos los polos de lazo cerrado de la ecuación característica se encuentran ubicados en el semiplano izquierdo del plano s .

Si la función de transferencia de un sistema es una función racional de s , entonces la estabilidad BIBO (Bounded Input – Bounded Output, es decir entrada finita – salida finita) del sistema es completamente determinada por los polos de $G(s)$ (Función de Transferencia). Si $G(s)$ es irreducible, esto es, que no existe un factor común entre su denominador y numerador, entonces los polos de $G(s)$ son iguales a las raíces del denominador de $G(s)$. Por lo tanto, la estabilidad BIBO de un sistema está determinado por las raíces del polinomio del denominador de $G(s)$, siempre y cuando sea irreducible.

Un polinomio es llamado polinomio de Hurwitz si todas las raíces tienen parte real negativa. Por lo tanto un sistema BIBO es estable si y solo si el denominador de su irreducible función de transferencia es un polinomio de Hurwitz. Saber si un polinomio es o no es un polinomio de Hurwitz, puede ser fácilmente determinado una vez que todas sus raíces han sido calculadas, sin embargo si el grado del polinomio es tres o mayor, el cálculo de las raíces resulta ser más complicado. Además el conocimiento de la exacta localización de las raíces no es necesario para determinar la estabilidad absoluta en este caso. Este método resulta ventajoso, ya que determina la estabilidad sin tener que encontrar los valores exactos de las raíces.

4.2.1 Criterio de Hurwitz

Consideremos primero la ecuación característica de un sistema lineal invariante en el tiempo:

$$F(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (4.1)$$

Donde a_i 's son números reales. Ahora bien, la condición necesaria y suficiente para que todas las raíces de la ecuación (4.1) estén en el semiplano izquierdo del plano s es que los determinantes de Hurwitz [12] de la ecuación, Δ_k , $k = 1, 2, \dots, n$, sean todos positivos.

En el criterio de Hurwitz, los coeficientes de la ecuación característica son colocados de la siguiente forma:

$$\begin{array}{cccccc}
 D_1 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\
 D_2 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\
 D_3 & 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 D_n & 0 & 0 & 0 & \dots & a_0
 \end{array} \tag{4.2}$$

En donde los coeficientes con índices mayores que n o negativos deben remplazarse con ceros. Obviamente parece ser un procedimiento algo laborioso, debido a la cantidad de trabajo que resulta resolver determinantes que involucren ecuaciones de orden superior. Afortunadamente, Routh simplificó el proceso, proponiendo un método de tabulación en lugar de los determinantes de Hurwitz.

4.2.2 Criterio de Routh

El criterio de estabilidad de Routh (mejor conocido como criterio Routh – Hurwitz) dice si hay o no raíces positivas en una ecuación polinómica, sin tener que resolverla. Por lo tanto al aplicar este criterio a un sistema de control, se puede obtener directamente información respecto a la estabilidad absoluta a partir de los coeficientes de la ecuación característica.

A continuación daremos un procedimiento para este método:

- Escribir el polinomio en s en la forma de la ecuación (4.1). Donde los coeficientes son cantidades reales; se supone $a_n \neq 0$.

La condición necesaria pero no suficiente de estabilidad es que todos los coeficientes de la ecuación estén presentes y que tengan signo positivo. Si algún coeficiente es cero, quiere decir que existen raíces imaginarias.

- Agrupar los coeficientes de la ecuación en filas y columnas de acuerdo al siguiente esquema:

$$\begin{array}{rcccccc}
 S^n & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots \\
 S^{n-1} & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots \\
 S^{n-2} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & \dots \\
 S^{n-3} & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \dots \\
 S^{n-4} & d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & \dots \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
 \cdot & \cdot & \cdot & & & \\
 S^2 & e_1 & e_2 & & & \\
 S^1 & f_1 & & & & \\
 S^0 & g_1 & & & &
 \end{array} \tag{4.3}$$

- Los coeficientes restantes son calculados de la siguiente forma:

$$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}} \tag{4.4}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}} \tag{4.5}$$

$$b_3 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_n a_{n-7}}{a_{n-1}} \tag{4.6}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1} \tag{4.7}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1} \tag{4.8}$$

$$c_3 = \frac{b_1 a_{n-7} - a_{n-1} b_4}{b_1} \tag{4.9}$$

$$d_1 = \frac{c_1 b_2 - b_1 c_2}{c_1} \dots \tag{4.10}$$

Una vez que la tabulación de Routh ha sido completada, el último paso en la aplicación del criterio es investigar los signos de los coeficientes de la primera columna de la tabulación, que contiene información acerca de las raíces del polinomio.

El criterio de estabilidad de Routh establece que la cantidad de raíces de la ecuación partes reales positivas, es igual al número de cambios de signo de los coeficientes en la primera columna del conjunto.

Un sistema es estable si no existen cambios de signo en los coeficientes de la primera columna.

Ejemplo: Una función de transferencia de un sistema de lazo cerrado tiene la siguiente ecuación característica [22]:

$$s^4 + 3s^3 + s^2 + 6s + 2 = 0 \quad (4.11)$$

Determinar si el sistema es o no estable, y cuántos polos de lazo cerrado tienen parte real positiva.

Empezamos calculando la tabla de Routh – Hurwitz, utilizando el procedimiento descrito anteriormente, obteniendo:

S^4	1	1	2	
S^3	3	6	0	
S^2	-1	2	0	
S^1	12	0		
S^0	2			

(4.12)

Observamos que la secuencia en la primera columna es: 1, 3, -1, 12, 2. Note que hay dos cambios de signo, el primero es de signo positivo a signo negativo, y el segundo es lo contrario. Por lo tanto concluimos que;

- El sistema es inestable, ya que existen cambios de signo en la secuencia de la primera columna.
- Existen dos polos de lazo cerrado con partes reales positivas, porque las veces de cambio de signo han sido dos.

Dentro de este análisis existen a veces casos especiales en el momento de elaborar la tabla de Routh. Dependiendo de los coeficientes de la ecuación o polinomio, las siguientes dificultades pueden impedir que la tabulación de Routh se complete adecuadamente:

1. El primer elemento en cualquiera de los renglones de la tabulación de Routh es cero, pero los otros no lo son.
2. Los elementos en un renglón de la tabulación de Routh son todos cero. En este caso, antes que la tabla sea terminada, indica que una o más de las siguientes condiciones pueden existir:
 - La ecuación tiene al menos un par de raíces reales con igual magnitud pero signos opuestos.
 - La ecuación tiene uno o más pares de raíces imaginarias.
 - La ecuación tiene pares de raíces complejas conjugadas que son simétricas con respecto al origen del plano s . (por ejemplo: $s = -2 \pm j2$, $s = 2 \pm j2$).

Analizando el primer caso, vemos que si existe un cero en la primera columna, indica que existen raíces imaginarias. Visto de otro modo, notamos que los elementos en el siguiente renglón serían indeterminados y la tabulación de Routh no podría continuarse. Para resolver este problema, se sustituye el elemento cero de la primera columna por un número positivo muy pequeño y arbitrario ϵ , y después se continúa con la tabulación.

Ejemplo. Analizamos la ecuación característica de lazo cerrado que se presenta a continuación [22]:

$$s^5 + 2s^4 + 4s^3 + 8s^2 + 10s + 6 = 0 \quad (4.13)$$

Al tratar de construir la tabla de Routh, nos damos cuenta que tenemos que dividir por cero, por lo tanto introducimos el concepto del valor arbitrario muy pequeño, esto es:

s^5	1	4	10	0
s^4	2	8	6	0

$$\begin{array}{rcll}
 S^3 & \epsilon & 7 & 0 \\
 S^2 & -14/\epsilon & 6 & \\
 S^1 & 7 & 0 & \\
 S^0 & 6 & &
 \end{array} \quad (4.14)$$

Ya que $b_1 = \epsilon$, entonces $c_1 = (\epsilon 8 - 14)/\epsilon$, como el valor de ϵ es muy pequeño, podemos despreciar el producto $\epsilon 8$. Para $d_1 = [(7)(-14/\epsilon) - \epsilon 6]/(-14/\epsilon)$, podemos despreciar el producto $\epsilon 6$ por ser muy pequeño, quedando solo el valor 7.

Para completar esto, notamos que existen dos cambios de signo, por lo tanto existen dos polos de lazo cerrado en el semiplano derecho del plano s .

Solo para hacer una breve anotación, recordemos que el método de Routh – Hurwitz, utiliza directamente la ecuación característica de lazo cerrado.

Ahora bien, analizando el segundo caso. Si todos los coeficientes calculados en una fila son cero, esto indica que en el plano s hay raíces de igual valor radialmente opuestas; es decir, dos raíces reales con igual valor y signo opuesto, y/o dos raíces imaginarias conjugadas.

Esto se puede remediar utilizando la *ecuación auxiliar* $A(s) = 0$, la cual se forma con los coeficientes del renglón que están justo arriba del renglón de ceros en la tabulación de Routh. La ecuación auxiliar siempre es un polinomio par; esto es, solamente aparecen potencias pares de s . Las raíces de la ecuación auxiliar también satisfacen la ecuación original. Por lo que al resolver la ecuación auxiliar, se obtienen algunas raíces de la ecuación original.

Podemos hacer uso de ciertos pasos para continuar con la tabulación de Routh, como se describe a continuación[12]:

- Formular la ecuación auxiliar $A(s) = 0$.
- Evaluar la derivada de la ecuación auxiliar con respecto a s , $dA(s)/ds = 0$.
- Sustituir el renglón de ceros por los nuevos coeficientes de $dA(s)/ds = 0$.
- Continúe con la tabulación de Routh en la forma usual.
- Utilice el concepto de estabilidad de Routh a la primera columna.

Ejemplo. Analicemos la siguiente ecuación característica [5]:

$$Q(s) = s^4 + 2s^3 + 11s^2 + 18s + 18 \quad (4.15)$$

El arreglo de la tabla de Routh, dividiendo por 2 s^3 y s^2 , tenemos:

$$\begin{array}{rcccc} s^4 & 1 & 11 & 18 & \\ s^3 & 1 & 9 & 0 & \\ s^2 & 1 & 9 & & \\ s^1 & 0 & & & \end{array} \quad (4.16)$$

Para el caso en que una hilera sea cero (s^1), necesitamos formar la ecuación auxiliar proveniente de la hilera anterior (s^2). Entonces la ecuación auxiliar es:

$$s^2 + 9 = 0 \quad (4.17)$$

Las raíces de esta ecuación son: $s = \pm j3$. Estas son incluso raíces de la ecuación original. La presencia de raíces imaginarias indica que la salida incluye un componente oscilatorio sinusoidal. Para completar la tabla de Routh, tenemos que diferenciar la ecuación auxiliar:

$$2s + 0 = 0 \quad (4.18)$$

Los coeficientes de esta ecuación son insertados en la hilera s^1 , y el arreglo de Routh se completa.

$$\begin{array}{rcc} s^1 & 2 & \\ s^0 & 9 & \end{array} \quad (4.19)$$

Ya que no hay cambios de signo en la primera columna, implica que no hay raíces del lado real positivo del plano s .

La utilidad del criterio de estabilidad de Routh en el análisis de sistemas lineales es limitada, principalmente porque no sugiere como mejorar la estabilidad relativa o como estabilizar un sistema inestable. Sin embargo podemos determinar el rango de valores de uno o dos parámetros del sistema para lograr la estabilidad.

Si consideramos la siguiente Función de transferencia de lazo cerrado:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)}{s(s+5)(s^2+2s+5)+K(s+2)} \quad (4.20)$$

El valor de K es un parámetro ajustable en el sistema y puede ser positivo o negativo. El valor de K determina la ubicación de los polos y por lo tanto la estabilidad del sistema. Es importante saber el rango de valores de K para los cuales el sistema es estable. Esta información puede obtenerse de la ecuación característica:

$$Q(s) = s^4 + 7s^3 + 15s^2 + (25 + K)s + 2K \quad (4.21)$$

El conjunto de coeficientes se arregla de acuerdo a la tabla de Routh:

s^4	1	15	2K	
s^3	7	$25 + K$		
s^2	$80 - K$	$14K$		(4.22)
s^1	$\frac{(80 - K)(25 + K) - 98K}{80 - K}$			
s^0	$14K$			

El término $80 - K$ de la hilera s^2 , impone la restricción $K < 80$, y la hilera s^0 , requiere $K > 0$. El numerador del primer término de la hilera s^1 es igual a $-K^2 - 43K + 2000$, y esta función debe ser positiva para un sistema estable. Los ceros de esta función son $K = 28.1$ y $K = -71.1$, y el numerador de esta misma hilera es positivo entre estos valores. Las restricciones combinadas de K para la estabilidad del sistema son

$0 < K < 28.1$. Para el valor de $K = 28.1$ la ecuación característica tiene raíces imaginarias que pueden ser evaluadas utilizando la ecuación auxiliar.

4.3 Lugar geométrico de las raíces

En esta sección trataremos el *lugar geométrico de las raíces*, el cual es una gráfica de las raíces de la ecuación característica de un sistema de lazo cerrado que esta en función de la ganancia de la función de transferencia de lazo abierto. Este método fue introducido por Evans en 1948 [8]. El lugar geométrico de las raíces muestra como los polos de lazo cerrado del sistema se mueven en el plano complejo, en función de algún parámetro, usualmente se trata de la ganancia de lazo abierto. Este método se basa en el hecho de poder representar la ecuación característica de un sistema de un solo lazo, de la siguiente forma:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{N/D}{1+N/D} = \frac{N}{N+D} \quad (4.23)$$

$$GH(s) = -1 = 1e^{jh\pi}, \quad h = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots \quad (4.24)$$

Donde $H(s) = 1$; observamos de la ecuación (4.23) que los ceros de Y/U son idénticos a los de G , y que los polos de Y/U están localizados para esos valores de s para el cual $Y/U = -1$ o $N + D = 0$; por lo tanto las raíces de la ecuación característica son los valores de s que causan que GH tenga como magnitud la unidad y una fase de $\pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi$ o cualquier otro múltiplo entero impar de π radianes. Empleando este método para la determinación de estabilidad, una vez localizado en el plano s todos los valores de s que satisfacen la ecuación (4.24), solo falta notar que si las raíces se encuentran en el semiplano izquierdo del plano s , entonces el sistema es estable; si cualquiera de las raíces se localiza en el semiplano derecho del plano s y/o cualquier raíz de multiplicidad mayor que uno permanece en el eje imaginario, entonces el sistema es inestable; y para el caso en que todas las raíces se encuentra en el semiplano izquierdo excepto por un

número finito de multiplicidad uno en el eje imaginario, resulta un sistema limitadamente estable. Una vez que las raíces son determinadas, pueden ser usadas no solo para predecir donde el sistema es estable, sino también para predecir la naturaleza de respuesta del sistema para una entrada preestablecida.

De la ecuación (4.24), obtenemos dos teoremas conocidos como el *criterio de la magnitud* y el *criterio del ángulo*. El criterio de la magnitud se establece como:

$$|GH(s)| = 1 \quad (4.25)$$

y el criterio del ángulo:

$$\angle GH(s) = \pm 180^\circ (2n + 1) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.26)$$

Los puntos que cumplen con el criterio de magnitud y con el de ángulo son raíces de la ecuación característica. Expresando la función de transferencia de lazo $GH(s)$, en forma factorial, obtenemos:

$$GH(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2)\dots(s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2)\dots(s - p_n)} = \frac{K \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^n (s - p_i)} \quad (4.27)$$

Cada uno de los ceros z_i y polos p_i son trazados en el plano s , donde se representará con círculos a los ceros, y con cruces a los polos. Aplicando los criterios mencionados a la ecuación (4.27), tenemos:

$$|GH(s)| = \frac{\prod_{i=1}^m |s + z_i|}{\prod_{i=1}^n |s + p_i|} = \frac{1}{K} \quad (4.28)$$

$$\angle GH(s) = \sum_{i=1}^m \arg(s - z_i) - \sum_{i=1}^n \arg(s - p_i) = \pm 180^\circ (2n + 1) \quad (4.29)$$

Si resolvemos para K la ecuación (4.28), esta se le denomina *sensibilidad de lazo* [5]. Para poder visualizar mejor el criterio de ángulo, que es el que cumple con el lugar geométrico de las raíces, tomemos la siguiente función de transferencia:

$$GH(s) = \frac{K(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)(s + p_3)(s + p_4)} \quad (4.30)$$

Consideramos p_2 y p_3 como polos complejos conjugados, la figura 4.1 muestra las magnitudes y ángulos de la ecuación (4.30) con respecto a un punto de prueba arbitrario. Todos los ángulos se consideran positivos si se miden en sentido antihorario.

$$\angle GH(s) = \phi_1 - \theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 \quad (4.31)$$

La magnitud para $GH(s)$ es:

$$|GH(s)| = \frac{KB_1}{A_1 A_2 A_3 A_4} \quad (4.32)$$

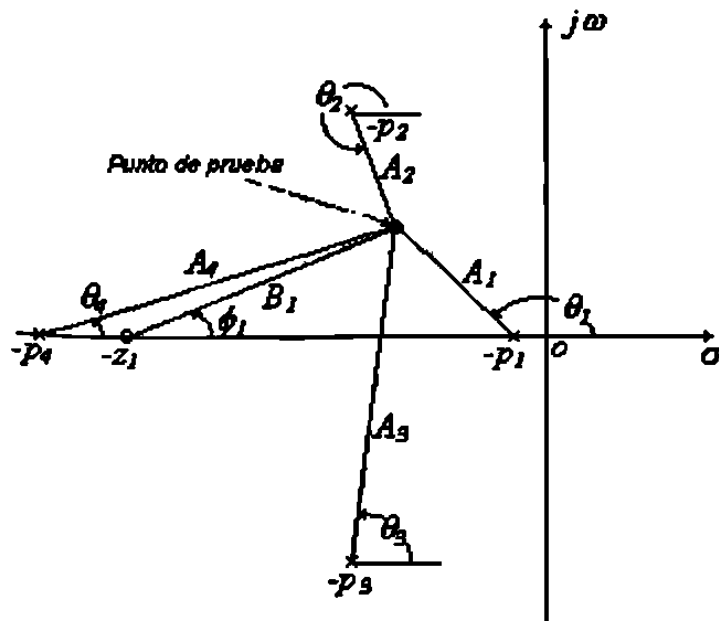


Figura 4.1

Se han establecido las condiciones básicas basadas en prueba y error sobre la construcción de la gráfica del lugar geométrico de las raíces, sin embargo, resulta muy laborioso si se desea emplear este método para buscar todos los puntos del lugar geométrico de las raíces en el plano s que cumplan con los criterios de magnitud y ángulo de las ecuaciones (4.28) y (4.29) respectivamente. En la actualidad con la ayuda de los sistemas digitales, podemos obtener estas gráficas con un paquete computacional apropiado, podemos utilizar Matlab o CC, el apéndice B muestra algunos comandos mas utilizados en Matlab en el área de control, así como algunos programas referentes al cálculo de la obtención de gráficas de Nyquist, Bode, Root Locus (lugar geométrico de las raíces); mas sin embargo no esta demás saber como se construyen estas gráficas para poder interpretarlas de la manera correcta.

4.2.1 Reglas para construir el lugar de las raíces

Utilizando estas reglas podemos reducir la cantidad de pruebas y correcciones requeridas para probar que puntos en el plano s cumplen con los criterios antes descritos, ya que la cantidad de puntos existentes en el plano s es infinita, Evans propone estas reglas para indicar por donde pasa aproximadamente el lugar de las raíces.

- I. Las trayectorias del lugar geométrico de las raíces comienzan en los polos de lazo abierto $GH(s)$ con ganancia $K = 0$ y terminan en los ceros de $GH(s)$ o en el infinito con ganancia de $K = \infty$.
- II. Las trayectorias del lugar geométrico de las raíces existen sobre el eje real si a la derecha de dicha trayectoria existe un número impar de polos y/o ceros.
- III. *Asíntotas*. Lejos del origen del plano complejo, las ramas del lugar de las raíces tienden hacia líneas rectas que, por lo mismo, son asíntotas de cada una de esas ramas. Tales asíntotas parten de un mismo punto, el cual es siempre real y está dado por :

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n - m} \quad (4.33)$$

Donde $-p_i$ son los polos de lazo abierto y n el número total de ellos; $-z_i$ son los ceros de lazo abierto y m el número total de ellos. A σ_c se le conoce como el centro de las asíntotas.

Por otra parte, las asíntotas forman ángulos con el eje real que están dados por :

$$\text{Angulo de asíntotas} = \frac{\pm 180^\circ(2K+1)}{n-m} \quad K=0,1,2,\dots \quad (4.34)$$

El número de asíntotas es igual al número de polos menos el número de ceros.

- IV. *Puntos de ruptura.* Si el lugar geométrico de las raíces existe entre dos polos o dos ceros adyacentes, existe un punto de ruptura donde la trayectoria deja el eje real. Para calcular los puntos de ruptura se parte de la ecuación característica, la cual está en función de la ganancia K , y se despeja K en función de s , para después obtener la derivada dK/ds . Algunas de las raíces de la derivada serán las coordenadas, en el plano s , de los puntos de quiebre.
- V. *Angulo de partida o de llegada a un polo o a un cero de $GH(s)$.* Para encontrar el ángulo de partida o de llegada a un polo o cero de $GH(s)$ sobre el plano s se supone un punto muy cercano al polo o cero, tan cercano que se confunda con él, entonces, se puede considerar que la suma de las contribuciones angulares desde todos los otros polos y ceros se mantiene constante; por lo que se puede encontrar el ángulo de partida o llegada del lugar de las raíces desde un polo complejo o hacia un cero complejo, restando de 180° la suma de todos los ángulos de los vectores desde todos los otros polos y ceros al polo complejo o cero complejo, incluyendo sus signos correspondientes.
- VI. *Intersección del lugar de las raíces con el eje imaginario.* Los puntos donde el lugar geométrico de las raíces interceptan con el eje imaginario del plano s , se pueden encontrar utilizando el criterio de Routh-Hurwitz, al resolver la ecuación auxiliar para determinar el valor crítico de K en el cual sucede esto.
- VII. *Cálculo de la ganancia.* Una vez que se construye el lugar geométrico de las raíces, los valores de ganancia en cualquier punto arbitrario sobre el lugar de las raíces, se puede determinar con el inverso de la ecuación (4.28)

Los valores de K determinan las posiciones de los polos de lazo cerrado en el lugar geométrico de las raíces, por lo tanto, se dice que un sistema de lazo cerrado es inestable para valores de K que corresponden a segmentos del lugar de las raíces en el semiplano derecho del plano s .

Ejemplo. Para ilustrar este procedimiento de la construcción del lugar geométrico de las raíces, considere un sistema de control con la siguiente función de transferencia de lazo abierto, con retroalimentación unitaria:

$$GH(s) = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)} \quad (4.35)$$

Retomando los criterios que deben cumplir para que formen parte del lugar geométrico de las raíces, tenemos:

Criterio de Magnitud:

$$|GH(s)| = \left| \frac{K(+3)}{s(s+1)(+2)} \right| = 1 \quad (4.36)$$

$$K = \frac{|s| |s+1| |s+2|}{|s+3|} \quad (4.37)$$

Criterio de ángulo:

$$\angle GH(s) = \angle \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)} = \pm 180^\circ \quad (4.39)$$

$$\angle s + 3 - \angle s - \angle s + 1 - \angle s + 2 = \pm 180^\circ \quad (4.40)$$

El cual tiene un cero en $s = -3$ y polos en $s = 0$, $s = -1$ y $s = -2$. La gráfica del lugar geométrico de las raíces para este sistema, se encuentra en la figura 4.2. Procederemos paso a paso en demostrar la información necesaria para construir esta

gráfica que fueron sugeridos anteriormente. Como hay tres polos y un cero, existen dos ramas del lugar de las raíces que se mueven asintóticamente hacia el infinito mientras $K \rightarrow \infty$.

El eje real entre $s = 0$ y $s = -1$, así como también entre $s = -2$ y $s = -3$, es parte del lugar de las raíces.

El origen o centroide de las asintotas está dado por :

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m} = \frac{(0-1-2) - (-3)}{3-1} = 0 \quad (4.33)$$

El ángulo de las asintotas:

$$\begin{aligned} \text{Angulo de asintotas} &= \frac{\pm 180^\circ(2K+1)}{n-m} = \frac{\pm 180^\circ}{2}(2K+1) & (4.34) \\ &= \pm 90^\circ(2K+1) \quad K = 0, 1, 2, \dots \\ &= \pm 90^\circ \end{aligned}$$

Ya que existe un lugar de las raíces entre dos polos adyacentes, procedemos a calcular el punto de ruptura:

$$1 + KGH(s) = 0 \quad (4.35)$$

$$1 + \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)} = 0 \quad (4.36)$$

$$s^3 + 3s^2 + 2s + ks + 3k = 0 \quad (4.37)$$

$$K = -\frac{s^3 + 3s^2 + 2s}{s+3} \quad (4.38)$$

$$\frac{dK}{ds} = 0 \quad (4.39)$$

$$s^3 + 6s^2 + 9s + 3 = 0 \quad (3.50)$$

Utilizando cualquier método para calcular las raíces de un polinomio que se muestran en el apéndice A, se determinan las raíces de la derivada. Las raíces que se localizan dentro de las regiones donde existe trazo del lugar geométrico de las raíces, serán puntos de ruptura. Para este caso obtenemos que el punto de ruptura es $s_q = 0.466$.

Para obtener la ganancia a la cual ocurre el punto de ruptura, utilizamos la ecuación (4.37), obteniendo: $K = 0.15$

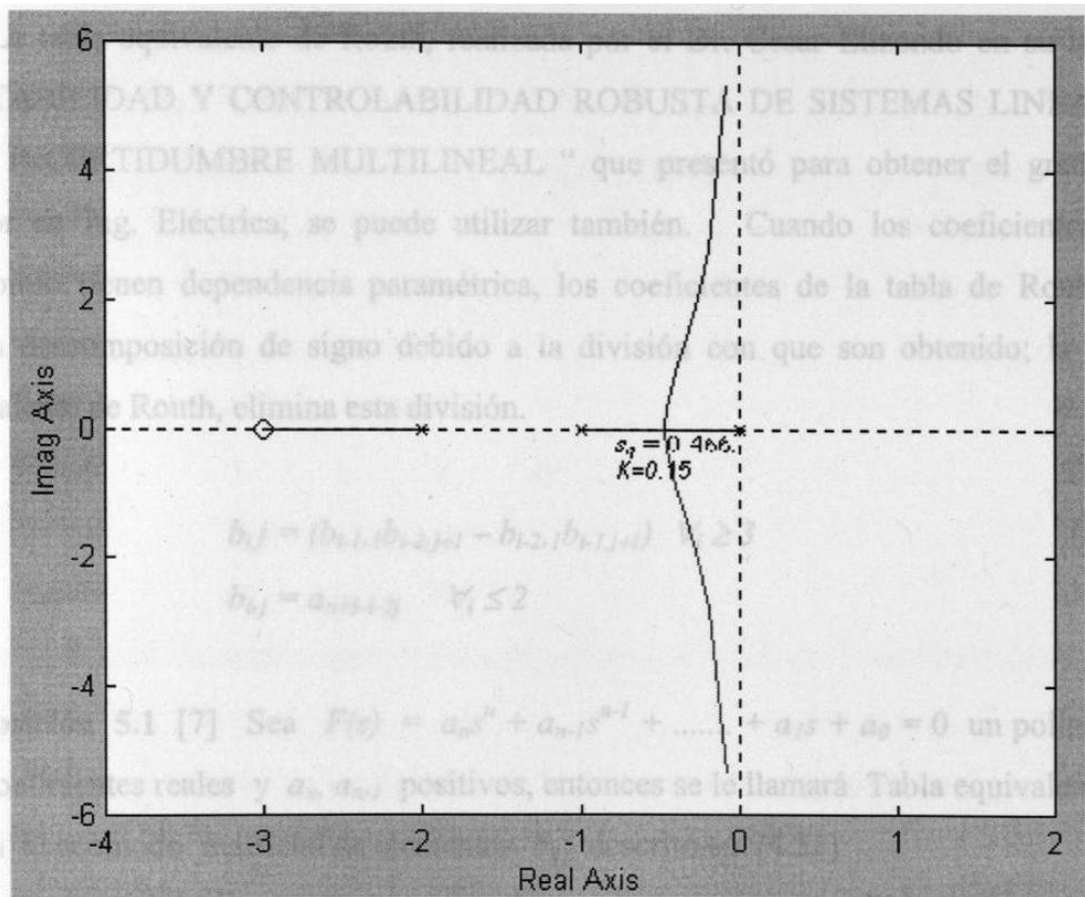


Figura 4.2

4.4 Tabla equivalente de Routh

Como se vio anteriormente, sabemos que la tabla de Routh es un procedimiento que nos permite determinar cuantas de las raíces de un polinomio tiene partes reales positivas, sin tener que calcular estas. Ya que la estabilidad de un sistema requiere que ninguna de las raíces de un polinomio característico tenga partes reales positivas; esta tabla es de gran ayuda para determinar dicha estabilidad.

Si solo necesitamos determinar la estabilidad del polinomio, entonces solo requerimos saber que todos los coeficientes de la primera columna son positivos.

La tabla equivalente de Routh, realizada por el Dr. Cesar Elizondo en su tesis : “ ESTABILIDAD Y CONTROLABILIDAD ROBUSTA DE SISTEMAS LINEALES CON INCERTIDUMBRE MULTILINEAL “ que presentó para obtener el grado de Doctor en Ing. Eléctrica; se puede utilizar también. Cuando los coeficientes del polinomio tienen dependencia paramétrica, los coeficientes de la tabla de Routh no tienen descomposición de signo debido a la división con que son obtenidos; la tabla equivalente de Routh, elimina esta división.

$$b_{ij} = (b_{i-1,1}b_{i-2,j+1} - b_{i-2,1}b_{i-1,j+1}) \quad \forall i \geq 3 \quad (4.51)$$

$$b_{ij} = a_{n+3-i-2j} \quad \forall i \leq 2$$

Proposición 5.1 [7] Sea $F(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$ un polinomio con coeficientes reales y a_n, a_{n-1} positivos, entonces se le llamará Tabla equivalente de Routh al acomodo matricial de elementos $b_{i,j}$ descrito en (4.51).

Tabla equivalente de Routh

$$\begin{array}{cccccc}
 a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots & \\
 a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots & \\
 b_{3,1} & b_{3,2} & b_{3,3} & \dots & \dots & \\
 b_{4,1} & b_{4,2} & \dots & \dots & \dots & \\
 \vdots & \vdots & & & &
 \end{array} \quad (4.52)$$

Ejemplo: Tomando la ecuación (4.11) y haciendo el acomodo matricial tenemos:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & \\ b_{3,1} & b_{3,2} & 0 & \\ b_{4,1} & b_{4,2} & & \end{array}$$

Donde:

$$\begin{aligned} b_{3,1} &= b_{2,1}b_{1,2} - b_{1,1}b_{2,2} \\ &= (3)(1) - (1)(6) \\ &= -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{3,2} &= b_{2,1}b_{1,3} - b_{1,1}b_{2,3} \\ &= (3)(2) - (1)(0) \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{4,1} &= b_{3,1}b_{2,2} - b_{2,1}b_{3,2} \\ &= (-3)(6) - (3)(6) \\ &= -36 \end{aligned}$$

Tenemos entonces:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & \\ -3 & 6 & 0 & \\ -36 & 0 & & \end{array}$$

Podemos ver que los coeficientes de la primera columna varían de signo; no son todos positivos, por lo que concluimos que el *sistema es inestable*. Cabe mencionar que este método no nos dice cuantas raíces del polinomio característico tienen parte real positiva.

CAPITULO 5

APLICACIONES

5.1 Introducción

En este capítulo se analiza una aplicación del análisis de estabilidad a un control de nivel, el cual está compuesto por dos tanques, como se muestra en la figura 5.1. Para esto, tenemos que encontrar el modelo matemático de la planta y tratar de validarlo a base de pruebas experimentales.

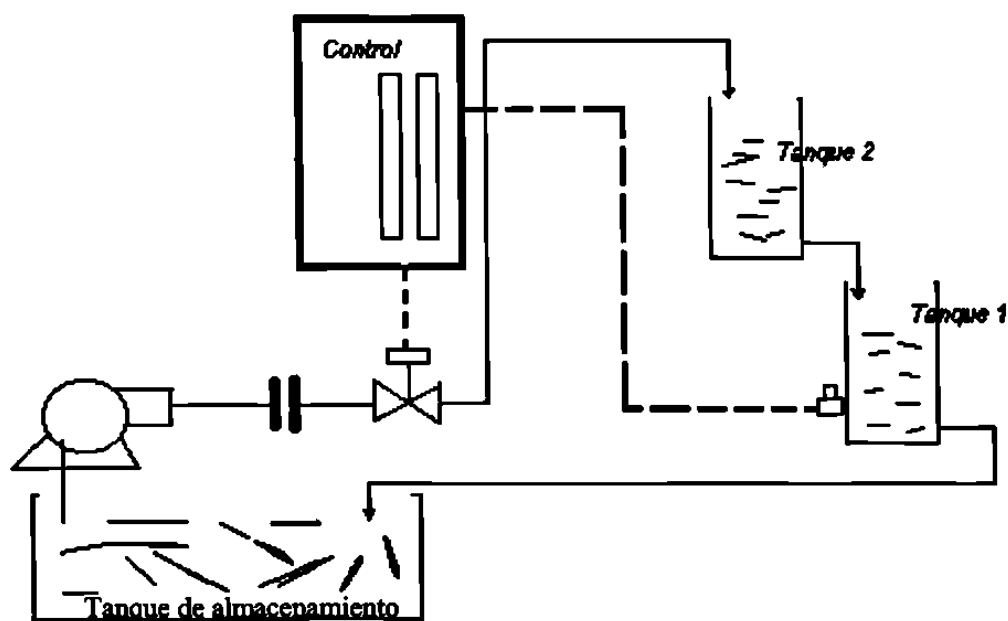


Figura 5.1

El sistema consiste de un tanque de almacenamiento de agua , el cual suministra el líquido a través de una bomba eléctrica. El líquido es pasado a través de un medidor de flujo y de una válvula de control a un tanque cilíndrico (Tanque 2). La salida del tanque 2 desemboca en el Tanque 1, cuyo nivel es medido. El flujo de salida es conducido al depósito de almacenamiento de agua. La variable de control (salida del sistema) es el nivel del tanque 1.

Las válvulas de control son los elementos de control más comunes, estas muestran la acción del sistema de control ajustando los flujos que afectan las variables controladas.

Los tanques en este proceso se encuentran abiertos a la atmósfera, consideraremos la temperatura constante. Las dimensiones de los dos tanques así como otro tipo de información necesaria se añaden en la siguiente lista de datos.

DATOS:

Tanque 1.

Diámetro: 12.5 cm

Altura: 23 cm.

Tanque 2.

Diámetro: 12.5 cm

Altura: 21 cm.

Datos generales.

Densidad: xxxxx

Nota: Toda la terminología y abreviaciones de variables empleadas se encuentran incluidas en la lista de abreviaciones.

5.2 Desarrollo del Modelo Matemático

El flujo del líquido a través de las válvulas está dado por la siguiente ecuación no lineal:

$$f(t) = C^v v \sqrt{h(t)} \quad (5.1)$$

Para el tanque 1, tenemos:

$$f_1(t) = C^v v_1 \sqrt{h_1(t)} \quad (5.2)$$

Para el tanque 2, tenemos:

$$f_2(t) = C^v v_2 \sqrt{h_2(t)} \quad (5.3)$$

Debemos encontrar el modelo matemático que determine la función de transferencia que relacione el nivel del tanque 1 ($h_1(t)$) con el flujo de entrada ($f_i(t)$).

Empezaremos haciendo los balances de masa en estado no estacionario para los dos tanques; la fórmula general para el balance de masa es:

$$\text{Masa de entrada} = \text{Masa de salida} + \text{Masa acumulada} \quad (5.4)$$

La masa acumulada del tanque está dada por:

$$m(t) = \rho A h(t) \quad (5.5)$$

- *Tanque 2.*

$$\rho f_1(t) - \rho f_2(t) = \rho A_2(t) \frac{dh_2(t)}{dt} \quad (5.6)$$

- *Tanque 1.*

$$\rho f_2(t) - \rho f_1(t) = \rho A_1(t) \frac{dh_1(t)}{dt} \quad (5.7)$$

Para el caso en estado estacionario, tenemos:

- *Tanque 2.*

$$\rho \bar{f}_1 - \rho \bar{f}_2 = 0 \quad (5.8)$$

- *Tanque 1.*

$$\rho \bar{f}_2 - \rho \bar{f}_1 = 0 \quad (5.9)$$

Las ecuaciones (5.2), (5.3), (5.6) y (5.7) describen el proceso, es decir, este conjunto de ecuaciones conforman el modelo matemático que describe al proceso. Antes de proceder a la obtención de las funciones de transferencia, es conveniente linealizar las ecuaciones que sean no lineales.

5.2.1 Linealización

La técnica de linealización es empleada para aproximar la respuesta de un sistema no lineal con ecuaciones diferenciales lineales, que estas a su vez pueden ser analizadas por las transformadas de Laplace. La aproximación lineal para las ecuaciones no lineales es válida para una región cerca de algún punto base de operación alrededor del cual se está haciendo dicha linealización; en este caso, seleccionaremos ese punto base de operación como el estado inicial estable y utilizaremos variables de desviación.

Cualquier función puede ser expandida en series de Taylor alrededor de un punto base, incluso funciones con dos o más variables [21]:

$$f[x_1(t), x_2(t), \dots] \cong f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots) + \frac{\partial f}{\partial x_1} [x_1(t) - \bar{x}_1] + \frac{\partial f}{\partial x_2} [x_2(t) - \bar{x}_2] + \dots \quad (5.10)$$

donde $\frac{\partial f}{\partial x_k} = \frac{\partial f}{\partial x_k} \Big|_{(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots)}$, y $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots$, son los valores bases de cada variable.

Donde, la derivada parcial es el cambio con respecto a una variable cuando las otras variables se mantienen constantes. Debido a que las ecuaciones (5.2) y (5.3) son ecuaciones no lineales, procedemos a su linealización, para lo cual utilizaremos las series de Taylor¹.

Linealizando $f_1(t)$, ecuación (5.2):

$$f_1(t) \approx \bar{f}_1 + D_1[h_1(t) - \bar{h}_1] \quad (5.11)$$

Donde:

$$D_1 = \frac{\partial f_1(t)}{\partial h_1(t)} \Big|_{\bar{h}_1} = \frac{1}{2} C v_1 (\bar{h}_1)^{-1/2} \quad (5.12)$$

Linealizando $f_2(t)$, ecuación (5.3):

$$f_2(t) \approx \bar{f}_2 + D_2[h_2(t) - \bar{h}_2] \quad (5.13)$$

Donde:

$$D_2 = \frac{\partial f_2(t)}{\partial h_2(t)} \Big|_{\bar{h}_2} = \frac{1}{2} C v_2 (\bar{h}_2)^{-1/2} \quad (5.14)$$

Ahora bien, las ecuaciones (5.6), (5.7), (5.11) y (5.13) son un conjunto de ecuaciones lineales que describen al proceso alrededor de sus puntos bases de operación que se utilizaron para su linealización, en este caso h_1 y h_2 .

¹ Brook Taylor (1685 – 1731), Matemático inglés

5.2.2 Función de transferencia

- Tanque 2

Sustituimos (5.13) en (5.6), tenemos:

$$\rho f_i(t) - \rho \bar{f}_2 - \rho D_2 [h_2(t) - \bar{h}_2] = \rho A_2(t) \frac{dh_2(t)}{dt} \quad (5.15)$$

restando (5.15) de (5.8):

$$\rho f_i(t) - \rho \bar{f}_2 - \rho D_2 [h_2(t) - \bar{h}_2] - \rho \bar{f}_1 + \rho \bar{f}_2 = \rho A_2(t) \frac{dh_2(t)}{dt} \quad (5.16)$$

$$F_i(t) - D_2 H_2(t) = A_2(t) \frac{dH_2(t)}{dt} \quad (5.17)$$

entre D_2 , tenemos:

$$\tau_2 \frac{dH_2(t)}{dt} + H_2(t) = K_2 F_i(t) \quad (5.18)$$

entonces el modelo (5.18) queda representado en variables de desviación (5.19) y (5.20), donde:

$$H_2(t) = h_2(t) - \bar{h}_2 \quad (5.19)$$

$$F_i(t) = f_i(t) - \bar{f}_i \quad (5.20)$$

$$\tau_2 = \frac{A_2}{D_2} = \text{seg.} \quad (5.21)$$

$$K_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{m}{m^3/s} \quad (5.22)$$

- Tanque 1

Sustituimos (5.11) en (5.7), tenemos:

$$\rho f_2(t) - \rho \bar{f}_1 - \rho D_1 [h_1(t) - \bar{h}_1] = \rho A_1(t) \frac{dh_1(t)}{dt} \quad (5.23)$$

restando (5.23) de (5.9):

$$\rho f_2(t) - \rho \bar{f}_1 - \rho D_1 [h_1(t) - \bar{h}_1] - \rho \bar{f}_2 + \rho \bar{f}_1 = \rho A_1(t) \frac{dh_1(t)}{dt} \quad (5.24)$$

sabemos que:

$$f_2(t) = \bar{f}_2 + D_2 [h_2(t) - \bar{h}_2] \quad (5.25)$$

entonces:

$$f_2(t) - \bar{f}_2 = D_2 [h_2(t) - \bar{h}_2] \quad (5.26)$$

por lo tanto, para la ecuación (5.24) tenemos:

$$D_2 H_2(t) - D_1 H_1(t) = A_1(t) \frac{dH_1(t)}{dt} \quad (5.27)$$

entre D_1 , tenemos:

$$\tau_1 \frac{dH_1(t)}{dt} + H_1(t) = K_1 H_2(t) \quad (5.28)$$

entonces el modelo (5.28) queda representado en variables de desviación (5.29) y (5.30), donde:

$$H_1(t) = h_1(t) - \bar{h}_1 \quad (5.29)$$

$$F_2(t) = f_2(t) - \bar{f}_2 \quad (5.30)$$

$$\tau_1 = \frac{A_1}{D_1} = \text{seg.} \quad (5.31)$$

$$K_1 = \frac{D_2}{D_1} = \text{Adimensional} \quad (5.32)$$

La ecuación (5.18) relaciona el nivel del tanque 2 con la entrada o flujo de entrada. La ecuación (5.28) relaciona el nivel del segundo tanque, con el nivel del primer tanque.

Tomando la Transformada de Laplace para las ecuaciones (5.18) y (5.28), tenemos:

- Para la ecuación (5.18)

$$\tau_2 s H_2(s) + H_2(s) = K_2 F_i(s) \quad (5.33)$$

$$H_2(s)[\tau_2 s + 1] = K_2 F_i(s) \quad (5.34)$$

$$H_2(s) = \frac{K_2}{\tau_2 s + 1} F_i(s) \quad (5.35)$$

- Para la ecuación (5.28)

$$\tau_1 s H_1(s) + H_1(s) = K_1 H_2(s) \quad (5.36)$$

$$H_1(s)[\tau_1 s + 1] = K_1 H_2(s) \quad (5.37)$$

$$H_1(s) = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1} H_2(s) \quad (5.38)$$

Sustituimos (5.35) en (5.38) y obtenemos la función de transferencia:

$$H_1(s) = \frac{K_2 K_1}{(\tau_2 s + 1)(\tau_1 s + 1)} F_i(s) \quad (5.39)$$

5.3 Determinación de los coeficientes de la función de transferencia

Una vez teniendo la función de transferencia, el siguiente paso es obtener los valores de los coeficientes de la función de transferencia, es decir, constantes de tiempo (τ_1 y τ_2) y las ganancias (K_1 y K_2); por lo que haremos uso de las prácticas experimentales y de algunas ecuaciones.

5.3.1 Determinación de Cv

Una válvula de control actúa como una variable de restricción en procesos de tubería, con el simple hecho de abrir y cerrar; esto cambia la resistencia para el flujo y con esto el flujo mismo también. La señal de salida del controlador posiciona la válvula, determinando la posición de la válvula se determina el grado de restricción de flujo. Por

lo tanto, la señal de salida controlada es la entrada para la válvula, y el flujo es la salida de la válvula.

Para obtener el coeficiente de la válvula C_v , procederemos de manera experimental con pruebas de restricciones de la misma y la utilización de algunas fórmulas.

Haciendo el balance de masa de la figura 5.2, tenemos:

$$\frac{1}{A(t)} f_i(t) - \frac{1}{A(t)} f_o(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (5.40)$$

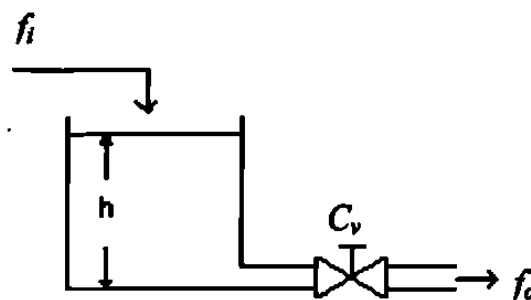


Figura 5.2

donde f_o se calcula por la ecuación (5.1); si $f_i = 0 \therefore$

$$\frac{dh(t)}{dt} + \frac{C_v}{A(t)} \sqrt{h(t)} = 0 \quad (5.41)$$

sea $p = \sqrt{h(t)} \therefore h(t) = p^2$, haciendo uso de la regla de la cadena, obtenemos, $\dot{h} = 2pp$ sustituyendo en la ecuación (5.41):

$$2pp + \frac{C_v}{A(t)} p = 0 \quad (5.42)$$

$$p = -\frac{C_v}{2A(t)} t + C \quad (5.43)$$

Ahora bien, sustituyendo $h = p^2$, tenemos:

$$h(t) = \left(-\frac{C_v}{2A(t)}t + C \right)^2 \quad (5.44)$$

Esta última ecuación (5.44), determina como cambia el nivel del tanque (tiende a cero) con una cierta restricción de salida y sin flujo de entrada ($f_i = 0$). Tenemos ahora que determinar el valor de C ; si $t = 0$ en un nivel inicial (h_o):

$$h_o(t) = \left(-\frac{C_v}{2A(t)}t + C \right)^2 \quad (5.45)$$

por lo que; $C = \sqrt{h_o(t)}$, sustituyendo esto en la ecuación (5.44), tenemos:

$$h(t) = \left(-\frac{C_v}{2A(t)}t + \sqrt{h_o(t)} \right)^2 \quad (5.46)$$

Despejamos C_v de (5.46), y tomaremos el tiempo que se llevan vaciarse los recipientes, es decir, sea h_f el nivel final y t_f el tiempo de vaciado, tenemos entonces:

$$C_v = \frac{2A(\sqrt{h_o} - \sqrt{h_f})}{t_f} \quad (5.47)$$

Las mediciones de campo obtenidas se encuentran en la tabla 5.1

	h_o	h_f	t_f
TANQUE 1	23	3	27.9
TANQUE 2	23	3	25.9

Tabla 5.1

Obteniendo con esto para el tanque 1 un $Cv_1 = 36.25$ y para el tanque 2 $Cv_2 = 39.03$. Después de varias pruebas, se proponen los valores de nivel como estado estable, $h_2 = 9 \text{ Cm}$ y $h_1 = 11 \text{ Cm}$, para el tanque dos y uno respectivamente. Sustituyendo estos valores en las ecuaciones (5.12), (5.14), (5.21), (5.22), (5.31) y (5.32), obtenemos las constantes de tiempo y ganancias del sistema:

Para el tanque 2:

$$H_2(s) = \frac{0.1537}{25.38s + 1} F_i(s) \quad (5.48)$$

Para el Tanque 1:

$$H_1(s) = \frac{1.19}{30.24s + 1} H_2(s) \quad (5.49)$$

De donde obtenemos:

$$H_1(s) = \frac{0.1829}{(25.38s + 1)(30.24s + 1)} F_i(s) \quad (5.50)$$

Cuando el denominador de estas dos funciones de transferencia es expandido en forma polinomial, la potencia de s se vuelve 2; por lo que esta función de transferencia es llamada: *función de transferencia de segundo orden*.

El proceso aquí mostrado es referido a un sistema no interactivo, ya que no hay completa interacción entre las variables. Esto es, el nivel del segundo tanque afecta el nivel del primer tanque; pero el nivel del primer tanque no afecta el nivel del segundo tanque. El nivel del primer tanque no retroalimenta al efecto del nivel del segundo tanque. La relación de causa y efecto tiene solo una trayectoria.

La función de transferencia describe completamente las características de un proceso lineal y para procesos no lineales, aquellos valores que estén alrededor de su linealización.

5.4 Estabilidad

Ahora bien, de la ecuación (5.50), podemos aplicar los métodos antes visto, para deducir, si el sistema es o no estable. Utilizaremos el Matlab, para obtener las gráficas. El diagrama de Bode de la figura 5.3, nos dice que el sistema es estable, la gráfica de la función de transferencia no pasa por la magnitud de $|G(j\omega)H(j\omega)|$ igual a la unidad, por otro lado la frecuencia a la cual la función de transferencia corta el ángulo de fase de -180° es infinita.

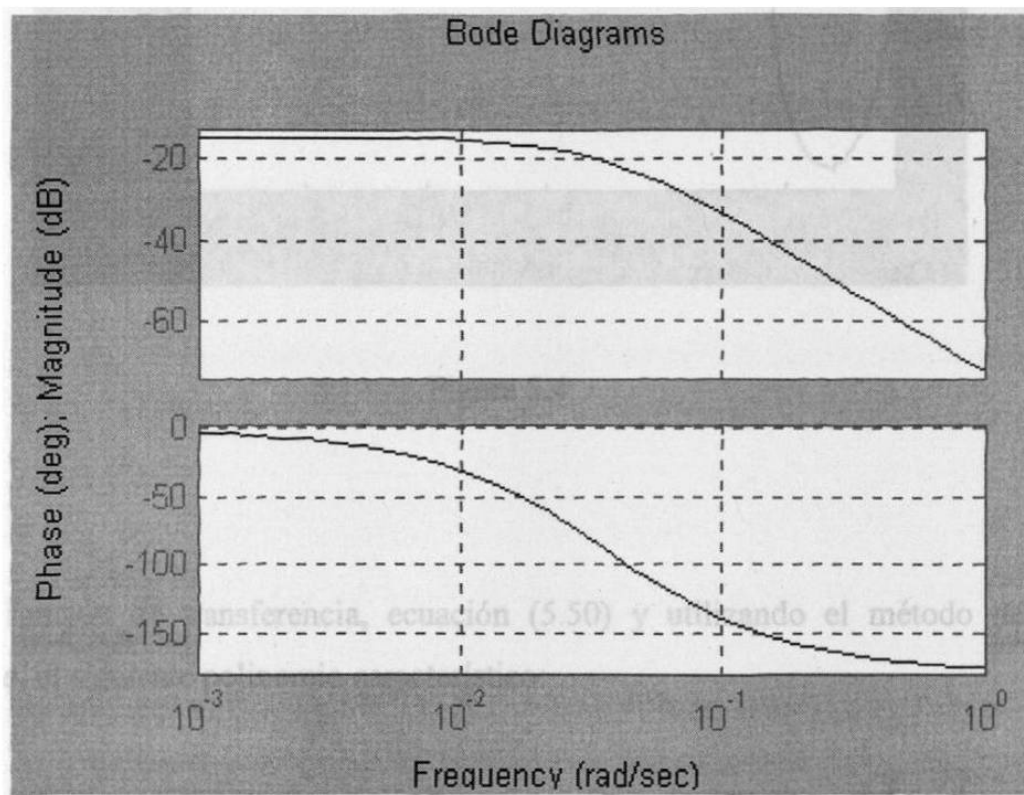


Figura 5.3

En la figura 5.4, podemos apreciar el comportamiento de la función de transferencia de lazo abierto, donde notamos que esta no rodea el punto $(-1, j0)$, deduciendo con esto que el sistema es estable.

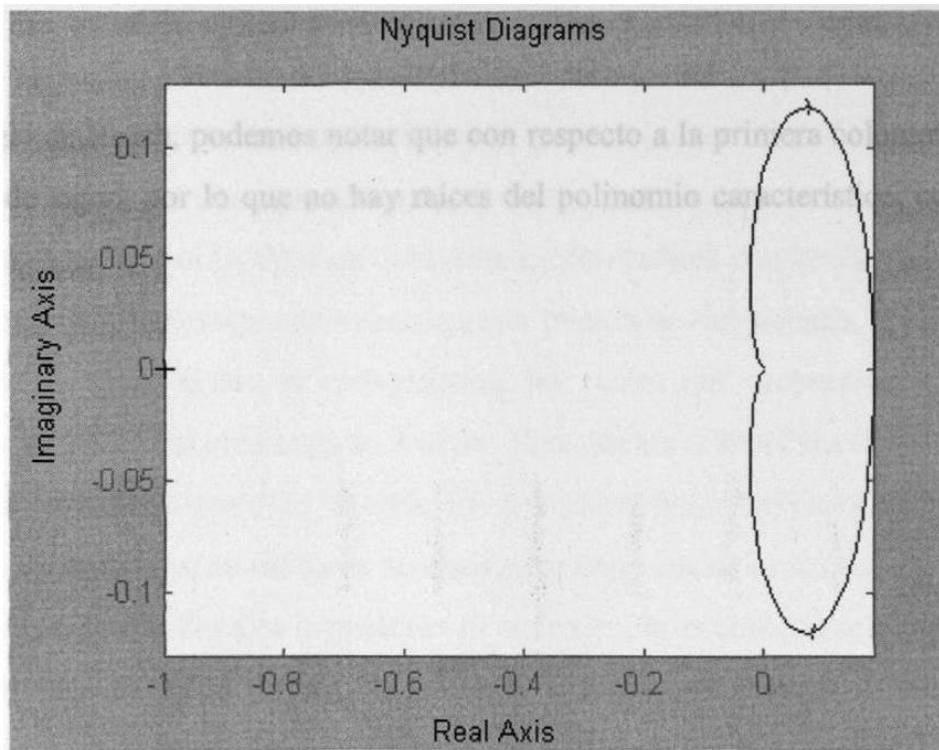


Figura 5.4

De la función de transferencia, ecuación (5.50) y utilizando el método de Routh, tenemos, el siguiente polinomio característico:

$$F(s) = 767.49 s^2 + 55.62 s + 1.1829 = 0 \quad (5.51)$$

Se agrupan los coeficientes de la ecuación, en filas y columnas:

$$\begin{array}{rcc} S^2 & 767.49 & 1.1829 \\ S^1 & 55.62 & 0 \\ S^0 & 1.1829 & \end{array} \quad (5.52)$$

Del arreglo de Routh, podemos notar que con respecto a la primera columna, no existen cambios de signo, por lo que no hay raíces del polinomio característico, con parte real positiva.

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

La estabilidad de un sistema lineal se puede obtener tanto de su representación entrada-salida como en su representación en variables de estado.

La solución homogénea de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes de sistemas SISO corresponde a la respuesta transitoria del sistema, y esta gobernada por las raíces de la ecuación característica, las cuales nos proporcionan información suficiente para saber si el sistema es estable. Para que un sistema sea estable, se dice por definición, que *el sistema es estable de entrada-acotada/salida-acotada (BIBO), o simplemente estable, si su salida es acotada para una entrada acotada.*

Para sistemas lineales invariantes en el tiempo, la estabilidad se puede determinar al verificar la ubicación de las raíces de la ecuación característica del sistema o el determinante de $(sI - A)$ de la matriz de transferencia. Una condición necesaria y suficiente para que el sistema sea estable es que las partes reales de las raíces de la ecuación característica sean negativas o equivalentemente, los valores propios de la matriz A , tengan parte real negativa, esto es, que se localicen en el semiplano izquierdo del plano s .

El análisis desarrollado bajo el dominio de la frecuencia, consta de métodos gráficos que analizan el comportamiento del sistema de lazo cerrado a partir de su función de lazo abierto; por ejemplo el criterio de Nyquist provee información sobre la diferencia entre el número de polos y ceros de la función de transferencia en lazo cerrado que están en el semiplano derecho del plano s mediante la observación del comportamiento de la gráfica de Nyquist de la función de transferencia de lazo abierto. Para el caso de los diagramas de Bode, se puede analizar la estabilidad a partir de las

gráficas de magnitud y fase en decibels y grados respectivamente de la función de transferencia de lazo abierto en función de la frecuencia.

Ahora bien, en el espacio de los coeficientes, tenemos el criterio de Routh-Hurwitz, o la tabla equivalente de Routh, donde el problema de estabilidad se centra en los cambios de signo o se transforma a un problema de positividad de un polinomio, respectivamente. Para esto, en el criterio de Routh-Hurwitz, prueba si cualquiera de las raíces de la ecuación característica está en el semiplano derecho del plano s , este es un método algebraico que proporciona información sobre la estabilidad absoluta de un sistema lineal e invariante en el tiempo que tiene una ecuación característica con coeficientes constantes. La tabla equivalente de Routh propuesta por el Dr. Cesar Elizondo, determina estabilidad robusta de sistemas lineales invariantes en el tiempo, de múltiple entrada y múltiple salida, originando con esto polinomios característicos que pueden tener incertidumbre paramétrica.

Los métodos gráficos aparte de proporcionarnos información acerca de estabilidad absoluta, también podemos obtener información sobre estabilidad relativa. Por lo que para fines prácticos de diseño, es conveniente apoyarse con alguno de estos métodos gráficos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Barmish B. Ross, **New Tools for Robustness of Linear Systems**, Macmillan Publishing Company, 1994.
- [2] Borrie A. John, **Modern Control Systems a Manual of Design Methods**, Prentice Hall, 1986.
- [3] Brogan L. William, **Modern Control Theory**, Third Edition Prentice Hall
- [4] Chen C.T. **Linear System Theory and Design**.
- [5] D'azzo J. John, Constantine H. Houpis, **Linear Control System Analysis and Design**
- [6] Distefano, Stubberud y Williams; **Retroalimentación y sistemas de control**, segunda edición, Mc Graw Hill.
- [7] Elizondo Cesar, **Estabilidad y Controlabilidad Robusta de Sistemas Lineales con Incertidumbre Multilineal**. 1999.
- [8] Evans R. W. **Graphical Analysis of Control Systems**, Transactions AIEE, vol. 67 1948 *.
- [9] Eveleigh W. Virgil , **Control Systems Design**, Mc Graw hill, 1972 *
- [10] Johnson R. Johnny & David E. Johnson, **Linear System Analysis**, 1981, Krieger.
- [11] Kreyszig Erwin, **Matemáticas Avanzadas para Ingeniería**, Limusa, 1990.
- [12] Kuo C. Benjamin, **Sistemas de Control Automático**, Prentice Hall, Séptima Edición.
- [13] Kwakernaak Huibert, Okko H. Bosgra, **Design Methods for Control Systems**, Dutch Institute of Systems and Control, Winter term 1997-1998
- [14] Leigh R. J. **Control Theory a guided tour**
- [15] Mikhailov A. **Method of Harmonic Analysis in Control Theory**, *Automatika i Telemekhanika*, Vol. 3, pp. 27-81, 1938.
- [16] Murphy J. Gordon, **Basic Automatic Control Theory**, D. Van Nostrand
- [17] Ogata Katsuhiko, **Ingeniería de Control Moderna**, Prentice Hall, Segunda Edición.

- [18] Raven H. Francis, **Automatic Control Engineering**, Cuarta Edición, Mc. Graw Hill
- [19] Rodríguez Ávila Jesús, **Introducción a la Ingeniería del control Automático**, Mc Graw Hill, 1998.
- [20] Shinnars M. Stanley, **Modern Control System Theory and Application**, Segunda Edición, Addison Wesley.
- [21] Smith A. Carlos and Armando B. Corripio, **Principles and Practice of Automatic Process Control**, J. Wiley, Segunda Edición
- [22] <http://www.brunel.ac.uk/~emstrsp/mn2007a/mn200034.htm> MN2007A: Linear Systems and Control
©Dr. R. S. Powell, January 12, 1999.

LISTADO DE TABLAS

Tabla 3.1	Valores de magnitud y ángulo, para la ecuación (3.41)	59
Tabla 5.1	Mediciones de campo de los tanques de nivel	89

LISTADO DE FIGURAS

Figura 2.1 Diagrama de bloques de las ecuaciones (2.8) y (2.9)	13
Figura 2.2 Regiones de estabilidad	23
Figura 3.1 Características de respuesta en frecuencia de la ecuación (3.6)	28
Figura 3.2 Ejemplo de gráficas polares	29
Figura 3.3 Algunos polos y ceros arbitrarios de la ecuación (3.10)	33
Figura 3.4 Trayectoria de Nyquist	34
Figura 3.5 (a) Plano $1 + GH$. (b) Plano GH	35
Figura 3.6 Plano GH estable	35
Figura 3.7 Trayectoria O, Q	38
Figura 3.8 Márgenes de fase y ganancia para sistemas estables e inestables	41
Figura 3.9 Márgenes de módulo y de retraso	42
Figura 3.10 Grafica de Bode de una constante	44
Figura 3.11 Gráfica de Bode de factores de integración	46
Figura 3.12 Gráfica de Bode de factores de diferenciación	47
Figura 3.13 Gráfica de Bode de un término de primer orden con retardo de fase	48
Figura 3.14 Gráfica de Bode de un término de primer orden de adelanto de fase	49
Figura 3.15 Gráfica de Bode de un término cuadrático de atraso de fase	52
Figura 3.16 Sistema con retroalimentación unitaria	54
Figura 3.17 Carta de Nichols	57
Figura 3.18 Carta de Nichols de la ecuación (3.41)	59
Figura 3.19 $\theta_i(\omega)$ es una función estrictamente creciente de ω	60
Figura 4.1 Magnitudes y ángulos de la ecuación (4.30)	73
Figura 4.2 Lugar geométrico de las raíces para la ecuación (4.35)	78
Figura 5.1 Control de nivel de tres tanques	81
Figura 5.2 Coeficiente de la Válvula (C_v)	90
Figura 5.3 Diagrama de Bode de la ecuación (5.50)	93

Figura 5.4 Diagrama de Nyquist de la ecuación (5.50)

GLOSARIO

<i>SISO</i>	Single Input Single Output
<i>MIMO</i>	Multi Input Multi Output
<i>FCVF</i>	Forma Canónica en Variables de Fase
<i>FCC</i>	Forma Canónica Controlable
<i>BIBO</i>	Bounded Input Bounded Output
<i>G(s)</i>	Función de Transferencia
<i>Y(s)</i>	Transformada de Laplace de $y(t)$
<i>U(s)</i>	Transformada de Laplace de $u(t)$
$y(t)$	Variable de salida del sistema en función del tiempo
$u(t)$	Variable de entrada del sistema en función del tiempo
a_n, b_m	Coefficientes constantes
$x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$	Variables de estado
$\dot{x}_1(t); \dot{x}_2(t), \dots, \dot{x}_n(t)$	Ecuaciones de estado
<i>A</i>	Matriz de estado de la ecuación lineal invariante en el Tiempo con coeficientes constantes
<i>B</i>	Matriz de entrada con coeficientes constantes
<i>C</i>	Matriz de salida con coeficientes constantes
<i>D</i>	Matriz de transmisión directa con coeficientes constantes
$\phi(t)$	Matriz de transición de estado
<i>I</i>	Matriz identidad
ω_ϕ	Frecuencia del cruce de ganancia o frecuencia del margen de fase
ω_ϕ	Frecuencia del cruce de fase o frecuencia de margen de ganancia
ω_p	Frecuencia de resonancia del sistema
s_m	Margen de módulo
τ_m	Margen de retraso

ζ	Factor de amortiguamiento
τ	Constante de tiempo
ϕ	Ángulo de fase
$M(\omega)$	Componente de magnitud de la función de transferencia
$\alpha(\omega)$	Componente de fase de la función de transferencia
M_p	Valor máximo de magnitud
C_v	Coefficiente de la válvula
ρ	Densidad del agua
$h(t)$	Nivel del tanque
$f(t)$	Flujo del líquido a través de las válvulas
τ	Constante de tiempo

APENDICE A

DETERMINACION DE LAS RAICES DE LA ECUACION CARACTERISTICA

Dada la importancia que tiene conocer las raíces de la ecuación característica, debido a que proporcionan información importante en el comportamiento de un sistema, como lo es el saber su condición de estabilidad, en esta sección mencionamos métodos que nos ayudan a conocer dichas raíces, sin importar el orden del polinomio. En la determinación de respuesta en el tiempo de un sistema, después de suministrar una entrada, es necesario determinar las raíces de la ecuación característica que gobiernan al sistema; esta ecuación puede ser de orden n . Existen varios métodos enfocados en determinar las raíces de dicha ecuación, aquí haremos mención solo de algunos. La fórmula cuadrática general es una de ellas y aunque existe una fórmula similar para la solución de un sistema de tercer orden, resulta ser más compleja. Los métodos que a continuación se presentan pueden resolver fácilmente sistemas tanto de tercer orden como de orden n .

A.1 Método de repetición

El método de repetición aproxima la determinación de las raíces reales. Para esto, consideremos:

$$F(s) = s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_{n-2}s^2 + a_{n-1}s + a_n = 0$$

Entonces si q es una raíz de esta ecuación,

$$q = \beta(q) = -1/a_{n-1}(q^n + a_1q^{n-1} + \dots + a_{n-2}q^2 + a_n)$$

si s_1 es una buena aproximación para la raíz, entonces $s_2 = \beta(s_1)$ es una mejor aproximación, siempre que $|\beta'(s)| < 1$ en la vecindad de q . Para ejemplificar este método, tomemos la siguiente ecuación:

$$F(s) = s^3 + 5s^2 + 8s + 5 = 0$$

Una primera aproximación a una raíz es obtenida, notando que:

$$F(-2) = 1$$

y

$$F(-3) = -1$$

Por lo tanto, s_1 se considera que sea -2.5 . Para la función dada,

$$\beta(s) = -\frac{s^3 + 5s^2 + 5}{8}$$

$$\beta'(-2.5) = -0.78$$

Las aproximaciones sucesivas convergerán alrededor de la raíz. Las aproximaciones sucesivas son:

$$s_1 = -2.5$$

$$s_2 = -\frac{(-2.5)^3 + 5(-2.5)^2 + 5}{8} = -2.58$$

$$s_3 = -2.64$$

·
·
·

$$s_7 = -2.74$$

$$s_8 = -2.75$$

$$s_9 = -2.75$$

Por lo tanto,

$$q \approx -2.75$$

A.2 Método de Horner

Las raíces reales de la ecuación característica de orden n pueden ser determinadas para cualquier grado de exactitud utilizando el método de Horner, el cual consiste de transformaciones repetidas de una ecuación en las raíces de otra ecuación del cual difieren de aquellas de la ecuación original por una constante. El método de Horner está basado en los siguientes dos teoremas que conciernen al polinomio $F(s)$ de grado n , con coeficientes reales constantes.

1. Si $F(a) < 0$ y $F(b) > 0$ entonces un número impar de raíces reales de la ecuación

$$F(s) = 0$$

permanecen en el intervalo entre a y b

2. Si

$$F(s) = a_0s^n + a_1s^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

si la división de $F(s)$ por $s - h$ produce un cociente $Q_1(s)$ y un residuo R_1 , si la división de $Q_1(s)$ por $s - h$ produce un cociente $Q_2(x)$ y un residuo R_2 , y así sucesivamente hasta que una constante, Q_n es obtenida como coeficiente final, y si el último cociente y los residuos son usados para formar la ecuación:

$$Q_n u^n + R_{n-1} u^{n-1} + R_{n-2} u^{n-2} + \dots + R_2 u + R_1 = 0,$$

Entonces las raíces de esta ecuación son h menos que aquellas de la ecuación original

$$F(s) = 0$$

esto es,

$$u = s - h$$

Podemos ilustrar este método bajo el siguiente ejemplo. Sea:

$$F(s) = s^3 + s - 12 = 0$$

Por el primer teorema, se determina que una raíz real se encuentra entre 2 y 3.

Dividiendo $F(s)$ por $s - 2$ repetidamente nos da:

1	0	1	-12	2	
	2	4	10		
1					
	2	5	-2		
	2	8			
1					
	4	13			
	2				
1					
	6				

Por lo tanto, la primera ecuación transformada es:

$$u_1^3 + 6u_1^2 + 13u_1 - 2 = 0$$

Las raíces de esta ecuación permanecen entre 0 y 1. Para este valor, por lo tanto u_i^3 y u_i^2 son pequeñas comparadas con u_i y 2. El próximo dígito en la raíz puede ser aproximado resolviendo:

$$13u_i - 2 = 0$$

el cual revela que la solución es del orden de 0.1. Utilizando la división sintética se puede determinar si la raíz permanece entre 0.1 y 0.2:

1	6	13	-2	0.2
	0.2	1.24	2.848	
1	6.2	14.24	0.848 > 0	
1	6	13	-2	0.1
	0.1	0.61	1.361	
1	6.1	13.61	-0.639 < 0	

Se observa que la raíz se encuentra entre 0.1 y 0.2. Continuando con el segundo proceso de la división sintética de arriba, nos da la segunda ecuación transformada de:

$$u_2^3 + 6.3u_2^2 + 14.23u_2 - 0.639 = 0$$

resolviendo $14.23u_2 - 0.639 = 0$, nos da 0.04 para el siguiente intento. Tenemos entonces:

1	6.3	14.23	-0.639	0.05
	0.05	0.3175	0.7273	
1	6.35	14.5475	0.0883 > 0	
1	6.3	14.23	-0.639	0.04
	0.04	0.2536	0.579	
1	6.34	14.4836	-0.060 < 0	
	0.04	0.2552		

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 6.38 \quad 14.7388 \\
 \quad \quad 0.04 \\
 \hline
 1 \quad 6.42
 \end{array}$$

De esta manera, se encuentra que la raíz de la segunda ecuación transformada se encuentra entre 0.04 y 0.05 y que la tercera ecuación transformada es :

$$u_3^3 + 6.4u_3^2 + 14.7388u_3 - 0.060 = 0$$

El proceso puede continuar, dependiendo del grado de exactitud que se requiera, sin embargo, hasta este momento notamos que la solución es:

$$s = 2.14$$

APENDICE B

SISTEMAS DE CONTROL CON MATLAB

B1 Gráficas de Bode y Nyquist

```

%Función de transferencia de lazo abierto
P=[0 -1 -5];
num=5;
den=poly(P);
%Especificar el rango de w de interés para las graficas de
Bode
w=logspace(-1,2,200);
[mag,phase]=bode(num,den,w);
%Obtener la gráfica de Bode
subplot(2,1,1)
semilogx(w,20*log10(mag))
%Ajuste los límites de los ejes
axis([0.1,100,-40,20]);
hold off
%Etiquetar los ejes y mostrar la gráfica en pantalla
title('Example'),xlabel('omega(rad/sec)'),ylabel('dB'),grid
subplot(2,1,2)
semilogx(w,phase)
%Ajuste los ejes
axis([0.1,100,-270,0]);
%Dibuja una línea en fase=-180°

```

```

hold on
semilogx([0.1 100], [-180 -180])
hold off
xlabel('omega (rad/sec) '), ylabel('Grados'), grid
%prtsc
pause
%
%Obtener la gráfica de Nyquist
clf
w=logspace(log10(0.5), log10(20), 200);
nyquist(num, den, w);
hold on
num=50;
nyquist(num, den, w);
hold off
axis([-2 0 -0.8 0.8]);
%prtsc

```

B2 Comandos de Matlab

Creación de modelos LTI

- ss** – Crea un modelo en el espacio de estado .
- zpk** – Crea una ganancia de modelo cero/polo.
- tf** – Crea un modelo de la función de transferencia.
- filt** – Especifica un filtro digital.
- set** – Ajusta/modifica propiedades de los modelos LTI.
- ltiprops** – Propiedades de los sistemas LTI.

Extracción de información

- ssdata** - Extrae matrices de espacio de estado.
- zpkdata** – Extrae información de ganancia/cero/polo.

tfdata – Extrae numerador y denominador.

get – Acceso valores de propiedades de modelos LTI.

Características del modelo

class – Tipo del modelo ('ss', 'zpk', or 'tf').

size – Tamaños de los modelos.

ndims – Número de dimensiones.

reshape – Rehacer modelo de registros de LTI.

isempty – Confirmación de matrices vacías de modelos LTI.

isct – Checa si el modelo del sistema LTI es un sistema de tiempo continuo.

isdt – Confirma modelos para tiempo discreto.

isproper – Confirma si los modelos LTI son propios.

issiso – Confirma para sistemas SISO.

isa – Confirma si el modelo LTI es del tipo dado.

Conversiones

ss - Conversión a espacio de estado.

zpk – Conversión a ganancia/polo/cero.

tf - Conversión a función de transferencia.

c2d – Conversión de continuo a discreto.

d2c – Conversión de discreto a continuo.

Operaciones aritméticas

+ y **-** - Suma y resta sistemas LTI (conexión paralela).

***** - Multiplicación de sistemas LTI (conexiones en serie).

**** - División izquierda -- $\text{sys1} \backslash \text{sys2}$ significa $\text{inv}(\text{sys1}) * \text{sys2}$.

/ - División derecha -- $\text{sys1} / \text{sys2}$ significa $\text{sys1} * \text{inv}(\text{sys2})$.

^ - Modelo de potencias LTI.

[.] – Concatenación Horizontal/vertical de sistemas LTI.

cat – Concatenación de registros LTI.

inv – Inversa de un sistema LTI.

Modelos dinámicos

pole, eig – Sistema de polos.

zero - Sistema (transmisión) de ceros.

pzmap - Mapa de polos y ceros.

dcgain – Ganancia (baja frecuencia) D.C.

norm - Normas de sistemas LTI.

covar – Covarianza de respuesta al ruido blanco.

damp - frecuencia natural y amortiguamiento de sistemas de polos.

esort – Seleccionar polos continuos por parte real.

dsort – Seleccionar polos discretos por magnitud.

State-space models

rss,drss – Modelos de espacio de estados estables aleatorios.

ss2ss – Transformación de coordenadas de estado.

canon – Formas canónicas de espacio de estados.

ctrb, obsv – Matrices de controlabilidad y observabilidad.

gram – Gramianos de controlabilidad y observabilidad.

ssbal – Balance diagonal de realizaciones de espacio de estado.

balreal – Balance entrada/salida base-Gramiano.

modred – Reducción de modelos de estado.

minreal – Realización mínima y cancelación polo/cero.

augstate – Aumento de salida por anexo de estados.

Respuesta en el tiempo

step – Respuesta escalón.

impulse – Respuesta impulso.

initial – Respuesta de sistemas de espacio de estados con estado inicial dado.

lsim – Respuesta a entradas arbitrarias.

ltiview – Análisis de respuesta GUI.

gensig – Generación de señal de entrada por LSIM.

stepfun – Generación entrada escalón unitario.

Respuesta en frecuencia

bode – Gráfica de Bode de respuesta en frecuencia.

sigma – Gráfica de frecuencia de un valor singular.

nyquist – Gráfica de Nyquist.

nichols – Carta de Nichols.

ltiview – Análisis de respuesta GUI.

evalfr – Evaluación de respuesta en frecuencia en una frecuencia dada.

freqresp – Respuesta en frecuencia sobre una red de frecuencia.

margin – Márgenes de ganancia y fase.

Interconexión de sistemas

append – Grupo de sistemas LTI por anexos de entrada y salida.

parallel – Conexión paralela generalizada.

series – Conexión en serie generalizada.

feedback – Conexión en retroalimentación de dos sistemas.

lft – Interconexión de retroalimentación generalizada.

connect – Derivación de un modelo de espacio de estado de la descripción de un diagrama de bloque

Herramientas de diseño clásico

rlocus – Evans, lugar geométrico de las raíces.

rlocfind – Determinación interactiva de la ganancia en el lugar de las raíces.

rltool – Diseño del lugar de las raíces GUI.

acker – Colocación de polos SISO.

place – Colocación de polos MIMO .

estim – Forma del estimador dada la ganancia del estimador.

reg – Forma del regulador dada la retroalimentación de estado y ganancias del estimador.

Herramientas de diseño LQG

lqr,dlqr – Regulador de retroalimentación de estado lineal cuadrático (LQ).

lqry – Regulador LQ con peso en la salida.

lqrd – Regulador LQ discreto para plantas continuas.

kalman – Estimador de Kalman .

kalmd – Estimador discreto de Kalman para plantas continuas.

lqgreg – Forma del regulador LQG dada la ganancia LQ y el estimador de Kalman.

Solución de ecuación de matrices

lyap – Solución continua de la ecuación de Lyapunov.

dlyap – Solución discreta de la ecuación de Lyapunov.

care – Solución continua de la ecuación algebraica de Riccati.

dare – Solución discreta de la ecuación algebraica de Riccati.

Demostraciones

ctrldemo – Introducción a los sistemas de control (Toolbox).

diskdemo – Diseño digital del controlador de un disco duro.

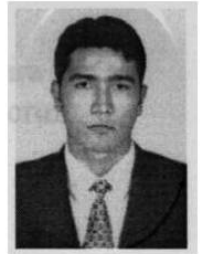
kalmdemo – Diseño y simulación del filtro de Kalman.

AUTOBIOGRAFIA

DATOS PERSONALES

Nombre: Pedro Francisco Alor Sandoval
Teléfono Celular: +52 (8) 260 94 16
Email: pedro.alor@kellogg.com
Estado Civil: Soltero
Edad: 27
Fecha de Nacimiento: 16 de Marzo de 1974
Lugar de Nacimiento: Veracruz, ver
Nacionalidad: Mexicana
Residencia Actual: Ciudad Real #6606 Hacienda Santa Clara
 C.p 64346. Monterrey, Nuevo León

edad



OBJETIVO PROFESIONAL

Superación personal a través del esfuerzo diario dentro de una organización que contribuya al éxito continuo para el beneficio de la misma y de la comunidad; proporcionando mi mayor esfuerzo y colaborando con el conocimiento propio para el logro del objetivo común.

Dentro de mis líneas de interés personal se encuentran; Area de ingeniería, Control y Automatización, Evaluación de proyectos, Planeación, Diseño, Control de procesos, entre otros.

FORMACION EDUCATIVA

Postgrado: Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica
Especialidad: Control
Institución: Universidad Autónoma de Nuevo León
Estatus: Finalización en Enero del 2000
Inicio: Agosto de 1997

Carrera Profesional: Ingeniería Mecánica Eléctrica
Institución: Universidad Autónoma de Veracruz
Estatus: Título Profesional
Periodo: Agosto de 1991 a Junio de 1996

ACTIVIDADES EXTRA ACADEMICAS

- Diploma por la participación en el Seminario-Taller de *Manufactura de Clase Mundial MCM* (14 de Junio del 2000, Linares, N.L.)
- Diploma por la participación en el Seminario-Taller de *Mantenimiento Productivo Total TPM* (Julio 2000, Linares, N.L.)
- Constancia de participación en el curso " *Interpretación de la Norma ISO 9001* " (Julio de 1998, Cd. DEL CARMEN).
- Diploma de Programador Analista (Enero de 1995 a Enero de 1997 en la ciudad de Veracruz) CCPG.

AUTOBIOGRAFIA

- Diploma del curso AutoCad Básico (01 al 04 de Abril de 1997 en la ciudad de Veracruz) CCPG.
- Diploma del XXV Simposium Nacional de Metodología, Técnicas y Materiales para la Enseñanza del Idioma Inglés (17 al 20 de Abril de 1997 en la ciudad de Veracruz) ADEMI.
- Constancia de asistencia al 2° y 3° congreso Estatal de Calidad (27 de Octubre de 1995 y 30 de Octubre de 1996 respectivamente, en la ciudad de Veracruz).
- Constancia del Séptimo nivel del curso Básico de Inglés Conversación, en la Facultad de Idiomas de la U.V. (Enero de 1995 a Abril de 1995).
- Diploma del curso Paradox (01 al 04 de Noviembre de 1995 en la ciudad de Veracruz) CCPG.
- Diploma del 4° Congreso Nacional de Máquinas Eléctricas Rotatorias y 3° Simposium Internacional de Ingeniería Eléctrica (9 al 11 de Noviembre de 1994 en la ciudad de Veracruz).
- Diploma de los cursos de Upper Intermediate en el centro de enseñanza de Idiomas Extranjeros, de la Universidad Veracruzana (Junio de 1993 a Diciembre de 1993).
- Diploma de Inglés del Instituto Franklin de Veracruz (Enero de 1991 a Enero de 1993).

EXPERIENCIA PROFESIONAL

- Abril 2000 hasta la fecha "Gollek Interamericas"
 - Jefe de Producción: Arranque de planta, Implementación de procedimientos operacionales, implementación de puestos y roles, programas de capacitación, asegurar el cumplimiento al programa de producción, Implementación y mantenimiento a los sistemas de manufactura (JIT, TPM, TQM, ATPT, OAE, etc.), Implementación y mantenimiento de los proyectos de mejora continua de OAE., búsqueda continua de reducción de costos, control de parámetros de proceso, asegura el MP al equipo, capacitación técnica (análisis de fallas, ajuste de maquinaria), balance de proceso, control de personal (Time & Attendance Kronos).
- Mayo de 1997 a Agosto de 1997 "Alconsa" Veracruz, ver.
 - Supervisor en el área de mantenimiento predictivo y correctivo.
 - Programador de actividades a realizar en el día en el área de mantenimiento.
 - Actualización de archivos a nuevos Software.
- Septiembre de 1995 a Marzo de 1996 "Grant Prideco" Veracruz, ver.
 - Elaboré mi servicio social en el Area de Mantenimiento Mecánico.
 - Estuve en el área de Mantenimiento Predictivo y correctivo.
 - Traducción del Inglés al Español del manual del Compresor marca Joy.

HABILIDADES

- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| - Inglés 90% Oral y Escrito | - Factory floor |
| - Windows 98, Windows NT | - PLC 500 A-B |
| - Matlab | - Osciloscopio |
| - Programación en lenguaje C | - Multímetro |
| - Programación en Turbo Pascal | - Megger |
| - Microsoft Office | - Domino A-300, Macrojet. |



