SINTESIS

El contenido de esta tesis, el cual fue elaborado con el objetivo de servir como apoyo en la investigación, entendimiento, operación y mantenimiento de los álabes de turbomaquinas, se describe a continuación.

El **capitulo #2** trata de la dinámica del flujo de un fluido, ya que los motores, compresores, turbinas de vapor utilizan fluidos en estado gaseoso como medio de trabajo para su funcionamiento, una comprensión básica de la dinámica de los gases es esencial.

El análisis del flujo de un fluido, debe comprender y satisfacer cuatro leyes:

1. Conservación de masa.
2. Segunda Ley de Newton.
3. Conservación de energía (primera Ley de la termodinámica).
4. Segunda Ley de la termodinámica.

La aplicación y comprensión de estas leyes es esencial para el análisis del flujo de un fluido.

Otro de los puntos tratados en este capitulo es la velocidad sónica donde se tratan los disturbios que ocasiona cambio de presión en un fluido compresible. Los disturbios se propagan a la velocidad del sonido, cuando ocurren intensos disturbios, la onda de choque, se puede propagar a varias veces la velocidad del sonido. Esto es similar a la propagación de ondas de sonido. En este punto también se observa el número de Mach, el cual es un número adimensional que expresa la relación de la velocidad de un fluido a la velocidad del sonido en el mismo fluido. El número de Mach es un importante parámetro de flujo para estudiar el comportamiento de las ondas de choque. Donde el flujo de alta velocidad esta comúnmente en contacto con tuberías, compresores, aviones jet, cohetes y turbinas de vapor y gas. Los efectos de compresibilidad, de disturbios de una desaceleración del gas, de una velocidad supersónica a una subsónica, son consideraciones importantes para el diseño de cualquier aparato mencionado anteriormente. Así mismo se trata la importancia de conocer los efectos de las ondas de choque normal, tipos de propagación de la onda normal, así como, los efectos de las mismas que pueden ser, débiles y fuertes, resaltando aquí el número y ángulos de Mach. También observamos la importancia que tiene el conocer las líneas de: Mach, Fanno y Rayleigh, y las funciones de Prandtl-Meyer para el análisis de un gas perfecto y otras sustancias en especial el vapor de agua.

También trata acerca de las propiedades de estancamiento, para un gas. Se observa que la entalpía de estancamiento es una función de la temperatura de estancamiento y presión de estancamiento. Por lo que la temperatura de estancamiento excede la temperatura estática por el equivalente de temperatura de la velocidad.

Otro tema es el número de Reynolds, que al igual que el número de Mach, el número de Reynolds es otro parámetro importante del flujo de un fluido. El número de Reynolds es definido como la relación de fuerzas inerciales a las fuerzas viscosas actuando sobre un fluido en movimiento. El número de Reynolds es adimensional. Para un flujo de gas, las fuerzas principales son la fuerza de inercia y la viscosidad.

También comprende las fricciones de un fluido compresible con transferencia de calor en un pasaje de sección uniforme. Donde el flujo en compresores, turbinas de vapor y gas y ductos bajo condiciones normales pueden ser asumidas como adiabáticas con errores despreciables. En el caso de combustibles regeneradores, e interenfriadores tal suposición no es válida. El término transferencia de calor se refiere al calentamiento o enfriamiento del medio del flujo por un sistema externo. La transferencia de masa del combustible se considera, como muy pequeña.

El estudio del efecto de transferencia de calor entre un gas que fluye y sus alrededores, algunas suposiciones son hechas para simplificar las relaciones. Estas suposiciones son:

1. Ningún trabajo externo es hecho por el gas
2. El flujo no tiene fricción.
3. El gas es ideal.
4. El pasaje del flujo es de sección de cruce uniforme.
5. El gas no tiene superficie, y por lo tanto las fuerzas de gravedad no están presentes.

Por último, se habla del álabe de propulsión que es una forma aerodinámica limitada principalmente por dos curvas y cuya longitud y anchura son muy grandes comparadas con su espesor. El álabe de propulsión debe ejercer una fuerza en el gas o vapor igual y opuesta a la reacción ejercida por el gas o vapor en el álabe. Estas fuerzas se expresan en términos de fuerza por unidad proyectada en un área a presión estática.

La fuerza resultante ejercida sobre el álabe de propulsión consiste en dos componentes, uno que es el levantamiento y la normal de la dirección de la velocidad de aproximación. El otro componente es el arrastre, que es paralelo a la dirección de velocidad de aproximación.

En el **capitulo #3** se encuentran las herramientas Termodinámicas necesarias para analizar el flujo de fluidos a través de álabes fijos y móviles. Cabe aclarar que los dos

tipos de álabes que se instalan en una turbina de vapor reciben el vapor sobrecalentado, saturado y algunos pasajes en estado de mezcla termodinámica, en la parte de baja presión en sus últimos álabes, entonces, en estas máquinas se aplican los fundamentos de la Dinámica de los Fluidos, de los medios Mono y Bifásicos.

Se debe tener principal atención al caso complicado en el cual actúa el flujo de fluido en dos fases, es decir, el cálculo de los álabes que trabajan con vapor húmedo, se usan las ecuaciones generalizadas y en la mayoría de los rodetes los álabes funcionan con vapor al 100%, por lo que se trata con las ecuaciones simplificadas. Las herramientas termodinámicas más importantes son:

1. - Ecuación de estado.
2. - Ecuación de continuidad.
3. - Ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento.
4. - Ecuación de conservación de la energía.

Para la mayoría de los cálculos prácticos se considera que la fluencia del medio es estacionaria, estable, es decir, se acepta que todos los parámetros de flujo no varían en el tiempo y que la corriente es unidimensional. Sin embargo, cabe aclarar que los parámetros si varían con el tiempo y por ende, la variación se presenta en el espacio, estado no estacionario pulsaciones de las velocidades, presiones, temperaturas, interacciones complicadas de las fases, por lo que la dinámica del fluido, de flujos reales se tiene una complicación considerable, teniendo que recurrir en gran escala a los resultados de las investigaciones experimentales y se emplea la combinación de coeficientes experimentales y de los modelos matemáticos simplificados permitiendo así, obtener resultados bastante fidedignos.

La ecuación de estado se aplica con la ayuda de las tablas y diagramas de las propiedades termodinámicas, en la mayoría de las veces el diagrama (***h-s***), para simplificar su aplicación.

Debido a que estas ecuaciones para gases y vapores reales, sobre todo en las partes donde están presentes las dos fases son bastante complicadas e incómodas para los cálculos prácticos y, en algunos casos, incluso para la solución por medio de la computadora.

Es necesario subrayar que las tablas y diagramas termodinámicos, reflejan las relaciones mutuas entre los parámetros solo para el estado de equilibrio del medio, mientras que los procesos que fluye rápidamente, estas correlaciones se pueden alterar sustancialmente. Estas ecuaciones con aplicación al medio de dos fases, se consideran algunas simplificaciones del cuadro real de la corriente y debe considerarse la discontinuidad del principio del medio y los procesos de intercambio Másico, de Energía, y de la cantidad de movimiento, que tiene lugar en él. El medio consta de las fases continuas de vapor y liquido para las cuales se le puede aplicar el Cálculo Diferencial.

Cabe aclarar que todo el proceso de intercambio entre las fases depende considerablemente de las dimensiones y de la forma de la partícula liquida, para determinar la correlación entre las velocidades de fase, trayectorias y otros parámetros.

Para obtener la ecuación de la continuidad es la simplificación de la ecuación de Bernoulli, para determinarla se aplica el principio de la conservación de la masa, que establece que la masa en cualquier proceso no se puede crear ni destruir simplemente sufrirá una transformación pero ésta permanecerá constante.

Esta ecuación en su forma más general es una Ecuación Diferencial parcial que varia con el tiempo y el espacio, por lo que su aplicación es bastante complicada, sobre todo cuando se considera el sistema en dos fases, pero que, con las consideraciones establecidas: un volumen de control, flujo estacionario, unidimensional, una sola fase sin tomar en cuanta velocidad de transición entre fases, velocidad a la que ocurre la evaporación o condensación según sea el caso, densidad parcial de la fase de vapor, grado de sequedad verdadero y de consumo del vapor (obtenido en tablas o diagramas

termodinámicos de equilibrio), coeficiente de deslizamiento que es una relación entre la fase liquida y de vapor, las fases de vapor y liquido en el espacio dado están separadas y cada una de ellas en su volumen de control se simplifica bastante y su aplicación más sencilla. La ecuación general se aplica en el caso general de fluencia del medio en una y dos fases, en presencia de intercambio de calor y másico, de rozamiento y deslizamiento de fases.

Para obtener la ecuación de la continuidad de movimiento se considera como base fundamental la segunda Ley del movimiento de Newton que establece que una fuerza ejercida sobre un cuerpo en un cierto instante es igual a la razón de variación de la cantidad de movimiento del cuerpo en ese instante. Para este propósito se aplica el concepto antes mencionado, así como, las consideraciones mencionadas en la ecuación de la continuidad.

En la aplicación a un volumen elemental de control, que se mueve en el medio formado por dos fases, el principio para determinar la ecuación de la conservación de la energía, puede formularse de la manera siguiente: la variación de la energía total del medio en el elemento separado y de la energía cedida o asimilada por este medio como consecuencia de las transiciones de fase durante cierto intervalo de tiempo, es igual a la suma de las potencias de las fuerzas másicas y superficiales, tomando en consideración, la cantidad de calor suministrado desde fuera al medio en el elemento separado (volumen de control). Aplicando el principio de la conservación de la energía que dice, la energía no puede ser creada ni destruida (primera ley de la termodinámica). Al hacer las mismas consideraciones para la ecuación de la continuidad y haciendo uso de ella, esta ecuación se simplifica y su aplicación resulta ser más sencilla.

El **capitulo #4** contempla principalmente las relaciones para determinar los parámetros que regulan las dimensiones de los álabes en el cual se considera más conveniente la velocidad isoentrópica que la velocidad real, la velocidad isoentrópica se calcula por medio de la variación de entalpía del vapor que entra y sale de la turbina, esta variación es menor en las turbinas de gas que en las de vapor. Para mejorar la

eficiencia las turbinas de vapor se construyen de varias etapas. Las turbinas de gas, aunque la variación es menor también se construyen de varios escalones.

La distribución de la entalpía en cada uno de los escalones, en las turbinas de etapas múltiples, origina una serie de ventajas que permiten alcanzar un alto rendimiento en ambas turbinas.

Ventajas principales de las turbinas múltiples:

1. Empleando un número considerable de escalones para cada etapa, la variación de entalpía es pequeña tal que, a velocidades circunferenciales moderadas se asegura el valor óptimo de la relación de velocidad periférica y la del vapor a la salida de los álabes.
2. La reducción de la entalpía en un escalón y la disminución del diámetro del escalón, relacionadas con aquellas, conducen al aumento de la altura del álabe, es decir, disminución de las pérdidas en los extremos de las coronas de álabes, lo que eleva sustancialmente el rendimiento de la turbina y por ende de los álabes.
3. Cuando la parte del paso tiene el contorno suave, la energía cinética del flujo que deja una etapa de la turbina, puede usarse en parte o por completo en el escalón siguiente, de esta manera, aumenta la variación de entalpía disponible en la mayoría de los escalones y la velocidad de salida se pierde por completo sólo en el escalón regulador y en las últimas etapas de la turbina y sus cilindros.
4. Acorde al diagrama ***h-s*** se observa que la pérdida de energía en cada escalón, provoca un aumento de Po *V*o delante de las etapas ulteriores, de esta manera, las pérdidas en el escalón anterior, conducen a cierto aumento en la variación de entalpía en las etapas ulteriores. Este aumento de la variación de entalpía total se toma en consideración con ayuda del así llamado <u>coeficiente de retorno del calor.</u> De esta manera, <u>el rendimiento de una turbina múltiple es mayor que, el rendimiento medio de sus escalones separados.</u>

5. En las turbinas de vapor de múltiples etapas se tienen tomas de vapor para el calentamiento del agua de alimentación, permitiendo elevar sustancialmente el rendimiento económico del ciclo térmico.

En los cinco apartados antes señalados que mejoran la eficiencia del ciclo y de la turbina, están íntimamente ligados con el buen desempeño del álabe, el cual operará con vapor sobrecalentado saturado y húmedo, motivo por el cual, el desarrollo metalográfico y térmico, es de vital importancia para una mejor eficiencia del álabe tal como se muestra en el **capitulo #5**. También en la actualidad se busca cambiar el tipo de metal, que se usa en la construcción de los álabes se busca sean de una densidad menor, para que el área del álabe se incremente y no se pierda resistencia, soporten esfuerzos de torsión, flexión, elevadas temperaturas, vapor húmedo; por ello también se investiga el uso de aleaciones para recubrir los álabes para protegerlos de la erosión, corrosión, etc.

En el **capitulo #6** se trata el mantenimiento preventivo y correctivo de los álabes.

Los costos de los combustibles de los recursos naturales y las restricciones impuestas por los organismos reguladores del medio ambiente, además de una tendencia encaminada al control total de calidad, han originado la ineludible necesidad de que las plantas generadoras de potencia eléctrica, operen en su punto óptimo de funcionamiento.

Durante el mantenimiento a las turbinas, es común observar desgastes en los álabes móviles, ocasionados por la presencia de partículas sólidas, estos desgastes reducen considerablemente la eficiencia de la turbina, aumentando el consumo específico de calor y teniendo como consecuencia final una pérdida económica considerable.

Para analizar el funcionamiento de una turbina de vapor, realizando un análisis termodinámico del flujo, es necesario conocer la geometría de la turbina, así como sus condiciones de operación, por lo que se hace indispensable las mediciones físicas en el campo, debido a que los componentes sufren deterioro y modificaciones después de un cierto período de operación.

Este programa involucra aspectos termodinámicos, aerodinámicos y de geometría, efectuando cálculos termodinámicos siguiendo la trayectoria del flujo en una y dos dimensiones.

Los programas para vigilar el fenómeno de la erosión por partículas sólidas tanto en las turbinas de vapor como de gas, principalmente en las superficies que limitan el canal de flujo de los álabes. Una revisión bibliográfica de las publicaciones principales que versan sobre el tema, hace énfasis en la descripción de los modelos teóricos que definen el comportamiento de las trayectorias de las partículas sólidas en suspenciones y la solución de estos mediante métodos numéricos. Estos modelos desarrollados por Hussein F. y Tabakoff W., consideran la presencia de las componentes de la velocidad del flujo, en dirección radial sobre el canal de álabes, la cual es despreciada.

El desgaste de los álabes por partículas sólidas es un problema típico en las turbinas de vapor y gas y su influencia en el rendimiento interno de estas máquinas.

Además, se identifica y cuantifica las pérdidas de potencia y eficiencia de las turbinas, por lo que es de suma importancia seleccionar y aplicar el método de reparación adecuada con base en el material original, la geometría de los elementos y las condiciones de operación, pues tarde o temprano, piezas como álabes móviles y otros componentes presentan desgastes o daños por el uso y en ocasiones como consecuencia de un diseño, montaje o manufactura deficiente, lo que provoca pérdidas sustanciales en la eficiencia de la turbina.

Así, se detalla la tecnología de rehabilitación, para un caso específico de álabes fijos o móviles, utilizada en sitio para recuperar los parámetros de diseño de las turbinas.

El Instituto de Investigaciones Eléctricas ha desarrollado tecnologías relacionadas a esta área en comunión con la Comisión Federal de Electricidad y ha efectuado trabajos en esta área desde 1988.

La reparación, rehabilitación y extensión de la vida útil de componentes de turbomaquinaria que efectúa, ha permitido ahorros significativos a la Comisión Federal de Electricidad, así como a Petróleos Mexicanos y algunas otras industrias que usan equipos rotatorios.

Con estas tecnologías se pueden recuperar piezas en un 75 a 90% al que se representa el adquirir refacciones nuevas.

La primera reparación efectuada por el Instituto de Investigaciones Eléctricas fue en la central termoeléctrica de San Jerónimo, en Monterrey, Nuevo León, México.

Posteriormente en Cerro Prieto donde por primera vez en el mundo se rehabilitaran álabes, en la zona de tetones, sin desmontar la rueda, los tetones se recuperaron por soldadura, tratamiento térmico y maquinado.

En nuestro país por medio del instituto se han desarrollado tecnologías para enderezar los álabes y recuperar por depósito de soldadura estas piezas tan útiles para la turbina.

Además, ha desarrollado el diseño de dispositivos y escantillones especiales y el perfil del álabe por medio de Ingeniería Inversa. Los trabajos de rehabilitación actualmente se efectúan en el campo.

Es importante señalar que los análisis para cuantificar las pérdidas de potencia de las turbinas de vapor, ocasionadas por problemas muy variados tales como, depósitos, corrosión, erosión por partículas sólidas o húmedas, rugosidades, daños metálicos, consecuentemente se presenta la influencia de dichas pérdidas sobre el rendimiento térmico. Así mismo, se determina el incremento de costo de combustible por KW/Hora generado.

Estos son factores de decisiones de mantenimiento.

Para llevar a cabo el cálculo de estos factores se requiere de la información del diseño térmico de la unidad, es decir: Balances Térmicos y pruebas de operación de la unidad, así como de las mediciones en campo de la geometría actual de la turbina.

Esta información se debe alimentar a un programa de cómputo cuyo objetivo sea cuantificar las diferencias de eficiencias y potencia actual con respecto a la de diseño.

Así mismo debe establecerse un análisis de la tendencia global de la influencia e importancia de las pérdidas de potencia por su magnitud sobre la potencia de generación nominal, finalmente mostrar los logros obtenidos tanto de elementos rehabilitados, como de los parámetros de operación: presión, eficiencia y potencia.

CAPITULO 1

INTRODUCCION

OBJETIVO

La presente tesis fue elaborada teniendo presente se cumplan tres objetivos fundamentales:

El primero, poder obtener mi grado en ciencias de la Ingeniería con especialidad en Térmica y Fluidos.

Segundo, contribuir en la formación profesional de los alumnos de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León considerando principalmente el programa de la cátedra de Ingeniería Térmica VI.

Tercero, que sirva como respaldo en la solución de problemas técnicos que se presentan en las empresas que cuentan con turbinas de vapor o gas ya que en el capitulo seis se presentan algunas alternativas para prolongar la vida del álabe, asi como las alternativas para su mantenimiento preventivo y correctivo.

FORMULACION DEL PROBLEMA

La indusria que cuenta en sus instalaciones con máquinas rotativas tiene una serie de problemas y gastos para mantener en operación su proceso con este tipo de máquinas, en este documento, se presentan algunas alternativas para la sustitución de algunas piezas cuyo procedimiento no requiere, necesariamente la sustitución total, ni la adquisición con el fabricante si no se presentan otras alternativas.

Se planea y se recomienda una serie de medidas para la optimización de la conservación de esas piezas asi como el mantenimiento preventivo y correctivo.

JUSTIFICACION DEL TRABAJO

La elaboración de esta obra, tiene el firme proposito para apoyar las necesidades del mantenimiento de estas máquinas, y sobre todo, brindar un apoyo al material didáctico en nuestra facultad, contribuyendo sustancialmente en la economía y acervo cultural de los educandos.

METODOLOGIA

Para sustentar eficientemente las bases de este trabajo, se efectuaron una serie de visitas a diferentes Centrales Termoeléctricas de Comisión Federal de Eletricidad para estar presente en la reparación de dos turbinas de gas en Huinala y el Mezquital asi como en Río Escondido donde se reparó una turbina de vapor, también se estuvo presente en San Jerónimo para observar el ciclo de potencia y consultar su acervo bibliográfico. Asi mismo, se entablo comunicación con la compañía de Electricidad del Sur de California y con el Instituto de Investigaciones Electricas de México.

HIPOTESIS

Con la finalidad de incrementar la vida útil de las turbomaquinas, recomiendo poner en práctica las alternativas que aqui se observan, para evitar la interrupción prolongada del proceso y gastos inecesarios en la solución de este tipo de problemas.

CAPITULO 2

DINAMICA ELEMENTAL DE GASES

2-1. DINAMICA DE FLUJO DEL FLUIDO

En general, el flujo de un fluido es de carácter tridimensional, sin embargo, un análisis basado en la característica precisa del flujo del fluido lleva a relaciones extremadamente complejas que pueden ser evitadas por ciertas suposiciones simples. Una suposición que debemos hacer significa que las propiedades del flujo de fluido son unidimensionales. Esta suposición significa que las propiedades del cambio del flujo del fluido cambian únicamente en la dirección del flujo, tal suposición no quiere decir que el análisis es trivial, para muchos fenómenos físicos de flujo del fluido se ilustra bien por el fluido unidimensional. Por ejemplo, el análisis unidimensional es usualmente válido aún cuando las propiedades en otras direcciones cambian, éstos cambios provistos, son pequeños en comparación con el cambio en la dirección de flujo. Igual en el caso de flujo por un pasaje en la sección de cruce variable, el análisis unidimensional es válido, desde las propiedades en cualquier plano perpendicular a la dirección de flujo, puede suponerse a ser incambiables. El análisis de flujo del fluido, debe satisfacer cuatro leyes: (1) conservación de masa, (2) segunda ley de Newton, (3) conservación de la energía (primera ley de la termodinámica) y (4) segunda ley de la termodinámica. Empezaremos con la aplicación de estas leyes en el análisis de flujo del fluido. Para el caso especial de un fluido fluyendo en un tubo recto de sección constante, y en la ausencia de fricción interna o viscosidad, la velocidad de cualquier partícula del fluido

es paralela a las paredes del tubo, como se muestra en la Fig. 2-la, y la velocidad, tiene el mismo valor para todos los puntos en la sección de cruce. Lo mismo, cuando fuerzas viscosas están presentes, el análisis puede ser basado en la velocidad media. Ahora si A es el área de sección del tubo, la velocidad del fluido a ésta sección es V, y "v" el volumen específico, entonces el volumen de fluido cuyo flujo en un tiempo dt es;

$$Volumen = AVdt$$

y la relación de volumen de flujo

$$relación\ de\ volumen\ de\ flujo = AV \tag{2-1}$$

La relación de masa de flujo es igual a la relación de flujo de volumen dividido por el volumen específico del fluido o multiplicado por la densidad.

$$Flujo\ en\ masa = \frac{AV}{v} \tag{2-2}$$

Si el área de sección de cruce del tubo varía, como se muestra en la Fig. 2-1b, la velocidad varía en dirección y magnitud en todos los puntos de la sección.

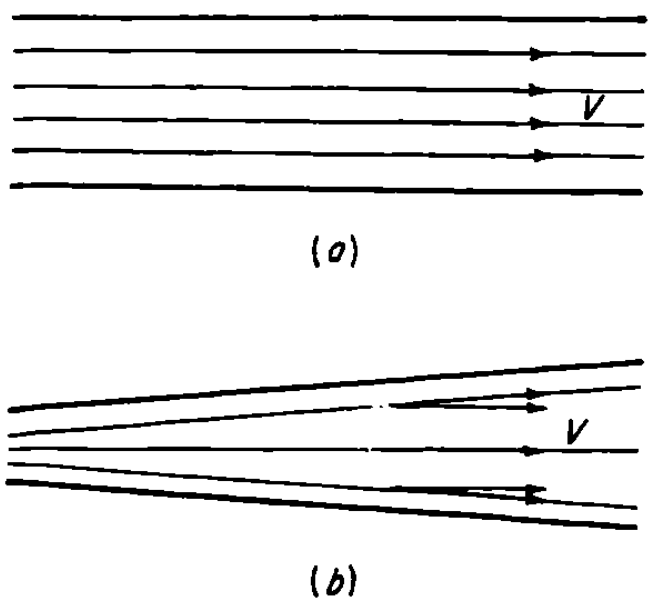


Fig. 2-1. Distribución de velocidad en ausencia de fricción interna.

Si el área no cambia abruptamente, los componentes transversales de velocidad son comparativamente pequeños, y pueden ser supuestos como una aproximación razonable de que la velocidad es axial en dirección y tiene una magnitud que da la relación correcta de masa de flujo. Bajo estas condiciones la Ec. (2-1) se puede aplicar con la especificación que V es la velocidad promedio arriba del área de sección de cruce A. Generalmente hablando, la velocidad varía de un punto a otro en una dirección axial, y a un punto en particular que varía con el tiempo. Por eso, en una dirección axial la velocidad es una función de posición y tiempo. Otras cantidades, tales como presión, densidad, y energía interna, estarían también en funciones de posición y tiempo. Además de las fuerzas gravitacionales, las únicas fuerzas en un elemento de fluido son aquellas exhortadas por las paredes del tubo o elementos adyacentes del fluido.

Se pueden emplear dos métodos de análisis del flujo. El método Lagrange considera una masa definida de fluido, siguiendolo en imaginación como procede a lo largo del pasaje del tubo. El método Euleriano, considera un elemento de volumen arreglado en el espacio, conocido como control de volumen, y toma dentro de la cuenta de flujo de masa, momento y energía dentro y fuera del volumen. El método Euleriano se usará aquí. Considere un control de volumen consistente en un elemento de un tubo de longitud dx como muestra la Fig. 2-2a. La relación de flujo de masa a través de la corriente de superficie es (ρAV) y la masa a través de la corriente inferior es $[AV+d(\rho AV)]$ donde $d(\rho AV)$ es el cambio en el producto (ρAV) entre las superficies de corriente superior e inferior. (Siendo $\rho = \frac{1}{v}$).

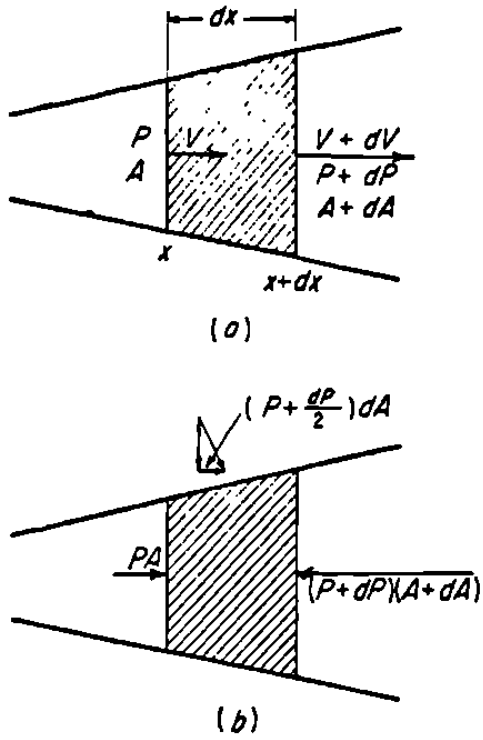


Fig. 2-2. Flujo de un elemento de fluido en un tubo de variación de sección de cruce

La diferencia entre las relaciones de la masa de flujo dentro y fuera del volumen es igual a la relación de masa neta de flujo, dentro del volumen de control, o $-d\,(\rho\, AV)$. Siendo que dx es pequeño;

$$-d(\rho AV) = -\frac{\partial}{\partial x}(\rho AV)dx$$

Si la relación de flujo de la masa dentro del volumen de control excede el flujo fuera, la masa en el volumen de control aumenta

$$dm = \rho A\, dx$$

a una relación de aumento

$$\frac{\partial}{\partial t}(dm) = A\, dx \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

las dos ecuaciones se substituyen y de ahí se precede

$$A\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho A V) = 0 \qquad (2\text{-}3)$$

la cual es conocida como la ecuación de continuidad, y es una consecuencia de la ley de Conservación de la masa.

Considerando enseguida el flujo del momento, se nota que el momento es llevado dentro y fuera del volumen de control por el cruce de fluido en la superficie de control. La relación de flujo de la corriente en la superficie superior es el producto de la relación del flujo de masa y la velocidad, o ($\rho A V^2/g$). El flujo correspondiente del momento fuera del volumen de control (cruzando la superficie de corriente inferior) es ($\rho A V^2/g + d(\rho A V^2)/g$) y la relación neta de flujo de momento es;

$$-d\left(\rho \frac{AV^2}{g}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \frac{AV^2}{g}\right)dx$$

El momento del fluido en el volumen de control es

$$\frac{dm}{g} V = \rho \frac{AV}{g} dx$$

La relación de cambio en el momento en el tiempo es

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{dm\, V}{g}\right) = \rho \frac{A\, dx\, \partial}{g\, \partial t}(\rho V)$$

Refiriéndose a la Fig. 2-2b puede notarse que la fuerza de la corriente en la superficie superior es (PA) y en la superficie inferior es;

$$(P + dP)(A + dA) = PA + PdA + AdP$$

reteniendo únicamente los diferenciales de primer orden. La presión promedio en el lado de las paredes es ($P + dP/2$) y el componente de fuerza está en una dirección axial de corriente inferior debido a esta presión promedio es

$$(PA+PdA) - (PA+PdA+AdP) = -AdP = -A\ \frac{\partial P}{\partial x}dx$$

Despreciando los diferenciales de orden superior. La fuerza resultante es

$$\left(P + \frac{dP}{2}\right)dA = P\ dA$$

Según la segunda ley de Newton, la relación de cambio de momento es igual a la fuerza resultante. A esto debe ser sumado el cambio neto de momento, debido al flujo a través de las superficies de volumen de control. Por lo tanto

$$\frac{A}{g}\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho V) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\ \frac{AV^2}{g}\right) = -A\ \frac{\partial P}{\partial x}dx \qquad (2\text{-}4)$$

Relación de cambio de momento	+	Relación neta de flujo de momento a través de superficies de control	=	Fuerza Resultante

La ecuación (2-4) es conocida como la ecuación de momento y es una consecuencia de la segunda ley de Newton. Considerando finalmente el flujo de energía, se nota que la relación de flujo de energía por la corriente en la superficie superior dentro del volumen de control es igual al producto de la relación de flujo de masa y la energía de una unidad de masa. La energía de la unidad de masa es igual a la energía interna u y la energía cinética ($V^2/2g$). La relación de flujo de energía por la corriente en la superficie superior hacia el volumen de control esta escrita como:

$$AV\left(u + \frac{V^2}{2g}\right)$$

Y la relación neta de flujo de energía hacia el volumen de control es

$$-d\left[\rho AV\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]=-\frac{\partial}{\partial x}\left[(\rho AV)\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]dx$$

La energía del fluido en el volumen de control es

$$dm\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)=A\,dx\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]$$

y la relación de cambio de tiempo de esta energía es

$$A\,dx\,\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho\left(u^2+\frac{V^2}{2g}\right)\right]$$

La energía en el volumen de control aumenta en una relación igual a la suma de la relación neta de energía fluyendo hacia el volumen de control y la relación de trabajo. La relación en la cual el trabajo esta hecho por la corriente en la superficie superior es igual a (PAV) y la relación de trabajo hecho por la corriente en la superficie inferior es $[PAV+d(PAV)]$ siendo que la relación neta de trabajo es

$$-d\,(PAV)=-\frac{\partial}{\partial x}\,(PAV)\,dx$$

ya que las fuerzas en las paredes del tubo, no resultan del trabajo, porque las paredes son rígidas.

Si la suma de la relación neta, de flujo de energía hacia el volumen de control y la relación de trabajo es igualada a la relación de incremento de energía en el volumen de control, el resultado es

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho AV\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]dx-\frac{\partial}{\partial x}(PAV)\,dx=A\,dx\,\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]$$

sin embargo,

$$A\,\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho AV\left(u+\frac{P}{\rho}+\frac{V^2}{2g}\right)\right]=0$$

$$u+\frac{P}{\rho}=u+Pv=h$$

donde v es el volumen específico y h es entalpía (el factor de la conversión J se ha omitido en la suposición que esas unidades serán incluidas). Finalmente,

$$A\,\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(u+\frac{V^2}{2g}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left[PAV\left(h+\frac{V^2}{2g}\right)\right]=0 \qquad (2\text{-}5)$$

La Ecuación (2-5) es *la ecuación de la energía para flujo* en la ausencia de transferencia de calor y es una consecuencia de la primera ley de la termodinámica.

Si el flujo no solamente es unidimensional, sino también estable, la derivada en el tiempo en las ecuaciones de continuidad, momento y energía son iguales a cero. Por consiguiente la ecuación de continuidad [Ec. (2-3)] se convierte

$$d(\rho AV)=0 \qquad (2\text{-}6)$$

ó

$$G=\rho AV=cte.$$

La ecuación de momento [Ec. (2-4)] se convierte

$$d\left(\rho\,\frac{AV^2}{g}\right)+A\,dp=0 \qquad (2\text{-}7)$$

$$\rho\,\frac{V\,dV}{g}+dp=0 \qquad (2\text{-}8)$$

Finalmente la ecuación de energía [Ec. (2-5)] se convierte

$$d\left[\rho A V\left(h+\frac{V^2}{2g}\right)\right]=0$$

la cual cuando se combina con la Ec. (2-6) se substituye a

$$d\left(h+\frac{V^2}{2g}\right)=0 \qquad (2\text{-}9)$$

Todas las ecuaciones anteriores se aplican a un fluido compresible no viscoso.

2-2. VELOCIDAD SONICA Y NUMERO MACH.

Un disturbio, tal como un cambio de presión, se propaga en un fluido compresible en una manera similar a la propagación de ondas de sonido. Disturbios débiles se propagan a la velocidad del sonido o velocidad sonica. Un intenso o explosivo disturbio, conocido como una onda de choque, se puede propagar varias veces la velocidad sónica.

Una onda originada en un punto en el espacio se propaga en un frente esférico y se aproxima a una onda plana a una distancia considerable de la fuente del disturbio. La figura 2-3 representa las condiciones que existen en la propagación de una onda plana. En la Fig. 2-3, se propaga una onda plana cuando el pistón repentinamente es movido hacia la izquierda a una velocidad constante U. A la izquierda inmediata del pistón, el fluido tiene una velocidad U igual a la de ese pistón. La frontera del lado izquierdo del fluido teniendo la velocidad del pistón en el frente de la onda la cual avanza hacia la

izquierda con una velocidad de propagación V, la magnitud de la cual depende en parte la velocidad U, son; las propiedades del fluido, y la alza en la presión del fluido en movimiento. A la izquierda de la onda, el fluido es estacionario.

La figura 2-4 describe una situación similar a aquella en la Fig. (2-3) sólo que las ecuaciones derivadas en la sección precedente pueden ser más facilmente aplicables.

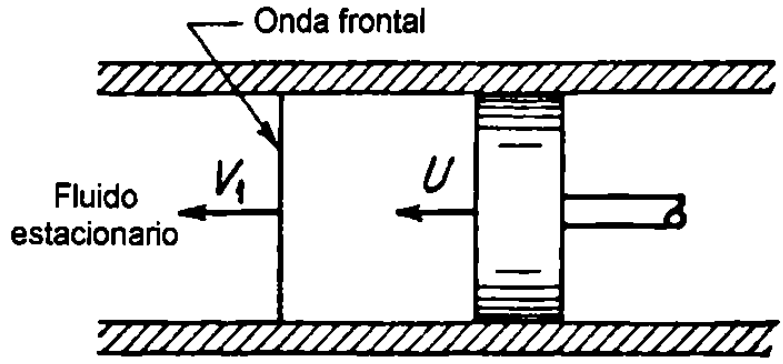


Fig. 2-3. Propagación de una onda frontal

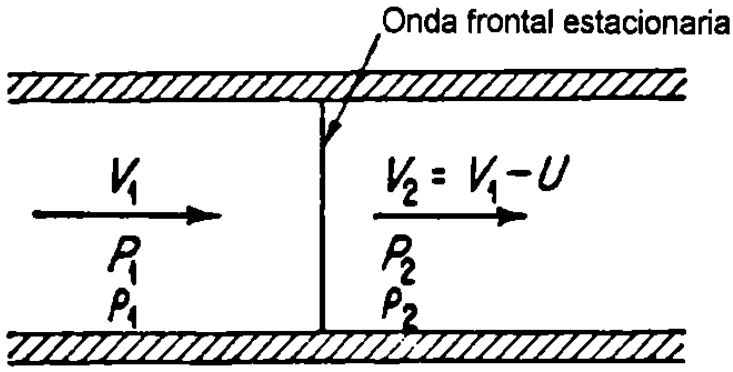


Fig. 2-4. Observador moviendose con la onda frontal

El fluido a la izquierda del frente de onda, se mueve a la derecha con una velocidad V_1, mientras que el frente de onda se queda estacionario. El fluido a la derecha del frente de onda se mueve con una velocidad ($V_2 = V_1 - U$). En efecto, los movimientos del fluido a la derecha a través de un frente de onda, en un tubo de área de sección de cruce constante. La presión y la densidad correspondientes a la izquierda y derecha del frente de la onda, son designadas por los subíndices 1 y 2, respectivamente.

Ahora la velocidad, presión, y densidad son invariables con el tiempo en cualquier punto y siendo que el área es constante, la ecuación de la continuidad [Ec. (2-3)] se reduce a

$$\frac{d}{dx}(\rho V) = 0$$

ó

$$\rho V = \text{const}$$

La ecuación de momento [Ec. (2-4)] se reduce a

$$\frac{d}{dx}\left(\rho \frac{V^2}{g}\right) + \frac{dP}{dx} = 0$$

ó

$$\rho \frac{V^2}{g} + P = \text{const}$$

Cuando estas ecuaciones de momento y continuidad se aplican a los puntos a la derecha y a la izquierda del frente de onda.

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

y

$$\frac{\rho_1 V_1^2}{g} + P_1 = \frac{\rho_2 V_2^2}{g} + P_2$$

Resolviendo la primera de las dos ecuaciones precedentes para V_1, buscando el resultado, y sustituyendo en la segunda ecuación.

$$V_1 = \sqrt{g \frac{\rho_2}{\rho_1}\left(\frac{P_2 - P_1}{\rho_2 - \rho_1}\right)} \qquad (2\text{-}10)$$

Se debe notar que aunque la velocidad U no aparece en la Ec. (2-10) la presión P_2 depende de esta velocidad.

Si la presión diferencial (P_2 - P_1) es grande en comparación con la presión (P_1 ó P_2), una fuerte onda de choque existe. Sin embargo, lo que concierne aquí es para un choque débil en el cual la distorsión es propagada a la velocidad sónica. En este caso la presión y diferencias de la densidad son pequeñas, ($\rho_2/\rho_1 \approx 1$) y [(P_2 - P_1) / (ρ_2 - ρ_1) $\approx dP/d\rho$]. De acuerdo,

$$a = \sqrt{g \frac{dP}{d\rho}} \tag{2-11}$$

la cual es la velocidad de un disturbio débil o la velocidad sónica. El símbolo a se usa comúnmente para representar la velocidad sónica.

Siendo que la presión y la densidad del fluido cambia al cruzar el frente de onda, está claro que un cambio en el estado termodinámico ocurre. Si este cambio de estado es rápido, se puede considerar como adiabático y, más adelante, no hay fricción interna, el proceso es reversible y adiabático y, por lo tanto, isoentrópico. Entonces:

$$a = \sqrt{g\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

ó

$$a = \sqrt{-g\frac{v}{\rho}\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_s} \tag{2-12}$$

La compresibilidad isoentrópica se define como

$$Ks = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_s$$

y de aquí

$$a = \sqrt{\frac{g}{\rho K_s}} \tag{2-13}$$

Ahora se puede ver que la velocidad sónica en un fluido es una función de la densidad y de la compresibilidad isoentrópica del fluido. Esta ecuación, claro, no se aplica en el caso de choque fuerte, pero se aplica a cualquier fluido no viscoso para choques débiles.

Considerando ahora un gas ideal, el cambio de la ecuación para cualquier proceso isoentrópico es

$$P\,v^{k} = \text{const}$$

Diferenciando logaritmicamente,

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_s = -\frac{kP}{v}$$

y

$$\frac{dP}{P} + k\,\frac{dv}{v} = 0$$

Por lo tanto

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = -v^2\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_s = kPv = kRT$$

y como resultado

$$\mathrm{a} = \sqrt{gkPv} = \sqrt{gkRT} \qquad (2\text{-}14)$$

El número de Mach es un número adimensional expresando la relación de la velocidad local de un fluido a la velocidad del sonido en el mismo fluido, o

$$M = \frac{V}{\mathrm{a}} \qquad (2\text{-}15)$$

En el caso de un gas ideal, el número de Mach puede escribirse

$$M = \frac{V}{\sqrt{gkRT}} \tag{2-16}$$

El número de Mach es un importante parámetro para el flujo y será de mucho interés posteriormente.

2-3. ONDAS DE MACH.

Flujos de alta velocidad (sónico o supersónico) son comúnmente encontrados en conexión con álabes de vapor y gas, compresores, aviones jet, cohetes y proyectiles. Los efectos de compresibilidad de disturbios de una desaceleración del gas, de una velocidad supersónica a una subsónica, son consideraciones importantes para el diseñador de cualquier aparato anteriormente mencionado.

Considerando un disturbio esférico tal como una chispa intermitente eléctrica o cambio de presión en un gas. El fenómeno resultante es ilustrado por la Fig. 2-5a. El frente de onda causado por los disturbios se propaga por sí mismo en todas direcciones a velocidad del sonido en el gas. Supóngase que el gas este en movimiento con una velocidad de flujo menor que aquella del sonido del gas. La figura 2-5b representa este caso. La velocidad neta de propagación del frente de onda hacia arriba de la corriente es $(a - V)$ y a corriente inferior $(a + V)$. Siendo que $(a > V)$, el frente de onda se mueve corriente arriba al igual que corriente abajo. Otra situación donde la velocidad de flujo es

supersónica se muestra en la Fig. 2-5c. Siendo que ($V > a$), la velocidad neta de propagación de onda, corriente arriba es negativa y siendo que el frente de onda no se mueve corriente arriba. Está claro de la Fig. 2-5a y b que el frente de onda pueda moverse hacia la infinidad. Sin embargo, la Fig. 2-5c muestra que los frentes de onda esféricos se encuentran dentro de un cono cuyo vértice es la localización original del disturbio. Esto es consecuencia de la velocidad neta negativa de la propagación de onda corriente arriba. Se puede observar que la velocidad de propagación normal a los lados del cono es siempre sónica.

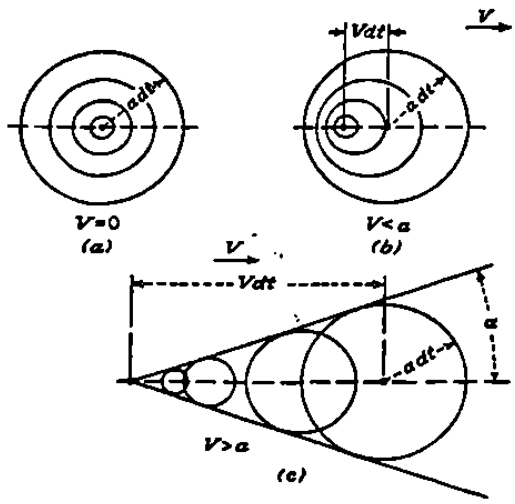


Fig. 2-5 Ondas de sonido en un gas

Considerando la Fig. 2-5c, la mitad del ángulo α del cono puede expresarse

$$\alpha = \text{arcsen}\frac{a}{V}\frac{dt}{dt} = \text{arcsen}\frac{a}{V} = \text{arcsen}\frac{1}{M} \qquad (2\text{-}17)$$

El ángulo α es llamado el ángulo de Mach debido a la relación mostrada en la ecuación previa. Las ondas son conocidas como ondas de Mach y los lados del cono como líneas de Mach. Estas ondas son muy débiles y la transición de energía a través de sus fronteras, se lleva a cabo isoentrópicamente. Por lo tanto, el uso de los módulos de volúmen isoentrópicos en la Ec. (2-13) es justificado.

2-4. ONDAS DE CHOQUE EN PLANO NORMAL

Considere el caso de flujo de desaceleración de una velocidad supersónica a una subsónica, como la representada en la Fig. 2-6, un disturbio ocurre en la región subsónica, y el frente de onda se mueve corriente arriba a una velocidad ($a - V$) hasta que se alcance el punto 2 donde ($V = a$), ($V - a = 0$), y ($M = 1$). Es evidente que el frente de onda ahora no puede pasar a la barra sónica. Los frentes de onda, se acumulan cuando se aproxima a x-x como un límite creando un disturbio grande el cual resulta en discontinuidad con el choque asistente. La línea x-x es la línea de Mach y el ángulo Mach es de 90° consistente con un número de Mach igual a la unidad. Siendo que no hay cambio en la direccion del flujo de onda de choque aparece como una onda estacionaria en un plano normal mostrado en la figura 2-6. Si un flujo acelerado es considerado cuando la velocidad del fluido acelera de una subsónica a una supersónica, el choque normal no ocurrirá. El frente de onda se mueve corriente abajo a una velocidad ($a + V$) y por lo tanto nunca es cero.

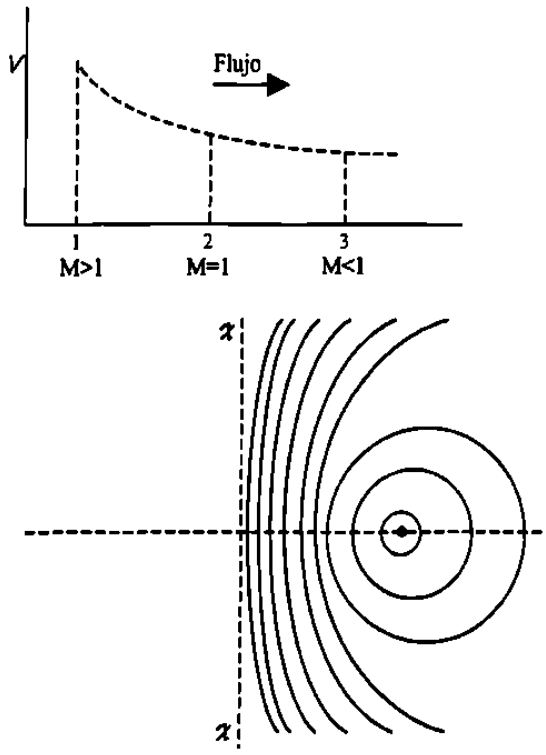


Fig. 2-6. Flujo de desaceleración con un disturbio en una región subsónica (plano normal de choque)

El movimiento corriente arriba del frente de onda emanando de un disturbio en la región subsónica esta a una velocidad neta *(a-V)* y siendo *(a>V)* esta suma nunca puede ser igual a cero, y no ocurre choque. Los disturbios ocurridos en la región supersónica se propagan corriente arriba a velocidad *(a-V)*, donde *(V>a)*, y por lo tanto nunca alcanza la barrera sónica.

El choque es un evento que ocurre tan rápidamente que puede ser considerado como un proceso adiabático esencial. Siendo que ningún trabajo se ha hecho, sigue de la primera ley que el total de energía del sistema debe ser constante. Sin embargo, hay un incremento de entropía con una disminución en la disponibilidad de energía. La disminución de disponibilidad es, claro, una fuente de pérdida. Este fenómeno es por lo tanto de gran interés para el diseñador de compresores y alabes. Puede parecer que la compresión de choque es una condición de ser evitado, sin embargo, últimamente mucha atención ha sido dirigida al posible uso de este fenómeno para lograr la compresión en los compresores del aire. Nada en el material usado, muestra que el choque de rarefacción no es posible. Un choque de rarefacción es el opuesto de un choque de compresión anteriormente descrito. Si un choque de refacción fuera posible en lugar de una alza de presión estática a través del choque, el flujo puede acelerarse desde una velocidad subsónica a una supersónica. Aunque la imposibilidad de una refacción puede ser demostrada por una análisis riguroso, un análisis cualitativo es satisfactorio para los propósitos de este capitulo. Siendo que el choque de compresión es acompañado con un incremento en la entropía, la rarefacción ocurre con una disminución en la entropía. Una disminución en la entropía con energía total constante a través del choque puede ser una clara violación a la segunda ley de la termodinámica. Por lo tanto solo un choque de compresión es posible.

2-5. RELACION EN UNA PROPIEDAD DE ESTADO A TRAVES DEL CHOQUE PLANO NORMAL

El plano en el cual el choque normal ocurre, puede ser considerado infinitamente delgado para que la acción se pueda considerar entre líneas de corriente paralelas. Si las condiciones del choque anterior se representan por el subíndice 1 y las de después del choque por el subíndice 2, entonces desde la Ec. (2-7) por continuidad, asumiendo un área de control constante en su superficie de control y un gas ideal,

$$\frac{G}{A} = \frac{V_1}{v_1} = \frac{V_2}{v_2}$$

De la conservación del momento

$$F = \frac{G}{g} dV = P_2 A - P_1 A = \frac{G}{g}(V_1 - V_2)$$

$$P_2 - P_1 = \frac{G}{Ag}(V_1 - V_2)$$

$$P_2 - P_1 = \frac{V_1^2}{v_1 g} - \frac{V_2^2}{v_2 g}$$

Substituyendo para V su equivalente (RT/P) de la ecuación de estado,

$$P_2 - P_1 = \frac{P_1 V_1^2}{gRT_1} - \frac{P_2 V_2^2}{gRT_2}$$

Pero $\dfrac{V_1^2}{gKRT_1} = M^2$ y $P_2 - P_1 = k(P_1M_1^2 - P_2M_2^2)$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{kM_1{}^2 + 1}{kM_2{}^2 + 1} \tag{2-18}$$

Esta es una forma de la ecuación de Rayleigh, para un choque normal de plano para un gas ideal en flujo isoentrópico.

La ecuación de energía la Ec. (2-8) para un gas ideal puede expresarse como sigue

$$\frac{V_2{}^2 - V_1{}^2}{2gJ} = Cv(T_1 - T_2) + \frac{P_1v_1 - P_2v_2}{J}$$

y siendo que $\quad Cv = \dfrac{R}{J(k-1)}$

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{k}{k-1}\left(P_1v_1 - P_2v_2\right)$$

ó $\quad \dfrac{V_1^2}{2g}\dfrac{k-1}{k} + P_1v_1 = \dfrac{V_2^2}{2g}\dfrac{k-1}{k} + P_2v_2$

y $\quad P_1v_1\left[1 + \dfrac{V_1^2(k-1)}{2gkP_1v_1}\right] = P_2v_2\left[1 + \dfrac{V_2^2(k-1)}{2gkP_2v_2}\right] \tag{2-19}$

De la ecuación de estado, *(Pv=RT), y* $M = \dfrac{V}{\sqrt{gkP_1v_1}}$

$$T_1\left[\frac{2 + (k-1)M_1^2}{2}\right] = T_2\left[\frac{2 + (k-1)M_2^2}{2}\right]$$

ó
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2+(k-1)M_1^2}{2+(k-1)M_2^2} \tag{2-20}$$

La ecuación (2-20) da la relación de temperaturas absolutas antes y después de un choque para un gas ideal.

En la Ec. (2-19), se observa que (V/v) es constante y que $(V = M\sqrt{gkRT})$.

$$P_1M_1\sqrt{gkRT_1}\left[\frac{2+(k-1)M_1^2}{2}\right] = P_2M_2\sqrt{gkRT_1}\left[\frac{2+(k-1)M_2^2}{2}\right]$$

Substituyendo la Ec. (2-20),

$$P_1M_1\left[\frac{2+(k-1)M_1^2}{2}\right] = P_2M_2\left[\frac{2+(k-1)M_2^2}{2}\right] \tag{2-21}$$

La Ec. (2-21) es una forma de la ecuación de Fanno para un gas ideal, de las ecuaciones (2-18) y (2-21),

$$\frac{M_1\left[\frac{2+(k-1)M_1^2}{2}\right]^{1/2}}{1+kM_1^2} = \frac{M_2\left[\frac{2+(k-1)M_2^2}{2}\right]^{1/2}}{1+kM_2^2} \tag{2-22}$$

la ecuación (2-22) da la relación entre los números de Mach antes y después del choque en términos de la relación de calor especifico. Esta claro que una solución de la Ec. (2-22) es $(M_1 = M_2)$ para flujo ininterrumpido, sin la discontinuidad. Por lo tanto, $(M_1 - M_2)$ es un factor. Viendo la Ec. (2-22), al multiplicar y dividir a través de $(M_1 = M_2)$, el resultado es:

$$M_2^2 = \frac{2+(k-1)M_1^2}{2kM_1^2-(k-1)} \tag{2-23}$$

Las ecuaciones (2-18) y (2-20) pueden no resolverse ahora en términos de los números de Mach antes y despues del choque, asi que

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2kM_1^2-(k-1)}{(k+1)} \tag{2-24}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left[2kM_1^2-(k-1)\right]\left[2+(k-1)M_1^2\right]}{(k+1)^2 M_1^2} \tag{2-25}$$

Siendo que ($Pv = RT$), de la Ec. (2-25),

$$\frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{\left[2kM_1^2-(k-1)\right]\left[2+(k-1)M_1^2\right]}{(k+1)^2 M_1^2}$$

Substituyendo para $\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$, su equivalente, de la Ec. (2-24),

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{2+(k-1)M_1^2}{(k+1)M_1^2} \tag{2-26}$$

como

$$\frac{V_1}{v_1} = \frac{V_2}{v_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{2+(k-1)M_1^2}{(k+1)M_1^2} \tag{2-27}$$

Siendo que la relación de estado de propiedades a través de un plano unidimensional de choque normal en un gas ideal en flujo isoentrópico puede ser expresada en términos del numero de Mach antes del choque y la relación de calores específicos. A valores muy altos de M_1, un gran cambio de temperatura es evidente a través del choque, necesitado tener en cuenta la variación de calores específicos.

2-6. ONDAS INCLINADAS U OBLICUAS

La Sección 2-4 incluyó una discusión de la formación de líneas de Mach inclinadas en una corriente de gas supersónica causada por una perturbación produciendo ondas esféricas, las cuales se propagan a la velocidad del sonido en el gas. Si una hendidura simétrica delgada (θ muy pequeño) se sumerge en el gas, para que el bisector de θ sea paralelo a la dirección de la velocidad aproximada, las ondas bidimensionales similares a las líneas de Mach son producidas. Como las líneas de Mach descritas en la Ec. 2-4, estas ondas bidimensiónales, son ondas de choque débiles y oblicuas. Los cambios de estado en las propiedades del gas a través de choques débiles son muy pequeños y el proceso puede tomarse en cuenta como esencialmente isoentrópico. El ángulo de inclinación de una onda de choque débil y oblicua referida en la dirección de la velocidad aproximada, es equivalente al ángulo de Mach $\propto$ (véase Fig. 2-7).

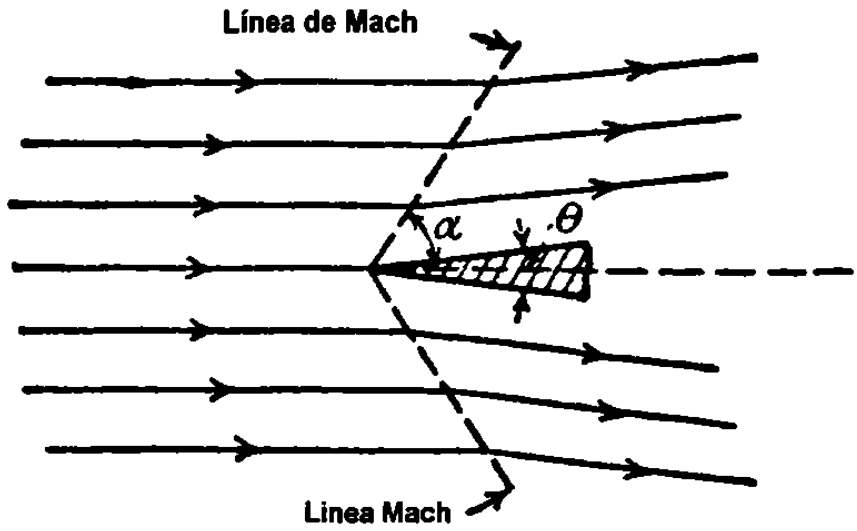


Fig. 2-7. Ondas de choque débiles y oblicuas.
(θ muy pequeño)

Considerando el flujo supersónico de un gas a lo largo de la pared de un pasaje divergente, donde un pequeño cambio de dirección $d\theta$ ocurre como se muestra en la figura 2-8. Este es análogo al flujo que pasa por la superficie más baja de la delgada hendidura de la Fig. 2-7. Suponiendo velocidad uniforme en la distribución de las líneas de corriente de gas, entonces V_1 representa la velocidad de la proximidad y a_1 su normal de la componente a la línea de Mach. La componente normal a_1 es igual a la velocidad del sonido, tal como se muestra en la Fig. 2-5c.

Porque no hay ninguno cambio en la presión estática a lo largo de la línea de Mach, no hay cambio en los componentes de la velocidad de (V_1 y V_2) paralelos a la línea de Mach. Entonces está claro que siendo V_2 paralelo a la nueva dirección de la pared del pasaje normal, a la componente V_2 debe incrementar una cantidad (ΔV) mayor que a_1. Por consiguiente, V_2 debe ser mayor que V_1 en magnitud. Continuando con una caída de presión estática, acompañado por un incremento en el número de Mach y volumen específico. Puede inferir de la Fig. 2-8 que la magnitud de estos cambios es una función de la magnitud $d\theta$. Así por valores relativamente pequeños de $d\theta$ (2° ó menos), donde $M_1 \approx M_2$, al ángulo de la línea de Mach es casi dada por $\propto$ = arcseno ($1/M$).

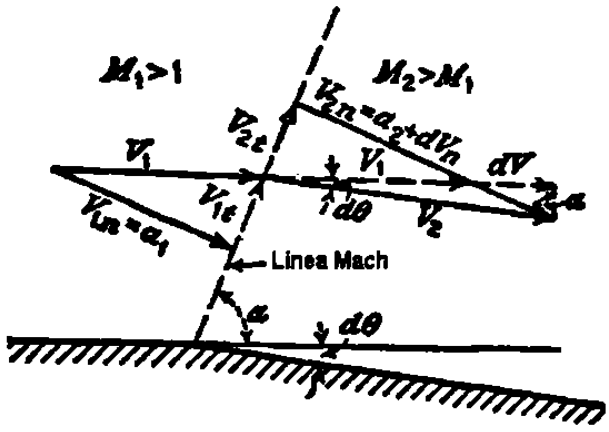


Fig. 2-8. Onda de choque débil y oblicua en un pasaje divergente ($d\theta$ muy pequeño)

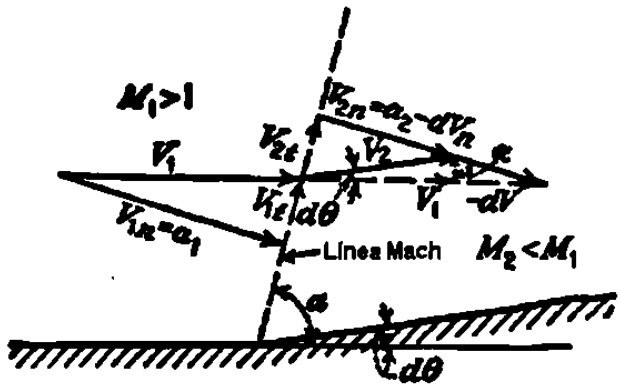


Fig. 2-9. Onda de choque débil y oblicua en un pasaje convergente ($d\theta$ muy pequeño)

Se puede extender un análisis similar a un pasaje convergente como se ilustra en la Fig. 2-9 con su compresión acompañante.

Refiriéndose a la Fig. 2-8 y tomando las mismas suposiciones que son pertinentes en la derivación de las relaciones a través de un plano normal de choque para ser apropiado para las componentes normales de una onda oblicua, entonces

$$\frac{G}{A} = \frac{V_{1n}}{v_1} = \frac{V_{2n}}{v_2} = \text{const}$$

o en forma diferencial

ó

$$v\, dVn - Vn\, dv = 0$$

$$d\,V_n = V_n \frac{dv}{v}$$

de la Ec. 2-8

$$d\,V_n = -\frac{vg\,dp}{V_n}$$

De las dos ecuaciones anteriores,

$$V_n = \sqrt{-gv\,\frac{dP}{dv/v}}$$

Siendo que el proceso se supone isoentrópico ($d\theta$ muy pequeño),

$$Ks = kP = \frac{-dP}{dv/v}$$

Para que ($a = Vn = \sqrt{gkPv}$).

Por lo tanto, los componentes de la velocidad normal de la línea de corriente a la línea de Mach son iguales a la velocidad del sonido en el gas, como previamente se declaró. El ángulo de Mach es $\propto$ = arcoseno (Vn/V) = arcoseno ($1/M$). Ahora la componente de (V_1 y V_2) son paralelos a las líneas de Mach, son iguales y el incremento de la magnitud de V_1, después de la línea de Mach es:

$$dV = dVn \text{ sen } \alpha$$

El cambio de dirección de V_1

$$d\theta = \frac{dVn \cos \alpha}{V_1}$$

De las dos ecuaciones anteriores,

$$\frac{dV}{V_1} = \tan \alpha \, d\theta$$

y (2-28)

$$\frac{dV}{V_1} = \frac{d\theta}{\sqrt{M_2^2 - 1}}$$

Así, el campo de flujo consta de dos zonas separadas por la línea de Mach a un ángulo $\propto$. La velocidad en cada una de estas zonas es cosntante, pero el cambio de velocidad que ocurre entre las dos zonas es una función de $d\theta$, como se muestra en la Ec. (2-28). El cambio en magnitud de la velocidad es naturalmente acompañado por un cambio en el número de Mach. Es deseable, por lo tanto, para establecer una relación entre el número de Mach y la velocidad para tomar en cuenta la variación de la velocidad del sonido y la velocidad del gas. Al establecer esta relación, es conveniente escribir una ecuación de energía para la sección en el pasaje donde la velocidad del gas es V_1, y en otra sección donde la velocidad del gas es exactamente igual a la velocidad del sonido. Este valor de la velocidad sonido se conoce como la velocidad crítica del sonido y es designada por a^*. La velocidad crítica del sonido es entonces una constante característica para el flujo.

$$\frac{V_1^2}{2g}\left(\frac{k-1}{k}\right) + P_1 v_1 = \frac{a^{*2}}{2g}\left(\frac{k-1}{k}\right) + P^* v^*$$

y

$$\frac{V_1}{a^*} = \frac{(k+1)\, M_1^2}{M_1^2(k-1) + 2} \qquad (2\text{-}29)$$

Por conveniencia (V_1/a^*) puede ser representado por $\overline{V}$, resolviendo la Ec. (2-29) Para M_1^2 en términos de $\overline{V}^2$ y substituyendo en la Ec. (2-28),

$$d\theta = \frac{d\overline{V}}{\overline{V}}\sqrt{\frac{\overline{V}-1}{1-[(k-1)/(k+1)]\overline{V}^2}} \tag{2-30}$$

supóngase que esa zona, siguiendo esta línea de Mach, tenga otro cambio en dirección de flujo que ocurre a través de una segunda línea de Mach con la Ec. (2-30) aplicable de nuevo. Por valores infinitesimales de $d\theta$, se halla una solución exacta por el total de las dos zonas. Por extensión una solución exacta para un número infinito de valores infinitesimales sucesivos de $d\theta$ y una solución bastante buena para valores muy pequeños de $d\theta$.

Sí $\theta_1 = 0$

$$M = 1 = \overline{V}$$

es substituido como un límite, la Ec. (2-30) puede ser integrada, usando la Ec. (2-29), para dar

$$\theta = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}\arctan\sqrt{\frac{k-1}{k+1}}\sqrt{M^2-1} - \arctan\sqrt{M^2-1} \tag{2-31}$$

Se debe notar que θ es el ángulo a través del cual el flujo cambiaría si M_1 fuera igual a la unidad en el borde en el que el pasaje de la pared cambia de dirección y si la presión estática final alrededor de este borde permitió la expansión total de M_2. Supóngase que el flujo antes de el borde es supersónico y por lo tanto ($M_1 > 1$) entonces se toma en cuenta que alguna expansión debe ocurrir antes que la esquina satisfaga el requisito de $M = 1$ en el borde. Si θ_1 es el ángulo relativo a M_1, la habilidad del flujo para expandirse a través de θ_1 es reducida. Por lo tanto el ángulo verdadero del cambio de flujo se da como ($\beta=\theta_1-\theta_2$), donde θ_2 es el ángulo relacionado a M_2.Valores de θ correspondientes a varios números de Mach que se dan en la Fig. 2-10.

Como un ejemplo del uso de la Ec. (2-31) o Fig. 2-10, supóngase que el flujo del gas a lo largo de una pared está a ($M = 3$) y la pared gira a través de un ángulo de 12° como se muestra en la Fig.(2-11). Encuentre M_2. De la Fig. 2-10 o la Ec. (2-31) para ($M_1 = 3$),

(θ_1 = 49.76°). (β = 12°), para que (θ_2 = 61.76°). Resolviendo la Ec. (2-31) para M_2 o de la Fig. 2-10, (M_2 = 3.7013).

La ecuación (2-31) es una forma de la ecuación del Prandtl-Meyer. El método de aproximación al problema se conoce como el método de características.

La figura 2-11 muestra que él limite de giro del ángulo β el cual puede mantenerse ocurrente cuando el valor limite de (θ_1 = 0) a (M_1 = 1),

$$P_1/P_0 = 0.5283$$

Y (θ_2 = 130.5° a M_2 = 3.615, P_2/P_0 = 0). Claramente P_2 tendría que ser igual a cero o un vacío perfecto tendría que existir después de voltear la esquina. Por eso el máximo ángulo de giro que puede ser mantenido con la expansión en un vacío perfecto es ($\beta=\theta_1$ – 130.5°). Si la presión estática más allá de la esquina es tal como para requerir un valor más bajo para β que el de la esquina física provea, el flujo se separará de la superficie que ensancha a la presión real estática P_2 . Si el valor físico de β requiere que θ_2 sea mayor que 130.5°, el flujo no girara a través del ángulo físico sino a través de un ángulo más pequeño otra vez con separación del flujo.

En la figura 2-12 se muestran las condiciones que existen cuando una corriente de gas supersonica es girada al rededor suavemente al entrar y salir de las esquinas. El último caso representa difusión o compresión.

En la figura 2-12a, se puede notar que las líneas de Mach no se interceptan. Sin embargo, si el ángulo de giro es lo suficientemente grande para una esquina interior, como se muestra en la Fig. 2-12b, las líneas de Mach tienden a interceptarse. Dos líneas de Mach interceptándose de esta manera, se unen en una sola onda, cuya fuerza es la suma de cada una de las líneas de Mach. La onda resultante, se interceptará con otra línea de Mach para formar una onda aún más fuerte, y así continuaría. Suponga que el número de líneas de Mach es infinito. Entonces una onda de choque oblicua sería formada, cuya fuerza se incrementaría con su longitud. En un caso tal, la intensidad de choque se haría mayor, el método de características no se aplicaría, siendo que las condiciones de aproximación isoentrópica no se cumplen. Otros métodos están disponibles para solucionar tales situaciones.

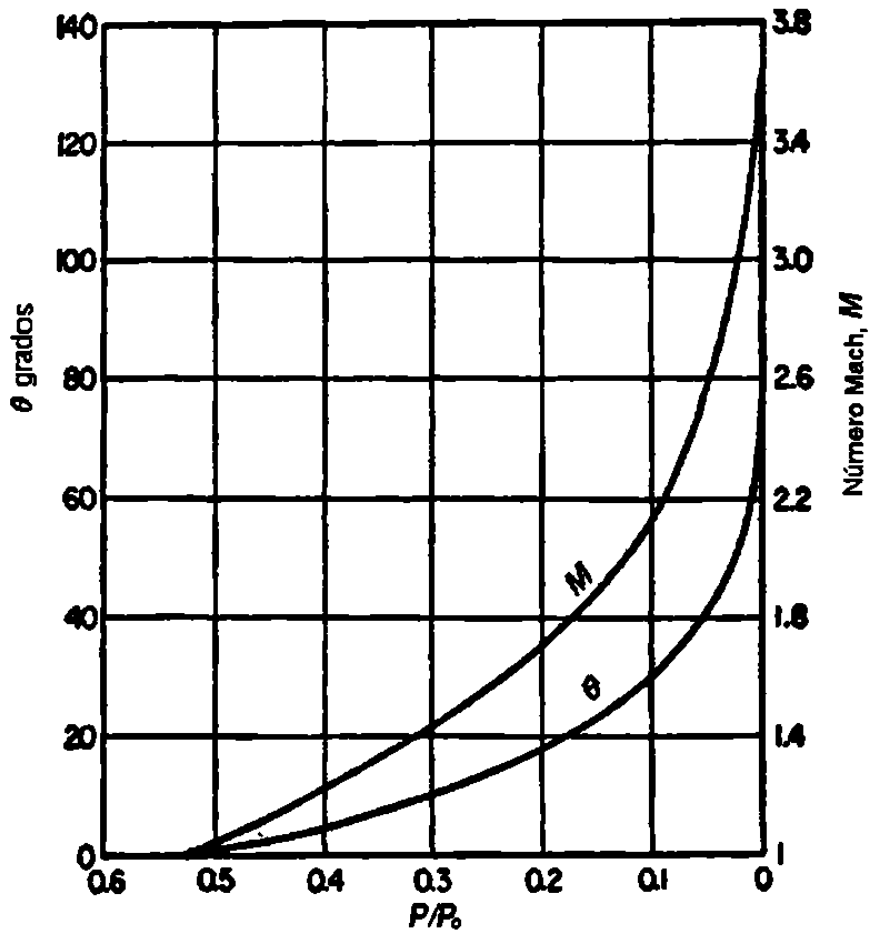


Fig. 2-11 M y θ como funciones de la relación entre presión estática local y presión de estancamiento

Desde lo antes detallado, se puede concluir que los procesos de difusión requieren de un gran cuidado en el diseño de los pasajes de flujo, para evitar choques de compresión

con pérdidas consecuentes. Si sugiere también que los pasajes de flujo para los procesos de expansión, pueden diseñarse con una libertad comparativa para la posibilidad de un choque fuerte.

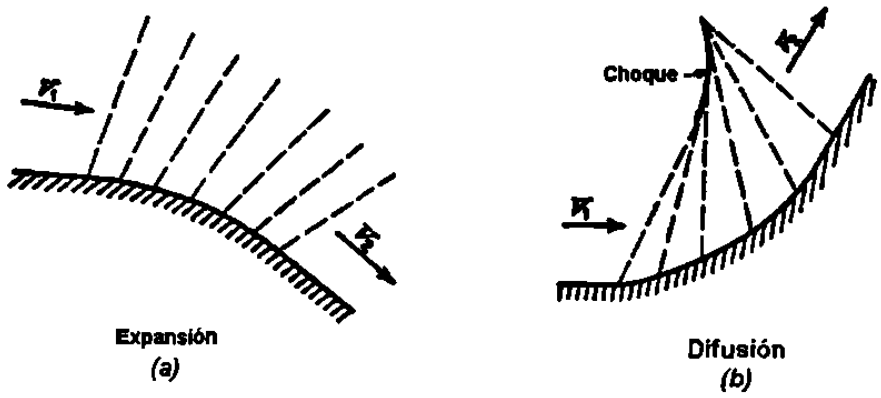


Fig. 2-12. Flujo supersónico alrededor de una esquina exterior e interior.

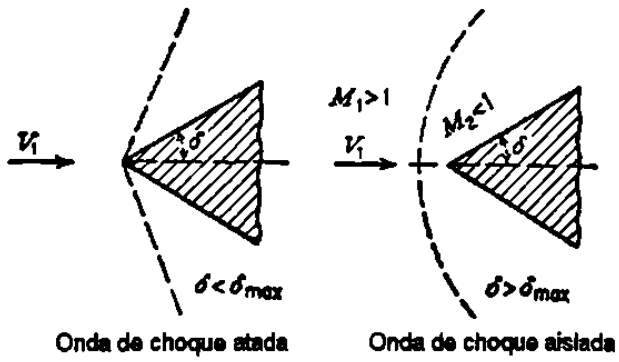


Fig. 2-15. Ondas de choque atada y aislada

2-7 ONDAS DE CHOQUE FUERTES Y OBLICUAS

Las ondas de choque fuertes y oblicuas difieren de las ondas de choque débiles y oblicuas en intensidad. Para la onda de choque débil y oblicua, la distorsión es infinitamente pequeña y el proceso es esencialmente isoentrópico. Con las ondas de choque fuertes y oblicuas, la distorsión es tan intensa que el proceso ya no puede concernir a lo isoentrópico. Hay una disminución irreversible y adiabática en la presión estacionaria. Las ondas de choque fuertes y oblicuas pueden ocurrir únicamente en difusión o compresión con un alto valor de ángulo δ de deflección de pared.

Considerando la Fig. 2-13 la cual ilustra el flujo supersónico por una pared, en la cual el ángulo de deflección δ es lo suficientemente grande como para inducir un choque fuerte o intenso. Los componentes de velocidad paralelos al choque son iguales, pero los componentes normales disminuyen a través del choque con una disminución correspondiente en los números de Mach, y un incremento en la presión estática. El ángulo θw, llamado el ángulo de onda, ya no es igual al ángulo de Mach.

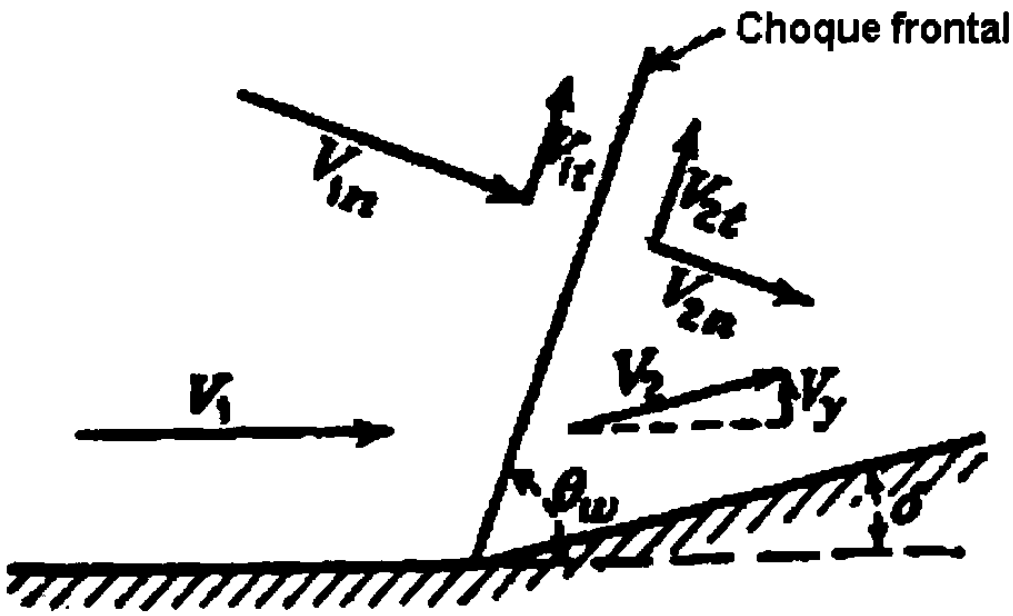


Fig. 2-13. Onda de choque fuerte y oblicua.

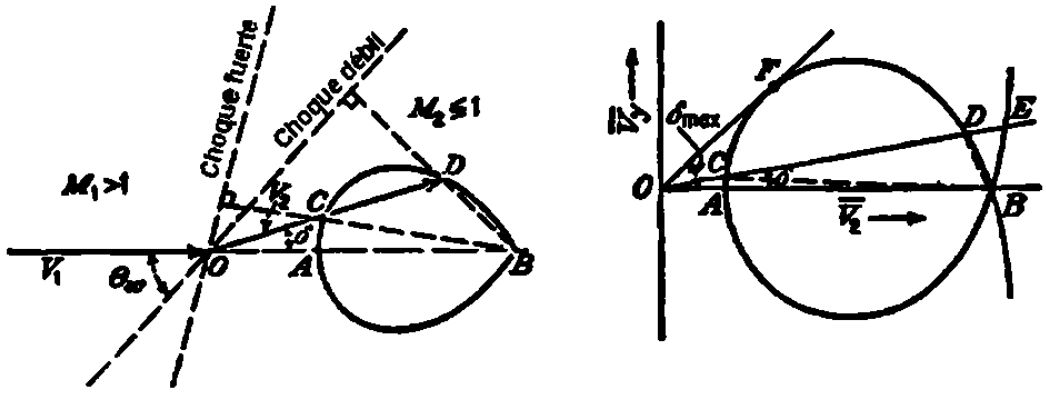


Fig. 2-14. Choque polar.

Las ecuaciones de momento, continuidad, y energía, pueden ser puestas para choques oblicuos, utilizando los componentes de velocidad normal y paralela para la onda de choque. La onda y los ángulos de deflección pueden expresarse en términos de (V_1, V_2, y V_y). Finalmente, sí las relaciones dimensionales

$$\frac{V_1}{a^*} = \overline{V}_1 \qquad \frac{V_2}{a^*} = \overline{V}_2 \qquad \text{y} \qquad \frac{V_y}{a^*} = \overline{V}_y$$

son utilizadas, la siguiente ecuación puede ser derivada:

$$\overline{V}_y^2 = \left(\overline{V}_1 - \overline{V}_2\right)\left[\frac{\overline{V}_1\overline{V}_2 - 1}{1 + \left(\frac{2}{k+1}\right)\overline{V}_1^2 - \overline{V}_1\overline{V}_2}\right] \tag{2-32}$$

Para valores dados de $\overline{V}_1$, Ec. (2-32) se vuelve cúbica en la forma $\overline{V}_2$. Entonces graficando $\overline{V}_y$ contra $\overline{V}_2$ para valores fijos de $\overline{V}_1$, una curva similar a la Fig. 2-14 es obtenida. Esta curva es conocida como hodógrafo, siendo que sus coordenadas representan las componentes verticales y horizontales de $\overline{V}_2$. Este hodógrafo en particular puede referirse como un choque polar, siendo que relaciona las velocidades después del choque.

Una familia de curvas se puede obtener tomando diferentes valores de $\overline{V}_1$ algunos detalles de las ondas de choque oblicuas ahora se pueden presentar convenientemente en términos de la Ec. (2-32) y el choque polar. La ecuación (2-32) muestra que cuando ($V_1 = V_2$), V_y debe ser igual a cero, y por lo tanto la onda es débil o es una onda de Mach. El punto B en la Fig. 2-14a representa esta situación donde ($V_2 = OB = V_1$). ($V_y = 0$) cuando ($V_1V_2 = 1$) ó ($V_1V_2 = a^2$), una condición normal de choque mostrada como punto A en la Fig. 2-14a. Entre el punto de onda de Mach del punto B y la onda de choque normal al punto A, hay un número infinito de ondas de choque acompañadas por la deflección de flujo. Por ejemplo, la línea *OE* con ángulo δ de deflección de flujo corta la curva en los puntos *C*, *D* y *E*. Esto es cierto dado que la Ec. (2-32) es cúbica en V_2. Una línea normal dibujada al segmento de curva *BD* corta la abscisa o V_2 coordinada a un ángulo θw, el ángulo de onda. Similarmente el ángulo de onda para el segmento de curva *BC* puede ser obtenido. Cuando *D* se aproxima a *B*, el eje *BD* se acerca como limite de la tangente en *B*. La normal a la tangente en *B* corta el V_2 coordinado a un ángulo de Mach $\propto$. Por lo tanto en cuanto *D* se aproxima a *B*, el choque se vuelve muy débil. Por otro lado, cuando *C* se aproxima a *A*, la cuerda *BC* se aproxima a la cuerda *AB*, y al ángulo de onda formado por la normal a *AB* es de 90°. Esto corresponde a una onda de choque normal. Puede concluirse que las dos condiciones *C* y *D* representan dos soluciones – la de *C* como choque fuerte y *D* como choque débil. La tercera solución indicada en *E* se toma en cuenta un incremento en la velocidad o un enrarecimiento que es físicamente imposible.

Esta claro de que no existe una solución única para cualquier valor dado de $\overline{V}_1$ y θ. Dos soluciones son físicamente posibles, una con un choque débil acompañado por una pequeña disminución en velocidad y una pequeña elevación de presión. El flujo puede permanecer supersónico durante el choque débil. La otra solución es un choque fuerte con una gran disminución de velocidad y una gran elevación de presión. El flujo se convierte en subsónico a través del choque fuerte.

Se puede observar de la Fig.2-14 que así como el ángulo de deflección δ aumenta, la intensidad del choque débil aumenta. Pero para valores más pequeños de δ, la intensidad del choque fuerte disminuye y cuando δ se aproxima a cero, la onda se aproxima a la onda de Mach. El ángulo de deflección δ puede aumentar al máximo para que el origen en O de la línea *A* no sea tangente a la curva en un solo punto, tal como *F*. Ahora *OF* no es igual a $V_2 = 1$ y el punto *F* no significa la subdivisión entre las velocidades subsónicas y supersónicas. Cuando el choque a través de la máxima deflección actualmente depende de una particular familia de curvas. Una familia puede resultar en flujo supersónico a través del choque, cuando otra familia puede resultar en una reducción a velocidad subsónica.

Supóngase que el ángulo de deflección de una hendidura colocada en una corriente de flujo un cierto valor de $\bar{V}_1$ es mayor que el ángulo de deflección máximo, indicado en el choque polar. En tal instancia esta claro que no existe solución para que la onda de choque este adherida al borde de ataque de la hendidura. En cambio un lugar aislado de onda de choque normal hacia la dirección de flujo cercano se formara justo delante de la hendidura. La onda de choque aislada llega a ser más oblicua en ambos lados del centro de línea de la hendidura, como muestra en la Fig. 2-15. La región entre el choque aislado y el borde de ataque de la hendidura, se extiende fuera una distancia en ambos lados de la línea central de la hendidura, la cual es subsónica. En la punta del borde de la hendidura principal existe cercanamente una condición estática. Es estadísticamente improbable que la intensidad de choque, aumentara a lo largo de la onda de choque procediendo hacia fuera de la línea central de la hendidura. Esto es verdadero, ya que el incremento de entropía alrededor del choque puede empezar a ser infinito para intensidades crecientes. Actualmente la fuerza de los choques disminuye hasta el infinito, y la onda se convierte en una onda de Mach.

La figura que 2-l6 representa un choque polar transformado que provee un significado conveniente por resolver por propiedades de un gas a través de un choque oblicuo. Una onda de choque suelta puede resolverse al suponer que la onda puede ser compuesta de muchos segmentos pequeños correspondiente a una porción de una onda de choque oblicua. Estos segmentos pueden ser aproximados por una línea recta. Las propiedades del flujo entonces se calculan de las ecuaciones del choque para cada punto.

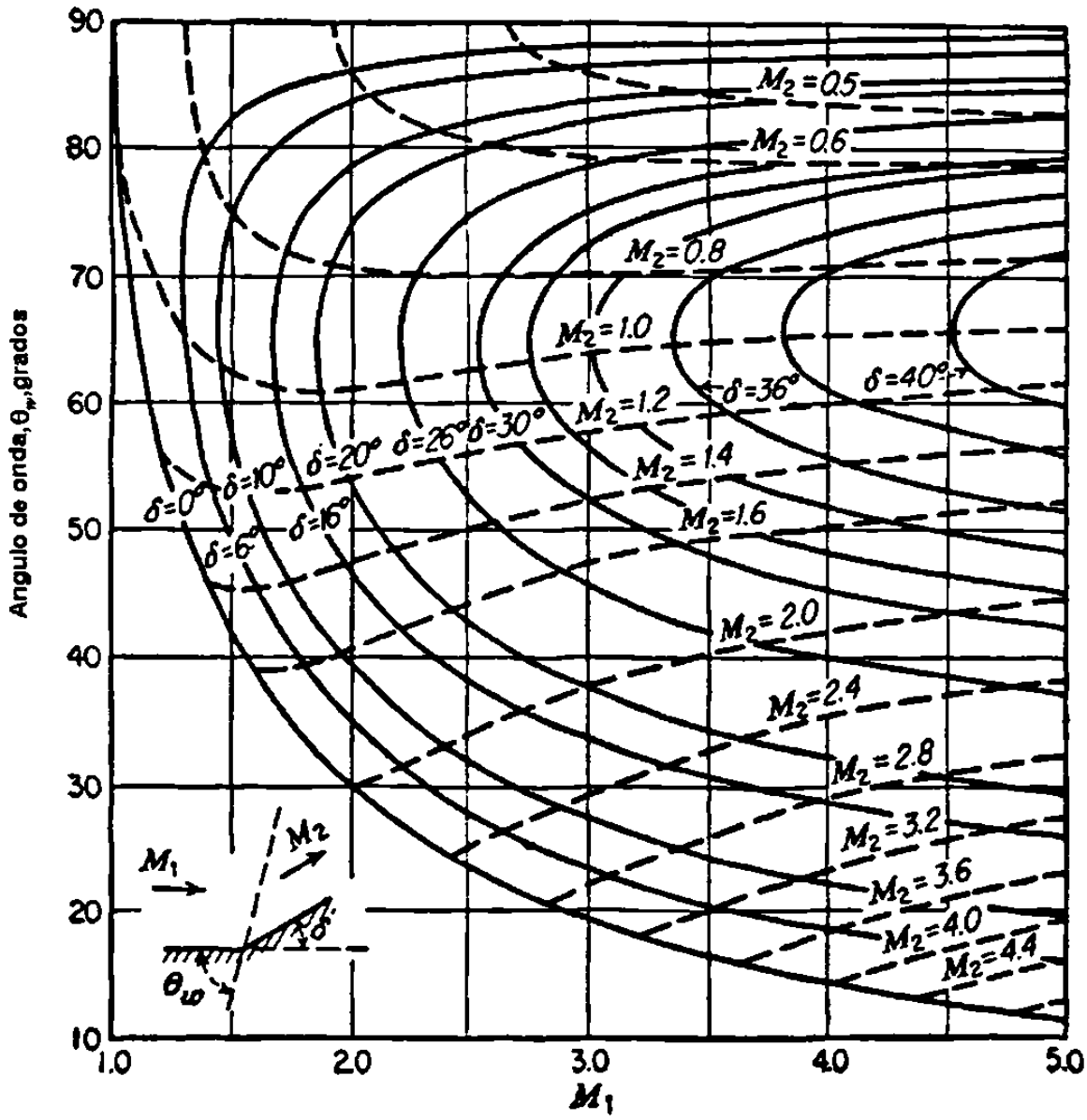


Fig. 2-16 Choque polar transformado por ondas de choque oblicuas

2-8. TEMPERATURA, ENTALPIA, Y PRESION DE ESTANCAMIENTO

Una breve referencia se hizo acerca de la entalpía y presión de estancamiento en la Sec. 2-2 para un gas substancialmente incompresible. Un estado de estancamiento existe cuando un gas de alta es traído completamente a reposo isoentrópicamente. Si esta definición de un estado de estancamiento y las Ecs. (2-8) y (2-9) se aplican a un proceso de flujo isoentrópico, está claro que la entalpía es mayor que la entalpía estática por la energía cinética. Similarmente la presión de estancamiento excede la presión estática por el equivalente de presión de la velocidad. Se demostrará actualmente que la entalpía de estancamiento es una función de temperatura de estancamiento y presión de estancamiento. Por lo tanto la temperatura del estancamiento excede la temperatura estática por el equivalente de temperatura de la velocidad. Cuando los efectos de la velocidad son despreciables, lo que sigue es que la entalpía, presión, y temperatura estática no difieran apreciablemente de sus contrapartes correspondientes al estancamiento. Las relaciones de estancamiento se desarrollan como sigue por un gas ideal en flujo isoentrópico.

La ecuación de momento es dada por la Ec. (2-8):

$$v\,dP + \frac{V\,dV}{g} = 0$$

pero (2-8)

$$P\,v^{k} = \text{constante}$$

Lo que permite que la Ec. (2-8) se integre para que

$$\frac{k}{k-1}\,Pv + \frac{V^2}{2g} = \text{constante}$$

Al designar las condiciones de estancamiento por el exponente °

$$\frac{k}{k-1} P^0 v^0 = \frac{k}{k-1} Pv + \frac{V^2}{2g} = \text{constante}$$

Desde

$$C_P = \frac{Rk}{J(k-1)}$$

$$P^0 v^0 = R\left(T + \frac{V^2}{2gJC_p}\right)$$

Pero el término (V^2/ 2gJCp) es la temperatura dinámica, y

$$P^0 v^0 = RT^0$$

Denotando las condiciones en dos secciones diferentes de un pasaje de flujo por los subíndices 1 y 2, se siguen de la Ec. (2-33) y las relaciones del gas ideal para el flujo isoentrópico,

$$\frac{P_1}{P_1^0} = \left(\frac{T_1}{T_1^0}\right)^{k/(k-1)} \quad \text{y} \quad \frac{P_2}{P_2^0} = \left(\frac{T_2}{T_2^0}\right)^{k/(k-1)}$$

de las cuales $$\frac{P_1}{P_2^0} = \left(\frac{T_1}{T_2^0}\right)^{k/(k-1)} \qquad (2\text{-}34)$$

y similarmente $$\frac{P_1^0}{P_2^0} = \left(\frac{T_1^0}{T_2^0}\right)^{k/(k-1)} \qquad (2\text{-}35)$$

Las expresiones anteriores muestran claramente que las relaciones del gas ideal y la ecuación de estado pueden extenderse a las propiedades del estado de estancamiento.

La introducción del número de Mach a las relaciones de temperatura de estáncamiento provee una conveniencia en cálculos:

$$T^0 = T + \frac{V^2}{2gJC_p} = T\left(1 + \frac{V^2}{2gJC_p\,T}\right)$$

Substituyendo la Ec. (2-14), $a = \sqrt{gkRT}$, y $Cp = Rk / [J\,(k-1)]$

$$T^0 = T\left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) M^2\right] \tag{2-36}$$

Substituyendo la Ec. (2-36) en La Ec. (2-34),

$$P^0 = P\left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) M^2\right]^{k/(k-1)} \tag{2-37}$$

La ecuación de la energía Ec. (2-9) da la relación entre la entalpía estática y de estancamiento así que

$$h^0 = h + \frac{V^2}{2gJ} = \text{constante} \tag{2-38}$$

Por flujo adiabático en que no se hace ninguno trabajo, aun en la presencia de fricción, la entalpía de estancamiento y temperatura son constantes en todas sus secciones del pasaje del flujo así que

$$h_1^0 = h_2^0 = \text{constante} \tag{2-39a}$$

$$T_1^0 = T_2^0 = \text{constante} \tag{2-39b}$$

Si el flujo es isoentrópico sin hacer trabajado, las presiones de estancamiento son iguales en todas las secciones y

$$P_1° = P_2° = \text{constante} \tag{2-38}$$

2-9. FLUJO ISOENTROPICO EN UN PASAJE DE AREA VARIABLE DE SECCION DE CRUCE O TRANSVERSAL

De la Ec. (2-6)

$$\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} - \frac{dv}{v} = 0 \tag{2-40}$$

Del módulo de volúmen isoentrópico para un gas ideal

$$Ks = kP = -\frac{dP}{dv/v}$$

$$-\frac{dv}{v} = \frac{1}{k}\frac{dP}{P} \tag{2-41}$$

De la Ec. (2-8), dividiendo por V^2,

$$\frac{dV}{V} = -\frac{gvpdP}{V^2\rho} = -\frac{dP}{kPM^2} \tag{2-42}$$

Sustituyendo las Ecs.(2-41) y (2-42) en la Ec. (2-40),

$$\frac{dA}{A} - \frac{dP}{kPM^2} + \frac{dP}{kP} = 0$$

ó

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{M^2} - 1\right)\frac{dP}{P} \qquad (2\text{-}43)$$

Sustituyendo la Ec. (2-41) en la Ec. (2-42) tenemos

$$kP\,dv = \frac{V\,dV}{g} \qquad \text{ó} \qquad \frac{dv}{v} = \frac{V\,dV}{gkPv} \qquad \text{y} \qquad \frac{dv}{v} = \frac{V\,dV}{a^2}$$

Que, sustituyendo en la Ec. (2-40), da como resultado

$$\frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} - \frac{V\,dV}{a^2} = 0$$

ó

$$\frac{dA}{A} = \frac{V\,dV}{a^2} - \frac{dV}{V} = (M^2 - 1)\,\frac{dV}{V} \qquad (2\text{-}44)$$

De la Ec. (2-41)

$$-\,dP = kP\,\frac{dv}{v}$$

Substituyendo en la Ec. (2-42),

$$\frac{dV}{V} = \frac{gkPv}{V^2}\,\frac{dv}{v} = \frac{1}{M^2}\,\frac{dv}{v}$$

Substituyendo la expresión anterior en la Ec. (2-40),

$$\frac{dA}{A} = \left(1 - \frac{1}{M^2}\right)\frac{dv}{v} \qquad (2\text{-}45)$$

Las ecuaciones (2-8), (2-43), (2-44) y (2-45) son de tal significado fundamental en el estudio del flujo isoentrópico, que nuevamente se mencionan.

$$v\,dP + \frac{V\,dV}{g} = 0 \tag{2-8}$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{M^2} - 1\right)\frac{dP}{P} \tag{2-43}$$

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1)\frac{dV}{V} \tag{2-44}$$

$$\frac{dA}{A} = \left(1 - \frac{1}{M^2}\right)\frac{dv}{v} \tag{2-45}$$

Varias condiciones de flujo se examinarán en conexión con las ecuaciones precedentes.

Caso 1. ($M < 1$) y la disminución de presión. De la Ec. (2-8) si dP es negativo, entonces dV debe ser positivo. Con ($M < 1$), la expresión en paréntesis de la Ec.(2-43) es positiva, y siendo que dP es negativo, dA debe de ser también negativo. Se obtiene el mismo resultado de la Ec. (2-44) siendo que la expresión en paréntesis es negativa, dV es positivo y dA tiene que estar negativo. El cambio en el volumen específico con área de sección de cruce puede obtenerse de la Ec. (2-45), que muestra que aumenta. Para sumarse, si la velocidad entrando en un pasaje es subsónica y la presión estática en el pasaje disminuye, entonces el pasaje debe ser convergente con volumen específico y velocidad incrementadose.

Caso II. ($M > 1$) con disminución de presión. De nuevo de la Ec. (2-8) si dP es negativo, dV es positivo. La expresión en paréntesis de La Ec. (2-43) es negativa, y siendo que dP también es negativo, dA debe ser positivo. Similarmente, Ec. (2-44) prueba que dA es positivo. La ecuación (2-45) establece que el volumen específico aumenta. Para resumir, si la velocidad que entra a un pasaje es supersónica y la presión

estática en el pasaje disminuye, entonces el pasaje debe divergir con el incremento específico de volumen y velocidad.

Caso III. ($M < 1$) y la presión aumenta. La ecuación (2-8) muestra que dV es negativo cuando dP es positivo. La expresión en paréntesis de la Ec. (2-43) es positiva y dA es positivo. Se satisface esta condición también por la Ec. (2-44). La ecuación (2-45) muestra que el volumen específico disminuye. Resumiendo, si la velocidad entrando a un pasaje es subsónica y la presión estática en el pasaje aumenta, entonces el pasaje debe divergir con disminución de velocidad y volumen específico.

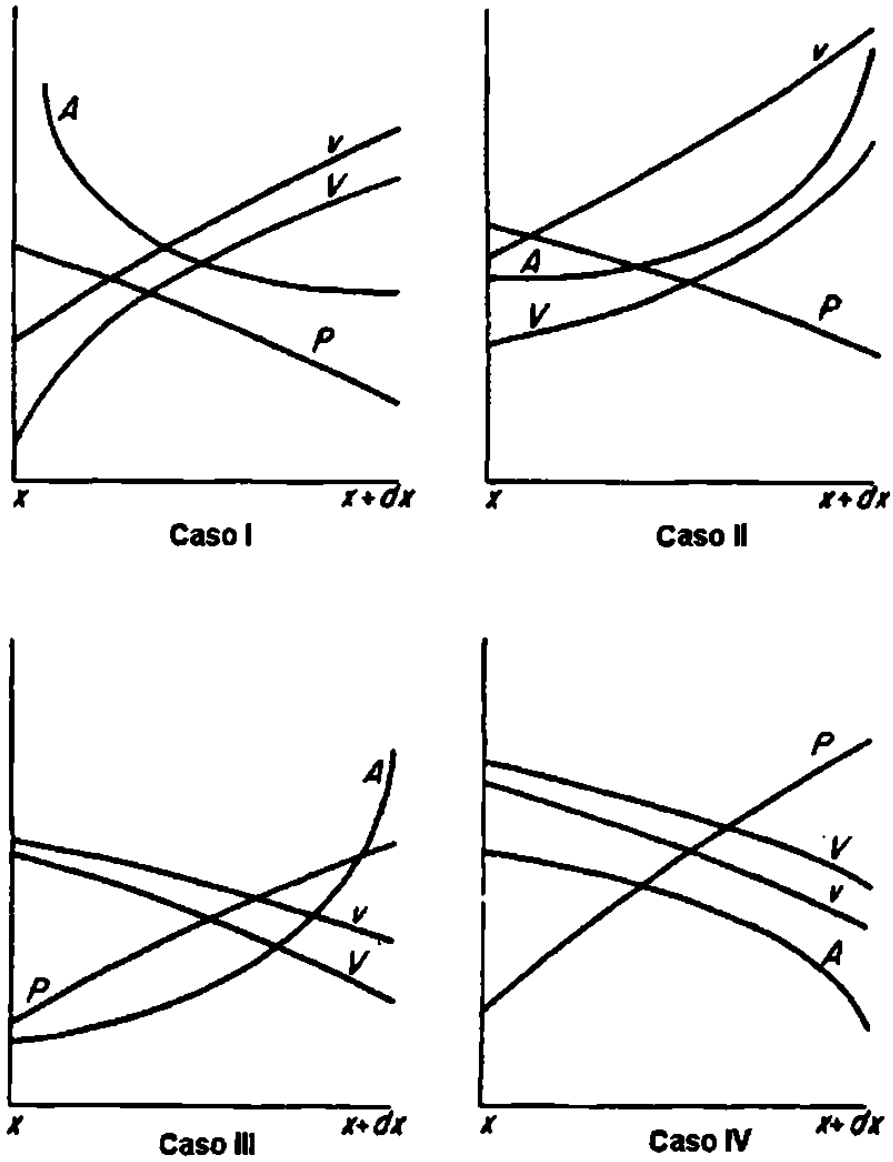


Fig. 2-17. Características de flujo isoentrópico en un pasaje de área variable de sección de cruce vs. longitud en dirección del flujo.

Caso IV. ($M > 1$) y la presión aumenta. La ecuación (2-8) muestra que dV es negativo. La ecuación (2-43) indica que dA es negativo, una condición que se satisface también por la Ec. (2-44). La Ec. (2-45) muestra la disminución de volumen específico. Resumiendo, si la velocidad que entra a un pasaje es supersónica y la presión estática en el pasaje aumenta, entonces el pasaje debe converger con velocidad y volumen específico disminuyendo.

Caso V. ($M = 1$) y la presión aumenta o disminuye. Si él número de Mach es unido a una sección en el pasaje, de las Ecs. (2-43) a (2-45), dA es igual a cero. Por lo tanto la caída de la curva del área contra el número de Mach es cero cuando ($M = 1$), un punto de inflexión es alcanzado, y el área de sección de cruce es mínima. Para esta condición La Ec. (2-40) se reduce a

$$\frac{dV}{V} - \frac{dv}{v} = 0$$

ó

$$d\left(\frac{V}{v}\right) = 0 \qquad (2\text{-}46)$$

y

$$\frac{G}{A} = \frac{V}{v} = \text{máxima} \qquad (2\text{-}47)$$

Se alcanza un punto de deflección en la curva de (V/v) contra el número de Mach cuando ($M = 1$) y la relación (V / v) esta al máximo. Por eso, cuando ($M<1$), la velocidad aumenta mucho más rápido que el volumen específico hasta que se alcanza el valor ($M = 1$), después del cual ($M > 1$) los incrementos del volumen específico son más rápidos que la velocidad con disminución de presión.

Para un área de sección de cruce mínima dada ($dA = 0$) a ($M = 1$), sigue de la ecuación de continuidad y de la Ec. (2-66), como se expresa en la Ec.(2-47), que la máxima razón de flujo de masa ocurre a ($M = 1$). Por lo tanto la razón de flujo de masa en un pasaje es controlada por las condiciones a ($M = 1$), a menos que, ($M = 1$) no se alcance, con lo cual las condiciones de salida del pasaje controlan el flujo. Estas conclusiones son consistentes con el hecho de que los disturbios tales como cambios de

presión no pueden moverse corriente arriba después de que (M =1) es alcanzado y por eso es incapáz de afectar el flujo.

Las características del flujo analizado en los cinco casos previos se aplican a toberas, tubos del venturi, y difusores. Una tobera convergente-divergente transónica exhibe las características de los casos I, V, y II en ese orden. Un tubo de venturi tiene las características de los casos I, V, y III consecutivamente. El difusor de un motor de avión jet supersónico muestra las características del caso IV mientras que el jet mismo es caracterizado por el Caso I.

2-10. NUMERO DE REYNOLDS

Como el número de Mach, el número de Reynolds es otro parámetro del flujo importante. El número de Reynolds es definido como el de fuerzas ineciales a las fuerzas viscosas actuando sobre un fluido en flujo. El número de Reynolds es adimensional, si se emplean unidades consistentes.

La fuerza de inercia puede ser representada como el producto de masa y aceleración. La fuerza viscosa es el producto de área de la superficie de una partícula del fluido, cambio de velocidad, y coeficiente de viscosidad. Si una dimensión característica, como el diámetro del pasaje es denotado por l, la fuerza de inercia puede expresarse

$$\text{Fuerza de inercia} = ma = f\left[(l^3\rho)\left(\frac{l}{t^2}\right)\right] = f(\rho, l^2, V^2)$$

donde t = tiempo

ρ = densidad

Similarmente,

$$\text{Fuerza de viscosidad} = f\left[(l^2)\left(\frac{V}{l}\right)(\mu)\right] = f(\mu, l, V)$$

donde μ = viscosidad absoluta en gr/cm-seg. La constante proporcional es el *número de Reynolds.*

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho l^2 V^2}{\mu l V} = \rho \frac{V l}{\mu} \tag{2-48}$$

Siendo $\mu = \rho\nu$,

$$\mathrm{Re} = \frac{V l}{\nu} \tag{2-49}$$

donde ν = viscosidad cinemática en metros cuadrados por segundo.

Para flujo de gas, las fuerzas principales son inercia y viscosidad. Se puede predecir por el análisis dimensional y demostrarse por experimentación que dinámicamente un flujo similar de gas fluye a través de pasajes geométricamente similares o alrededor de objetos geométricamente similares son caracterizados por la constante del número de Reynolds. La similitud, dinámica y geométrica puede mantenerse por ajustes de V, l, μ, ó ρ, para que el número de Reynolds sea constante.

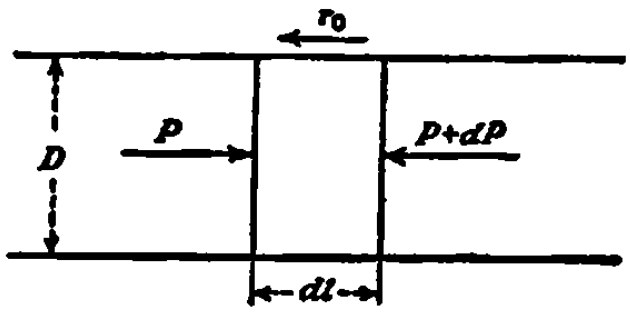


Fig. 2-18. Fuerzas actuando sobre un elemento de gas en un área de pasaje constante de sección cruce.

2-11. FLUJO ADIABATICO CON FRICCION EN UN AREA DE PASAJE DE SECCION DE CRUCE O TRANSVERSAL CONSTANTE

La ecuación de la energía para flujo adiabático no da ninguna pista implícita acerca del efecto de límite y fricción interna. La energía total del gas queda igual, la fricción se manifiesta por sí misma por un incremento en entropía. Hay dos métodos para calcular la fricción. Un método para calcular el incremento de entropía y el otro para utilizar la relación del momento, tratando la fricción como una fuerza resistente para flujo. El último método está en más uso general y será investigado primero.

La figura 2-18 muestra una sección de una tubería recta en que un gas de alta velocidad está fluyendo. La tubería esta aíslada para que el proceso de flujo pueda asumirse como adiabático. La fuerza de fricción se indica por $\tau 0$. Las fuerzas actuando en un elemento diferencial en la longitud diferencial de la tubería de gas *dl* son

$$F = \frac{\pi D^2}{4} [P - (P + dP)] - \tau 0 \pi D\, dl$$

Pero $\tau 0 = f\ (V^2 / 2gv)$ en kilos, donde f es el factor de la fricción de **abaniqueo**. Entonces

$$F = - dP \frac{\pi D^2}{4} - f \frac{V^2}{2gv} \pi D\, dl$$

La fuerza F exhortada en el elemento de gas es igual al producto de su masa y aceleración. La masa del elemento es

$$m = \frac{\pi D^2\, dl}{4gv}$$

y la aceleración estaría expresada

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dl}\,\frac{dl}{dt} = V\,\frac{dV}{dl}$$

entonces

$$-\,dP\,\frac{\pi D^2}{4} - f\,\frac{V^2}{2gv}\,\pi\,D\,dl = \frac{\pi D^2}{4g}\,\frac{dl}{v}\,\frac{V\,dV}{dl}$$

$$v\,dP + \frac{V\,dV}{g} + 2f\,\frac{V^2}{g}\,\frac{dl}{D} = 0 \qquad (2\text{-}50)$$

Esta es la ecuación de momento para flujo adiabático con fricción. La Ec. (2-50) no puede ser integrada fácilmente en su presente forma y está un poco fuera de uso práctico. Sin embargo, cuando la Ec. (2-50) está expresada en términos de números de Mach, la integración se lleva a cabo con mucha menos dificultad.

Se comentó en la sección (2-9) que la temperatura de estancamiento es constante en todas las secciones de un pasaje si el flujo es adiabático. Sustituyendo por la temperatura estática en la Ec. (2-36) su equivalente de la ecuación de estado, siguiendo que

$$P\,v\left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right) M^2\right] = \text{constante} \qquad (2\text{-}51)$$

Substituyendo la Ec. (2-16) en la Ec. (2-51)

$$P\,v + \left(\frac{k-1}{k}\right)\frac{V^2}{2g} = \text{constante} \qquad (2\text{-}52)$$

Las ecuaciones (2-51) y (2-52) para flujo adiabático de un gas ideal con fricción.

Diferenciando la Ec. (2-16),

$$\frac{dT}{T} = 2\,\frac{dV}{V} - 2\,\frac{dM}{M}$$

Diferenciando la Ec. (2-7) y sustituyendo por v su equivalente $[RT / P]$ (G/A = cte. siendo A = constante),

$$\frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} - \frac{dV}{V}$$

De las dos ecuaciones anteriores tenemos,

$$\frac{dP}{P} = \frac{dV}{V} - 2\frac{dM}{M}$$

De las Ecs. (2-16) y (2-50) y $Pv = RT$,

$$\frac{dP}{P} = -kM^2 \frac{dV}{V} - 2kfM^2 \frac{dl}{D}$$

Eliminando dP/ P de las dos ecuaciones anteriores,

$$2\frac{dM}{M} = \frac{dV}{V}\left(kM^2 + 1\right) + 2kfM^2 \frac{dl}{D} \tag{2-53}$$

De Ecuaciones (2-16) y (2-36),

$$V = M\sqrt{\frac{gkRT^{\circ}}{1+\left[(k-1)/2\right]M^2}}$$

Diferenciando la ecuación anterior se denota T° es la constante por flujo adiabático,

$$\frac{dV}{V} = \frac{dM}{\left[1+\left(\frac{k-1}{2}\right)M^2\right]M} \tag{2-54}$$

Sustituyendo la Ec. (2-54) en la Ec. (2-53),

$$4f\frac{dl}{D} = \frac{2\left(1-M^2\right)dM}{kM^2\left[1+\left(\frac{k-1}{2}\right)\right]M} \tag{2-55}$$

Se integra la ecuación (2-55) por las condiciones a entrada y salida del pasaje. El factor de fricción de **abaniqueo** puede ser como un valor promedio. Por el número de

Reynolds usualmente obtenido en alta velocidad de la compresión del fluido fluyendo (250,000 a 600,000) el valor del factor de fricción de **abaniqueo** se ha hallado experimentalmente con una porcentaje de falla de 0.005 (NACA TM 844).

$$\int_0^{\ell} 4f\frac{d\ell}{D} = \int_{M_1}^{M_2} \frac{2(1-M^2)d\mu}{k\mu^2\left[1+\left(\frac{k-1}{2}\right)\mu^2\right]}$$

ó

$$4f\frac{l}{D} = \frac{k+1}{2k}\ln\frac{M_1^2\left[1+\left(\frac{k-1}{2}\right)M_2^2\right]}{M_2^2\left[1+\left(\frac{k-1}{2}\right)M_1^2\right]} + \frac{M_2^2 - M_1^2}{kM_1^2M_2^2} \qquad (2\text{-}56)$$

Con el uso de Ecs. (2-51), (2-52), y (2-16), La Ec. (2-56) puede ser transformada a

$$4f\frac{l}{D} = \frac{k+1}{2k}\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 + \frac{1}{k}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2\right]\left[\frac{1}{M_1^2}+\frac{k-1}{2}\right] \qquad (2\text{-}57)$$

la Ec. (2-57) es una expresión en función del cambio de velocidad en un tubo aislado, en

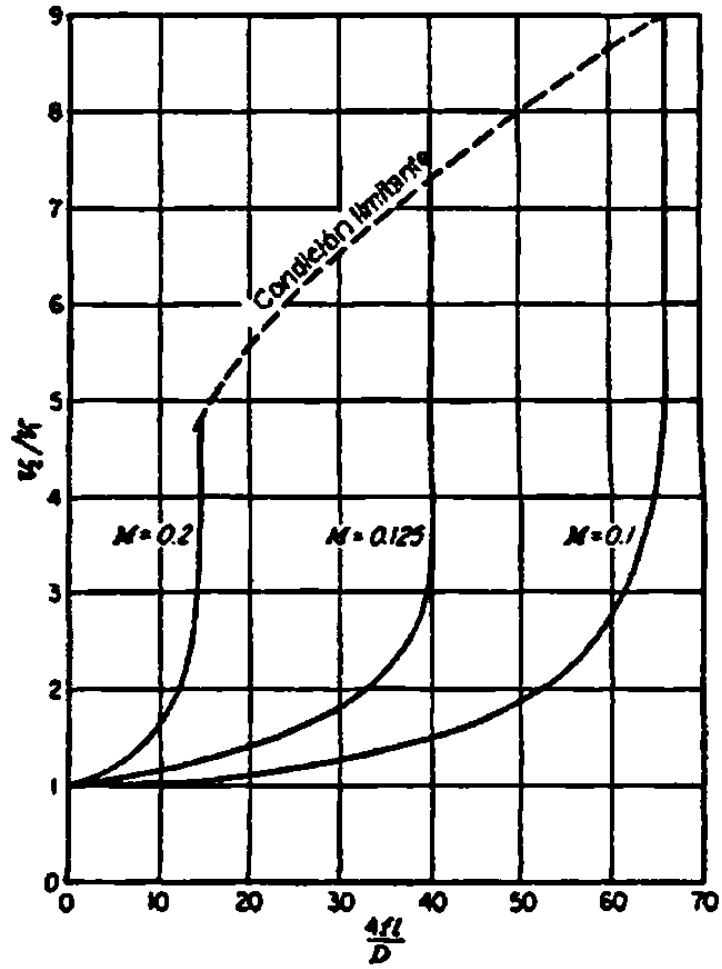


Fig. 2-18. Parámetro de la fricción para flujo compresible de

términos de los parámetros de la fricción, $4f(l/d)$ e interviniendo el número de Mach.

Las ecuaciones (2-56) y (2-57) no indican implícitamente el máximo valor del parámetro del flujo. Puede ser demostrado gráficamente que el máximo valor es encontrado cuando el número final de Mach es la unidad o cuando la velocidad se encuentra cerca de la velocidad local del sonido.

Para encontrar una expresión para el valor máximo del parámetro de flujo, es solo necesario cambiar $M_2 = 1$ en la Ec. (2-56).

$$\left(4f\frac{l}{D}\right)_{max} = \frac{k+1}{2k}\ln\frac{(k+1)M_1^2}{2+(k-1)M_1^2} + \frac{1-M_1^2}{kM_1^2} \qquad (2\text{-}58)$$

La figura 2-19 muestra una gráfica de (V_2 / V_1) contra el parámetro de la fricción por varios números de Mach entrando. Se obtienen estas curvas de la Ec. (2-57). Los puntos de las curvas representan los valores limites de los del parámetro de la fricción y las proporciones de la velocidad correspondientes (V_2 / V_1). Las gráficas de la Fig. 2-20 se obtienen al trazar el parámetro de la fricción como una función usando los números de Mach entrando de la Ec. (2-58). Esto significa que los parámetros de la fricción son mínimos cuando el número de Mach entrando es la unidad. Para velocidades por debajo de la del sonido, el efecto de fricción es acelerar el flujo hasta que una velocidad del máximo equivalente a la velocidad del sonido es alcanzada a $M = 1$. Para velocidades supersónicas entrando, el efecto verdadero es opuesto ya que la fricción desacelera el flujo a la velocidad del sonido a $M = 1$.

La velocidad límite y el parámetro de la fricción relacionada con esta es encontrado fácilmente en términos de la *línea Fanno*. La ecuación (2-21) es una forma de la ecuación de Fanno en términos de la presión estática para un gas perfecto en un choque normal.

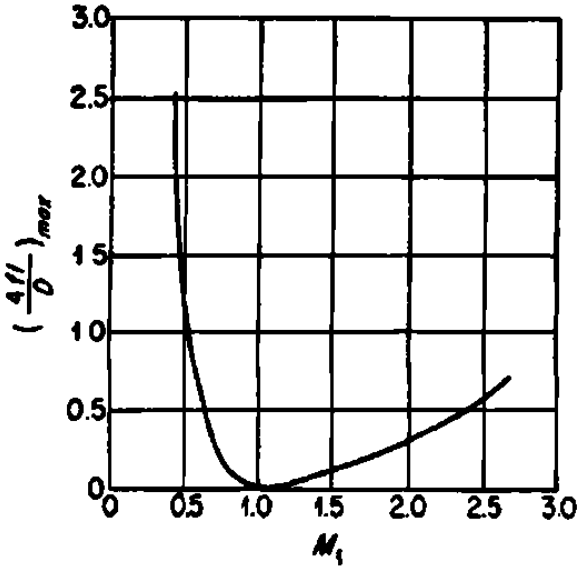


Fig. 2-20. Parámetro limitante de fricción para un flujo compresible de un gas en una tuberia aislada de diametro constante (k=1.4)

Otra forma de la ecuación de Fanno puede ser derivada, la cual es usada en la determinación de las pérdidas por la fricción si la ecuación (2-38) para entalpía de estancamiento es aplicada,

$$h^{o} = h_1 + \frac{V_1^{\,2}}{2gJ} = h_2 + \frac{V_2^{\,2}}{2gJ} \tag{2-59}$$

La ecuación anterior para un proceso de flujo adiabático considerando pérdidas, nos proporciona una pérdida de trabajo. Sustituyendo por la velocidad en la ecuación anterior es equivalente de la ecuación de estado y notando que una constante para el área de sección de cruce del flujo es considerada a continuación.

$$h^{o} = h_1 + \frac{G^2 v_1^{\,2}}{2gJA^2} = h_2 + \frac{G^2 v_2^{\,2}}{2gJA^2} \tag{2-60}$$

Ahora el volumen específico es una función de la entalpía y entropía, la Ec. (2-60) puede ser representada en un diagrama *h-S*. Esta ecuación es otra forma de la ecuación

de Fanno y ésta representada, en un diagrama *h-S* es otra forma de la línea de Fanno. La figura 2-21 muestra una línea de Fanno.

La figura 2-21 ilustra muy claramente algunas características importantes de un flujo adiabático con fricción. La entalpía de estancamiento es una constante y para un flujo subsónico una caida en entalpía estática ocurre con un incremento en la velocidad y la entropía. La velocidad y la entropía alcanzan un valor máximo a la velocidad del sonido. Mas allá de este punto un incremento de la velocidad puede ser acompañado de una disminución de la entropía, la cual no acorde a la segunda ley de la termodinámica.

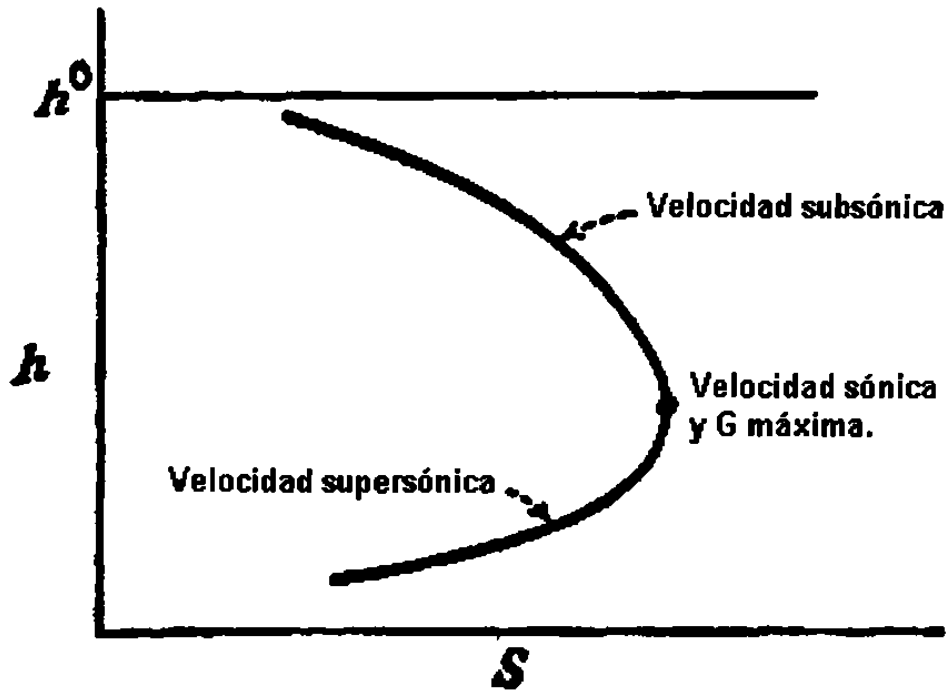


Fig. 2-21. Linea de Fanno en un diagrama *h-S*

La ecuación entalpía de estancamiento puede ser expresada en forma diferente

$$dh + \frac{VdV}{gJ} = 0$$

La cual es también la ecuación de la energía para flujo adiabático sin una entrega de trabajo externo. Desde que ($Tds = dQ$), ($dQ = 0$) y ($Tds = 0$) para flujo adiabático e isoentrópico. La entalpía es:

$$dh = TdS + \frac{vdP}{J}$$

Que sustituyendo en la ecuación de energía, nos da:

$$\frac{vdP}{J} + \frac{VdV}{gJ} + TdS = 0 \qquad (2\text{-}61)$$

Comparando la Ec. (2-61) y la Ec. (2.50),

$$TdS = 2f\frac{V^2}{gJ}\frac{dl}{D}$$

y

$$dS = 2f\frac{V^2}{gJT}\frac{dl}{D} \qquad (2\text{-}62)$$

La Ec. 2-62 muestra una relación muy definitiva entre la pérdida por fricción y el incremento de la entropía. Suponiendo que el incremento máximo en la entropía ha ocurrido para condiciones iniciales dadas. Si más longitud de fricción es añadida a la tubería, mas allá de la longitud máxima, satisfaciendo *dS* en la Ec. (2-62), la velocidad disminuirá. Una consecuencia de la reducción de la velocidad es la reducción del gasto en masa, una condición conocida como obstrucción o constricción del flujo. El incremento de la entropía es fijado entre dos puntos de la línea de Fanno. Para las presiones de entrada y salida definidas por estos dos puntos en la línea de Fanno, la adición de más longitud de tubería con fricción puede solamente resultar en un decremento de la velocidad y obstrucción del flujo.

También esta claro que, si la condición limite de la velocidad sónica es alcanzada en una tubería, cualquier decremento en la presión causada por un aparato tal como una bomba de succión, no puede incrementar el flujo desde que los impulsos de la presión no pueden moverse corriente arriba. Sin embargo, sí la presión de entrada es incrementada, ésta es equivalente a mover el punto inicial de la línea de Fanno hacia atrás con un incremento en *dS*. Este caso actual sugiere un medio que alivie la condición de obstrucción de flujo, cuando la condición limitante de velocidad sónica no es alcanzada.

Las velocidades de restricción y las presiones estáticas pueden ser obtenidas de la Ec. (2-51) y la ecuación de la continuidad, si se escribe para condiciones de entrada y salida del pasaje a $M = 1$.

$$P_1 v_1 \left[1 + \left(\frac{k-1}{2} \right) M_1^{\,2} \right] = P^* v^* \left[1 + \left(\frac{k-1}{2} \right) \right] \tag{2-63}$$

Desde $$\frac{G}{A} = \frac{V_1}{v_1} = \frac{V^*}{v^*} \quad y \quad a = \sqrt{gkPv},$$

$$\frac{P^* v^*}{P_1 v_1} = \frac{a^{*2}}{a_1^{\,2}} = \left(\frac{k-1}{k+1} \right) \left(\frac{2}{k-1} + M_1^{\,2} \right)$$

y $$\frac{a^*}{V_1} = \left[\left(\frac{k-1}{k+1} \right) \left(1 + \frac{2}{M_1^{\,2}(k-1)} \right) \right]^{1/2}$$

y $$\frac{v^*}{v_1} = \frac{V^*}{V} = \left[\left(\frac{k-1}{k+1} \right) \left(1 + \frac{2}{M_1^{\,2}(k-1)} \right) \right]^{1/2} \tag{2-64}$$

La ecuación (2-64), sustituyendo en la Ec. (2-63), produce

$$\frac{P^*}{P_1} = M_1^2 \left[\left(\frac{k-1}{k+1} \right) \left(1 + \frac{2}{(k-1) M_1^{\,2}} \right) \right]^{1/2} \tag{2-65}$$

La figura 2-22 muestra los resultados graficando las ecuaciones 2-64 y 2-65 para varios valores de $M1$ y k=1.4

2-12. FLUJO COMPRESIBLE SIN FRICCION CON TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN PASAJE DE SECCION UNIFORME

El flujo en compresores, turbinas de vapor y gas, y ductos bajo condiciones normales puede ser considerando como adiabáticas con errores despreciables. En el caso de combustibles regeneradores, e interenfriadores tal suposición no es del todo válida. El término transferencia de calor se refiere al calentamiento o enfriamiento del medio del flujo por un sistema externo. La adición a la suma de calor es lograda por la inyección e ignición de combustible en la corriente de gas. La transferencia de masa del combustible, será considerada para los propósitos de esta sección, como muy pequeña en comparación con la corriente que es despreciable.

En el estudio del efecto de transferencia de calor, entre un gas que fluye y sus alrededores, algunas suposiciones son hechas para simplificar las relaciones. Estas suposiciones son:

1. Ningún trabajo externo es hecho por el gas. Este es normalmente el caso en todas las aplicaciones prácticas que conciernen a este estudio.
2. El flujo no tiene fricción. Esta suposición grandemente simplifica las relaciones. Realmente, siempre la transferencia de calor es acompañada de pérdida por fricción en el proceso de flujo. De cualquier modo que, los efectos de la fricción pueden ser contados por separado.
3. El gas es ideal. Esta suposición es adecuada por unos gases pero las conclusiones pueden extenderse cualitativamente para todos los gases reales y vapores.
4. El pasaje del flujo es de sección uniforme de cruce. Esta es una restricción mucho más severa, pero de nuevo las conclusiones se pueden extender a pasajes de sección variable.
5. El gas no tiene superficie libre, y por eso las fuerzas de gravedad no están presentes. Esta condición es verdadera normalmente para todos flujos de gases.

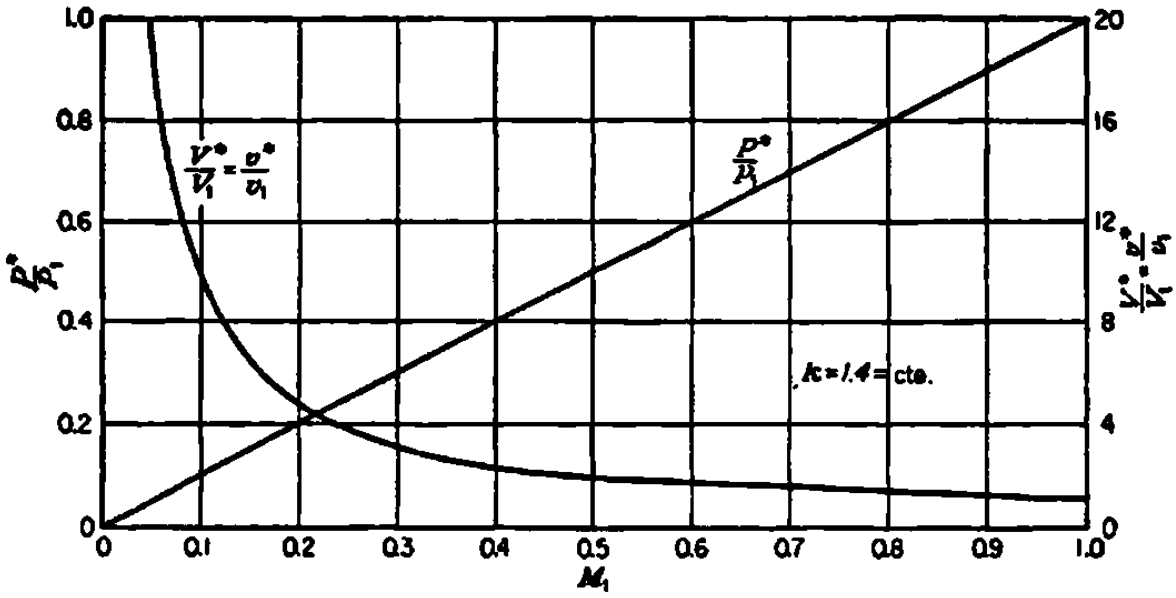


Fig. 2-22. Valores limite de presión estática, velocidad, y volumen específico de un gas fluyendo en un diametro constante.

La ecuación de momento, Ec. (2-8), puede ser expresada

$$\frac{V}{v}\frac{dV}{g} = -dP$$

Para un pasaje de sección uniforme, $\frac{G}{A} = \frac{V}{v} =$ constante, y

$$\frac{V}{gv}\int_1^2 dV = -\int_1^2 dP$$

ó

$$\frac{V_2^2}{gv_2} - \frac{V_1^2}{gv_1} = P_1 - P_2$$

pero

$$\frac{V^2}{gkPv} = M^2 \quad o \quad \frac{V^2}{v} = gkPM^2$$

Sustituyendo la última expresión en la ecuación previa

$$kP_2M_2^{\,2} - kP_1M_1^{\,2} = P_1 - P_2$$

ó

$$P_2\left(kM_2^{\,2} + 1\right) = P_1\left(kM_1^{\,2} + 1\right)$$

y

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + kM_1^{\,2}}{1 + kM_2^{\,2}} \tag{2-66}$$

Siendo $\frac{G}{A} = \frac{V}{v}, M = \frac{V}{\sqrt{gkRT}}$, y $v = \frac{RT}{P}$, entonces

$$\frac{G}{A} = \frac{V}{v} = \frac{M\sqrt{gkRT}}{v} = \frac{PM\sqrt{gkRT}}{RT} = PM\sqrt{\frac{gk}{RT}} = constante \tag{2-67}$$

Sustituyendo la Ec. (2-36) en la Ec. (2-67),

$$\frac{G}{A} = PM\sqrt{\frac{gk}{RT^{\circ}}}\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}M^2} = constante$$

ó

$$\frac{G}{A}\sqrt{\frac{R}{gk}} = \frac{P_1M_1}{\sqrt{T^{\circ}}}\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}M_1^{\,2}} = \frac{P_2M_2}{\sqrt{T^{\circ}}}\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}M_2^{\,2}} = constante$$

de donde

$$\frac{T_2^0}{T_1^0} = \frac{P_2^2M_2^{\,2}}{P_1^2M_1^{\,2}}\left[\frac{2 + (k-1)M_2^{\,2}}{2 + (k-1)M_1^{\,2}}\right] \tag{2-68}$$

Sustituyendo la Ec. (2-66) en la Ec. (2-68),

$$\frac{T_2^0}{T_1^0} = \left[\frac{2 + (k-1)M_2^{\,2}}{2 + (k-1)M_1^{\,2}}\right]\left[\frac{\left(1 + kM_1^{\,2}\right)M_2}{\left(1 + kM_2^{\,2}\right)M_1}\right]^2 \tag{2-69}$$

Sustituyendo la Ec. (2-36) en la Ec. (2-69),

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{\left(1 + kM_1^{\,2}\right)M_2}{\left(1 + kM_2^{\,2}\right)M_1}\right]^2 \tag{2-70}$$

de la ecuación de estado, $\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2}$, y de la Ec. (2-66) y la Ec. (2-70)

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2} = \frac{\left(1 + kM_1^{\,2}\right)M_2^{\,2}}{\left(1 + kM_2^{\,2}\right)M_1^{\,2}} \tag{2-71}$$

y

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\left(1 + kM_1^{\,2}\right)M_2^{\,2}}{\left(1 + kM_2^{\,2}\right)M_1^{\,2}} \tag{2-72}$$

sustituyendo la Ec. (2-37) en la Ec. (2-66),

$$\frac{P_2^0}{P_1^0} = \left[\frac{1 + kM_1^{\,2}}{1 + kM_2^{\,2}}\right]\left[\frac{2 + (k-1)M_2^{\,2}}{2 + (k-1)M_1^{\,2}}\right]^{k/(k-1)} \tag{2-73}$$

una relación más queda para ser encontrada, el cambio de la entropía. De la primera y segunda ley de la termodinámica,

$$dQ = T\ dS = dh - \frac{vdP}{J} \tag{2-74}$$

ó

$$dS = C_P \frac{dT}{T} - \frac{R}{J}\frac{dP}{P} \tag{2-75}$$

Siendo $v = RT/P$ y $Cp = Rk/[J(k - 1)]$,

$$dS = \frac{R}{J}\frac{k}{(k-1)}\frac{dT}{T} - \frac{R}{J}\frac{dP}{P}$$

y

$$\frac{dS}{R/J} = \frac{k}{k-1}\int_1^2 \frac{dT}{T} - \int_1^2 \frac{dP}{P} \tag{2-76}$$

ó

$$\frac{\Delta S}{R/J} = \frac{k}{k-1}\ln\frac{T_2}{T_1} + \ln\frac{P_1}{P_2}$$

y

$$\Delta S = C_p \ln\left[\frac{T_1}{T_2}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(k-1)/k}\right] \tag{2-77}$$

Sustituyendo la Ec. (2-66) y la Ec. (2-70) en la Ec. (2-77),

$$\Delta S = C_p \ln\left(\frac{M_2}{M_1}\right)^2\left(\frac{1+kM_1^{\,2}}{1+kM_2^{\,2}}\right)^{(k+1)/k} \tag{2-78}$$

Las ecuaciones (2-66), (2-69), (2-70), (2-72), y (2-73) dan las variables de estado para los gases ideales cuando la transferencia de calor ocurre y el pasaje es de sección uniforme. De cualquier modo, ninguna limitación en la cantidad posible de transferencia de calor es dada explícitamente. Para hallar estas limitaciones, uno debe examinar la Ec. (2-78). Esta ecuación indica que la entropía se incrementa hasta alcanzar un máximo cuando $M_2 = 1$. Posteriores adiciones de calor o posteriores incrementos en M_2 resultan en un decremento en la entropía, una condición que es físicamente imposible en vista de la segunda ley de la termodinámica. Cuatro posibilidades son sugeridas:

1. Posteriores adiciones de calor no son posibles después de que $M_2 = 1$ se logra, sí $M_1 < 1$.

2. Si $M_1 > 1$, el enfriamiento debe ocurrir hasta que $M_2 = 1$ sea alcanzado, después del cual, posteriores enfriamientos no pueden ocurrir.

3. M_2 puede exceder la unidad en caso que $M_1 < 1$ si el calor es sumado hasta que $M = 1$ seguido por enfriamiento para $M_2 > 1$.

4.-Cuando $M_2 = 1$ es alcanzado, la obstrucción de flujo ocurrirá, y si $M_1 < 1$ el flujo se ajustará por sí mismo hasta que el incremento final de adición de calor ocurra en $M_2 = 1$. En efecto, M_1 se decrementará. Ésta condición es conocida como obstrucción térmica y es análoga a la obstrucción por fricción.

Se obtiene un cuadro claro de las posibilidades anteriores de un análisis de la línea Rayleigh. La *línea Rayleigh* se define como el sitio de estado para un proceso. Las propiedades de estado pueden ser encontradas de las relaciones de las Ecs. (2-66), (2-69), (2-70), (2-72), (2-73) y (2-78). Graficada en un plano *T-S* la línea Rayleigh tiene la forma de la curva mostrada en la Fig. 2-23.

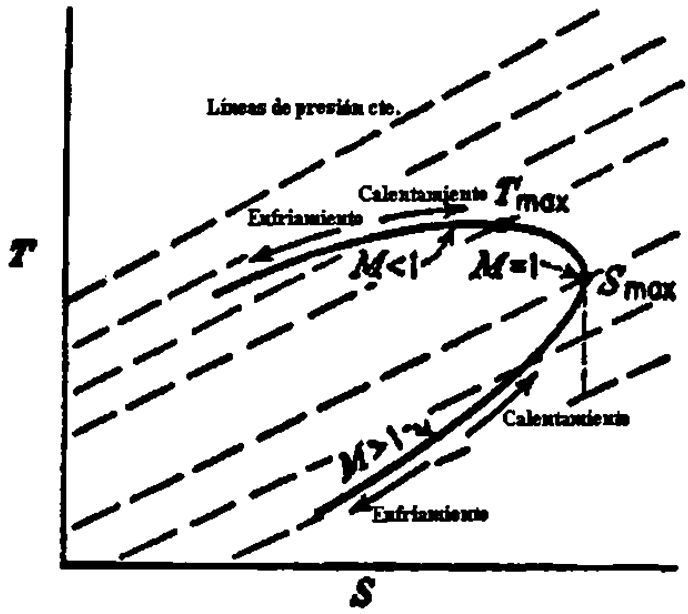


Fig. 2-23. Línea Rayleigh para flujo compresible sin fricción en un pasaje de sección uniforme con transferencia de calor.

La línea Rayleigh indica que, calentando un gas en un flujo subsónico resulta en una aceleración hasta que la entropía máxima es alcanzada a $M = 1$. Más aceleración tiene que ser lograda por enfriamiento. Será notado que la temperatura máxima estática se logrará antes de la entropía máxima. Esta condición es debido al hecho que la adición de calor excede el incremento de energía cinética hasta el punto de máxima temperatura estática. Más allá de este punto, el promedio de incremento de energía cinética es tan

grande que no solamente toda la adición de calor, sino también, algo de la energía interna es requerida. Como una consecuencia de la caida de temperatura estática.

También es claro el hecho de que la aceleración de velocidad ocurre con una caída en la presión estática. Además, la temperatura de estancamiento aumenta ya que el incremento a la entropía es una función de la adición de calor sólo en la ausencia de fricción. La entalpía estática se incrementa con la temperatura estática hasta que un punto es alcanzado correspondiendo a la temperatura máxima estática. Más allá de este punto, la entalpía disminuye con la temperatura estática decreciente hasta que la máxima entropía se alcanza.

La condición de obstrucción térmica puede ser ilustrada por medio de la línea Rayleigh. Cuando *M*i disminuye, es evidente que el cambio en la entropía es incrementado y por lo tanto la cantidad de calor añadida. El ahogamiento termal en efecto, cambia la línea de Rayleigh por una diferente [*G/A* y *M*i].

La pérdida de la presión debido a la adición de calor puede ser expresada:

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \frac{P_2}{P_1}$$

sustituyendo, la Ec. (2-66)

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \frac{1 + kM_1{}^2}{1 + kM_2{}^2} \tag{2-79}$$

y en cuanto a presiones del estancamiento se usa la Ec. (2-73),

$$\frac{P_1^0 - P_2^0}{P_1^0} = 1 - \left[\frac{1 + kM_1^2}{1 + kM_2{}^2}\right]\left[\frac{2 + (k-1)M_2^2}{2 + (k-1)M_1^2}\right]^{k/(k-)} \tag{2-80}$$

Si fricción esta presente también, la pérdida de la presión combinada, es la suma de las pérdidas de presión debido a la fricción y suma del calor.

2-13. FLUJO ISOENTROPICO EN TOBERAS

La ecuación de la energía para el flujo isoentrópico en una tobera puede ser descrita

$$\frac{VdV}{gJ} = -dU - \frac{d(Pv)}{J} \tag{2-81}$$

Integrando y despreciando la velocidad entrante,

$$-\frac{V_2^2}{2gJ} = U_2 - U_1 + \frac{P_2 v_2}{J} - \frac{P_1 v_1}{J} \tag{2-82}$$

Si el gas es ideal, la energía interna es una función solamente de la temperatura, o

$$U_2 - U_1 = C_v(T_2 - T_1)$$

Sustituyendo ($Cv = R/[J(k-1)]$ y $Pv = RT$),

$$U_2 - U_1 = \frac{RT_2 - RT_1}{J(k-1)} = \frac{P_2 v_2 - P_1 v_1}{J(k-1)} \tag{2-83}$$

Sustituyendo la Ec. (2-83) en La Ec. (2-82),

$$-\frac{V_2^2}{2g} = \frac{k}{k-1}(P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

de la ecuación anterior para la expansión isoentrópica de un gas ideal Pv^k = constante le sigue que

$$P_1 v_1 = P_2 v_2 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(k-1)/k}$$

la cual sustituida en la ecuación anterior, produce

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{k}{k-1}\left[P_1 v_1 - P_1 v_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k}\right]$$

Designando la proporción de la presión de la salida para la presión de entrada por r, la ecuación anterior puede ser expresada

$$V_2 = \sqrt{2g\frac{k}{k-1}P_1 v_1 (1 - r^{(k-1)/k})} \tag{2-84}$$

Se debe notar cuidadosamente que esta es la expresión para la velocidad de la salida, debido a que, la velocidad de entrada es despreciable, la expansión es isoentrópica, y el fluido es un gas ideal.

Sí la Ec. (2-84) se sustituye en la ecuación de la continuidad,

$$G = \frac{A_2}{v_2}\sqrt{2g\frac{k}{k-1}P_1 v_1 (1 - r^{(k-1)/k})} \tag{2-85}$$

De nuevo, de la ecuación para la expansión isoentrópica de un gas ideal, $v_2 = v_1 r^{-1/k}$ que, sustituida en la Ec. (2-85), nos queda

$$G = A_2\sqrt{2g\frac{k}{k-1}\frac{P_1}{v_1}\left(r^{2/k} - r^{(k+1)/k}\right)} \tag{2-86}$$

Por un juego de condiciones, dado que, el valor de la masa del flujo es dado por la Ec. (2-86) es el máximo, cuando la expresión $[r^{2/k} - r^{(k+1)/k}]$es un máximo. El valor de r es un máximo que puede ser hallado cuando

$$\frac{d}{dr}\left(r^{2/k} - r^{(k+1)/k}\right) = 0$$

ó

$$\frac{2}{k}r^{(2-k)/k} - \frac{k+1}{k}r^{1/k} = 0$$

Resolviendo para r

$$r^* = r = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)} \tag{2-87}$$

Este valor es conocido como la proporción del valor de la presión crítica y se designa como r^*.

Se demostrará que la presión crítica y la velocidad sónica son alcanzadas simultáneamente. La proporción de esta presión crítica, a la presión de entrada, es la proporción de la presión crítica. Valores de r^* pueden obtenerse de la Ec.(2-87) si el valor de k es conocido por el gas bajo consideración. Valores promedio de r^* de algunos gases y vapores encontrados en la práctica de la turbina son:

Gas o Vapor	r^*
Aire (frío)	0.527
Gases de turbo-gas	0.525
Liquido saturado o vapor húmedo	0.577
Vapor sobrecalentado	0.546

Se puede hallar la relación de la presión crítica a la velocidad sónica si el valor de r^* se obtiene de la Ec.(2-87) se sustituye en la Ec.(2-84)

$$V_2 = \sqrt{2g\frac{k}{k+1}P_1 v_1} \tag{2-88}$$

De la ecuación $P_1 v_1 = P^* v^* (r^*)^{(1-k)/k}$ y

$$P_1 v_1 = P^* v^* \frac{k+1}{2}$$

Sustituir la ecuación que precede en la Ec. (2-88),

$$V^* = a = \sqrt{gkP^* v^*}$$

Por lo tanto la velocidad del gas es sónica cuando la presión crítica es alcanzada. El máximo valor de la masa del flujo ahora podrá ser calculada.

$$G_{max} = \frac{A^*}{v^*}\sqrt{gkP^* v^*} \tag{2-89}$$

Al alterar la expresión del valor máximo de la masa del flujo puede obtenerse sustituyendo r^* de la Ec. (2-87) en La Ec. (2-86).

$$G_{max} = A^* \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{v_1} \left[\left(\frac{2}{k+1} \right)^{2/(k-1)} - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{(k+1)/(k-1)} \right]} \qquad (2\text{-}90)$$

Por lo tanto, las relaciones derivadas en esta sección, son útiles al examinar el dibujo del flujo en las toberas, el diseñador de la turbina aprovecha las relaciones simples en términos de las propiedades del gas o vapor de las tablas de propiedades termodinámicas. Las relaciones de diseño de álabes se cubrirán en los capítulos 3, 4 y 5.

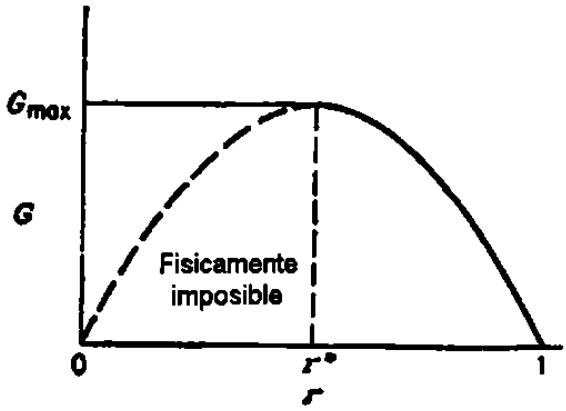


Fig. 2-24. Relación de flujo de masa como una función de la relación de presión.

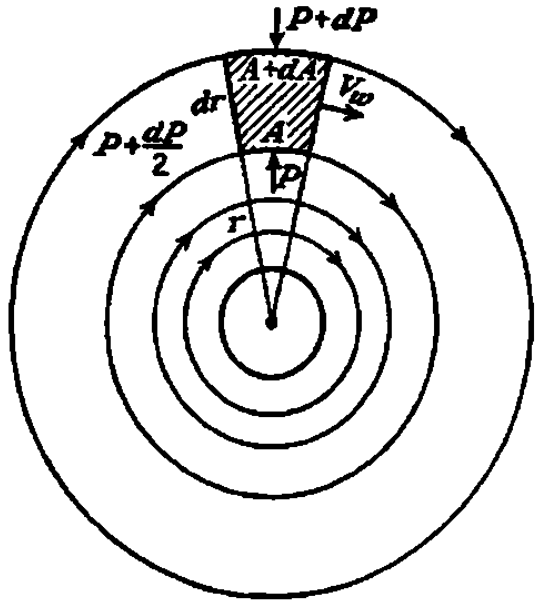


Fig. 2-25. Línea de corriente y elemento de volumen para el flujo circulatorio concéntrico.

2-14. FLUJO CIRCULATORIO CONCENTRICO EN DOS DIMENSIONES.

Considerando dos dimensiones y un flujo concéntrico isoentrópico, como se ilustra en la Fig. 2-25. El flujo en planos paralelo a la página se asume que son idénticos. El valor de las líneas de corriente concéntricas se designan como r y la velocidad de la componente tangente de las líneas de corriente como $V\omega$. Un elemento infinitesimal de gas a distancia que r tiene una altura de dr y una área de A a lo largo de la curva de la cara r. El área a lo largo de la superficie de la curva a $(r + dr)$ es $(A + dA)$. La presión estática a r es P y a $(r + dr)$ es $(P + dP)$. Entonces la fuerza resultante hacia el centro de la curvatura es:

$$(P + dP)(A + dA) - PA - \left(P + \frac{dP}{2}\right)dA = A \quad dP$$

La fuerza centrífuga es $[\rho A\ dr(V_\omega^2/r)]$ que igualada a la ecuación anterior

$$\frac{dP}{dr} = \rho \frac{V_w^{\ 2}}{r}$$

De la Ec. (2-8) $\quad dP = -\rho V\ dV$

Por lo tanto $\quad -\rho \frac{V_w dV_w}{dr} = \rho \frac{V_w^{\ 2}}{r}$

ó $\quad \int^{2} \frac{dV_w}{V_w} = -\int^{2} \frac{dr}{r}$

y $\quad rV_w = constante = \Omega = vortice \qquad (2\text{-}91)$

Por eso, la velocidad tangencial (V_ω) varía inversamente a la distancia radial r. Si la Ec. (2-91) se resuelve por (V_ω), queda claro que cuando r se aproxima al limite cero, (V_ω) se acercará al infinito. Ahora tal condición es obviamente una imposibilidad física. Una de dos posibilidades deben existir. O el flujo ocurre en una región cerca de la periferia exterior de un cilindro para que (r = 0) sea un punto ficticio o la Ec. (2-91) no refleja una relación verdadera como ($r \rightarrow 0$). Realmente, los efectos viscosos que no fueron considerados en la derivación de la Ec. (2-91) se pronuncia así como ($r \rightarrow 0$) el gas se comporta como una rueda de cuerpo sólido con el resultado:

$$V_\omega = \omega r$$

La condición física entonces cuando (r = 0) existe en el campo del flujo es un centro de giro de la rueda como un cuerpo sólido fuera de la región de transición y fuera de la región de transición, es todavía otra región donde los efectos de viscosidad son despreciables y la Ec. (2-91) se aplica. El flujo en esta última región, es como, un flujo libre de remolinos, mientras que el centro es referido como flujo de vórtice forzado. De la suposición inicial el flujo isoentrópico que sigue a la presión (de estancamiento) es constante por todas partes en la región libre de remolinos y de la Ec. (2-91) la presión estática decrece, varía inversamente como la segunda fuerza de la distancia radial.

CAPITULO 3

TEORIA GENERAL.

3-1. MOMENTO PRINCIPAL.

El momento principal se manifiesta en la ley de Newton del movimiento y es fundamental en el análisis cinemático de maquinas de fluidos establecidos. La más fundamental de estas leyes dice que, el cambio de momento es igual a la suma de las fuerzas externas que actúan en el cuerpo. Momento es definido como el producto de la masa del cuerpo y su velocidad, el momento tiene la misma dirección que la velocidad, o

$$M = \frac{m}{g} V$$

Donde M = momento

m = masa

V = Velocidad.

F = Fuerza

De la ley de Newton,

$$\sum F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{g}V\right) \tag{3-1}$$

Si la ecuación (3-1) es aplicada a la continuidad de partículas de flujo constante,

$$m = \int dm$$

y

$$\sum F = \frac{d}{dt}\int V\,\frac{dm}{g}$$

o

$$\sum F = \frac{dM}{dt} \tag{3-2}$$

Otra postura importante es la ley de conservación de momento. Así, por ejemplo, donde hay cambio de momento que ocurre entre dos cuerpos, el momento total es conservado, y el momento cedido por un cuerpo es exactamente igual al momento recibido por el segundo cuerpo.

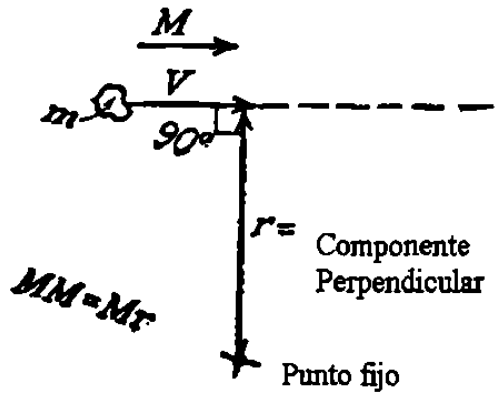


Fig. 3-1. Momento de una partícula.

El momento angular o la fuerza de momento de una partícula de masa en un eje estacionario es definida como el producto del momento de la partícula y la componente perpendicular de momento con la dirección de la velocidad desde un punto fijo en el eje. Los elementos de esta definición están ilustrados en la Fig. 3-1.El momento angular es una cantidad vectorial opuesta al momento mismo de la cantidad vectorial.

Después de que se obtuvo la masa, consistente en un numero de partículas, la siguiente expresión podría ser escrita así:

$$Fr_y = \frac{d}{dt}\sum\left(\frac{m}{g}V\right) r_x \qquad (3\text{-}3)$$

r_x = componente de fuerza del vector momento.

r_y = componente de fuerza del vector.

Esta ecuación es simplemente otra forma de mostrar, que la cantidad de tiempo en el del cambio de momento angular de un cuerpo en un punto del eje es igual, a la resultante del momento de las fuerzas aplicadas.

3-2. TEORIA DE LINEA DE CORRIENTE.

Para simplificar el análisis de los intercambios de energía entre un fluido y el rotor con la teoría de línea de corriente, algunas asunciones serán necesarias. Esto es después de los resultados obtenidos de muchos análisis teóricos o ideales. Estas limitaciones no ofrecen serias desventajas, desde la relación ideal, puede ser modificada después por el diseño apropiado del coeficiente para rendir resultados prácticos, sin embargo:

1. El flujo del pasaje es constante y uniforme a la entrada y salida de las secciones cruzadas. Esta asunción implica que la presión y velocidad causen disturbios en la división del escalonamiento, pero ellos pueden ser pasados por alto o por lo menos no afectarán las velocidades de entrada y salida.
2. El flujo es laminar al encontrarse en la línea de corriente. Por lo tanto el pasaje estará completamente lleno por el fluido.
3. El rotor gira con una velocidad angular constante.
4. Ninguno de los fluidos que pase por el pasaje, ocasionará agrietaciones.
5. No habrá transferencia de calor entre el fluido y sus contornos.
6. La fricción no se considera.

La figura 3-2 muestra el giro arbitrario de un rotor a una velocidad angular constante sobre el eje x_x. Todas las consideraciones fueron analizadas para ser aplicables.

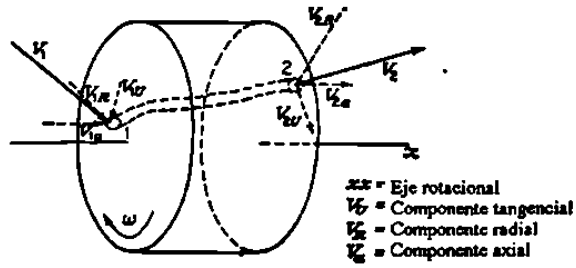


Fig. 3.2 flujo arbitrario a través de un álabe

El fluido podrá ser compresible o incompresible y podrá entrar a la cámara en cualquier punto y salir en cualquier otro punto del radio. En otras palabras el fluido es general y el camino que este traza es general. La presión en el fluido y las áreas de cruce seccional de la cámara podrán cambiar o permanecer constante. V_1 representa velocidad absoluta uniforme del fluido entrando de la cámara del rotor y V_2 la velocidad absoluta uniforme saliendo de la cámara del rotor. V_{1U} y V_{2U} representan la entrada y salida de las componentes tangenciales respectivamente. Las componentes tangenciales son las tangentes de las componentes de velocidad del curso de la rotación angular del rotor. V_{1a}

y V_{2a} representan respectivamente las componentes axiales de las velocidades de entrada y salida. La componente axial es la componente paralela al eje de rotación del rotor. V_{1R} y V_{2R} representan las componentes radiales de la velocidad de entrada y salida, respectivamente. La componente radial esta en el plano normal del eje de rotación.

La figura 3-3 muestra la elevación de un lado y de frente del rotor de la figura 3-2 juntos con la proyección del plano de la entrada y la salida de velocidades y sus componentes. Se ve claro en la figura que, la única componente significante en el estudio de los efectos de fuerzas rotacionales en el rotor o el fluido, son las componentes tangenciales. Las componentes axiales simplemente empujan en la junta del rotor. Las componentes radiales, claro que, resulta en una fuerza normal al eje de rotación. Además, el momento angular puede ser expresado en términos de velocidad tangencial. Desde;

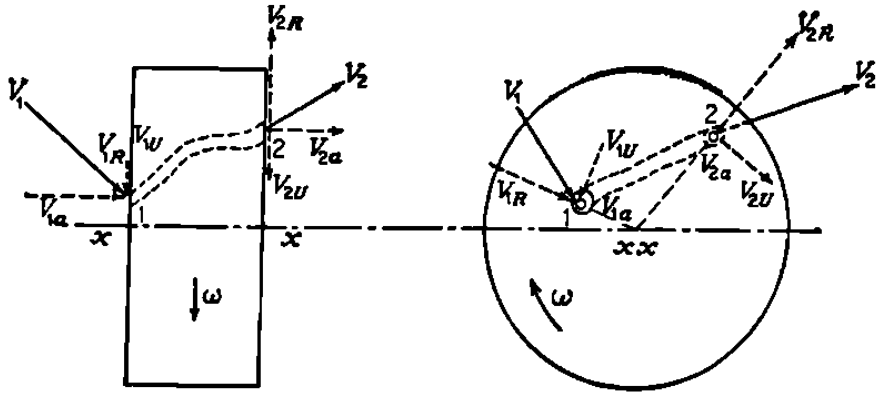


Fig. 3-3 Flujo arbitrario en el pasaje del rotor, vista lateral y de frente

Ec. (3-3), el momento angular de la entrada del fluido es por la condición de flujo constante.

$$(MM)_1 = Fr_1 = \frac{dm}{g\,dt}(V_{1U})\,r_1$$

donde r_1 = la distancia radial desde el eje rotacional hasta V_{1u}

m = masa

Similar para la de salida del rotor,

$$(MM)_2 = Fr_2 = \frac{dm}{g\,dt}\,(V_{2U})\,r_2$$

Designando $dm/dt = G$ y observando que dm/dt es la masa del fluido por unidad de tiempo en kilogramos, quedando;

$$T = (MM)_2 - (MM)_1 = \frac{G}{g}\,(r_1V_{1U} - r_2V_{2U}) \qquad (3\text{-}4)$$

donde T = torque ejercido por el rotor en el fluido.

El trabajo es dado por el producto del torque y la velocidad angular, de la Ec. (3-4),

$$P = T\omega = \omega\,\frac{G}{g}\,(r_1V_{1U} - r_2V_{2U}) \qquad (3\text{-}5)$$

La transferencia de energía por unidad de masa de flujo es

$$E = \frac{\omega}{g}\,(r_1V_{1U} - r_2V_{2U}) \qquad (3\text{-}6)$$

La expresión rV_U es el giro o velocidad del fluido (ver Ec. 2-81). Si la diferencia del vector (r_1V_{1U} y r_2V_{2U}) es positiva, el rotor es una turbina, y si la diferencia del vector (r_1V_{1U} y r_2V_{2U}) es negativa, el rotor es un compresor. La ecuación (3-6) indica claramente que la transferencia de energía depende totalmente de la resultante del valor de r_1V_{1U} y r_2V_{2U} y por lo tanto es independiente del tipo de flujo de la cámara. La forma del flujo del pasaje, claro que influye en el valor del cambio de giro. Pero cualquier número diferente al flujo del pasaje posiblemente podría dar el mismo cambio de giro. Sin embargo este cambio de giro es significante y no la forma actual del pasaje.

Nada de la velocidad lineal de un punto en el rotor esta dada por (wr) y designada la velocidad lineal semejante al punto por el símbolo U, de la Ec (3-6),

$$E = \frac{1}{g}\,(U_1 V_{1U} - U_2 V_{2U}) \qquad (3\text{-}7)$$

Esta ecuación algunas veces es llamada La Ecuación de Euler de transformación de energía entre un fluido y un rotor después Leonhard Euler fue quien en el siglo dieciocho reconoció primero esta relación.

3-3 MOMENTO Y CIRCULACION.

Considerando la consistencia del rotor de *n* aspas o divisiones de escalonamiento. La figura 3-4 muestra una sección cónica YZ a través del rotor. Si la circulación alrededor de cada división de escalonamiento en la sección YZ es dada por Γ_b, esto podrá mostrar la circulación total de la sección

$$\Gamma = n\,\Gamma_b \qquad (3\text{-}8)$$

La circulación total es medida alrededor de dos círculos Y y Z que tienen el eje común. Estos dos círculos Y y Z están en el plano antes y después del sistema. Estos se localizan suficientemente apartados y estos disturbios de velocidades locales no causan variaciones de velocidad del fluido sobre los círculos. Considerar que los contornos formados por los círculos Y y Z serán unidos por dos líneas *yz* y *zy* que tienen dirección opuesta pero coinciden. Tal que los dos círculos se unen con un simple contorno.

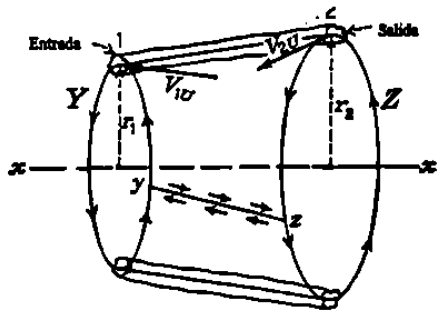


Fig. 3-4. Sección cónica a través de la rotación que muestra el contorno cerrado para una sección total de circulación.

Una imagen física de esto es obtenida cortando una sección de tubo de papel a lo largo de un lado. El perímetro del cuerpo resultante es un contorno cerrado. Aplicando La Ec. (2-82)

$$\Gamma = 2\pi r_1 V_{1U} + \int_x^y V\cos\theta\, dl - 2\pi r_2 V_{2U} + \int_y^x V\cos\theta\, dl \qquad (3\text{-}9)$$

pero

$$\int_x^y V\cos\theta\, dl = -\int_y^x V\cos\theta\, dl$$

la integración aplicada a la misma línea pero en dirección opuesta. De tal manera la Ec. (3-9) quedaría

$$\Gamma = 2\pi\,(r_1 V_{1U} - r_2 V_{2U}) \qquad (3\text{-}10)$$

Si comparamos la Ec. (3-6) y (3-10) revela que la transferencia de energía hacia o del rotor y su circulación depende del cambio de giro. De hecho la ecuación Kutta-Joukowski describe el aumento en la circulación. Entonces, está claro que una relación existe entre la circulación y la transferencia de energía entre un fluido y un rotor.

De la Ec. (3-8) y la Ec. (3-10) quedará de la siguiente manera:

$$\frac{\Gamma}{2\pi} = \frac{n\,\Gamma_b}{2\pi} = r_1 V_{1U} - r_2 V_{2U} \qquad (3\text{-}11)$$

De la Ec. (3-6) y la Ec. (3-11) la siguiente relación se obtiene del intercambio de energía entre un fluido y un rotor en términos de circulación:

$$E = \frac{\omega \Gamma}{g\, 2\pi} = \frac{\omega\, n\, \Gamma_b}{g\, 2\pi} \tag{3-12}$$

La Ec. (3-12) es una expresión muy usada, particularmente en el diseño de flujo-axial de compresores.

3-4 CAMBIOS DE ENERGIA EN UN FLUIDO.

Las ecuaciones desarrolladas tal que, dan la transferencia de energía al rotor o del rotor al fluido. La energía transferida al rotor del fluido es exactamente igual a la diferencia entre la energía que entra y sale del rotor. Similarmente, el incremento de energía del fluido que pasa a través del rotor exactamente equivale a la energía transferida del fluido al rotor. Esta energía transferida puede ser expresada como:

$$E = \frac{\omega}{J g} \left(r_1 V_{1U} - r_2 V_{2U} \right) = -\left[\left(h_1 - h_2 \right) + \left(\frac{V_1^2 - V_2^2}{2 g J} \right) \right] \tag{3-13}$$

EL ALABE DE IMPULSO

3-5. INTRODUCCION.

Como empezamos previamente, la función de los álabes de la turbina es el de convertir energía del flujo del fluido de los álabes en trabajo. El propósito de esta división es analizar la acción de vapor o gas en el alabeado de turbinas de impulso. Las turbinas pueden ser ampliamente clasificadas; predominantemente de impulso o de reacción. Esto es esencial, para entender claramente el principio del significado de la fuerza de impulso y reacción.

3-6. FUERZA DE IMPULSO Y DE REACCION.

La segunda ley de Newton puede ser expresada:

$$F_U = ma = \frac{M\,dV_U}{g\,dt} \qquad (3\text{-}14)$$

Para condiciones de flujo constante, $dm/dt = G$ constante y

$$F_U = \frac{G}{g}\,d\,V_U$$

donde F_U = Fuerza tangencial

G = Cambio de masa en el flujo

V_U = Componente tangencial de la velocidad del fluido V

La Ec. (3-14) es la base para definir la fuerza de impulso, que es la fuerza resultante de baja magnitud o del cambio de dirección de la velocidad tangencial del fluido.

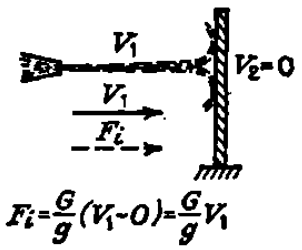


Fig. 3-5 Fuerza de impulso debido al cambio de baja velocidad

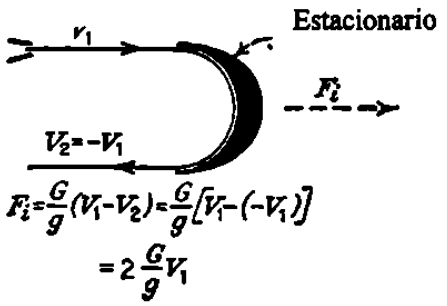


Fig 3-6 Fuerza de impulso debido al cambio de dirección de velocidad

La fuerza de reacción tiene lugar, cuando la velocidad tangencial del fluido aumenta y se opone a la dirección de la velocidad. La figura 3-5 ilustra la fuerza de impulso debido a la baja velocidad del fluido. Aquí la velocidad V_1 es efectivamente reducida a cero al impacto con la pared, resultando una fuerza de impulso en la dirección del chorro del fluido. En la figura 3-6, una fuerza de impulso es ejercida sobre un álabe cilíndrico al cambiar de dirección la velocidad. Desde que el álabe es estacionario y sin fricción, no hay decremento en la magnitud de la velocidad. Es interesante notar en este caso particular, que la fuerza total ejercida sobre el álabe es, de impulso y de reacción. La fuerza de impulso es ejercida en la mitad de entrada del álabe donde el chorro golpea, ejerciendo una fuerza a la derecha. En la mitad de salida, el chorro saliente ejecuta una fuerza de reacción sobre el álabe, que es también hacia la derecha. Esta fuerza posterior es llamada fuerza de reacción para distinguirla de la fuerza de acción, definida anteriormente. El esfuerzo combinado de las dos fuerzas sobre un álabe de impulso es arbitrariamente referido como una fuerza de impulso. La figura 3-7 ilustra la fuerza de reacción ejercida por la boquilla debido a la aceleración del fluido.

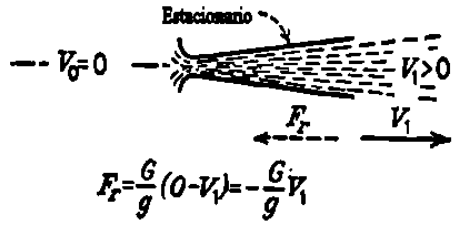


Fig. 3-7 Fuerza de reacción debido a aceleración de la velocidad.

3-7. VELOCIDAD RELATIVA.

La velocidad absoluta es definida como la velocidad de un objeto relativa a la tierra. La velocidad relativa es la velocidad absoluta de un objeto en movimiento comparado con la velocidad absoluta de otro objeto. Si la velocidad absoluta del chorro la denominamos como V, si esta velocidad relativa es de un álabe en movimiento, la velocidad absoluta U vectorialmente es igual a (V - U = W), donde W representa la velocidad relativa. En la figura 3-8, V_1 es la velocidad absoluta del fluido a la salida de la boquilla y entrando al álabe.

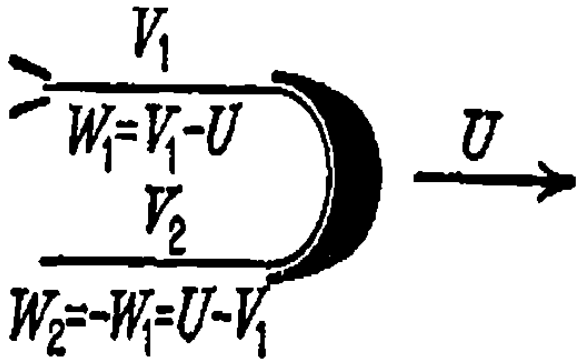


Fig. 3-8. Velocidad relativa.

Después de que el álabe alcanza la velocidad absoluta U, La velocidad relativa del chorro es (V_1 - U = W_1). Asumiendo que no hay fricción entre el chorro y el álabe, la velocidad relativa saliendo del álabe W_2 es igual en magnitud al de la velocidad relativa a la entrada (W_1 = -W_2 = -(V_1 - U)). La velocidad absoluta a la salida del álabe V_2 es igual a((V_1 - U) - U o V_1 - 2U), y después de que la dirección es opuesta a V_1, queda (V_1 - 2U) = 2U - V_1). Aplicando la Ec. (3-14),

$$Fu = \frac{G}{g}\,(W_1 - W_2)$$

$$Fu = \frac{G}{g}\,[(V_1 - U) - (-V_1 + U)]$$

$$Fu = 2\,\frac{G}{g}\,(V_1 - U) \qquad (3\text{-}15)$$

Un resultado similar puede ser obtenido substituyendo las velocidades absolutas en la Ec. (3-14).

$$Fu = \frac{G}{g}\,(V_1 - V_2)$$

$$Fu = \frac{G}{g}\,[(V_1 - (2U - V_1)]$$

$$Fu = 2\,\frac{G}{g}\,(V_1 - U)$$

3-8. VELOCIDAD DEL ALABE.

Casi todo el vapor y el gas de turbinas es de tipo flujo-axial. Generalmente hablaremos de máquinas de fluidos de flujo-axial r_1 y r_2 de las Ec. (3-4) a (3-6) pueden considerarse iguales. Como quiera, queda claro que pueden ser variaciones del valor de r del lado interno del álabe. Este factor aumenta la cuestión de como saber la velocidad lineal del álabe desde (U = wr). Considerar la Fig. (3-9) que muestra una porción del rotor de una turbina con un álabe pegado. El radio del álabe interior y exterior designadas r_r y r_t, respectivamente. Este radio describe dos círculos concéntricos que

forman un flujo nulo. El elemento del área del álabe de profundidad radial *dr* es definido por arcos circulares de radio r_x y r_y. Este elemento de área puede considerarse que tiene realmente una constante de velocidad lineal, por encima de la profundidad radial equivalente a la velocidad lineal del radio conocido r_m, dado en la siguiente expresión:

$$r_m = \sqrt{\frac{r_x^2 + r_y^2}{2}}$$

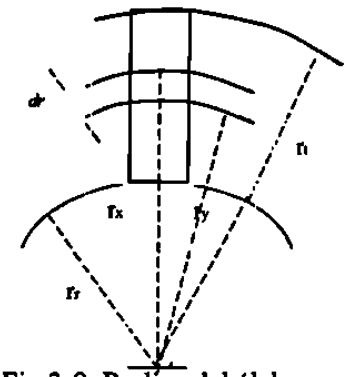


Fig.3-9. Radios del álabe.

El radio r_m es entonces la raíz cuadrada de los radios, y divide el espacio entre los dos círculos concéntricos de radio r_x y r_y, en dos círculos de igual área, y por lo tanto es igual al valor de la masa del flujo. La velocidad lineal de este elemento del álabe es ($U = wr_m$). Esto queda claro si el álabe es comparativamente más pequeño que la velocidad lineal media del álabe claramente representada. Como quiera, cuando el álabe es largo, la desviación del interior y exterior de velocidad lineal media es mejor marcada. Por lo pronto se asumirá que los álabes cortos están bajo consideración o *U* es la velocidad lineal del álabe y representativa del álabe entero.

De acuerdo con lo antes mencionado la Ec. (3-7) puede ser reducida a:

$$E = \frac{U}{g}\left(V_{1u} - V_{2u}\right) \tag{3-16}$$

3-9. TRABAJO Y EFICIENCIA IDEAL DEL ALABE DE IMPULSO.

Examinando la Ec. (3-16) el trabajo no se hace cuando $U = 0$ o cuando $V_{1u} = U$. Si el álabe tiene una forma similar a la mostrada en la Fig. 3-8, $V_{1u} = V_1$. Si es semejante al álabe ideal, la condición para el trabajo máximo o transferencia de energía del rotor debe estar entre las condiciones de $U = 0$ y $V_1 = U$. Para encontrar esta condición, la Ec. (3-16) primero debe ser modificada a la siguiente forma:

$$E = 2\frac{UV_1}{g}\left(1 - \frac{U}{V_1}\right)$$

e indicar U/V_1 por v, el símbolo de la relación de velocidad,

$$E = 2\frac{UV_1}{g}(1 - v)$$

Después de multiplicar y dividir por (U/V_1),

$$E = 2\frac{V_1^2}{g}v(1 - v) \tag{3-17}$$

y finalmente diferenciando con respecto a v para encontrar el óptimo valor de v,

$$2\frac{V_1^2}{g} - 4\frac{V_1^2}{g}v = 0$$

$$v = 1/2 \tag{3-18}$$

Por lo tanto la máxima energía entregada sin fricción en el álabe donde permite la entrada paralela y salida del fluido donde la velocidad absoluta del fluido que entra es el doble de la velocidad lineal del álabe.

Sustituyendo $v = ½$ en la Ec. (3-17),

$$E_{max} = 2\frac{V_1^2}{g}\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}\right) = \frac{V_1^2}{2g}$$

Que, es igual a la energía cinética del fluido que entra. Es evidente esta regla, con esta condición, el álabe debe ser 100 por ciento eficiente y la velocidad del fluido a la salida del álabe cero. A la velocidad de salida de cero el pasaje del álabe requiere un área infinita. Además es imposible usar un álabe de forma cilíndrica, pero es necesario colocar las boquillas que conducen el chorro directamente hacia la rotación del álabe. Similarmente, el flujo deja el álabe golpeándolo por su tercera parte siguiente, causando una fuerza contraria. Porque esta limitación física del flujo debe entrar y salir de los álabes con cierto ángulo, solamente componentes tangenciales de velocidad de entrada y salida pueden contribuir a la fuerza de impulso.

Queda claro que, el álabe de 100 por ciento de eficiencia necesariamente es hipotético y cualquier álabe real tendrá una eficiencia menor.

3-10. DIAGRAMAS DE VELOCIDAD.

La figura 3-10 muestra completa los diagramas de velocidad de un álabe de impulso simple de una turbina. El vector de velocidad V_1 representa la magnitud de la velocidad

y dirección del flujo a la salida de la boquilla y entrada del álabe. La dirección es dada por el ángulo de la boquilla α. El vector de velocidad U representa la velocidad del álabe y $(V_1 - U)$ vectorial da la velocidad relativa del álabe del vector W_1. El triángulo formado por los vectores de velocidad (V_1, W_1 y U) es conocido como triángulo de velocidad de entrada. El ángulo de entrada del fluido es indicado por β. El vector de velocidad V_{1U} es la componente tangencial de la velocidad absoluta de entrada V_1 y algunas veces llamado la velocidad absoluta de entrada de giro. Esta velocidad de giro pocas veces designado por el termino de "componente rotativa" de la velocidad absoluta de entrada.

Semejantemente W_{1U} es la componente tangencial de la velocidad relativa de entrada W_1, o velocidad relativa de entrada de giro. La velocidad relativa de salida es indicada por el vector W_2 y γ es el ángulo de salida del flujo. Agregando W_2 y U vectorialmente da V_2, velocidad absoluta de salida. El vector V_{2U} es la velocidad absoluta de salida de giro. El ángulo absoluto de salida del fluido es δ. El triángulo formado por los vectores (V_2, W_2 y U) es conocido como triángulo de velocidad de salida.

Queda claro del diagrama de velocidad que, las fuerzas ejercidas en los álabes debido al cambio de velocidad de giro, es menor que en le caso hipotético de ángulo cero de entrada y salida.

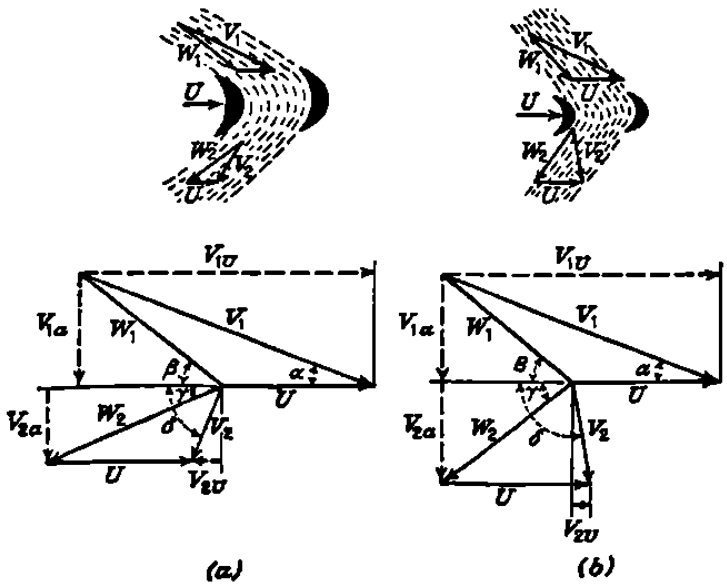


Fig. 3-10. Diagramas de velocidad para una turbina de impulso simple

Esto puede acentuar las direcciones de velocidad dadas en el diagrama, ya que representa la dirección de las velocidades uniformes del fluido y no los ángulos establecidos por los álabes.

Del diagrama de velocidades la Ec. (3-16) puede ser expresada de la siguiente forma de transferencia de energía a los álabes:

$$E = \frac{U}{g}\left(V_1 \cos\alpha - V_2 \cos\delta\right) \tag{3-19}$$

Si las velocidades relativas de giro se sustituyen en la Ec. (3-16), la respuesta es equivalente a la Ec. (3-19). Usualmente es más conveniente expresar la transferencia de energía del rotor, en términos de velocidad absoluta de giro. Por lo tanto en lo futuro sólo las velocidades absolutas de giro serán utilizadas y se referirá simplemente a la velocidad de giro.

Las componentes axiales de entrada y salida, de velocidades absolutas, indicadas en los diagramas de velocidad son V_{1a} y V_{2a}, respectivamente. El cambio en la componente axial obviamente no ejerce fuerza en los álabes, pero transmite empuje en la dirección del impulso de la turbina. Como sea, el empuje debido a la velocidad axial de salida es opuesta en dirección a la velocidad axial de entrada y el empuje neto es pequeño en una turbina de impulso.

Otros tipos de diagramas de velocidad son usados por turbinas de impulso junto al diagrama de extensión, usualmente enfatizamos algunas semejanzas al diagrama a condensar. La figura 3-11 muestran el diagrama de velocidad que difiere al diagrama de extensión de la Fig. 3-10 en que el triángulo de velocidad de salida esta junto al triángulo de velocidad de entrada con un origen común excepto para todos los vectores de velocidad, por supuesto, el vector de velocidad del álabe.

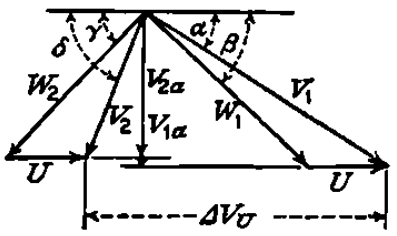


Fig. 3-11 Diagrama polar de velocidad

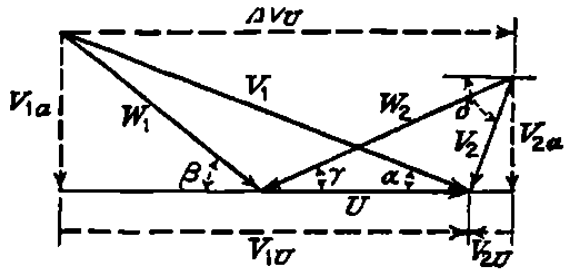


Fig. 3-12 Diagrama de velocidad para una turbina de impulso simple

Otro tipo de diagramas de velocidad frecuentemente usado se muestra en la Fig. 3-12. Aquí el triángulo de velocidad de entrada mantiene la misma posición que la del diagrama de la Fig. 3-10. El triángulo de velocidades de salida esta plegado sobre el vector U que es el eje inclinado.

El efecto de fricción puede verse en el diagrama de velocidades de disminución de magnitud de W_2 por la pérdida de velocidad debido a la fricción en el álabe del pasaje. La fricción es medida por el factor de fricción del álabe. $(k_b = W_2 / W_1)$

El diagrama de velocidad es extremadamente importante, ya que es un dispositivo para analizar el flujo hasta el pasaje de la turbina. El efecto de velocidad del álabe, ángulos de entrada y salida del flujo, y la fricción puede mostrarse gráficamente por medio del diagrama de velocidad conveniente. Si el diagrama de velocidad es dibujado con cuidado y lo suficientemente a escala grande, podrá dar una solución gráfica para muchos de los valores requeridos para propósitos de diseño.

3-11. TRABAJO Y EFICIENCIA TEORICA EN LA ETAPA DE IMPULSO SIMPLE

La energía transferida al rotor de una turbina de impulso, puede ser expresada por la Ec (3-16) que es aplicable a cualquier máquina de fluido de flujo-axial. De todas maneras, es deseable expresar la energía entregada a los álabes en el alabeado, en diversas formas para estudiar los efectos producidos por la variación de ciertas condiciones. Algunas de estas expresiones son desarrolladas y los efectos evaluados.

Las expresiones fundamentales de la transferencia de energía, para impulsar los álabes, donde la única pérdida a considerar es debido a la fricción, están dada por el cambio de energía cinética del fluido que fluyen a través de los pasajes de los álabes. Tal que:

$$E = \frac{1}{2g}\left(V_1^2 - V_2^2\right) - \frac{W_1^2}{2g}\left(1 - k_b^2\right) \tag{3-20}$$

donde $W_2 = k_b W_1$. el término $(W_1^2(1 - k_b^2)/2g)$ representa la energía cinética perdida debido a la fricción.

La energía transferida por los álabes es calculada en la Ec. (3-19) y con la ayuda del diagrama de velocidad que se muestra en la Fig. 3-10,

$$E = \frac{U}{g}\left(V_1 \cos\alpha - U + W_2 \cos\gamma\right)$$

Sustituyendo $W_2 = k_b W_1$,

$$E = \frac{U}{g}\left(V_1 \cos\alpha + k_b W_3 \cos\gamma - U\right)$$

Sustituyendo $W_1 \cos \beta = V_1 \cos \alpha - U$

$$E = \frac{U}{g}\left[V_1 \cos\alpha - U + k_b\left(V_1 \cos\alpha - U\right)\frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right]$$

$$E = \frac{U}{g}\left(V_1 \cos\alpha - U\right)\left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right) \tag{3-21}$$

y sustituyendo $v = U/V_1$,

$$E = \frac{U^2}{g}\left(\frac{\cos\alpha}{v} - 1\right)\left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right) \tag{3-22}$$

La eficiencia de los álabes puede ser obtenida al dividir las Ecs. (316), (3-19), (3-20), o (3-21) de la energía cinética del fluido entrando al pasaje del álabe. Tal que de la Ec. (3-16), sustituyendo ($v = U/V_1$),

Similarmente a la Ec. (3-19) quedando

$$\eta_b = \frac{2V^2\left(V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta\right)}{U} \tag{3-23}$$

y de la Ec. (3-20),

$$\eta_b = \frac{V_1^2 - V_2^2 - W_1^2\left(1 - k_b^2\right)}{V_1^2} \tag{3-24}$$

De la Ec. (3-21),

$$\eta_b = 2V\left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right)\left(\cos\alpha - \gamma\right) \tag{3-25}$$

Asumiendo $\propto$, k_b, y cos $\propto$/ cos β son constantes en la Ec (3-25), que es la ecuación de la parábola, diferenciándola con respecto a v, e igualando a cero, para el máximo de eficiencia del álabe:

$$\frac{d\eta_b}{dv} = \frac{d}{dv}\left[2v\left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right)(co\alpha - v)\right] = 0$$

y

$$2\left(1 - k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right)(\cos\alpha - 2v) = 0$$

de donde

$$v = \frac{\cos\alpha}{2} \tag{3-26}$$

Para máxima eficiencia del álabe

Sustituyendo v = cos $\propto$/2 en la Ec. (3-25),

$$\eta_{b\max} = \left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right)\frac{\cos^2\alpha}{2} \tag{3-27}$$

En el caso donde $\gamma = \beta$, o muy cercano, la Ec. (3-27) queda:

$$\eta_b = (1 + k_b)\frac{\cos^2\alpha}{2} \tag{3-28}$$

En el álabe sin fricción,

$$\eta_b = \cos^2\alpha \tag{3-29}$$

Aparentemente de la Ec. (3-23), (3-25) y (3-27) hay valores más pequeños de $\propto$ y γ esencialmente para una alta eficiencia del álabe. De cualquier forma hay que tener cuidado de no tomar $\propto$ demasiado pequeño y tratar de evitar largas toberas que

ocasionen grandes pérdidas por fricción. En la practica, el ángulo de la tobera $\propto$ igual 15° resultando razonablemente toberas cortas sin incremento en la pérdida por fricción.

El ángulo de salida del álabe γ no puede ser construido demasiado pequeño por otra razón. Supuestamente no hay caida de presión a través del alabe de impulso, el área de la sección transversal del flujo del pasaje no debe disminuir. Pero decreciendo γ decrece el ancho del flujo del pasaje a la salida, y manteniendo el área transversal a la salida, la altura de salida de los álabes puede incrementarse sin limites razonables. Generalmente los resultados se obtienen satisfactoriamente con valores de γ entre 20° y 21°. Actualmente esto es acostumbrado como un compromiso, para disminuir ligeramente el área de flujo a la salida del pasaje, permitiendo una reacción de 5 a 10 por ciento.

Algunas de las ecuaciones de eficiencia involucran la relación de velocidad radial v. Esto es significativo al notar que la eficiencia depende de v o de la relación de U a V_1 y no del valor individual de U o V_1.

Es interesante el comparar los valores óptimos de v del álabe de impulso hipotético dado por la Ec. (3-18) ($v = 0.5$) con esta v para un álabe de impulso simple de la Ec. (3-26) ($v = \cos \propto/2$). Para un rango usual del valore de $\propto$, en la Ec. (3-26) es $v = 0.48$.

Además instructivamente es una comparación de la máxima eficiencia de los álabes hipotéticos con los álabes de impulso simple sin fricción dado por la Ec. (3-29). Para un rango usual los valores de $\propto$, en la Ec. (3-29) indica (n_{bmax}) cerca del 91 por ciento. Esto nos demuestra que la deflección de los ángulos de los álabes de impulso nunca será del 100 por ciento aun sin fricción.

3-12. TOBERAS COMBINADAS Y EFICIENCIA DEL ALABE- ETAPA DE IMPULSO SIMPLE.

La tobera combinada y la eficiencia del álabe pueden obtenerse multiplicando cualquiera de las ecuaciones previas de eficiencia para álabes por la eficiencia de la tobera n_n. La tobera combinada y la eficiencia del álabe es dada por la variable n_{nb} y en el caso de la máxima eficiencia del álabe, dada por la Ec. (3-27),

$$\eta_{nb} = \eta_n \left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right) \frac{\cos^2\alpha}{2} \qquad (3\text{-}31)$$

$$\eta_{nb} = k_n^2 \left(1 + k_b \frac{\cos\gamma}{\cos\beta}\right) \frac{\cos^2\alpha}{2} \qquad (3\text{-}30)$$

Claro que el coeficiente de velocidad deberá ser usado, tomando en cuenta la cantidad de humedad, sobresaturación, y sobrexpanción e inexpanción si es apropiado.

3-13. GRADUACION DE ETAPAS EN TURBINAS DE IMPULSO.

La turbina de impulso simple es severamente limitado en sus aplicaciones cuando una gran caída de presión es necesaria. En la turbina de impulso simple la caída de presión total es necesariamente tomando una fila de toberas estacionaria, y si la caída de presión es grande, resultarán altas velocidades en las toberas. Esto implica una alta velocidad del álabe con álabes acompañados y problemas de tensión en el disco y alta velocidad rotacional. Porque en las condiciones de tensión, la velocidad del álabe no debe exceder

415 mts. por seg. como valor máximo, a la salida, grandes pérdidas son inevitables cuando hay una gran caída de presión en la turbina de impulso simple.

La turbina de impulso simple es usada donde una turbina pequeña y compacta es conveniente que opere a alta velocidad o cuando solo hay una pequeña caída de presión. Algunas ocasiones se usan engranes si la velocidad rotacional es pequeña.

Para aplicaciones en la conversión de gran cantidad de energía térmica a trabajo, semejante al motor de un gran generador, la turbina de impulso simple está fuera de duda. En este caso la turbina puede operar entre 1800 o 3600 r.p.m. y convertir grandes cantidades de energía térmica a trabajo.

.

Dos esquemas son disponibles para evitar las inminentes dificultades de la turbina de impulso simple. Otro método para emplear que conocemos es la etapa Curtis.

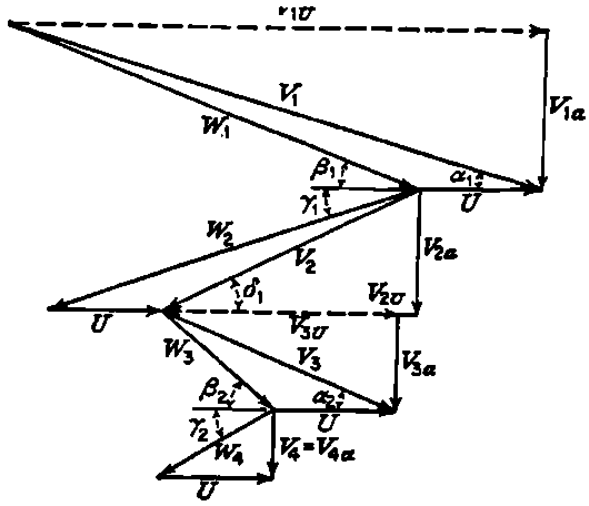


Fig. 3-13 Diagrama de velocidad ejercida de dos líneas de álabes

En este tipo de etapa la caída de presión ocurre en la hilera de toberas estacionarias pero no intenta absorber toda la energía del fluido en una sola fila de los álabes en movimiento. En cambio, una parte de la energía cinética del fluido es absorbida en la primera línea de los álabes en movimientos, saliendo el fluido de los álabes a gran velocidad. La línea fija de álabes, cambia el flujo hacia otra línea de álabes en movimiento, que absorbe más de la energía cinética del fluido. El flujo puede pasar a través de más hileras de álabes fijos y en movimiento si se desea. Porque debido a la

gran pérdida por fricción, la eficiencia de este arreglo es comúnmente baja, pero la turbina opera a una velocidad razonable. Otro método es la etapa de Rateau o presión, que realmente consiste en series de turbinas de impulso simple de una sola flecha. La caída de presión total es tomada de los incrementos en las etapas sucesivas como resultado de la energía cinética del fluido a la salida de cualquier fila estacionaria de toberas que pueden absorber en la siguiente fila de álabes en movimiento con una velocidad razonable del álabe. La pérdida en la etapa de presión por fricción es considerablemente menor, comparada con la etapa de velocidad, pero el arreglo resulta en una turbina más costosa.

3-14. ETAPA CURTIS.

Es interesante examinar ambos diagramas de velocidad (Fig. 3-13) y los diagramas de velocidad condensadas (Fig. 3-14) para la etapa Curtis consiste en dos o tres filas de álabes en movimiento. Estos diagramas de velocidad muestran los incrementos de los ángulos del flujo de entrada y salida fila por fila, de álabes planos. Como consecuencia también de la disminución de velocidad de giro fila por fila. Esto es obvio ya que la energía total transformada del rotor es igual a la suma de las energías transformadas de cada fila en movimiento. También queda claro que cuando la velocidad de giro disminuye fila por fila, la energía transformada del movimiento de las filas, disminuye en el mismo orden.

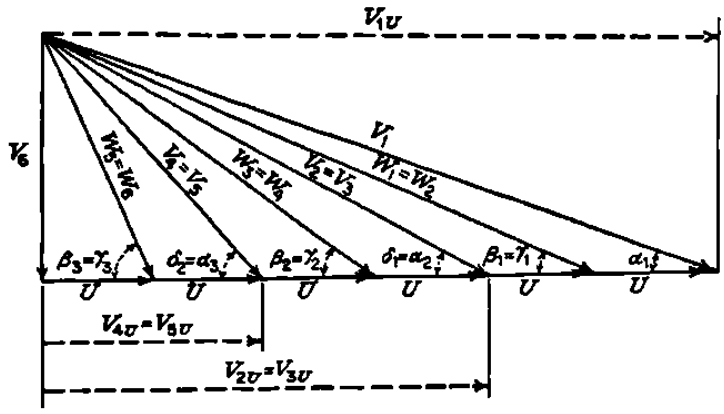


Fig. 3-14. Diagrama de velocidad polar para turbinas Curtis de tres filas de álabes.

Para comprender la magnitud relativa de la energía transformada por cada fila puede obtenerse, examinando la Fig. 3-14 y escribiendo la Ec. (3-16)

$$E = \frac{U}{g}\left[\left(V_{1U} - V_{2U}\right) + \left(V_{3U} - V_{4U}\right) + \left(V_{5U} + V_{6U}\right)\right] = \frac{U}{g}\sum \Delta V_U \qquad (3\text{-}32)$$

Sustituyendo acorde a la Fig. 3-14,

$$E = \frac{U}{g}\left[\left(6U + 4U\right) + \left(4U + 2U\right) + \left(2U + 0\right)\right]$$

$$E = 18\frac{U^2}{g} \qquad (3\text{-}33)$$

donde $V_{1U} = 6U$, $V_{2U} = 4U$, etc.

De las ecuaciones anteriores podemos establecer que la energía transformada en cada fila de álabes en movimiento es en proporción de 5:3:1. Donde el total de energía transformada por el rotor es de 18 unidades, la primera fila absorbe $^{10}/_{18}$ o $^{5}/_{9}$ del total de la energía, la segunda fila $^{6}/_{18}$ o $^{3}/_{9}$, y la tercera fila $^{2}/_{18}$ o $^{1}/_{9}$. En la cuarta fila de la etapa Curtis proporciona 7:5:3:1 y la quinta fila, 9:7:5:3:1. Esto, obviamente proporciona el total de energía absorbida en cualquier fila, después de la segunda fila es despreciable. Por lo tanto las turbinas Curtis deben construirse para más de dos filas en movimiento.

3-15. RELACION DE VELOCIDAD PARA OPTIMA EFICIENCIA-ETAPA CURTIS.

Sólo el valor especifico de v para máxima eficiencia de álabes, para la construcción de turbinas de impulso simple, es un valor definido de v para máxima eficiencia del álabe en la etapa Curtis. Asumiendo mínima fricción y alabeado simétrico en las etapas Curtis consiste en dos filas de álabes en movimiento, la suma de velocidades de giro es (Fig. 3-13), pero donde $W_1 = W_2$ y $\beta_1 = \gamma_1$,

$$\begin{aligned}
\Delta_1 V_U &= 2W_1 \cos\beta_1 \\
\Delta_1 V_U &= 2(V_1 \cos\alpha_2 - U) \\
\Delta_2 V_U &= 2(V_3 \cos\alpha_2 - U) \\
\Delta_2 V_U &= 2(V_1 \cos\alpha_1 - 3U) \\
\sum \Delta V_U &= 4(V_1 \cos\alpha_1 - 2U) \\
\eta_b &= \frac{8U}{V_1^2}(V_1 \cos\alpha_1 - 2U)
\end{aligned} \tag{3-34}$$

Sustituyendo $v = U/V_1$

$$\eta_b = 8(v\cos\alpha_1 - 2v^2)$$

Diferenciando e igualando a cero,

$$\frac{d\eta_b}{dv} = 8\frac{d}{dv}(v\cos\alpha_1 - 2v^2)$$

$$8\cos\alpha_1 - 32v = 0$$

$$v = \frac{\cos\alpha_1}{4} \tag{3-35}$$

Esto es exactamente la mitad del valor de v para la turbina de impulso simple dado en la Ec (3-26). Sustituyendo este valor de v en la Ec. (3-34), la máxima eficiencia de álabes es:

$$\eta_{b\,\max} = \cos^2 \alpha \tag{3-36}$$

que es el mismo valor obtenido en la Ec. (3-29) para álabes simétricos de impulso simple y sin fricción. Sin embargo, si la fricción tomara el valor de la eficiencia de alabeado de la etapa Curtis sería considerablemente menor que la eficiencia del alabeado de impulso simple.

En las turbinas reales algún sacrificio en la eficiencia tiene intereses económicos de manufactura y producción de una máquina de tamaño y peso razonable. Por lo tanto, en la práctica se encuentran valores para diseño de v en el rango de 0.20 a 0.22

3-16. COMBINACION DE ETAPAS.

A menudo no es posible absorber toda la energía deseada, disponible en una etapa Curtis y seguir manteniendo la velocidad del álabe con números prácticos de filas en movimiento. En muchas ocasiones es posible una solución, utilizando dos o más etapas Curtis de una sola flecha y con una cubierta común.

Otro posible arreglo es una etapa Curtis seguida por una Rateau o etapa de reacción. Las etapas Curtis reduce la presión del fluido a un nivel moderado con una gran proporción de trabajo por etapa y luego la etapa Rateau o de reacción más eficiencia absorbe el balance de energía disponible. Este arreglo hace posible, reducir todas las dimensiones de la turbina y por consecuencia representa un ahorro del costo inicial más que la compensación de menor eficiencia.

ALABE DE REACCION.

3-17. INTRODUCCION.

La principal característica de las turbinas de reacción, es la comparación con las turbinas de impulso es de la caída de presión que ocurre en ambas filas estacionarias o en movimiento, se considera en la turbina de impulso, teóricamente menor, la caída total de presión que ocurre en las toberas estacionarias. El álabe estacionario del pasaje en la turbina de reacción, sirve para incrementar la velocidad del fluido y dirigirlo a los álabes en movimiento.

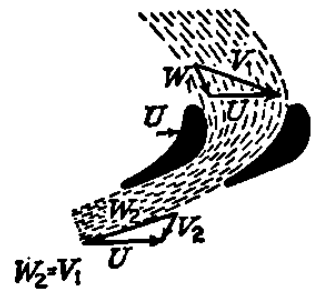


Fig.3-15 Alabe de reacción

La función de los álabes estacionarios de la turbina de reacción y de impulso es idéntica. De hecho, la cámara formada por los álabes estacionarios en la turbina de reacción, las toberas nunca son cónicas en la sección transversal.

Para entender esto claramente, que lugar toman los álabes en movimiento, la Fig. 3-15 muestra el fluido saliendo del álabe estacionario golpeando en los álabes en movimiento, ejerciendo una fuerza a la derecha. La dirección del fluido cambia y la velocidad aumenta, resultando una fuerza de reacción también a la derecha. Esto obviamente después que la fuerza ejercida en los álabes en movimiento no es puramente de reacción, pero si, la combinación de fuerzas de impulso y de reacción, la magnitud de

la fuerza de impulso será en función de la caída de presión en un alabeado estacionario. Si la etapa de reacción es definida como una fila de álabes estacionarios y una fila de álabes en movimientos y si la caída de entalpía es igual entre las filas en movimiento y estacionaria, podemos decir que la etapa es el 50 por ciento de la etapa de reacción. Otros rangos de caída de entalpía pueden ser usados. Aquí consideraremos solo el 50 por ciento de la etapa de reacción.

3-18 DIAGRAMAS DE VELOCIDAD.

Los diagramas de velocidad de la turbina de reacción son similares en principio a la turbina de impulso. La figura 3-16 muestra una notable diferencia en la velocidad relativa a la salida del pasaje de álabes que es considerablemente mayor que la velocidad relativa de entrada. Esto es debido a que los álabes del pasaje en movimiento sonen realidad toberas. Esto se notará también que, ($W_1 = V_2$, $W_2 = V_1$, $\propto = \gamma$, y $\beta = \delta$). De aquí que los diagramas de velocidad a la entrada y salida sean congruentes. Esto es porque el alabeado es "simétrico", los álabes estacionarios y en movimiento son idénticos en la sección transversal, dando la oportunidad económica, de la manufactura de álabes cortos.

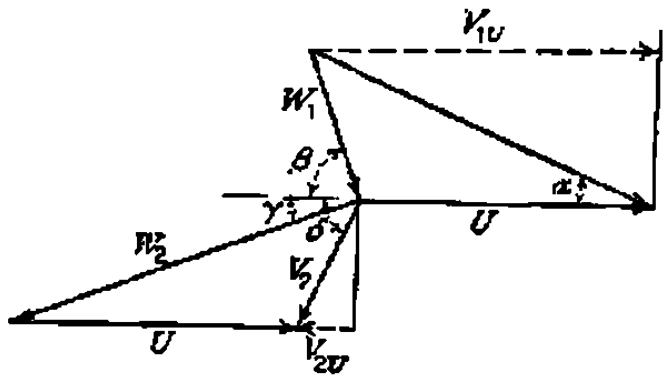


Fig. 3-16. Diagrama de velocidad extendido – Etapa de reacción

Hay que tener cuidado con el termino "simétrico", aplicado al alabeado de reacción en contraste con el alabeado de impulso. El alabeado simétrico en la turbina de reacción resulta en el 50 por ciento de la etapa de reacción.

Los diagramas de velocidad condensados pueden ser dibujados para la etapa de reacción similares en principio a aquellos dibujados para las etapas de impulso.

3-19. TRABAJO TEORICO Y LA EFICIENCIA-ETAPA SIMETRICA DE REACCION.

La la energía transferida a un rotor si el alabeado es de reacción o impulso es dado por la expresión general Ec. (3-16)

$$E = \frac{U}{g}(V_{1U} - V_{2U})$$

o

$$E = \frac{U}{g}(V_1 \cos\alpha - V_2 \cos\delta) \qquad (3\text{-}37)$$

De la Fig. 3-16 puede verse que ($V_2 \cos \delta = W_2 \cos \gamma - U$ y $W_2 \cos \gamma = V_1 \cos \propto$). Por lo tanto ($V_2 \cos \delta = V_1 \cos \propto - U$). Sustituyendo en la Ec. (3-37),

$$E = \frac{U}{g}(V_1 \cos\alpha + V_1 \cos\alpha - U)$$

$$E = \frac{U}{g}(2V_1 \cos\alpha - U) \qquad (3\text{-}38)$$

y sustituyendo ($v = U/V_1$),

$$E = \frac{1}{g}(2v\cos\alpha - v^2) \qquad (3\text{-}39)$$

Antes de derivar la expresión de eficiencia del alabeado, primero es necesario determinar la energía disponible para transformar por el alabeado en cada fila en movimiento. Para etapas simétricas, la etapa de caída de entalpía isoentrópica a través de la etapa es dividida entre las filas en movimiento y estacionarias tal que:

$$\left(\Delta h_s\right)_{hilera} = \frac{\left(\Delta h_s\right)_{etapa}}{2}$$

Asumiendo la misma eficiencia de las toberas para ambos filas estacionarias y en movimiento, la energía térmica convertida en energía cinética por fila es ($n_n(\Delta h_s)$etapa/2). Ahora la energía cinética asociada con la velocidad de salida, que proviene de la etapa anterior está disponible para hacer trabajo justo como la energía cinética del fluido a la salida de las etapas bajo consideración esta disponible para la siguiente etapa. Claro que alguna pérdida esta involucrada en el trayecto de una etapa a la próxima y tomar en consideración la eficiencia del paso a la siguiente etapa. De aquí que la energía cinética a la salida de la etapa y la disponible para la próxima sea dada por ($n_{co}V_2^2/2g$), donde n_{co} es la eficiencia del paso a la siguiente etapa. Por lo tanto la energía disponible para transferir al alabeado es:

$$\frac{V_1^2}{2g} - \eta_{co}\frac{V_2^2}{2g} = J\eta_n \frac{\left(\Delta h_s\right)_{etapa}}{2}$$

que es para una hilera. Para las etapas que consisten en dos filas, la energía disponible es:

$$J\left(\Delta h_s\right)_{etapa} = \frac{2}{\eta_n}\left(\frac{V_1^2 - \eta_{co}V_2^2}{2g}\right) \qquad (3\text{-}40)$$

La combinación de toberas y la eficiencia del álabe se obtiene dividiendo la Ec.(3-39) entre la Ec. (3-40) quedado de la siguiente manera:

$$\eta_{nb} = \frac{V_1^2/g(2v\cos\alpha - v^2)}{2/\eta_n[(V_1^2 - \eta_{co})/2g]}$$

$$\eta_{nb} = \eta_n \frac{2v\cos\alpha - v^2}{1 - \eta_{co}(V_2^2/V_1^2)} \tag{3-41}$$

De la fig. 3-16, ($V_2^2 = W_2^2 + U_2 - 2UW_2 \cos \propto$ y $W_2 = V_1$) de la etapa simétrica que queda ($V_2^2 = V_1^2 + U_2 - 2UV_1 \cos \propto$). De aquí que:

$$\frac{V_2^2}{V_1^2} = 1 + v^2 - 2v\cos\alpha$$

Sustituyendo en la Ec. (3-40)

$$\eta_{nb} = \eta_n \frac{2v\cos\alpha - v^2}{1 - \eta_{co}\left(1 + v^2 - 2v\cos\alpha\right)} \tag{3-41}$$

De la Ec. (3-42) puede verse que para ($n_{co} = 1$), la eficiencia combinada de toberas y álabes es equivalente solo a la eficiencia de la tobera con las pérdidas que ocurran debido a la acción en la tobera. Además se puede observar que la eficiencia combinada de toberas y álabes es independiente de (v y $\propto$ si $n_{co} = 1$).

Para la condición de velocidad cero, de la siguiente etapa, la Ec. (3-42) se reduce a:

$$\eta_{nb} = \eta_n\left(2v\cos\alpha - v^2\right)$$

que es la eficiencia de una sola hilera. Asumiendo la velocidad de la siguiente etapa de cero y $n_n = 1$,

$$\eta_b = v(2\cos\alpha - v) \tag{3-43}$$

Para encontrar el valor de v para máxima eficiencia, diferenciamos la Ec. (*3*-43) que respectivamente v e igualamos a cero, o

$$\frac{d\eta_b}{dv} = \frac{d}{dv}[v(2\cos\alpha - v)] = 0$$

$$2\cos\alpha - 2v = 0$$

$$v = \cos\alpha \tag{3-44}$$

Sustituyendo este valor de v en la Ec. (3-42) el resultado es

$$\eta_{b\,\max} = \cos^2\alpha \tag{3-45}$$

Comparando la Ec. (3-45) con las Ecs. (3-26) y (3-35), el valor optimo de v para el alabeado de reacción es el doble que el de impulso simple y cuatro veces al del alabeado de Curtis. La comparación de las Ecs. (3-29), (3-36) y (3-45) revelan que la optima eficiencia del alabeado de impulso simple, Curtis, y reacción, todas son iguales. De tal forma, cuando la fricción es considerada, la etapa de reacción usualmente será más eficiente, seguida por la Rateau y Curtis en ese orden. La razón de que la pérdida por fricción es menos significativa en las etapas de reacción corresponde al hecho de que la velocidad de flujo es menor.

CAPITULO 4

FLUJO EN LOS PASAJES DE ALABES

4-1. PERFIL DE LOS ALABES DE IMPULSO.

Mientras que no suceda una baja presión en el impulso de las vías de los álabes, el propósito de los álabes es darle al flujo la máxima desviación consistente con un alto rendimiento. Se deben mantener al mínimo los daños debido a la fricción, turbulencia, y choques. El perfil de los álabes de impulso que se considera en estas secciones es constante por toda la longitud del álabe. Además, el diagrama de velocidad para la altura media de la paleta se considera como apropiado para determinar el ángulo del álabe en todas las partes del mismo. Sin embargo, se bebe recordar que los diagramas de velocidad establecen los ángulos del fluido y no los ángulos geométricos de los álabes. La relación entre los ángulos del fluido obtenidos en los diagramas de velocidad hasta los ángulos geométricos de los álabes, se discutirán en otra sección. La fig. 4-1b muestra un tipo de perfil del álabe de impulso conocido como el plato del álabe el cual es poco probable que se utilice aquí. Se ha visto que las líneas por donde corre el fluido no son

las adecuadas para seguir la superficie convexa del álabe, lo que ocasiona la separación del flujo y trae consigo pérdidas. Para evitar estas depuraciones locales del fluido, es normal llenar el perfil del álabe como se muestra en la figura 4-1a.El crecimiento del rendimiento del álabe es comúnmente suficiente para realizar un cambio ventajoso. La fig. 4-2 muestra la tradicional sección paralela donde los álabes de impulso son precedidos por una línea de toberas de aluminio.

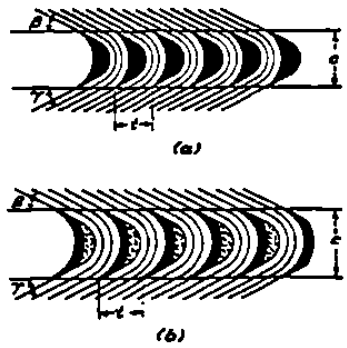


Fig. 4-1. Perfil de los álabes de impulso

4-2. PASO Y ANCHURA DEL ALABE.

Se deben considerar dos factores para determinar el número de álabes de impulso los cuales se pueden colocar en un determinado disco. Resulta obvio que un número excesivo de álabes provoca incremento de pérdida por fricción. Incluso, si la cantidad de álabes es muy pequeña, estas provocarán un problema y evitará que se pueda dar una clara definición del flujo, que permite al fluido pase sin una desviación completa. Nuevamente, el rendimiento disminuye desde el momento en que la energía se transfiere al rotor, dependiendo de la magnitud de la desviación del fluido.

Al examinar la fig. 4-1a se ve claramente que al determinar el número de álabes, los cuales se pueden colocar en un disco determinado, se debe considerar el espesor y la anchura del perfil del álabe. Resulta difícil establecer una relación racional entre todos estos factores, así que el número óptimo de álabes o el paso, es una relación empírica. La experiencia indica que el optimo paso del álabe se obtiene, cuando la razón del paso del álabe a la anchura, (t/c), se mantiene entre 0.5 y 0.6.

El ancho del álabe *c* se determina ampliamente en bases a la consideracion de los esfuerzos, aunque, en cierta medida los álabes anchos son más eficientes que los estrechos. Sin embargo, es preferible mantener lo más estrecho posible el álabe con la finalidad de reducir sobretodo, la longitud del rotor.

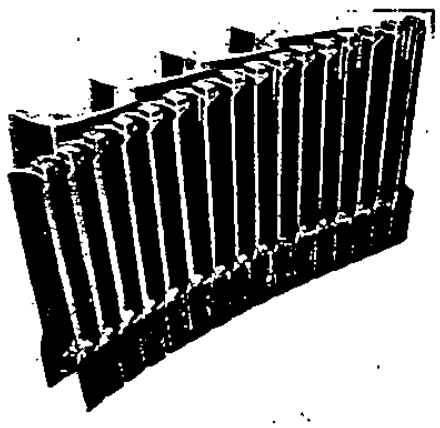


Fig. 4-2. Alabes de impulso comunes

La relación entre el ancho del álabe y el esfuerzo se discutirá posteriormente. En general, se podría establecer que el ancho del álabe es alguna función de la altura del álabe, así como de la magnitud de la velocidad del fluido con que entra al pasaje del álabe. Además, en la etapa de presión el ancho del álabe se incrementa hacia el final donde hay baja presión con un incremento de la altura del álabe. Sin embargo, en una de las etapas Curtís el ancho del álabe disminuye debido al decremento de la velocidad del fluido. En una extensa etapa de presion de la turbina de impulso, el rango del ancho de los álabes es de 19.5 a 50.8mm. Al final del extremo de la alta presión hasta cerca de 152.4mm. Al final de la baja presión. Las turbinas pequeñas e intermedias consistentes

de etapas Curtís de dos hileras, el ancho de alabeado puede ser del rango de 15.87mm hasta 25.4mm. Las grandes turbinas, compuestas de etapas Curtís de dos hileras tienen el ancho del álabe en un rango de 38.1mm hasta 76.2mm. En la primer hilera móvil, 31.75 hasta 63.5mm mientras que para los álabes fijos y para la segunda hilera móvil es 31.75 hasta 63.5mm.

4-3. ALTURA DEL ALABE.

La altura del álabe es una función del área disponible que se requiere para pasar el flujo del fluido. El área disponible es una función del del flujo de masa, el volumen especifico y la razón de velocidad. Para el cálculo del área total disponible para el flujo, se debe considerar el espesor de los bordes y los ángulos del álabe. En la fig. 4-3 se puede observar que el área disponible para el flujo a la salida del pasaje de álabes fijos o tobera es aproximadamente.

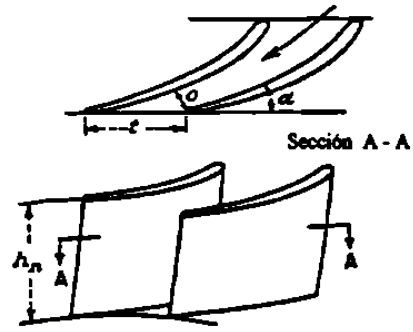


Fig. 4-3.Pasaje de álabes fijos a tobera.

$$A = ohn \tag{4-1}$$

Donde A = Area disponible para el flujo en la salida de la tobera o álabes fijos, en mm.

o= Ancho del pasaje de flujo en la salida de la altura principal de la tobera o álabes fijos, en mm.

h_n = altura de la tobera o álabes fijos, en mm.

Entonces.

$$A = (t \text{ sen } \alpha - m)h_n$$

Donde t = paso de la tobera o álabes fijos, en mm.

m = espesor del borde de la tobera o álabes fijos, en mm.

α = ángulo de la tobera, en grados.

Señalar un factor para el espesor del borde de la tobera,

$$k_{tn} = \frac{t \text{ sen } \alpha - m}{t \text{ sen } \alpha}$$

Donde k_{tn} = factor para el espesor del borde de la tobera. Así,

$$A = k_{tn} h_n t \text{ sen } \alpha$$

Considerando una admisión periférica completa el diagrama de la tobera, se llena por completo con las toberas, el número de toberas es,

$$z = \frac{\pi d_m}{t}$$

Donde z = número de toberas

d_m = diámetro del anillo medio de la tobera, en mm.

Así que, el área total de las toberas es:

$$An = \pi\, d_m\, h_n\, k_{tn} \text{ sen } \alpha$$

De igual forma, se puede demostrar que el área disponible para el flujo en la entrada de los álabes es,

$$A_b = \pi\, d_m\, h_b\, k_{tb} \text{ sen } \beta$$

De la ecuación de la continuidad obtenemos,

$$Gv = AV = V_1 \pi\, dm\, hn\, ktn \text{ sen } \alpha = W_1 \pi\, d_m\, h_b\, k_{tb} \text{ sen } \beta$$

Para propósitos prácticos podemos suponer que $k_{tn} = k_{tb}$, *así que:*

$$\frac{h_b}{h_n} = \frac{V_1 \text{ sen } \alpha}{W_1 \text{ sen } \beta} = \frac{V_{1a}}{W_{1a}} = 1 \qquad (4\text{-}2)$$

Entonces ($V_{1a} = W_{1a}$) siempre.

Por razonamiento similar se puede demostrar que para una etapa Curtis de dos hileras como se ilustra en la fig. (4-4),

$$h_{b2} = h_n \frac{V_{1a}}{V_{2a}} \qquad (4\text{-}3)$$

$$h_{b4} = h_n \frac{V_{1a}}{V_{3a}} \qquad (4\text{-}4)$$

$$h_{b6} = h_n \frac{V_{1a}}{V_{4a}} \qquad (4\text{-}5)$$

Aunque la ecuación (4-2) indica que la altura del álabe en la entrada es igual a la altura de la tobera en la salida, es normal incrementar ligeramente la altura del álabe a la entrada. Esto se hace con la finalidad de evitar el derrame del fluido que sale de los pajajes de las toberas.

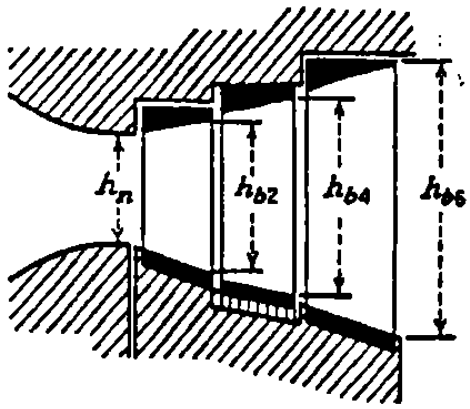


Fig. 4-4. Curtis dos filas.

Esto incrementa la altura del álabe a la entrada y se llama incremento o extensión y se distribuye de igual forma en la raíz, que en la punta del álabe. La cantidad de incremento que se toma es meramente arbitraria y varia desde 1.58mm. En las etapas de alta presión hasta 19.05mm. En las etapas de baja presión de las grandes turbinas. Se aplica un incremento a la altura de la entrada de todos los álabes fijos y móviles, esto, en las etapas Curtís.

En las ecuaciones (4-3) hasta la (4-5) no se toma en consideración el incremento de volumen especifico del fluido en los pasajes de los álabes debido al recalentamiento. Sin embargo, es un serio problema, la influencia del recalentamiento en el volumen especifico del fluido mientras permanece el fluido en los pasajes de los álabes. Además, es algo normal desatender algún ligero incremento en el volumen específico el cual ocurrirá.

Si se usan toberas redondas o cónicas, la altura a la entrada de la siguiente hilera en los álabes móviles es igual al diámetro de salida de la tobera además del incremento. Las bases de los alabes son seleccionadas para lograr ciertas características, que por lo menos asegure una adecuada fuerza mecánica o eficiencia aerodinámica en la expansión del vapor. Las tolerancias aplicadas a cada una de las dimensiones son seleccionadas para el control por lo menos en una de las características.

Las más comunes son:

- Los alabes tienen una forma de paleta seleccionada para producir una expansión en los pasajes entre las paletas adyacentes cuando son montadas en la rueda o rodete. Las dimensiones especificadas de las paletas y sus posiciones deben ser tal que las forma de los pasajes para expansión trasegada a la excesiva capacidad de perdida de flujo t tal vez ocurra una pobre eficiencia en la expansión.
- Los alabes son para proporcionar un ensamble prometido para proveer una expansión controlada o liberada de la energía térmica del vapor. Para esto los álabes deberán ensamblarse al rotor a la carcaza y entonces probablemente tienen varios elementos. Este ensamble final debe lograrse sin introducir esfuerzos residuales debido a interferencias.
- Los alabes deben poder ser ensamblados al rotor existente o carcaza. Deben poder ser montadas sin interferencia inespecificada, y cuando estén encontrados, deben ser rígidos y poder mantener alineado durante la operación radial, axial y tagencialmente al alabe.
- Las formas de las paletas se central en los pasajes y unas importantemente definen la garganta y su variación de la garganta tal vez establezca el área de la descarga entre paletas adyacentes y la suma de los claros entre todos los pares de alabes define la etapa o el área de descarga de la hilera. La relación entre la garganta al paso también definen el ángulo de descarga del vapor como sale de la hilera de alabes.

si el mismo anillo fuera ocupado por toberas redondas o cónicas. Compare los bloques de toberas como se muestra en la fig. 4-5. Ahora, la altura del álabe de salida no se puede determinar por las ecuaciones (4-3) a la (4-5) entonces esto daría como resultado un incremento en la altura de salida considerablemente mayor a la necesaria. Por esta razón, se usan álabes con una punta estrecha tanto en la altura de entrada como de salida. El área de flujo de los álabes de salida pueden acercarse con el área de salida de la hilera de toberas mediante la disminución del ángulo de salida del álabe. Por supuesto, este procedimiento es benéfico tanto en el incremento de la rotación de salida como, un mejoramiento en el rendimiento.

Cuando la admisión periférica completa se mantiene en las turbinas de alta presión, entonces, el volumen específico es demasiado pequeño al final de la alta presión; por eso, el diámetro de cada tobera será muy pequeño. La experiencia y experimentación han demostrado que las toberas de menor diámetro son mucho menos eficientes que aquellas que tienen un gran diámetro. Además los álabes que sirven a las toberas son muy cortos, resultando desfiguraciones del perfil de la raíz y de la punta llegando a ser muy significativos sus efectos en los pasajes de álabes para el fluido. Como consecuencia, resulta una turbulencia marcada con una disminución en el rendimiento del álabe. Aunque se utilizan álabes de medición corta como 9.52mm, es necesario establecer una altura mínima de 19.05mm. Debido a las consideraciones precedentes.

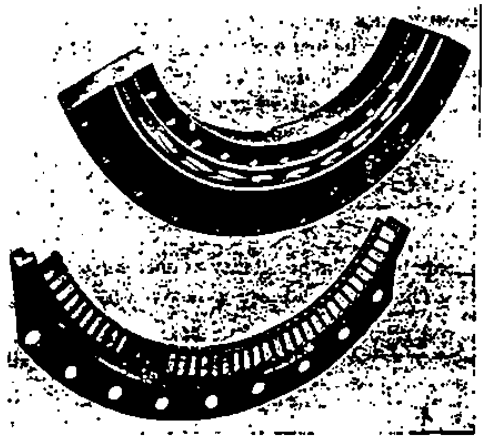


Fig.4-5. Blocks de boquillas cónicas.

Si se establece una altura mínima de 19.05mm para los álabes, entonces la altura de la tobera en la salida no puede ser menor que 19.05mm. En consecuencia, se debe establecer una admisión parcial, con descarga del flujo en una tobera sencilla mediante un arco en el área del álabe que es igual al paso de la tobera.

Es claro que con admisión parcial un determinado pasaje del álabe no siempre recibirá el flujo desde las toberas. La frecuente exposición al flujo de alta velocidad ocasiona vibraciones a los álabes, lo que podría llegar a ser destructivo en la vida de los álabes largos. Esta condición establece un límite a la altura de los álabes.

La altura máxima de un álabe también se limita por las consideraciones de tensiones o esfuerzos.

Estas tensiones se deben en gran parte a las fuerzas centrifugas y de corte. Esta manifiesta que la altura máxima que debe tener un álabe de impulso recto y paralelo es alrededor del 20% del diámetro del anillo medio del álabe. Donde aquí es necesario superar esta razón debido a los requerimientos del flujo, los álabes podrán ser torsidos y de este modo se reducen las fuerzas de corte y centrifugas. Con estas modificaciones la altura del álabe podría alcanzar cerca del 30% del diámetro del anillo medio del álabe bajo extremas condiciones favorables.

En lugar de disminuir o torser los álabes es posible incrementar el área de flujo a través de los pasajes del álabe para incrementar la entrada y el ángulo de salida del álabe. Como consecuencia también se podrá incrementar el ángulo α de la tobera.

Esta modificación ocasiona rendimiento menor así como la disminución de la rotación. Se debe realizar un estudio económico entre la disminución del rendimiento *Vs* el alto costo de la deformación de las paletas dañadas. Los siguientes valores limitados por los ángulos de las toberas y álabes aparecen para dar en general resultados satisfactorios para las ultimas etapas de álabes:

$$\alpha = 25^0 \text{ a } 30^0$$
$$\beta = 40^0 \text{ a } 45^0$$
$$\gamma = 35^0 \text{ a } 40^0$$

Se presenta otra posible solución en la posibilidad de disminuir la velocidad del álabe. La velocidad media del álabe se presenta como:

$$U_m = \frac{\pi D_m N}{60}$$ Donde N = Velocidad rotacional (RPM)

y

$$D_m = \frac{U_m \times 60}{\pi N}$$

De esta relación se puede ver que la disminución de la velocidad de rotación para un valor dado de U_m incrementa D_m. Ahora, la altura máxima permitida del álabe es una función directa de Dm. Además, si una turbina a 3,600 RPM disminuye a 1,800 RPM, se duplica la altura permitida del álabe para un valor fijo de U. También el área disponible del flujo se presenta como:

$$A = \pi D_m h_b \tag{4-6}$$

4-4. ANGULO DE ENTRADA Y SALIDA DEL ALABE.

Se ha establecido previamente que los ángulos β y γ del diagrama de velocidad representa los ángulos del fluido y no del álabe. Primero considere el ángulo de entrada del álabe, el cuál será designado como β′ para distinguirlo del ángulo del fluido β.

Si el flujo que entra por un paso del álabe fuera uniforme y la velocidad lineal del álabe U fuera constante en todas las secciones del álabe, entonces, $\beta'=\beta$ producirá una entrada sin choque ni turbulencia. Por eso ahora, se determina a β desde el porcentaje de velocidad que se da en el pasaje del álabe, y la velocidad lineal del álabe se incrementa radialmente. Si la dirección y magnitud de la velocidad absoluta que se presenta en el pasaje del álabe; y si se considera fijo el ángulo γ de la salida la fig. 4-6 muestra las variaciones que se llevan acabo en la raíz de β a la mitad y a la punta de las secciones del álabe. Si se considera que $\beta'=\beta m$, es evidente que el flujo total afectará la parte superior del álabe en la sección de la punta. Esta es una condición indeseable por que se provoca una disminución de la fuerza en el álabe además de las pérdidas que trae consigo la turbulencia debido al impacto violento del fluido en el álabe. En la sección de la raíz, el ángulo del flujo de entrada es menor que β' así todo el fluido no afectará la parte posterior del álabe. Además, el impacto del fluido en el álabe es menos violento y una pérdida menor debido a la turbulencia que se provoca. Con estas consideraciones en mente es preferible que β' sea mayor que β en todas las secciones cercanas del álabe. Si el álabe no es muy grande, por lo general, es satisfactorio presentar $\beta' = \beta t$.

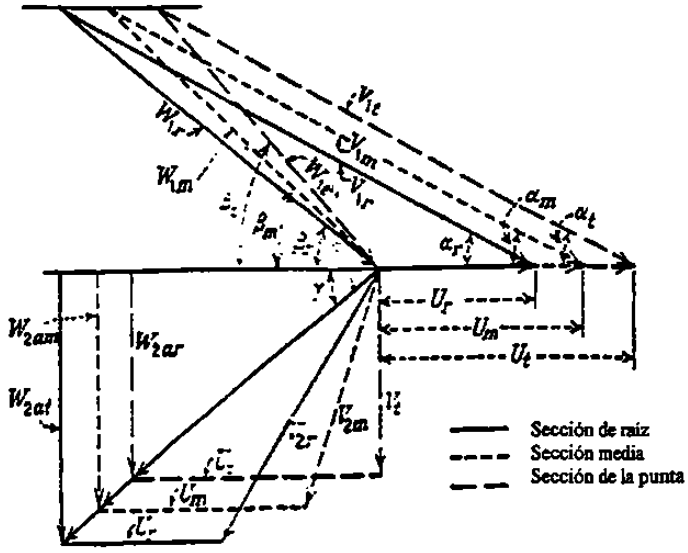
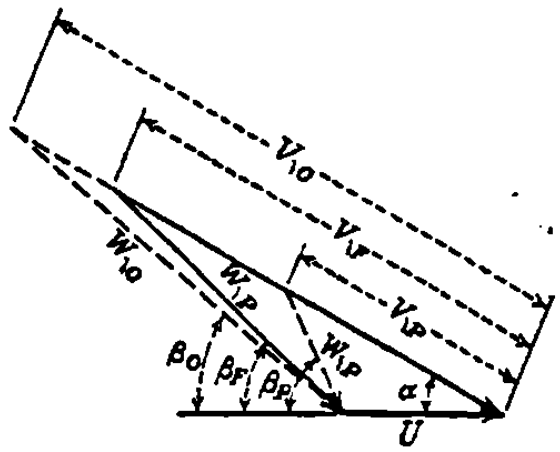


Fig. 4-6. Diagramas de velocidad en las secciones raíz, media y punta

Se presenta una situación similar, si la velocidad de los álabes sufren cambios con el rango constante de masa del flujo del fluido. Si se incrementa la velocidad, entonces disminuirá el diagrama de velocidad para un valor más extenso de *U*, cuando se compare con el diagrama de velocidad inicial, se asemeja la comparación entre la sección alta y media de los diagramas de velocidad de la fig. 4-6 Por lo tanto, el flujo afectará las partes posteriores del álabe con sus respectivas pérdidas. Esta condición se refiere al exceso de velocidad.



F = Carga completa.

P = Carga parcial

o = Sobrecarga.

Fig. 4-7. Efecto de la carga parcial y sobrecarga del triángulo de velocidad a velocidad constante.

Sin embargo, la velocidad del álabe disminuye, si se presenta una condición conocida como baja velocidad del fluido, la comparación de los diagramas de velocidad nuevo y original, es similar a la comparación de los diagramas de velocidad en la sección de la raíz y de la punta del álabe mostradas en la fig. 4-6. Se recordará que ésta consideración posterior es menos severa que la condición de exceso de velocidad. Por consiguiente es preferible que para la variación de velocidad del álabe β′ sea más grande que o al menos, igual que el valor mas alto que β por lo que se espera de esta forma evitar las condiciones severas que produce el flujo en las partes posteriores del álabe.

Se incurren en otras fuentes de pérdidas cada vez que cambian la razón ($V_1/U=V$), aunque poco se puede hacer en esto, excepto diseñar para el valor optimo de V para las condiciones esperadas que se encuentren en servicio. Esta es una consideración muy importante para los álabes que se utilizan en aplicaciones marinas.

Se puede presentar una desviación entre β y β' durante la operación del álabe a una velocidad constante con carga o sobre carga. La variación de la carga normalmente es acompañada por una variación compensativa en el rango de masa de flujo. Entonces, las áreas de las vías de flujo de un determinado álabe se deben considerar como un elemento fijo y si no cambian la presión y la temperatura del flujo que entra al álabe, tampoco cambia el volumen específico del fluido. Es evidente que en el seguimiento de la ecuación de continuidad, que si el flujo disminuye, entonces, también debe disminuir la velocidad del fluido. De este modo si se incrementa el rango de flujo de masa, se incrementa la velocidad. La fig. 4-7 muestra el efecto de la variación en el rango de flujo de masa y de velocidad en los ángulos. Para la carga ($\beta_p>\beta_f$) mientras que la sobrecarga ($\beta_f>\beta_p$) para un álabe el cual debe operar con carga parcial, es preferible que β' sea igual a β_p con algo de carga parcial, en la cual es probable que el álabe opere gran parte del tiempo. Entonces para todas las cargas de esta parte, que incluye una carga completa, el álabe estará operando bajo condiciones menos severas al exceso de velocidad.

Pero el ángulo de salida del álabe γ', casi siempre es igual al ángulo γ del fluido en los álabes de impulso que tienen una pequeña tobera y la altura del álabe (cerca de 19.05mm), así también para álabes diseñados para razones de baja velocidad o de acceso parcial. En otros casos, es usual que alguna reacción presente una disminución de γ' es por eso que se reduce el área de flujo en la salida del álabe. El criterio válido no es el grado en el cual γ' se disminuye, si no que el área de salida del flujo es determinada por el producto de la altura del álabe y la abertura de la salida del álabe. La altura del álabe se podría establecer en la mínima requerida para proporcionar una cubierta propia o sobrepuesta para las toberas que le preceden. El área de flujo requerido para establecer los requisitos de la caida de presión estática a través del álabe, se obtiene al reducir la abertura de la salida por medio de la disminución de γ'. Es mucho más importante

obtener el área del pasaje de flujo correctamente, que el establecimiento correcto del ángulo. Por lo general, no mas del 5 al 10% de reacción se presenta en las vías del álabe de impulso.

A menudo, el ángulo γ' se disminuye en los álabes con la finalidad de reducir el nivel de pérdidas. Esto se realiza sin una caida de presión en el pasaje del álabe, al incrementar la altura de salida del álabe con una cantidad suficiente para compensar la disminución en la abertura del álabe. Es obvio que la disminución de γ' incrementa la rotación con un aumento consecuente en el rendimiento. Sin embargo, la altura de salida del álabe no se puede incrementar mucho sobre la altura de entrada sin que el fluido pierda contacto con los álabes. Esta limitación pone una restricción en la cantidad γ' que podría ser reducida. Se impone una limitación adicional por el hecho de que los daños en los pasajes del álabe se deben a la desviación extrema del fluido, el ángulo se podría compensar con el resultado favorable de un incremento en la rotación.

4-5. ANGULO DE FLUJO.

Los experimentos indican que el ángulo del fluido que sale del álabe será diferente de alguna forma con el ángulo γ de salida del álabe. La diferencia entre los dos ángulos, $(\gamma - \gamma')$ se refiere al ángulo de desviación el cual siempre es positivo. Esto es una consideración relevante, por eso, bajo algunas circunstancias puede suceder en consecuencia una desviación menor del fluido lo que produce una disminución en la función de salida.

Todavía no se han desarrollado relaciones teóricas las cuales predecirán el grado de desviación con un criterio razonable de exactitud. No obstante, los resultados de los experimentos tanto en este país como en el extranjero demuestran que el número de Mach, el número de Reynolds y un coeficiente abierto son parámetros importantes. Casi

todos los álabes se diseñan con Re en mas de 100,000. El número de Mach viene a ser el único parámetro.

Para una configuración de álabe dado. El efecto de la configuración del álabe sobre un ángulo de flujo ha sido plenamente reconocido en términos de una relación empírica entre γ y el coeficiente de apertura del álabe (o/t) expresado así:

$$\gamma = \text{arcsen}\ \frac{o}{t} \tag{4-7}$$

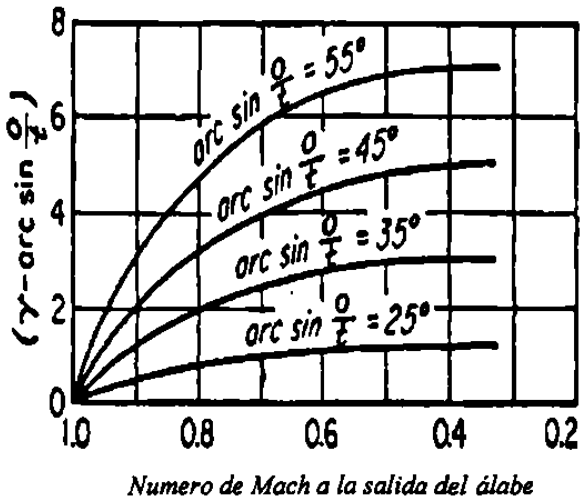


Fig. 4-8. Desviación del ángulo de flujo para el arco de o/t para diferentes valores de M y o/t.

Esta relación es muy exacta para la mayoría de los álabes cuando el número Mach en la salida del álabe esta cerca de la unidad. No obstante, en los números de Mach inferiores y en los valores grandes de γ', la ecuación 4-7 presenta un gran error. La Fig. 4-8 muestra un punto de desviación del ángulo de flujo verdadero, con respecto al calculado por medio de la ecuación 4-7, para los distintos valores del número de Mach y del coeficiente abierto. Estas curvas representan un resumen de información publicada y no publicada para álabes convencionales. Se notará que en $M=1$, la desviación es cero y por lo tanto la ecuación 4-7 se aplica exactamente. Sin embargo la desviación se vuelve muy pronunciada en los números inferiores de Mach, la desviación más severa se obtiene con valores mayores de los ángulos de salida del álabe.

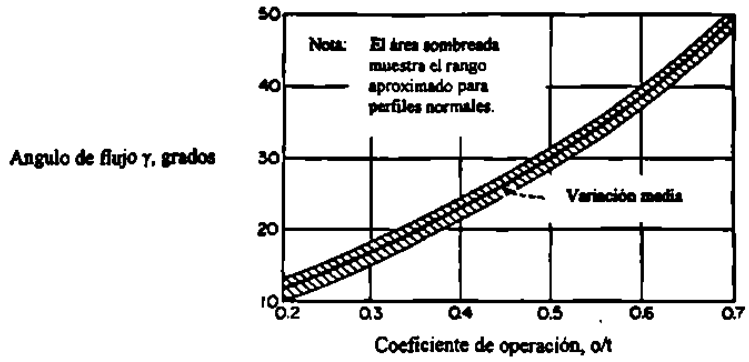


Fig. 4-9. Variación del ángulo de flujo y coeficiente de operación

Esta última observación parece bastante razonable en vista del hecho obvio de que con una apertura más amplia en la salida o una inclinación mayor, los álabes son menos capaces de influir en la dirección del flujo.

La fig. 4-9 muestra el ángulo de flujo dispuesto contra el coeficiente abierto para álabes comunes dentro del rango usual de los números de Mach encontrados en la práctica. Las curvas de la fig. 4-9 se deben usar en lugar de la 4-21 ya que se toma en cuenta la desviación del ángulo de flujo del dado por arcoseno (*o/t*).

Las toberas estacionarias experimentan una desviación del ángulo de flujo desde el ángulo de la tobera geométrica γ' igual a la que ocurre con los álabes móviles. Para las toberas de aluminio la relación de la fig. 4-9 es apropiada. Las curvas similares para toberas redondas o cónicas no están disponibles. Sin embargo, es interesante examinar cualitativamente algunos aspectos de la desviación de la dirección del flujo desde aquel dado por el ángulo de salida geométrico de la las toberas redondas.

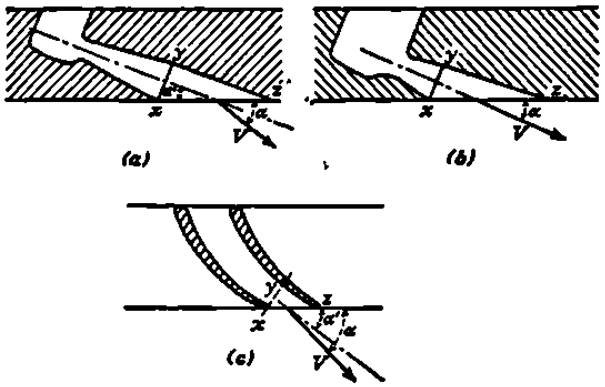


Fig. 4-10. Deflección del flujo a la salida de la tobera

De la geometría de la tobera redonda y su ubicación es evidente que el perfil debe ser oblicuo, dando un conducto de salida oval. Se ha visto que si la presión de salida es igual o mayor que la presión critica, el flujo dejara la tobera en el ángulo geométrico γ'. No obstante si la presión de salida es menos crítica, alguna expansión ocurrirá en la zona definida por *xyz* de la fig. 4-10 c, con el resultado de que la parte del surtidor es desviada.

Para una tobera convergente y divergente del tipo que se mostró en la fig. 4- 10 a, el área de salida correcta de la tobera estará en *xy*, y el lado *yz* estará paralelo a los ejes de las tobera. Tanto como opere en la tobera entre las presiones correctas, el ángulo de flujo igualará al ángulo geométrico α'. Sin embargo, si la presión de salida es menor que el valor designado, la expansión se llevara acabo en la zona *xyz* con desviación de flujo hacia *x*. La fig.4-10 b ilustra la tobera en la cual (*y*) y (*z*) es divergente, y la expansión se lleva acabo en la zona *xyz* incluso en las presiones diseñadas. El resultado, de nuevo, es la desviación de flujo, pero esta vez ocurre bajo todas las condiciones de flujo.

4-6 GEOMETRIA DE LOS PERFILES DE LOS ALABES DE IMPULSO.

Los perfiles de los álabes de Impulso son usualmente estandarizados por el fabricante. Sin embargo, la fig. 4-11 ilustra un tipo de formato del perfil a menudo utilizado para álabes de impulso simétricos. Se notará que los centros de curvatura de los lados convexo y cóncavo de los álabes adyacentes son coincidentes y, por lo tanto, la anchura del conducto es constante. Los centros de curvatura se indican como 0 y 0′. Dado que β′=γ′.

$$c = ab + bd = 2r\cos\beta'$$
$$r = \frac{c}{\cos\beta' + \cos\gamma'} \qquad (4\text{-}8)$$

El otro radio de la curvatura r, es controlado por la inclinación del álabe y la necesidad de mantener una anchura constante en el conducto

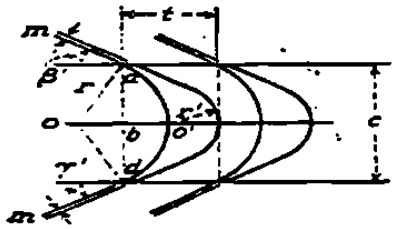


Fig. 4-11. Perfil del álabe simétrico de impulso.

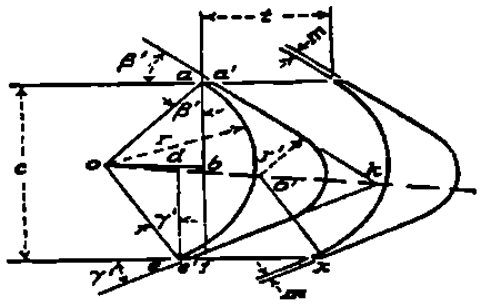


Fig. 4-12. Perfil del álabe de impulso unidimensional.

La fig.4-12 ilustra el tipo de perfil del álabe de impulso unidimensional.
El radio de curvatura es:

(4-9)

La distancia $db = r$ (sen β' - sen γ'). Comenzando con el punto *e y* calcular *r*, el centro *o* es fácil de localizar. El punto *k* se localiza en la intersección de las líneas que forman la porción derecha en la parte posterior del álabe. La intersección de la perpendicular en *x* con *o-k* se localiza al centro de la curvatura en la parte posterior del álabe.

4-7. PERDIDAS EN LOS PASAJES DE IMPULSO.

En el Cap. No. 3 se tomaron en cuenta las perdidas en los álabes, para utilizar un factor *kb* de fricción de los álabes. Aunque este factor se presentó como la velocidad relativa que se produce en los álabes hasta la velocidad relativa completa, en la mayoría de los diseños de turbinas su magnitud no es una función de la velocidad. En las velocidades lentas, el número de Reynolds representa un criterio importante en las pérdidas en las vías. Sin embargo, cuando el número de Reynolds se excede de 100,000, aparentemente no hay una variación en el rendimiento en los pasajes con el número de Reynolds. Por eso, casi todas las etapas de la turbina se diseñan con Re > 100,000; esta claro que ni las viscosidades ni los cambios de velocidad pueden influir mucho en el rendimiento de los pasajes.

Todos aquellos factores que contribuyan a las perdidas en los pasajes de los álabes, se encuentran aquí.

1. La desviación severa del fluido dentro de la vía, el resultado de la fuerza centrífuga que ocasiona una compresión cerca de las superficies cóncavas, además de una rarefacción cerca de las superficies cóncavas que producen una separación de la cubierta.
2. Desviación del ángulo de entrada del álabe desde el ángulo relativo en el cual el fluido alcanza al álabe con una turbulencia como consecuencia.

3. Alabes estrechos; por eso, para determinados valores de β y γ la curvatura es más severa en la superficie cóncava del álabe.
4. La turbulencia a la salida de la línea que precede a las toberas es ocasionada por el espesor finito de los bordes a la salida de la tobera. Usualmente esta turbulencia se presenta en la forma de vórtices marcados, los cuales al parecer desaparecen en las velocidades altas. La consecuencia de esta fuente de daños es una reducción de la energía cinética que se origina en los álabes.

Porque muchos de los infortunios que se presentan al determinar la magnitud de los daños en las vías de los álabes, resulta imposible desarrollar relaciones racionales las cuales son adecuadas para los propósitos de diseño. Además, para desarrollar relaciones de diseño es necesario seleccionar aquellos factores que al parecer, influyen en el funcionamiento de los álabes para que se pueda desarrollar una correlación satisfactoria entre los resultados predecidos y probados. En general, la completa correlación satisfactoria se ha obtenido al suponer que los daños son funciones de la forma del álabe, del ángulo de incidencia, el ángulo de desviación, así como la razón de la velocidad relativa que pasa de la vía del álabe hacia la velocidad relativa que se surge de la línea siguiente.

Una interpretación y evaluación de los extensos resultados de las pruebas en comparación con los diseños de computación, presenta tres relevantes coeficientes. Los coeficientes son:

K_p = Perfil del coeficiente de pérdidas. Este coeficiente sirve para los daños debidos a la turbulencia, fricción, desviación del fluido dentro de la vía, curvatura del perfil del álabe, así como la desviación del ángulo de flujo desde el ángulo de salida del álabe.

K_i = Coeficiente de los daños incidentes. Este coeficiente sirve para las pérdidas ocasionados por la turbulencia que ingresa por el ángulo de incidencia.

K_{co}= Coeficiente que sobrelleva los daños. Este coeficiente se presenta en los daños de la energía cinética mientras se dirige entre las líneas.

Para una línea de álabes de impulso sin caida de presión estática que se presenta en las vías, la velocidad relativa que sale de la línea es:

$$W_2 = k_{co}\, k_p\, k_i\, W_1 \qquad (4\text{-}10)$$

donde W_1 es igual a la velocidad relativa que entra en la línea de álabes. El producto de K_{co}, K_p, y K_i es análogo al factor K_b.

Para una línea fija de toberas donde no se descuida la velocidad de alcance, la velocidad absoluta que se origina de las toberas se presenta como:

$$V_1 = k_p \sqrt{2gJ\,\Delta h_s + (k_i k_{co} V_0)^2} \qquad (4\text{-}11a)$$

$$V1 = 91.4\, k_p \sqrt{\Delta h_s + \frac{(k_i k_{co} V_0)^2}{2gJ}} \qquad (4\text{-}11b)$$

donde V_o es la velocidad de alcance. Si la velocidad de alcance no es elegible, la ecuación (4-11*b*) se reduce a:

$$V_1 = 91.4\, k_p \sqrt{\Delta h_s} \qquad V1 = \frac{\text{Mts}}{\text{Seg.}}$$

En esta ecuación se puede ver que K_p es similar al coeficiente de velocidad que se utiliza en conjunto con las toberas en el capitulo 3.

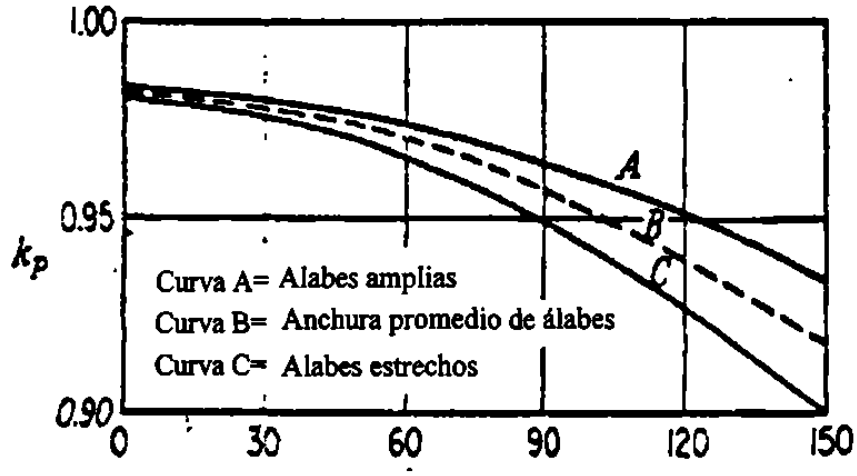


Fig. 4-13 Perfil del coeficiente de daños para álabes y las toberas de aluminio.

$\theta = 180 - (\beta_1' + \gamma_1)$ para álabes en movimiento.

$\theta = 180 - (a_o' + a_1)$ para álabes fijos.

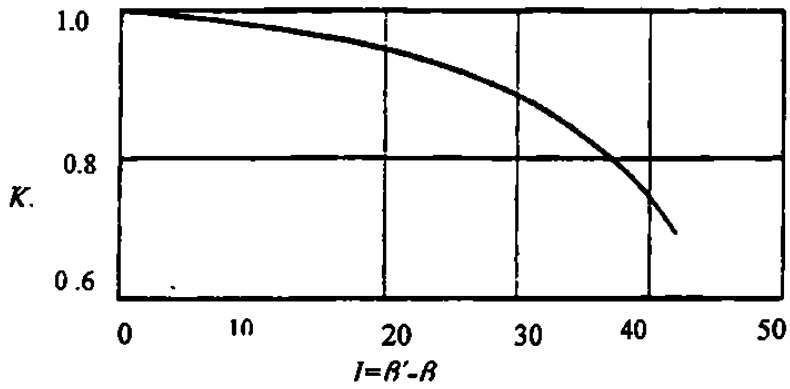


Fig. 4-14 Coeficiente de pérdidas incidentes en los álabes de impulso.

La fig. 4-13 Presenta valores del perfil del coeficiente de pérdidas para los álabes y las toberas de aluminio como una función del perfil del ancho C y del ángulo de desviación θ, que se basa en el ángulo geométrico, de entrada y en el ángulo de flujo.

Fig. 4-14 Confronta los valores del coeficiente de daños incidentes en contra de *i*, del ángulo de incidencia, para los álabes de impulso con bordes de entrada difíciles y del tipo que se muestra en la fig. 4-16

Fig. 4-15 Confronta los valores del coeficiente de daños incidentes, con toberas de aluminio y álabes con bordes ásperos en las entradas iguales a los bordes de entrada de las toberas de aluminio que se presentan en la fig. 4-16. Es casi imposible obtener una correlación del coeficiente que sobrelleva los daños con algunos de los parámetros relacionados a los otros coeficientes.

El coeficiente que sobrelleva las pérdidas puede variar desde cero para este coeficiente los sobrelleve desde los álabes móviles, hasta el acceso parcial a la línea de toberas, o si, las líneas están lejos son axiales, y se podría alcanzar la unidad para reacción del

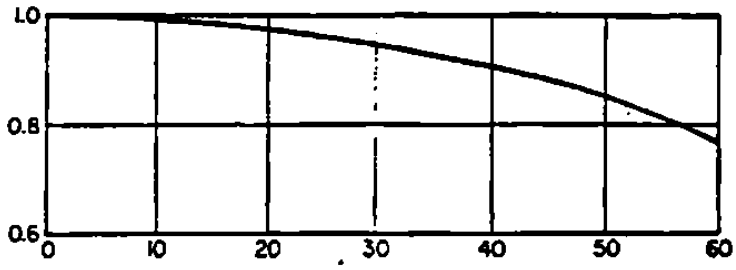


Fig.4-15. Coeficientes de pérdidas por incidencia para álabes anchos y boquillas.

álabe y de las toberas. El coeficiente que sobre lleva las pérdidas parece mejorar con los álabes de mayor tamaño.

Como una primera aproximación es habitual descuidar la velocidad de este coeficiente hasta el acceso parcial de la línea de toberas, o cuando una línea del álabe está ampliamente separada desde la siguiente línea de toberas, para otras situación K_{co} se supone que es igual al valor de K_p, que es la línea que recibe la velocidad de este coeficiente.

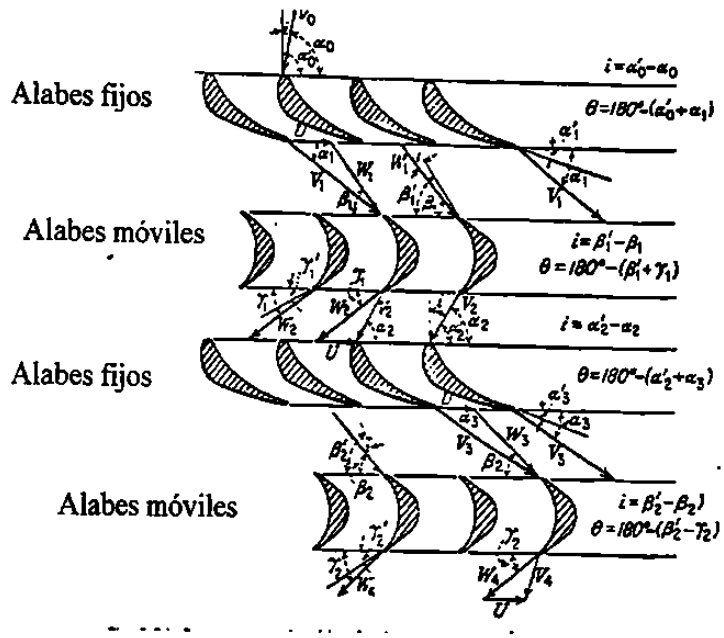


Fig.4-16. Etapa de presión de la turbina donde se muestra la orientación de los ángulos y de las velocidades.

Los valores de los coeficientes de daños que se presentaron en la fig. 4-13 hasta la 4-15 se aplican al sobrecalentamiento o vapor caliente y a los gases, así como para calcular las relaciones de las condiciones internas de la etapa que le concierne. Si se utiliza el vapor húmedo como fluido, entonces el rendimiento de la etapa se reduce a 1% por cada % de humedad, el porcentaje de humedad se considera como el promedio de un contenido de humedad en la etapa de entrada y salida.

REACCION DE LOS PASAJES DE FLUJO DE LOS ALABES

4-8 PERFIL DE LOS ALABES DE REACCION.

El perfil convencional de la reacción de un álabe, es el producto de evolución ocasionada por la experimentación y la acumulación de datos de ensayos que se han realizado a través de los años. Además no existe un método racional para establecer el perfil de dichas reacciones convencionales de los álabes. Sin embargo, una que otra observación tiene algo de valor.

Fig. 4-17. Perfiles convencionales de la reacción del álabe.

Una de las primeras reacciones del álabe fue un severo cambio de forma en la entrada que no están distintos al perfil convencional del álabe de impulso. Con el conocimiento de que el ángulo relativo completo del fluido cambia con la carga, el álabe en forma de red produce una vía que es circular o con un borde áspero en la entrada. La reacción actual del perfil del álabe se parece a una ala y en algunos casos, se podría adoptar en una ala de la base actual. El álabe en forma de ala se discute en las secciones 4-10 y 4-12.

Los perfiles convencionales de la reacción del álabe están claramente estandarizados dentro de una organización particular, que varíen ligeramente entre las diferentes organizaciones. No obstante todos los perfiles de la reacción del álabe tienen algunas

características distintivas. El lado cóncavo esta muy cerca de la razón constante, mientras que el lado convexo se forma casi siempre de círculos claros, de una manera que proporciona una vía la cual siempre es convergente. Es de gran importancia que el pasaje nuca llegue a ser divergente, con el fin de evitar las perdidas que acompañan a una vía divergente. Por lo normal se evitan las velocidades supersónicas en las vías de flujo, pero en ciertos casos, es necesario introducirlas para reducir la excesiva longitud, Además para utilizarlas donde las altas velocidades de rotación son adecuadas. En tales casos si la velocidad actual que se produce en la vía no excede la velocidad sónica por más de 20 a 30 %, la vía convergente podría estar retenida con solo una ligera disminución del rendimiento. Si es necesario rebasar estos limites, entonces se deben emplear mas etapas.

La fig., 4-17 muestra 3 tipos de perfiles convencionales de la reacción del álabe. La fig., 4-17a muestra el antiguo tipo de perfil que es obsoleto con su borde áspero de entrada. Y la fig. 4-17b presenta un perfil tradicional utilizado cuando se esperaba una pequeña variación en el ángulo relativo de entrada. Si las variaciones de carga que se esperaban tienen un cambio considerable en el ángulo relativo de entrada, entonces se necesitará un perfil como el de la fig. 4-17 c, para que tenga menos perdidas.

La curvatura de las convencionales reacciones del álabe se concentra cerca de la entrada del álabe. La curvatura disminuye hasta la parte posterior del álabe esta prácticamente estrecha antes de que se logre el borde de la salida. Los bordes de la salida se hacen lo más delgados posibles, consistentes con los requerimientos de dureza con la finalidad de reducir los vortices marcados como mínimo.

4-9 ANGULOS DEL ALABE, CALIBRACION E INCLINACION.

El ángulo de reacción de los álabes no es claro para un examen del perfil, pero varía de 80° a 90°. El ángulo de entrada del álabe se realiza usualmente de 3° a 15° más largo que el ángulo relativo de la entrada del fluido que se obtiene del diagrama de velocidad. Qué tanto $\beta' > \beta$ depende de la extensión del álabe y de las variaciones de carga, esperadas. El ángulo de salida del álabe podría variar desde 14.5° en las etapas de alta presión, hasta un máximo de 37°. Normalmente el ángulo de salida del álabe no está expresado en grados sino en términos de calibración. El término calibración tiene el mismo significado que le coeficiente abierto. De la ecuación (4-7)

$$\text{sen}\,\gamma = \frac{o}{t} = \text{calibración}$$

Con frecuencia, la calibración se expresa como un porcentaje. Además, para $\gamma = 14.5°$ la calibración correspondiente es 25%; el 60% de la calibración significa aproximadamente $\gamma = 37°$.

El término calibración proviene de la sección afectada de los álabes para ajustar el ángulo de salida. Una calibración templada se utilizó para obtener la abertura requerida entre los álabes. Mediante este método fue posible mantener varias líneas del álabe a una altura constante, cualquier incremento que se necesite en el área de salida del flujo, se obtiene con sólo ajustar el ángulo de salida.

La práctica cotidiana señala una maquinación del ángulo en el ensamble del álabe. En ocasiones, el ensamble del álabe es moldeado con precisión, utilizando métodos de daño-aumento. Las alturas de los álabes se incrementan de línea a línea incluso, al grado de rellenar los álabes en cajas cónicas cuando es necesario.