

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



SOLUCION ANALITICA DEL MODELO MATEMATICO  
DE COLUMNAS CON SECCIONES GEOMETRICAS  
ARBITRARIAS SOMETIDAS A LA COMBINACION  
DE FLEXION BIAXIAL Y CARGA AXIAL

POR

JUAN PABLO NAVARRO MATA

COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRIA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN  
INGENIERIA ESTRUCTURAL

DICIEMBRE DE 1998

TM  
TA683  
.5  
.C7  
N3  
1998  
c.1

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

0

1

2

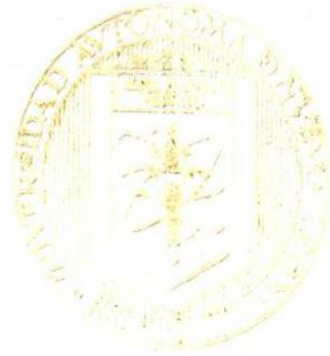
3



1080098305

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL



ANÁLISIS ANALÍTICO DEL MODELO MATEMÁTICO  
DE COLUMNAS CON SECCIONES GEOMÉTRICAS  
VARIABLES SOMETIDAS A LA COMBINACIÓN  
DE FLEXIÓN BIAJIAL Y CARGA AXIAL

POR

JUAN PABLO NAVARRO MATA

COMO REQUISITO PARCIAL  
PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRIA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN  
INGENIERIA ESTRUCTURAL



DICIEMBRE DE 1999

TM

TA 283

.5

:27

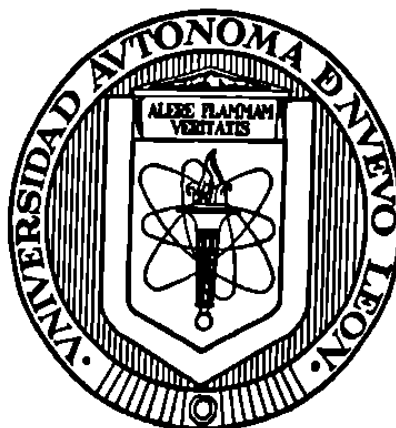
N3

1998



**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**

**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**



**SOLUCION ANALITICA DEL MODELO MATEMATICO DE COLUMNAS  
CON SECCIONES GEOMETRICAS ARBITRARIAS SOMETIDAS  
A LA COMBINACION DE FLEXION BIAxIAL Y CARGA AXIAL**

**Por**

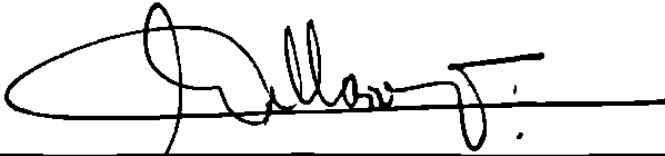
**JUAN PABLO NAVARRO MATA**

**Como requisito parcial para obtener el Grado de  
MAESTRIA EN CIENCIAS con Especialidad en  
Ingeniería Estructural**

**Diciembre, 1998**

**SOLUCION ANALITICA DEL MODELO MATEMATICO DE COLUMNAS  
CON SECCIONES GEOMETRICAS ARBITRARIAS SOMETIDAS  
A LA COMBINACION DE FLEXION BIAxIAL Y CARGA AXIAL**

**Aprobación de la Tesis:**



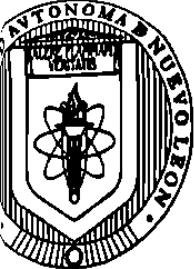
---

**Asesor de la Tesis  
Dr. Guillermo Villarreal Garza**

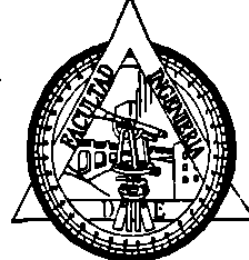


---

**Secretario de Postgrado  
Dr. Ricardo González Alcorta**



**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON**  
**FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL**  
**SECRETARIA DE ESTUDIOS DE POSTGRADO**



**COMPROBANTE DE CORRECCION**

**Tesista:** JUAN PABLO NAVARRO MATA

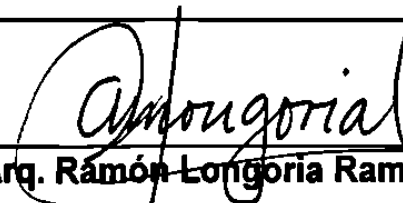
**Tema de la tesis:** SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL MODELO MATEMATICO DE COLUMNAS CON SECCIONES GEOMÉTRICAS ARBITRARIAS SOMETIDAS A LA COMBINACION DE FLEXION BIAXIAL Y CARGA AXIAL.

**Este documento certifica la corrección** DEFINITIVA **del trabajo de tesis arriba identificado, en los aspectos: ortográfico, metodológico y estilístico.**

**Recomendaciones adicionales:**

NINGUNA

**Nombre y firma de quien corrigió:**

  
 Arg. Ramón Longoria Ramírez

**El Secretario de Posgrado:**

  
 Dr. Ricardo González Alcorta

Ciudad Universitaria, a 8 de diciembre de 1998.



**At'n: Dr. Ricardo González Alcorta**  
**Secretario de Estudios de Posgrado**  
**Facultad de Ingeniería Civil. UANL.**

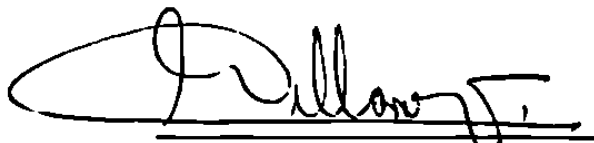
Presente.-

Estimado Dr. González Alcorta:

Por medio de la presente, me permito comunicarle que el Ing. Juan Pablo Navarro Mata, pasante de la Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Estructural, ha concluido su Tesis titulada "Solución Analítica del Modelo Matemático de Columnas con Secciones Geométricas Arbitrarias Sometidas a la Combinación de Flexión Biaxial y Carga Axial" , la cual elaboró como requisito parcial para obtener el Grado de Maestro , por lo que no hay ningún inconveniente para atender su solicitud de Examen de Grado, con los requisitos que exige el Reglamento de Exámenes Profesionales de nuestra Institución.

Sin más por el momento y agradeciendo de antemano sus atenciones, me despido de Ud.

Atentamente:



**Dr. Guillermo Villarreal Garza**  
**Asesor de Tesis**

San Nicolás de los Garza, N. L. a 8 de Diciembre de 1998

**At'n: Dr. Ricardo González Alcorta**  
**Secretario de Estudios de Posgrado**  
**Facultad de Ingeniería Civil. UANL.**

**Presente.-**

**Estimado Dr. González Alcorta:**

Por medio de la Presente, solicito a Ud. la tramitación correspondiente, para sustentar mi examen de Grado, en virtud a que he concluido mi Tesis titulada " Solución Analítica del Modelo Matemático de Columnas con Secciones Geométricas Arbitrarias Sometidas a la Combinación de Flexión Biaxial y Carga Axial" , la cual elaboré como requisito parcial para obtener el Grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Ingeniería Estructural y la cual ha sido aprobada por mi asesor de Tesis, el Dr. Guillermo Villarreal Garza en el aspecto técnico y por el Arq. Ramón Longoria Ramírez en el aspecto estilístico, ortográfico y metodológico.

Sin más por el momento y agradeciendo de antemano sus atenciones, me despido de Ud.

**Atentamente:**



---

**Ing. Juan Pablo Navarro Mata.**

**San Nicolás de los Garza, N. L. a 8 de Diciembre de 1998**

## **AGRADECIMIENTOS**

En esta Tesis fué necesario conjuntar disciplinas tales como las Matemáticas, la Teoría de la Elasticidad, Programación, Tecnología del Concreto, etc., se precisó la ayuda de los especialistas en cada área y por eso éste apartado es muy importante, ya que hay que agradecer a mucha gente su grande y desinteresada ayuda que me proporcionaron.

A Dios por motivos obvios.

A el Dr. **Guillermo Villarreal Garza**, que durante casi un año y medio siguió paso a paso los avances y descalabros que se dieron en esta Tesis.

A la **Facultad de Ingeniería Civil** y su **Directiva** que me becaron para cursar esta Maestría.

A la **Universidad Autónoma de Nuevo León** y al programa **PROMEP** que hicieron posible el desarrollo de este trabajo.

A el MC **Anastacio Vázquez Vázquez** por su apoyo en la adquisición de el equipo de medición de esfuerzos y sobre todo por sus palabras de aliento durante las etapas difíciles de este proyecto.

A el MC **Víctor M. Aguilera Reyes**, que me ayudó a entender las complicaciones matemáticas que se presentaron. "No estoy de acuerdo con lo que has dicho". Como olvidarlo.

A el Ing. **Rogelio Dávila Pompermayer** por sus sugerencias en la elaboración del concreto y el proporcionamiento.

A el Ing. **José Román Villa Barcenás** por su gran ayuda y asesoría en la colocación del equipo de medición y su experiencia durante el ensaye de la columna.

A el MC **Rafael Gallegos López** y a todo el Departamento de Ingeniería de Tránsito por la transcripción de este documento.

A el Ing. **José Navarro Mata**, por sacarme de los apuros de lógica y programación.

A la Lic. **María del Carmen Navarro Mata** que me ayudó a descifrar algunos algoritmos matemáticos.

A **Fernando Navarro Mata**, el genio de las computadoras por su lealtad en las veladas.

A el Ing. **Félix Rodríguez González**, por su asesoría y ayuda.

A el Ing. **César Juárez Alvarado**, compañero de martirio.

A el Ing. **Rodolfo Meza** por sus acertados comentarios y asesoría.

A el Ing. **Carlos Narro García** por su ayuda y asesoría en la programación.

A el Sr. **Catarino Ortiz Sánchez** por su ayuda durante el colado de la columna.

Y... como pasar por alto a el **MAESTRO Rogelio Chávez Sánchez** quien con tanta perseverancia, tenacidad, tozudez, persistencia e ingenio me coaccionó a terminar la Tesis. En realidad era la voz de mi conciencia ¿Y... ya terminaste la tesis?. Gracias.

Por último, y de una manera por demás especial, mi agradecimiento a mis amigos, que alguna vez fueron alumnos, por su desinteresada ayuda para la planeación, diseño, habilitación, colado y ensaye de la columna a escala natural de esta Tesis. Han sido compañeros de fatigas y ahora de alegrías, cuando trabajamos, largas horas, desde actividades por demás científicas, hasta las manuales, como se observa en las fotos del capítulo octavo y, también, por supuesto hemos sido compañeros de las largas travesías en mountain bike, de kayak, de escalada, de montañismo, de apagafuegos y hasta ¡de matacanes!.  
Mi más Sincero agradecimiento a:

**Mario Adriel Guerra Arellano**

**Angel González Arias**

**César René Ibarra Herrera**

**Olegario Vizcarra Woge**

**Aldo López Delgado**

**Rafael Cuéllar Martínez**

**Jorge Carlos Angulo Reyna**

**Armando Alvarez Cantú**

**Sergio Hernández Chávez**

**Alberto Rubio Alanís**

**Luis Valenzuela Granados**

**Enrique Flores Aguiñaga**

**Julio Antonio González Villarreal.**

## **Dedicatoria**

*Dedico esta Tesis a mis Padres,  
que no han podido ver mis estudios de Posgrado.*

**José Navarro Moya (+)**

**María del Carmen Mata Molina (+)**

## RESUMEN

**Juan Pablo Navarro Mata**

**Fecha de Graduación: Diciembre , 1998**

**Universidad Autónoma de Nuevo León**

**Facultad de Ingeniería Civil**

**Título de la Tesis: SOLUCIÓN ANALÍTICA DEL MODELO MATEMÁTICO DE COLUMNAS CON SECCIONES GEOMÉTRICAS ARBITRARIAS SOMETIDAS A LA COMBINACIÓN DE FLEXIÓN BIAxIAL Y CARGA AXIAL**

**Numero de páginas: 232**

**Candidato para el grado de Maestría en Ciencias con especialidad en Ingeniería Estructural**

**Area de Estudio: Ingeniería Estructural**

**Propósito y Método del Estudio:** En la práctica de la Ingeniería Estructural, aparecen frecuentemente elementos estructurales, sujetos a cargas axiales y momentos flexionantes en dos direcciones. Hasta ahora, se cuenta en la literatura estructural ,solo con algunas soluciones concretas para secciones transversales de dichos elementos, tales como la cuadrada, la rectangular y la circular, por lo que se estableció el modelo matemático y un algoritmo general que permite obtener la solución exacta, para la resistencia última de cualquier sección transversal, sujetas a esas solicitaciones a través de un programa. Se inició una línea de investigación experimental para corroborar las hipótesis en que se basa el modelo matemático de solución. Se verificó los resultados obtenidos por el programa a través de cálculos resueltos con calculadora.

**Contribuciones y Conclusiones:** Se estableció una algoritmo que permite obtener la resistencia última de cualquier sección transversal sujetas a carga axial y flexión biaxial. Hasta ahora, la literatura estructural de este tema solo incluye soluciones de ciertas formas de sección transversal como la cuadrada, la rectangular y la circular. Se propone un modelo del espécimen para la continuación de la investigación experimental y una serie de medidas a tomarse en consideración para los ensayos de los especímenes.

**FIRMA DEL ASESOR:**



## TABLA DE CONTENIDO

<b>Proposición.....</b>	<b>i</b>
<b>Justificación.....</b>	<b>ii</b>
<b>Hipótesis.....</b>	<b>v</b>
<b>Objetivos.....</b>	<b>vi</b>
<b>Método.....</b>	<b>vii</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>viii</b>
<b>Capítulo</b>	<b>Página</b>
<b>1 TEORÍA GENERAL DE COLUMNAS CORTAS CARGADAS CON CARGA AXIAL Y FLEXIÓN BIAxIAL.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b> Introducción.....	<b>1</b>
<b>1.2</b> Deformaciones Causadas por Contracción y Flujo Plástico.....	<b>3</b>
<b>1.3</b> Columnas Cortas Sometidas a Carga Axial.....	<b>5</b>
<b>1.4</b> Hipótesis Básicas para Análisis de Columnas Cortas sometidas a Carga Axial y Flexión Biaxial.....	<b>6</b>
<b>1.5</b> Secciones Arbitrarias Sometidas a Flexión Biaxial.....	<b>11</b>
<b>1.6</b> Bibliografía.....	<b>16</b>
<b>2 MÉTODOS DE ANÁLISIS APROXIMADOS POR FLEXIÓN BIAxIAL Y CARGA AXIAL.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1</b> Introducción.....	<b>17</b>



<b>Capítulo</b>	<b>página</b>
2.2 Métodos de Superposición.....	17
2.3 Método de la Excentricidad Uniaxial Equivalente.....	19
2.4 Métodos Basados en Aproximaciones para el Perfil de la Superficie de Interacción (Carga Inversa).....	21
2.5 Método del Contorno de Carga.....	22
2.6 Diseño por Efecto de Flexión Axial usando el Manual Concrete Reinforcing Steel Institute (CRSI).....	25
<b>3 MODELACIÓN DEL PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS DE COLUMNAS SOMETIDAS A FLEXIÓN BIAxIAL Y CARGA AXIAL DE SECCIONES ARBITRARIAS.....</b>	   <b>34</b>
3.1 Modelación.....	34
3.2 Bibliografía.....	44
<b>4 DIAGRAMA DE FLUJO.....</b>	<b>45</b>
4.1 Diagrama de Flujo.....	45
<b>5 LISTADO DEL PROGRAMA.....</b>	<b>54</b>
5.1 Listado.....	54
<b>6 EJEMPLOS DE COLUMNAS CON SECCIONES ARBITRARIAS RESUELTOS ANALÍTICAMENTE CON CALCULADORA.....</b>	  <b>67</b>

<b>6.1</b>	<b>Ciclo I.....</b>	<b>68</b>
<b>6.2</b>	<b>Ciclo II.....</b>	<b>85</b>
<b>6.3</b>	<b>Ciclo III.....</b>	<b>98</b>
<b>6.4</b>	<b>Ciclo IV.....</b>	<b>104</b>
<b>6.5</b>	<b>Ciclo V.....</b>	<b>119</b>
<b>6.6</b>	<b>Ciclo VI.....</b>	<b>133</b>
<b>7</b>	<b>Corrida de Ejemplos.....</b>	<b>144</b>
<b>8</b>	<b>Ensaye de Columna a Escala Natural.....</b>	<b>172</b>
<b>9</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>230</b>
	<b>Apéndice.....</b>	<b>233</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
1. Clasificación de Columnas de Acuerdo con la Forma y el Tipo de Refuerzo.....	2
2. Suma de las Deformaciones Unitarias en Una Columna de Concreto Reforzado.....	4
3. Curvas de Carga Axial Deformación para el Acero y el Concreto.....	6
4. Clasificación de las Columnas, según la Posición de la Carga en la Sección.....	7
5. Distribución de las Deformaciones y Esfuerzos en el Concreto Comprimido de una sección al Aumentar el Momento Flexionante.....	9
6. Distribución del Esfuerzo de Compresión en la Zona Comprimida de una Sección de Concreto Rectangular.....	9
7. Sección Arbitraria de Concreto Reforzado Sometido a Flexión Biaxial.....	12
8. Perfil del Bloque en Compresión de una Sección Arbitraria de Concreto Reforzado Sometida a Flexión Biaxial.....	14
2.1 Métodos Aproximados de Diseño para Flexión Biaxial.....	18
2.2 Línea de Interacción para Columna con Flexión bajo Pu.....	20
2.3 Línea de Interacción para Columna con Flexión Biaxial bajo Carga Constante Axial.....	23
2.4 Línea de Interacción para Columna con Carga Axial Constante.....	24

2.5	Flexión Biaxial, Varillas Cuatro Caras.....	26
2.6	Flexión Biaxial, Cuatro Varillas.....	27
2.7	Relaciones Básicas de Flexión Biaxial.....	29
3.1	Ubicación de Sección en Cuadrante I.....	36
3.2	Ejemplificación del Barrido de Ejes Neutros que se presentan en el Programa.....	37
3.3	Translación y Rotación de Coordenadas Originales a ejes $x'$ y $y'$ .....	38
6.1	Geometría de la Columna y Ubicación del Acero del Refuerzo.....	68
6.2	División de Areas para localizar el Centroides Geométrico de la Sección.....	78
6.3	División de Areas para localizar el Centroides del Area en Compresión con respecto al eje Neutro.....	81
6.4	Geometría de Columna Mostrando el Eje Neutro Propuesto.....	85
6.5	División de Areas para localizar el Centroides del Area en Compresión con respecto al eje Neutro.....	95
6.6	Geometría de la Columna Mostrando para el ciclo III.....	98
6.7	Sección de la columna ciclo IV.....	118
6.8	Sección de la columna para ciclo V.....	132
6.9	Sección de la columna para ciclo VI.....	133

## NOMENCLATURA

$f'c$	Resistencia a la Compresión del Concreto
$A_g$	Area Bruta de la Sección Transversal de la Columna
$A_{st}$	Area del Acero de Refuerzo de la Columna
$f_y$	Resistencia a la Fluencia del Acero de Refuerzo
$\epsilon$	Deformación Unitaria
$P, P_x$	Carga Axial de la Columna
$M_x, M_y$	Momentos alrededor del eje x, y
$c$	Distancia Medida desde el Eje Neutro hasta la Fibra mas Alejada en Compresión
ACI	American Concrete Institute
PCA	Portland Cement Association
$\beta$	Factor definido en Art. 10.2.7.2 ACI
$a$	Altura del Bloque Equivalente de esfuerzos del Concreto
$S_i$	Fuerza de la Varilla i
$\epsilon_{si}$	Deformación de la varilla i
$C_c$	Fuerza de Compresión del Bloque de Concreto a Compresión
$\theta$	Angulo de Inclinación del Eje neutro con Respecto a la Horizontal
$e_x, e_y$	Excentricidad en el Eje x, y
$P_{ux}$	Carga Axial cuando esta presente solo la excentricidad x
$A_{si}$	Area de la varilla i
$f_c(x,y)$	Función del esfuerzo del concreto
$f_s(x,y)$	Función del esfuerzo del acero
$K_1, k_2, k_3$	Parámetros del Bloque de Esfuerzos para Secciones rectangulares
[V]	Matriz de Coordenadas de Vértices Columna

- [VV]** Matriz de Coordenadas de Vértices Columna, con Respecto a eje Neutro Propuesto
- [VW]** Matriz de Coordenadas de Vértices Columna, con Respecto a eje paralelo a Neutro Propuesto
- [NA]** Matriz de Coordenadas de varillas
- [NNA]** Matriz de Coordenadas de varillas con Respecto a Eje Neutro Propuesto
- m** Pendiente de una Recta
- [EC]** Matriz de Ecuaciones de las rectas de los Lados Sección
- [R]** Matriz de Rangos de Operación de lados

## **PROPOSICION.**

En la mayoría de las Obras de Ingeniería Civil, se encuentran elementos estructurales que están sujetos a carga axial y momentos flectores en dos ejes ortogonales, estos elementos, con frecuencia son de sección circular, cuadrada o rectangular. Para el análisis de estos elementos se han desarrollado algunos métodos aproximados, los cuales reducen el problema de la flexión biaxial a un problema de flexión uniaxial. En esta Tesis se propone solucionar el problema de origen, sin recurrir a aproximaciones, por lo que se plantea la solución matemáticamente exacta de las columnas sometidas a flexión biaxial y carga axial, no solo para secciones regulares, tales como la cuadrada , rectangular o circular, sino para cualquier sección posible que se pueda presentar en una columna.

## **JUSTIFICACION**

**En el mundo de hoy, la ciencia avanza a pasos agigantados, y el país que no avanza a un ritmo igual o mayor, retrocede inevitablemente. Esto lo podemos comprobar día a día con toda la información que nos llega a través de los medios de información. La disciplina de la Ingeniería Civil no se queda atrás y continuamente se publican las últimas investigaciones e innovaciones desarrolladas en el nivel mundial.**

**La primera reacción, de un buen Ingeniero Civil actual será la de estudiar detenidamente estos informes e incorporarlos a su práctica profesional.**

**Esta primera reacción, sin embargo, aunque de suyo es muy buena, dista mucho de ser la mejor para un país como en el que vivimos, ya que llevamos acumulado un retraso de más de treinta y cinco años y urge tomar acciones concretas que nos lleven a ir desplazando paulatinamente este retraso, hasta nulificarlo y ponerlo a nuestro favor.**

**En México, se importa casi toda la tecnología de países más avanzados y dependemos tecnológicamente de ellos y, tanto nos hemos acostumbrado a ello, que ordinariamente nos admiramos cuando "descubrimos" los avances que ha tenido nuestra disciplina. Necesitamos comenzar a desarrollar investigación y tecnología, de forma que dejemos de depender tanto de otros países y despuntar en el propio desarrollo y no sólo ser autosuficientes, sino, empezar a exportar tecnología a otros países y de esta forma lograr ubicarnos entre los primeros lugares. Esto, aunque es un enfoque que a primera vista pareciera**



muy ambicioso y/o imposible, es sólo una disyuntiva: o lo asumimos o nos condenamos a seguir siendo ingenieros de tercera clase.

Se ha dicho, que para comenzar este desarrollo, es necesario andar los pasos de nuestros antecesores en la ingeniería, esto no es del todo cierto, ya que un inventor, o un científico, utiliza los conocimientos logrados por la ciencia hasta ese momento y los utiliza para dar un paso adelante, esa es su aportación.

Una preocupación reciente, en la disciplina de la Ingeniería, ha sido la de proporcionar una ayuda de diseño para analizar columnas de sección arbitraria sometidas a flexión biaxial. Se han propuesto unos programas por parte de la PCA, y en algunas universidades de Estados Unidos se han comenzado a desarrollar otros. Siendo ésta una ocupación actual de la comunidad científica, se propuso una tesis que desarrollara una solución al modelo matemático de columnas con sección arbitraria, que pudiera estar en el nivel de otros programas desarrollados por países de avanzada y de esta forma demostrar que se pueden resolver localmente problemas reales y actuales.

Se propone, en esta Tesis, un primer acercamiento: modelar matemáticamente el comportamiento de las deformaciones en columnas, siguiendo las ecuaciones de la elasticidad, satisfaciendo las condiciones de compatibilidad de deformaciones y equilibrio estático. Se utiliza la hipótesis de la configuración de esfuerzos del bloque rectangular equivalente para después traducir este modelo a una rutina de cálculo que se pueda efectuar por medio de la computadora. Una segunda etapa será modificar la configuración de esfuerzos a la propuesta del bloque parabólico que proporciona un refinamiento para el análisis.

En una tercera etapa, se propone efectuar las consideraciones de esbeltez, esto es en cuanto a lo analítico; en lo experimental, se efectúa un

**primer ensaye de prueba para localizar los problemas que conlleva ensayar una columna a escala natural, con la finalidad de demostrar experimentalmente la configuración deformada de la sección, sus esfuerzos y con esto, demostrar que la construcción teórica es un buen reflejo de los procesos reales.**

## **HIPOTESIS:**

Cumpliendo con las condiciones de equilibrio de la estática y las condiciones de compatibilidad de deformaciones, a través de las ecuaciones de la estática, las ecuaciones de la elasticidad y las propiedades mecánicas del concreto y del acero, se puede llegar a determinar ecuaciones que relacionen la carga axial con la flexión en dos planos y así definir el comportamiento de una columna de concreto de cualquier sección.

## **OBJETIVOS:**

- a).- Profundizar en la solución matemática exacta de columnas con secciones geométricas arbitrarias, sometidas a la combinación de flexión biaxial y carga axial, de forma que se proporcione literatura explícita sobre su comportamiento.**
  
- b).- Crear una herramienta que, a través de un software, ayude al diseño de secciones que proporcione los diagramas de interacción de cualquier columna, con cualquier sección.**
  
- c).- Iniciar una línea de investigación experimental que valore y corrobore el modelo matemático utilizado, verificando las hipótesis de elasticidad y diseño plástico que se plantea.**

## **METODO**

**Se propone el siguiente procedimiento, para plantear y resolver correctamente los problemas de diseño de columnas propuesto:**

- a) Planteamiento de la hipótesis.**
- b) Interpretación de la información obtenida para aplicarla en los problemas de secciones arbitrarias.**
- c) Planteamiento del modelo matemático.**
- d) Planteamiento de la solución mediante una programación cibernética.**
- e) Verificación de resultados.**
- f) Ensaye de un espécimen muestra.**
- g) Conclusiones.**

## INTRODUCCION

En esta Tesis, se pretende dar inicio a una línea de investigación analítica y experimental sobre el comportamiento de columnas con secciones transversales de cualquier geometría (arbitrarias) cuando son sometidas a flexión biaxial y carga axial.

El trabajo general pretende generar un programa de computadora que genere los diagramas de interacción de los momentos en dos direcciones ortogonales y la carga axial para cualquier columna, pudiendo usarse para el cálculo las idealizaciones del bloque parabólico o rectangular, para los esfuerzos de compresión del concreto, en el aspecto analítico; en el aspecto experimental, comprobar que para zonas de compresión del concreto arbitrarias, sigue siendo válido el bloque parabólico de esfuerzos. El trabajo presentado ahora es una primera etapa de los objetivos generales.

En la primera etapa de este trabajo se expone la teoría general de las columnas cortas, y para la proposición del modelo matemático se consideran las hipótesis de la teoría de la elasticidad, la mecánica de los materiales y el comportamiento del concreto y del acero; se hace un breve paréntesis para una semblanza de algunos métodos aproximados y sus alcances. Una vez definido el modelo matemático, se propone una lógica para resolverlo y se genera un programa escrito en "Basic" que proporcione tres datos en cada interacción, siendo éstos: el momento alrededor del eje "x", el momento alrededor del eje "y" y la carga axial. El modelo tiene capacidad para hacer 10,000 iteraciones, puntos suficientes para construir la envolvente tridimensional de interacción de la columna propuesta. En seguida, se valida el programa al verificar los resultados de seis corridas con ejemplos resueltos con calculadora. Este

**programa cumple la primera etapa de los objetivos generales resolviendo el modelo matemático; haciendo la consideración del bloque rectangular de esfuerzos para el concreto.**

**Para dar inicio a la investigación experimental, se propuso una columna de concreto reforzado, fabricada a escala natural de sección cuadrada y se le ensayó a flexión biaxial y carga axial. Al final, se concluye sobre esta primera etapa y se dan algunos lineamientos para las etapas siguientes.**