

CAPITULO 1

Teoría General de Columnas Cortas, Cargadas con Carga Axial y Flexión Biaxial.

1.1 Introducción.

Las columnas son elementos estructurales utilizados primordialmente para soportar cargas de compresión, aunque, ordinariamente soportan también momentos flectores en una y dos direcciones. Las columnas se pueden clasificar como cortas y esbeltas. Una columna corta es aquella en la que la carga última para una excentricidad dada, está gobernada por la resistencia de los materiales, las dimensiones y geometría de la sección transversal. Una columna esbelta es aquella en la que la carga última está también influida por la esbeltez, al producir flexión adicional debido a las deformaciones transversales.

Las columnas de concreto se refuerzan mediante acero longitudinal y transversal, el acero transversal se proporciona por medio de estribos o hélices espaciados estrechamente. En la figura No. 1 se encuentra una clasificación de columnas de acuerdo con su forma y el tipo de refuerzo.¹

En este trabajo, nos referiremos al análisis de esfuerzos que se presentan en secciones de columnas de concreto reforzado, al ser éstas sometidas a cargas axiales y a momentos flexionantes, en dos direcciones.

Debido a que una falla de una columna, en un lugar crítico con respecto a la estructura, puede causar un colapso progresivo en otros elementos estructurales, los reglamentos de construcción como el ACI, AHSSTO, RCDF, etc. le han dado un cuidado especial a el diseño de éstas, manifestándolo en los factores de reducción de capacidad de resistencia.

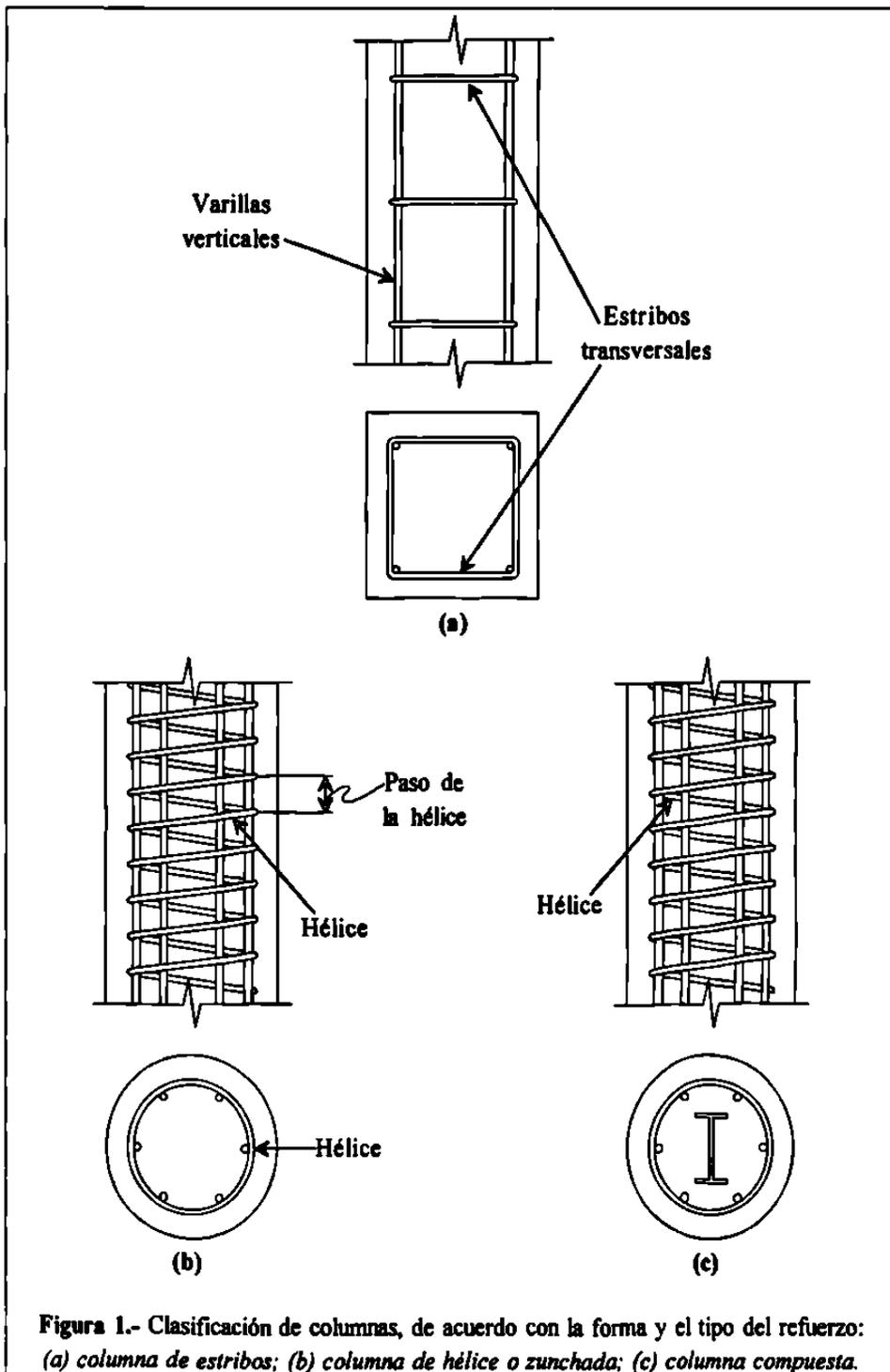


Figura 1.- Clasificación de columnas, de acuerdo con la forma y el tipo del refuerzo: (a) columna de estribos; (b) columna de hélice o zunchada; (c) columna compuesta.

1.2 Deformaciones causadas por contracción y flujo plástico.

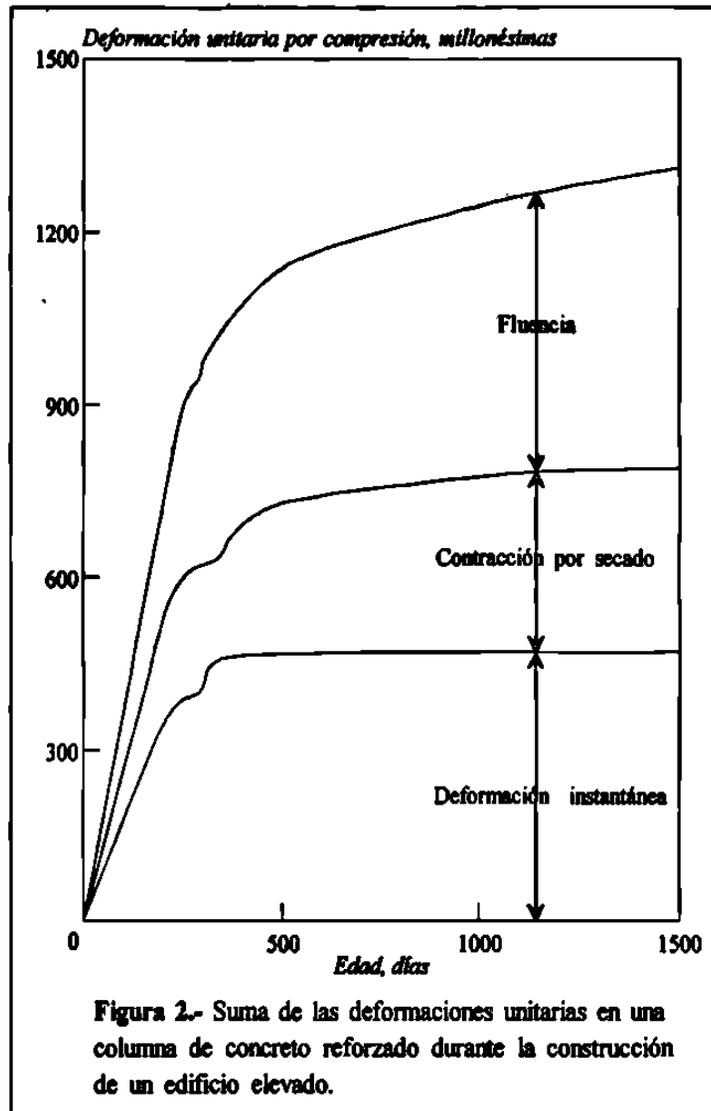
El concreto se expande ligeramente por el aumento de humedad y se contrae por la disminución de la misma; las pruebas indican que la contracción por secado de especímenes pequeños de concreto simple, varían de 400 hasta 800 millonésimas cuando se les expone al aire a una humedad de 50%. Esto significa que se contrae la misma cantidad que si se le expusiera a un descenso de temperatura de 38°C. La contracción por secado disminuye en el concreto reforzado por la fricción y adherencia, que se presenta entre el concreto y el acero; esta fricción y adherencia provocan fuerzas de compresión en el acero y tensión en el concreto. La contracción por secado se presenta en forma crítica desde el momento del colado y dura hasta unos 3 meses; pero después sigue su secado hasta aproximadamente 2 años; esto suponiendo que está en un ambiente seco. En el caso habitual, en que la estructura se encuentra a la intemperie, se le expone a cambios drásticos en la humedad y, por tanto, es una variable en la vida por su influencia en las deformaciones que presenta la estructura.

La fluencia es la deformación causada en el concreto por la carga y se puede subdividir en dos tipos: una, la deformación que ocurre inmediatamente, tal como la deformación unitaria elástica y la otra, la deformación que depende del tiempo, es decir, que comienza inmediatamente, pero que continua a una proporción decreciente durante el tiempo en que el concreto se encuentre cargado.³ En la fig. No.2 se muestra una combinación de las deformaciones unitarias que ocurren en una columna reforzada, en una investigación sobre el flujo plástico en el tiempo. Las curvas representan deformaciones y cambios volumétricos en una columna de un edificio de concreto reforzado de 76 pisos, mientras estuvo en construcción. La columna de 49x122cm contenía una cuantía de acero del 2.08% de refuerzo longitudinal y un $f'c$ de 633 kg/cm².⁴

1.2 Deformaciones causadas por contracción y flujo plástico.

El concreto se expande ligeramente por el aumento de humedad y se contrae por la disminución de la misma; las pruebas indican que la contracción por secado de especímenes pequeños de concreto simple, varían de 400 hasta 800 millonésimas cuando se les expone al aire a una humedad de 50%. Esto significa que se contrae la misma cantidad que si se le expusiera a un descenso de temperatura de 38°C. La contracción por secado disminuye en el concreto reforzado por la fricción y adherencia, que se presenta entre el concreto y el acero; esta fricción y adherencia provocan fuerzas de compresión en el acero y tensión en el concreto. La contracción por secado se presenta en forma crítica desde el momento del colado y dura hasta unos 3 meses; pero después sigue su secado hasta aproximadamente 2 años; esto suponiendo que está en un ambiente seco. En el caso habitual, en que la estructura se encuentra a la intemperie, se le expone a cambios drásticos en la humedad y, por tanto, es una variable en la vida por su influencia en las deformaciones que presenta la estructura.

La fluencia es la deformación causada en el concreto por la carga y se puede subdividir en dos tipos: una, la deformación que ocurre inmediatamente, tal como la deformación unitaria elástica y la otra, la deformación que depende del tiempo, es decir, que comienza inmediatamente, pero que continua a una proporción decreciente durante el tiempo en que el concreto se encuentre cargado.³ En la fig. No.2 se muestra una combinación de las deformaciones unitarias que ocurren en una columna reforzada, en una investigación sobre el flujo plástico en el tiempo. Las curvas representan deformaciones y cambios volumétricos en una columna de un edificio de concreto reforzado de 76 pisos, mientras estuvo en construcción. La columna de 49x122cm contenía una cuantía de acero del 2.08% de refuerzo longitudinal y un $f'c$ de 633 kg/cm².⁴



Es evidente, que estos dos fenómenos propios del concreto reforzado se deben de incluir en las consideraciones de diseño de una columna, dado que el análisis de éstas se hace tomando como base las deformaciones unitarias y por efecto de estos fenómenos llegan a ser inclusive mayores que las provocadas por la deformación instantánea.

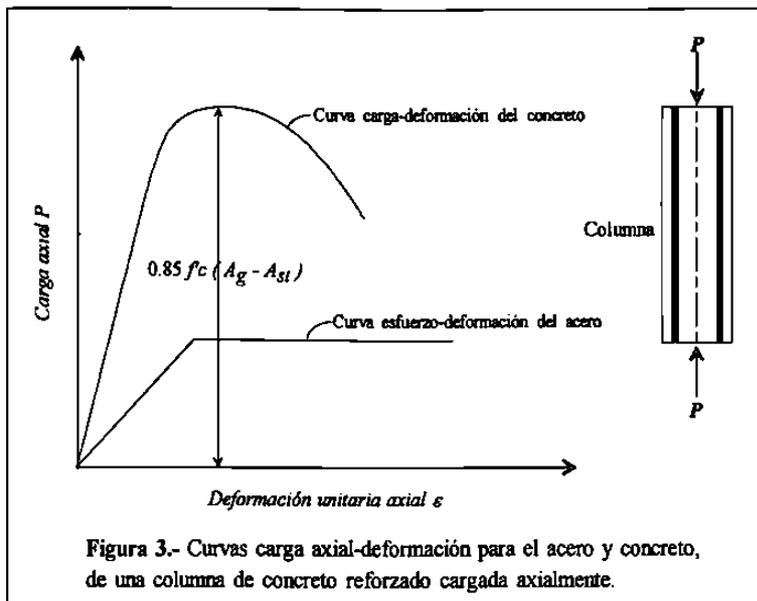
1.3 Columnas cortas sometidas a carga axial.

En una columna sometida a carga axial puede ocurrir que el acero llegue a cedencia antes de que el concreto alcance su esfuerzo máximo a compresión, pero, la columna es capaz de soportar más carga debido a que el acero entra en la etapa de fluencia y continúan las aplicaciones de carga hasta que el concreto llegue a su máximo esfuerzo. En un caso alterno puede ocurrir que si el concreto alcanza su resistencia máxima de compresión antes de que el acero fluya, la alta deformación del concreto le permite al acero seguir admitiendo mas carga hasta fluir. En cualquier caso, la carga máxima que admite una columna sometida a carga axial será la suma de la resistencia del acero en su etapa de fluencia mas la resistencia máxima del concreto.

Según investigaciones de Richart y Brown ⁶ la resistencia del concreto en una columna es de aproximadamente $0.85 f'c$, donde $f'c$ es la resistencia del concreto en cilindros. Por esto la resistencia de una columna cargada axialmente se puede escribir como:

$$P_o = 0.85 f'c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}$$

En donde A_{st} es el área del acero y A_g es el área bruta de la sección transversal, f_y es la resistencia a la fluencia del acero. En la figura No.3 se presentan las curvas de esfuerzo deformación para el acero y el concreto de una columna sometida a compresión pura.



1.4 Hipótesis básicas para análisis de columnas cortas sometidas a carga axial y flexión biaxial.

En la práctica, es raro encontrar columnas de concreto sometidas únicamente a cargas axiales, por lo común se encuentran sometidas a flexión en uno u dos ejes además de la carga axial. En este apartado se tratará del comportamiento de columnas sujetas a carga axial y a flexión biaxial.

En la figura No.4 se representa una clasificación de las columnas dependiendo de la carga a las que se le somete.

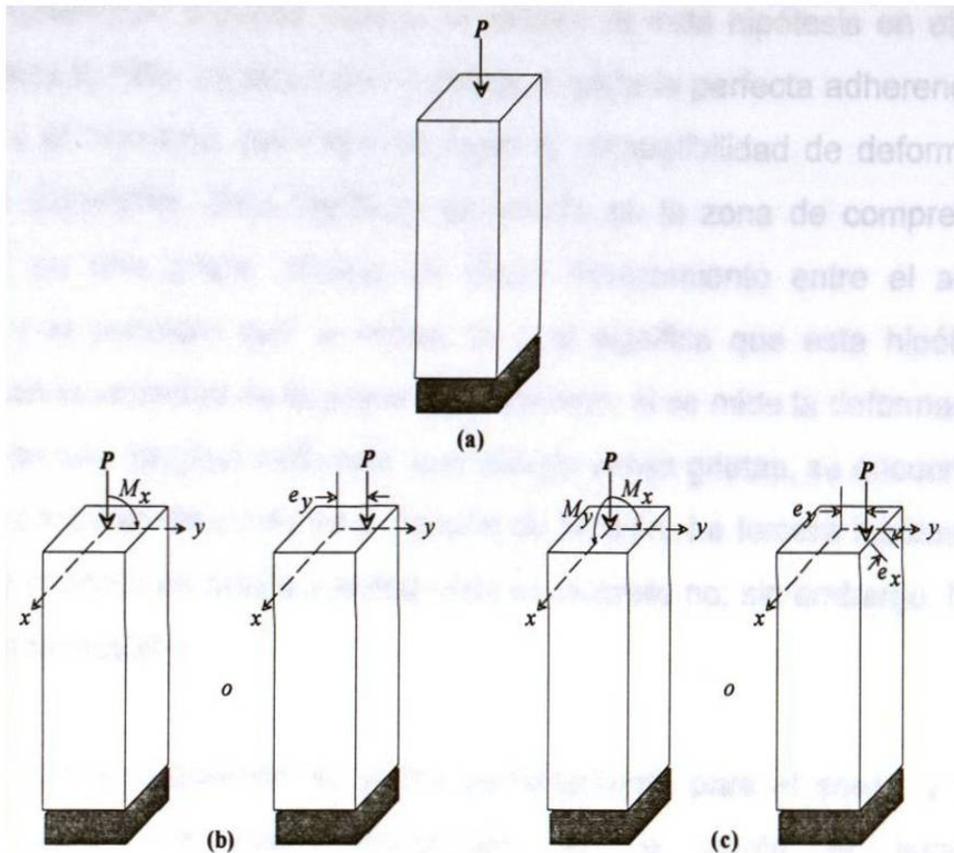


Figura 4.- Clasificación de las columnas, según la posición de la carga en la sección transversal: (a) columna con carga axial; (b) columna con carga axial y momento uniaxial; (c) columna con carga axial y momento biaxial.

Las hipótesis básicas en las que se fundamenta el análisis de columnas son:

- I. Las secciones planas, antes de la deformación siguen planas después de la deformación.**
- II. Existe una perfecta compatibilidad de deformaciones entre los materiales.**
- III. El material es isótropo y homogéneo.**
- IV. Los materiales empleados, son elásticos y siguen la ley de Hooke.**
- V. Se conocen las curvas de esfuerzo-deformación, para el acero y para el concreto.**
- VI. Se puede despreciar el esfuerzo a la tensión del concreto.**

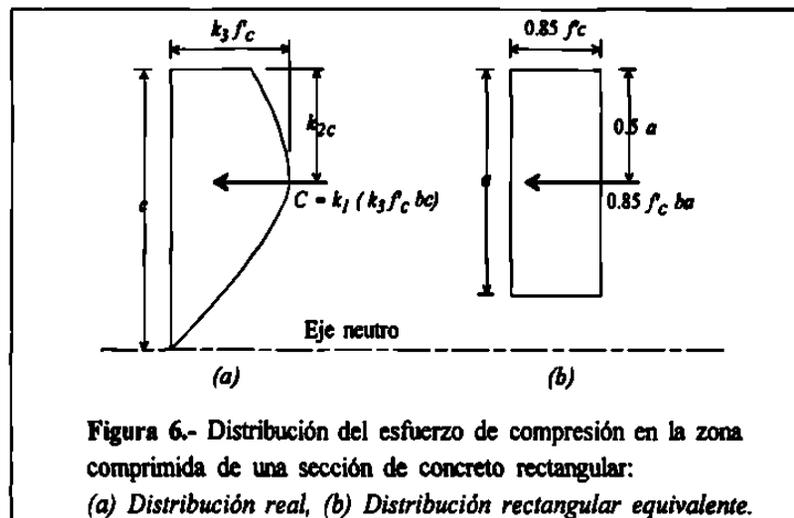
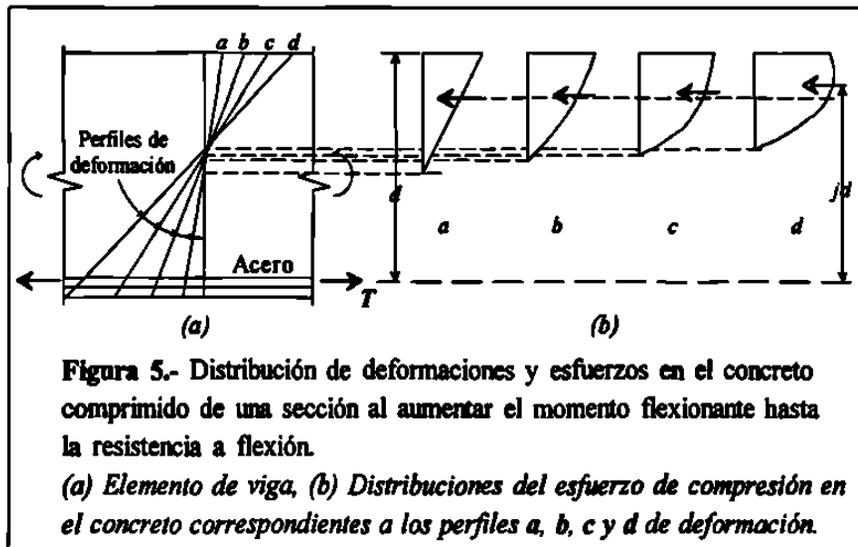
La primera hipótesis, que es el principio de Bernoulli, implica que la deformación del concreto y del acero son proporcionales a la distancia del eje

neutro. Numerosas pruebas indican la validez de esta hipótesis en etapas de carga, hasta la falla. La segunda hipótesis, implica la perfecta adherencia entre el acero y el concreto, para que se logre la compatibilidad de deformaciones entre los materiales. Esta hipótesis es exacta en la zona de compresión del concreto, en una grieta, implica un cierto deslizamiento entre el acero de refuerzo y el concreto que la rodea, lo cual significa que esta hipótesis no funciona en la vecindad de la grieta. Sin embargo, si se mide la deformación del concreto en una longitud calibrada, que incluya varias grietas, se encuentra que es válida para esa deformación promedio de tensión. La tercera hipótesis, sólo la cumple el acero en buena medida pero el concreto no; sin embargo, hay una buena aproximación.

La cuarta suposición es válida perfectamente para el acero, y para el concreto tiene una buena aceptación. En la quinta se supone el comportamiento de las curvas esfuerzo-deformación, que en muchos casos se han idealizado y por último, en la sexta hipótesis se elimina la poca capacidad que tiene el concreto a tensión, ya que representa valores muy bajos con respecto a la compresión.

En una columna sometida a flexión biaxial, el momento aplicado provoca una distribución de esfuerzos que empieza siendo lineal, como lo indica la figura 5a; después la distribución continúa con un perfil parabólico, como se observa en la fig 5b y así continúa hasta conformar el perfil de esfuerzos parabólico final de la fig 5d. Definir la ecuación u ecuaciones que conforman ese bloque parabólico, es fundamental para calcular la fuerza de compresión en el concreto y la ubicación de su centroide para el momento. Sobre estas propiedades se realizaron pruebas a corto plazo, por Honested y otros, en la Asociación de Cemento Portland (PCA) ⁹ y por Rüsck ¹⁰ donde utilizó los parámetros k_1 , k_2 , y k_3 , como se ve en la figura No.6 y definió como fuerza de compresión del concreto $C = k_1 \cdot k_3 \cdot f'_c \cdot A$ donde c es la profundidad del eje neutro y A es el area comprimida; el brazo interno de palanca es $jd = d - k_2 \cdot c$,

los valores de parámetros del bloque de esfuerzos k_1 , k_2 , k_3 , y ϵ_c para secciones rectangulares están dados por las pruebas de la PCA en especímenes no confinados; en la tabla 1 se muestran para diversos f'_c .



Lb/plg ²	N/mm ²	K ₁	K ₂	K ₃	K ₄
2000	13.8	0.86	0.48	1.03	0.0037
3000	20.7	0.82	0.46	0.97	0.0035
4000	27.6	0.79	0.45	0.94	0.0034
5000	34.5	0.75	0.44	0.92	0.0032
6000	41.4	0.71	0.42	0.92	0.0031
7000	48.3	0.67	0.41	0.93	0.0029

Tabla 1.- Parámetros del bloque de esfuerzos en la resistencia última a flexión de secciones rectangulares que encontraron las pruebas de la PCA en especímenes no confinados.¹²

Para simplificar los cálculos un cierto número de investigadores han sugerido utilizar un bloque rectangular de esfuerzos equivalente; para obtener la resistencia a la flexión utilizando el bloque parabólico se necesita conocer la magnitud de k_1 , k_3 y la posición de la fuerza la define k_2 , sin embargo el bloque rectangular de esfuerzos logra esto y facilita en gran medida los cálculos. La práctica norteamericana representada por el código del ACI (*American Concrete Institute*) ha sido la de reemplazar el bloque a uno rectangular equivalente, en la fig. 6b se observa la distribución rectangular equivalente, el rectángulo tiene un esfuerzo medio de $0.85 f'_c$ y una profundidad a , en que $a/c = \beta_1$ para $f'_c \leq 17.6$ Mpa; se reduce β_1 continuamente 0.05 por cada 6.9 Mpa de resistencia excedente de 27.6 Mpa. La reducción en β_1 para el concreto de alta resistencia se debe al perfil menos favorable de la curva esfuerzo-deformación en este tipo de concreto.

En el caso de áreas de concreto comprimidas no rectangulares, como es el caso de las columnas rectangulares sometidas a flexión biaxial y en un caso más general las de sección arbitraria, no son estrictamente aplicables los parámetros recomendados para el bloque rectangular de esfuerzos en áreas comprimidas rectangulares. Esto se debe a que el esfuerzo medio y el peralte del bloque rectangular equivalente de esfuerzos para distintas formas de área

comprimida son distintos. Sin embargo, para fines de diseño, el utilizar el bloque rectangular de esfuerzos no representa un error significativo en los resultados y sí ahorra y simplifica los cálculos de forma considerable.

1.5 Secciones arbitrarias sometidas a flexión biaxial.

El análisis de columnas sometidas a flexión biaxial, con sección arbitraria, se basa en el mismo concepto de flexión asimétrica. En la figura No.7 se muestra la sección sometida a momentos flectores M_{ux} y M_{uy} , que se supone reforzada por seis varillas numeradas: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

En una sección con flexión asimétrica, el eje neutro está inclinado con respecto a la horizontal, en donde el grado de inclinación depende de la magnitud de los momentos M_{ux} , M_{uy} y de las propiedades de la sección. Se supone que el bloque equivalente de esfuerzos tiene una profundidad β_1 veces la profundidad del eje neutro, y un esfuerzo medio de $0.85 f'_c$. Este bloque no es totalmente equivalente al bloque de esfuerzos reales, aunque bastante exacto para fines de diseño.

comprimida son distintos. Sin embargo, para fines de diseño, el utilizar el bloque rectangular de esfuerzos no representa un error significativo en los resultados y sí ahorra y simplifica los cálculos de forma considerable.

1.5 Secciones arbitrarias sometidas a flexión biaxial.

El análisis de columnas sometidas a flexión biaxial, con sección arbitraria, se basa en el mismo concepto de flexión asimétrica. En la figura No.7 se muestra la sección sometida a momentos flectores M_{ux} y M_{uy} , que se supone reforzada por seis varillas numeradas: 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

En una sección con flexión asimétrica, el eje neutro está inclinado con respecto a la horizontal, en donde el grado de inclinación depende de la magnitud de los momentos M_{ux} , M_{uy} y de las propiedades de la sección. Se supone que el bloque equivalente de esfuerzos tiene una profundidad β_1 veces la profundidad del eje neutro, y un esfuerzo medio de $0.85 f'_c$. Este bloque no es totalmente equivalente al bloque de esfuerzos reales, aunque bastante exacto para fines de diseño.

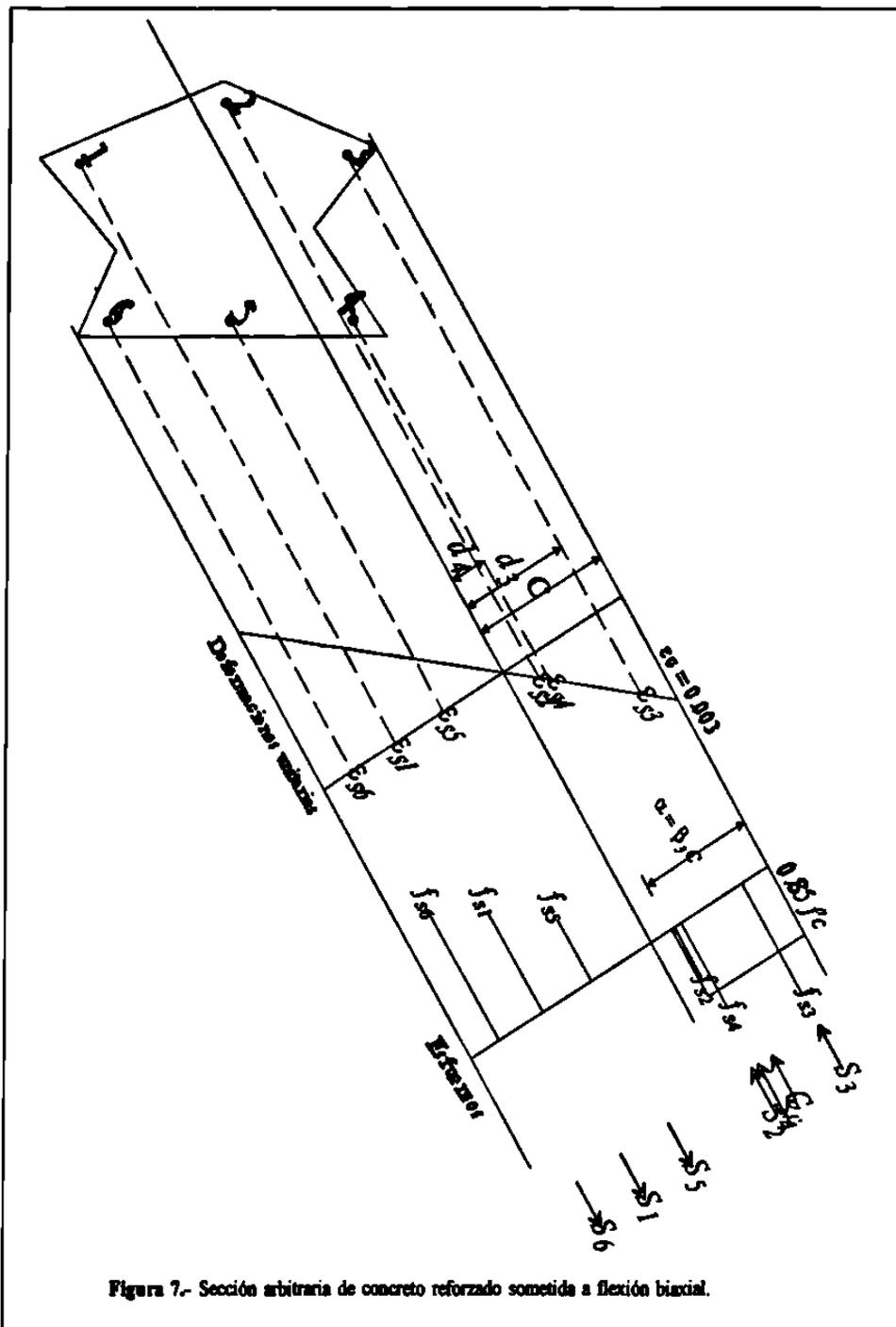


Figura 7.- Sección arbitraria de concreto reforzado sometida a flexión biaxial.

El valor de c es la distancia de el eje neutro a la fibra más alejada en compresión, d_i es la distancia del eje neutro a la varilla i medida perpendicularmente al eje neutro y la máxima deformación unitaria del concreto ϵ_c , que se considera con un valor de 0.003, se obtiene el valor de las deformaciones unitarias para el acero por medio de triángulos semejantes;

$$\frac{\varepsilon_{si}}{d_i} = \frac{\varepsilon_c}{c}$$

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_c \times c}{d_i}$$

Los esfuerzos y las fuerzas de cada varilla, hay que localizarlos en la curva esfuerzo-deformación del acero. Para el caso de un punto bien definido de cedencia para cualquier varilla será:

$$\text{Si } \varepsilon_{si} \geq \frac{f_y}{E_s} \quad f_{si} = f_y$$

$$\text{o si } \frac{f_y}{E_s} > \varepsilon_{si} > -\frac{f_y}{E_s} \quad f_{si} = \varepsilon_{si} E_s$$

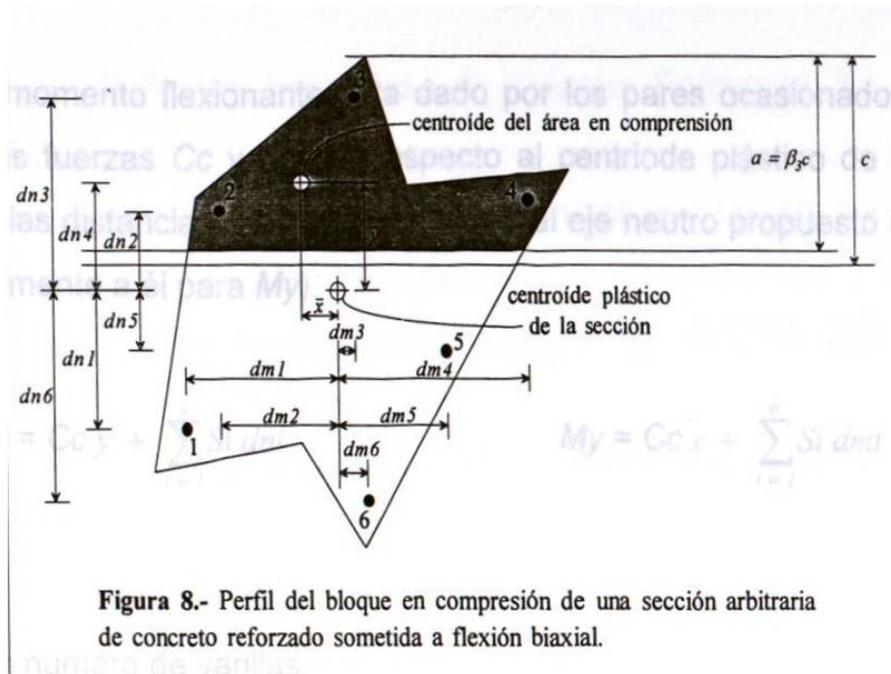
$$\text{o si } \varepsilon_{si} \leq -\frac{f_y}{E_s} \quad f_{si} = -f_y$$

Las fuerzas en el acero serán dadas por:

$$S_i = A_{si} \times f_{si}$$

La fuerza de compresión resultante en el concreto y su posición dependen del perfil y área del bloque de esfuerzos a compresión equivalente.

Los perfiles posibles son infinitos, debido a que analizamos secciones arbitrarias, para ello habrá que calcular el área del bloque equivalente y localizar su centroide con respecto al centroide plástico de la sección.



En la figura No.8 se muestra el perfil de esta sección para un eje neutro dado, indicando la posición de su centroide plástico.

La fuerza de compresión del bloque de concreto C_c será:

$$C_c = (0.85 f_c) (A)$$

Donde:

A = área en compresión, en figura 8 se muestra sombreada.

La carga axial:

$$P_x = C_c + S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6$$

O bien:

$$P_x = C_c + \sum_{i=1}^n S_i$$

El momento flexionante está dado por los pares ocasionados por cada una de las fuerzas C_c y S_i con respecto al centriodo plástico de la sección, midiendo las distancias perpendicularmente al eje neutro propuesto (para el M_x y paralelamente a él para M_y).

$$M_x = C_c \bar{y} + \sum_{i=1}^n S_i d_{ni}$$

$$M_y = C_c \bar{x} + \sum_{i=1}^n S_i d_{mi}$$

Donde:

n = número de varillas.

Para obtener el momento con respecto a los ejes x y y , es:

$$M_{ux} = M_x \cos\theta - M_y \cos(\theta + 90)$$

$$M_{uy} = -M_x \sin\theta + M_y \sin(\theta + 90)$$

Donde:

θ = ángulo de inclinación del eje neutro con respecto al eje x .

REFERENCIAS DELCAPITULO 1

Ref 1.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 5, pág 123.

Ref 2.- Eduard G. Nawy. Concreto Reforzado, un enfoque básico. 1er. edición. Ed. Prentice Hall: Cap. 9, Fig. 9.1, pág. 323

Ref 3.- Diseño y control de mezclas de concreto. Ed. IMCYC: Cap. 13, pág 170,

Ref. 4.- Russell, H. G., and Corley, W. G., Time-Dependent Behavior of Columns in Water Tower Place, Research.

Ref 5.- Diseño y control de mezclas de concreto. Ed. IMCYC: Cap. 13, pág 176, figura 13-16

Ref 6.- F. E. Richart y R. L. Brown, "An Investigation of Reinforced Concrete Columns" University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin No. 267, junio 1934, pág. 91.

Ref. 7.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 5, pág 125. Figura 5.2.

Ref 8.- Eduard G. Nawy. Concreto Reforzado, un enfoque básico. 1er. edición. Ed. Prentice Hall: Cap. 9, Fig. 9.1, pág. 324. Figura 9.3

Ref 9.- E. Hognestad, N. W. Hanson, y D. McHenry, Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design, Journal ACI, Vol. 52, No. 6, diciembre 1955, pags. 455-479

Ref. 10.- H. Rüş, Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone, Boletín No. 120, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlín 1955, pág. 94.

Ref 11.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 3, pág 53. Figura 3.2.

Ref 12.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 3, pág 54. Figura 3.3

CAPITULO 2

Métodos de Análisis Aproximados para Flexión Biaxial y Carga Axial.

2.1 Introducción.

Se han desarrollado una serie de métodos aproximados para la solución de columnas sometidas a flexión biaxial, que minimizan el trabajo tedioso que se tiene que realizar para una solución exacta, esto fue incentivado en gran medida por la falta de las herramientas de las que hoy en día ya disponemos. Estos métodos, en su momento fueron de gran utilidad, pero hoy, no es muy justificable emplear métodos que se aproximan a la solución cuando se dispone de equipo para su solución exacta.

En este capítulo, se presentan algunos métodos aproximados para el análisis de columnas cuadradas, rectangulares y circulares sometidas a flexión biaxial y carga axial.

2.2 Métodos de Superposición

Se han sugerido algunos métodos simplificados de superposición que reducen la flexión biaxial a flexión alrededor de los ejes principales de la sección, lo que permite utilizar procedimientos para flexión uniaxial. Morán ha estudiado estos métodos para el caso de refuerzo simétrico.

Unos de los métodos es determinar el refuerzo requerido para cada uno de los casos de carga (P_u, M_{ux}) y (P_u, M_{uy}) por separado, acumulando el refuerzo resultante. Esto equivale a aplicar la carga primero en el punto 1 y luego en el punto 2 de la figura 2.1 a. Este método no tiene base teórica, de manera que no debe emplearse, ya que puede producir grandes errores del

REFERENCIAS DELCAPITULO 1

Ref 1.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 5, pág 123.

Ref 2.- Eduard G. Nawy. Concreto Reforzado, un enfoque básico. 1er. edición. Ed. Prentice Hall: Cap. 9, Fig. 9.1, pág. 323

Ref 3.- Diseño y control de mezclas de concreto. Ed. IMCYC: Cap. 13, pág 170,

Ref. 4.- Russell, H. G., and Corley, W. G., Time-Dependent Behavior of Columns in Water Tower Place, Research.

Ref 5.- Diseño y control de mezclas de concreto. Ed. IMCYC: Cap. 13, pág 176, figura 13-16

Ref 6.- F. E. Richart y R. L. Brown, "An Investigation of Reinforced Concrete Columns" University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin No. 267, junio 1934, pág. 91.

Ref. 7.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 5, pág 125. Figura 5.2.

Ref 8.- Eduard G. Nawy. Concreto Reforzado, un enfoque básico. 1er. edición. Ed. Prentice Hall: Cap. 9, Fig. 9.1, pág. 324. Figura 9.3

Ref 9.- E. Hognestad, N. W. Hanson, y D. McHenry, Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design, Journal ACI, Vol. 52, No. 6, diciembre 1955, pags. 455-479

Ref. 10.- H. Rühsh, Versuche zur Festigkeit der Biegedruckzone, Boletín No. 120, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlín 1955, pág. 94.

Ref 11.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 3, pág 53. Figura 3.2.

Ref 12.- R. Park y T Paulay. Estructuras de Concreto Reforzado. Ed. Limusa: Cap. 3, pág 54. Figura 3.3

lado de la inseguridad debido a que se toma en cuenta la resistencia completa del concreto dos veces en el diseño.

En forma alterna, se puede tomar cualquier línea recta 1-2 que pase por el punto en que actúa P_u (vea la figura 2.1 b). El refuerzo requerido para cada uno de los casos de cargas P_u en el punto 1 y P_u en el punto 2, se determina por separado y se obtiene el refuerzo resultante mediante suma. En el código de construcción de Venezuela se ha empleado este método. De acuerdo con Morán, los resultados siempre están del lado de la seguridad y en algunos casos pueden llegar a ser excesivamente conservadores.

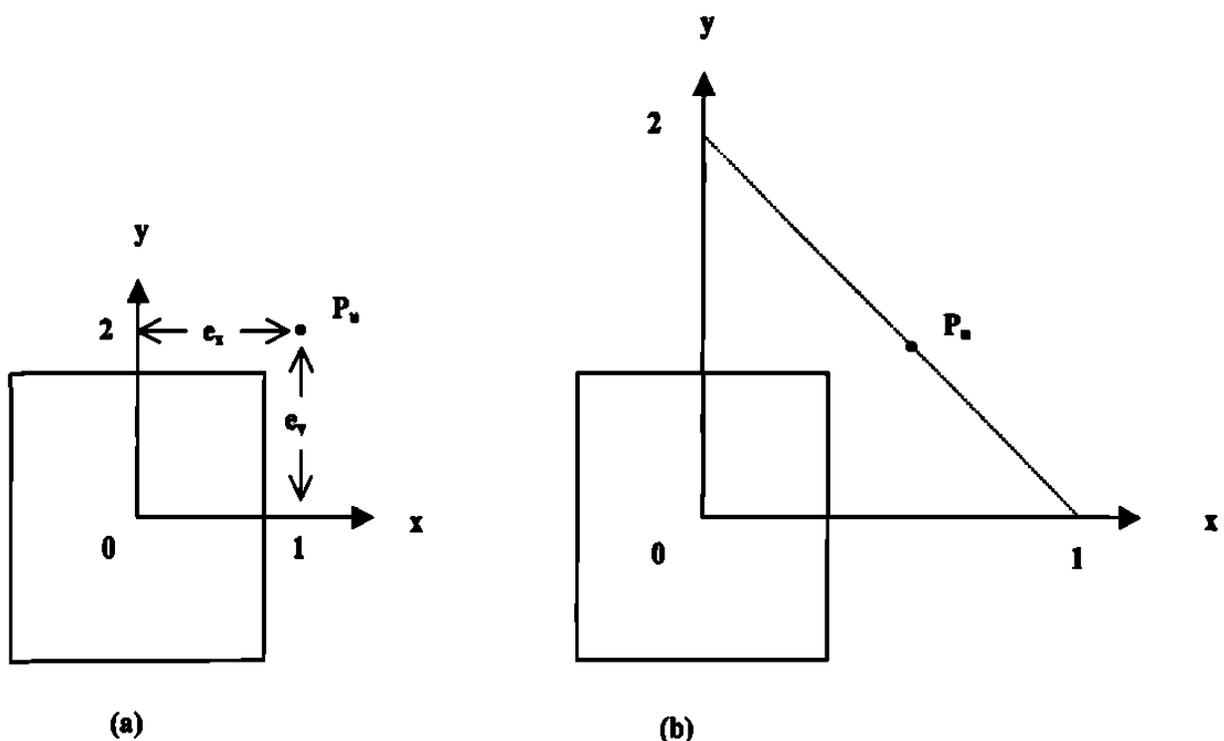


Figura 2.1. Métodos aproximados de diseño para flexión biaxial.

En otro método, se reemplaza P_u por dos fuerzas estáticamente equivalentes P_{ux} y P_{uy} localizadas en los puntos 1 y 2 (véase la figura 2.1 b) de los ejes. Se determinan por separado y luego se suman los refuerzos requeridos para cada uno de los casos de cargas P_{ux} en 1, tomando la resistencia del concreto como $f_c P_{ux}/P_{uy}$, aunque este método no tiene base teórica, Morán comenta que las soluciones obtenidas en los casos considerados parecen ser satisfactorios.

2.3 Método de la excentricidad uniaxial equivalente.

En la figura 2.2 se presenta la línea de interacción para una sección rectangular de columna con pandeo biaxial bajo una carga máxima constante, Las combinaciones posibles de excentricidad para una carga máxima constante P_u están dadas por la línea. Por tanto, la carga máxima para cualquier punto de aplicación (e_y , e_x) en la línea es igual a la carga máxima para un punto de aplicación con excentricidad uniaxial e_o . Esto ilustra un enfoque posible de diseño si la forma de la línea de interacción fuera conocida, sería posible hacer el diseño para carga P_u que actúa a la excentricidad uniaxial equivalente e_o , permitiendo de esta manera, la consideración de pandeo en una sola dirección.

Se ha propuesto una diversidad de expresiones analíticas aproximadas para poder determinar la excentricidad uniaxial equivalente e_o . Por ejemplo, Morán reporta la siguiente ecuación adoptada por el código español en 1968.

$$e_o = e_x + \left(\frac{1 - \beta}{\beta} \right) e_y \quad (1)$$

En que $e_x \geq e_y$ y β es un factor tabulado en el código que depende del nivel de carga axial y la cuantía de acero.

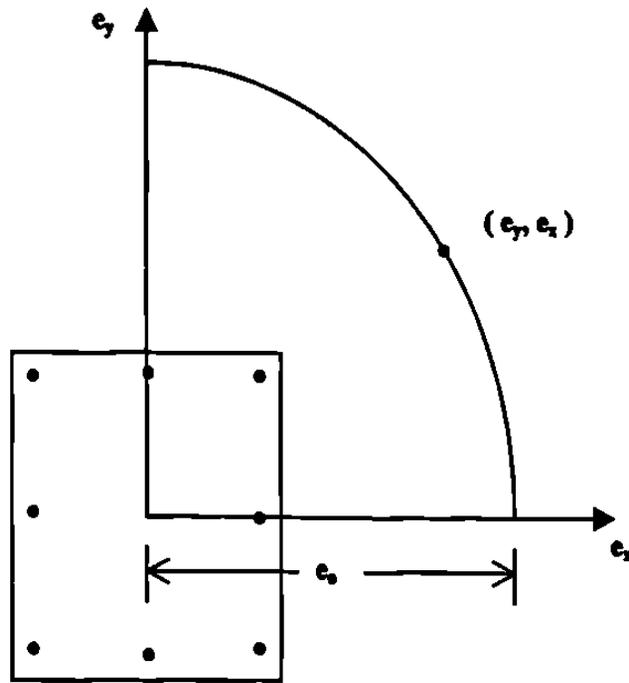


Figura 2.2. Línea de interacción para columna con flexión bajo P_u .

2.4 Métodos basados en aproximaciones para el perfil de la superficie de interacción (carga inversa).

Se han hecho varias sugerencias para el perfil de la superficie de interacción de la que pueden calcularse las resistencias a flexión biaxial, conocidas las resistencias uniaxiales.

Una expresión tomada del código ruso, deducida por Bresler para la resistencia de una columna biaxialmente es:

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{ux}} + \frac{1}{P_{uy}} - \frac{1}{P_0} \quad (2)$$

En que P_u = carga última bajo la flexión biaxial, P_{ux} = carga última cuando sólo está presente la excentricidad e_x (vgr, carga aplicada en el punto 1 de la figura 2.1 a), P_{uy} = carga última cuando sólo está presente la excentricidad e_y (vgr, carga aplicada en el punto 2 de la figura 2.1 a) P_0 = carga última cuando no hay excentricidad. Esta expresión tiene la desventaja de ser más adecuada para análisis que para diseño. Bresler encontró que la carga última predicha por la ecuación concuerda excelentemente con las cargas últimas dadas por la teoría y por los resultados de pruebas, en que la desviación máxima de los resultados de prueba encontrados es de 9.4 %.

2.4 Métodos basados en aproximaciones para el perfil de la superficie de interacción (carga inversa).

Se han hecho varias sugerencias para el perfil de la superficie de interacción de la que pueden calcularse las resistencias a flexión biaxial, conocidas las resistencias uniaxiales.

Una expresión tomada del código ruso, deducida por Bresler para la resistencia de una columna biaxialmente es:

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{ux}} + \frac{1}{P_{uy}} - \frac{1}{P_0} \quad (2)$$

En que P_u = carga última bajo la flexión biaxial, P_{ux} = carga última cuando sólo está presente la excentricidad e_x (vgr, carga aplicada en el punto 1 de la figura 2.1 a), P_{uy} = carga última cuando sólo está presente la excentricidad e_y (vgr, carga aplicada en el punto 2 de la figura 2.1 a) P_0 = carga última cuando no hay excentricidad. Esta expresión tiene la desventaja de ser más adecuada para análisis que para diseño. Bresler encontró que la carga última predicha por la ecuación concuerda excelentemente con las cargas últimas dadas por la teoría y por los resultados de pruebas, en que la desviación máxima de los resultados de prueba encontrados es de 9.4 %.

2.5 Método de contorno de carga.

Bresler también sugirió que la familia de líneas de interacción que corresponde a los distintos niveles de carga constante P_u se puede aproximar mediante la ecuación:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{uxo}}\right)^m + \left(\frac{M_{uy}}{M_{uyo}}\right)^n = 1 \quad (3)$$

En que $M_{ux} = P_u e_y$, $M_{uy} = P_u e_x$, e_x y e_y son las excentricidades de P_u , y M_{uxo} y M_{uyo} son las resistencias a flexión uniaxial de los ejes (x) y (y) para la carga constante bajo consideración. Las constantes m y n dependen de las propiedades de la columna y se determinan experimentalmente.

Parme y asociados reformularon la ecuación (3) como:

$$\left(\frac{M_{ux}}{M_{uxo}}\right)^{\log 0.5 / \log \beta} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{uyo}}\right)^{\log 0.5 / \log \beta} = 1 \quad (4)$$

En que β es el parámetro que determina el perfil de la línea de interacción. El efecto de los distintos valores de β en la forma de la línea de interacción está representada en la figura 2.3, Parme y colaboradores calcularon analíticamente los valores de β que están mostrados en gráficas para una diversidad de disposición de varillas, resistencia de cedencia del acero, índice de refuerzo $\rho_t f_y / f'_c$, y valores P_u / P_o . Estos valores de β junto con los valores uniaxiales de la capacidad de momento y un diagrama tal como el

de la figura 2.3 se pueden utilizar para determinar la capacidad a flexión biaxial una sección dada de columna.

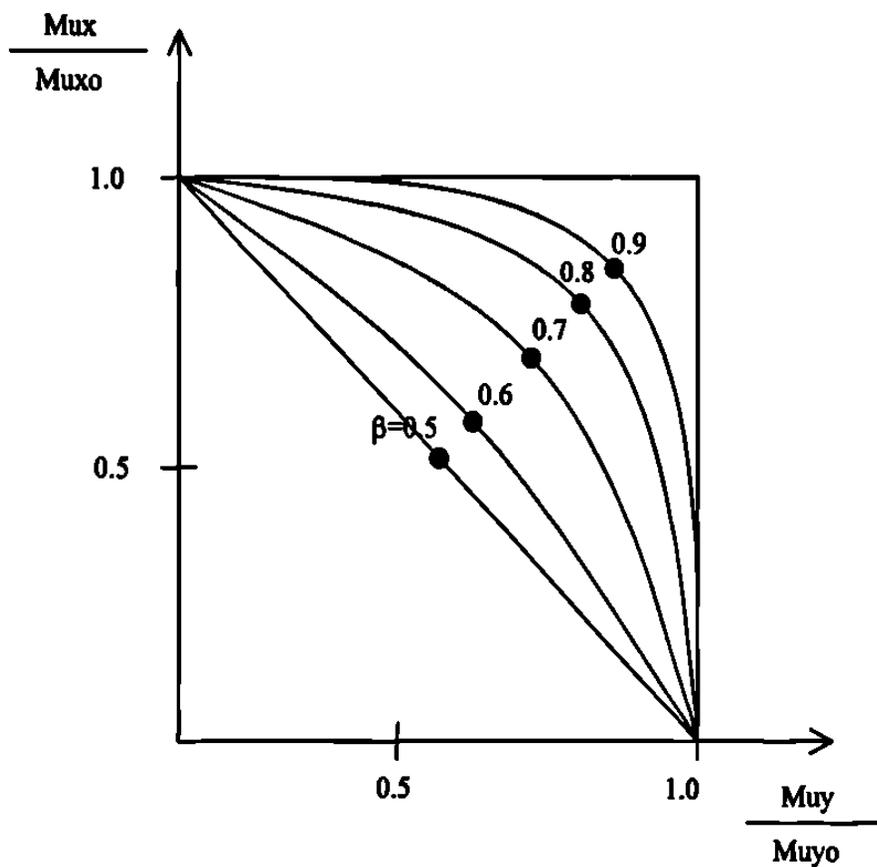


Figura 2.3. Línea de interacción para columna con flexión biaxial bajo constante P_u .

Pannell y Furlong han proporcionado otras sugerencias para el perfil de la superficie de interacción. Meek ha sugerido reemplazar la línea curva de interacción bajo carga última constante mediante dos líneas rectas. Por ejemplo, si se conocen los puntos A, B y C la figura 2.4, se puede reemplazar en forma segura la curva real mediante una línea recta AB y otra BC.

El código británico CP110: (1972) recomienda usar la ecuación de interacción (3) con $m = n$ igual a 1.0 a niveles de carga axial alta. Esto proporciona un enfoque conservador simple.

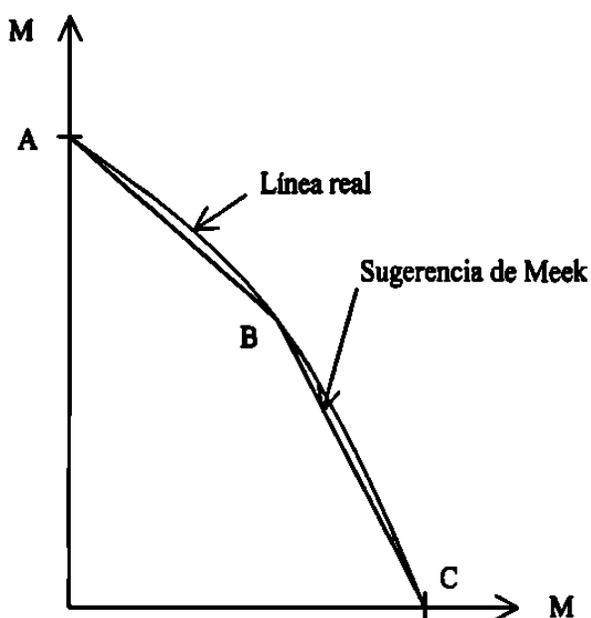


Figura 2.4. Línea de interacción para columna con carga axial constante.

Weber ha producido una serie de gráficas de diseño para flexión de columnas cuadradas alrededor de una diagonal que permite el diseño o análisis de una sección mediante interpolación lineal entre la flexión alrededor de un eje principal y flexión alrededor de una diagonal. Este enfoque es semejante a la sugerencia de Meek y parece ser la herramienta de diseño más práctica disponible. Row Y Paulay han mejorado la exactitud de este proceso utilizando una distribución de esfuerzos de compresión del concreto más exacta y produciendo gráficas de diseño para flexión alrededor de ejes inclinados a distintos ángulos con respecto a los ejes principales, permitiendo con ello la interpolación lineal entre una diversidad de puntos sobre las líneas de interacción.

2.6 Diseño por efecto de flexión axial usando Manual Concrete Reinforcing Steel Institute (CRSI).

Las columnas redondas con 4 varillas como mínimo, poseen esencialmente simetría polar; los momentos biaxiales pueden ser simplemente combinados, sin mayor complicación:

$$M_u = \sqrt{(M_x)^2 + (M_y)^2}$$

Para las columnas cuadradas y rectangulares, la solución exacta utilizando las hipótesis de diseño para flexión biaxial, es muy complicada. La solución ha sido reducida a un mínimo de cálculos simples con los coeficientes obtenidos de las figuras 2.5 y 2.6. Estos coeficientes son aplicados uniaxialmente para los cuales, la capacidad de carga puede ser leída directamente de las tablas del capítulo 3 de CRSI.

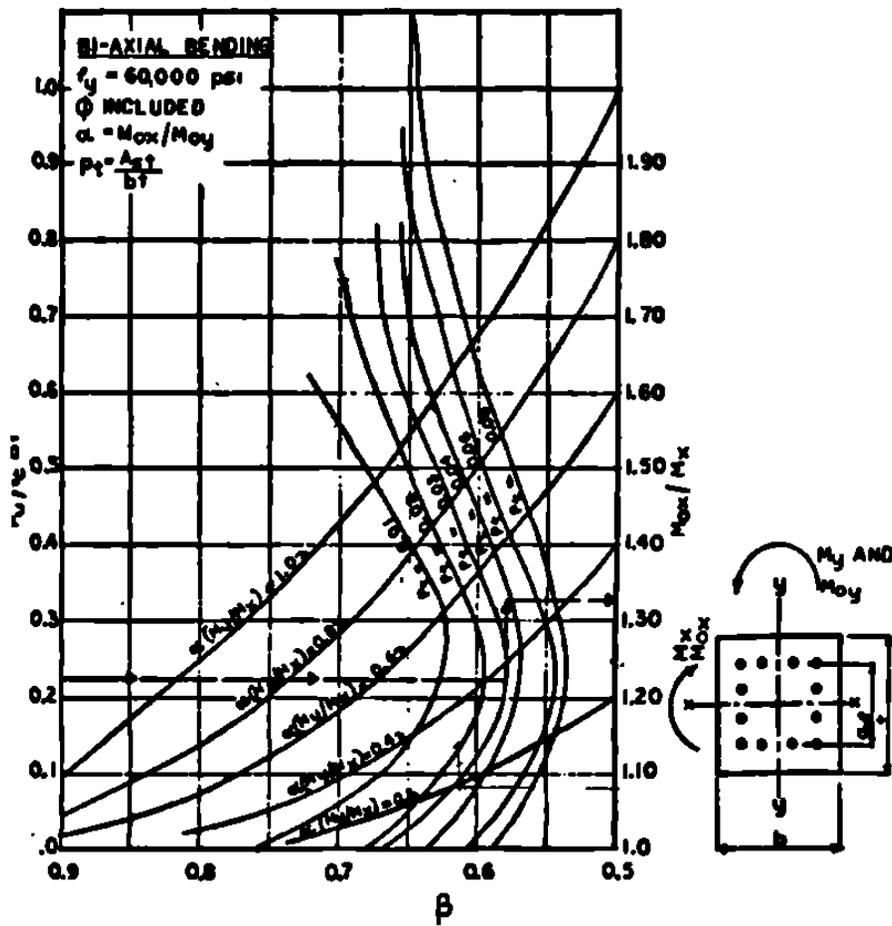


Figura 2.5. Flexión biaxial, varillas en 4 caras.

La abscisa, β , aquí y en la figura 2.6 son idénticas. Los valores β están mostrados sólo para información y no están empleadas en el uso de las figuras 2.5 y 2.6. (siendo β la ordenada a la curva en la figura 2.7).

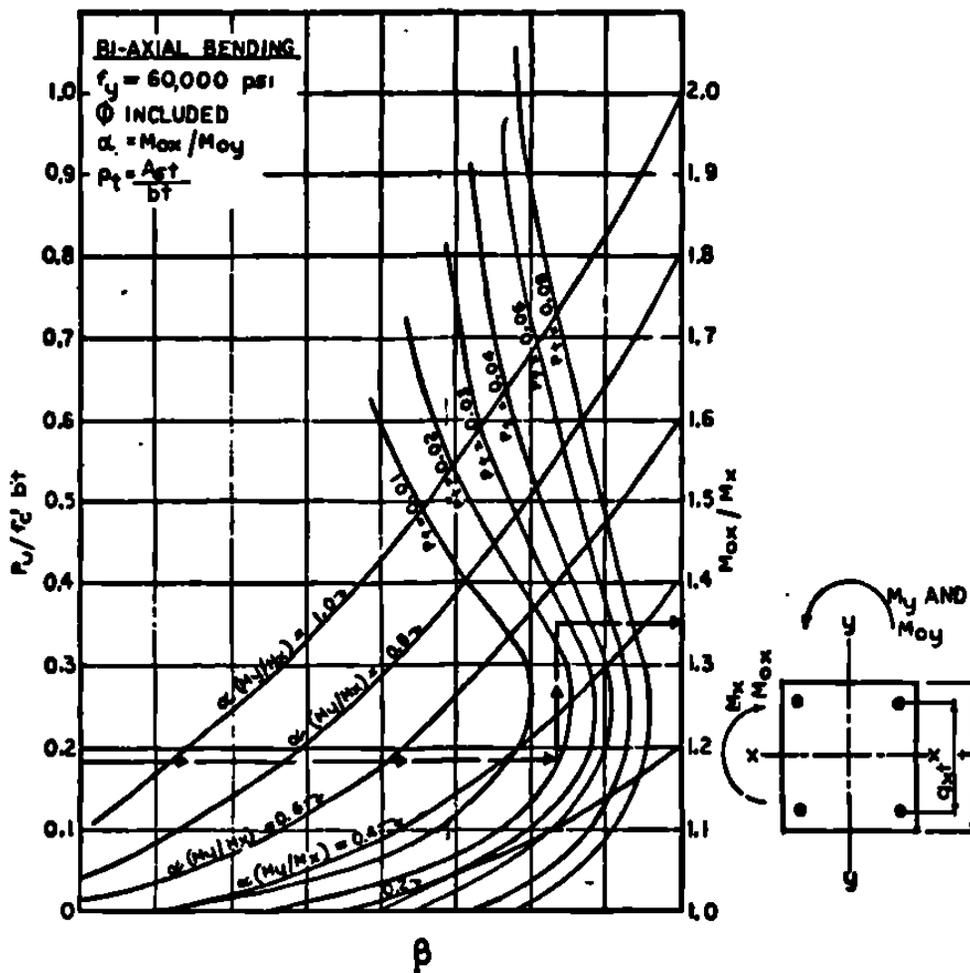


Figura 2.6. Flexión biaxial, 4 varillas.

Para ilustrar la simplicidad con que se calcula la capacidad de flexión biaxial, aquí se presentan algunos ejemplos.

Ejemplo 1.- Columna cuadrada.

Datos:

$F'_c = 4000$ psi

$F_y = 60000$ psi

$P_u = 196$ Kips

$M_x = 134$ ft.kips

$M_y = 71$ ft.kips

Columna propuesta de 16" x 16"; 4 varillas. Para encontrar área de acero requerida por flexión biaxial.

Solución:

Asumir inicialmente $p_t = 0.02$ $\alpha = M_{ox}/M_{oy} = 1.0$

$$\alpha \frac{M_y}{M_x} = \frac{71}{134} = 0.53$$

$$\frac{P_u}{f'_{cbt}} = \frac{196}{(4)(16 \times 16)} = 0.19$$

M_{ox} = Capacidad de flexión uniaxial en el eje " x "

M_{oy} = Capacidad de flexión uniaxial en el eje " y "

M_x y M_y = Momento de diseño con respecto a los ejes " x " y " y".

Con $P_u/f'_{cbt}=0.19$ se procede horizontalmente en la figura 2.6 a la curva $p_t = 0.02$, luego verticalmente a $M_y/M_x = 0.53$, y se lee $M_{ox}/M_x = 1.34$ en la ordenada derecha.

Después, el momento de diseño uniaxial para soportar la resistencia a flexión biaxial es:

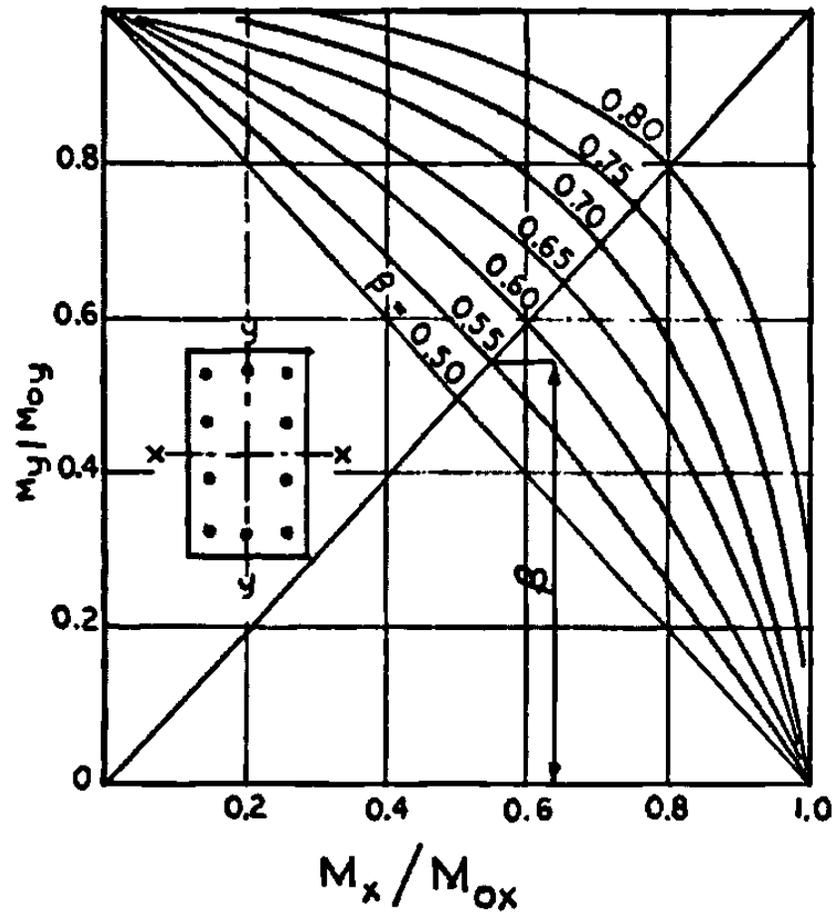
$$M_{ox} = 134 \times 1.34 = 180 \text{ ft-kips.}$$

$$M_u/P_u = (180 \times 12)/196 = 11.0 \text{ plg.}$$

De la tabla en la página 3-20 de CRSI (ver anexo I), con $e = 11.0$ plg, interpolamos para la solución.

Usamos: 4 varillas # 10; $P_u = 203$ kips; $f_t = 0.0198$

Usando la variación lineal de flexión biaxial dada la formula:



$$\left(\frac{M_x}{M_{ox}}\right)^n + \left(\frac{M_y}{M_{oy}}\right)^n = 1 \quad n = \frac{\log 0.5}{\log \beta}$$

Figura 2.7. Relaciones básicas de flexión biaxial (Ec. 3)

Ejemplo 2.- Columna cuadrada.

Datos:

$$P_u = 400 \text{ k}$$

$$e_x = e_y = 2.25 \text{ in}$$

$$F'_c = 4000 \text{ psi}$$

Varillas – Grado 60

Comprobar la solución aproximada para: 16" x 16", 4 varillas # 10, $pt = 0.0198$

$$M_x = e_x P_u = 900 \text{ in-kips}$$

$$M_y = e_y P_u = 900 \text{ in-kips}$$

$$\alpha = \frac{M_{ox}}{M_{oy}} = 1.0 \text{ por simetría con respecto a los ejes "x" y "y"}$$

$$\alpha = \frac{M_x}{M_y} = 1.0 \quad \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{400}{(4)(16 \times 16)} = 0.39$$

Como en el ejemplo No.1 entramos a la figura 2.6 con 0.39, vamos a la derecha hasta encontrar con $pt = 0.02$, $\alpha = M_x/M_y = 1.0$, derecha de la relación, $M_{ox}/M_y = 1.65$

$$M_{ox} = (1.65) (900) = 1485 \text{ in – kips}$$

$$e_x = (1.65) (2.25) = 3.71 \text{ in}$$

Entramos a las tablas de capacidad de carga, página 3-20 del CRSI, y leemos para 4 varillas # 8, $e = 3 \text{ in.}$, $P_u = 476 \text{ kips}$, $e = 4 \text{ in.}$, $P_u = 408 \text{ kips}$.
Checamos: $P_t = 0.0123$. Entramos a la figura 2.6, para $P_t = 0.0123$, y leemos $M_{ox}/M_x = 1.59$

Usar: Sección 16" x 16" con 4 varillas # 8.

Ejemplo 3.- Sección rectangular.

Datos:

$$F'_c = 5000 \text{ psi}$$

$$F_y = 60000 \text{ psi}$$

$$P_u = 300 \text{ kips}$$

$$M_x = 270 \text{ ft - kips}$$

$$M_y = 70 \text{ ft - kips}$$

$$\text{Sección } 12" \times 24"$$

Suponemos:

$$P_t = 0.03$$

$$r_x = 0.67$$

$$r_y = 1.00$$

Calcular:

$$\sqrt{q} = \sqrt{(0.03)(60)/5} = 0.6$$

$$\alpha \frac{M_y}{M_x} = 1.93(70)/270 = 0.50$$

$$\frac{P_u}{f'_c b t} = 300/(5)(12)(24) = 0.21$$

$$\alpha = \frac{M_{ox}}{M_{oy}} = \frac{[1 - 0.7(1 - r_x)\sqrt{q}][1 + g_x]h_x}{[1 - 0.7(1 - r_y)\sqrt{q}][1 + g_y]h_y}$$

$$\alpha = \frac{[1 - (0.7)(1 - 0.67)(0.6)][1 + 0.8](24)}{[1 - (0.7)(1 - 1.0)(0.6)][1 + 0.6](12)} = 1.93$$

En que:

$$q = \rho_t f_y / f_c$$

r_x = relación del área de acero en hileras del eje "x" con área total de acero.

R_y = relación del área de acero en hileras del eje "y" con área total de acero.

$h_x = h_y$ = altura del miembro con respecto a los ejes "x" y "y" respectivamente.

$g_x = g_y$ = relación de la distancia entre hileras a la altura total con respecto a los ejes "x" y "y" respectivamente.

De la figura 2.5 con $P_u / f_c b t = 0.21$ $P_t = 0.03$ y $\alpha M_y / M_x = 0.50$ $M_{ox} / M_x = 1.32$

Tenemos: $M_{ox} = 1.32 \times 270 = 356$ ft-kips

La determinación del acero requerido para secciones rectangulares puede mejor ser obtenida utilizando las tablas con el arreglo de varillas en el mismo patrón que el de las relaciones r_x y r_y . Se seguirá este procedimiento.

Con el arreglo mostrado, y utilizando la tabla de la página 3-105 del CRSI (ver anexo I), entramos con $P_u = 300$ kips y $e_x = 356 \times 12 / 300 = 14.24$ in.

Para 6 #10, 3L-25, leemos: $P_u = 370$ k para $e_x = 12$ in

$\rho_t = 0.0264$ $P_u = 267$ k para $e_x = 16$ in

Interpolando para $e = 14.24$ in; $P_u = 314$ k > 300

$$\sqrt{q} = \sqrt{(0.0264)(60/5)} = 0.564$$
$$\alpha = \frac{[1 - (0.7)(0.33)(0.564)] \left(\frac{1.8 \times 24}{1.6 \times 12} \right)}{1}$$
$$\alpha = 1.94 \approx 1.93$$

Ya que la relación actual de acero es menor que la relación asumida, la selección del diseño debe ser revisada con las constantes corregidas. Note que r_x y r_y asumidas no cambian, ya que el patrón asumido es el seleccionado, 3L-25.

Los valores reales de M_{ox} y M_{oy} son permisibles en las tablas de capacidad de carga del CRSI. Entramos a la tabla con $P_u = 314$ k y leemos la capacidad con respecto a los ejes:

$$P_u = 353 \text{ k en } e_y = 6''$$

$$P_u = 269 \text{ k en } e_y = 8''$$

Interpolamos para $p_u = 314$ k, $e_y = 6.93''$ $M_{oy} = 2170$ in – kips

$$\alpha = \frac{(314 \times 14.24)}{2170} = 2.06$$
$$\alpha = \left(\frac{M_y}{M_x} \right) = \frac{2.06}{70 \times 270} = 0.535$$

Entramos a la figura 2-5 con $\alpha(M_y/M_x) = 0.535$, $P_u/f'_{cbt} = 0.21$ y $P_t = 0.0264$

$M_{ox}/M_y = 1.32$, el diseño seleccionado es correcto.

Usar: 12" x 24", 6 # 10, 3L-25.

CAPITULO 3

MODELACIÓN DEL PROGRAMA PARA EL ANÁLISIS DE COLUMNAS SOMETIDAS A FLEXIÓN BIAIXIAL Y CARGA AXIAL CON SECCIONES ARBITRARIAS.

3.1 Modelación.

Para la solución exacta de las diversas combinaciones de M_x , M_y y P_x que se pueden presentar en una columna de sección arbitraria, es necesario plantear un modelo matemático que satisfaga las condiciones de equilibrio y la compatibilidad de deformaciones.

El modelo matemático se plantea a partir de las condiciones de equilibrio que deben de ser satisfechas en una columna sometida a flexión biaxial y carga axial y que son:

$$P_x = \iint_{A_c} f_c(x, y) dx dy + \sum_{i=1}^n f_s(x_i, y_i) A_{s_i} \quad \text{ec. (a)}$$

$$M_x = \iint_{A_c} Y f_c(x, y) dx dy + \sum_{i=1}^n Y_i f_s(x_i, y_i) A_{s_i} \quad \text{ec. (b)}$$

$$M_y = \iint_{A_c} X f_c(x, y) dx dy + \sum_{i=1}^n X_i f_s(x_i, y_i) A_{s_i} \quad \text{ec. (c)}$$

En donde:

$f_c(x, y)$ es función del esfuerzo del concreto y aquí es donde se toma en cuenta la compatibilidad de deformaciones, que es la segunda condición que deberá de tomar en cuenta el modelo matemático.

A_c es función del área del concreto comprimido.

$f_s(x_i, y_i)$ es función del esfuerzo del acero, también toma en cuenta la compatibilidad de deformaciones.

Así es el área del acero i .

Este modelo asume todas las hipótesis descritas en el capítulo primero.

Aunque el bloque de esfuerzos equivalentes es parabólico, en esta modelación se considera el recomendado por el ACI, que es el bloque rectangular; obteniendo un esfuerzo medio de $0.85 f'_c$, que tiene una aproximación bastante aceptable para fines de diseño estructural.

La máxima deformación unitaria del concreto en la fibra más esfuerzo a la compresión será de 0.003 que es la recomendada por el ACI.

Las ecuaciones, entonces se reducen a:

$$P_x = 0.85 f'_c \iint_{Ac} dx dy + \sum_{i=1}^n f_s i A_s i \quad \text{ec. (d)}$$

$$M_x = 0.85 f'_c \iint_{Ac} Y dx dy + \sum_{i=1}^n Y f_s i A_s i \quad \text{ec. (e)}$$

$$M_y = 0.85 f'_c \iint_{Ac} X dx dy + \sum_{i=1}^n X f_s i A_s i \quad \text{ec. (f)}$$

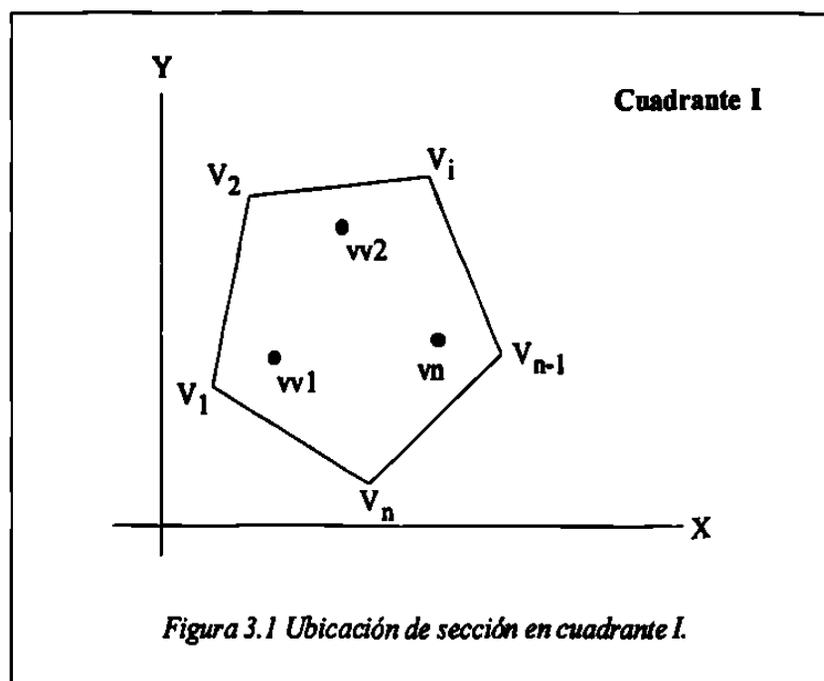
Una vez satisfechas las acciones anteriores, ya se tiene planteado el modelo matemático, por tanto las ecuaciones (d), (e) y (f) constituyen el modelo.

Ahora, se necesita implementar este modelo en un programa de cómputo que solucione rápidamente estas ecuaciones, se describe paso a paso esta

implementación. En el capítulo cuarto, se presentan los diagramas de flujo y en el capítulo quinto el programa codificado en "Quick Basic".

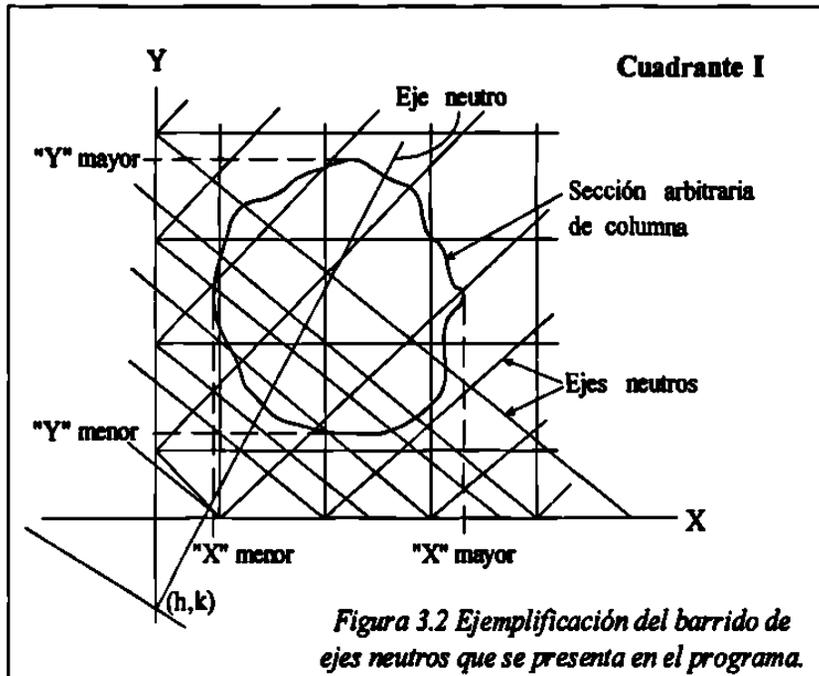
Pasos:

1. Ubicar la sección arbitraria sobre un plano de ejes coordenados (x, y) buscando que quede en el primer cuadrante. Se necesita ubicar las coordenadas de cada uno de los vértices y de cada una de las varillas o paquetes de varillas. Se forma la matriz $V_{N \times 2}$ y $NA_{N \times 2}$ donde en la primera columna son las coordenadas en "x" y la segunda columna son las coordenadas en "y", en caso de que sea una sección circular, elíptica o parabólica, se seccionará en vértices. Ver figura 3.1.



2. Obtener la máxima y mínima coordenada en "x" y "y" (X_{me} , X_{ma} , Y_{me} , Y_{ma}) de los vértices de la columna. Ver figura 3.2.

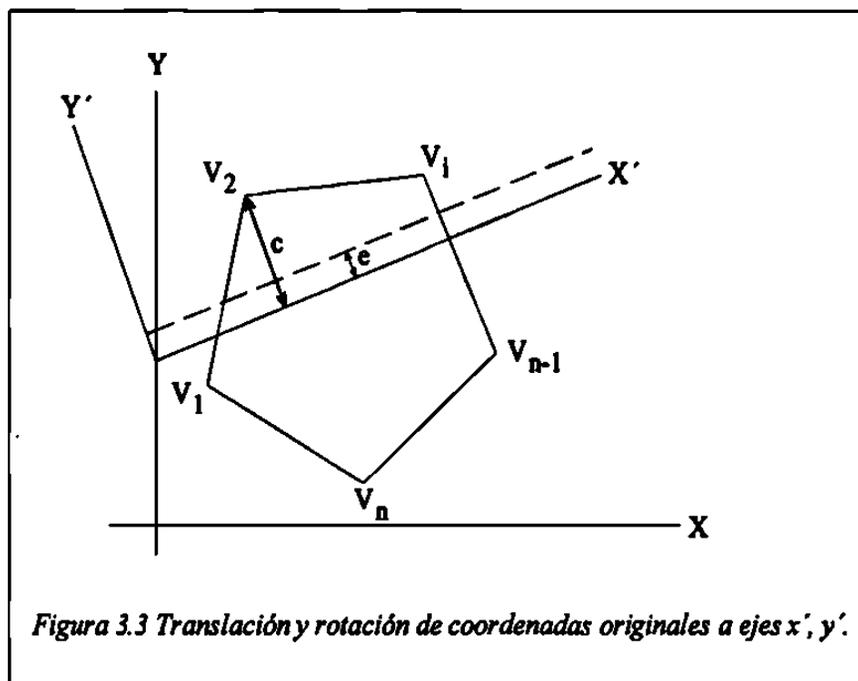
3. Se propone un eje neutro cualquiera. En el programa esto debe de constituir un barrido de múltiples propuestas de ejes neutros. Para ello, se propone que el origen del eje neutro pivotee sobre el eje "x" y variando el ángulo de 0 a 180°, para después pivotear sobre el eje "y" de -90 a 90°. El rango de estas operaciones será de X_{me} a $2X_{ma}$ y de Y_{me} a $2Y_{ma}$,



respectivamente. Cada una de estas propuestas generará un M_x , M_y y P_x únicos que constituyen puntos en los diagramas de interacción de la columna. La precisión del diagrama depende del paso que se le da a las interacciones de Δx , Δy y $\Delta \theta$. En la figura 3.2 se observan las diversas propuestas de ejes neutros.

4. Para cada uno de los ejes neutros propuestos se hace una transformación de las coordenadas de los vértices y de las varillas de la columna a través de una translación y rotación de ejes. Esta transformación se hace mediante un teorema de geometría analítica plana "si efectuamos un cambio de ejes coordenados mediante una...", se forma la matriz VV_{NX2} para las nuevas coordenadas de las vértices referidas al eje neutro y la matriz NNA , con las coordenadas de las varillas referidas al eje neutro.

5. Ahora se trabajará con la parte de la sección que está arriba del eje neutro. Se calcula la máxima distancia en "y", que es la máxima coordenada positiva, esta distancia es la distancia C a que se refiere el artículo 10.2.7.2 del Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado ACI 318-89 y es la distancia que hay desde el eje neutro hasta la fibra de deformación unitaria máxima en compresión midiéndose perpendicular al eje. Vea figura 3.3.



6. La sección superior será la zona de compresión y está limitada por los extremos de la sección transversal y una línea recta paralela al eje neutro, a una distancia $a = \beta_1 c$ a partir de la fibra de deformación unitaria máxima de compresión (Art. 10.2.7.1 ACI).
7. El factor β_1 deberá de tomarse como 0.85 para resistencias del concreto f'_c hasta 280 kg/cm^2 , y para resistencias superiores a 280 kg/cm^2 , β_1

disminuirá 0.05, en forma uniforme, por cada 70 kg/cm^2 de aumento sube 280 kg/cm^2 , sin embargo, β_1 no debe de ser menor a 0.65 (Art. 10.2.7.3 ACI).

8. Calcular la distancia e que debe de existir entre las paralelas a que se refiere la figura 3.3.

$$e = c(1-\beta_1)$$

9. Restarle a las coordenadas “y” de los vértices la distancia e , y formar la matriz $VV_{N \times 2}$ donde ahora las coordenadas de los vértices quedarán referidos a la línea paralela al eje neutro.

$$VV = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 - e \\ x_2 & y_2 - e \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n - e \end{bmatrix}$$

10. Obtener a partir de la matriz $VV_{N \times 2}$ las ecuaciones de cada lado.

La pendiente esta dada por:

$$m = \frac{y_i - y_{(i-1)}}{x_i - x_{(i-1)}}$$

La ecuación de la recta de cada lado esta dada por:

$$\begin{aligned} (x - x_i)m &= y - y_i \\ y - x_i m + (x m - y_i) &= 0 \end{aligned}$$

11. Formular la matriz $EC_{N \times 3}$ que contenga las ecuaciones de cada lado, siendo la columna 1 el valor de la variable "x", la columna 2 el valor de la variable "y" y la columna 3 la constante.

$$EC = \begin{bmatrix} x & y & cte. \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

12. Formular una matriz $R_{N \times 4}$ que contenga los rangos de operación tanto en "x" como en "y" de cada lado. Se conforma a partir de la matriz VVV.

$$R = \begin{bmatrix} \text{Rango en } x & \text{Rango en } y \\ x_1 & x_2 & y_1 & y_2 \\ x_2 & x_3 & y_2 & y_3 \\ x_i & x_{i+1} & y_i & y_{i+1} \\ x_n & x_1 & y_n & y_1 \end{bmatrix}$$

13. Formular la matriz $RR_{N \times 4}$ que contiene los rangos de operación en "x" y en "y" de los lados que queden arriba del eje neutro, en el caso que crucen la línea paralela al eje neutro se verá reflejado con un cambio de signo en el rango en "y", en ese caso, se elimina el elemento negativo y se evalúa la ecuación correspondiente con $y = 0$ y se obtiene así su correspondiente "x". En esta matriz no habrá elementos negativos.

14. Con la matriz $RR_{N \times 4}$ se forma una matriz con las coordenadas "x, y" de los vértices que conforman el área de compresión.

15. Se obtiene el área y la ubicación del centroide (x, y) con las siguientes relaciones obtenidas de geometría analítica y a partir de la matriz VVV:

$$k_i = x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i$$

$$Ac = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i$$

$$\bar{x}_{TGS} = \frac{1}{6} \sum k_i (y_i + y_{i+1})$$

$$\bar{y}_{TGS} = \frac{1}{6} \sum k_i (x_i + x_{i+1})$$

16. Se obtiene con las relaciones anteriores el área y el centroide geométrico de toda la sección, utilizar la matriz VV_{NX2} .

17. Obtener el centroide plástico de la sección que es el centroide de resistencia de la sección si se comprime todo el acero al esfuerzo de cedencia y el concreto al esfuerzo máximo ($0.85f'c$) con:

$$\bar{x} = \frac{(0.85f'c)(\text{Área de sección})(y) + \sum (Asi)(fy)y_i}{(0.85f'c)(\text{Área de sección}) + \sum (Asi)(fy)}$$

$$\bar{y} = \frac{(0.85f'c)(\text{Área de sección})(x) + \sum (Asi)(fy)x_i}{(0.85f'c)(\text{Área de sección}) + \sum (Asi)(fy)}$$

18. Se calcula la deformación del acero de refuerzo utilizando regla de tres simple:

$$\frac{C}{0.003} = \frac{y_i}{\epsilon_{si}}$$

Donde:

C = Distancia entre eje neutro y máxima fibra en compresión.

0.003 = Máxima deformación unitaria del concreto.

y_i = Coordenada y de la varilla i .

ϵ_{si} = Deformación unitaria en el acero i .

Se calcula la fuerza en cada varilla.

$$\sigma_{si} = \epsilon_i E_s$$

Si $\sigma_{si} > f_y$ usar f_y

Si $\sigma_{si} < f_y$ usar σ_{si}

$$F_{si} = \sigma_{si} A_{si}$$

Donde:

E_s = Módulo de elasticidad del acero.

A_{si} = Area de la varilla i .

F_{si} = Fuerza en varilla si .

19. Calcular M_x , M_y , P_x con:

$$P_x = 0.85 f' c A_c + \sum F_{si}$$

$$M_x = 0.85 f' c A_c (y_{TES} - \bar{y}) + \sum F_{si} (y_i - \bar{y})^*$$

$$M_y = 0.85 f' c A_c (x_{TES} - \bar{x}) + \sum F_{si} (x_i - \bar{x})$$

20. Volver a una nueva propuesta de eje neutro.

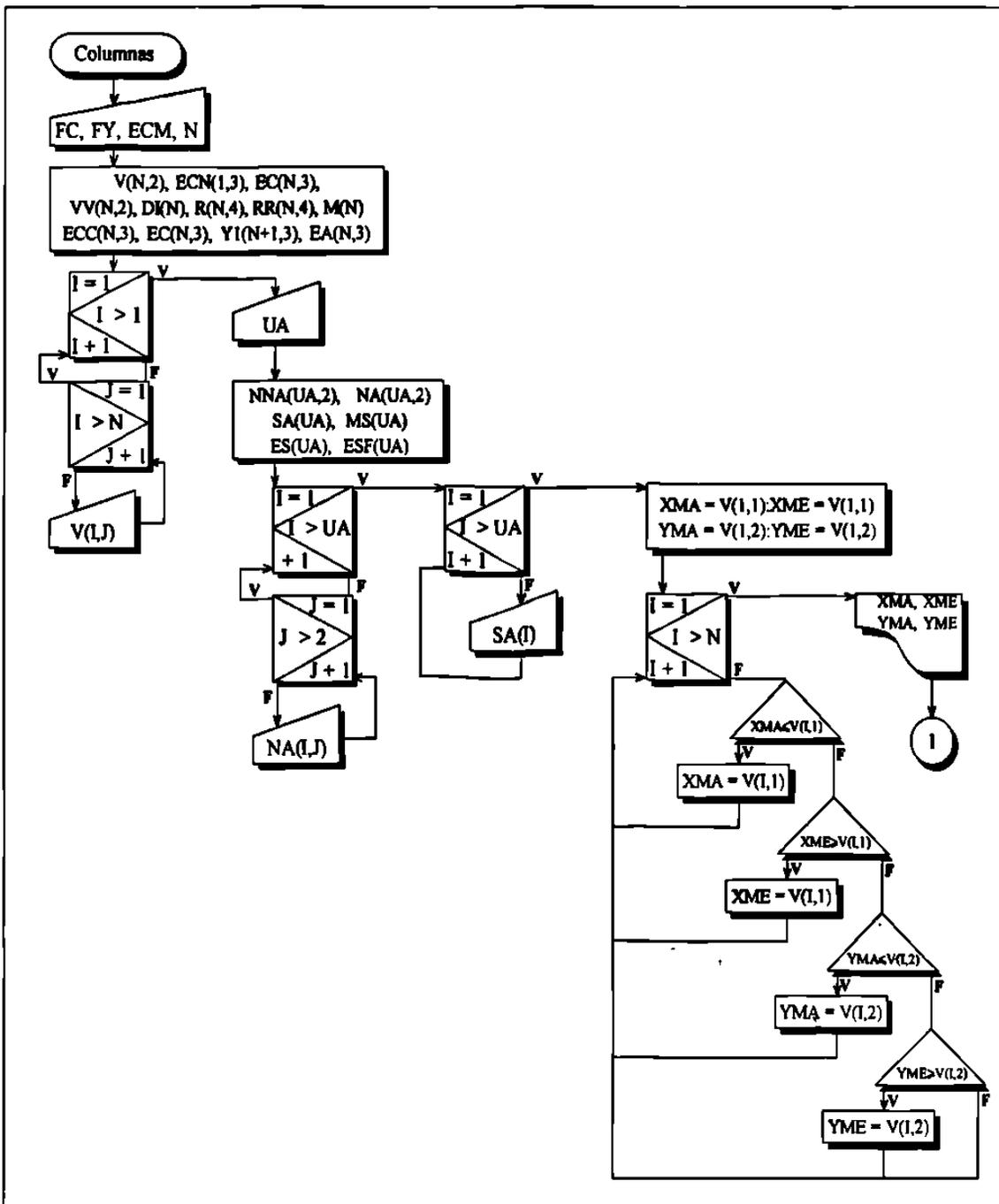
3.2 Bibliografía.

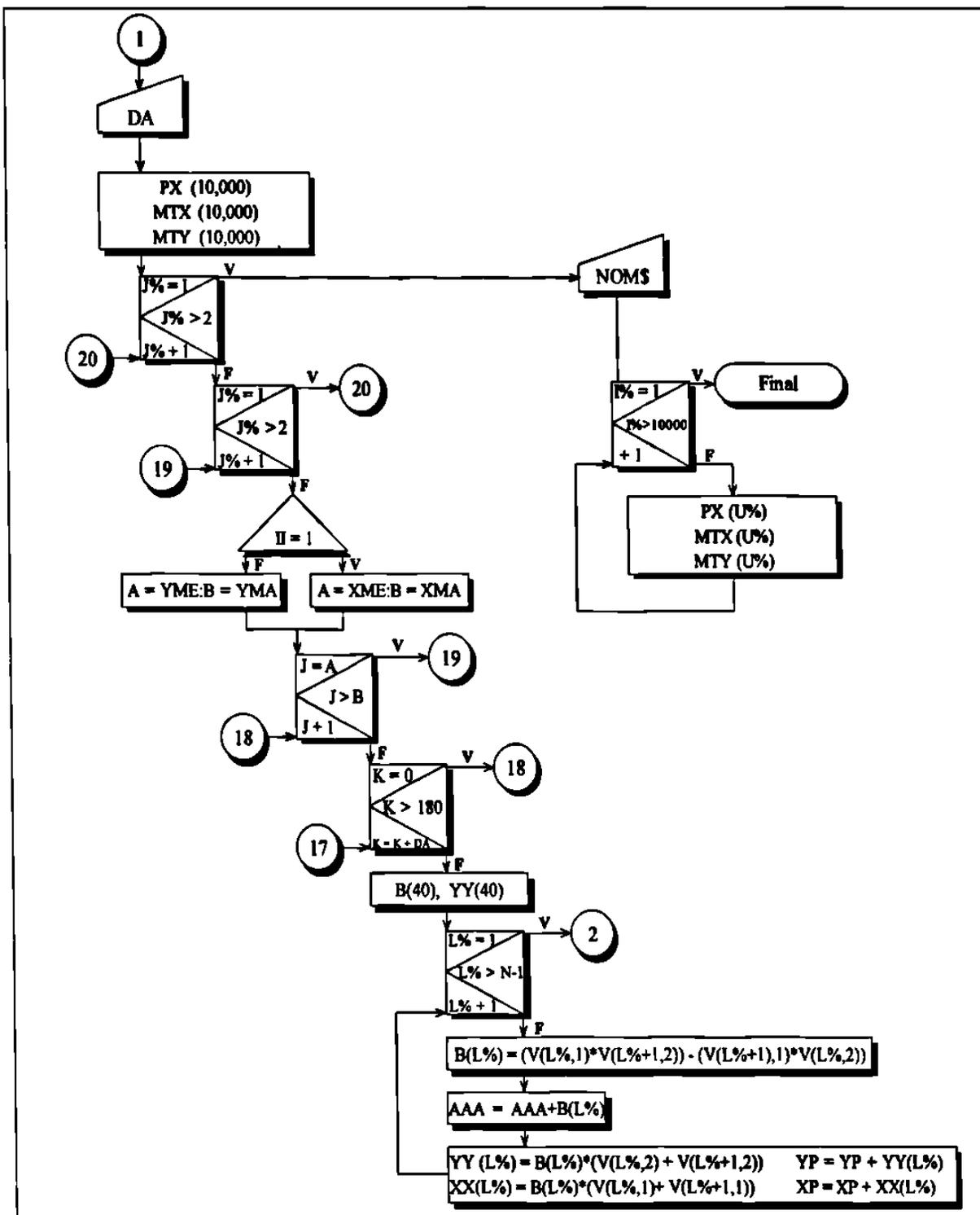
- 1.- Geometría Analítica, Editorial Noriega Limusa.
Charles H. Lehmann, página 145, Capítulo V.
- 2.- Bis. Página 87, Capítulo III.
- 3.- Reglamento de las construcciones de concreto reforzado (ACI 318-89) y comentarios (ACI 318R-89) IMCYC. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C.

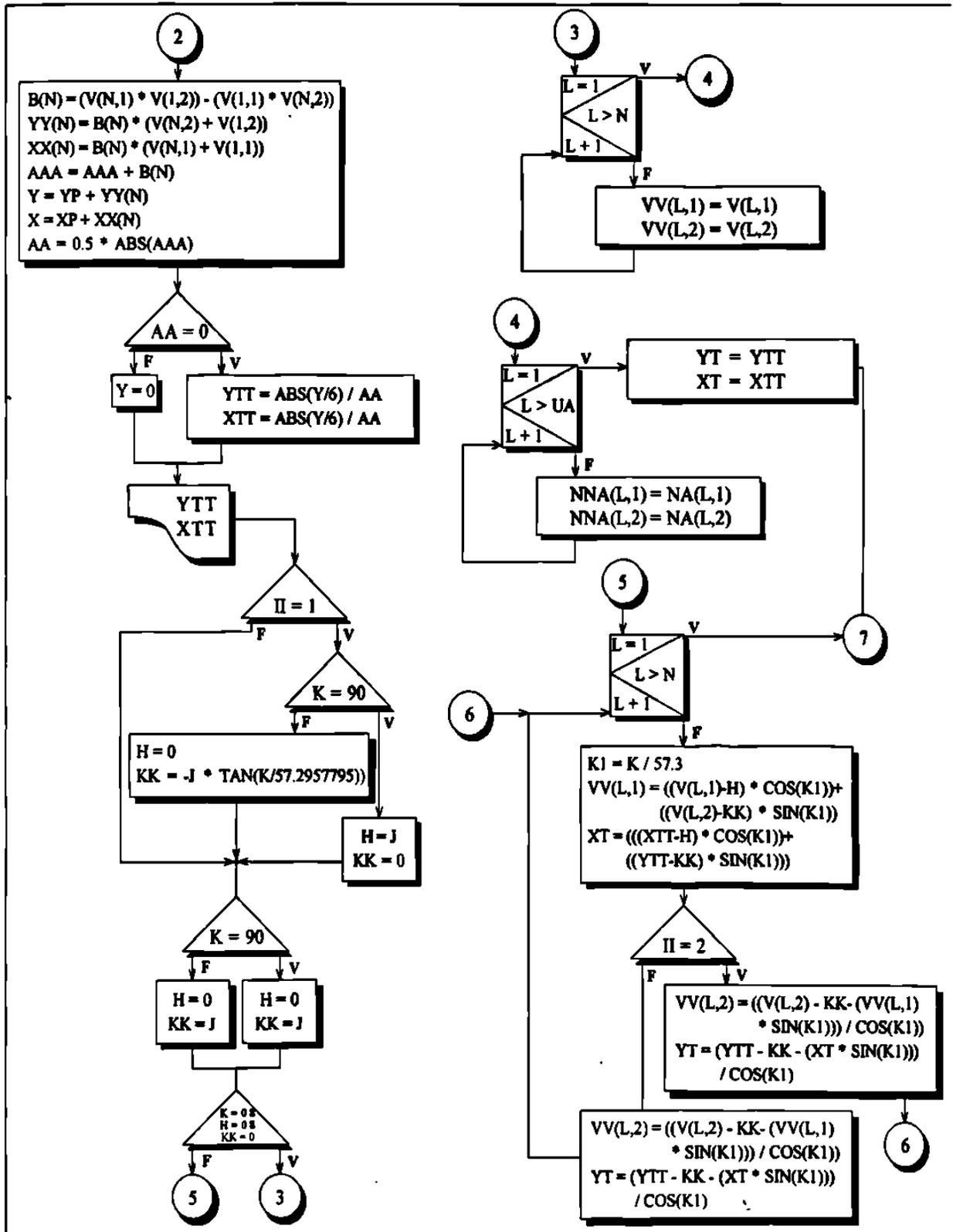
CAPITULO 4

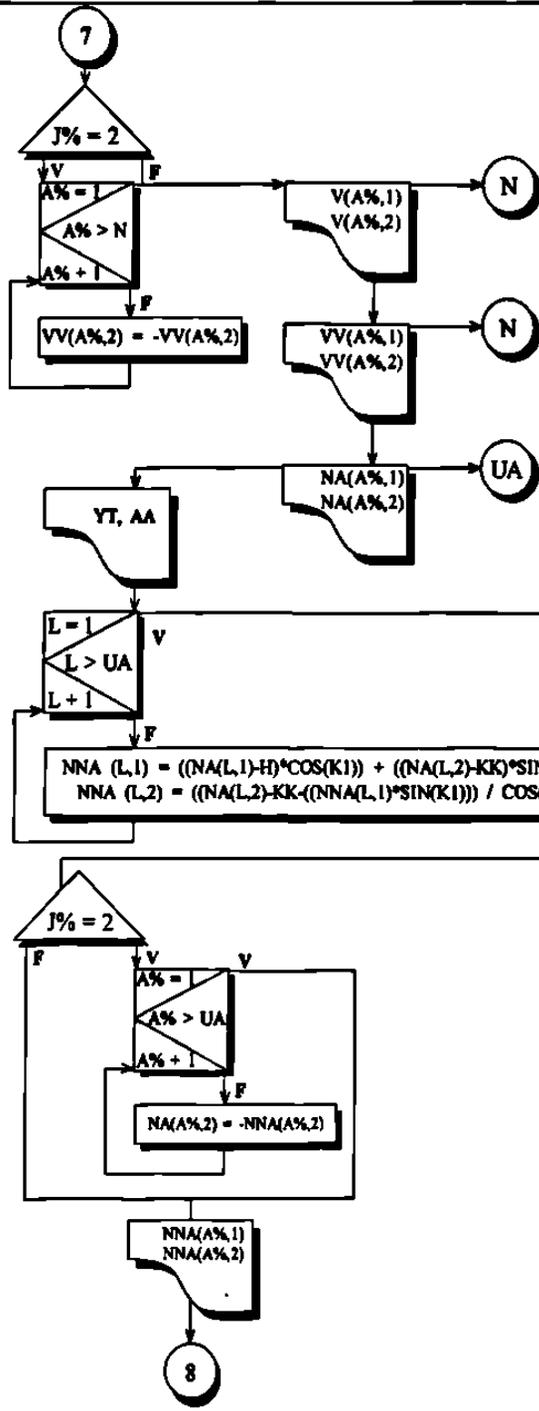
4.1 Diagrama de flujo.

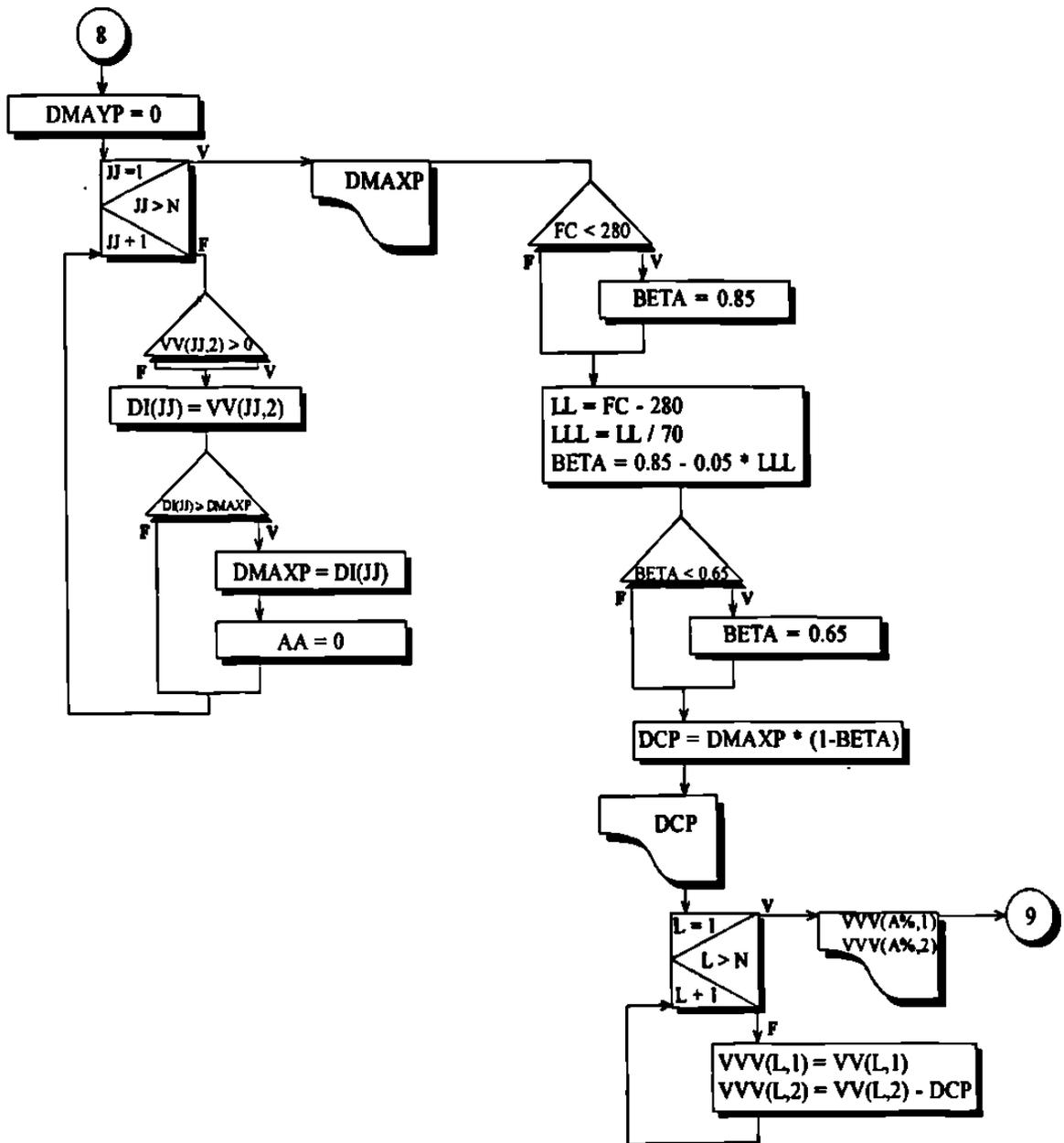
En este capítulo se presenta el diagrama de flujo del programa para la solución de columnas sometidas a flexión biaxial y carga axial con secciones arbitrarias, siguiendo la lógica presentada en el tercer capítulo.

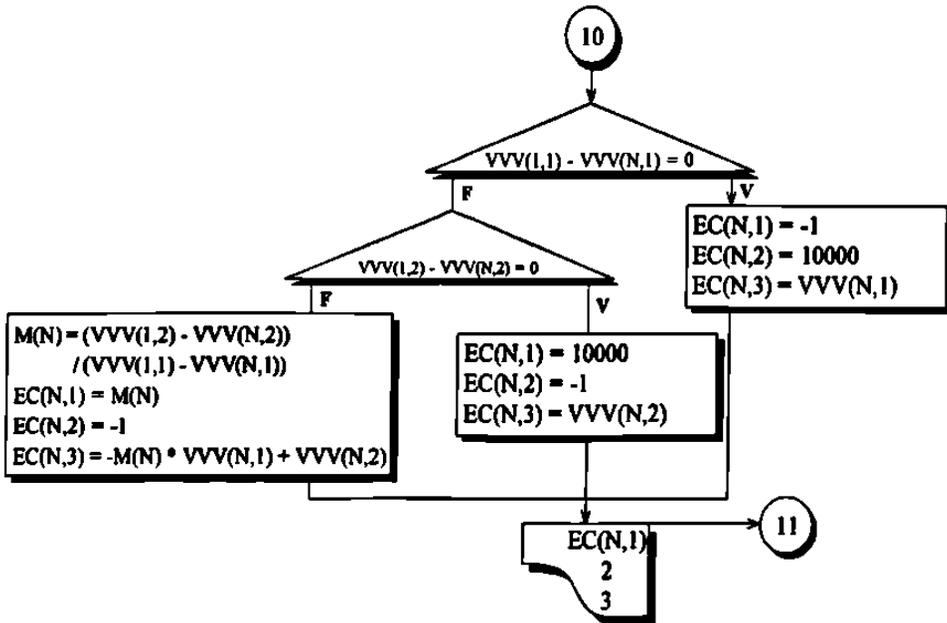
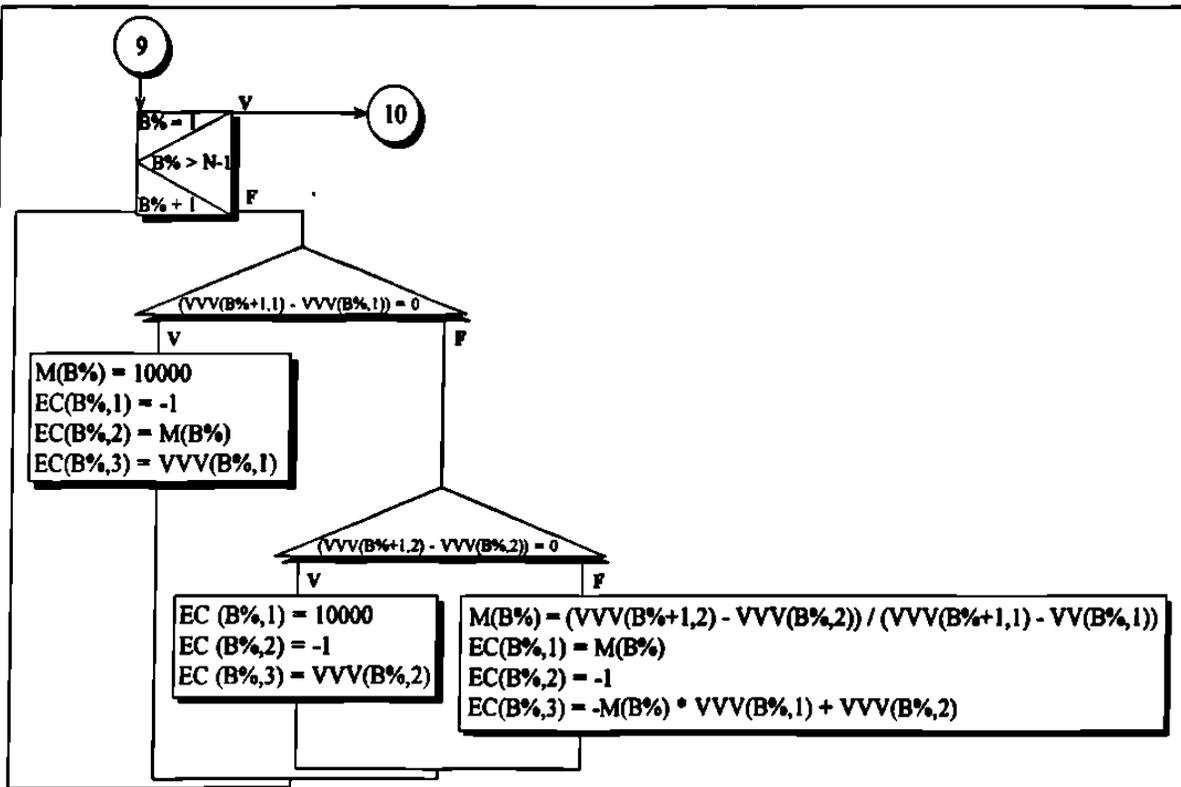


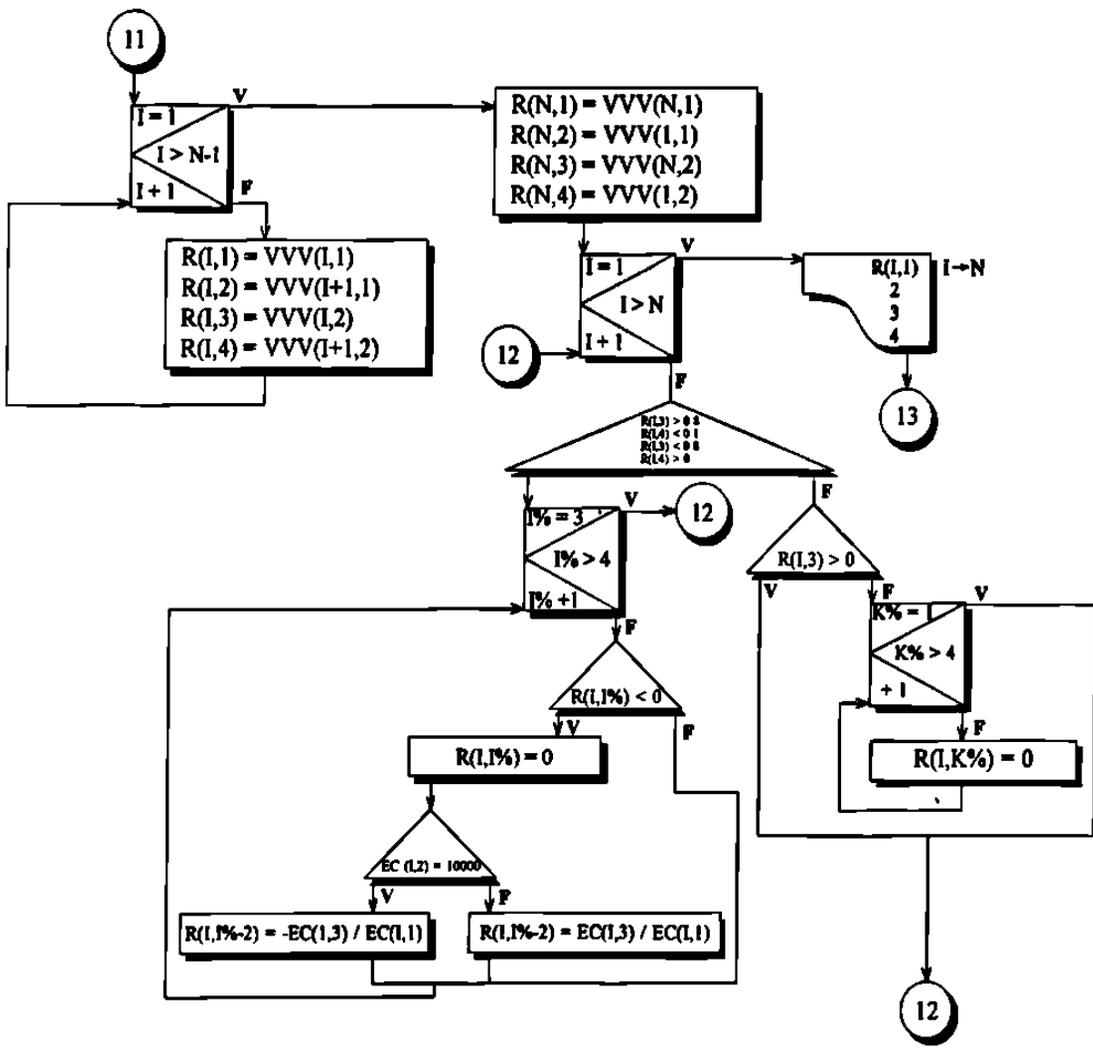


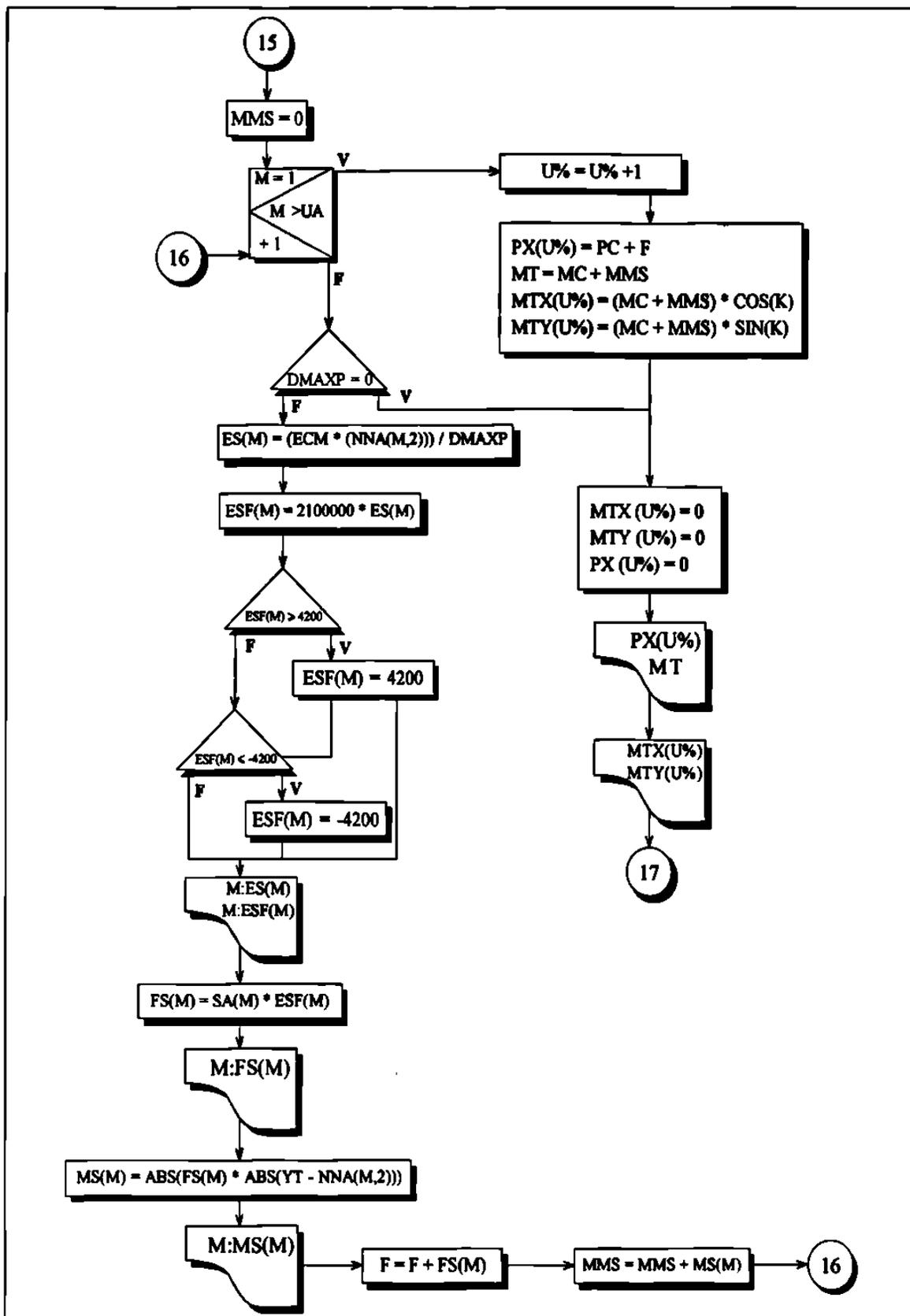


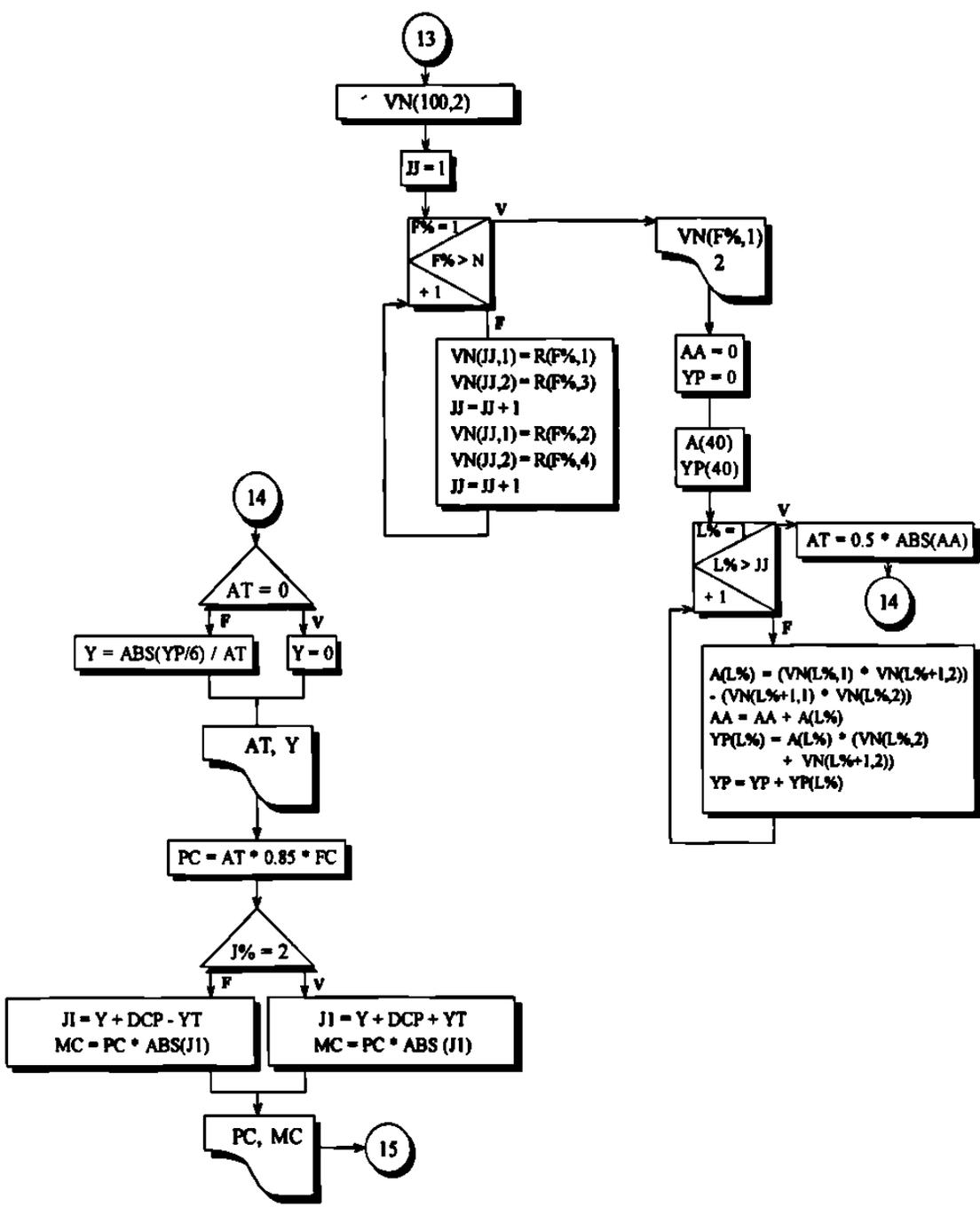












CAPITULO 5

5.1 Listado de programa.

ANALISIS DE COLUMNAS SOMETIDAS A FLEXION BIAxIAL

CLS

```
PRINT "ANALISIS DE COLUMNAS DE SECCION ARBITRARIA SOMETIDAS A FLEXION"  
PRINT "Y CARGA BIAxIAL"  
PRINT "INICIA LECTURA DE DATOS"  
INPUT "RESISTENCIA DEL CONCRETO F'C?"; FC  
INPUT "RESISTENCIA DEL ACERO FY?"; FY  
INPUT "DEFORMACION MAXIMA DEL CONCRETO?"; ECM  
INPUT "NUMERO DE VERTICES DE LA COLUMNA?"; N  
PRINT "FAVOR DE DAR LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES A  
FAVOR PRINT " DE LAS MANECILLAS DEL RELOJ "  
DIM V(N, 2)  
DIM ECN(1, 3)  
REDIM VV(N, 2)  
REDIM DI(N)  
REDIM R(N, 4)  
REDIM RR(N, 4):  
REDIM M(N)  
DIM EC(N, 3)  
REDIM ECC(N, 3)  
REDIM EC(N, 3)  
REDIM Y1(N + 1, 3)  
REDIM EA(N, 3)  
  FOR I = 1 TO N  
    FOR J = 1 TO 2  
      PRINT "V(", I, ", ", J, ")=",  
      INPUT V(I, J)  
      READ V(I, J)  
    NEXT J  
  NEXT I  
NEXT I
```

AQUI EL PROGRAMA LEE EL NUMERO DE UBICACIONES DEL ACERO DE REF. Y
COORD.

INPUT "NUMERO DE UBICACIONES DEL ACERO DE REFUERZO"; UA

REDIM NNA(UA, 2)

REDIM NA(UA, 2)

REDIM SA(UA)

REDIM MS(UA)

DIM ES(UA)

DIM ESF(UA)

FOR I = 1 TO UA

FOR J = 1 TO 2

PRINT "NA(", I, ", ", J, ")="

INPUT NA(I, J)

READ NA(I, J)

NEXT J

NEXT I

FOR I = 1 TO UA

PRINT "UBICACION", I, "AS=";

INPUT SA(I)

READ SA(I)

NEXT I

PRINT "MATRIZ [SA]"

FOR I = 1 TO UA

PRINT SA(I)

NEXT I

REM ESTE BLOQUE A OBTIENE XMA, XME, YMA, YME.

10 XMA = V(1, 1): XME = V(1, 1): YMA = V(1, 2): YME = V(1, 2)

FOR I = 1 TO N

IF XMA <= V(I, 1) THEN

XMA = V(I, 1)

ELSE

END IF

IF XME >= V(I, 1) THEN

XME = V(I, 1)

ELSE

END IF

IF YMA <= V(I, 2) THEN

YMA = V(I, 2)

ELSE

END IF

IF YME >= V(I, 2) THEN

```

        YME = V(I, 2)
    ELSE
    END IF
NEXT I
PRINT "XMA="; XMA
PRINT "XME="; XME
PRINT "YMA="; YMA
PRINT "YME="; YME
REM AQUI ACABA EL BLOQUE A
REM PROPONE EJE NEUTRO, SU ECUACION...
REM SE TOMARA EL EJE X Y Y COMO PIVOTEADORES Y LA PENDIENTE VARIA
REM DESDE REM M=0 CON INCREMENTOS DE ANGULO DE DELTA DA HASTA 180 GRADOS.
    INPUT "DA ="; DA
    DIM PX(10000)
    DIM MTX(10000)
    DIM MTY(10000)
    FOR O% = 1 TO 10000
        PX(O%) = 0
        MTX(O%) = 0
        MTY(O%) = 0
    NEXT O%
    FOR II = 1 TO 2
        IF II = 1 THEN
            A = XME: B = 2 * XMA
            KA = 0
            KB = 180
        ELSE
            A = YME: B = 2 * YMA
            KA = -90
            KB = 90
        END IF
        FOR J = A TO B STEP 2
            FOR K = KA TO KB STEP DA
                FOR J% = 1 TO 2: . . . REM:ESTE CICLO ES PARA CALCULAR LOS MOM DEL AREA
                DE ABAJO.

                CLS
                LOCATE 1, 1: PRINT "j%="; J%; "ii="; ii; "j="; J

                LOCATE 2, 1: PRINT "k=", K, "u%=", U%, PX(U%)
            
```

REM SE CAMBIAN LAS COORDENADAS A EL NUEVO EJE NEUTRO DE MATRIZ V Y
 NA. REM TAMBIEN LAS DEL CENTRIODE GEOMETRICO.
 REM CALCULA EL AREA DE LA SECCION Y SU X Y Y CON RESPECTO A LOS EJES
 ORIG.

```

    DIM B(40)
    DIM YY(40)
    AREAT = 0
    AAA = 0
    FOR I% = 1 TO N
      B(I%) = 0
    NEXT I%
  FOR L% = 1 TO N - 1
    B(L%) = (V(L%, 1) * V(L% + 1, 2)) - (V(L% + 1, 1) * V(L%, 2))
    AAA = AAA + B(L%)
    YY(L%) = B(L%) * (V(L%, 2) + V(L% + 1, 2))
    YP = YP + YY(L%)
    XX(L%) = B(L%) * (V(L%, 1) + V(L% + 1, 1))
    XP = XP + XX(L%)
  NEXT L%
  B(N) = (V(N, 1) * V(1, 2)) - (V(1, 1) * V(N, 2))
  YY(N) = B(N) * (V(N, 2) + V(1, 2))
  XX(N) = B(N) * (V(N, 1) + V(1, 1))
  AAA = AAA + B(N)
  Y = YP + YY(N)
  X = XP + XX(N)
  REM este es la x y y con respecto a los ejes originales
  AREAT = .5 * ABS(AAA)
  IF AREAT = 0 THEN
    Y = 0
    X = 0
  ELSE
    YTT = ABS(Y / 6) / AREAT
    XTT = ABS(X / 6) / AREAT
    PRINT YTT
    PRINT XTT
  IF II = 1 THEN
    IF K = 90 THEN
      H = J: KK = 0
    ELSE
      H = 0
      KK = -J * TAN(K / 57.29577951#)

```

```

END IF: 'TERMINA IF K=90
ELSE
  IF K = 90 THEN
    H = 0: KK = J
  ELSE
    H = 0
    KK = J
  END IF: 'TERMINA IF K=90 2
END IF: 'TERMINA IF II=1
IF K = 0 AND H = 0 AND KK = 0 THEN
  FOR L = 1 TO N
    VV(L, 1) = V(L, 1)
    VV(L, 2) = V(L, 2)
  NEXT L
  FOR L = 1 TO UA
    NNA(L, 1) = NA(L, 1)
    NNA(L, 2) = NA(L, 2)
  NEXT L
  YT = YTT
  XT = XTT
  ELSE
FOR L = 1 TO N
  K1 = K / 57.3
  VV(L, 1) = ((V(L, 1) - H) * COS(K1)) + ((V(L, 2) - KK) * SIN(K1))
  XT = (((XTT - H) * COS(K1)) + ((YTT - KK) * SIN(K1)))
  IF ii = 2 THEN
    VV(L, 2) = ((V(L, 2) - KK - (VV(L, 1) * SIN(K1))) / COS(K1))
    YT = (YTT - KK - (XT * SIN(K1))) / COS(K1)
  ELSE
    VV(L, 2) = ((V(L, 2) - KK - (VV(L, 1) * SIN(K1))) / COS(K1))
    YT = (YTT - KK - (XT * SIN(K1))) / COS(K1)
  END IF
NEXT L
  END IF
  IF J% = 2 THEN
    REM CUANDO J%=2 CAMBIA TODAS LAS VV(A%,2) POR -VV(A%,2)
    FOR A% = 1 TO N
      VV(A%, 2) = -VV(A%, 2)
    NEXT A%
    YT = -YT
  ELSE

```

```

END IF
PRINT "MATRIZ [V]"
FOR A% = 1 TO N
  PRINT V(A%, 1), V(A%, 2)
NEXT A%
  PRINT "MATRIZ [VV]"
FOR A% = 1 TO N
  PRINT VV(A%, 1), VV(A%, 2)
NEXT A%
  PRINT "MATRIZ [NA]"
FOR A% = 1 TO UA
  PRINT NA(A%, 1), NA(A%, 2)
NEXT A%
' PRINT "EL CENTROIDE GEOMETRICO ESTA A ", YT, "CMS DEL EJE NEUTRO"
' PRINT "EL AREA DE LA SECCION ES DE ", AREAT, "CM2"

FOR L = 1 TO UA
  NNA(L, 1) = ((NA(L, 1) - H) * COS(K1)) + ((NA(L, 2) - KK) *
SIN(K1))
  NNA(L, 2) = (NA(L, 2) - KK - (NNA(L, 1) * SIN(K1))) / COS(K1)
NEXT L
IF J% = 2 THEN
FOR A% = 1 TO UA
  NNA(A%, 2) = -NNA(A%, 2)
NEXT A%
ELSE
END IF
PRINT "LA MATRIZ [NNA]"
FOR A% = 1 TO UA
  PRINT NNA(A%, 1), NNA(A%, 2)
NEXT A%
END IF
'CALCULA EL CENTROIDE PLASTICO CON RESPECTO A EL EJE NEUTRO.
SUMY = 0
SUMX = 0
SUY = 0
XTES = 0
YTES = 0
FOR I% = 1 TO UA
  SUMX = SUMX + (FY * SA(I%) * NNA(I%, 2))
  SUMY = SUMY + (FY * SA(I%) * NNA(I%, 1))

```

```

      SUY = SUY + (FY * SA(I%))
NEXT I%
      XTES = ((.85 * AREAT * FC * XT) + SUMY) / ((.85 * AREAT * FC) +
SUY)
      YTES = ((.85 * AREAT * FC * YT) + SUMX) / ((.85 * AREAT * FC) +
SUY)
'ESTOS SON LOS VALORES DE X y Y CON RESPECTO AL EJE NEUTRO
'PRINT "AREAT", AREAT
'PRINT "XTES", XTES
'PRINT "YTES", YTES
REM CUBIERTO TODO EL RASTREO EN X VERIFICAR Y
REM CALCULA LA MAXIMA DISTANCIA PERPENDICULAR ENTRE VERTICES Y EC EJE
NEUTRO
REM ARRIBA Y ABAJO.
DCP = 0
DMAXP = 0
FOR JJ = 1 TO N
  IF VV(JJ, 2) >= 0 THEN
    GOTO 100
  ELSE
    END IF
100 DI(JJ) = VV(JJ, 2)
  IF DI(JJ) >= DMAXP THEN
    DMAXP = DI(JJ)
    AA = 0: GOTO finjj
  ELSE
    END IF
finjj:
  NEXT JJ
  PRINT "DMAXP="; DMAXP
REM EL PROGRAMA TOMA DMAXP Y LO MULTIPLICA POR BETA.ACI 10.2.7.3

  IF FC < 280 THEN
    BETA = .85: GOTO 120
  ELSE
    END IF

  LL = FC - 280
  LLL = LL / 70
  BETA = .85 - .05 * LLL

```

```

        IF BETA < .65 THEN
            BETA = .65
        ELSE
            END IF
120    DCP = DMAXP * (1 - BETA)
' PRINT "DCP="; DCP
REM AHORA MODIFICA LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES BAJANDOLOS DCP.
FOR L = 1 TO N
    VVV(L, 1) = VV(L, 1)
    VVV(L, 2) = VV(L, 2) - DCP
NEXT L
REM CALCULA MATRIZ DE ECUACIONES DE VERTICES Y SUS RANGOS.
REM ESTE BLOQUE CALCULA LA MATRIZ DE ECUACIONES DE LOS LADOS "EC"
FOR B% = 1 TO N - 1
    IF (VVV(B% + 1, 1) - VVV(B%, 1)) = 0 THEN
        M(B%) = 10000
        EC(B%, 1) = -1
        EC(B%, 2) = M(B%)
        EC(B%, 3) = VVV(B%, 1)
        REM LA RECTA ES HORIZONTAL

    ELSE

        IF (VVV(B% + 1, 2) - VVV(B%, 2)) = 0 THEN
            EC(B%, 1) = 10000
            EC(B%, 2) = -1
            EC(B%, 3) = VVV(B%, 2)
            REM ES LA RECTA VERTICAL

        ELSE
            M(B%) = (VVV(B% + 1, 2) - VVV(B%, 2)) / (VVV(B% + 1, 1) -
VV(B%, 1))
            EC(B%, 1) = M(B%)
            EC(B%, 2) = -1
            EC(B%, 3) = -M(B%) * VVV(B%, 1) + VVV(B%, 2)
        END IF
    END IF
NEXT B%
IF VVV(1, 1) - VVV(N, 1) = 0 THEN
    EC(N, 1) = -1
    EC(N, 2) = 10000
    EC(N, 3) = VVV(N, 1)

```

```

ELSE
  IF (VVV(1, 2) - VVV(N, 2)) = 0 THEN
    EC(N, 1) = 10000
    EC(N, 2) = -1
    EC(N, 3) = VVV(N, 2)
  ELSE
    M(N) = (VVV(1, 2) - VVV(N, 2)) / (VVV(1, 1) - VVV(N, 1))
    EC(N, 1) = M(N)
    EC(N, 2) = -1
    EC(N, 3) = -M(N) * VVV(N, 1) + VVV(N, 2)
  END IF
END IF

```

REM ESTE BLOQUE CALCULA LOS RANGOS DE OPERACION DE CADA LADO DE LA COL.
DE ACUERDO A LA MODIF.

REM HECHA PARA EL EJE NEUTRO EN PROCESO.

```

FOR I = 1 TO N - 1
  R(I, 1) = VVV(I, 1)
  R(I, 2) = VVV(I + 1, 1)
  R(I, 3) = VVV(I, 2)
  R(I, 4) = VVV(I + 1, 2)
NEXT I
R(N, 1) = VVV(N, 1)
R(N, 2) = VVV(1, 1)
R(N, 3) = VVV(N, 2)
R(N, 4) = VVV(1, 2)
FOR I = 1 TO N
  IF R(I, 3) > 0 AND R(I, 4) < 0 OR R(I, 3) < 0 AND R(I, 4) >
0 THEN
    FOR I% = 3 TO 4
      IF R(I, I%) < 0 THEN
        R(I, I%) = 0
        IF EC(I, 2) = 10000 THEN
          R(I, I% - 2) = -EC(I, 3) / EC(I, 1)
        ELSE
          R(I, I% - 2) = -EC(I, 3) / EC(I, 1)
        END IF
      ELSE
        END IF
    NEXT I%
  ELSE
    END IF
  NEXT I%
ELSE
  ELSE

```

```

        IF R(I, 3) > 0 THEN
        ELSE
        FOR K% = 1 TO 4
        R(I, K%) = 0
        NEXT K%
    END IF
END IF
NEXT I
REM HACE MATRIZ ECC QUE CONTIENE LAS ECUACIONES DE LOS LADOS QUE ESTAN
ARRIBA
REM DE EL EJE NEUTRO MOD. EN BETA. LAS ECUACIONES DE ABAJO QUEDARON CON
UN VALOR
REM DE 10000, LO MISMO CON LA MATRIZ DE RANGOS.
DIM VN(100, 2)
JJ = 1
    FOR F% = 1 TO N
        VN(JJ, 1) = R(F%, 1)
        VN(JJ, 2) = R(F%, 3)
        JJ = JJ + 1
        VN(JJ, 1) = R(F%, 2)
        VN(JJ, 2) = R(F%, 4)
        JJ = JJ + 1
    NEXT F%
'CALCULA AREAS
PC = 0
    XP = 0
    AA = 0
    YP = 0
    DIM A(40)
    DIM YP(40)
    DIM XP(40)
    FOR L% = 1 TO 40
        A(L%) = 0
        YP(L%) = 0
        XP(L%) = 0
    NEXT L%
    X = 0
    Y = 0
    XCC = 0
    YCC = 0
    FOR L% = 1 TO JJ

```

```

A(L%) = (VN(L%, 1) * VN(L% + 1, 2)) - (VN(L% + 1, 1) * VN(L%, 2))
AA = AA + A(L%)
YP(L%) = A(L%) * (VN(L%, 2) + VN(L% + 1, 2))
XP(L%) = A(L%) * (VN(L%, 1) + VN(L% + 1, 1))
YP = YP + YP(L%)
XP = XP + XP(L%)
NEXT L%
AF = .5 * AA
AT = ABS(AF)
IF AT = 0 THEN
Y = 0
X = 0
ELSE
Y = (YP / 6) / AF
X = (XP / 6) / AF
XCC = X
YCC = DCP + Y
END IF
'ESTOS CENTROIDES DEL AREA EN COMPRESION SON CON RESPECTO A LA
PARALELA AL EJE NEUTRO.
' "EL AREA EN COMPRESION DEL CONCRETO ES DE ", AT, "CM2"
'PRINT "EL CENTRIODE DEL AREA EN COMPRESION ES DE ", YCC, "CM"
'PRINT "XCC", XCC
IF AT > AREAT + 5 THEN
ELSE
END IF
PC = AT * .85 * FC
' PRINT "PC=", PC
REM ES DEFORMACION DEL ACERO *M*
MMS = 0
FOR I% = 1 TO UA
ES(I%) = 0
ESF(I%) = 0
FS(I%) = 0
MUX(I%) = 0
MUY(I%) = 0
NEXT I%
MX = 0
MY = 0
PE = 0
SMUX = 0

```

```

SMUY = 0
F = 0
FOR M = 1 TO UA
  IF DMAXP = 0 THEN
    GOTO 555
  ELSE
    ES(M) = (ECM * (NNA(M, 2))) / DMAXP: REM el momento debe deser
con
    REM: respecto a el centroide.
  END IF
  ESF(M) = 2100000 * ES(M)
  IF ESF(M) >= 4200 THEN
    ESF(M) = 4200
  ELSE
    IF ESF(M) <= -4200 THEN
      ESF(M) = -4200
    ELSE
      END IF
    END IF
  IF J% = 2 THEN
    SS = -1
  ELSE
    SS = 1
  END IF
  FS(M) = SA(M) * ESF(M)
  MUX(M) = FS(M) * SS * (NNA(M, 2) - YTES)
  MUY(M) = FS(M) * (NNA(M, 1) - XTES)
  F = F + FS(M)
  REM MS(M) ES EL MOMENTO APORTADO POR LA VARILLA M
  SMUX = SMUX + MUX(M)
  SMUY = SMUY + MUY(M)
NEXT M
FOR M = 1 TO UA
  PRINT "LA DEFORMACION DE LA VARILLA", M, "ES DE ", ES(M)
  PRINT "EL ESFUERZO DE LA VARILLA", M, "ES DE", ESF(M)
  PRINT "LA FUERZA DE LA VARILLA", M, "ES DE", FS(M)
  PRINT "EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(", M, ") = ", MUX(M)
  PRINT "EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(", M, ") = ", MUY(M)
NEXT M
' PRINT "SMUX=", SMUX
' PRINT "SMUY=", SMUY

```

```

MX = 0
MY = 0
MXP = PC * SS * (YCC - YTES)
MX = MXP + SMUX
MYP = PC * (XCC - XTES)
MY = MYP + SMUY
PE = PC + F
IF PE <= 0 THEN
GOTO 555
ELSE
END IF
U% = U% + 1
PX(U%) = PE

' PRINT "MXP=", MXP
' PRINT "MYP=", MYP
' PRINT "MX", MX
' PRINT "MY", MY
MTX(U%) = -(-MX * COS(K / 57.3) + MY * COS((K / 57.3) + 1.57))
MTY(U%) = -MX * SIN(K / 57.3) + MY * SIN((K / 57.3) + 1.57)
GOTO 556
556 : PRINT PX(U%)
PRINT "MOMENTO FINAL", MT
PRINT "EL MOMENTO MX ES ", MTX(U%)
PRINT "EL MOMENTO MY ES ", MTY(U%)
555 :
NEXT J%
NEXT K
NEXT J
NEXT II
FOR U% = 1 TO 10000
PRINT #1, U%, PX(U%), MTX(U%), MTY(U%)
NEXT U%
CLOSE
END

```

CAPITULO 6

Ejemplos de Columnas con Secciones Arbitrarias Resueltas Analíticamente con Calculadora.

En este capítulo se presentan seis ejemplos de columnas con secciones arbitrarias que se resuelvan siguiendo la teoría de compatibilidad de deformaciones y satisfaciendo las ecuaciones de equilibrio.

Se propusieron tres secciones arbitrarias, como casos críticos para después verificar los resultados del programa que se está ejecutando en esta tesis y, en esta forma, validar los resultados de éste. Los pasos para resolver estos casos fueron los que se describen en el capítulo 3 (Modelación del programa) con el fin de corroborar paso a paso la ejecución correcta de la rutina de cálculo que sigue la programación del modelo matemático que se utilizó en el programa.

En cada uno de los ejemplos se calculó un ciclo específico para un eje neutro. En cada ciclo se especifica la sección de la columna, los datos del eje neutro propuesto y las propiedades de los materiales que comparan la columna, tales como la resistencia del concreto, del acero y la deformación máxima del concreto.

CAPITULO 6

Ejemplos de Columnas con Secciones Arbitrarias Resueltas Analíticamente con Calculadora.

En este capítulo se presentan seis ejemplos de columnas con secciones arbitrarias que se resuelvan siguiendo la teoría de compatibilidad de deformaciones y satisfaciendo las ecuaciones de equilibrio.

Se propusieron tres secciones arbitrarias, como casos críticos para después verificar los resultados del programa que se está ejecutando en esta tesis y, en esta forma, validar los resultados de éste. Los pasos para resolver estos casos fueron los que se describen en el capítulo 3 (Modelación del programa) con el fin de corroborar paso a paso la ejecución correcta de la rutina de cálculo que sigue la programación del modelo matemático que se utilizó en el programa.

En cada uno de los ejemplos se calculó un ciclo específico para un eje neutro. En cada ciclo se especifica la sección de la columna, los datos del eje neutro propuesto y las propiedades de los materiales que comparan la columna, tales como la resistencia del concreto, del acero y la deformación máxima del concreto.

6.1 CICLO I

Se propone un ciclo para la sección mostrada en la figura 6.1 suponiendo un eje neutro con origen en $X=10$ y un ángulo de 20° con respecto a la horizontal.

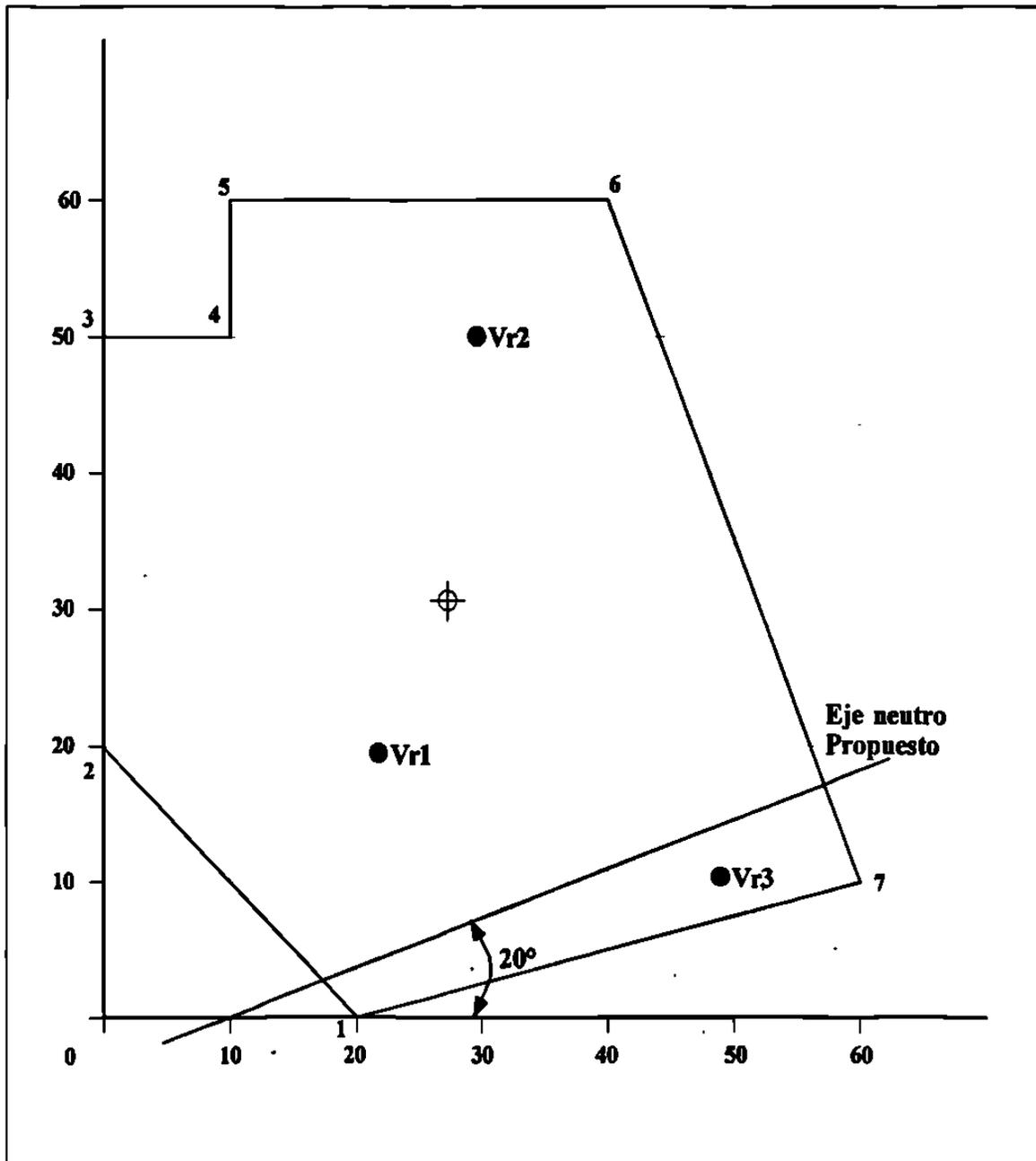


Fig. 6.1 Geometría de columna y ubicación del acero de refuerzo. Coordenadas en cm.

Cálculo de un ciclo para obtener M_x , M_y y P_x .

Datos:

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

CM= 0.003 (deformación máxima del concreto)

N=7 (Número de vértices de la columna)

UA=3 (Número de concentraciones de acero)

1.- Formulación de Matriz $[V]$ $n \times 2$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V] = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 50 \\ 10 & 50 \\ 10 & 60 \\ 40 & 60 \\ 60 & 10 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de Matriz $[NA]_{UA \times 2}$ y $[SA]_{UA}$

La matriz NA se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo y el vector SA con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA] = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 30 & 50 \\ 50 & 10 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm

$$[SA] = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm^2

3.- Obtención de la máxima coordenada en X y Y de los vértices.

$$\begin{array}{ll} X_{ME} = 0 \text{ cm} & Y_{ME} = 0 \text{ cm} \\ X_{MA} = 60 \text{ cm} & Y_{MA} = 60 \text{ cm} \end{array}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje Y.

Para éste cálculo, se propone un eje neutro con origen en $X=10$, $Y=0$ y una inclinación de 20° con respecto a la horizontal.

$$m = \operatorname{tg} 0^\circ \qquad m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m = \operatorname{tg} 20^\circ$$

Evaluando (2) con $x_1 = 10$ y $y_1 = 0$ tenemos

$$0.36397 (x-10) = y-0$$

$0.36397 x - 3.6397 = y$ (3) ecuación de la recta propuesta como eje neutro

evaluando (3) cuando $x=0$

$$Y = -3.6397 \text{ cm}$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones de acero.
Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $x = 0$ y $y = -3.6397$) y una rotación ($+20^\circ$)

La transformación se logra mediante:

$$\begin{array}{l} x = x'' \operatorname{Cos} \theta - y'' \operatorname{Sen} \theta + h \\ y = x'' \operatorname{Sen} \theta + y'' \operatorname{Cos} \theta + k \end{array}$$

Donde:

θ = ángulo de rotación

x, y = coordenadas del sistema original

x'', y'' = coordenadas del sistema final

h, k = coordenadas del nuevo origen.

Por tanto $h= 0$ y $K= -3.6397$; $\theta = 20^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 20$ cm $y = 0$ cm

$$20 = x'' \text{ Cos } 20^\circ - y'' \text{ Sen } 20^\circ +$$

$$0 = x'' \text{ Sen } 20^\circ + y'' \text{ Cos } 20^\circ + (-3.6397)$$

resolviendo por simultáneas, tenemos.

$$x'' = 20.04 \text{ cm}$$

$$y'' = -3.42 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice $x = 0$ cm $y = 20$ cm

$$0 = x'' \text{ Cos } 20^\circ - y'' \text{ Sen } 20^\circ + 0$$

$$20 = x'' \text{ Sen } 20^\circ + y'' \text{ Cos } 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 8.09 \text{ cm}$$

$$y'' = 22.41 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice $x = 0$ cm $y = 50$ cm

$$0 = x'' \text{ Cos } 20^\circ - y'' \text{ Sen } 20^\circ + 0$$

$$50 = x'' \text{ Sen } 20^\circ + y'' \text{ Cos } 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 18.35 \text{ cm}$$

$$y'' = 50.42 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice $x = 10 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$10 = x'' \cos 20^\circ - y'' \sin 20^\circ + 10$$

$$50 = x'' \sin 20^\circ + y'' \cos 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 27.74$$

$$y'' = 46.98$$

e) Para el quinto vértice $x = 10 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$10 = x'' \cos 20^\circ - y'' \sin 20^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 20^\circ + y'' \cos 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 31.16 \text{ cm}$$

$$y'' = 56.38 \text{ cm}$$

f) Para el sexto vértice $x = 40 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$40 = x'' \cos 20^\circ - y'' \sin 20^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 20^\circ + y'' \cos 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 59.35 \text{ cm}$$

$$y'' = 46.11 \text{ cm}$$

g) Para el séptimo vértice $x = 60 \text{ cm}$ $y = 10 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 20^\circ - y'' \sin 20^\circ + 0$$

$$10 = x'' \sin 20^\circ + y'' \cos 20^\circ + (-3.6397)$$

$$x'' = 61.05 \text{ cm}$$

$$y'' = -7.70 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[VV]_{MXZ}$. Coordenadas en cm.

$$[VV] = \begin{bmatrix} 20.04 & -3.42 \\ 8.09 & 22.41 \\ 18.35 & 50.42 \\ 27.74 & 46.98 \\ 31.16 & 56.38 \\ 59.35 & 46.11 \\ 61.05 & -7.70 \end{bmatrix}$$

Transformación de coordenadas del acero de refuerzo.

a) Para la primer varilla $x = 20 \text{ cm}$ $y = 20 \text{ cm}$

$$20 = x'' \cos 20 - y'' \sin 20 + 0$$

$$20 = x'' \sin 20 + y'' \cos 20 + (3.6397)$$

$$x'' = 26.879 \text{ cm}$$

$$y'' = 15.37 \text{ cm}$$

b) Para la segunda varilla $x = 30 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$30 = x'' \cos 20 - y'' \sin 20 + 0$$

$$50 = x'' \sin 20 + y'' \cos 20 + (-3.6397)$$

$$x'' = 46.54 \text{ cm}$$

$$y'' = 40.15 \text{ cm}$$

c) Para la tercer varilla

$$x = 50 \text{ cm}$$

$$y = 10 \text{ cm}$$

$$50 = x'' \cos 20 - y'' \sin 20 + 0$$

$$10 = x'' \sin 20 + y'' \cos 20 + (-3.6397)$$

$$x'' = 51.65 \text{ cm}$$

$$y'' = -4.28 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforman in matriz $[NNA]_{UAX2}$

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 26.74 & 15.00 \\ 46.54 & 40.15 \\ 51.65 & -4.28 \end{bmatrix}$$

6.- Cálculo de la altura del bloque rectangular de esfuerzos distancia máxima perpendicular desde el eje neutro la fibra más alejada superior.

$$Y_{\max} = 56.38 \text{ cm}$$

$$\beta = 0.80$$

DCP = distancia de conexión de la línea eje neutro

$$DCP = Y_{\max} (1 - \beta)$$

$$= 56.38 (1 - 0.80)$$

$$= 11.28 \text{ cm}$$

7.- Formación de matriz [VVV]

Esta matriz se forma a partir de la [VV] restándole a la columna dos (coordenadas en y) la distancia DCP.

$$[VVV]=\begin{bmatrix} 20.04 & -14.7 \\ 8.09 & 10.93 \\ 18.35 & 39.14 \\ 27.74 & 35.70 \\ 31.16 & 45.10 \\ 57.35 & 34.83 \\ 61.05 & -18.98 \end{bmatrix}$$

8.- Formación de la Matriz de Rangos [R] $N \times 4$.

Esta matriz se forma a partir de la matriz [VVV], la columnas 1 y 2 son las coordenadas en X y las 3 y 4 en Y, por tanto, se toma el rango de operación de cada vértice.

$$[R]=\begin{bmatrix} 20.04 & 8.09 & -14.70 & 10.93 \\ 8.09 & 18.35 & 10.93 & 39.14 \\ 18.35 & 27.74 & 39.14 & 35.70 \\ 27.74 & 31.16 & 35.70 & 45.10 \\ 31.16 & 56.35 & 45.10 & 34.03 \\ 56.35 & 61.05 & 34.83 & -18.98 \\ 61.05 & 20.04 & -18.98 & -14.70 \end{bmatrix}$$

9.- Formación de la Matriz [ECC]

Esta matriz es de las ecuaciones de los lados de la columna. La matriz [ECC] es de $N \times 3$ donde la primera columna es a, la segunda es el valor de b y la tercera el valor de c. la ecuación es igualada a cero y es de la forma.

$$ax+by+c=0$$

$$m = \frac{R(1,4) - R(1,3)}{R(1,2) - R(1,1)}$$

$$m (x - x_1) = y - y_1$$

$$m (x - R(1,1)) = y - R(1,3)$$

$$m x - y + (R(1,3) - y R(1,1))$$

Como ejemplo del lado 1 tenemos:

$$m = \frac{10.93 + 14.70}{8.09 - 20.04} = -2.14$$

$$-2.14 x + 42.89 - y - 14.7 = 0$$

$$-2.14 x - y + 28.19 = 0$$

$$[ECC] = \begin{bmatrix} -2.14 & -1 & 28.19 \\ 2.75 & 1 & 11.32 \\ -0.37 & -1 & 45.93 \\ 2.75 & -1 & -40.59 \\ -0.36 & -1 & +56.32 \\ -31.65 & -1 & 1913.26 \\ -0.10 & -1 & -12.87 \end{bmatrix}$$

10.- Formación de la matriz $[RR]_{NX4}$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[R]$ y consiste en obtener los rangos de los lados de la columna que quedan sobre el eje neutro propuesto se hace cero el negativo y se evalúa su correspondiente Y .

$$[RR]= \begin{bmatrix} 13.17 & 8.09 & 0 & 10.93 \\ 18.35 & 8.09 & 10.93 & 39.14 \\ 27.74 & 18.35 & 39.14 & 35.70 \\ 31.16 & 27.74 & 35.70 & 45.10 \\ 59.35 & 31.16 & 45.10 & 34.83 \\ 60.45 & 59.35 & 34.83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

11.- Obtención del centroide geométrico de la columna

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	60 x 60= 3600	30	30	108,000	108,000
A ₂	(20x20)/2= -200	6.66	6.66	-1333.3	-1333.3
A ₃	10 x 10 = -100	5	55	-500	-5500
A ₄	(20 x 50)/2= -500	53.33	43.3	-26666.67	-21,666.67
A ₅	(40 x 10)/2= -200	46.67	3.33	-9334	-666.67
	$\sum A = 2600$			$\sum Ax = 70,166$	$\sum Ay = 78,833.33$

$$\bar{x} = \frac{70166}{2600} = 26.98 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{78833.33}{2600} = 30.32 \text{ cm}$$

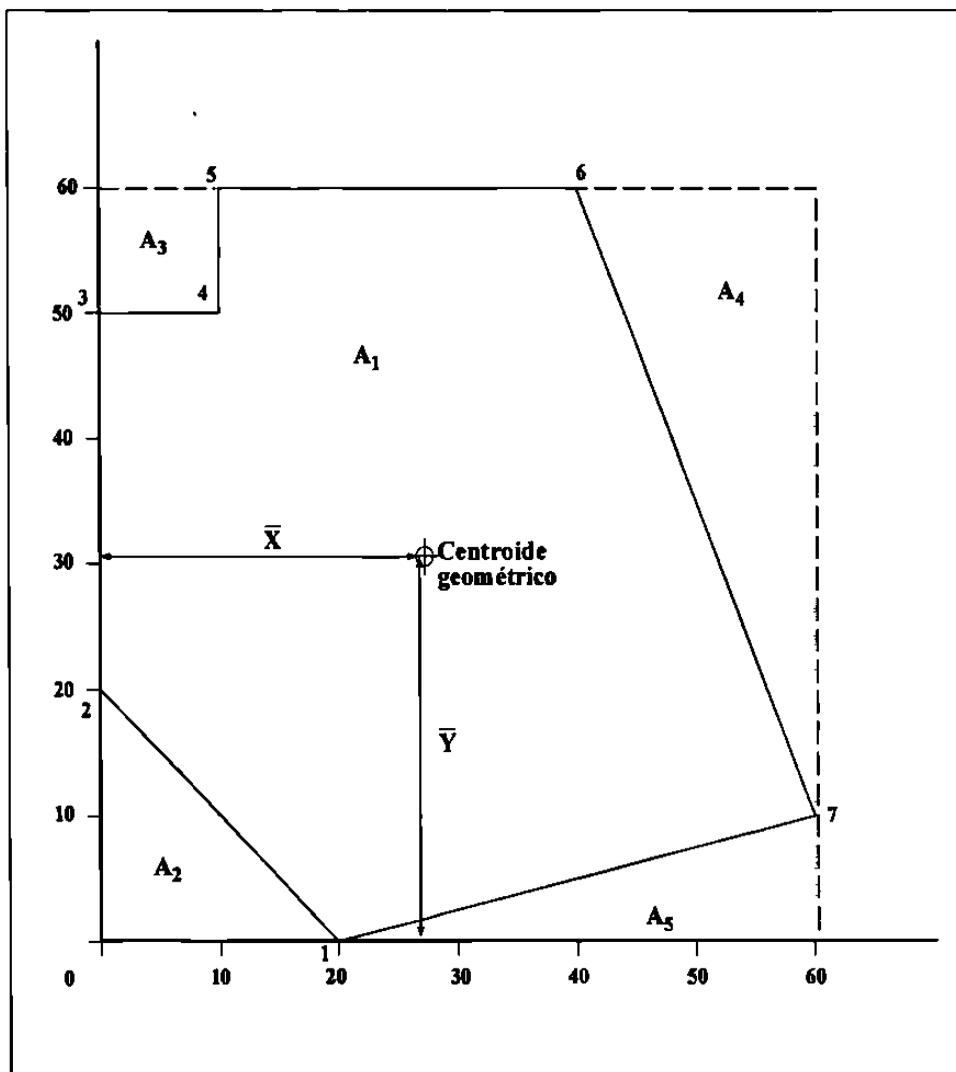


Fig. 6.2 División de áreas para localizar el centroide geométrico de sección ver paso 11.

12.- Obtención del centroide plástico de la sección.

Obtención de \bar{x} , \bar{y}

$$\bar{y} = \frac{0.85 A_T f_c (y_c) + \sum_{i=1}^n (f_y)(A_{si})(y_i)}{0.85 A_T f_c + \sum_{i=1}^n f_y A_{si}}$$

$$\bar{y} = \frac{0.85(2600)(350)(30.32) + [(4200)(5)(20 + 5 + 10)]}{0.85(2600)(350) + (4200)(5)(3)}$$

$$\bar{y} = 30.04 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = \frac{0.85(2600)(350)(26.98) + [(4200)(5)(20 + 30 + 50)]}{0.85(2600)(350) + (4200)(5)(3)}$$

$$\bar{x} = 27.46 \text{ cm}$$

Obtención de \bar{x}_m , \bar{y}_m

$$\bar{y} = 30.04 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = 27.46 \text{ cm}$$

Transformación con respecto al eje neutro de las coordenadas del centroide plástico.

$$(\cos 20^\circ)(27.46) = x_m \cos 20^\circ - y_m \sin 20^\circ + 0)$$

$$(30.04 = x_m \sin 20^\circ + y_m \cos 20^\circ + (-3.64))$$

$$x_m = 37.26 \text{ cm}$$

$$y_m = 22.26 \text{ cm}$$

13.- Obtención del centroide del área de compresión respecto al eje neutro

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	(5.08) (10.93)/2=27.76	11.48	7.29	318.68	202.37
A ₂	(5.08) (13.97)/2=35.48	11.48	15.29	407.31	553.13
A ₃	(5.18) (24.90)=128.98	15.76	12.45	2,032.72	1,605.80
A ₄	(5.18) (14.24)/2=36.88	16.62	29.65	609.62	1,093.49
A ₅	(9.39) (35.70)=335.22	23.05	17.85	7,726.82	5,983.67
A ₆	(9.39) (3.44)/2=16.15	21.48	36.85	346.90	595.13
A ₇	(3.42) (35.70)=122.09	29.45	17.85	3,595.55	2,179.30
A ₈	(3.42) (9.40)/2=16.07	30.02	67.03	482.42	1,077.17
A ₉	(28.19) (34.83)=981.85	42.26	17.41	41,492.98	17,094.00
A ₁₀	(28.19) (10.27)=144.76	40.56	38.25	5,871.47	5,537.07
A ₁₁	(1.11) (34.83)/2=19.16	59.72	11.61	1,114.24	222.44
	$\sum A = 1,864.37$			$\sum Ax = 64,028.72$	$\sum Ay = 36,143.6$

$\bar{y}_T = 34.34$ cm para división de áreas ver figura 6.3

$\bar{y}_T = 19.386$ cm Transformación con respecto al eje neutro = $30.66 = Y_0$

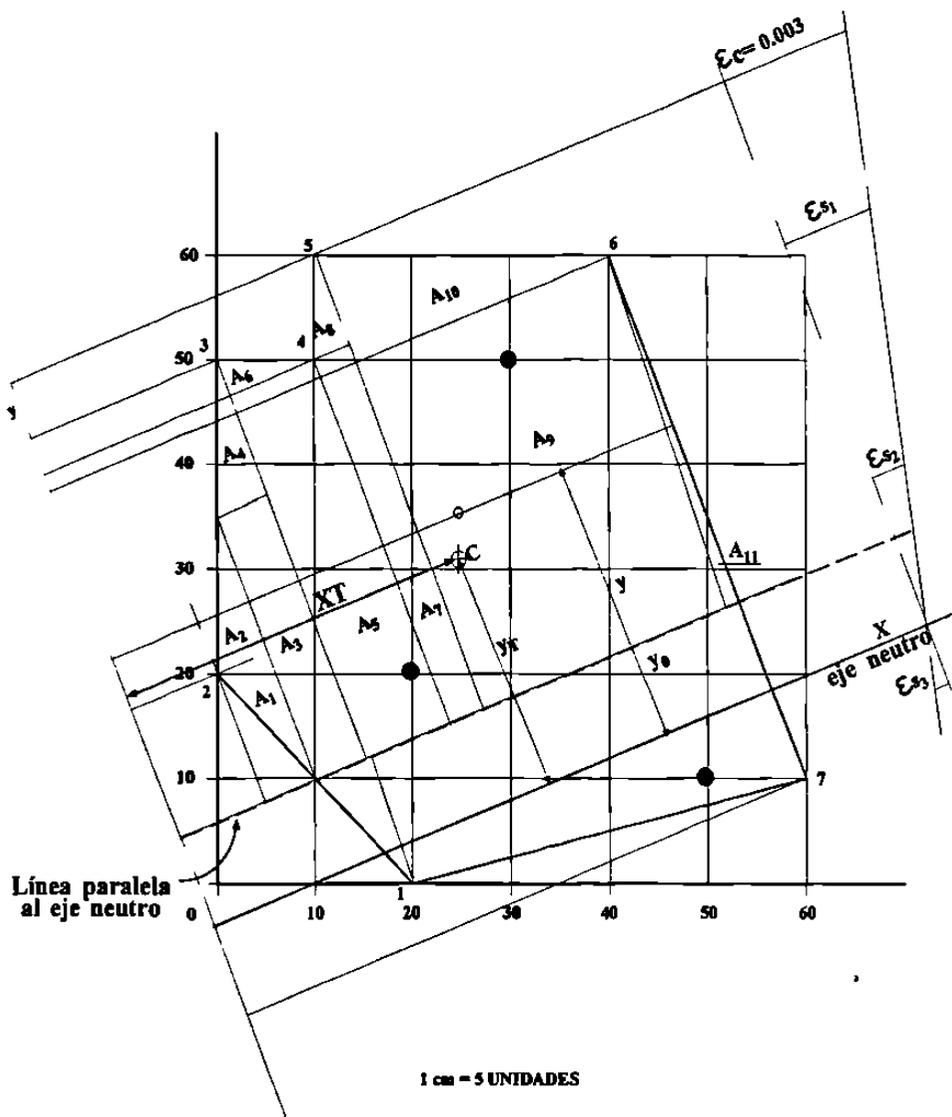


Fig. 6.3 División de áreas para obtener el centroide del área en compresión con respecto al eje neutro.

14.- Obtención de la fuerza del concreto C_c

$$C_c = 0.85 A_c f'_c$$

$$C_c = (0.85) (18.64.4 \text{ cm}^2) (350 \text{ Kg/cm}^2) = 554659 \text{ Kg.}$$

15.- Deformaciones del acero y sus fuerzas

Varilla 1

$$\frac{0.003}{56.38} = \frac{\epsilon_2}{15.00}$$

$$\epsilon_{s1} = 0.000798$$

$$F_{s1} = (0.000798)(2,100,000) = 1,675.8 < 4,200$$

$$F_{y1} = 1675.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_1 = 5 (1675.8) = 8379 \text{ Kgf.}$$

Varilla 2

$$\frac{0.003}{56.38} = \frac{\epsilon_2}{40.15}$$

$$\epsilon_{s2} = 0.00214$$

$$F_y = (0.00214)(2,100,000) = 4,412 \text{ Kg/cm}^2 > 4,200 \text{ Kg/cm}^2;$$

$$F_{s2} = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_2 = (A) (f_y) = (5) (4200)$$

$$T_2 = 21,000 \text{ kgf}$$

Varilla 3.

$$\frac{0.003}{56.38} = \frac{\epsilon_3}{-4.28}$$

$$\epsilon_{s3} = -0.000228$$

$$F_y = (-0.000228)(2,100,000) = -478.8 > -4,200$$

$$F_{y3} = -478.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$T_3 = (-478.8) (5) = -2394 \text{ Kg}$$

16.- Obtención de la carga Axial

$$\begin{aligned} P_x &= C_c + T_1 + T_2 + T_3 \\ P_x &= 554,659 + 8379 + 21,000 - 2394 \\ &= 581,644 \text{ Kg.} \end{aligned}$$

17.- Obtención de Mux' y Muy'

$$Mux' = Cc \left(y_{\infty} - \bar{Y}_m \right) + \sum_{i=1}^n Fsi \left(y_i - \bar{Y}_m \right)$$

$$Mux' = 554649 (30.66 - 22.26) + 8379 (15 - 22.26) + 21000 (40.15 - 22.26) - 2394 (-4.28 - 22.26)$$

$$Mux' = 5'037,446.8 \text{ cm.}$$

$$Muy' = 554649 (35.92 - 37.32) + 8379 (26.74 - 37.32) + 21000 (46.54 - 37.32) - 2394 (51.65 - 37.32)$$

$$Muy' = -705,844 \text{ kg-cm.}$$

18.- Obtención de Mx, My:

$$M_x = Mux' \cos \theta + Muy' \sen \theta$$

$$M_x = 5'037,446.8 (\cos 20^\circ) + (-705,844) (\sen 20^\circ)$$

$$M_x = 4'492,238.72 \text{ kg-cm.}$$

$$M_y = -M_{ux'} \text{ sen } \theta + M_{uy'} \text{ cos } \theta$$

$$M_y = -(5'037,446.8) (\text{sen } 20^\circ) + (-705,844) (\text{cos } 20^\circ)$$

$$M_y = -2'386,191.5 \text{ k-cm.}$$

6.2 CICLO II

Se propone la columna de la figura 6.4 la cual tiene 3 varillas, El eje neutro se propone con origen en $x=0, y=0$ y un ángulo de 0°

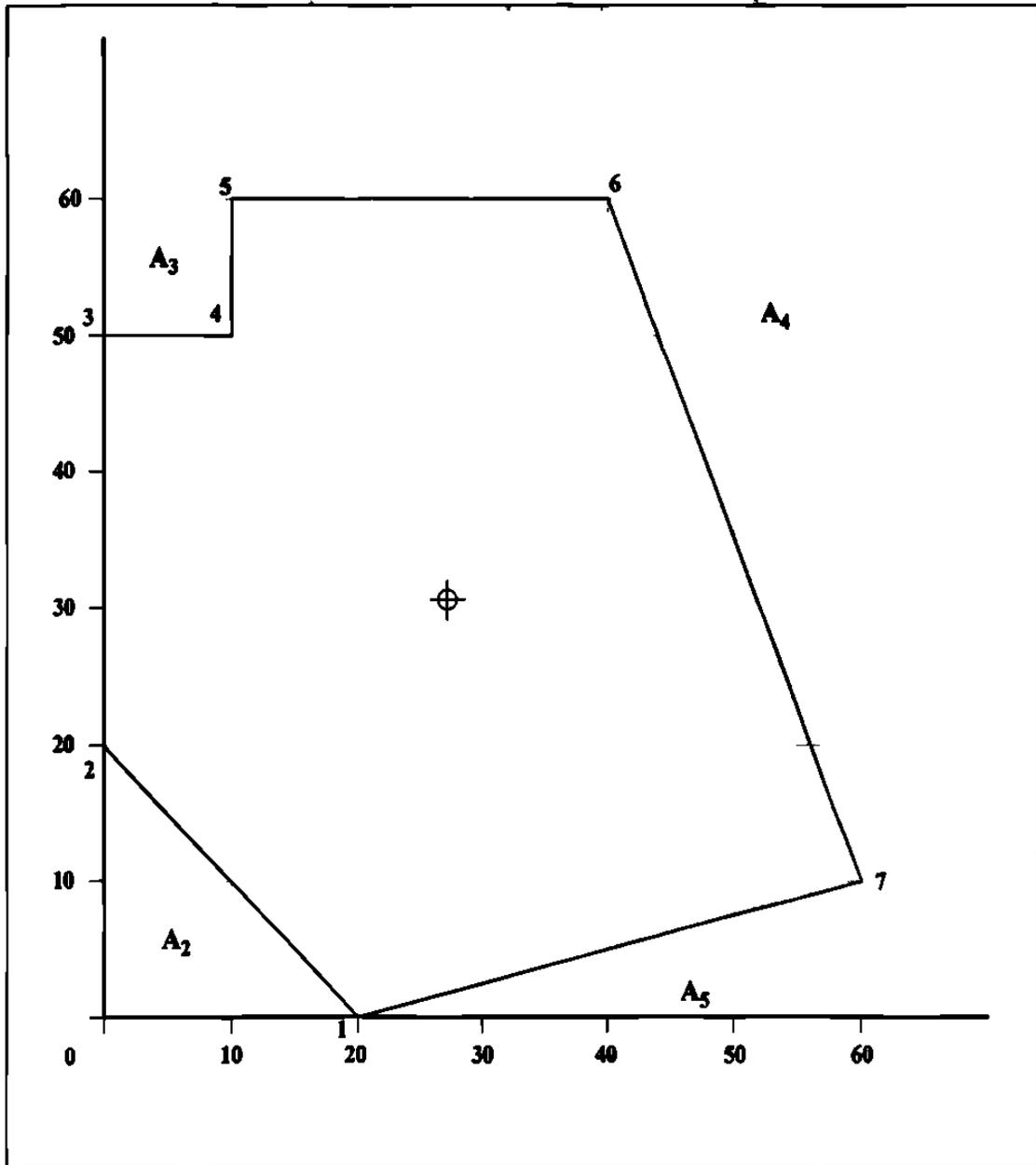


Fig. 6.4 Geometría de columna mostrando el eje neutro propuesto.

Datos:

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

CM = 0.003 (deformación máxima del concreto)

$$N = 7 \quad (\text{número de vértices de la columna})$$

$$UA = 3 \quad (\text{número de concentraciones de acero})$$

1.- Formulación de la Matriz $[V]_{NX2}$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V]=\begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 50 \\ 10 & 50 \\ 10 & 60 \\ 40 & 60 \\ 60 & 10 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de la Matriz $[NA]_{UAX2}$ y $[SA]_{UA}$

La matriz NA se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo y el vector SA con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA]=\begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 30 & 50 \\ 50 & 10 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm

$$[SA]=\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm^2

3.- Obtención de la máxima coordenada en X y Y de los vértices.

$$X_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$X_{MA} = 60 \text{ cm}$$

$$Y_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$Y_{MA} = 60 \text{ cm}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje Y.
 Para este cálculo, se propone un eje neutro con origen en $x=0$ $y=0$ y una inclinación de 0° con respecto a la horizontal.

$$m = \operatorname{tg} 0$$

$$m = \operatorname{tg} 0^\circ$$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m = 0$$

evaluando con $x_1 = 0$ y $y_1 = 0$ tenemos

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$0(x - 0) = y - 0$$

$$0 = y$$

$$y = 0$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones del acero

Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $x=0$) y una rotación $\theta = 0^\circ$

La transformación se logra mediante

$$x = x'' \operatorname{Cos} \theta - y'' \operatorname{Sen} \theta + k > h$$

$$y = x'' \operatorname{Sen} \theta + y'' \operatorname{Cos} \theta + k$$

donde: $\theta =$ ángulo de rotación

$x, y =$ coordenadas del sistema original

$x'' y'' =$ coordenadas del sistema final

$h, k =$ coordenadas del nuevo origen

Por lo tanto $h = 0$ cm, $k = 0$ cm y $\theta = 0^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 20$ cm $y = 0$ cm

$$20 = x'' \operatorname{cos} 0^\circ - y'' \operatorname{Sen} 0^\circ + 0$$

$$0 = x'' \operatorname{Sen} 0^\circ + y'' \operatorname{Cos} 0^\circ + 0$$

$$x'' = 20 \text{ cm}$$

$$y'' = 0 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice

$$x = 0 \text{ cm}$$

$$y = 20 \text{ cm}$$

$$0 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$20 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 0 \text{ cm}$$

$$y'' = 20 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice

$$x = 0 \text{ cm}$$

$$y = 50 \text{ cm}$$

$$0 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$50 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 0 \text{ cm}$$

$$y'' = 50 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$y = 50 \text{ cm}$$

$$10 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$50 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 10 \text{ cm}$$

$$y'' = 50 \text{ cm}$$

e) Para el quinto vértice

$$x = 10 \text{ cm}$$

$$y = 60 \text{ cm}$$

$$10 = x'' \cos 0^\circ + y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 0^\circ - y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 10 \text{ cm}$$

$$y'' = 60 \text{ cm}$$

f) Para el sexto vértice $x=40 \text{ cm}$ $y=60 \text{ cm}$

$$40 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 40 \text{ cm}$$

$$y'' = 60 \text{ cm}$$

g) Para el séptimo vértice $x=60 \text{ cm}$ $y=10 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$10 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 60 \text{ cm}$$

$$y'' = 10 \text{ cm}$$

Con éstos datos formamos la matriz $[VV]_{N \times 2}$. Coordenadas en cm

$$[VV] = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 50 \\ 10 & 50 \\ 10 & 60 \\ 40 & 60 \\ 60 & 10 \end{bmatrix}$$

Transformación de coordenadas del acero de refuerzo

a) Para la primer varilla $x=20 \text{ cm}$ $y=20 \text{ cm}$

$$20 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$20 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 20 \text{ cm}$$

$$y'' = 20 \text{ cm}$$

b) Para la segunda varilla $x = 30 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$30 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$50 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 30 \text{ cm}$$

$$y'' = 50 \text{ cm}$$

c) Para la tercer varilla $x = 50 \text{ cm}$ $y = 10 \text{ cm}$

$$50 = x'' \cos 0^\circ - y'' \sin 0^\circ + 0$$

$$10 = x'' \sin 0^\circ + y'' \cos 0^\circ + 0$$

$$x'' = 50 \text{ cm}$$

$$y'' = 10 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[NNA]_{UAX2}$

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 30 & 50 \\ 50 & 10 \end{bmatrix}$$

6.- Cálculo de la altura del bloque rectangular de esfuerzos.

Distancia máxima perpendicular desde el eje neutro a la fibra más alejada (superior).

$$Y_{\text{máx}} = 60 \text{ cm}$$

$$\beta = 0.80$$

DCP = distancia de corrección de la línea "eje neutro"

$$\text{DCP} = Y \text{ máx } (1-\beta)$$

$$\text{DCP} = 60 \quad (1-0.8)$$

$$\text{DCP} = 60 \quad (0.2)$$

$$\text{DCP} = 12 \text{ cm}$$

7.- Formación de la matriz $[VV]$

Esta matriz se forma a partir de la $[VV]$ restándole a la columna No. 2 (que son las coordenadas en Y) la distancia DCP.

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 20 & -12 \\ 0 & 8 \\ 0 & 38 \\ 10 & 38 \\ 10 & 48 \\ 40 & 48 \\ 60 & -2 \end{bmatrix}$$

8.- Formación de la matriz de rangos $[R]_{NX4}$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[VV]$, la columna 1 y 2 son las coordenadas en X y la 3 y 4 en Y, por lo tanto, se toma el rango de operación de cada vértice.

$$[R] = \begin{bmatrix} 20 & 0 & -12 & 8 \\ 0 & 0 & 8 & 38 \\ 0 & 10 & 38 & 38 \\ 10 & 10 & 38 & 48 \\ 10 & 40 & 48 & 48 \\ 40 & 60 & 48 & -2 \\ 60 & 20 & -2 & -12 \end{bmatrix}$$

9.- Formación de la matriz [ECC]

Esta matriz es de las ecuaciones de los lados de la columna. La matriz [ECC] es de NX3 donde la primera columna son los valores de a, la segunda son los valores de b y la tercera la del valor c, la ecuación es igualada a cero y es de la forma $ax + by + c = 0$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8 - (-12)}{0 - 20} = -1$$

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$-x + x_1 = y - y_1$$

$$-x + 20 = y + 12$$

$$-x - y = 12 - 20$$

$$-x - y + 20 - 12 = 0$$

$$-x - y + 8 = 0$$

$$[ECC] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 8 \\ -1 & 10000 & 0 \\ 10000 & -1 & 38 \\ -1 & 10000 & 10 \\ 10000 & -1 & 48 \\ -2.5 & -1 & 148 \\ 10000 & 10000 & 10000 \end{bmatrix}$$

10.- Formación de la Matriz [RR] NX4

Esta matriz se forma a partir de la matriz [R] y consiste en obtener los rangos de los lados de la columna que quedan sobre el eje neutro por supuesto se hace cero el negativo y se evalúa su correspondiente "Y".

$$[RR] = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 8 & 38 \\ 0 & 10 & 38 & 38 \\ 10 & 10 & 38 & 48 \\ 10 & 40 & 48 & 48 \\ 40 & 59.2 & 48 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

11.- Obtención del centroide geométrico de la columna.

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	(60) (60) = 3600	30	30	108000	108000
A ₂	(20) (20)/2-200	6.66	6.66	-1333.33	-1333.33
A ₃	(10) (10) = -100	5	55	-500	-5500
A ₄	(20) (50)/2= -500	53.33	43.3	-26666.67	-21.666.67
A ₅	(40) (10)/2= -200	46.67	3.33	-9334	-666.67
	$\Sigma A = 2600$			$\Sigma Ax = 70,166$	$\Sigma Ay = 78,833.33$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma Ax}{\Sigma A} = \frac{70166}{2600} = 26.98cm$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma Ay}{\Sigma A} = \frac{78833.33}{2600} = 30.32cm$$

12.- El centroide plástico de la sección es $X_m = 27.46$ cm, $Y_m = 30.04$ cm
(Ver cálculo en el N° 12 del ejemplo anterior. Ciclo I).

13.- Obtención del centroide del área de compresión.

		Y	X	Ax	Ay
A ₁	(8) (8)/2 = 32	5.33	5.33	170.56	170.56
A ₂	(8) (30) = 240	23	4	5520	960
A ₃	(38) (2) = 76	19	9	1444	684
A ₄	(30) (48) =1440	24	25	34560	36000
A ₅	(19.2) (48)/2 = 460.8	16	46.4	7372.8	21381.12
	ΣA= 2248.8			ΣAx=59,195.79	ΣAy=49.067.36

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{49067.36}{2248.8} = 21.819cm \quad \bar{x}_T = 26.32 cm$$

Ver figura 6.5

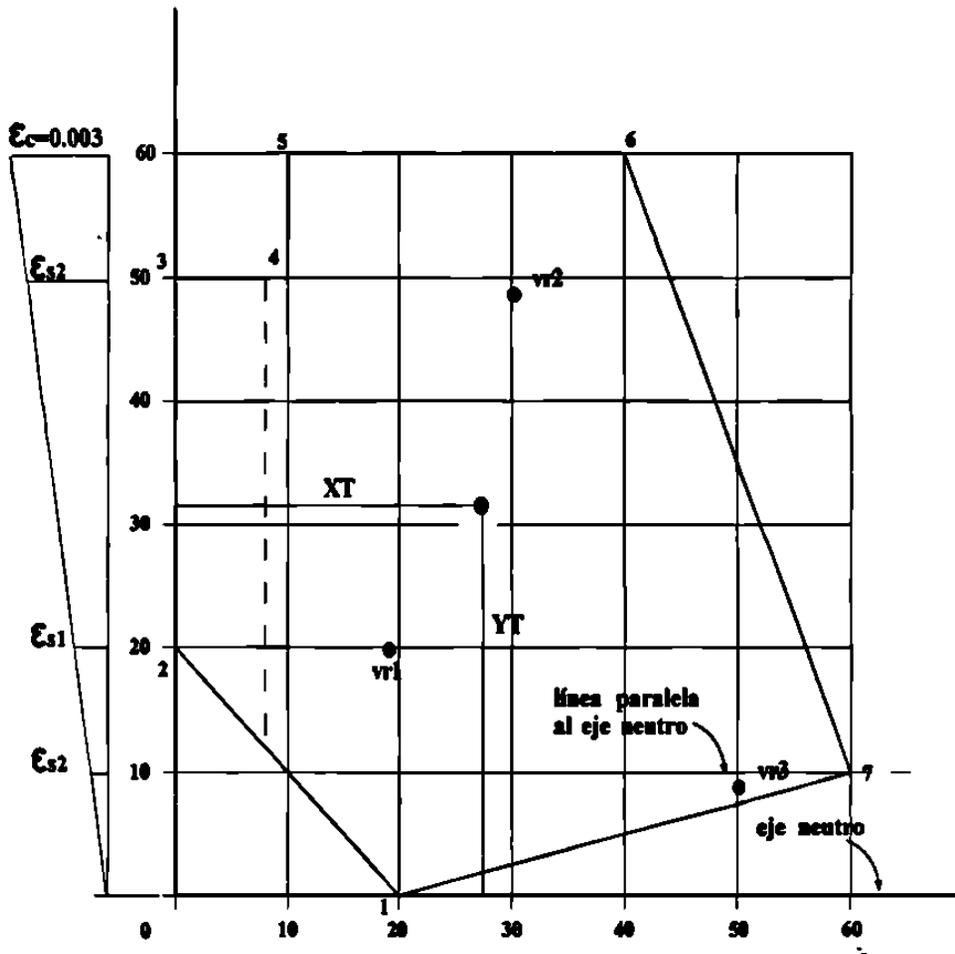


Fig. 6.5 División de áreas para obtener el centroide del área en compresión con respecto al eje neutro.

$$Y_T \text{ con respecto al eje neutro} = y + DCP = 21.819 + 12 = 33.819 \text{ cm}$$

14.- Obtención de la fuerza del concreto (C_c)

$$C_c = (0.85) A_c (f_c)$$

$$C_c = (0.85) (2248.8) \text{ cm}^2 (350) \text{ kg/cm}^2$$

$$C_c = 669,018 \text{ Kg.}$$

15.- Deformaciones del acero y sus fuerzas

Varilla 1

$$\frac{0.003}{60} = \frac{\epsilon s_1}{20}$$

$$\epsilon s_1 = 0.001.$$

$$f s_1 = (0.001) (2.1 \times 10^6) = 2100 \text{ kg/cm}^2 < 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = (2100) (5) = 10,500 \text{ kgf.}$$

Varilla 2

$$\frac{0.003}{60} = \frac{\epsilon s_2}{20}$$

$$\epsilon s_2 = 0.0025$$

$$f s_2 = (0.0025) (2.1 \times 10^6) = 5250 > 4200 \text{ usar } 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T s_2 = (4200) (5) = 21000 \text{ kgf.}$$

Varilla 3

$$\frac{0.003}{60} = \frac{\epsilon s_3}{20}$$

$$\epsilon s_3 = 0.0005$$

$$f s_3 = (0.0005) (2.1 \times 10^6) = 1050 \text{ kg/cm}^2 < 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = (1050) (5) = 5250 \text{ Kgf.}$$

16.- Obtención de la carga axial

$$P_x = C_c + T_1 + T_2 + T_3$$

$$P_x = 669,018 + 10,500 + 21000 + 5250$$

$$P_x = 705,768 \text{ Kgf.}$$

17.- Obtención de M_{ux}' , M_{uy}'

$$M_{ux}' = P_c \left(Y_{cc} - \bar{Y}_m \right) + \sum_{i=1}^n (F_{si}) \left(Y_{si} - \bar{Y}_m \right)$$

$$M_{ux}' = 669,018 (26.32 - 27.46) + (10,500)(20 - 27.46) + (21000)(30 - 27.46) + (5250)(10 - 30.04) = 2,736,749 \text{ K} - \text{cm}$$

$$M_{uy}' = 669,018 (2632 - 27.46) + (10500)(20 - 27.46) + (21000)(30 - 27.46) + (5250)(50 - 27.46)$$

$$M_{uy}' = -669,335.52 \text{ k} - \text{cm}$$

18.- Obtención de M_x , M_y

$$M_x = M_{ux}' \cos \theta + M_{uy}' \sen \theta$$

$$M_x = (2,736,749)(\cos 0^\circ) + (669,335)(\sen 0^\circ) = 2,736,746 \text{ K} - \text{cm}$$

$$M_y = -M_{ux}' \sen \theta + M_{uy}' \cos \theta$$

$$M_y = -(-2,736,749)(\sen 0^\circ) + (669,335.52)(\cos 0^\circ) = 669,335.52 \text{ K} - \text{cm}$$

6.3 CICLO III

Se propone un ciclo para la sección mostrada en la figura 6.6 suponiendo un eje neutro con origen en $X=10$ y un ángulo de 150° con respecto a la horizontal.

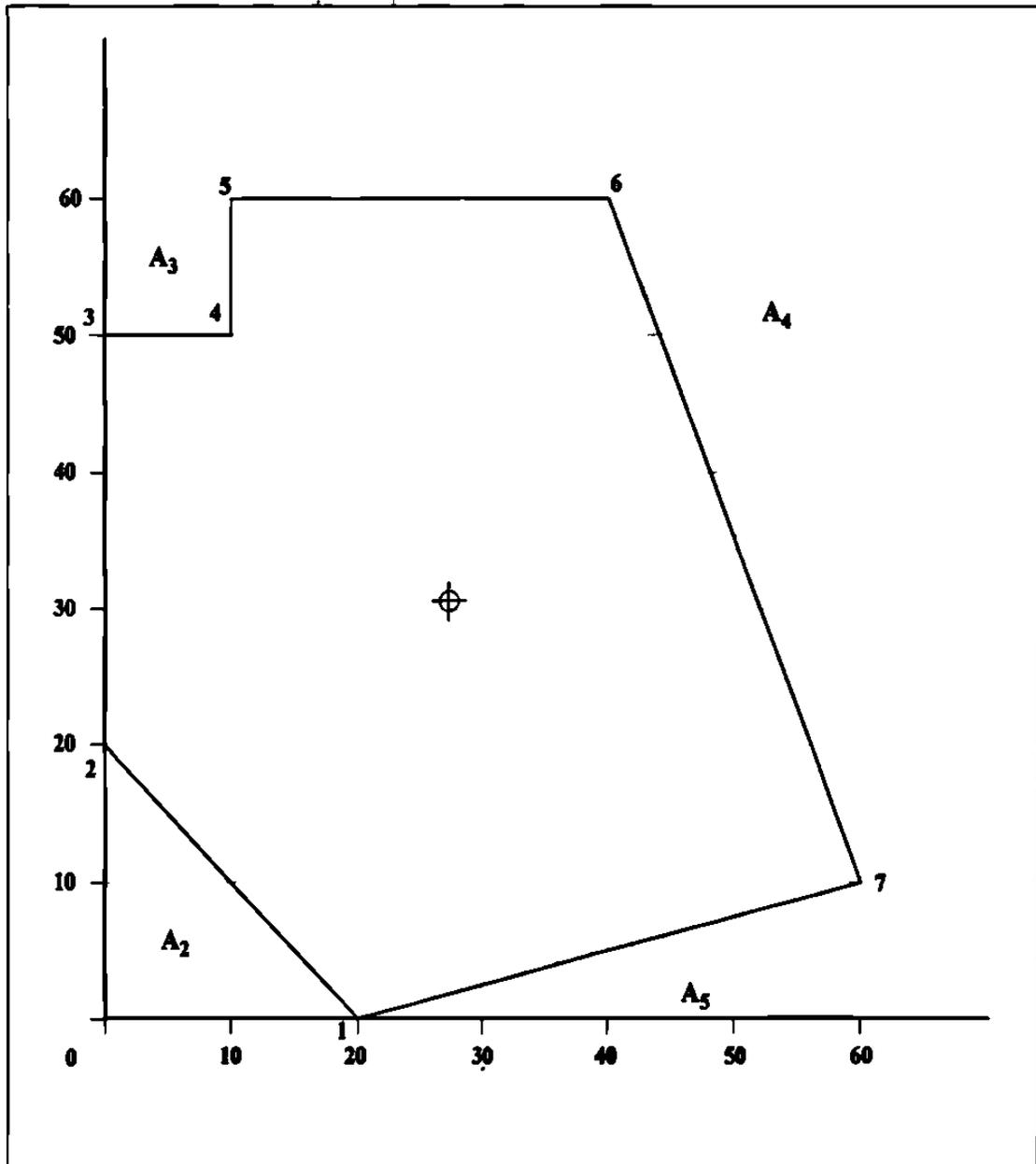


Fig. 6.6 Geometría de la columna para el ciclo III.

Cálculo de un ciclo para obtener Mx, My y Px.

Datos:

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\varepsilon_{CM} = 0.003 \text{ (deformación máxima del concreto)}$$

$$N = 7 \text{ (número de vértices de la columna)}$$

$$UA = 3 \text{ (número de concentraciones de acero)}$$

1.- Formulación de la Matriz $[V]_{N \times 2}$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V] = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \\ 0 & 50 \\ 10 & 50 \\ 10 & 60 \\ 40 & 60 \\ 60 & 10 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de la Matriz $[NA]_{UA \times 2}$ Y $[SA]_{UA}$

La matriz NA se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo, y el vector SA con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA] = \begin{bmatrix} 20 & 20 \\ 30 & 50 \\ 50 & 10 \end{bmatrix}$$

$$[SA] = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm

Coordenadas en cm^2

3.- Obtención de la máxima coordenada en X y Y de los vértices:

$$X_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$Y_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$X_{MA} = 60 \text{ cm}$$

$$Y_{MA} = 60 \text{ cm}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje y. Para este cálculo, se propone un eje neutro con origen en $X = 10$, $Y = 0$, y una inclinación de 150° con respecto a la horizontal.

$$m = \text{tg } \theta$$

$$m = \text{tg } 150^\circ$$

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m = -0.57735$$

Evaluando $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ con $x_1 = 10$ $y_1 = 0$ Tenemos

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$-0.57735(x - 10) = y - 0$$

$$-0.57735x + 5.7735 = y \quad (\text{ecuación de la recta propuesta como eje neutro})$$

Evaluando la ecuación de la recta con $x = 0$ tenemos que

$$-0.57735(0) + 5.7735 = y$$

$$y = 5.7735 \text{ cm}$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones de acero.

Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $X = 0$ y

$y = 5.7735$ y una rotación $\theta = 150^\circ$

$$x = x'' \text{ Cos } \theta - y'' \text{ Sen } \theta + h$$

$$y = x'' \text{ Sen } \theta + y'' \text{ Cos } \theta + k$$

donde: θ = ángulo de rotación

x, y = coordenadas del sistema original

x'', y'' = coordenadas del sistema final

h, k = coordenadas del nuevo origen.

Por lo tanto: $h = 0$ y $k = 5.7735$; $\theta = 150^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 20$ cm y $Y = 0$ cm

$$20 = x'' \text{ Cos } 150^\circ - y'' \text{ Sen } 150^\circ + 0 \text{ cm}$$

$$0 = x'' \text{ Sen } 150^\circ + y'' \text{ Cos } 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = -20.20725808 \text{ cm}$$

$$y'' = -5 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice $x = 0$ cm y $y = 20$ cm

$$0 = x'' \text{ Cos } 150^\circ - y'' \text{ Sen } 150^\circ + 0$$

$$20 = x'' \text{ Sen } 150^\circ + y'' \text{ Cos } 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = 7.11325 \text{ cm}$$

$$y'' = -12.3205 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice $x = 0$ cm y $y = 50$ cm

$$0 = x'' \text{ Cos } 150^\circ - y'' \text{ Sen } 150^\circ + 0$$

$$50 = x'' \text{ Sen } 150^\circ + y'' \text{ Cos } 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = 22.11325 \text{ cm}$$

$$y'' = -38.30127252 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice $x = 10 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$10 = x'' \cos 150^\circ - y'' \sin 150^\circ + 0$$

$$50 = x'' \sin 150^\circ + y'' \cos 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = 13.45299596 \text{ cm}$$

$$y'' = -43.30127252 \text{ cm}$$

e) Para el quinto vértice $x = 10 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$10 = x'' \cos 150^\circ - y'' \sin 150^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 150^\circ + y'' \cos 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = 18.45299596 \text{ cm}$$

$$y'' = -51.96152656 \text{ cm}$$

f) Para el sexto vértice $x = 40 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$40 = x'' \cos 150^\circ - y'' \sin 150^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 150^\circ + y'' \cos 150^\circ + 5.7735$$

$$x'' = -7.527766151 \text{ cm}$$

$$y'' = -66.96152656 \text{ cm}$$

g) Para el séptimo vértice $x = 60 \text{ cm}$ $y = 10 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 150^\circ - y'' \sin 150^\circ + 0$$

$$10 = x' \text{ Sen } 150^\circ + y' \text{ Cos } 150^\circ + 5.7735$$

$$x' = -49.84827423 \text{ cm}$$

$$y' = -33.66025637 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[VV]_{uxz}$

$$[VV] = \begin{bmatrix} -2020725808. & -5 \\ 7.11325 & -12.3205 \\ 22.11325 & -38.30127252 \\ 13.45299596 & -43.30127252 \\ 18.45299596 & -51.96152656 \\ -7.527766151 & -66.96152656 \\ -49.84827423 & -33.66025637 \end{bmatrix}$$

Debido a que las coordenadas en "Y" dan negativas, significa que no existe un bloque de compresiones en el concreto.

6.4 CICLO IV

Se propone un ciclo para la sección mostrada en la figura 6.7, suponiendo un eje neutro con origen en $X = 10$ cm y una inclinación de 45° con respecto a la horizontal.

Cálculo de un ciclo para obtener M_x , M_y y P_x

Datos:

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$CM = 0.003 \text{ (deformación máxima del concreto)}$$

$$N = 10$$

$$UA = 4$$

1.- Formulación de la matriz $[V]_{N \times 2}$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V] = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \\ 0 & 60 \\ 40 & 100 \\ 60 & 100 \\ 20 & 60 \\ 60 & 60 \\ 60 & 40 \\ 20 & 40 \\ 60 & 0 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de la matriz $[NA]_{UAX2}$ y $[SA]_{UA}$

La matriz $[NA]$ se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo y el vector $[SA]$ con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA] = \begin{bmatrix} 40 & 10 \\ 10 & 50 \\ 50 & 50 \\ 40 & 90 \end{bmatrix} \quad [SA] = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm.

cm²

3.- Obtención de la máxima coordenada en "X" y "Y" de los vértices

$$X_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$Y_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$X_{MA} = 60 \text{ cm}$$

$$Y_{MA} = 100 \text{ cm}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje "Y".
Para éste cálculo se propone un eje neutro con origen en $X=10$ $y=0$ y una inclinación de 45° con la horizontal.

$$m = \text{tg } \theta$$

$$m = \text{tg } 45^\circ \quad m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$m = 1$$

$$\text{Evaluando } m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ con } x_1 = 10 \text{ cm} \quad y_1 = 0 \text{ cm}$$

tenemos:

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$1(x - 10) = y - 0$$

$$x - 10 = y \quad (\text{ecuación de la recta propuesta como eje neutro})$$

Evaluando $x - 10 = y$ cuando $x = 0$ cm

$$0 - 10 = y$$

$$\underline{y = -10 \text{ cm}}$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones de acero.

Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $x = 0$ y $y = -10$)
y una rotación ($\theta = 45^\circ$)

La transformación se logra mediante.

$$x = x'' \cos \theta - y'' \sin \theta + h$$

$$y = x'' \sin \theta + y'' \cos \theta + k$$

donde: $\theta =$ ángulo de rotación

$x, y =$ coordenadas del sistema original

$x'', y'' =$ coordenadas del sistema final

$h, k =$ coordenadas del nuevo origen

Por lo tanto, $h = 0$ cm $k = -10$ cm y $\theta = 45^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 40$ cm $y = 0$ cm

$$40 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$0 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 35.46 \text{ cm}$$

$$y'' = -21.31 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice $x = 0$ cm $y = 40$ cm

$$0 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$
$$40 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 35.46 \text{ cm}$$

$$y'' = 35.26 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice $x = 0$ cm $y = 60$ cm

$$0 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$
$$60 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 49.65 \text{ cm}$$

$$y'' = 49.34 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice $x = 40$ cm $y = 100$ cm

$$40 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$
$$100 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 106.38 \text{ cm}$$

$$y'' = 49.19 \text{ cm}$$

e) Para el quinto vértice $x = 60$ cm $y = 100$ cm

$$60 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$
$$100 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 120.57 \text{ cm}$$

$$y'' = 34.99 \text{ cm}$$

f) Para el sexto vértice $x = 20 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$20 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 63.83 \text{ cm}$$

$$y'' = 35.17 \text{ cm}$$

g) Para el séptimo vértice $x = 60 \text{ cm}$ $y = 60 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$60 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 92.20 \text{ cm}$$

$$y'' = 6.79 \text{ cm}$$

h) Para el octavo vértice $x = 60 \text{ cm}$ $y = 40 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$40 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 78.01 \text{ cm}$$

$$y'' = -7.30 \text{ cm}$$

i) Para el noveno vértice $x = 20 \text{ cm}$ $y = 40 \text{ cm}$

$$20 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$40 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 49.65 \text{ cm}$$

$$y'' = 21.06 \text{ cm}$$

j) Para el décimo vértice $x = 60 \text{ cm}$ $y = 0 \text{ cm}$

$$60 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$0 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 49.65 \text{ cm}$$

$$y'' = 35.51 \text{ cm}$$

Con éstos datos se forma la matriz $[VV]_{N \times 2}$

$$[VV] = \begin{bmatrix} 35.46 & -21.31 \\ 135.46 & 35.26 \\ 49.65 & 49.34 \\ 106.38 & 49.19 \\ 120.57 & 34.99 \\ 63.83 & 35.17 \\ 92.20 & 6.79 \\ 78.01 & -7.30 \\ 49.65 & 21.06 \\ 49.65 & -35.51 \end{bmatrix}$$

Transformación de coordenadas del acero de refuerzo

a) Para la primer varilla $x = 40 \text{ cm}$ $y = 10 \text{ cm}$

$$40 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$10 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 42.55 \text{ cm}$$

$$y'' = 14.27 \text{ cm}$$

b) Para la segunda varilla $x = 10 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$10 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$50 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 49.65 \text{ cm}$$

$$y'' = 35.20 \text{ cm}$$

c) Para la tercer varilla $x = 50 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$50 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ + 0$$

$$50 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ - 10$$

$$x'' = 78.01 \text{ cm}$$

$$y'' = 6.84 \text{ cm}$$

d) Para la cuarta varilla $x = 40 \text{ cm}$ $y = 90 \text{ cm}$

$$40 = x'' \cos 45^\circ - y'' \sin 45^\circ + 0$$

$$90 = x'' \sin 45^\circ + y'' \cos 45^\circ - 10$$

$$x'' = 99.29 \text{ cm}$$

$$y'' = 42.13 \text{ cm}$$

Con estos datos se forma la matriz $[NNA]_{4 \times 2}$

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 42.55 & -14.27 \\ 49.65 & 35.20 \\ 78.01 & 6.84 \\ 99.29 & 42.13 \end{bmatrix}$$

6.- Cálculo de la altura del bloque rectangular de esfuerzos.

Distancia máxima perpendicular desde el eje neutro a la fibra más alejada superior (y máx).

$$Y \text{ máx} = 49.34 \quad \text{DCP} = \text{distancia de corrección de la línea eje neutro}$$

$$\beta = 0.8$$

$$\begin{aligned} \text{DCP} &= Y \text{ Max} (1-\beta) \\ &= 49.34 (1-0.8) \\ &= 49.34 (0.2) \\ &= 9.87 \text{ cm} \end{aligned}$$

7.- Formación de la matriz $[VVV]$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[VV]$ restándole a la columna de las "Y" la distancia DCP.

$$[VVV] = \begin{bmatrix} 35.46 & -31.18 \\ 35.46 & 25.29 \\ 49.65 & 39.47 \\ 106.38 & 39.32 \\ 120.57 & 25.12 \\ 63.83 & 25.30 \\ 92.20 & -3.08 \\ 78.01 & -17.07 \\ 49.65 & 11.19 \\ 49.65 & -45.38 \end{bmatrix}$$

8.- Formación de la matriz de rangos [R] $N \times 4$

Esta matriz se forma a partir de la matriz [VV], las columnas 1 y 2 son las coordenadas en "x" y las columnas 3 y 4 son las coordenadas en "y", por lo tanto se toma el rango de operación de cada vértice.

$$[R] = \begin{bmatrix} 35.46 & 35.46 & -31.18 & 25.39 \\ 35.46 & 49.65 & 25.39 & 39.47 \\ 49.65 & 106.38 & 39.47 & 39.32 \\ 106.38 & 120.57 & 39.32 & 25.12 \\ 120.57 & 63.83 & 25.12 & 25.30 \\ 63.83 & 92.20 & 25.30 & -3.08 \\ 92.20 & 78.01 & -3.08 & -17.07 \\ 78.01 & 49.65 & -17.07 & 11.19 \\ 49.65 & 49.65 & 11.19 & -45.38 \\ 49.65 & 35.46 & -45.38 & -31.18 \end{bmatrix}$$

9.- Formación de la Matriz [ECC]

Esta matriz es de las ecuaciones de los lados de la columna. La matriz [ECC] es de $N \times 3$ donde la primera columna es a, la segunda b y la tercera c, la ecuación es igualada a cero y es de la forma.

$$ax + by + c = 0$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

Como ejemplo del lado 1 tenemos

$$m = \frac{25.39 + 31.18}{35.46 - 35.46} = \frac{56.27}{0} = \infty$$

$$y + 31.18 = \infty (x - 35.46)$$

$$y + 31.18 = \infty x - 50$$

$$x = 35.46$$

$$x - 35.46 = 0$$

$$[ECC] = \begin{bmatrix} 1 & 10000 & 35.46 \\ -0.99 & 1 & 9.72 \\ .003 & 1 & -39.62 \\ 1 & 1 & -145.70 \\ .003 & 1 & -25.48 \\ 1 & 1 & -89.13 \\ -0.99 & 1 & 95.28 \\ 1 & 1 & -60.94 \\ 1 & 10000 & -49.65 \\ 1 & 1 & -4.27 \end{bmatrix}$$

10.- Formación de la matriz [RR] _{Nx4}

Esta matriz se forma a partir de la matriz [R] y consiste en obtener los rangos de los lados de la columna que quedan sobre el eje neutro propuesto. Se hace cero el negativo y se evalúa su correspondiente "Y".

$$[RR] = \begin{bmatrix} 35.46 & 35.46 & 0 & 25.39 \\ 35.46 & 49.65 & 25.39 & 39.47 \\ 49.65 & 106.38 & 39.47 & 39.32 \\ 106.38 & 120.57 & 39.32 & 25.12 \\ 120.57 & 63.83 & 25.12 & 25.30 \\ 63.83 & 89.13 & 25.30 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 60.94 & 49.65 & 0 & 11.19 \\ 49.65 & 49.65 & 11.19 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

11.- Obtención del centroide geométrico de la columna

$X = \frac{\sum Ax}{\sum A}$ $X = 30$ Transformación de coordenadas del centroide

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	(60)(100)=6000	30.00	50.00	180000	300000
A ₂	(40)(40)/2 = -800	13.33	13.33	-10664	-10664
A ₃	(40)(40)/2 = -800	46.67	26.67	-37336	-21333.6
A ₄	(40)(40)/2 = -800	13.33	86.66	-10664	-69333.6
A ₅	(40)(40)/2 = -800	46.67	73.33	-37336	-58664
	$\sum A = 2800$			$\sum Ax = 84000$	$\sum Ay = 140004.8$

$$\bar{x} = \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{84000}{2800} = 30cm$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{140004.8}{2800} = 50cm$$

12.- Obtención del centroide plástico.

Obtención de \bar{x}, \bar{y}

$$\bar{y} = \frac{0.85(2800)(350)(50) + (4200)(5)(10 + 50 + 50 + 90)}{0.85(2800)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{y} = 50 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = \frac{0.85(2800)(350)(30) + (4200)(5)(40 + 10 + 50 + 40)}{0.85(2800)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{x} = 30.46 \text{ cm}$$

Transformación con respecto al eje neutro de las coordenadas de centroide plástico.

Obtención de \bar{x}_m, \bar{y}_m

$$30.46 = \bar{x}_m \cos 45^\circ - \bar{y}_m \sin 45^\circ (\cos 45^\circ)$$

$$50 = \bar{x}_m \sin 45^\circ + \bar{y}_m \cos 45^\circ - 10(\sin 45^\circ)$$

$$\bar{x}_m = 63.96 \text{ cm}$$

$$\bar{y}_m = 20.88 \text{ cm}$$

13.- Obtención del centroide del área de compresión.

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	= (14.19) (25.39) = 360.28	42.56	12.70	15333.51	4575.56
A ₂	(14.08) (14.19)/2 = 99.90	44.92	30.08	4487.51	3004.99
A ₃	(14.11) (14.18) = 200.08	56.74	18.25	11352.54	3651.46
A ₄	(56.73) (14.08) = 798.76	78.02	32.43	62319.25	25903.79
A ₅	(14.19) (14.08) = 99.90	111.11	30.08	11099.89	3004.99
A ₆	(11.29) (11.19)/2 = 63.17	57.17	7.46	3611.43	471.25
A ₇	(2.89) (11.19) = 32.34	62.38	5.60	2017.37	181.10
A ₈	= (25.3) (25.3)/2 = 320.05	72.26	8.43	23126.81	2698.02

$$\Sigma A = 1,974.48 = A_c$$

$$EA_y = 43,491.16$$

$$EA_x = 133,348.32$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma Ay}{\Sigma A} = \frac{43491.16}{1974.48} = 22.03 \text{ cm}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma Ax}{\Sigma A} = \frac{133348.42}{1974.48} = 67.53 \text{ cm}$$

Con respecto al eje neutro $y_t = 22.03 + 9.87 = 31.9 \text{ cm}$

14.- Obtención de la fuerza del concreto (Cc)

$$C_c = (0.85) (A_c) (f_c)$$

$$C_c = (0.85) (1974.48) (350)$$

$$C_c = 587,407.8 \text{ Kg}$$

15.- Deformaciones del acero y sus fuerzas.

Varilla 1

$$\frac{0.003}{49.34} = \frac{\epsilon_s}{-14.27}$$

$$\epsilon_s = -8676530199 \times 10^{-4}$$

$$f_{s1} = (-0.000867653) (2.1 \times 10^6) = -1821 \text{ kg/cm}^2 > -4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_1 = (1821) (5) = -9105 \text{ Kg}$$

Varilla 2

$$\frac{0.003}{49.34} = \frac{\epsilon_s}{35.20}$$

$$\epsilon_s = 0.00214$$

$$f_{s2} = (0.00214) (2.1 \times 10^6) = 4,494.53 \text{ kg/cm}^2 > 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_2 = (4200) (5) = 21,000 \text{ kg.}$$

Varilla 3

$$\frac{0.003}{49.34} = \frac{\epsilon_s}{6.84}$$

$$\epsilon s_3 = 0.0004158897$$

$$f s_3 = (0.0004158897) (2.1 \times 10^6) = 873.37 \text{ kg/cm}^2 < 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_3 = (873.37) (5) = 4366.84 \text{ kg}$$

Varilla 4

$$\frac{0.003}{49.34} = \frac{\epsilon s_4}{42.13}$$

$$\epsilon s_4 = 0.002562$$

$$f s_4 = (0.002562)(2.1 \times 10^6) = 5379.39 \text{ kg/cm}^2 > 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_4 = (4200) (5) = 21,000 \text{ kg}$$

16.- Obtención de la carga axial.

$$P_x = C_c + T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

$$P_x = 587,407.8 - 9105 + 21,000 + 4366.84 + 21,000$$

$$P_x = 624,669.64 \text{ Kg.}$$

$$M = M_c + M_{s_1} + M_{s_2} + M_{s_3} + M_{s_4}$$

$$M = 6;279,389.4 + 323,074.56 + 293,790 + 62,751.52$$

$$M = 7;419,325.46 \text{ Kg.cm}$$

17. Obtención del Mux' y Muy'

$$M_{ux}' = (587408)(11.02) + (9105)(35.15) + (21000)(14.32) - (4366.84)(14.04) + (21000)(21.15) = 7478726.5 \text{ Kg-cm}$$

$$M_{uy}' = (587408)(3057) + (9105)(21.41) - (21000)(14.31) + (4366)(14.05) + (21000)(35.33) = 2794758.7 \text{ Kg-cm}$$

$$M_x = (7478726.5)(\cos 45^\circ) + (2794758.7)(\cos 45^\circ) = 7264496.28 \text{ Kg-cm}$$

$$M_y = (-7478726.5)(\sin 45^\circ) + (2794758.7)(\sin 45^\circ) = -3312020.1 \text{ Kg-cm}$$

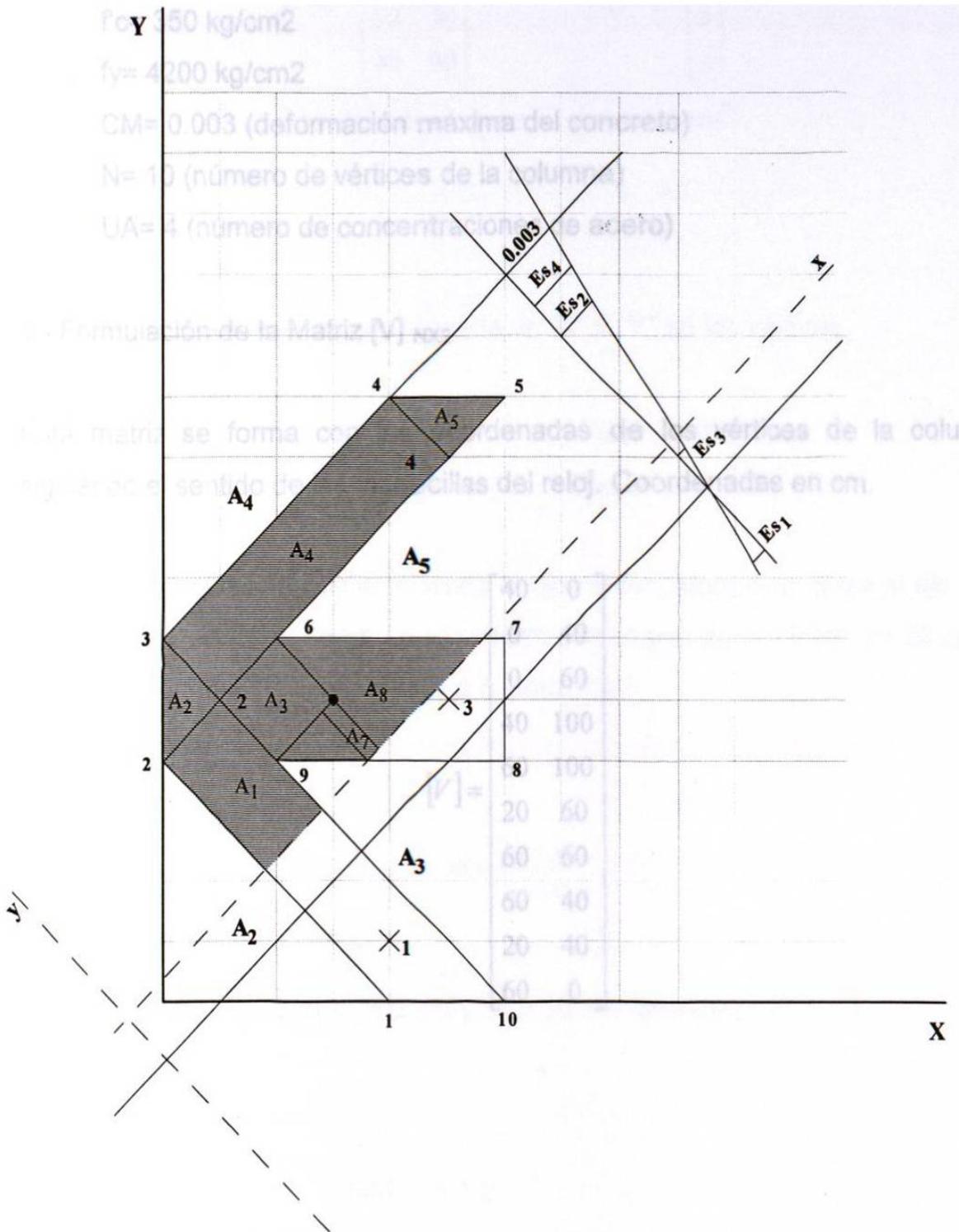


Fig. 6.7 Sección de la columna.

6.5 Ciclo V

Se propone un ciclo para la sección mostrada en el figura 6.8, suponiendo un eje neutro con origen en $y=20$ cm y una inclinación de 45° con respecto a la horizontal.

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$CM = 0.003 \text{ (deformación máxima del concreto)}$$

$$N = 10 \text{ (número de vértices de la columna)}$$

$$UA = 4 \text{ (número de concentraciones de acero)}$$

1.- Formulación de la Matriz $[V]_{N \times 2}$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V] = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \\ 0 & 60 \\ 40 & 100 \\ 60 & 100 \\ 20 & 60 \\ 60 & 60 \\ 60 & 40 \\ 20 & 40 \\ 60 & 0 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de las matrices $[NA]_{UA \times 2}$ y $[SA]_{UA}$

La matriz $[NA]$ se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo, y el vector $[SA]$ con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA] = \begin{bmatrix} 40 & 10 \\ 10 & 50 \\ 50 & 50 \\ 40 & 90 \end{bmatrix} \quad [SA] = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm. cm²

3.- Obtención de la máxima coordenada en "X" y "Y" de los vértices.

$$\begin{array}{ll} X_{ME} = 0 \text{ cm} & Y_{ME} = 0 \text{ cm} \\ X_{MA} = 60 \text{ cm} & Y_{MA} = 100 \text{ cm} \end{array}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje "y".
Para este cálculo, se propone un eje neutro con origen en $x = 0 \text{ cm}$ $y = 20 \text{ cm}$ y una inclinación de 45° con respecto a la horizontal.

$$m = \text{tg } \theta$$

$$m = \text{tg } 45^\circ \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = 1$$

evaluando $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$ con $X_1 = 0 \text{ cm}$ y $Y_1 = 20 \text{ cm}$, tenemos:

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$(x - 0) = y - 20$$

$$x = y - 20 \quad \text{cuando } x = 0$$

$$0 = y - 20$$

$$y = 20 \text{ cm}$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones de acero.

Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $x = 0$ y $y = 20$) y una rotación ($\theta = 45^\circ$)

La transformación se logra mediante:

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta + h$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta + k$$

donde: $\theta =$ ángulo de rotación

$x, y =$ coordenadas del sistema original

$x', y' =$ coordenadas del sistema final

$h, k =$ coordenadas del nuevo origen

Por lo tanto $h = 0$ cm y $k = 20$ cm ; $\theta = 45^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 40$ cm $y = 0$ cm

$$40 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$0 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 14.18 \text{ cm}$$

$$y' = -42.47 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice $x = 0$ cm $y = 40$ cm

$$0 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$40 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 14.18 \text{ cm}$$

$$y' = 14.10 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice $x = 0$ cm $y = 60$ cm

$$0 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$60 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 28.37 \text{ cm}$$

$$y' = 28.28 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice $x = 40$ cm $y = 100$ cm

$$40 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$100 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 85.11 \text{ cm}$$

$$y' = 28.03 \text{ cm}$$

e) Para el quinto vértice $x = 60$ cm $y = 100$ cm

$$60 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$100 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 99.29 \text{ cm}$$

$$y' = 13.84 \text{ cm}$$

f) Para el sexto vértice $x = 20$ cm $y = 60$ cm

$$20 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$60 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 42.55 \text{ cm}$$

$$y' = 14.01 \text{ cm}$$

g) Para el séptimo vértice $x = 60$ cm $y = 60$ cm

$$60 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$60 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 70.92 \text{ cm}$$

$$y' = -14.35 \text{ cm}$$

h) Para el octavo vértice $x = 60$ cm $y = 40$ cm

$$60 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$40 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 56.74 \text{ cm}$$

$$y' = -28.45 \text{ cm}$$

i) Para el noveno vértice $x = 20$ cm $y = 40$ cm

$$20 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$40 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 28.37 \text{ cm}$$

$$y' = 0 \text{ cm}$$

j) Para el décimo vértice $x = 60$ cm $y = 0$ cm

$$60 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$0 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 28.37 \text{ cm}$$

$$y' = -56.57 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[V]_{N \times 2}$

$$[VV] = \begin{bmatrix} 14.18 & -42.47 \\ 14.18 & 14.10 \\ 28.37 & 28.28 \\ 85.11 & 28.03 \\ 49.29 & 13.84 \\ 42.55 & 14.01 \\ 70.92 & -14.35 \\ 56.74 & -28.45 \\ 28.37 & 0 \\ 28.37 & -57.57 \end{bmatrix}$$

Transformación de coordenadas del acero de refuerzo.

a) Para la primer varilla $x = 40$ cm $y = 10$ cm

$$40 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$10 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 21.28 \text{ cm}$$

$$y' = -35.43 \text{ cm}$$

b) Para la segunda varilla $x = 10$ cm $y = 50$ cm

$$10 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$50 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 28.37 \text{ cm}$$

$$y' = 14.14 \text{ cm}$$

c) Para la tercer varilla $x = 50 \text{ cm}$ $y = 50 \text{ cm}$

$$50 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$50 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 56.74 \text{ cm}$$

$$y' = -14.31 \text{ cm}$$

d) Para la cuarta varilla $x = 40 \text{ cm}$ $y = 90 \text{ cm}$

$$40 = x' \cos 45^\circ - y' \sin 45^\circ + 0$$

$$90 = x' \sin 45^\circ + y' \cos 45^\circ + 20$$

$$x' = 78.01 \text{ cm}$$

$$y' = 20.99 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[NNA]_{UAX2}$

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 21.28 & -35.43 \\ 28.37 & 14.14 \\ 56.74 & -14.31 \\ 78.01 & 20.99 \end{bmatrix}$$

6.- Cálculo de la altura del bloque rectangular de esfuerzos.

Distancia máxima perpendicular desde el eje neutro a la fibra más alejada (superior)

$Y_{\max} = 28.28 \text{ cm}$ DCP = distancia de corrección de la línea

$\beta = 0.8$ eje neutro.

$$DCP = Y_{\max} (1 - \beta)$$

$$= 28.28 (1 - 0.8)$$

$$= 28.28 (0.2)$$

$$= 5.656 \text{ cm}$$

7.- Formación de la matriz $[VV]$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[V]$ restándole a la columna de las "Y" la distancia DCP.

$$[VV]=\begin{bmatrix} 14.18 & -48.13 \\ 14.18 & 8.44 \\ 28.37 & 22.62 \\ 85.11 & 22.37 \\ 99.29 & 8.18 \\ 42.55 & 8.35 \\ 70.92 & -20.01 \\ 56.74 & -34.11 \\ 28.37 & -5.66 \\ 28.37 & -62.23 \end{bmatrix}$$

8.- Formación de la matriz de rangos $[R]_{NX4}$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[VV]$, las columnas 1 y 2 son las coordenadas en "X" y las columnas 3 y 4 son las coordenadas en "Y", por lo tanto se toma el rango de operación de cada vértice.

$$[R]=\begin{bmatrix} 14.18 & 14.18 & -48.13 & 8.44 \\ 14.18 & 28.37 & 8.44 & 22.62 \\ 28.37 & 85.11 & 22.62 & 22.37 \\ 85.11 & 99.29 & 22.37 & 8.18 \\ 99.29 & 42.55 & 8.18 & 8.35 \\ 42.55 & 70.92 & 8.35 & -20.01 \\ 70.92 & 56.74 & -20.01 & -34.11 \\ 56.74 & 28.37 & -34.11 & -5.66 \\ 28.37 & 28.37 & -5.66 & -62.23 \\ 28.37 & 14.18 & -62.23 & -48.13 \end{bmatrix}$$

9.- Formación de la matriz [ECC]

Esta matriz es de las ecuaciones de los lados de la columna. La matriz [ECC] es de $n \times 3$ donde la primera columna son los valores de a, la segunda de b y la tercera de c, la ecuación es igualada a cero y es de la forma.

$$ax + by + c = 0$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Como ejemplo del lado 1 tenemos:

$$m = \frac{8.44 - 48.13}{14.18 - 14.18} = \infty$$

$$x = 14.18 \text{ cm}$$

$$[ECC] = \begin{bmatrix} 1 & 10000 & -14.18 \\ 0.9993 & -1 & -5.73 \\ 0.00441 & -1 & 22.745 \\ -1.0007 & -1 & 107.54 \\ 0.00299 & -1 & 18.477 \\ -0.9997 & -1 & 50.885 \\ 0.9944 & -1 & -90.529 \\ -1.0028 & -1 & 22.79 \\ -56.57 & -1 & 1599.23 \\ -0.9936 & -1 & -34.04 \end{bmatrix}$$

10.- Formación de la matriz $[RR]_{N \times 4}$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[R]$ y consiste en obtener los rangos de los lados de la columna que quedan sobre el eje neutro propuesto. Se hacen ceros todos los negativos y se evalúa su correspondiente "Y".

$$[RR] = \begin{bmatrix} 14.18 & 14.18 & 0 & 8.44 \\ 14.18 & 28.37 & 8.44 & 22.62 \\ 28.37 & 85.11 & 22.62 & 22.37 \\ 85.11 & 99.29 & 22.37 & 8.18 \\ 99.29 & 42.55 & 8.18 & 8.35 \\ 42.55 & 50.9 & 8.35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

11.- Obtención del centroide geométrico de la columna. Para división de áreas ver fig. 6.8.

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	A ₁ = (60) (100) = 6000	30.00	50	180,000	300,000
A ₂	A ₂ = (40) (40)/2 = -800	13.33	13.33	-10,664	-10,664
A ₃	A ₃ = (40) (40)/2 = -800	46.67	26.67	-37,336	-21,333.6
A ₄	A ₄ = (40) (40)/2 = -800	13.33	86.66	-10,664	-69,333.6
A ₅	A ₅ = (40) (40)/2 = -800	46.67	73.33	-37,336	-58,664
$\Sigma A = 2,800$		$\Sigma Ax = 84,000 \quad \Sigma Ay = 140,004.8$			

$$\bar{x} = \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{84000}{2800} = 30 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{14004.8}{2800} = 50 \text{ cm}$$

12.- Obtención del centroide plástico de la sección.

$$\bar{x} = \frac{(0.85)(2800)(350)(30) + (4200)(5)(40 + 10 + 50 + 40)}{(0.85)(2800)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{x} = 30.458 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{(0.85)(2800)(350)(50) + (4200)(5)(10 + 50 + 50 + 90)}{(0.85)(2800)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{y} = 50 \text{ cm}$$

Transformación con respecto a al eje neutro de las coordenadas del centroide plástico.

$$30.46 = x'' \text{ Cos } 45^\circ - y'' \text{ Sen } 45^\circ$$

$$50 = x'' \text{ Sen } 45^\circ + y'' \text{ Cos } 45^\circ + 20$$

$$x'' = 42.75 \text{ cm}$$

$$y'' = 0 \text{ cm}$$

13.-Obtención del centroide del área de compresión.

	AREAS	X	Y	Ax	Ay
A ₁	(8.44) (28.37) = 239.4428	28.36	4.22	6790.52	1010.44
A ₂	(14.19) (14.27)/2 = 101.24	33.1	13.196	3351.04	1336.04
A ₃	(14.27) (56.74) = 809.6798	56.74	15.57	45941.24	12606.71
A ₄	(8.35) (8.35)/2 = 34.86225	45.33	2.81	1580.20	97.6
A ₅	(14.18) (14.19)/2 = 100.607	89.83	13.196	9036.90	1327.61

$$\Sigma A = 1285.83$$

$$\Sigma Ax = 66699.9 \quad \Sigma Ay = 16378.41$$

$$\bar{x} = \frac{\sum Ax}{\sum A} = \frac{66699.9}{1285.83} = 51.57 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum Ay}{\sum A} = \frac{16378.41}{1285.83} = 12.737 \text{ cm}$$

Con respecto al eje neutro $y_t = 12.7375 + 5.656 = 18.3935 \text{ cm}$

14- Obtención de la fuerza del concreto (Cc)

$$C_c = (0.85) (A_c) (f_c)$$

$$C_c = (0.85) (12.85.8366) (350)$$

$$C_c = 382,536.3885 \text{ Kg.}$$

15.- Deformación del acero y sus fuerzas

Varilla 1.

$$\frac{0.003}{28.28} = \frac{\epsilon_s}{-35.43}$$

$$\epsilon_{s1} = 0.003758486563$$

$$f_{s1} = (0.003758486563) (2.1 \times 10^6) = -7892.82 \text{ kg/cm}^2 < 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_1 = (-4200) (5) = 21,000 \text{ kg.}$$

Varilla 2

$$\frac{0.003}{28.28} = \frac{\epsilon_s}{14.14}$$

$$\epsilon_{s2} = 0.0015$$

$$f_{s2} = (0.0015) (2.0 \times 10^6) = 3150 \text{ kg/cm}^2 < 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_2 = (3150) (5) = 15,750 \text{ kg.}$$

Varilla 3

$$\frac{0.003}{28.28} = \frac{\varepsilon_3}{-14.31}$$

$$\varepsilon_3 = -0.001518$$

$$f_{s3} = (-0.001518) (2.1 \times 10^6) = -3187.87 \text{ kg/cm}^2 > -4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_3 = (-3187.87) (5) = -15939.35644 \text{ kg.}$$

Varilla 4

$$\frac{0.003}{28.28} = \frac{\varepsilon_4}{20.99}$$

$$\varepsilon_4 = 0.002226662$$

$$f_{s4} = (0.002226662) (2.1 \times 10^6) = 4675.99 \text{ kg/cm}^2 > 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$T_4 = (4200) (5) = 21,000 \text{ kg.}$$

16.- Obtención de la carga axial y el momento

$$P_x = C_c + T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

$$P_x = 382,536.3885 - 39,464.10891 + 13,750 - 15,939.35644 + 21,000$$

$$P_x = 363,882.9232$$

17.- Obtención de M_{ux}' y M_{uy}' .

$$M_{ux}' = (382536.4)(18.39) + (-21000)(-35.43) + (15751)(14.14) + (-15939.35)(-14.31) + (21000)(20.99)$$

$$M_{ux}' = 8\,670\,461.49 \text{ kg-cm}$$

$$M_{uy}' = (382536.4)(8.178) + (-21000)(-21.47) + (15751)(14.38) + (-15939.35)(13.99) + (21000)(35.26)$$

$$M_{uy}' = -3\,394\,271.87 \text{ kg-cm}$$

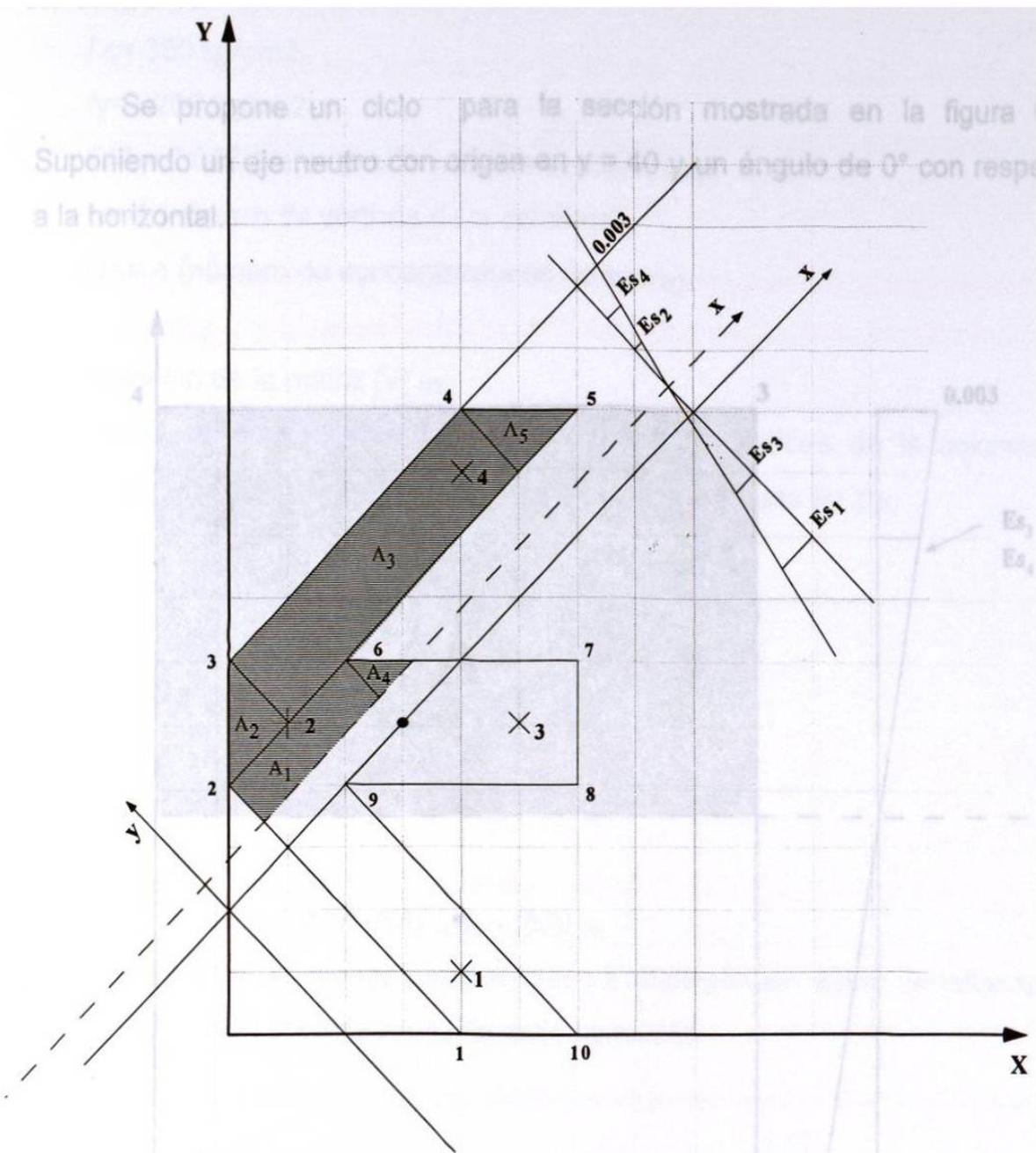


Fig. 6.8 Sección de la columna para el ciclo V.

6.6 CICLO VI

Se propone un ciclo para la sección mostrada en la figura 6.9. Suponiendo un eje neutro con origen en $y = 40$ y un ángulo de 0° con respecto a la horizontal.

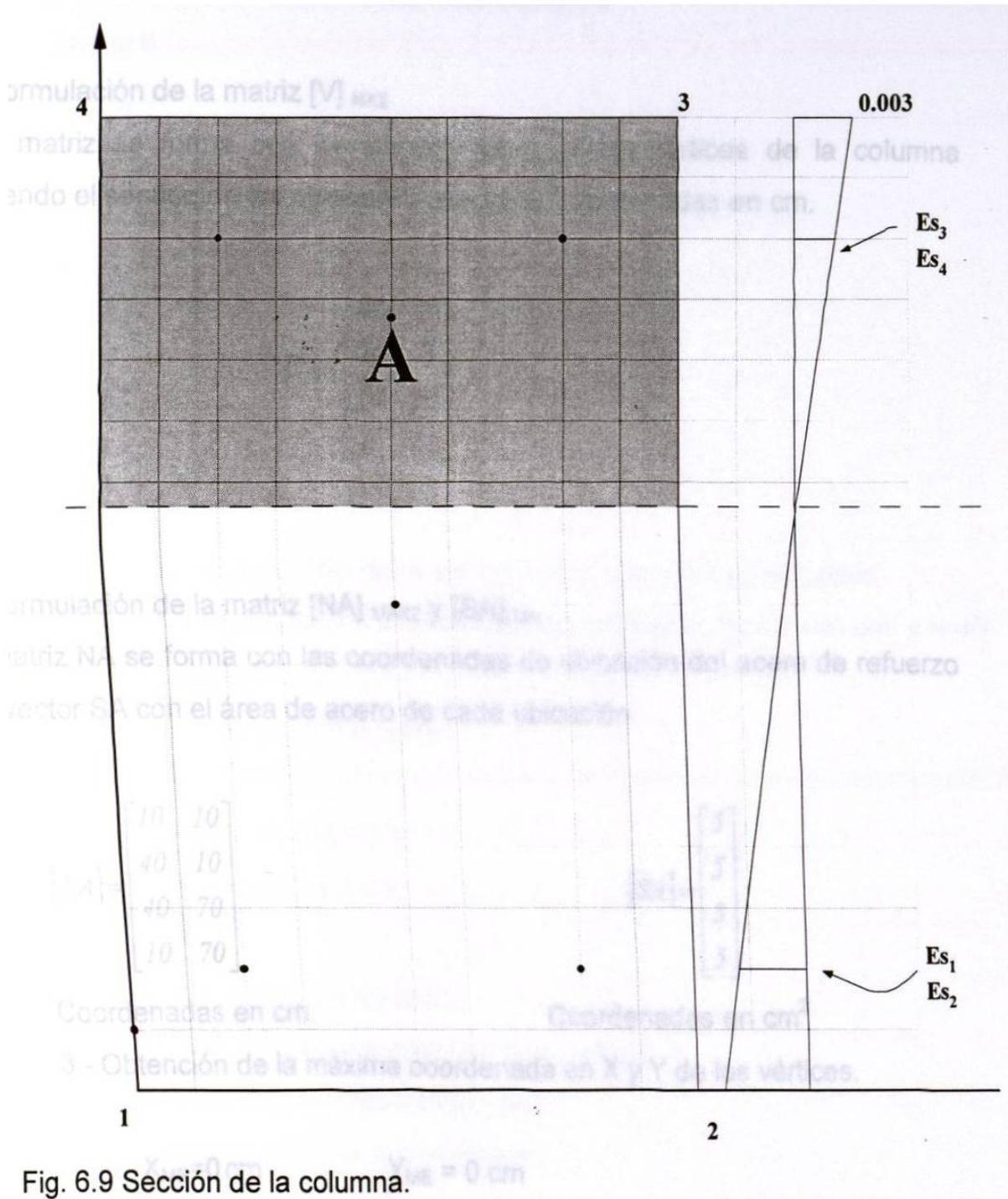


Fig. 6.9 Sección de la columna.

Datos:

$$f_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$CM = 0.003 \text{ (deformación máxima del concreto)}$$

$$N = 4 \text{ (número de vértices de la columna)}$$

$$UA = 4 \text{ (número de concentraciones de acero)}$$

1.- Formulación de la matriz $[V]_{N \times 2}$

Esta matriz se forma con las coordenadas de los vértices de la columna siguiendo el sentido de las manecillas del reloj. Coordenadas en cm.

$$[V] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 50 & 0 \\ 50 & 80 \\ 0 & 80 \end{bmatrix}$$

2.- Formulación de la matriz $[NA]_{UA \times 2}$ y $[SA]_{UA}$

La matriz NA se forma con las coordenadas de ubicación del acero de refuerzo y el vector SA con el área de acero de cada ubicación.

$$[NA] = \begin{bmatrix} 10 & 10 \\ 40 & 10 \\ 40 & 70 \\ 10 & 70 \end{bmatrix}$$

$$[SA] = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Coordenadas en cm.

Coordenadas en cm^2

3.- Obtención de la máxima coordenada en X y Y de los vértices.

$$X_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$Y_{ME} = 0 \text{ cm}$$

$$X_{MA} = 50 \text{ cm}$$

$$Y_{MA} = 80 \text{ cm}$$

4.- Obtención de coordenadas cuando el eje neutro propuesto cruza el eje Y. Para este cálculo, se propone un eje neutro con origen en $X= 0$ $Y= 40$ y una inclinación de 0° con respecto a lo horizontal.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \operatorname{tg} \theta$$

$$m = \operatorname{tg} 0^\circ$$

$$m = 0$$

Evaluando con $x_1 = 0$ cm y $y_1 = 40$ cm tenemos:

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

$$0(x - 0) = y - 40$$

$$y = 40 \text{ cm}$$

5.- Transformación de coordenadas de vértices y ubicaciones de acero.

Transformación de coordenadas mediante una traslación (hacia $x=0$ cm, $y = 40$ cm) y una rotación ($\theta = 0^\circ$).

La transformación se logra mediante.

$$x = x' \operatorname{Cos} \theta - y' \operatorname{Sen} \theta + h$$

$$y = x' \operatorname{Sen} \theta + y' \operatorname{Cos} \theta + k$$

donde. $\theta =$ ángulo de rotación

$x, y =$ coordenadas del sistema original

$x', y' =$ coordenadas del sistema final

$h, k =$ coordenadas del nuevo origen

Por lo tanto $h = 0$ cm y $k = 40$ cm $\theta = 0^\circ$

a) Para el primer vértice $x = 0$ cm

$y = 0$ cm

$$0 = x'' \cos \theta^\circ - y'' \sin \theta^\circ + 0$$

$$0 = x'' \sin \theta^\circ + y'' \cos \theta^\circ + 40$$

$$x'' = 0 \text{ cm}$$

$$y'' = -40 \text{ cm}$$

b) Para el segundo vértice $x = 50$ cm

$y = 0$ cm

$$50 = x'' \cos \theta^\circ - y'' \sin \theta^\circ + 0$$

$$0 = x'' \sin \theta^\circ + y'' \cos \theta^\circ + 40$$

$$x'' = 50 \text{ cm}$$

$$y'' = -40 \text{ cm}$$

c) Para el tercer vértice $x = 50$ cm

$y = 80$ cm

$$50 = x'' \cos \theta^\circ - y'' \sin \theta^\circ + 0$$

$$80 = x'' \sin \theta^\circ - y'' \cos \theta^\circ + 40$$

$$x'' = 50 \text{ cm}$$

$$y'' = 40 \text{ cm}$$

d) Para el cuarto vértice $x = 0$ cm

$y = 80$ cm

$$0 = x'' \cos \theta^\circ - y'' \sin \theta^\circ + 0$$

$$80 = x'' \sin \theta^\circ + y'' \cos \theta^\circ + 40$$

$$x'' = 0 \text{ cm}$$

$$y'' = 40 \text{ cm}$$

Con éstos datos se forma la matriz $[V]_{N \times 2}$

$$[VV] = \begin{bmatrix} 0 & -40 \\ 50 & -40 \\ 50 & 40 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$$

Transformación de coordenadas del acero de refuerzo.

a) Para la primer varilla $x = 10$ cm $y = 10$ cm

$$10 = x' \cos 0^\circ - y' \sin 0^\circ + 0$$

$$10 = x' \sin 0^\circ + y' \cos 0^\circ + 40$$

$$x' = 10 \text{ cm}$$

$$y' = -30 \text{ cm}$$

b) Para la segunda varilla $x' = 40$ cm $y = 10$ cm

$$40 = x' \cos 0^\circ - y' \sin 0^\circ + 0$$

$$10 = x' \sin 0^\circ + y' \cos 0^\circ + 40$$

$$x' = 40 \text{ cm}$$

$$y' = -30 \text{ cm}$$

c) Para la tercer varilla $x' = 40$ cm $y = 70$ cm

$$40 = x' \cos 0^\circ - y' \sin 0^\circ + 0$$

$$70 = x' \sin 0^\circ + y' \cos 0^\circ + 40$$

$$x' = 40 \text{ cm}$$

$$y' = 30 \text{ cm}$$

d) Para la cuarta varilla $x = 10$ cm $y = 70$ cm

$$10 = x' \cos 0^\circ - y' \sin 0^\circ + 0$$

$$70 = x' \sin 0^\circ + y' \cos 0^\circ + 40$$

$$x' = 10 \text{ cm}$$

$$y' = 30 \text{ cm}$$

Con estos datos se conforma la matriz $[NNA]_{UAX2}$

$$[NNA] = \begin{bmatrix} 10 & -30 \\ 40 & 30 \\ 40 & 30 \\ 10 & 30 \end{bmatrix}$$

6.- Cálculo de la altura del bloque rectangular de esfuerzos.

Distancia máxima perpendicular desde el eje neutro a la fibra más alejada (superior)

$$Y_{\text{Max}} = 40$$

DCP = Distancia de corrección de la línea eje neutro

$$\beta = 0.80$$

$$= Y_{\text{max}} (1 - \beta)$$

$$DCP = 40 (1 - 0.8)$$

$$= 40 (0.2)$$

$$= 8 \text{ cm}$$

7.- Formación de la matriz $[VVV]$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[VV]$ restándole a la columna de las "y" la distancia DCP.

$$[VVV] = \begin{bmatrix} 0 & -48 \\ 50 & -48 \\ 50 & 32 \\ 0 & 32 \end{bmatrix}$$

8.- Formación de la matriz de rangos [R] NX4

Esta matriz se forma a partir de la matriz [VV], la columnas 1 y 2 son las coordenadas en X y las columnas 3 y 4 son las coordenadas en Y, por lo tanto se forma el rango de operación de cada vértice.

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 50 & -48 & -48 \\ 50 & 50 & -48 & 32 \\ 50 & 0 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 32 & -48 \end{bmatrix}$$

9.- Formación de la matriz [ECC]

Esta matriz es de las ecuaciones de los lados de la columna. La matriz [ECC] es de NX3, donde la primer columna es a, la segunda b y la tercera c (a,b,c, son valores), la ecuación es igualada a cero y es de la forma.

$$ax + by + c = 0$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m(x - x_1) = y - y_1$$

Como ejemplo del lado 1 tenemos:

$$m = \frac{-48 + 48}{60 - 0}$$

$$m = 0$$

$$(x-50) = y + 48$$

$$0 = y + 48$$

$$-y - 48 = 0$$

$$[ECC] = \begin{bmatrix} x & y & b \\ 10000 & -1 & -48 \\ -1 & 10000 & +50 \\ 10000 & -1 & +32 \\ -1 & 10000 & 0 \end{bmatrix}$$

10.- Formación de la matriz $[RR]_{N \times 4}$

Esta matriz se forma a partir de la matriz $[R]$ y consiste en obtener los rangos de los lados de la columna que quedan sobre el eje neutro propuesto. Se hace cero el negativo y se evalúa su correspondiente "y".

$$[RR] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 32 \\ 50 & 0 & 32 & 32 \\ 0 & 0 & 32 & 0 \end{bmatrix}$$

11.- Obtención del centroide de la columna.

$$\bar{X} = 25 \text{ cm}$$

Con respecto al eje neutro

$$\bar{Y} = 40 \text{ cm}$$

12.- Obtención del centroide plástico de la sección.

$$\bar{X} = \frac{(0.85)(4000)(350)(25) + (4200)(3)(5)(10 + 10 + 40 + 40)}{(0.85)(4000)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{X} = 25 \text{ cm}$$

$$\bar{Y} = \frac{(0.85)(4000)(40) + (4200)(5)(10 + 10 + 70 + 70)}{(0.85)(4000)(350) + (4200)(5)(4)}$$

$$\bar{Y} = 40 \text{ cm}$$

13.- Obtención del centroide del área de compresión.

$$\bar{X} = 25 \text{ cm}$$

Con respecto al eje neutro

$$\bar{Y} = 16 \text{ cm}$$

$$y_0 = 16 + \text{DCP}$$

$$Y_0 = 24 \text{ cm}$$

13.- Obtención de la fuerza del concreto (Cc)

$$C_c = (0.85) (A_c) (f_c)$$

$$C_c = (0.85) (1600) (350)$$

$$C_c = 476,000 \text{ kg}$$

14.- Deformaciones del acero y sus fuerzas.

Varilla 1

$$\frac{0.003}{40} = \frac{\epsilon_1}{-30}$$

$$\epsilon_{s1} = -0.00225$$

$$f_{s1} = (0.00225) (2.1 \times 10^6) = 4725 \text{ kgf/cm}^2 > 4200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ usar } 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$T_1 = (4200) (5) = -21,000 \text{ kgf.}$$

Varilla 2

$$\frac{0.003}{40} = \frac{\epsilon_2}{-30}$$

$$\epsilon_{s2} = 0.00225$$

$$f_{s2} = (0.00225) (2.1 \times 10^6) = 4725 \text{ kgf/cm}^2 > 4200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ usar } 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$T_2 = (4200) (5) = -21,000 \text{ kgf.}$$

Varilla 3

$$\frac{0.003}{40} = \frac{\epsilon_3}{-30}$$

$$\epsilon_{s3} = 0.00225$$

$$f_{s3} = (0.00225) (2. \times 10^6) = 4725 \text{ kgf/cm}^2 > 4200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ usar } 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$T_3 = (4200) (5) = 21,000 \text{ kgf}$$

Varilla 4

$$\frac{0.003}{40} = \frac{\epsilon_s}{-30}$$

$$\epsilon_{s4} = 0.00225$$

$$f_{s4} = (0.00225) (2.1 \times 10^6) = 4725 \text{ kgf/cm}^2 > 4200 \text{ kgf/cm}^2 \text{ usar } 4200 \text{ kgf/cm}^2$$

$$T_4 = (4200) (5) = 21,000 \text{ kgf.}$$

15.- Obtención de la carga axial y el momento.

$$P_x = C_c + T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

$$P_x = 476,000 - 21,000 - 21,000 + 21,000 + 21,000$$

$$P_x = 476,000$$

16.- Obtención de M_{ux} y M_{uy}

$$M_{ux}' = (476,000)(24) + (21,000)(30) + (21,000)(30) + (21,000)(30) + (21,000)(30)$$

$$M_{uy}' = (476,000)(0) + (21,000)(0) + (21,000)(0) + (21,000)(0) + (21,000)(0)$$

$$M_{uy}' = 0$$

$$M_x = 13,944,000 \text{ kg-cm}$$

$$M_y = 0$$

CAPITULO 7

CORRIDA DE EJEMPLOS

CICLO I

ANALISIS DE COLUMNAS DE SECCION ARBITRARIA SOMETIDAS A FLEXION
Y CARGA BIAxIAL

INICIA LECTURA DE DATOS

FAVOR DE DAR LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES A FAVOR DE LAS
MANECILLAS DEL RELOJ

MATRIZ [SA]

5
5
5

XMA= 60

XME= 0

YMA= 60

YME= 0

MATRIZ [V]

20	0
0	20
0	50
10	50
10	60
40	60
60	10

MATRIZ [VV]

20.03879	-3.419686
8.084683	22.21426
18.34456	50.4053
27.74158	46.98534
31.16154	56.38236
59.35258	46.12248
61.04681	-7.702511

MATRIZ [NA]

20	20
30	50
50	10

EL CENTROIDE PLASTICO ESTA A	37.32917	22.2609	CMS DEL EJE NEUTRO
EL AREA DE LA SECCION ES DE	2600	CM2	

LA MATRIZ [NNA]

26.87871	15.37434
46.53561	40.14542
51.6498	-4.282553

DGP= 11.27647

LA MATRIZ [VVV]

LA FUERZA DE LA VARILLA	1	ES DE	8589.421
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(1)=	-59151.58
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(1)=	-89763.39
LA DEFORMACION DE LA VARILLA	2	ES DE	2.136063E-03
EL ESFUERZO DE LA VARILLA	2	ES DE	4200
LA FUERZA DE LA VARILLA	2	ES DE	21000
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(2)=	375574.9
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(2)=	193335.2
LA DEFORMACION DE LA VARILLA	3	ES DE	-2.278666E-04
EL ESFUERZO DE LA VARILLA	3	ES DE	-478.5199
LA FUERZA DE LA VARILLA	3	ES DE	-2392.6
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(3)=	63507.86
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(3)=	-34263.52
MOMENTO X DEL CONCRETO	4530284		
MOMENTO Y DEL CONCRETO	-780365.7		
MOMENTO X	4910215		
MOMENTO Y	-711057.4		
	581985.1		
EL MOMENTO MX ES	4371489		
EL MOMENTO MY ES	-2347649		

CICLO II

ANALISIS DE COLUMNAS DE SECCION ARBITRARIA SOMETIDAS A FLEXION
Y CARGA BIAXIAL

INICIA LECTURA DE DATOS

FAVOR DE DAR LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES A FAVOR DE LAS
MANECILLAS DEL RELOJ

MATRIZ [SA]

5

5

5

XMA= 60

XME= 0

YMA= 60

YME= 0

MATRIZ [V]

20 0

0 20

0 50

10 50

10 60

40 60

60 10

MATRIZ [VV]

20 0

0 20

0 50

10 50

10 60

40 60

60 10

MATRIZ [NA]

20 20

30 50

50 10

EL CENTROIDE PLASTICO ESTA A $X_m= 27.46513$, $Y_m=30.04533$ CMS DEL EJE NEUTRO

EL AREA DE LA SECCION ES DE 2600 CM2

LA MATRIZ [NNA]

20 20

30 50

50 10

DCP= 12

LA MATRIZ [VVV]

20 -12

0 8.000001

0 38

10 38

10 48

40 48

60 -1.999999

LA MATRIZ [EC]

-1 -1 8.000001

-1 10000 0

10000 -1 38

-1 10000 10
 10000 -1 48
 -2.5 -1 148
 .25 -1 -17

ESTA ES LA MATRIZ DE RANGOS DE OPERACION DE VERTICES R

8.000001 0 0 8.000001
 0 0 8.000001 38
 0 10 38 38
 10 10 38 48
 10 40 48 48
 40 59.2 48 0
 0 0 0 0

VERTICES ARRIBA

8.000001 0
 0 8.000001
 0 8.000001
 0 38
 0 38
 10 38
 10 38
 10 48
 10 48
 40 48
 40 48
 59.2 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0
 0 0

EL AREA EN COMPRESION DEL CONCRETO ES DE 2248.8 CM2
 EL CENTRIODE DEL AREA EN COMPRESION X ES DE 26.32328 CM
 EL CENTRIODE DEL AREA EN COMPRESION Y ES DE 33.8194 CM
 PC= 669018.1

LA DEFORMACION DE LA VARILLA	1	ES DE	.001
EL ESFUERZO DE LA VARILLA	1	ES DE	2100
LA FUERZA DE LA VARILLA	1	ES DE	10500
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(1)=	-105475.9
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(1)=	-78383.88
LA DEFORMACION DE LA VARILLA	2	ES DE	.0025
EL ESFUERZO DE LA VARILLA	2	ES DE	4200
LA FUERZA DE LA VARILLA	2	ES DE	21000
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(2)=	419048.1
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(2)=	53232.23
LA DEFORMACION DE LA VARILLA	3	ES DE	.0005
EL ESFUERZO DE LA VARILLA	3	ES DE	1050
LA FUERZA DE LA VARILLA	3	ES DE	5250

EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(3)=	-105238
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(3)=	118308.1
MOMENTO X DEL CONCRETO	2524923		
MOMENTO Y DEL CONCRETO	-763921.8		
MOMENTO X	2733257		
MOMENTO Y	-670765.4		
	705768.1		
EL MOMENTO MX ES	2733791		
EL MOMENTO MY ES	-670765.2		

CICLO III

ANALISIS DE COLUMNAS DE SECCION ARBITRARIA SOMETIDAS A FLEXION
Y CARGA BIAxIAL

INICIA LECTURA DE DATOS

FAVOR DE DAR LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES A FAVOR DE LAS
MANECILLAS DEL RELOJ

MATRIZ [SA]

5

5

5

XMA= 60

XME= 0

YMA= 60

YME= 0

MATRIZ [V]

20 0

0 20

0 50

10 50

10 60

40 60

60 10

MATRIZ [VV]

-20.2063 -5.003893

7.115623 -12.31914

22.12063 -38.29701

13.46134 -43.29868

18.46301 -51.95797

-7.514865 -66.96297

-49.84179 -33.66986

MATRIZ [NA]

20 20

30 50

50 10

EL CENTROIDE PLASTICO ESTA A

-11.64289 -34.75483 CMS DEL EJE NEUTRO

EL AREA DE LA SECCION ES DE

2600 CM2

LA MATRIZ [NNA]

-10.20296 -22.32247

-3.857243 -53.30201

-41.1825 -28.66819

DGP= 0

LA MATRIZ [VVV]

-20.2063 -5.003893

7.115623 -12.31914

22.12063 -38.29701

13.46134 -43.29868

18.46301 -51.95797

-7.514865 -66.96297

-49.84179 -33.66986

LA MATRIZ [EC]

-.2677427 -1 -10.41398

-1.73128 -1 6.633245E-07

.577607 -1 -51.07404

EL MOMENTO DE LA VARILLA MUX(3)=	0
EL MOMENTO DE LA VARILLA MUY(3)=	0
MOMENTO X DEL CONCRETO	0		
MOMENTO Y DEL CONCRETO	0		
MOMENTO X	0		
MOMENTO Y	0		
0			
EL MOMENTO MX ES	0		
EL MOMENTO MY ES	0		

CICLO IV

ANALISIS DE COLUMNAS DE SECCION ARBITRARIA SOMETIDAS A FLEXION
Y CARGA BIAXIAL

INICIA LECTURA DE DATOS

FAVOR DE DAR LOS DATOS DE LAS COORDENADAS DE LOS VERTICES A FAVOR DE LAS
MANECILLAS DEL RELOJ

MATRIZ [SA]

5

5

5

5

XMA= 60

XME= 0

YMA= 100

YME= 0

MATRIZ [V]

40 0

0 40

0 60

40 100

60 100

20 60

60 60

60 40

20 40

60 0

MATRIZ [VV]

35.35657 -21.21116

35.35329 35.35738

49.49461 49.50034

106.0632 49.50361

120.2061 35.36229

63.63757 35.35902

91.92347 7.076389

77.78216 -7.066571

49.49625 21.21607

49.49952 -35.35247

MATRIZ [NA]

40 10

10 50

50 50

40 90

EL CENTROIDE PLASTICO ESTA A

EL AREA DE LA SECCION ES DE

63.96227 20.89304 CMS DEL EJE NEUTRO
2800 CM2

LA MATRIZ [NNA]

42.42722 -14.13968

49.49543 35.3582

77.78133 7.075571

98.99249 42.43214

DGP= 9.900722

LA MATRIZ [VVV]

35.35657 -31.11188

35.35329 25.45666