

# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Mandelbrot, B., Les objets fractals: Forme Hasard et dimension, 1975. Flammarian, Paris.
2. Mandelbrot, B., The fractal geometry of Nature, W.H. Freeman and Co. San Francisco, 1982.
3. Asimov, I., El electrón es zurdo y otros ensayos científicos, Alianza editorial, S.A., pp. 210-236, 1977.
4. Falconer, K., Techniques in fractal geometry, John Wiley & Sons. Londres, 1996.
5. Devaney, R.L., Chaos Fractals and Dynamics, Addison-Wesley. Boston, 1995.
6. Çambel, A.B., Applied chaos theory, Academic Press. San Diego, 1993.
7. Hinojosa, M., Aplicación de geometría de fractales a la descripción de microestructuras metálicas, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1995.
8. Mandelbrot, B., How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension, Science, Vol. 156, No. 3775, pp. 636-638, Mayo 1967.
9. Lu, S. Z., Using fractal analysis to describe Irregular microstructures, JOM. Pp. 14-17, Dec.1995.
10. Feder, J., Fractals, 1988, Plenum Press. New York, 1988.
11. Laird, G., Fractal analysis of carbide morphology in high-Cr white cast irons, Metallurgical transactions A, Vol. 23A, pp. 2441-2945, Oct. 1992.
12. King, F., El aluminio y sus aleaciones, Editorial Limusa. México, 1992.
13. Mandelbrot, B.B., Fractal character of fracture surfaces of metals, Letters to nature. Vol. 308, pp. 721-722, Abr. 1984.

14. Quantimet 520+ Operators Manual, Leica Cambridge Ltd. Cambridge, 1990.
17. Jürgens, H., El lenguaje de los fractales, Investigación y Ciencia, pp.46-57. 1990.
18. Dewdney, A.K., Computer recreations: Beauty and profundity: The Mandelbrot set and a flock of its cousins called Julia, Sci. Am., pp.118-122.
19. Schwarz, H., The implementation fo the concept of fractal dimension on a semi-automatic image analyzer, Powder technology, Vol. 27, pp. 207-213, 1980.
20. Velasco, E., Estudios microestructurales de una aleación Al-Si tipo A319, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1997.
21. Spiegel, M., Theory and problems of Statistics, Schaum McGrawHill. 1961.
22. Briggs, J., Espejo y reflejo: del caos al orden, Editorial Gedisa Mexicana S.A., México 1991.
23. Cano, S., Análisis térmico y microestructural de una aleación Al-Si tipo A319, 1996, Universidad Autónoma de Nuevo León. Monterrey, 1996.
24. Vicsek, T., Fractal Growth Phenomena, World Scientific, 1992.
25. Galilei, G., Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno à due nuoue scienze attenenti alla meccanica & i movimienti locali, Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona, 1988.
26. Hinojosa, M., Microstructural fractal dimension of AISI 316L steel, MRS Symposium proceedings Vol. 367 "Fractal aspects of materials" , pp.125-129, 1995.
27. Hinojosa, M., Fractal Analysis of the Microstructure of AISI 304 steel, MRS Symposium Proceedings, Vol. 407 "Disordered Materials and Interfaces", p. 411, 1996.
28. Lu, S. Z., An application of fractal geometry to complex microstructures: Numerical characterization of graphite in cast irons, Acta metall. mater. Vol.42, No. 12, pp. 4035-4047, 1994.
29. Hornbogen, E., Fractals in microstructure of metals, International Material Reviews, Vol. 34, No. 6, pp. 278-296, 1989.

# APÉNDICE A

## Simbología.

A	Área real.
$A_E$	Área medida.
D	Dimensión fractal.
$D_s$	Dimensión fractal de una superficie.
$D_{HB}$	Dimensión de Hausdorff Besicovitch.
E	Dimensión euclidiana.
k	Factor de forma ( $k = P^2/A$ ).
L	Medida del perímetro.
L	Fase líquida.
M	Medida.
N	Número de elementos o partes.
P	Perímetro.
$P_R$	Perímetro real.
$P_E$	Perímetro medido.
r	Relación de escala.
$\rho$	Factor de forma.
$\alpha$	Fase alpha.
$\beta$	Fase beta.
$\delta$	Unidad de medición.
$\delta_{min}$	Unidad de medición equivalente al espesor de la línea medida.
$\varepsilon$	Elemento infinitamente pequeño.
$\mu$	Media estadística.
$\rho_D$	Relación área-perímetro, independiente de la magnificación.
$\sigma$	Desviación estándar.
x, y	Número de píxeles.

# APÉNDICE B

## FRONTAL

( $\mu\text{m}$ )

42.2	29.5	41.4	20.7	29.5	22.3	19.9
32.7	23.9	21.5	19.9	29.5	26.3	13.5
36.6	31.9	29.5	32.7	18.3	29.5	19.1
19.9	29.5	27.1	23.1	19.1	27.1	27.1
26.3	23.9	25.5	19.9	21.5	22.3	28.9

## LATERAL

( $\mu\text{m}$ )

36	13	22.5	24.1	22.5	14.1	13.3
15.4	21.1	18.1	16.4	22.9	21.6	13.3
28.4	26	21.7	15.5	18.3	21.6	24.1
17.4	16.7	27.7	20.1	23.8	18.9	17.7
21.9	23.4	20	22.1	20.1	25.6	20.4

## SUPERIOR

( $\mu\text{m}$ )

25.2	17.9	20.2	22.2	21.1	19.1	23.7
19.3	32	17.9	11.7	30.5	19	24.1
14.3	18.3	21.7	21.1	24.9	22.7	19.8
24.4	15	23.4	18.3	20.8	25.5	23.8
19.9	18.8	21.3	18.5	18.9	17.2	17.2

Espaciamientos dendríticos en las 3 vistas.

# APÉNDICE C

400x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	9461	9758	9530	8410	8851	9347	8929	9905	8369	8991	8244
P	2986	2294	2058	3693	2972	2423	2587	2030	3175	2885	2879
$A^{1/2}/d$	407	413.3	408.5	383.7	393.6	404.5	395.4	416.4	382.8	396.7	379.9
P/d	12492	9600	8612	15451	12435	10139	10822	8493	13286	12073	12047
$P/A^{1/2}$	30.7	23.23	21.08	40.27	31.59	25.06	27.37	20.39	34.71	30.43	31.71
400x	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
A	8332	8426	9030	8190	8931	9193	9449	9209	9374	9159	8784
P	2068	3865	2803	4255	2754	2837	2042	2812	2883	2289	3246
$A^{1/2}/d$	381.9	384.1	397.6	378.7	395.4	401.2	406.7	401.5	405.1	400.4	392.2
P/d	8654	16171	11728	17805	11525	11872	8543	11764	12063	9576	13581
$P/A^{1/2}$	22.66	42.1	29.5	47.02	29.15	29.59	21	29.3	29.78	23.91	34.63
400x	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
A	9864	8760	9069	9789	10005	9382	9250	8732	9454	9045	8863
P	2261	2841	2964	2718	1844	2872	2365	3692	2734	2593	3450
$A^{1/2}/d$	415.6	391.6	398.5	414	418.5	405.3	402.4	391	406.8	397.9	393.9
P/d	9460	11886	12403	11373	7716	12015	9893	15449	11438	10851	14437
$P/A^{1/2}$	22.76	30.35	31.13	27.47	18.44	29.65	24.59	39.51	28.11	27.27	36.65
400x	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
A	9473	8992	9161	8959	9146	9556	9155	8730	8876	9852	9040
P	2645	2841	3073	3431	2947	2445	2771	3715	3326	2170	2772
$A^{1/2}/d$	407.2	396.8	400.5	396	400.1	409	400.3	390.9	394.2	415.3	397.8
P/d	11065	11886	12858	14356	12331	10229	11596	15545	13918	9079	11598
$P/A^{1/2}$	27.17	29.96	32.11	36.25	30.81	25.01	28.97	39.76	35.31	21.86	29.15
400x	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
A	8727	8542	9031	9300	9363	8958	9270	9569	9196	9601	8484
P	3598	3029	3040	3054	3021	2177	2572	2371	2877	2235	3873
$A^{1/2}/d$	390.9	386.7	397.6	403.5	404.9	396	402.9	409.3	401.2	410	385.4
P/d	15055	12672	12720	12779	12642	9111	10761	9918	12036	9349	16205
$P/A^{1/2}$	38.51	32.77	31.99	31.67	31.22	23.01	26.71	24.23	30	22.81	42.05
400x	56	57	58	59	60	61	62	63	64		
A	8710	9323	7914	9196	8826	9253	9274	9380	9490		
P	3600	2654	3503	2482	2965	2662	2209	2462	2484		
$A^{1/2}/d$	390.5	404	372.2	401.2	393.1	402.5	402.9	405.2	407.6		
P/d	15061	11103	14658	10386	12406	11140	9244	10303	10393		
$P/A^{1/2}$	38.57	27.48	39.38	25.88	31.56	27.68	22.94	25.42	25.5		

Datos de las 64 imágenes individuales a 400x, para la observación transversal.

# APÉNDICE D

Regresión Lineal por mínimos cuadrados para la obtención de la dimensión fractal.

## Muestra "Longitudinal"

$x[=]\text{Log}(A^{1/2}/\delta)$	2.580	2.883	3.190	3.504	$\Sigma x =$	12.157
$y[=]\text{Log}(P/\delta)$	4.574	4.937	5.376	5.880	$\Sigma y =$	20.767
$x^2$	6.6575	8.3101	10.174	12.280	$\Sigma x^2 =$	37.421
$xy$	11.803	14.231	17.149	20.604	$\Sigma xy =$	63.787
m	b					
12.157	04.000	20.767			$m =$	1.415
37.421	12.157	63.787			$b =$	8.90E-01

## Muestra "Transversal"

$x[=]\text{Log}(A^{1/2}/\delta)$	2.630	2.922	3.241	3.559	$\Sigma x [=]$	12.351
$y[=]\text{Log}(P/\delta)$	4.461	4.986	5.452	5.924	$\Sigma y [=]$	20.823
$x^2$	6.9188	8.5353	10.502	12.665	$\Sigma x^2 [=]$	38.621
$xy$	11.734	14.567	17.668	21.082	$\Sigma xy [=]$	65.052
m	b					
12.351	04.000	20.823			$m =$	1.562
38.621	12.351	65.052			$b =$	3.83E-01

## Dendrita "A"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	1.7707	2.0863	2.3942	2.7071	$\Sigma x [=]$	8.9583
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	2.6965	3.0620	3.3236	3.6537	$\Sigma y [=]$	12.736
$x^2 [=]$	3.1354	4.3526	5.7323	7.3281	$\Sigma x^2 [=]$	20.548
$xy [=]$	4.7748	6.3883	7.9574	9.8908	$\Sigma xy [=]$	29.011
m	b					
8.9583	4.0000	12.736			$m [=]$	1.005
20.548	8.9583	29.011			$b [=]$	0.932

## Dendrita "B"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	2.318	2.619	2.918	3.220	$\Sigma x [=]$	11.075
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	3.848	4.219	4.575	4.945	$\Sigma y [=]$	17.587
$x^2 [=]$	5.374	6.861	8.512	10.366	$\Sigma x^2 [=]$	31.113
$xy [=]$	8.922	11.051	13.349	15.920	$\Sigma xy [=]$	49.241
m	b					
11.075	4.000	17.587			$m [=]$	1.214
31.113	11.075	49.241			$b [=]$	1.036

## Dendrita "C"

$x [=] \text{Log}(A^{1/2} / \delta)$	2.0889	2.4381	2.7871	3.1282	$\Sigma x [=]$	10.442
$y [=] \text{Log}(P / \delta)$	3.4084	3.8441	4.3499	4.8685	$\Sigma y [=]$	16.470
$x^2 [=]$	4.3636	5.9445	7.7679	9.7855	$\Sigma x^2 [=]$	27.862
$xy [=]$	7.1199	9.3724	12.124	15.230	$\Sigma xy [=]$	43.845
m	b					
10.442	4.0000	16.470			$m [=]$	1.409
27.862	10.442	43.845			$b [=]$	0.439

# APÉNDICE E

Diagonal de la huella hecha por el Indentador de Microdureza Vickers, sobre el eje principal de las dendritas de aluminio A319 a las magnificaciones de 50x, 100x, 200x y 400x.

Vista longitudinal 1. (medidas en  $\mu\text{m}$ )

	50x	100x	200x	400x
<b>X<sub>1</sub></b>	28.6	26.3	28.2	27.1
<b>X<sub>2</sub></b>	22.9	26.3	27.2	26.7
<b>X<sub>3</sub></b>	22.9	26.8	26.8	27.3
<b>X<sub>4</sub></b>	24.8	28.2	27.7	27.7
<b>X<sub>5</sub></b>	24.8	27.5	28.2	27.2
<b>X<sub>6</sub></b>	22.9	27.5	27.1	27.4
<b>X<sub>7</sub></b>	24.8	26.3	26.6	26.6
<b>X<sub>8</sub></b>	28.6	33.3	33.7	34.4
<b>X<sub>9</sub></b>	22.9	28.0	27.5	26.9
<b>X<sub>10</sub></b>	22.9	26.2	27.0	26.7
<b>Media (<math>\mu</math>)</b>	<b>24.6</b>	<b>27.6</b>	<b>28.0</b>	<b>27.8</b>
<b>D. Estd. (<math>\sigma</math>)</b>	<b>2.27</b>	<b>2.13</b>	<b>2.08</b>	<b>2.35</b>

Vista longitudinal 2. (medidas en  $\mu\text{m}$ )

	50x	100x	200x	400x
<b>X<sub>1</sub></b>	27.3	29.6	29.4	29.5
<b>X<sub>2</sub></b>	23.6	25.0	26.6	25.0
<b>X<sub>3</sub></b>	23.6	25.0	26.2	26.5
<b>X<sub>4</sub></b>	25.9	24.7	26.8	25.6
<b>X<sub>5</sub></b>	27.0	26.2	27.6	26.2
<b>X<sub>6</sub></b>	23.2	25.0	26.4	24.5
<b>X<sub>7</sub></b>	21.7	28.9	28.7	27.5
<b>Media (<math>\mu</math>)</b>	<b>24.6</b>	<b>26.3</b>	<b>27.4</b>	<b>26.4</b>
<b>D. Estd. (<math>\sigma</math>)</b>	<b>2.12</b>	<b>2.05</b>	<b>1.24</b>	<b>1.69</b>



Vista transversal. (medidas en  $\mu\text{m}$ )

	<b>50x</b>	<b>100x</b>	<b>200x</b>	<b>400x</b>
<b>x<sub>1</sub></b>	34.5	35.1	36.3	35.9
<b>x<sub>2</sub></b>	34.3	34.5	35.8	35.8
<b>x<sub>3</sub></b>	28.6	28.8	28.1	28.7
<b>x<sub>4</sub></b>	26.7	26.0	27.5	27.3
<b>Media (<math>\mu</math>)</b>	<b>31.0</b>	<b>31.1</b>	<b>31.9</b>	<b>31.9</b>
<b>D. Estd. (<math>\sigma</math>)</b>	<b>3.97</b>	<b>4.43</b>	<b>4.77</b>	<b>4.57</b>

# APÉNDICE F

Pruebas de hipótesis para la diferencia de medias a las diferentes magnificaciones.

Espaciamientos interdendríticos.

a 100x,  $\mu_1 = 41.12 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_1 = 15.22 \mu\text{m}$

a 200x,  $\mu_2 = 45.33 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_2 = 18.42 \mu\text{m}$

$$z = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma_{x_1-x_2}} = \frac{45.33 - 41.12}{(15.22^2/9 + 18.42^2/9)^{1/2}}$$

$$z = 0.5285$$

Huellas de microdureza (d)

a 100x,  $\mu_1 = 28.00 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_1 = 2.075 \mu\text{m}$

a 200x,  $\mu_2 = 27.64 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_2 = 2.126 \mu\text{m}$

$$z = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\sigma_{x_1-x_2}} = \frac{27.64 - 28.00}{(2.075^2/10 + 2.126^2/10)^{1/2}}$$

$$z = -0.3832$$

Con un nivel de significación  $\alpha = 0.05\%$  en dos colas, el intervalo de aceptación es de -1.96 a 1.96 para el valor de z. Por lo tanto, para ambas pruebas no existe diferencia en las lecturas a las diferentes magnificaciones.

## LISTADO DE FIGURAS.

	Pág.
2.1 Representación gráfica del quinto axioma de Euclides .	. 8
2.2 Primeras cuatro etapas en la construcción del copo de nieve de Koch . . . . .	. 11
2.3 El conjunto de Mandelbrot . . . . .	. 12
2.4 Un conjunto de Julia . . . . .	. 13
2.5 La dimensión fractal de las nubes . . . . .	. 14
2.6 La curva de Peano . . . . .	. 15
2.7 Dependencia del perímetro medido con respecto a la unidad de medición, para objetos euclidianos y no euclidianos.	. 19
2.8 Esquema de un análisis de imágenes . . . . .	. 21
2.9 Gráfica típica $A^{1/2}/\delta$ versus $P/\delta$ . . . . .	. 22
3.1 Diagrama de equilibrio Al-Si. . . . .	. 25
3.2 Radio crítico de un núcleo de cobre en función del subenfriamiento . . . . .	. 26
3.3 Morfología que presentan las fases sólidas en un eutéctico .	. 29
4.1 Disposición del equipo de análisis de imágenes . . . . .	. 34
4.2 Imágenes requeridas a 50x, 100x, 200x y 400x . . . . .	. 35
4.3 Primer campo de observación a 50x, 100x, 200x y 400x .	. 35
4.4 Campos de observación a 50x, 100x, 200x y 400x por el método de dendrita individual. . . . .	. 36
4.5 Vista tridimensional del crecimiento dendrítico . . . . .	. 37

	Pág.
4.6 Medición de la dureza sobre la dendrita . . . . .	. 38
5.1 Muestra "Longitudinal", a 50x . . . . .	. 39
5.2 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la muestra "Longitudinal" . . . . .	. 40
5.3 Muestra "Transversal", a 50x . . . . .	. 41
5.4 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la muestra "Transversal" . . . . .	. 42
5.5 Dendrita "A", a 200x . . . . .	. 43
5.6 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "A" . . . . .	. 44
5.7 Dendrita "B", a 100x . . . . .	. 45
5.8 Dendrita "B", a 200x . . . . .	. 46
5.9 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "B" . . . . .	. 47
5.10 Dendrita "C", a 50x . . . . .	. 48
5.11 Dendrita "C", a 200x . . . . .	. 48
5.12 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "C" . . . . .	. 49
5.13 Dendrita "D", a 100x . . . . .	. 50
5.14 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "D" . . . . .	. 51
5.15 Dendrita "E", a 100x . . . . .	. 51
5.16 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "E" . . . . .	. 52
5.17 Dendrita "F", a 100x . . . . .	. 53
5.18 Gráfica $P/A^{1/2}$ versus $P/\delta$ de la dendrita "F" . . . . .	. 54
5.19 Curva de frecuencias del espaciamiento interdendrítico . . . . .	. 56
5.20 Curva de frecuencias de la microdureza Vickers. . . . .	. 57

# LISTADO DE TABLAS

	Pág.
2.1 Dimensión fractal de objetos matemáticos y reales . . . . .	. 15
4.1 Composición química nominal del A319 en comparación con la composición nominal del aluminio A319 . . . . .	. 32
5.1 Valores obtenidos del análisis para la muestra "longitudinal" . . . . .	. 40
5.2 Valores obtenidos del análisis para la muestra "transversal" . . . . .	. 42
5.3 Valores obtenidos del análisis para la dendrita "A" . . . . .	. 43
5.4 Valores obtenidos del análisis de la dendrita "B". . . . .	. 46
5.5 Valores obtenidos del análisis de la dendrita "C". . . . .	. 49
5.6 Valores obtenidos del análisis de la dendrita "D". . . . .	. 50
5.7 Valores obtenidos del análisis para la dendrita "E" . . . . .	. 52
5.8 Valores obtenidos del análisis para la dendrita "F" . . . . .	. 53
5.9 Distribución de frecuencias de los espaciamientos interdendríticos . . . . .	. 55
5.11 Microdureza Vickers en la muestra de Al-Si . . . . .	. 57
5.12 Medición de microdureza sobre las dendritas D, E y F. . . . .	. 58

# RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Oswaldo Luis Montelongo González, nace el 29 de Octubre de 1972, en la ciudad de Monclova, Coah., hijo primogénito del matrimonio del Ing. Oswaldo Luis Montelongo Romero y de la Sra. Blanca Elsa González de Montelongo.

En septiembre de 1980, él y su familia cambian de residencia a Monterrey, N.L. donde realiza sus estudios básicos, y profesionales.

En 1995 obtiene el grado de ingeniero con especialidad mecánica y de administración en la facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, obteniendo su título con grado honorífico.

A partir de Agosto de 1995 ingresa al postgrado de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, con la finalidad de obtener el título de maestro en ciencias de la ingeniería mecánica con especialidad en materiales.

Actualmente es catedrático a nivel ingeniería, y se desempeña en empresa propia de comercialización industrial.

