

**ANEXO A.****MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE SEG  
UN EL REGLAMENTO  
A. C. I. 3 1 8 - 95.****A.1. CONSIDERACIONES GENERALES.**

El método de Marco Equivalente es un análisis para cargas gravitacionales que convierte un marco tridimensional, formado por losas conectadas a columnas a través de elementos torsionantes, en un marco en dos direcciones, formado por una losa transformada en elementos viga-losa y columnas que ven incrementada su rigidez por la colaboración del elemento sujeto a torsión, como se muestra en la figura A.1.

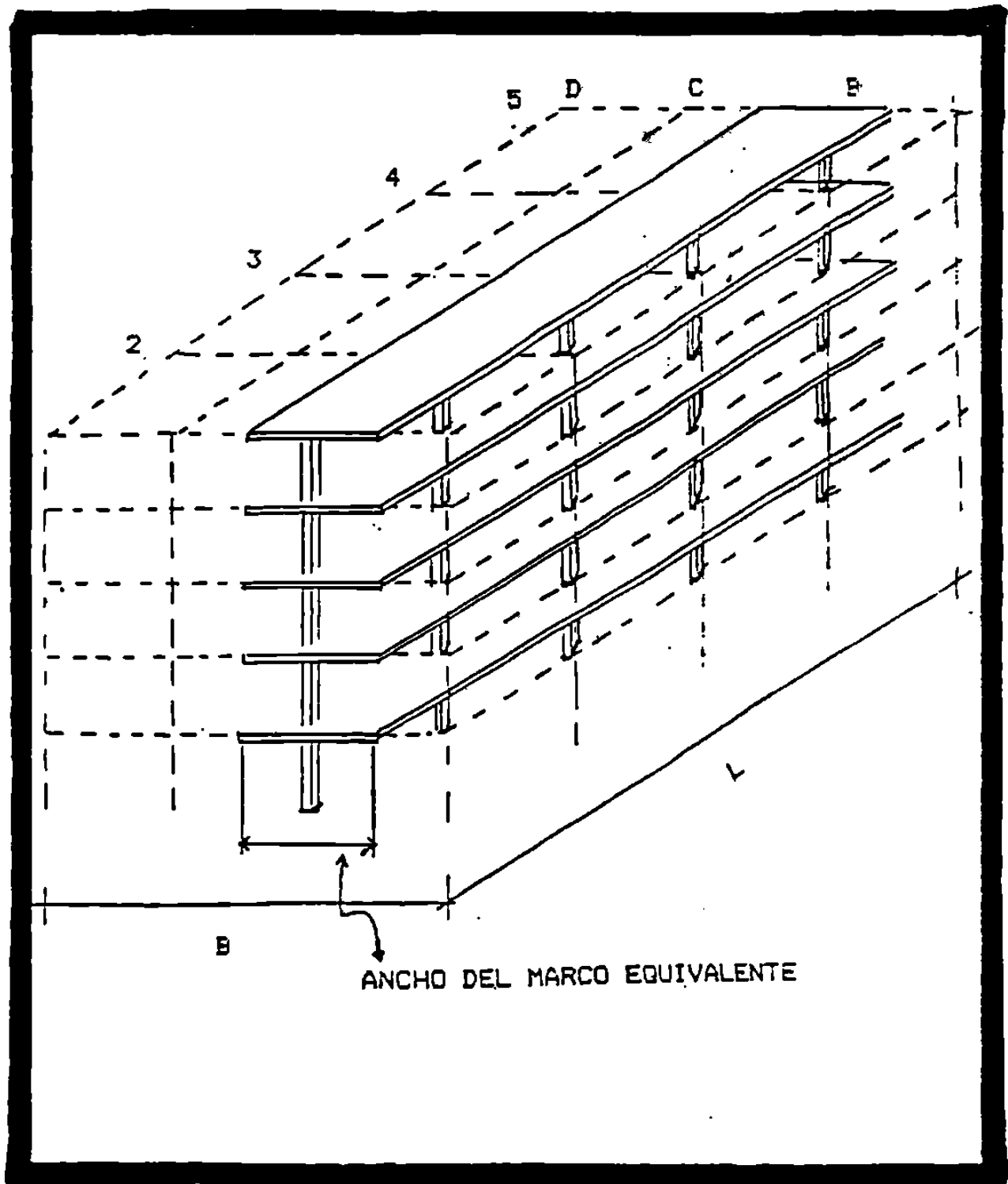
EL ancho del Marco Equivalente toma una distancia del centro del claro de un lado de la columna a el otro centro del claro, de la misma figura, como se muestra en la figuras A.2 y A.3.

Un análisis completo de un sistema de losas en dos direcciones, usando este método, consiste en analizar una serie de marcos equivalentes interiores y exteriores tomados longitudinalmente y transversalmente en el edificio., como se muestra en la figura A.2.

Se permite que para cargas gravitacionales , las losas de cada entrepiso se diseñen por separado considerando los extremos de las columna empotradas o restringida la rotación.

El método de Marco Equivalente es un método elástico aplicado a edificios o construcciones con columnas arregladas en forma ortogonal y es un método aplicable a losas con o sin vigas entre las columnas o soportes, en este estudio solo estudiaremos losas sin vigas entre los apoyos.





**FIGURA A.2. MARCO DE TRABAJO EN UN EDIFICIO DE VARIOS PISOS.**

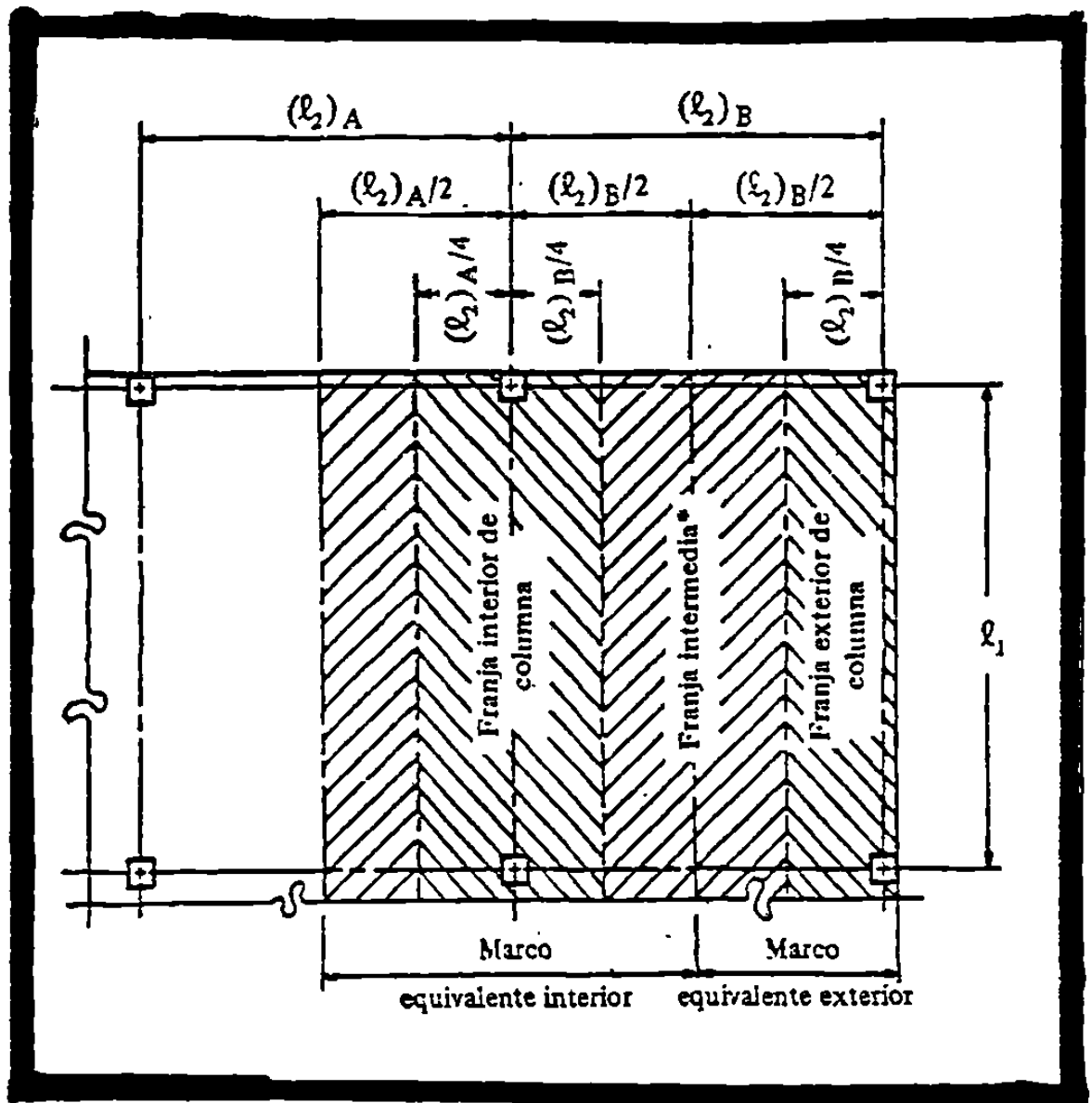


FIGURA A.3. ANCHO TRIBUTARIO EN UN EDIFICIO.

---

EL método de Marco Equivalente puede también utilizarse para el análisis de cargas laterales, si la rigidez de los elementos que lo constituyen son bien definidos y se toman en cuenta los efectos de agrietamiento así como también algunos factores de suma importancia como el tipo de sistema de losa y los detalles de colocación del acero de refuerzo. El comité 318 del Instituto Americano del Concreto menciona con respecto a esto:

**“ UN SISTEMA DE LOSA PUEDE SER DISEÑADO POR CUALQUIER PROCEDIMIENTO QUE SATISFAGA LAS CONDICIONES DE EQUILIBRIO Y LA COMPATIBILIDAD GEOMÉTRICA SI SE DEMUESTRA QUE EL ESFUERZO DE DISEÑO EN LA SECCIÓN ES CUANDO MENOS IGUAL AL ESFUERZO REQUERIDO, Y LAS CONDICIONES DE SERVICIO SEAN CUMPLIDAS ”**

Se consideran condiciones de servicialidad, el asegurar que al nivel de cargas de servicio, la rigidez de la estructura sea tal que no se presente comportamiento inaceptable para la función que debe desempeñar una estructura.

## **A.2.. MARCOS IDEALIZADOS POR EL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE:.**

El procedimiento que se ilustra a continuación, es el producto de transformar marcos tridimensionales a marcos paralelos, en dos direcciones. El método contempla analizar separadamente cada marco y, posteriormente, conjuntar todos los resultados para obtener el análisis de la estructura.

Se corta la estructura por medio de planos verticales, a la mitad de la distancia entre columnas, para dividir el edificio en dos conjuntos de marcos paralelos, como se muestra en la figura A.2.

## **A.3. DESCRIPCIÓN DE LOS ELEMENTOS DEL MARCO EQUIVALENTE**

### **A.3.1. VIGA-LOSA**

Está formada por la unión de la losa con la viga; si la hay, su cálculo depende de la rigideces de ambas; en nuestro caso, sólo existe losa, por lo cual, como se muestra en la figura A.4., y

---

usando las inercias que se muestran en la figura, se puede calcular fácilmente la rigidez de la losa-viga.

El procedimiento para el cálculo de la rigidez se basa en las siguientes consideraciones :

- 1.- El momento de inercia de la viga-losa entre los paños de los apoyos se calcula tomando el área total de la sección transversal del concreto.
- 2.- Un apoyo se define como la columna, un capitel, una ménsula o un muro; nunca se considerará como apoyo una viga.
- 3.- El momento de inercia de la viga-losa, desde el paño del apoyo hasta el eje del mismo , se calcula tomando el momento de inercia de la viga-losa en el paño del apoyo dividida entre  $(1 - (c^2/2))$  siendo  $c^2$  la dimensión de la columna en la dirección transversal a la de diseño. Este factor provocará que la viga-losa sea al menos un elemento semi-rigido; es decir, que las rotaciones no sean libres ni totalmente restringidas; por lo cual, los factores de rigidez y transporte, para miembros prismáticos, no pueden ser aplicados a este sistema.



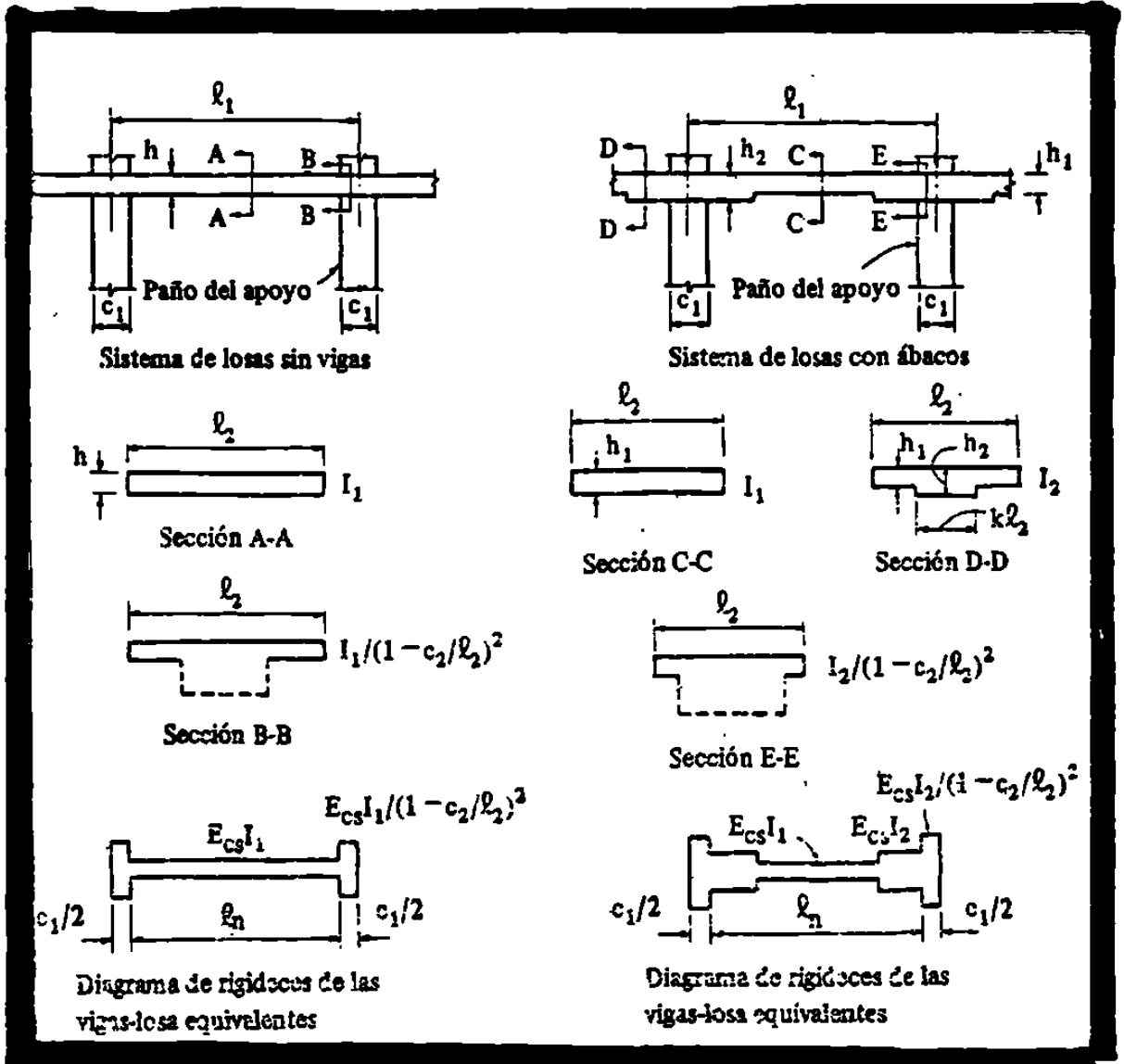


FIGURA A.4. DIFERENTES INERCIAS PARA LOSA-VIGA.

### **A.3.2. COLUMNAS**

Las columnas son elementos verticales sometidos a compresión o una combinación de flexión y compresión. En este trabajo la columna a tratar se representa en la figura A.5.

La rigidez de la columna se basa en la altura ( $l_c$ ) medida de la mitad del peralte de la losa superior a la mitad del peralte de la losa inferior.

El procedimiento para el cálculo de la rigidez de la columna se basa en las siguientes consideraciones:

- 1.- El momento de inercia de la columna, fuera de la unión viga-losa se calcula tomando la sección transversal del concreto. También se toma en cuenta la variación del momento de inercia, a lo largo del eje de la columna.
- 2.- En la unión de la viga-losa con la columna, el momento de inercia se considera infinito, desde el lecho superior hasta el lecho inferior de la viga losa . Al igual que en la viga losa los factores de rigidez-transporte para miembros prismáticos no pueden ser utilizados para este sistema.

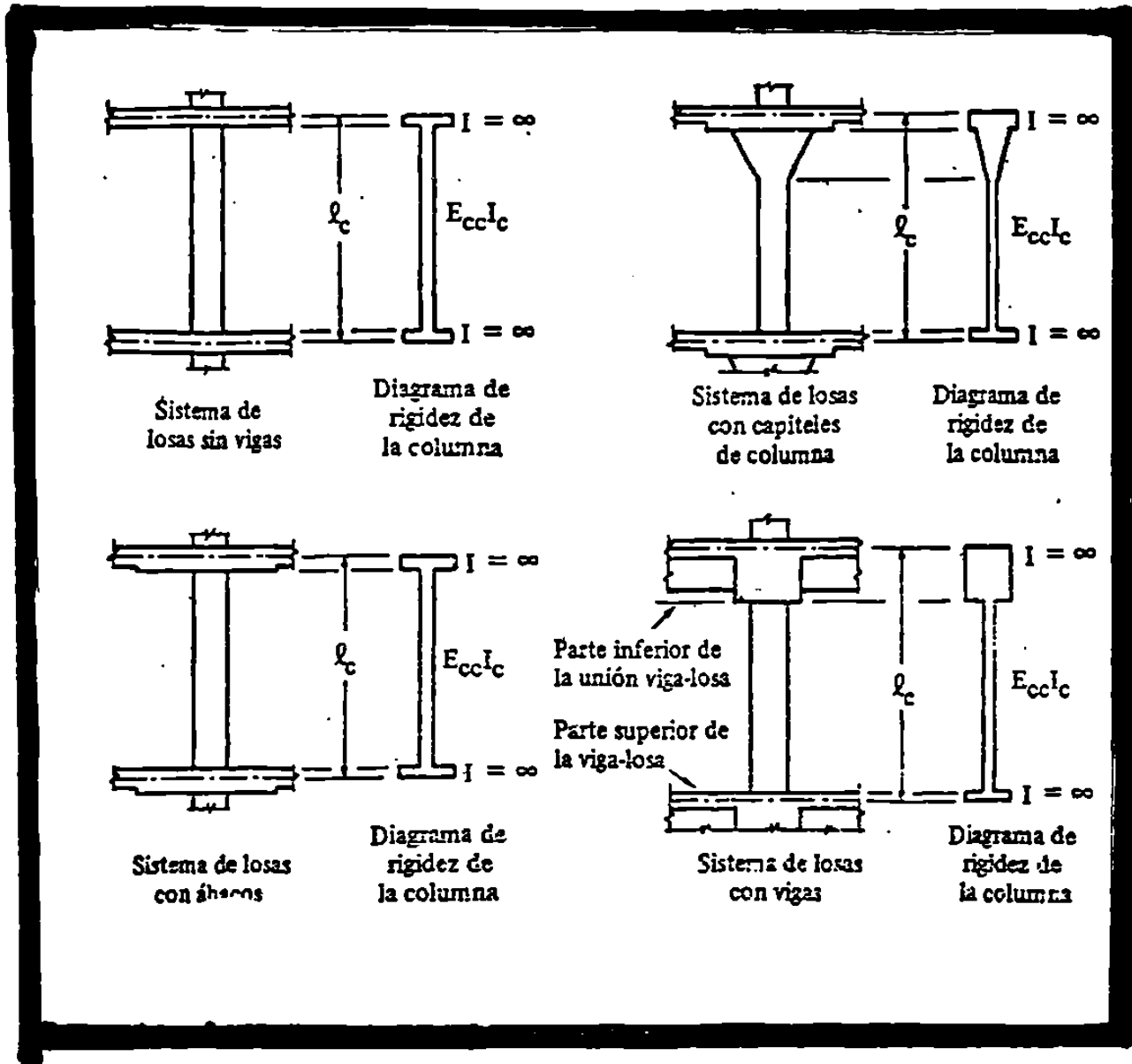


FIGURA A.5. DIFERENTES INERCIAS PARA COLUMNAS

### **A.3.3. ELEMENTO SUJETO A TORSIÓN**

Como se muestra en la figura A.6. , se puede observar el elemento torsionante de la losa, como el factor del que se habla en la viga-losa, sólo impide la rotación libre en el contacto con la viga-losa y la columna , y no en todo el ancho de la losa. Varios estudios y propuestas fueron presentadas por CORLEY Y JIRSA(1971) por lo cual, la rigidez a la torsión de este elemento se ve implicada en la rigidez de la columna equivalente.

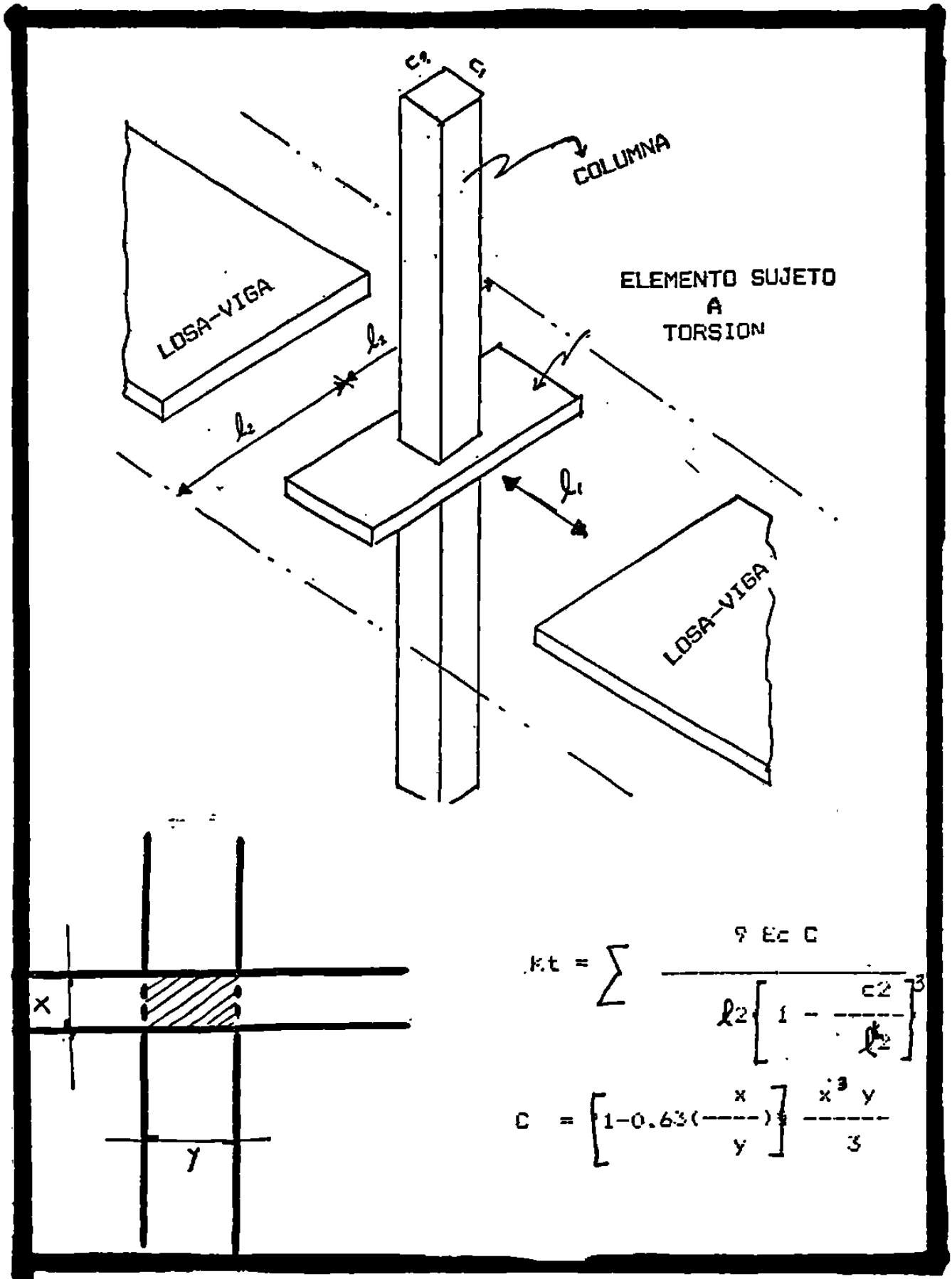


FIGURA A.6. CONTRIBUCIÓN DEL ELEMENTO TORSIONAL EN EL SISTEMA.

La rotación del borde está formada por las deformaciones por flexión de la columna y la rotación debida a la torsión de la viga transversal. La rotación de la columna se expresa como:

$$\theta = \frac{M_t}{GC}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

$$M_t = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{c_2}{l_2} \right]$$

---

En las fórmulas anteriores :

$\theta$  = Es la rotación provocada por un momento torsionante

$G$  = Es el módulo de elasticidad a la torsión

$C$  = Es al constante de torsión descrita por ACI

$\mu$  = Es la razón de Poisson

$M_t$  = Es el momento torsionante

$c_2$  = Es la dimensión de la columna en la dirección transversal a la de diseño

$\ell_2$  = Es la longitud en la dirección transversal a la de diseño.

Los elementos a torsión deben resistir solamente los momentos que actúan fuera del ancho de la columna  $c_2$ .

Se ha demostrado por investigadores del ACI, que la rotación torsional, a la mitad del claro de las vigas transversales, en relación con las caras de la columna y debidas a un momento unitario aplicado a la longitud transversal  $l_2$  con la distribución mostrada anteriormente es de :

$$\theta_t = \frac{l_2}{12GC} \left[ 1 - \frac{c_2}{l_2} \right]$$

Corley y Jirsa usaron una rotación promedio de un tercio del máximo, como valor razonable, lo que origina un promedio de:

$$\theta = \frac{l_2}{36 GC} \left[ 1 - \frac{c_2}{l_2} \right]$$

Sustituyendo  $E_c/2 = G$ , es decir despreciando la contribución de la relación de Poisson se obtiene:



$$\theta = \frac{l^2}{18E_c C} \left\{ 1 - \frac{c^2}{2} \right\} = \frac{1}{kt}$$

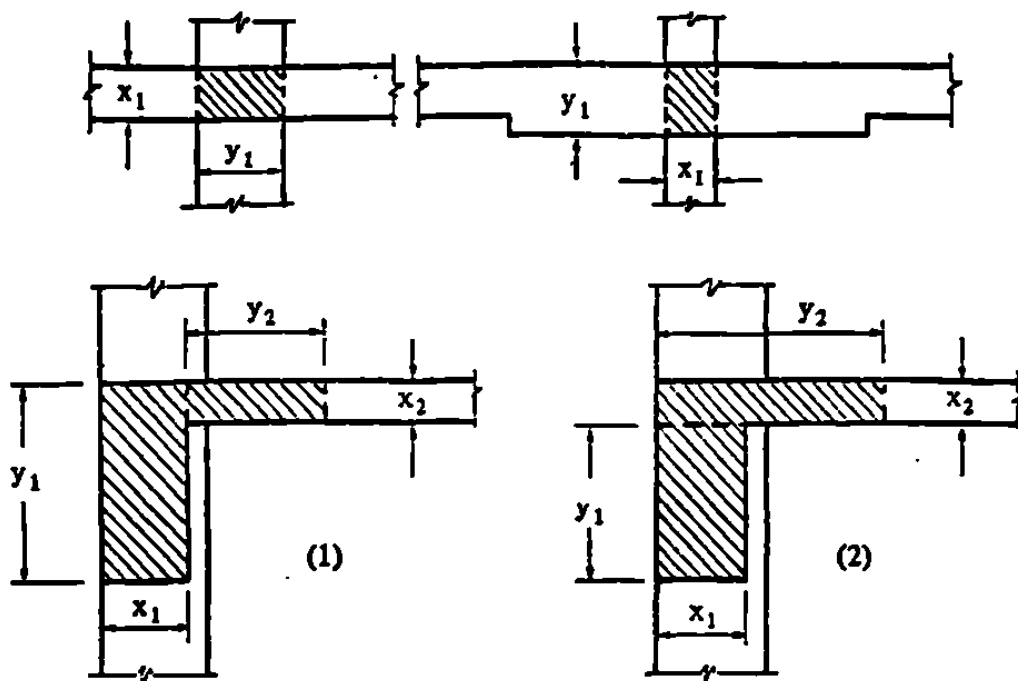
En las fórmulas usadas por el método que estamos discutiendo que es el de MARCO EQUIVALENTE, el ACI presenta una expresión como sigue:

$$kt = \sum \frac{9 E_c C}{l^2 \left\{ 1 - \frac{c^2}{l^2} \right\}^2}$$

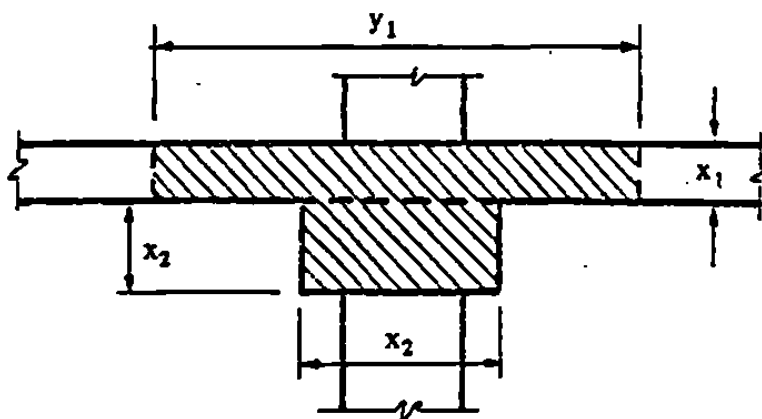
En esta expresión, la suma se refiere esencialmente a los elementos a torsión, a cada lado de la columna; en una columna de esquina solo será necesario considerar un miembro.

El valor de la constante de torsión, para nuestro caso, se determina por medio de la expresión que se muestra en la figura A.7.

En la bibliografía se encuentran referencias del procedimiento matemático para el cálculo de la constante de torsión, que allí se pueden ver y estudiar. (Referencia 12)



Emplear el valor mayor de C calculado a partir de (1) ó (2)



$$C = \Sigma \left[ \left( 1 - 0.63 \frac{x_1}{y_1} \right) \frac{x_1^3 y_1}{3} \right] + \left[ \left( 1 - 0.63 \frac{x_2}{y_2} \right) \frac{x_2^3 y_2}{3} \right]$$

FIGURA A.7. DIFERENTES CONSTANTES DE TORSIÓN  
"C."

### A.3.4.2.3. COLUMNA EQUIVALENTE

El concepto de columna equivalente combina la rigidez de la columna con los elementos torsionantes en un elemento compuesto; este procedimiento modifica la rigidez de la columna para tomar en cuenta la flexibilidad torsionante de la conexión losa columna.

La columna equivalente consiste en las columnas arriba y abajo de la viga losa , mas los elementos torsionantes adjuntos a cada lado de la columna, los cuales se extienden hasta los ejes centroidales de los tableros adyacentes.

La rigidez a flexión "Kec" de la columna equivalente se obtiene de la siguiente expresión:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{K_t}$$

donde:

$K_c$  = Rigidez a la flexión de la columna

$K_t$  = Rigidez a la torsión de cada elemento torsionante

$K_{ec}$  = Rigidez a flexión de la columna equivalente.

#### **A.4. APLICACIÓN DE LA COLUMNA EQUIVALENTE PARA EL ANÁLISIS DE CARGAS LATERALES**

Aun cuando el método de Marco Equivalente se limita al análisis de cargas gravitacionales, se puede utilizar para analizar cargas laterales, si se modifica para tomar en cuenta la rigidez debida al agrietamiento de la viga losa ya que los desplazamientos laterales pueden modificar de manera importante los momentos en las columnas, especialmente en los edificios altos con marcos sin contraventear.

La pérdida de rigidez, debida al agrietamiento, depende tanto del tipo de sistema de losa como de los detalles del refuerzo, puesto que es difícil cuantificar el efecto que tiene el agrietamiento en la rigidez. conservadoramente se puede utilizar una rigidez de la viga losa agrietada, de  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{3}$  de la rigidez de la viga losa sin agrietar.

## **ANEXO B.**

### **B. EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE DE VANDERBILT.**

#### **B.1. CONSIDERACIONES GENERALES.**

Asumiendo que el método de marco equivalente tradicional permite el uso de marcos aislados, pueden utilizarse dos métodos en el cálculo de una estructura.

- 1.- El de la columna equivalente ; basado en una columna con rigidez modificada debido a la presencia del elemento torsional " $K/c$ "
- 2.- El de la losa equivalente ; basado en un conjunto de losa viga con rigidez modificada por el elemento torsional " $Kes$ ".

---

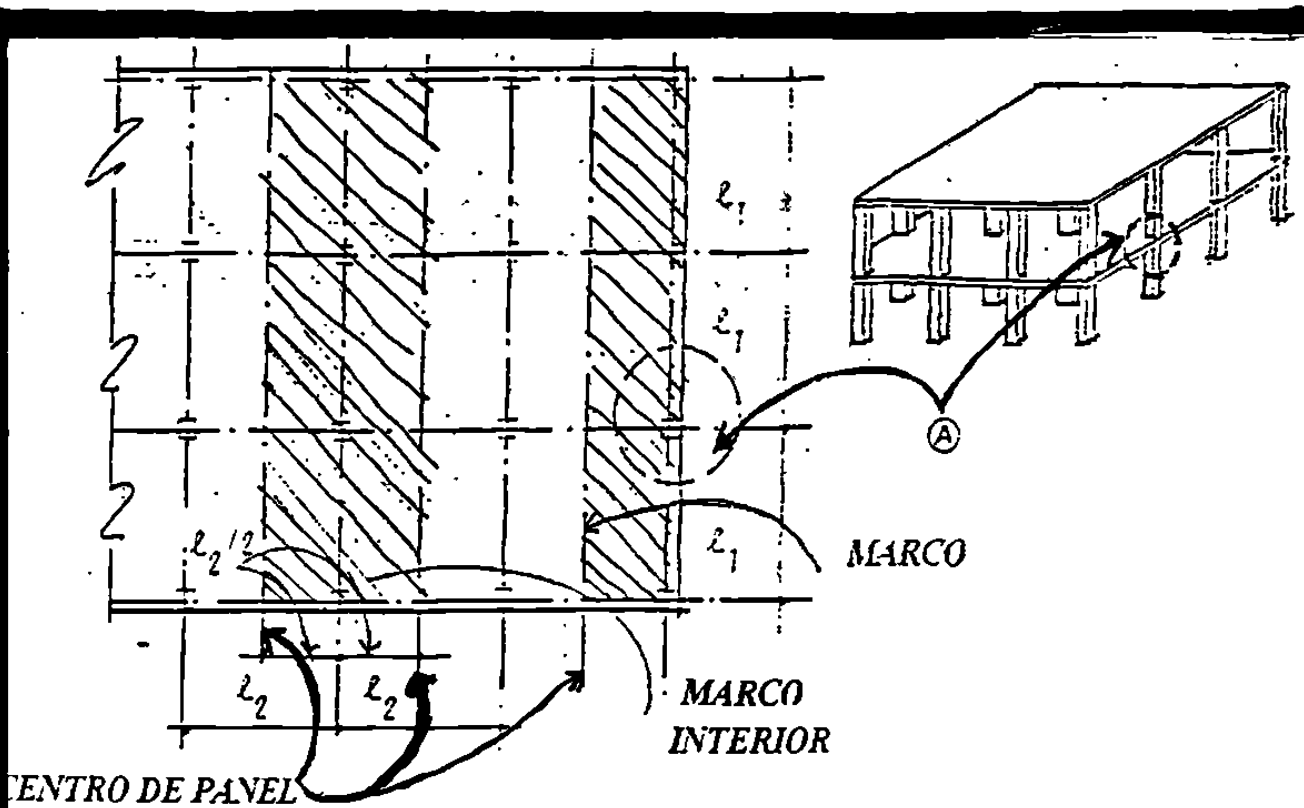
La columna equivalente representa un elemento vertical a flexión, con elementos torsionales, mientras que la losa equivalente representa un miembro horizontal a flexión, con miembros torsionales.

Bajo cargas de gravedad, el MODELO DE LA COLUMNA EQUIVALENTE duplica la transferencia de momentos y los efectos de flexibilidad torsionante de la losa. Bajo cargas laterales, el modelo sí toma en cuenta los efectos de flexibilidad de la losa.

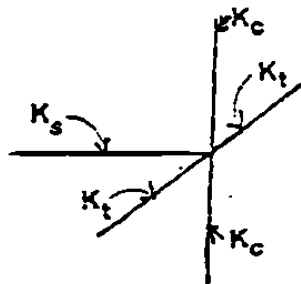
Por otro lado, el MODELO DE LA LOSA EQUIVALENTE, bajo cargas gravitacionales, no duplica la pérdida de momento; además, toma en cuenta los efectos de flexibilidad torsionante de la losa.

Bajo cargas laterales, este modelo duplica los efectos de flexibilidad de la losa.

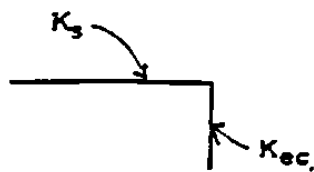
Los modelos anteriores fueron desarrollados usando estructuras tridimensionales, consistentes en un miembro a flexión (columna o losa) en serie y dos elementos sometidos a torsión, en cada extremo, como se muestra en las figuras B.1.



A) DEFINICION DE LOS MARCOS EQUIVALENTES EN ISOMETRIA



B) MIEMBROS QUE FORMAN UN MARCO TRIDIMENSIONAL (DETALLE A)



C) MIEMBROS QUE FORMAN UN MARCO EQUIVALENTE

FIGURA B.1. ELEMENTOS ASUMIDOS POR EL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE SEGÚN ACI.



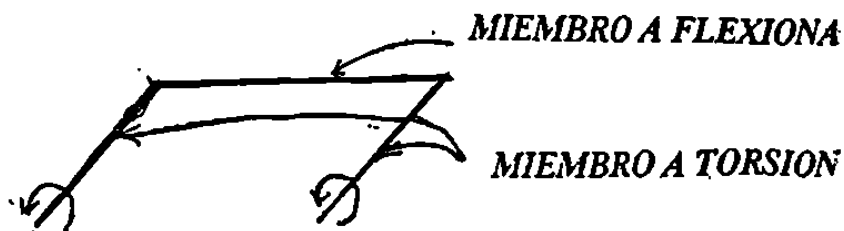
Estas estructuras, tratadas como columnas equivalentes o losas equivalentes, se pueden analizar como marcos múltiples; en ambos casos, como se muestra en la figura B.2.

Estos marcos se pueden considerar como una sub-estructura que nace de la estructura tridimensional total

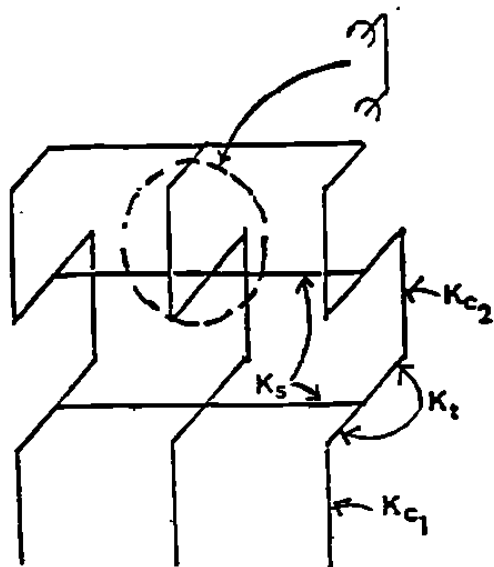
Para poder transformar estos marcos tridimensionales a marcos bidimensionales o en dos dimensiones, se sugiere el siguiente procedimiento

### **PROCEDIMIENTO**

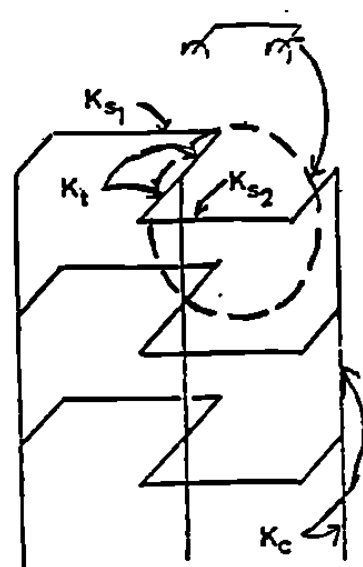
- 1.- Distribuir la rigidez del elemento transversal torsional entre los dos miembros a flexión adyacentes ( columnas ò losa ) , en proporción a la rigidez relativa a flexión (  $K_c$  o  $K_s$ ).
- 2.- Determinar la matriz de rigidez de los miembros que resulten de la sub-estructura , el cual se puede analizar como un marco plano ; usando las técnicas convencionales.



A) ESTRUCTURA TRIDIMENSIONAL ( MIEMBROS A FLEXION EN SERIE CON DOS ELEMENTOS A TORSION )

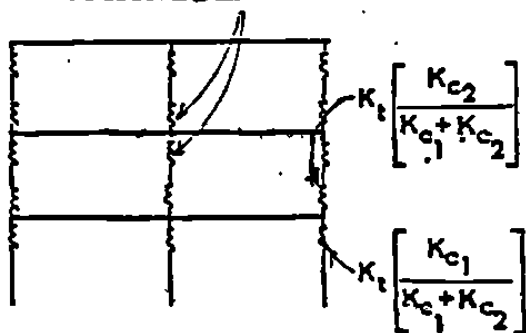


B) MODELO TRIDIMENSIONAL DE LA COLUMNA EQUIVALENTE  $K_{ec}$



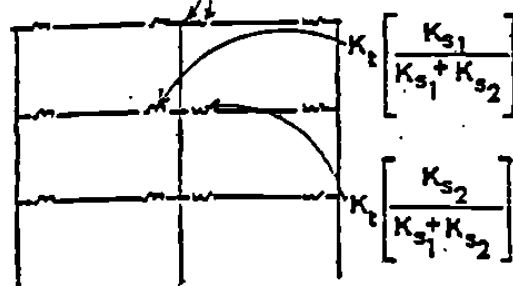
C) MODELO TRIDIMENSIONAL DE LA LOSA EQUIVALENTE  $K_{es}$

DISTRIBUCION DE  $K_t$



D) MODELO EN DOS DIMENSIONES  $K_{ec}$

DISTRIBUCION DE  $K_t$



E) MODELO EN DOS DIMENSIONES  $K_{es}$

FIGURA B.2. EXTENSIÓN DEL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE POR VANDERBILT.

---

En resumen, Vanderbilt sugiere eliminar los elementos torsionales y flexionantes de uno de los lados, para evitar el efecto de duplicar la contribución flexionante de los elementos sujetos a torsión.

**B.2. PROPIEDADES DE LA COLUMNA EQUIVALENTE  
Y DE LA LOSA EQUIVALENTE.  
DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DE ANÁLISIS.**

**B.2.1 PROPIEDADES DE LA "COLUMNA EQUIVALENTE " Y  
DE LA "LOSA EQUIVALENTE "**

DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES DE PENDIENTE DEFLEXIÓN,  
PARA EL MODELO PRESENTADO ANTERIORMENTE DE  
RESORTES, CONSIDERANDO ÉSTOS COMO UNA UNIÓN SEMI-  
RÍGIDA.

El manejo de estas propiedades se realizará a través de las ecuaciones generales de pendiente deflexión para piezas de momentos de inercia variable que son:

$$M_{ij} = \frac{E I_o}{\ell} \left\{ -K_{aj} \theta_i - (K_{aj} t_{aj}) \theta_j + K_{aj} (1 + t_{aj}) \frac{\Delta}{\ell} \right\} + M E_{ij}$$

$$M_{ij} = \frac{E I_o}{\ell} \left\{ -K_{aj} \theta_j - (K_{aj} t_{aj}) \theta_i + K_{aj} (1 + t_{aj}) \frac{\Delta}{\ell} \right\} + M E_{ji}$$

donde:

$\theta_i$  = Es el giro en el extremo i. de la viga

$\theta_j$  = Es el giro en el extremo j de la viga

$K_{ai}$  = Rigidez angular en el extremo i. de la pieza

$K_{aj}$  = Rigidez angular en el extremo j de la pieza

$t_{ai}$  = Factor de transporte angular del extremo i. al extremo j de la pieza

$t_{aj}$  = Factor de transporte angular del extremo j al extremo i. de la pieza

$I_0$  = Momento de Inercia tomado como referencia.

En estas ecuaciones se debe de cumplir que la rigidez angular multiplicada por el factor de transporte de un extremo debe ser igual a al rigidez angular, multiplicada por el factor de transporte del otro extremo, esto es :

$$( K_{ai} * t_{ai} ) = ( K_{aj} * t_{aj} )$$

Considerando ahora el caso piezas de secciones constantes

$$K_{ai} = K_{aj} = 4$$

$$t_{ai} = t_{aj} = \frac{1}{2}$$

$$( K_{ai} * t_{ai} ) = ( K_{aj} * t_{aj} ) = 2$$

$$K_{ai} * ( 1 + t_{ai} ) = K_{aj} * ( 1 + t_{aj} ) = 6$$

Debido a lo anterior las ecuaciones de pendiente deflexión quedan de la siguiente manera.

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l} \left( -2\theta_i - \theta_j + \frac{3\Delta}{l} \right) + M_{eij}$$

$$M_{ji} = \frac{2EI}{l} \left( 2\theta_j - \theta_i + \frac{3\Delta}{l} \right) + M_{eji}$$

Debido a la existencia de resortes en el modelo descrito anteriormente, los giros en los extremos de la pieza y vigas deben ser lo mismo; por lo tanto, se debe cumplir:

$$\theta_i = -\theta_i + G_i$$

2

$$\theta_j = -\theta_j + G_j$$

donde :

$\theta_i$  = Giro en el extremo i. del resorte

$G_i$  = Deformación por torsión en el resorte en el extremo i.

$\theta_j$  = Giro en el extremo j del resorte

$G_j$  = Deformación por torsión en el resorte en el extremo  $j$

Para entender mejor las ecuaciones anteriores, se describe en la figura B.3. los modelos del Método del Marco Equivalente, con sus dos teorías: LA COLUMNA EQUIVALENTE Y LA LOSA EQUIVALENTE,

También sabemos que el giro torsional del elemento es de

$$G_i = \frac{M_{ij}}{K_{ti}}$$

3

$$G_j = \frac{M_{ji}}{K_{tj}}$$

$$\theta_i = -\theta_i + \frac{M_{ij}}{K_{ti}}$$

$$\theta_i = -\theta_i + \frac{M_{ij}}{K_{ti}}$$

Ahora si introducimos los siguientes factores :

$$K_a = \frac{4EI}{l^3}$$

$$K_I = \frac{6EI}{l}$$

Y las sustituimos en las ecuaciones (1) obtenemos:

$$M_{ij} = K_a \left( \theta_i - \frac{M_{ij}}{K_{ti}} \right) + \frac{K_a}{2} \left( \theta_j - \frac{M_{ji}}{K_{tj}} \right) + K_I (\Delta) + M_{Eij}$$

4

$$M_{ji} = K_a \left( \theta_j - \frac{M_{ji}}{K_{tj}} \right) + \frac{K_a}{2} \left( \theta_i - \frac{M_{ij}}{K_{ti}} \right) + K_I (\Delta) + M_{Eji}$$

Las fórmulas anteriores (4) son las ecuaciones de pendiente deflexión, para piezas de sección constante, considerando la presencia de resortes torsionantes en sus extremos y son similares a las ecuaciones de pendiente deflexión, para piezas con



conexiones semi-rígidas, descritas por PORCEL(1986) en el libro de ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS.

**B.2.2. CÁLCULO DE RIGIDEZ, FACTOR DE  
TRANSPORTE ANGULAR Y LINEAL, ASÍ COMO MOMENTO DE  
EMPOTRAMIENTO PERFECTO  
EN LAS PIEZAS Y VIGAS CON CONEXIONES SEMI-RÍGIDAS.**

Si se igualan los momentos de empotramiento y los desplazamientos en los extremos de las piezas a cero al resolver las ecuaciones (4), se obtendrán las siguientes ecuaciones.

$$M_{ij} = \left( \frac{K_a \cdot K_{ti} (4K_{tj} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a(4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)} \right) \theta_j + \left( \frac{2K_{ti} \cdot K_{tj} \cdot K_a}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a(4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)} \right) \theta_i$$

5

$$M_{ji} = \left( \frac{K_a \cdot K_{tj} (4K_{ti} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a(4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)} \right) \theta_j + \left( \frac{2K_{tj} \cdot K_{ti} \cdot K_a}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a(4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)} \right) \theta_i$$

Si en la primera de estas ecuaciones se hace  $\theta_j = 0$ , entonces la división de  $M_{ij} / \theta_i$  representará la rigidez angular en el extremo libre y la relación  $(M_{ji} / M_{ij})$  será el factor de transporte angular en dicho extremo. Todo esto si se consideran resortes torsionales en los extremos y, por ende, se puede hacer este modelo de rotaciones y desplazamientos iguales a cero, en uno de los extremos.

De manera similar, se puede hacer lo mismo en el extremo j y se encontraría la rigidez angular y el factor de transporte para este extremo; de lo anterior se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{M_{ij}}{\theta_i} = K'_{ai} = \frac{K_a \cdot K_{ti} (4K_{tj} + 3K_a)}{4K_{ti} + K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

--6

$$\frac{M_{ji}}{M_{ij}} = t'_{ai} = \frac{2K_{tj}}{4K_{tj} + 3K_a}$$

$$\frac{M_{ji}}{\theta_j} = K'_{aj} = \frac{K_a \cdot K_{tj} (4K_{ti} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

-7

$$\frac{M_{ij}}{M_{ji}} = t'_{aj} = \frac{2K_{ti}}{4K_{ti} + 3K_a}$$

De las fórmulas anteriores 6 y 7 el significado de la nomenclatura es la siguiente:

$K'_{ai}$  = Rigidez angular en el extremo i.

$t'_{aj}$  = Factor de transporte angular del extremo i al extremo j

$K'_{aj}$  = Rigidez angular en el extremo j

$t'_{ji}$  = Factor de transporte angular del extremo j al extremo i.

Por otro lado, si en las ecuaciones (4) se hacen los momentos de empotramiento y los giros torsionantes en el extremo iguales a cero, al resolver el sistema de ecuaciones se obtendrá;

$$M_{ij} = \left( \frac{2K_i \cdot K_{ti} (2K_{tj} + K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{ti} + 3K_a} \right) \cdot \Delta$$

8

$$M_{ji} = \left( \frac{2K_i \cdot K_{tj} (2K_{ti} + K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{ti} + 3K_a} \right) \cdot \Delta$$

Por lo tanto ahora se pueden calcular las rigideces lineales en los extremos, las cuales se pueden obtener con:

$$M_{ij} \cdot \Delta = K'_{li} = \frac{2K_i \cdot k_{ti} (2K_{tj} + K_a)}{4(K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{ti}) + 3K_a}$$

9

$$M_{ji} \cdot \Delta = K'_{lj} = \frac{2K_i \cdot k_{tj} (2K_{ti} + K_a)}{4(K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{tj} + K_a \cdot K_{ti}) + 3K_a}$$

donde:

$K'_{li}$  = Rigidez lineal en el extremo i

$K'_{lj}$  = Rigidez lineal en el extremo j

Los factores de transporte lineales quedarían de la siguiente manera:

$$\frac{M_{ji}}{M_{ij}} = t'_{lij} = \frac{K_{tj} (2K_{ti} + K_a)}{K_{ti} (2K_{tj} + K_a)}$$

--10

$$\frac{M_{ij}}{M_{ji}} = t'_{lji} = \frac{K_{ti} (2K_{tj} + K_a)}{K_{tj} (2K_{ti} + K_a)}$$

donde:

$t'_{lij}$  = Factor de transporte lineal del extremo i al extremo j.

$t'_{lji}$  = Factor de transporte lineal del extremo j al extremo i

Finalmente si se considera que  $\theta_i = \theta_j = 0$  y también que  $\Delta$  sea igual a cero, se pueden deducir las fórmulas para momento de empotramiento perfecto ; si estas consideraciones de hacer cero



$$R_i = \frac{K_{tj}}{\left( \frac{EI}{l} \right)}$$

Donde :

$R_i$  = Índice de rigidez en el extremo

$R_j$  = Índice de rigidez en el extremo j

Las simplificaciones o contracciones anteriores se denominaran "índices de rigidez en los extremos", pero para reducir más la ecuación (11), se introducirá una simplificación más, que se llamará "factores de fijación" los cuales serán igual a

$$Q_i = \frac{R_i}{3 + R_i} \qquad Q_j = \frac{R_j}{3 + R_j}$$

Donde :

$Q_i$  = Factor de fijación en el extremo

$Q_j$  = Factor de fijación en el extremo j

Entonces, las ecuaciones de MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO PARA UNIONES SEMI RÍGIDAS o con presencia de resortes en los extremos quedarían:

$$ME_{ij} = \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{4}{Q_j} - 1 \right) ME_{ij} + \left( 2 - \frac{2}{Q_j} \right) ME_{ji} \right\} - \frac{1}{Q_i \cdot Q_j}$$

$$ME_{ij} = \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{4}{Q_i} - 1 \right) ME_{ji} + \left( 2 - \frac{2}{Q_i} \right) ME_{ij} \right\} - \frac{1}{Q_i \cdot Q_j}$$

Las ecuaciones anteriores son, como ya se dijo, las ecuaciones para MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO PERFECTO EN UNIONES SEMIRRÍGIDAS.

Por lo tanto, si el extremo está articulado, el factor de fijación (Q), en ese extremo, es igual a cero y si el extremo esta empotrado, el factor de fijación (Q) en ese extremo es igual a uno, lo cual transforma las ecuaciones anteriores en las ecuaciones tradicionales de pendiente deflexión, para apoyos rígidos.



**ANEXO C****CALCULO NUMÉRICO DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES PARA CARGAS DE GRAVEDAD.**

**EL EDIFICIO A ANALIZAR SE MUESTRA EN LA FIGURA C.1. Y SE REALIZARA EL ANÁLISIS COMPLETO DEL MISMO, PARA VISUALIZAR EL PROCEDIMIENTO TRADICIONAL.**

**1.- Consideración de cargas para el diseño:**

Se propone una carga viva de diseño de  $250 \text{ kg/m}^2$  que es la que corresponde a un edificio de oficinas.

**2.- Calidad de los materiales**

Se propone un concreto con un  $f'c = 280 \text{ Kg/cm}^2$  y acero R-42.

$$E_c = 253,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$E_s = 2,100,000 \text{ kg/cm}^2.$$

**3.- Cálculo y revisión del peralte de la losa de acuerdo con el ACI 318-95**

3.1. Como es una losa sólida sin vigas entre los apoyos se usa la tabla 9.5.c., que se muestra en la figura c.2.

$$hf = \frac{\ell_n}{30}$$

$$hf = \frac{540}{30} = 18 \text{ cm.}^{**}$$

\*\* Se recomienda aumentar este peralte un 10 % por no existir viga de borde.

3.2. Cálculo de la profundidad efectiva, ( peralte efectivo ) de la losa , se propone varilla # 4 y 2 cm de recubrimiento.

$$d = hf - e - \frac{1}{2} \phi_v$$

$$d = 20 - 2 - \frac{1}{2} (1.27)$$

$$d = 17 \text{ cm.}$$

3.3. Revisión del peralte de la losa

3.3.1. Cálculo del peso propio de la losa

$$W_p = w_c * hf.$$

$$W_p = 2400 * 0.20 = 480 \text{ kg/ m}^2$$

Los demás tipos de cargas extras en la losa las desprecio por ser un análisis teórico.

### 3.3.2. Cálculo de la carga ultima de la losa.

$$W_u = 1.4 W_d + 1.7 W_l$$

$$W_u = 1.4 ( 480 ) + 1.7 ( 250 )$$

$$W_u = 1097 \text{ kg/m}^2 \text{ usare para facilidad de calculo.}$$

$$W_u = 1,100 \text{ kg/m}^2$$

### 3.3.3. Revisión del corte por flexión.

La sección crítica, para el análisis de este punto, se muestra en la figura c.2.

3.3.3.1. Cálculo del cortante actuante, a una distancia "d" a partir del paño de la columna. Se considerará un metro de ancho de viga.

$$V_u = 1,100 ( 2.53 * 1 ) = 2783 \text{ kg.}$$

3.3.3.2 Cálculo de la resistencia al corte proporcionada por el concreto:

$$V_c = \phi * 0.55 \sqrt{f'c} \quad bd.$$

$$V_c = 0.85 * 0.55 * \sqrt{280} * 100 * 17$$

$$V_c = 13,298.7 \text{ kg}$$

Como se podrá observar, el cortante proporcionado por el concreto es mayor que el cortante actuante, por lo tanto, el peralte propuesto es correcto.

### 3.4. Revisión del corte por penetración

La sección crítica se muestra en la figura c 2.

#### 3.4.1. Cálculo del cortante actuante :

$$V_u = 1.100 ( 6*6 - 0.77*0.77 ) = 38,948 \text{ kg}$$

#### 3.4.2 Cálculo del cortante proporcionado por el concreto

$$V_c = 0.85 * 1.1 * \sqrt{f'_c} * b * d.$$

$$V_c = 0.85 * 1.1 * \sqrt{280} * 308 * 17$$

$$V_c = 81.920 \text{ kg.}$$

Como se ve el concreto resiste más cortante que el que se le está solicitando, por lo cual, el peralte propuesto de losa es correcto-

Nota.- Se omite el cálculo de la revisión del cortante en el extremo de la losa por excentricidad debido a que:

$$V_u < 0.75 \phi * V_c.$$

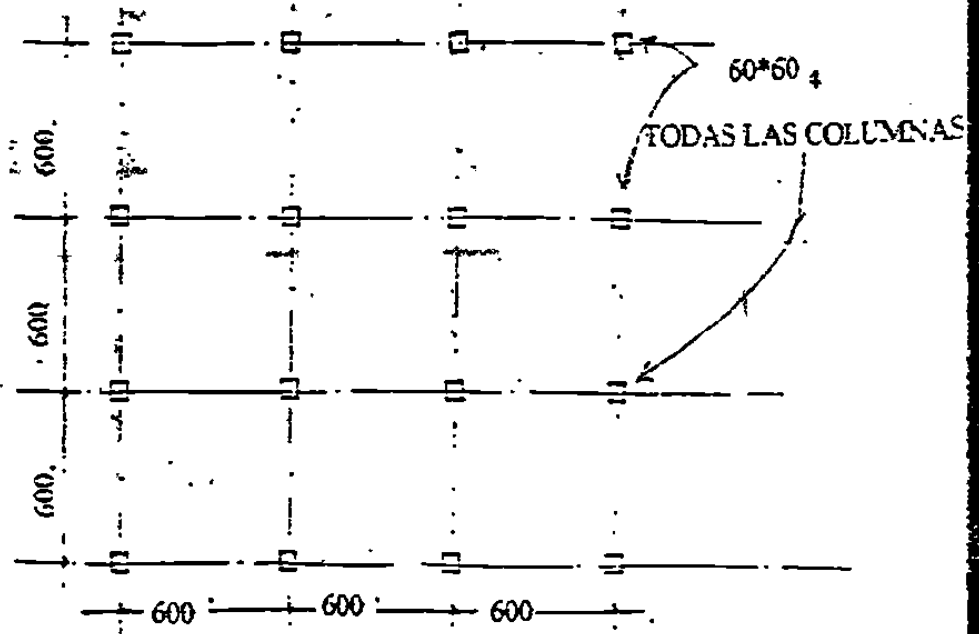
---

### 3.5. RESUMEN DE DATOS PARA EL ANÁLISIS DE LA LOSA

$$W_d = 1,100 \text{ kg/cm}^2$$

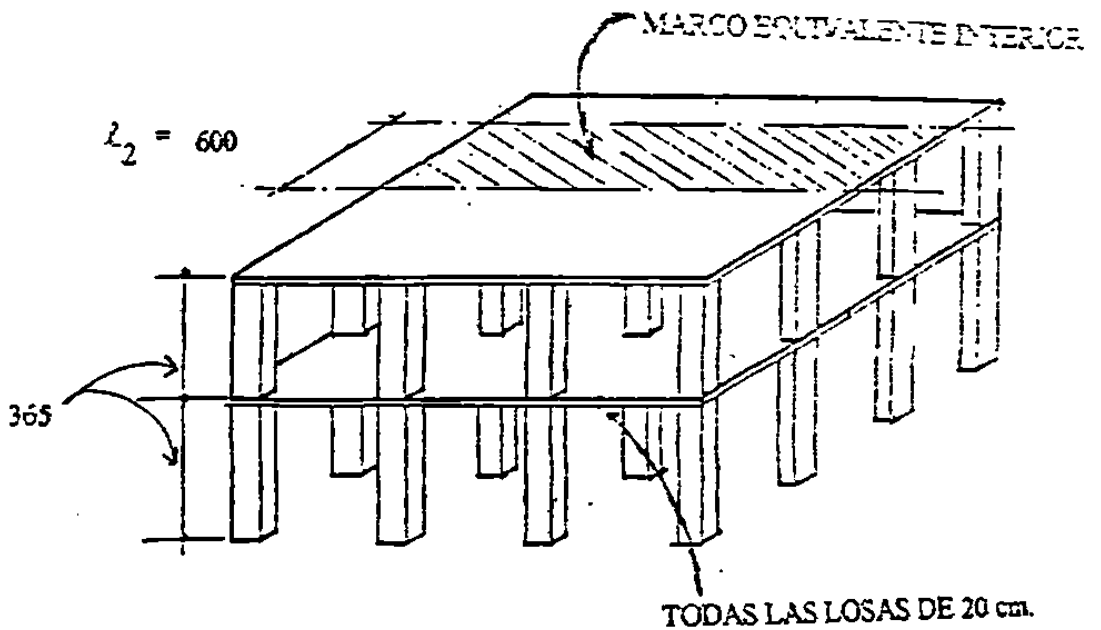
$$h_f = 20.00 \text{ cm.}$$

$$d = 17.00 \text{ cm.}$$



A) VISTA DE PLANTA

TODAS LAS DIMENSIONES EN cm.



B) VISTA EN TRES DIMENSIONES

FIGURA C.1. EDIFICIO EN ESTUDIO.

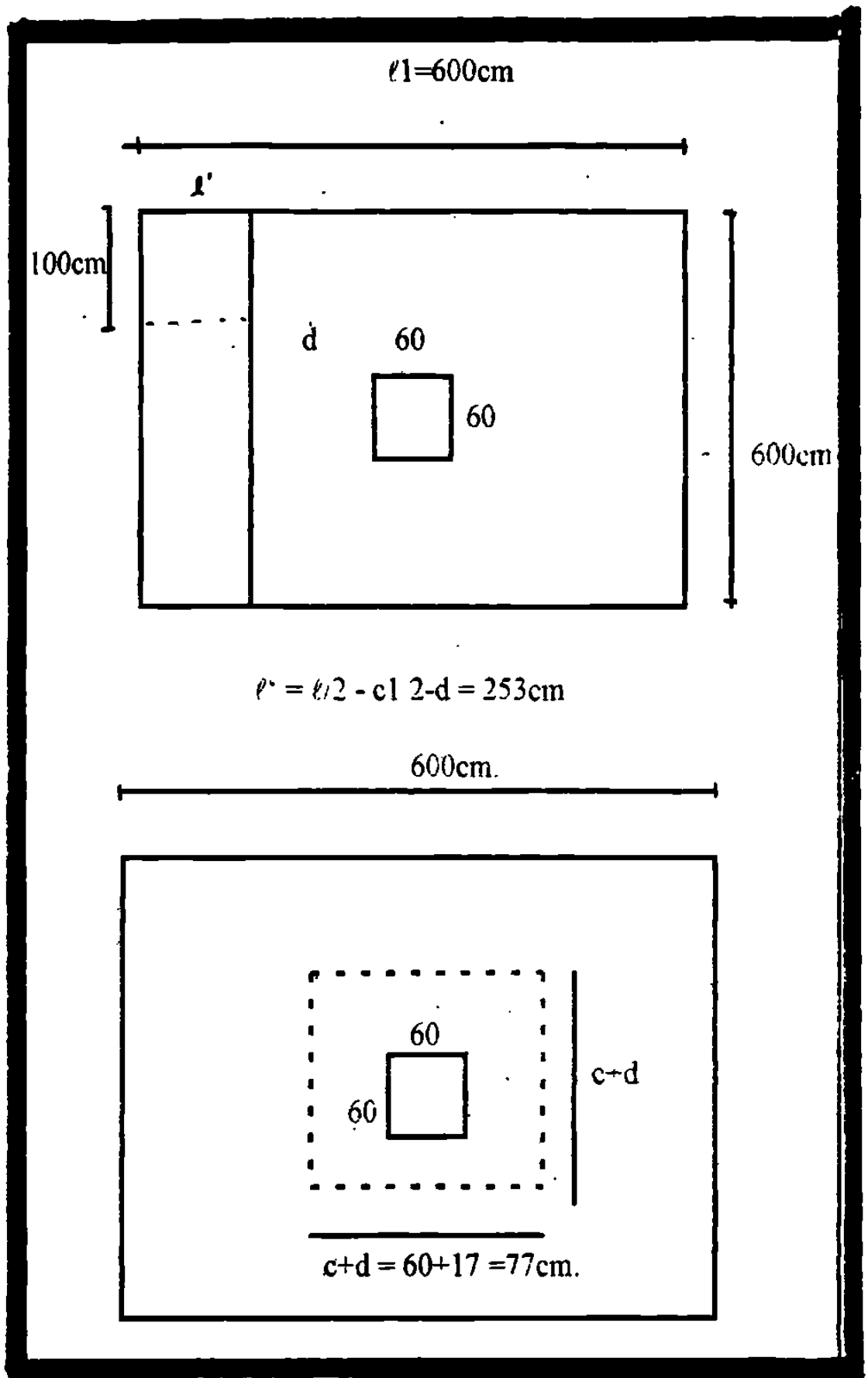


FIGURA C.2. DISEÑO DE LA LOSA A CORTE.

## 4.- ANÁLISIS DE LA LOSA USANDO EL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE DEL ACI 318-95.

### 4.1. NIVEL 1.

Para determinar los coeficientes de rigidez y los factores de transporte se usarán las ayudas presentadas por la Asociación del Cemento Portland ( PCA ) que se encuentran en el libro editado por ellos (Referencia: 10)

4.1.1. Viga-losa. La sección considerada para el cálculo de este coeficiente se muestra en la figura c.4.1., en la cual, la relación:

$$\frac{CN1}{l1} = \frac{60}{600} = 0.10 \qquad \frac{CN2}{l2} = \frac{60}{600} = 0.10$$

$$CF1 = CN1 \quad ; \quad CF2 = CN2.$$

Factor de rigidez = 4.18

factor de transporte = 0.51

coeficiente del momento de empotramiento perfecto = 0.0847

4.1.1.1. Cálculo de la rigidez del elemento losa - viga:

$$Ks = 4.18 \frac{Ecs Is}{l1}$$



$$Ecs = 253\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$Is = 1/12 b hf^3$$

$$l1 = 600 \text{ cm.}$$

$$Ks = 7\,05 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

\*\* Aunque la geometría de la losa permite el uso del método directo, es un objetivo de este trabajo presentar el análisis detallado del método de marco equivalente.

#### 4.1.1.2. Cálculo del momento de empotramiento perfecto.

$$MEP = 0.0847 Wu \cdot l2 \cdot l1^2$$

$$MEP = 0.0847 \cdot 1.100 \cdot 6.00 \cdot 6.00^2$$

$$MEP = 20.12 \text{ t-m.}$$

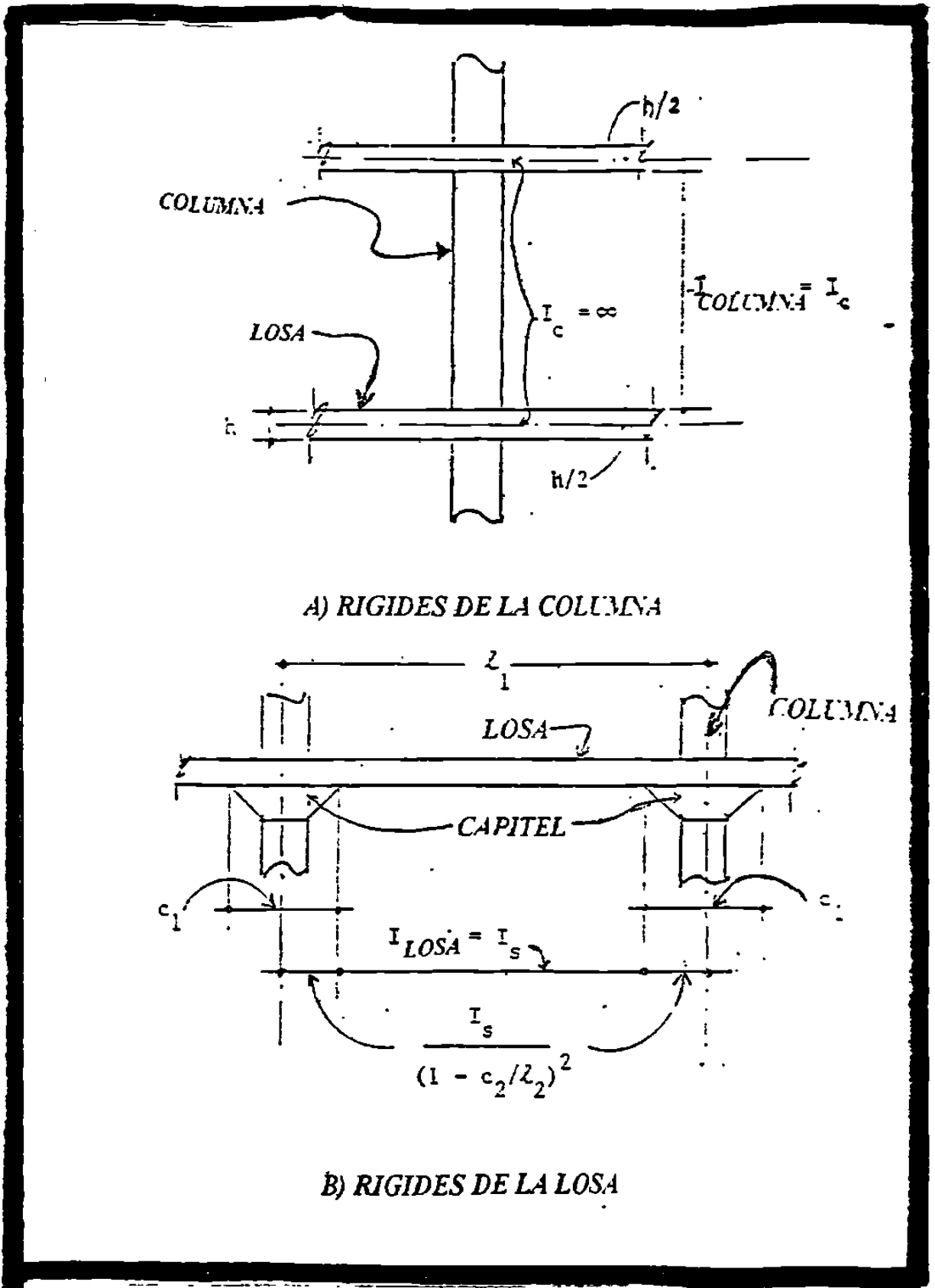


FIGURA C.3. RIGIDEZ DE LA COLUMNA DE ACUERDO AL MARCO EQUIVALENTE DEL ACI.

4.1.2. COLUMNA : la sección considerada para este cálculo se muestra en la figura C.4.1.2

$$t_a/t_b = 1 \quad H/H_c = 365/345 = 1.057$$

Coeficiente de rigidez = 4.80

Coeficiente de transporte = 0.55

4.1.2.1. Cálculo de la rigidez de la columna:

$$K_c = 4.80 \frac{E_c \cdot I_c}{l_c}$$

$$I_c = 1/12 c_1 \cdot c_2^3 = 1/12 \cdot 60^4 = 1.080.000 \text{ cm}^4$$

$$l_c = 3.65 \text{ m.}$$

$$K_c = 3.59 \cdot 10^9 \text{ kg-cm.}$$

4.1.3. ELEMENTO TORSIONAL : La sección crítica se muestra en la figura c.4.1.3. de este escrito.

C = CONSTANTE DE TORSIÓN .

$$C = \sum (1 - 0.68 (x/y)) (x^3 \cdot y / 3)$$

$$C = 126,400 \text{ cm}$$

## 4.1.3.1. Cálculo de la rigidez torsional.

$$K_t = \frac{9 \cdot E_{cs} \cdot C}{\sum [l^2 (1 - c^2/l^2)^3]}$$

$$K_t = 6.58 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

## 4.1.4. Cálculo de la rigidez equivalente del marco planar.

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \cdot \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

$$K_{ec} = 1.11 \cdot 10^9 \text{ kg-cm}$$

## 4.1.5. Cálculo de la distribución de momentos.

$$FD_{12} = FD_{43}$$

$$FD_{21} = FD_{23} = FD_{34} = FD_{43}$$

$$FD_{12} = 0.388$$

$$FD_{21} = 0.280$$

## MÉTODO DE CROSS.

JUNTA	1		2		3	4
MIEM.	12	21	23	34	34	43
FD	0.388	0.28	0.28	0.28	0.28	
CT	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	
FEM	20.12	-20.12	20.12	-20.12	20.12	-20.12
COM1	0.	3.98	0	3.98	3.98	0
2	.57	0	.57	0	0	-0.57
3	.081	-0.11	-.081	.11	0.11	-0.081
SUM	20.77	-24.21	19.47	24.21	24.21	-20.77
DM	-8.06	1.33	-1.33	-1.33	-1.33	8.06
MNEG	12.71	-22.88	20.80	-22.88	22.88	-12.71

## MÉTODO DE CROSS.

JUNTA	1		2		3	4
MIEM.	12	21	23	34	34	43
FD	0.388	0.28	0.28	0.28	0.28	
CT	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	
FEM	20.12	-20.12	20.12	-20.12	20.12	-20.12
COM1	0.	3.98	0	3.98	3.98	0
2	.57	0	-.57	0	0	-0.57
3	.081	-0.11	-.081	.11	0.11	-0.081
SUM	20.77	-24.21	19.47	24.21	24.21	-20.77
DM	-8.06	1.33	-1.33	-1.33	-1.33	8.06
MNEG	12.71	-22.88	20.80	-22.88	22.88	-12.71

## 5.- CÁLCULO DE LA LOSA POR EL MÉTODO DE LA EXTENSIÓN AL MARCO EQUIVALENTE POR VANDERBILT.

5.1. Resumen de fórmulas a utilizar:

$$K_a = \frac{4EI}{l}$$

$$K_l = \frac{6EI}{l}$$

$$K_t = \sum \frac{9 \cdot E_c s \cdot C}{[l^2 (1 - c^2/l^2)^2]}$$

$$K'_{aj} = \frac{K_a \cdot K_{tj} (4K_{ti} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$t'_{aj} = \frac{2K_{ti}}{4K_{ti} + 3K_a}$$

$$K'ai = \frac{K_a \cdot K_{ti} (4K_{tj} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$t'ai = \frac{2K_{tj}}{4K_{tj} + 3K_a}$$

$$R_i = \frac{K_{ti}}{EI \left( \frac{\dots}{l} \right)}$$

$$R_j = \frac{K_{tj}}{EI \left( \frac{\dots}{l} \right)}$$

$$Q_i = \frac{R_i}{3 + R_i}$$

$$Q_j = \frac{R_j}{3 + R_j}$$



$$ME_{ij} = \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{4}{Q_j} - 1 \right) ME_{ij} + \left( 2 - \frac{2}{Q_j} \right) ME_{ji} \right\} - \frac{1}{Q_i \cdot Q_j}$$

$$ME_{ij} = \frac{1}{4} \left\{ \left( \frac{4}{Q_i} - 1 \right) ME_{ji} + \left( 2 - \frac{2}{Q_i} \right) ME_{ij} \right\} - \frac{1}{Q_i \cdot Q_j}$$

## 5.2. COLUMNA EQUIVALENTE:

El modelo a desarrollar se muestra en la figura c.4.

### 5.2.1. Nivel I.:

#### 5.2.1.1. Cálculo de la rigidez angular de la columna

$$I_{ca} = 1/12 c^4 = 1/12 * 60^4 = 1.080.000 \text{ cm}^4$$

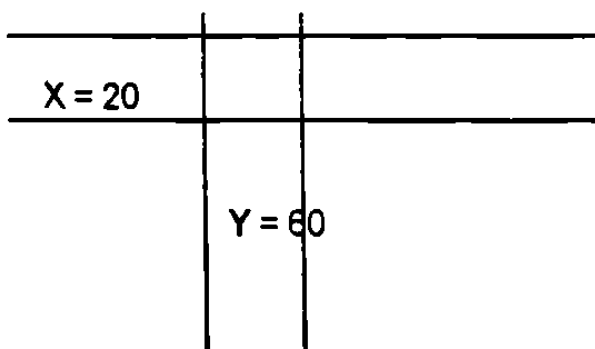
$$K_{ac} = 4(EI) / l = 4(253000)(1080000) / 365 = 2.99 * 10^8 \text{ kg-cm.}$$

#### 5.2.2. Cálculo de la rigidez angular de la losa.

$$I_s = 1/12 b H^3 = 1/12 * 600 * 20^3 = 400.000 \text{ cm}^4$$

$$K_{as} = 4EI / l = 4(253000)(400000) / 600 = 6.75 * 10^8 \text{ kg-cm.}$$

#### 5.2.3. Cálculo de la rigidez angular del elemento torsional .



$$C = \Sigma (1 - 0.63(X)/(Y)) (X^3 Y) / 3$$

$$C = 126.400 \text{ cm}^4$$

$$K_t = \sum \frac{9 EC}{12 (1 - \nu^2)^3}$$

$$K_t = 6.58 * 10^8 \text{ kg-cm.}$$

5.2.4 2 Cálculo de la rigidez angular para uniones semirrígidas para el nivel 1.

En la figura c.5.3. se muestra los marcos de distribución de rigidez de acuerdo con el método que estamos empleando

$$K_s = 6.75 * 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$K_{tj} = 3.29 * 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$K_a = 2.99 * 10^9 \text{ kg-cm.}$$

$$K_{ti} = 0$$

$$k_{aj} = \frac{2.99 * 10^9 * 3.29 * 10^8 [4 * 0 + 3 * 2.99 * 10^9]}{4 * 0 * 3.29 * 10^8 + 2.99 * 10^9 [0 + 4 * 3.29 * 10^8 + 3 * 2.99 * 10^9]}$$

$$K_{aj} = 2.87 * 10^8 \text{ kg-cm.}$$

5.2.4.3. Cálculo de los factores de transporte:

$$T_{áij} = 2K_{tj} / (4K_{tj} + 3K_a) = 3.29 * 10^8 / (4 * 3.29 * 10^8 + 3 * 2.99 * 10^9)$$

$$T_{áij} = 0.032$$

$$T_{áji} = 0.$$

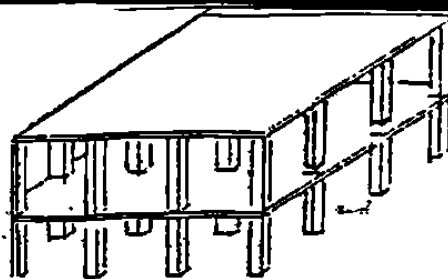
## 5.2.4.4. Cálculo de los factores de distribución:

$$FD_{12} = FD_{43} = 0.701$$

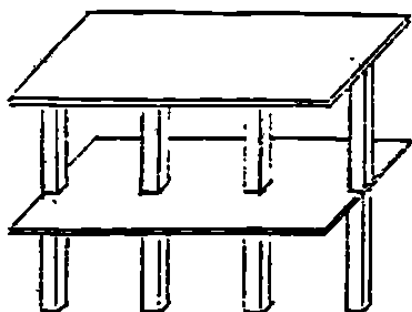
$$FD_{21} = FD_{23} = FD_{32} = FD_{34} = 0.412$$

## 5.2.4.5. DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS POR CROSS.

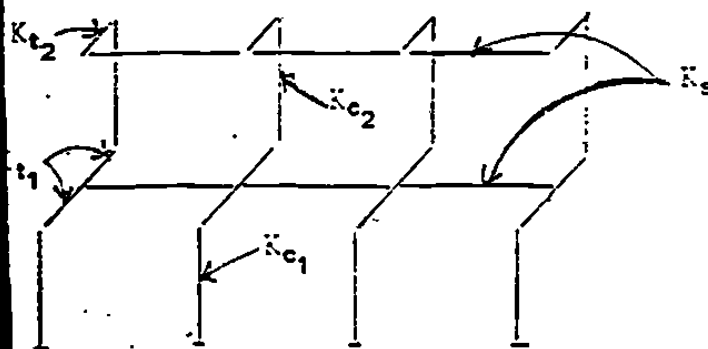
JUNTA	1		2		3	4
MIEMBRO	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
FD	0.701	0.412	0.412	0.412	0.412	0.701
CT	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
FEM	19.8	-19.8	-19.8	-19.8	19.8	-19.8
COM1	0.00	-6.94	0.00	0.00	6.94	0
2	1.43	0	1.43	1.430	0	-1.43
3	0.295	-0.501	0.295	0.295	0.501	-0.295
$\Sigma$	24.52	-25.621	-25.62	-25.61	-25.62	-24.52
DM	-15.088	3.776	-3.77	-3.776	-3.77	+15.088
MNEG.	9.437	-21.853	21.852	-21.85	21.853	-9.437



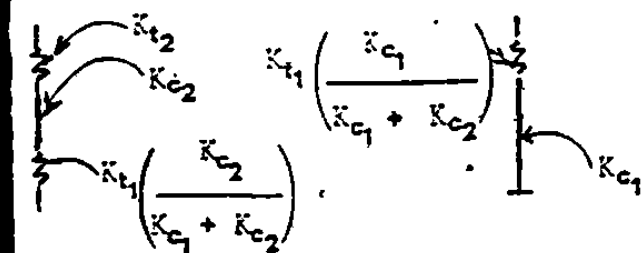
A) LOSA PLANA EN TRES DIMENSIONES



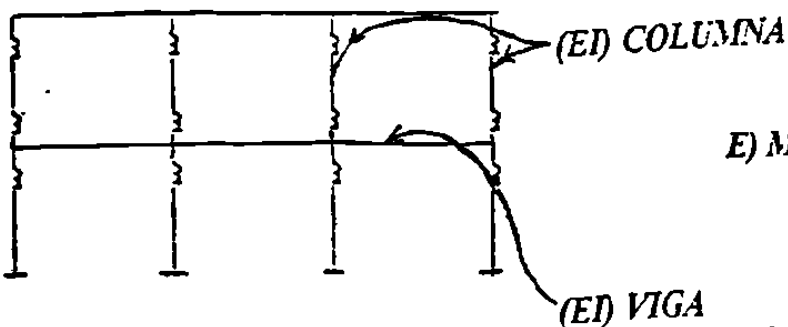
B) MARCO INTERIOR EQUIVALENTE



C) MODELO  $K_{zc}$



D) DISTRIBUCION DE  $K_c$



E) MODELO DE  $K_{ec}$

FIGURA C.4. MODELO DEL METODO DE EXTENCION AL MARCO EQUIVALENTE POR VANDERBILT  $K_{es}$

## **ANEXO D**

### **DISEÑO DE LA LOSA POR CARGAS LATERALES:**

#### **D.1. CONSIDERACIONES DEL DISEÑO BAJO CARGAS LATERALES.**

En la figura C.1. se observan la planta y la elevación del edificio a diseñar. La magnitud de la carga se obtuvo de acuerdo con el reglamento de la Comisión Federal de Electricidad, que señala una velocidad de viento para el área metropolitana de Monterrey de 100 km./hr., la cual origina una presión efectiva sobre la pared del edificio de  $68 \text{ kg./m}^2$ , el cual origina una fuerza en el nudo de 1,500 kg. para el nivel 1.

#### **D.2. MÉTODO DEL ANCHO EFECTIVO ( KHAN Y SBOROUNI ):**

##### **D.2.1. Cálculo de las inercias a utilizar, debidas al efecto del agrietamiento.**

Para el cálculo del coeficiente del ancho efectivo se utilizará la tabla de la figura 2.4.

Cálculo de las relaciones :

$$c1/\ell1 = 60/600 = 0.10$$

$$\ell2/\ell1 = 600/600 = 1.00$$

De la gráfica se obtiene que el valor de  $\alpha = 0.44$  por lo tanto, el ancho efectivo a utilizar es de :

$$b' = \alpha * b = 0.44 * 600 = 264 \text{ cm.}$$

$$I_s = 1/12 \ b' * h^3 = 1/12 * 264 * 20^3 = 176,000 \text{ cm}^4$$

#### D.2.1.2. CÁLCULO DE LA INERCIA DE LA COLUMNA

$$I_c = 1/12 * c1 * c1^3 = 1/12 * 60 * 60^3 = 1,080,000 \text{ cm}^4$$

#### D.2.2. CÁLCULO DE LA RIGIDEZ A UTILIZAR

##### D.2.2.1 RIGIDEZ DE LA LOSA:

$$K_s = 4.18 \frac{E_c * I_s}{\ell_1}$$

$$K_s = 4.18 * 253,000 * 176,000 / 600$$

$$K_s = 3.10 * 10^8 \text{ kg-cm.}$$

**D.2.2.2. RIGIDEZ DE LA COLUMNA:**

$$K_s = 4.80 \frac{E_c \cdot I_c}{l_c}$$

$$K_s = 4.8 \cdot 253,000 \cdot 1,080,000 / 365$$

$$K_s = 3.59 \cdot 10^9 \text{ kg-cm}$$

**D.2.3. DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS DE CROSS.**

En la figura D.3. se muestra el marco que se analiza por Cross y en la tabla D.3.1 se muestran las iteraciones realizadas.



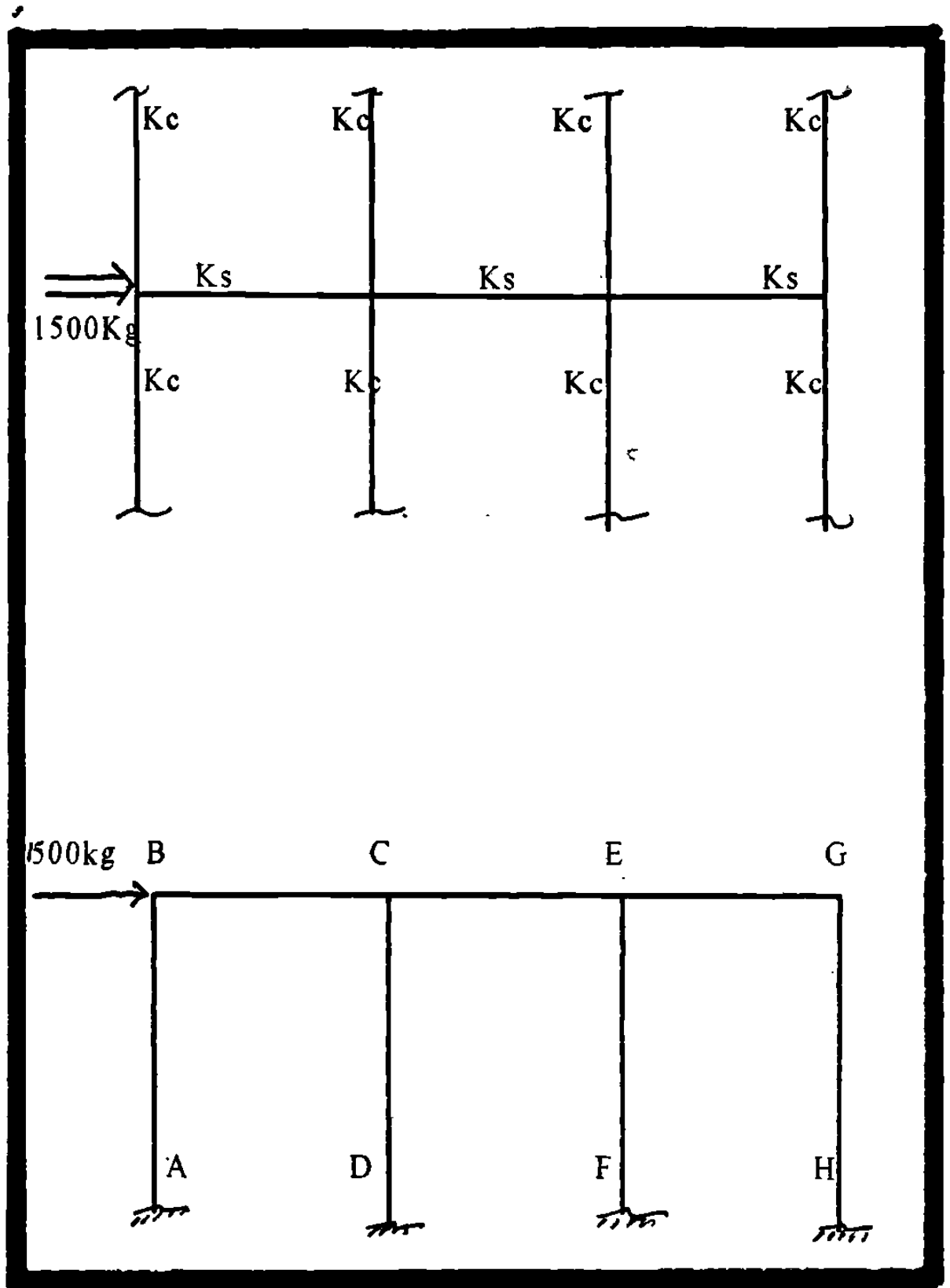


FIGURA D.1. MODELO PARA EL ANÁLISIS DE CARGAS LATERALES.

## ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

NUDO MIEMBI	A		B		C		E		G		H		D		F	
	AB	BA	BC	CB	CD	CE	EC	EF	EG	GE	GH	HG	DC	CD	DF	FD
K	0.00	35.90	3.10	3.10	35.90	3.10	3.10	35.90	3.10	3.10	35.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
FD	0.00	0.92	0.08	0.07	0.85	0.07	0.07	0.85	0.07	0.08	0.92	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
FT	0.50	0.50	0.25	0.51	0.50	0.25	0.25	0.50	0.51	0.25	0.50	0.50	0.50	10.00	10.00	10.00
MEP	10.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
1	-4.60	-9.21	-0.79	-0.40	-8.19	-0.71	-0.17	-8.38	-0.72	-0.18	-9.04	-4.52	4.09	-4.19		
2	0.08	0.16	0.01	0.01	0.15	0.01	0.00	0.33	0.03	0.01	0.01	0.00	0.07	0.17		
MF	5.48	0.96	-0.95	-1.09	1.96	-0.87	-0.87	1.96	-1.09	-0.95	0.95	5.48	5.98	5.98	5.98	5.98
A	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39
M	-1.68	0.84	0.83	0.84	-0.84	0.83	-0.84	0.83	-0.84	0.83	-0.84	0.83	-0.84	-0.84	-0.84	1.68

TABLA D.3. DISTRIBUCIÓN DE CROSS

D

### D.3. ANÁLISIS DE LA LOSA POR EL MÉTODO DE MARCO EQUIVALENTE DEL ACI. 318-95

**D.5.3.1. Para el análisis de la losa por este método se utilizarán las propiedades calculadas en la sección C. sólo que la inercia de la losa se ve disminuida para tomar en cuenta los efectos del agrietamiento.**

$$I_s' = 0.33 I_s$$

$$I_s' = 0.33 \cdot 400,000 = 132,000 \text{ cm}^4$$

$$I_c = 1,080,000 \text{ cm}^4$$

#### **D.5.3.2. CÁLCULO DE LAS RIGIDECES DE DISEÑO:**

##### **D.5.3.2.1. RIGIDEZ DE LA LOSA:**

$$K_s = 4.18 \frac{E_c \cdot I_s}{\ell_1}$$

$$K_s = 4.18 \cdot 253,000 \cdot 132,000 / 600$$

$$K_s = 2.33 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

**D.3.2.2. RIGIDEZ DE LA COLUMNA:**

$$K_s = 4.80 \frac{E_c \cdot I_c}{l_c}$$

$$K_s = 4.8 \cdot 253,000 \cdot 1,080,000 / 365$$

$$K_s = 3.59 \cdot 10^9 \text{ kg-cm}$$

**D.3.2.3. CÁLCULO DE LA RIGIDEZ DEL A TORSIÓN:**

$$K_t = \sum \frac{9 \cdot E_c \cdot C}{[l^2 (1 - c^2/l^2)^3]}$$

$$K_t = 6.58 \cdot 10^8 \text{ cm.}$$

**D.3.2.4. CÁLCULO DE LA RIGIDEZ DE LA COLUMNA EQUIVALENTE:**

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c * \sum K_t}{(\sum K_c + \sum K_t)}$$

$$K_{ec} = \frac{2 * 3.59 * 10^9 * 2 * 6.58 * 10^8}{[ 2 * 3.59 * 10^9 + 2 * 6.58 * 10^8 ]}$$

$$K_{ec} = 1.11 * 10^9 \text{ kg-cm.}$$

**D.3.3.** En la figura D.3.. se muestra el marco que se analiza por Cross y en la tabla D.4. se muestran las iteraciones realizadas.

## ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

NUDO MIEMBRO	A		B		C		E		G		H		D		F		
	AB	BA	BC	CB	CD	DC	CE	EC	EF	FE	EG	GE	GH	HG	DC	DC	FE
K	0.00	11.10	2.33	2.33	11.10	2.33	2.33	2.33	11.10	2.33	2.33	11.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
FD	0.00	0.83	0.17	0.15	0.70	0.15	0.15	0.15	0.70	0.15	0.17	0.83					
FT	0.50	0.50	0.25	0.51	0.50	0.25	0.25	0.51	0.50	0.25	0.25	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
MEP	10.00	10.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	0.00	10.00	0.00	0.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00
1	-4.13	-8.27	-1.73	-0.88	-6.43	-1.35	-1.35	-0.33	-6.81	-1.43	-0.85	-1.67	-7.97	-3.99	-3.21		-3.40
2	0.14	0.28	0.06	0.03	0.23	0.05	0.05	0.01	0.59	0.12	0.12	0.03			0.11		0.29
MF	6.01	2.01	-2.00	-2.15	3.80	-1.62	-1.63	3.78	3.78	-2.15	-2.00	2.00	2.00	6.00	6.90	6.90	6.89
A	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39
M	-1.42	0.53	-0.53	0.52	-0.53	0.52	0.52	-0.53	0.52	-0.53	0.52	-0.53	0.52	-0.53	-0.53	-0.53	1.42

TABLA D.4. DISTRIBUCIÓN DE CROSS

#### **D.4. ANÁLISIS DE LA LOSA POR EL MÉTODO DE LA EXTENSIÓN AL MARCO EQUIVALENTE POR VANDERBILT**

**D.4.1. EN LA FIGURA D.4. SE PUEDEN OBSERVAR LOS MARCOS A ANALIZAR EN ESTA ETAPA.**

**D.4.2. CÁLCULO DE LAS RIGIDEZ A UTILIZAR:**

Para el análisis de esta losa se utilizarán los datos obtenidos en el anexo C., que son:

$$K_{cs} = 2.99 \cdot 10^9 \text{ kg-cm}$$

$$K_{ci} = 2.99 \cdot 10^9 \text{ kg-cm}$$

$$K_s = 6.75 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$K_{tsu} = 3.29 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$K_{tin} = 3.29 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

#### D.4.2.1. Distribución de la rigidez del elemento torsional al elemento adyacente:

En la figura D.4 se puede observar cómo se distribuyen las rigideces de acuerdo con el anexo B.

$$K't_i = 3.29 \cdot 10^8 \cdot 6.75 \cdot 10^8 / 6.75 \cdot 10^8$$

$$K't_i = 3.29 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$K't_j = 3.29 \cdot 10^8 \cdot 6.75 \cdot 10^8 / 2 \cdot 6.75 \cdot 10^8$$

$$K't_j = 1.645 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

#### D.4.3. Reducción de la rigidez de la losa debida al agrietamiento:

$$K'a = 0.33 K_s = 0.33 \cdot 6.75 \cdot 10^8 = 2.23 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$



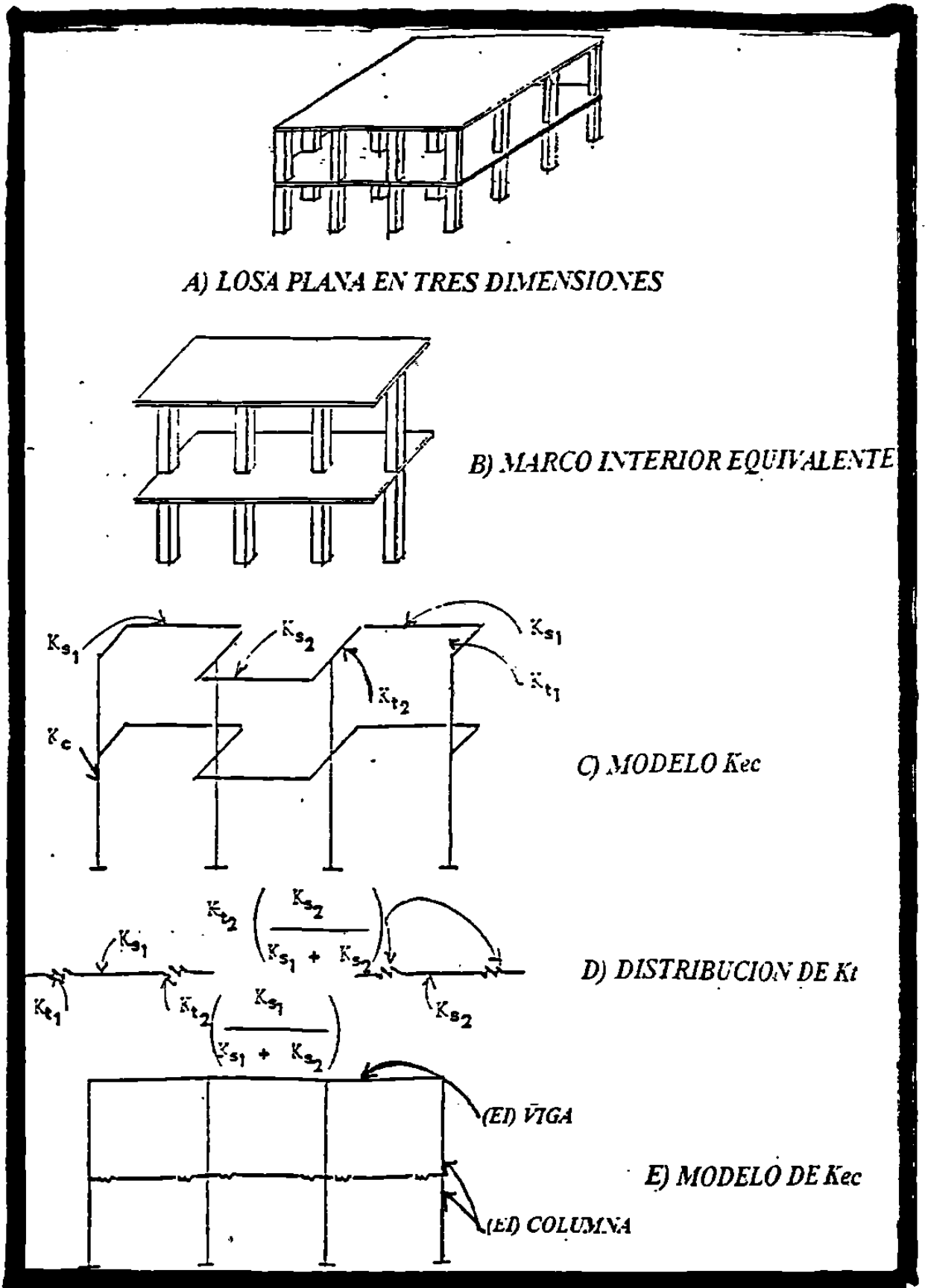


FIGURA D.2. MODELO DE LA EXTENSIÓN AL MARCO EQUIVALENTE POR VANDERBILT.

### D.4.1.3 CÁLCULO DE LA RIGIDEZ ANGULAR, PARA CONEXIONES SEMIRRÍGIDAS:

#### D.4.1.3.1. Panel exterior:

$$K'_{aj} = \frac{K_a \cdot K_{tj} (4K_{ti} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$K'_{aj} = \frac{2.23 \cdot 10^8 \cdot 1.64 \cdot 10^8 [4 \cdot 3.29 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8]}{4 \cdot 3.29 \cdot 10^8 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 2.23 \cdot 10^8 [4 \cdot 3.29 \cdot 10^8 + 4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8]}$$

$$K'_{aj} = 0.90 \cdot 10^8 \text{ kg-cm}$$

$$t'_{aj} = \frac{2K_{ti}}{4K_{ti} + 3K_a}$$

$$t'_{aj} = \frac{2 \cdot 3.29 \cdot 10^8}{4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8}$$

$$t'_{aj} = 0.505.$$

$$K'_{ai} = \frac{K_a \cdot K_{ti} (4K_{tj} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$K'_{ai} = \frac{2.23 \cdot 10^8 \cdot 3.29 \cdot 10^8 [4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8]}{4 \cdot 3.29 \cdot 10^8 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 2.23 \cdot 10^8 [4 \cdot 3.29 \cdot 10^8 + 4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8]}$$

$$K'_{ai} = 1.21 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

$$t'_{ai} = \frac{2K_{tj}}{4K_{tj} + 3K_a}$$

$$t'_i = \frac{2 \cdot 1.64 \cdot 10^8}{4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8}$$

$$t'_i = 0.247$$

#### D.4.1.3.2. Panel interior:

$$K'_{ai} = \frac{K_a \cdot K_{ti} (4K_{tj} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$K'_{ai} = \frac{2.23 \cdot 10^8 \cdot 1.64 \cdot 10^8 [4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 1.64 \cdot 10^8]}{4 \cdot 1.64^3 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 2.23 \cdot 10^8 [4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23^3]}$$

$$K'_{ai} = 0.075 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

$$t'_{ai} = \frac{2K_{tj}}{4K_{tj} + 3K_a}$$

$$t'_i = \frac{2 \cdot 1.64 \cdot 10^8}{4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8}$$

$$t'_i = 0.247$$

$$K'_{aj} = \frac{K_a \cdot K_{tj} (4K_{ti} + 3K_a)}{4K_{ti} \cdot K_{tj} + K_a (4K_{ti} + 4K_{tj} + 3K_a)}$$

$$K'_{aj} = \frac{2.23 \cdot 10^8 \cdot 1.64 \cdot 10^8 [4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 1.64 \cdot 10^8]}{4 \cdot 1.64^3 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 2.23 \cdot 10^8 [4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23^3]}$$

$$K'_{aj} = 0.075 \cdot 10^8 \text{ kg-cm.}$$

---

$$t'_{aj} = \frac{2Kt_i}{4Kt_i + 3K_a}$$

$$t'_{ij} = \frac{2 \cdot 1.64 \cdot 10^8}{4 \cdot 1.64 \cdot 10^8 + 3 \cdot 2.23 \cdot 10^8}$$

$$t'_{ij} = 0.247$$

EN LA TABLA D.5 SE PUEDEN OBSERVAR LOS CÁLCULOS NECESARIOS PARA LA OBTENCIÓN DE LOS MOMENTOS POR DISTRIBUCIÓN DE CROSS.

## ESTUDIO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE ANÁLISIS DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.

NUDO MIEMBRO	A		B		C		E		G		H		D		F	
	AB	BA	BC	CB	CD	DC	CE	EC	EF	FE	EG	GE	GH	HG	HD	DF
K	29.9	1.21	0.9	0.9	29.9	0.9	0.075	0.075	29.9	0.9	1.21	29.9	0	0	0	0
FD	0.00	0.96	0.04	0.03	0.97	0.03	0.00	0.00	0.97	0.03	0.04	0.96				
FT	0.5	0.5	0.247	0.505	0.5	0.505	0.247	0.247	0.5	0.505	0.247	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
MEP	10	10	0	0	10	0	0	0	10	0	0	10	10	10	10	10
1	-4.81	-9.61	-0.39	-0.20	-9.49	-0.29	-0.02	-0.01	-9.68	-0.29	-0.07	-4.77			-4.75	-4.84
2	0.03	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.19	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09
MF	5.23	0.46	-0.46	-0.46	0.51	-0.46	-0.03	-0.03	0.51	-0.46	-0.46	0.46	0.00	0.00	5.23	5.26
A	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392	0.392
M	-1.33	0.48	-0.476	0.465	-0.476	0.465	-0.476	-0.476	0.48	-0.466	0.475	-0.476	0.485	-0.48	-0.48	1.33

TABLA D.5. DISTRIBUCIÓN DE CROSS

**BIBLIOGRAFÍA:**

- 1.-American Concrete Institute, Detroit, 1992 1. **REGLAMENTO DE CONCRETO REFORZADO (ACI318-95)** ,350p.
- 2.-Park and Gamble (1995): **REINFORCED CONCRETE SLAB** México,Edit. Limusa ,274-464p.
- 3.-Vanderbilt Daniel M. (1981): **THE EQUIVALENT FRAME ANALYSIS REINFORCED CONCRETE SLABS.** Structural Resarch Series No. 218 Junio de 1981.Civil Engineering Departament.University of Illinois.186p.
- 4.-Vanderbilt Daniel M (1981): **EQUIVALENT FRAME ANALYSIS OF UNBRACED REINFORCED CONCRETE BULDING FOR STATIC LATERAL LOADS.**Structural Research Report- No. 36 Julio 1981 Detroit, .215p.
- 5.-Aristizabal Ochoa J. Dario (1985): **DISEÑO DE EDIFICIOS NO ARRIOSTRADOS CON SISTEMAS DE LOSAS EN DOS DIRECCIONES.** ACI Seminario 1985. Miami Florida.341p.
- 6.-Nawy Edward G.(1995): **CONCRETO REFORZADO UN ENFOQUE BÁSICO.**México , PH 449-536p.

- 
- 7.-Park - Paulay (1993): **ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO**. México, Limusa 358-410p.
  - 8.-ACI, IMCYC (1990): **REPORTES DEL COMITE 318/89**  
México, Limusa, 329p.
  - 9.-G. Winter, Nilson (1993): **PROYECTOS DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON**. México, Reverte, 789p.
  - 10.-Portland Cement Association (1992): **NOTES ON ACI 318/89 WITH DESIGN APPLICATIONS**. Detroit, 453p.
  - 11.-Weaver & Johnston (1994): **FINITE ELEMENTS FOR STRUCTURAL ANALYSIS**. Austin, Texas. Prent.H, 687p.
  - 12.-Zienkiewics and Taylor (1995): **FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS**. México, Mc. Graw Hill, 542p.
  - 13.- Treviño Treviño Ernesto L (1992): **DISEÑO AVANZADO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO II**, Versión mimeográfica. Facultad de Ingeniería Civil, UANL. Monterrey, N.L., México. 65p.
  - 14.-Winter and Nilson (1976): **PROYECTO DE ESTRUCTURAS DE HORMIGON**. México, Reverte, 984p.



- 
- 15.-Chu-Kia Wang ,G.Salmon (1976): **REINFORCED CONCRETE DESIGN.** New York, Harper and Row pub.789p.
- 16.-Jeffery P. Laible (1988): **ANALISIS ESTRUCTURAL,** México,Mc.Graw Hill. 467-720p.
- 17.-Portland Cement Asosiation (1995): **REINFORCED CONCRETE FLOOR SLAB- RESEARCH AND DESIGN.** Boletin No. 20, Detroit ; 223p.
- 18.-Elias, Zaid M. (1983): **LATERAL STIFFNES OF FLAT PLATE STRUCTURES** Journal del ACI No.1 Detroit,. 123p
- 19.-Vanderbilt,Daniel M.. (1981): **EQUIVALENT FRAME ANALYSIS FOR LATERAL LOAD** Proceedings ASCE v.105 Detroit,.245p.
- 20.-Corley, y Sozen.(1971): **THE EQUIVALENT FRAME ANALYSIS FOR REINFORCED CONCRETE SALBS.** Deapartamento de Ingenieraia Universidad de Illinois.Structural Research Series No.218, Chicago,1107-1185p.
- 21.-M. Theresa Cano.(1984). **COMPARATION OF ANALYSIS PROCEDURES FOR TWO-WAY SLABS.** Universidad de Texas en Austin. 347p
- 22.-Khan Fazhur R. y Sbarounis Jhon. (1964). **INTERACCCION OF SHEAR WALLS AND FRAMES** , Proccedings, ASCE, V.90. Austin Texas,285-335p.

## CURRICULUM VITAE

### DATOS PERSONALES

**Nombre:** JESÚS MONTEMAYOR VILLELA  
**Fecha de Nacimiento:** 11 de enero de 1963  
**Lugar de Nacimiento:** Monterrey, N. L., México  
**Nacionalidad:** Mexicana  
**Estado Civil:** Casado  
**Idiomas:** Español, Inglés (85%)  
**Dirección:** Río Amazonas #627  
Col. Villas de Oriente.  
San Nicolás de los Garza N. L. México.  
Tel (8) 327-20-80 (oficina)  
Fax: (8) 352-48-50  
E – mail: jemontem@ccr.dsi.uanl.mx  
**Trabajo Actual:** Catedrático de Ingeniería Civil de la  
U.A.N.L.

### FORMACION ACADEMICA

FECHA	LUGAR	GRADO ACADEMICO
1980 - 1985	FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL, U.A.N.L.	TITULO DE INGENIERO CIVIL
1991 - 1993	FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL, U.A.N.L.	MAESTRIA EN INGENIERIA ESTRUCTURAL.

## TRABAJOS

- \* AUXILIAR EN EL LABORATORIO DE TECNOLOGÍA DEL CONCRETO DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA U.A.N.L.
- \* ENCARGADO DEL EQUIPO DE TRANSPORTE DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL.
- \* AUXILIAR INVESTIGADOR DE LA UANL.
- \* JEFE DEL DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DEL INSTITUTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL.
- \* CATEDRÁTICO POR HORAS DE LA UNIVERSIDAD REGIOMONTANA.
- \* CATEDRÁTICO TITULAR DE LA UNIVERSIDAD DE MONTERREY
- \* ENCARGADO DEL DEPARTAMENTO DE ESTRUCTURAS DE LA UNIVERSIDAD DE MONTERREY.
- \* CATEDRÁTICO CON NOMBRAMIENTO DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL.
- \* SINODAL SECRETARIO Y VOCAL DE EXÁMENES PROFESIONALES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL.
- \* COORDINADOR DEL PROGRAMA EMPRENDEDOR DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UANL.

