

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE UNA FUNCIÓN WAVELET MADRE PARA DISTINGUIR  
EVENTOS TRANSITORIOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

POR

ING. DANIEL GUILLÉN APARICIO

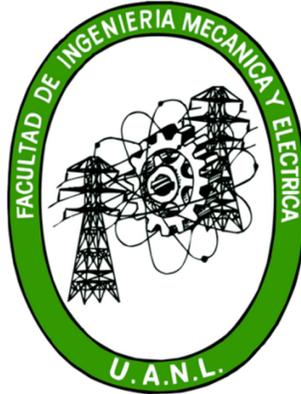
TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

CD. UNIVERSITARIA

OCTUBRE DE 2010

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



DISEÑO DE UNA FUNCIÓN WAVELET MADRE PARA DISTINGUIR  
EVENTOS TRANSITORIOS EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

POR  
ING. DANIEL GUILLÉN APARICIO

TESIS  
EN OPCIÓN AL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS DE LA  
INGENIERÍA ELÉCTRICA CON ORIENTACIÓN EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

CD. UNIVERSITARIA

OCTUBRE DE 2010

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis “**Diseño de una función wavelet madre para distinguir eventos transitorios en sistemas eléctricos de potencia**” realizada por el alumno **Ing. Daniel Guillén Aparicio**, matrícula 1505405 sea aceptada por su defensa como opción al grado de **Maestro en Ciencias** de la Ingeniería Eléctrica con Orientación en Sistemas Eléctricos de Potencia.

El Comité de Tesis

---

Asesor  
Dra. Gina M. Idárraga Ospina

---

Coasesor:  
Dr. Arturo Conde Enríquez

---

Coasesor:  
Dr. Eduardo Agustín Orduña

---

Vo. Bo.  
Dr. Moisés Hinojosa Rivera  
División de Estudios de Posgrado  
Cd. Universitaria, a Octubre de 2010

*Este trabajo lo dedico especialmente a Dios por darme la  
oportunidad de concluir un ciclo más en mi vida.*

*A mis padres, Ma. Luisa Aparicio Rosas (QEPD) y Javier Guillén  
Felices que se esforzaron por darme lo mejor y siempre han sido un  
ejemplo de lucha y superación.*

*A mis hermanos Javier, Norma, Angeles, Erika y Fatima. Gracias  
a todos por ser mi fuente de inspiración y por todo el apoyo que día  
a día me brindan.*

*A mi asesora la Dra. Gina M. Idárraga Ospina por brindarme el  
apoyo para la realización de este trabajo.*

*A mi novia Ana Janette por ofrecerme siempre ese apoyo tan  
incondicional, el cual aprecio desde lo más profundo de mi corazón.  
A todos y cada uno de mis amigos que formaron parte de mi proceso  
de formación, especialmente para Gabriela, Alejandro y Victor.*

# RESUMEN

Publicación No. \_\_\_\_\_

Daniel Guillén Aparicio, M. C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2010

**Profesor Asesor: Dra. Gina M. Idárraga Ospina**

El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) está diseñado para proporcionar un servicio de alta calidad, así como garantizar la continuidad del mismo desde centros de generación hasta los centros de consumos (usuarios). En la actualidad la demanda de energía eléctrica aumenta día con día y como consecuencia de este incremento la exigencia del mercado se vuelve mayor. Por lo tanto, las empresas buscan aumentar la producción de energía con la finalidad de satisfacer la demanda, considerando costos de operación más bajos y a su vez, manteniendo la confiabilidad del servicio de energía. Esto implica no sólo una inversión en tecnologías avanzadas sino también el fortalecimiento de la investigación, lo que lleva a la revisión constante de las técnicas de análisis usadas hasta el momento. Esto con la finalidad de aumentar la eficiencia del sistema eléctrico de potencia, así como la calidad de la energía. Es por ello que las protecciones del SEP deben ser selectivas, rápidas y confiables; por lo que este trabajo se enfoca en desarrollar una metodología que permita la detección de eventos rápidos en SEP.

Actualmente, los sistemas de protección y control del SEP trabajan basados en el análisis de las componentes de frecuencia (fundamental o altas y bajas), presentes en las señales de tensión y corriente durante eventos transitorios que siguen a perturbaciones en el sistema. Estas señales son consideradas "ruido" en los equipos de protección cuyos algoritmos están basados en la frecuencia fundamental del sistema (60 Hz). Sin embargo son consideradas de vital importancia en sistemas de protección basados únicamente en señales de alta frecuencia. No obstante, independiente del tipo de protección y de las señales necesarias para su operación, el procesamiento digital de la señal es el factor más importante y uno de los más estudiados,

debido a que esta ofrece información detallada del fenómeno que la produjo, información que es muy útil para detectar anomalías en la red que pueden afectar la continuidad y calidad del servicio. La habilidad mencionada de extraer información en el dominio del tiempo desde señales transitorias es de vital importancia para el análisis de eventos transitorios. La transformada de Fourier (FT) ha sido usada durante muchos años en el análisis de señales. Sin embargo, esta sufre de ciertas limitaciones y presenta problemas cuando se aplica a señales no periódicas. Recientemente, en diversas investigaciones se ha demostrado que la transformada wavelet (WT) es una herramienta más poderosa cuando de señales aperiódicas se trata.

La principal fortaleza de la WT proviene del análisis multiresolución, el cual permite obtener información en tiempo y frecuencia. A diferencia de la transformada corta de Fourier en la cual la convolución se realiza siempre con una señal exponencial (senos y cosenos), en la WT dicha señal debe seleccionarse previamente cumpliendo dos requisitos importantes, i) ser compacta y ii) la forma de la función de convolución, conocida como wavelet madre (MW), debe ser tan similar a la señal original como sea posible. Debido a las condiciones matemáticas que debe cumplir la WM, en la actualidad se reconocen principalmente tres familias a ser usadas en el análisis de eventos transitorios, Daubechies, Symlet y Coiflet, cabe mencionar que las dos últimas son situaciones particulares de la primera. Dichas WM, usadas en el análisis de transitorios en sistemas eléctricos de potencia, han sido adoptadas con base en la experiencia y en los resultados obtenidos (al tanteo y error), sin previa sustentación física del porqué de la misma, es por ello que se encuentra en la literatura científica investigaciones sustentando la importancia de obtener una WM adecuada para el análisis de eventos transitorios en sistemas eléctricos de potencia. Como propuestas para lograr el objetivo anterior se tienen tres posibilidades de diseño, una de ellas es modificando la función wavelet madre existente que presente los mejores resultados en la actualidad (en este caso la función Daubechies), el problema radica en la matemática con que fue diseñada; otra opción es diseñando una WM totalmente nueva, partiendo de las técnicas matemáticas para ello, lo que debería ser realizado, de preferencia, por un matemático. Y finalmente, la opción que parece ser más acertada es diseñando una wavelet madre adaptativa a partir de las técnicas proporcionadas para ello en investigaciones

dedicadas al diseño asistido de WM basadas en datos reales, esta última opción es la adoptada en este trabajo de investigación.

Con el propósito de contribuir en el análisis de eventos transitorios en SEP, en este trabajo se presenta el diseño de una función wavelet madre para distinguir eventos transitorios en el SEP. Se presenta el uso e implementación de una técnica nueva e innovadora que permite generar una wavelet adaptativa a partir de datos representativos del fenómeno real. Los resultados y el análisis de los mismos es presentado con detalle, mostrando y planteando las bases teóricas para la sustentación matemática de una WM aplicable en Ingeniería Eléctrica.

# Índice general

Resumen	iv
Índice general	vii
Índice de tablas	xi
Índice de figuras	xii
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción . . . . .	1
1.2 Antecedentes Históricos . . . . .	2
1.3 Planteamiento del problema . . . . .	4
1.4 Objetivos . . . . .	6
1.4.1 Objetivo general . . . . .	6
1.4.2 Objetivos específicos . . . . .	6
1.5 Estructura de la tesis . . . . .	7
<b>2 Transitorios en sistemas eléctricos de potencia</b>	<b>9</b>
2.1 Introducción . . . . .	9

2.2	Transitorios por Maniobra . . . . .	12
2.2.1	Transitorios por maniobras de capacitores . . . . .	12
2.2.2	Transitorios por maniobras de líneas . . . . .	17
2.3	Transitorios por fallas de arco . . . . .	23
2.4	Transitorios debidos a descargas atmosféricas . . . . .	29
2.4.1	Generación del rayo . . . . .	30
2.4.2	Forma de onda de la corriente del rayo . . . . .	32
2.4.3	Descarga directa en la torre de transmisión . . . . .	33
2.4.4	Descarga directa en los conductores de la línea . . . . .	33
2.4.5	Modelado teórico . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Fundamentos de la transformada wavelet</b>	<b>36</b>
3.1	Introducción . . . . .	36
3.2	Transformada wavelet Continua . . . . .	37
3.3	Aplicación de las wavelets en SEP . . . . .	39
3.4	Formulación multiresolución de sistemas wavelet . . . . .	41
3.4.1	Concepto multiresolución . . . . .	41
3.4.2	Función de escala . . . . .	41
3.4.3	Análisis multiresolución . . . . .	43
3.4.4	Funciones wavelet . . . . .	44
3.5	Transformada wavelet discreta . . . . .	47

3.6	Bancos de filtros y la transformada wavelet discreta . . . . .	49
3.6.1	Análisis de escala finita a escala gruesa o diezmado . . . . .	49
3.6.2	Filtrado y muestreo hacia abajo . . . . .	51
3.7	Wavelets de multiplicidad mayor . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Diseño de una wavelet adaptativa para transitorios en SEP</b>	<b>57</b>
4.1	Introducción . . . . .	57
4.2	Algoritmo wavelet adaptativo . . . . .	58
4.3	Representación matricial de la DWT para señales de longitud finita . . . . .	60
4.4	Obtención de los coeficientes del banco filtro para la wavelet . . . . .	64
4.4.1	Condiciones de los coeficientes del filtro . . . . .	64
4.4.2	Factorización matricial de los coeficientes del filtro . . . . .	65
4.4.3	Construcción de la matriz wavelet (banco de filtros) . . . . .	67
4.5	Función discriminante . . . . .	70
4.5.1	Clasificación de Bayesiana . . . . .	71
4.5.2	Medida de probabilidad cuadrática validación cruzada (CVQPM) . . . . .	73
<b>5</b>	<b>Algoritmo y análisis de resultados</b>	<b>75</b>
5.1	Introducción . . . . .	75
5.2	Wavelet generada para transitorios en SEP . . . . .	75
5.2.1	Base de datos de los fenómenos transitorios . . . . .	76

5.2.2	Resultados de la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo a transitorios en SEP . . . . .	79
5.2.3	Gráfica de la nueva función wavelet A ( $\psi_A$ ) . . . . .	84
5.2.4	Comprobación matemática de la nueva wavelet A . . . . .	88
5.2.5	Algoritmo de identificación de transitorios . . . . .	89
5.3	Aplicación adicional del algoritmo adaptativo . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>97</b>
6.1	Conclusiones . . . . .	97
6.2	Aportes . . . . .	99
6.3	Trabajos futuros . . . . .	99
	<b>Bibliografía</b>	<b>101</b>
	<b>A Base de datos</b>	<b>105</b>
	<b>B Algoritmo en Matlab</b>	<b>111</b>
	<b>C Simulaciones de prueba</b>	<b>119</b>

# Índice de tablas

5.1	Resultados de la clasificación de las mejores wavelets que optimizan el proceso . . .	80
5.2	Resultados de la clasificación y comparación de la wavelet A con las de la familia Daubechies . . . . .	83
5.3	Coefficientes del banco de filtros generados por wavelet A . . . . .	86
5.4	Valores propios de la matriz de Lawton . . . . .	89
5.5	Resultados de la clasificación para wavelets de 2 y 4 bandas . . . . .	96

# Índice de figuras

2.1	Clasificación de transitorios del sistema de potencia . . . . .	10
2.2	Estudios de transitorios electromagnéticos en SEP . . . . .	11
2.3	Equivalente de Thévenin para energización de un capacitor . . . . .	13
2.4	Respuesta de corriente en un circuito serie RLC . . . . .	14
2.5	Sistema de distribución de 13.2 kV . . . . .	15
2.6	Energización típica de un banco de capacitores . . . . .	15
2.7	Des-energización de un banco de capacitores . . . . .	16
2.8	Re-ignición del arco en el interruptor para un banco de capacitores cargado . . .	17
2.9	Representación de elementos distribuidos en una línea de transmisión de 2 con- ductores . . . . .	18
2.10	Elemento diferencial de una línea de transmisión de dos conductores . . . . .	19
2.11	Ondas reflejadas y refractadas en un punto de cambio de impedancia . . . . .	22
2.12	Condiciones características del arco secundario . . . . .	28
2.13	Separación de cargas eléctricas dentro de un nubarrón . . . . .	30

2.14	Acoplamiento entre líderes hacia abajo y hacia arriba en un relampagueo . . . . .	31
2.15	Forma de onda estándar de un rayo inducido . . . . .	32
2.16	Aproximación del aumento de impedancia( $\Omega$ ) para varias clases de torres . . . . .	35
3.1	Mosaico de la WT de 2 bandas . . . . .	38
3.2	Porcentaje de publicaciones que emplean la WT . . . . .	39
3.3	Familia de wavelets usadas en SEP . . . . .	40
3.4	Espacio vectorial anidado por la función de escala . . . . .	44
3.5	Función de escala y vector de espacios wavelet . . . . .	46
3.6	Muestreo hacia bajo o diezmado . . . . .	51
3.7	Banco de análisis de 2 bandas . . . . .	52
3.8	Árbol de análisis de 2 bandas y 3 niveles de descomposición . . . . .	53
3.9	Banda de frecuencias para el árbol de análisis . . . . .	54
3.10	DWT de 3 bandas para una señal de 9 muestras. . . . .	56
3.11	Banco de filtros y diezmado multi-banda . . . . .	56
4.1	Diagrama de flujo del algoritmo wavelet adaptativo . . . . .	59
4.2	Árbol de descomposición o diádica de la DWT para una señal de 16 muestras . . . . .	64
5.1	Fenómenos transitorios bajo estudio . . . . .	78
5.2	Comportamiento del discriminante durante la optimización . . . . .	81

5.3	Coefficientes del filtro pasa altas generados al inicio y termino de la optimización	82
5.4	Función de escala y wavelet generada por la base wavelet A . . . . .	85
5.5	Comparación de la función de escala y wavelet A con las Daubechies 4 y 5 . . . . .	87
5.6	Diagrama de flujo para la identificación de transitorios . . . . .	91
5.7	Descarga atmosférica en una cadena de aisladores . . . . .	92
5.8	Comportamiento del CVQPM en cada banda del algoritmo wavelet adaptativo . . . . .	93
5.9	Filtros correspondientes a cada banda para wavelets de multiplicidad mayor . . . . .	94
5.10	Ventanas para los dos enfoques . . . . .	95
A.1	Fallas de arco, frecuencia de muestreo de $122kHz$ . . . . .	106
A.2	Energización de líneas, frecuencia de muestreo de $122kHz$ . . . . .	107
A.3	Conmutación de un banco de capacitores, frecuencia de muestreo de $122kHz$ . . . . .	108
A.4	Descargas atmosféricas, frecuencia de muestreo de $1.966MHz$ . . . . .	109
A.5	Fallas de arco, frecuencia de muestreo de $1.966kHz$ . . . . .	109
A.6	Energización de líneas, frecuencia de muestreo de $1.966kHz$ . . . . .	110
A.7	Conmutación de un banco de capacitores, frecuencia de muestreo de $1.966kHz$ . . . . .	110
C.1	Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet B . . . . .	120
C.2	Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet B . . . . .	120
C.3	Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet C . . . . .	121

C.4	Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet C . . . . .	121
C.5	Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet D . . . . .	122
C.6	Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet D . . . . .	122
C.7	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 1 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	123
C.8	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 1 del segundo enfoque de aplicación	123
C.9	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 2 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	124
C.10	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 2 del segundo enfoque de aplicación	124
C.11	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 3 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	125
C.12	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 3 del segundo enfoque de aplicación	125
C.13	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 4 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	126
C.14	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 4 del segundo enfoque de aplicación	126
C.15	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 5 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	127
C.16	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 5 del segundo enfoque de aplicación	127
C.17	Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 6 del segundo enfoque de aplicación . . . . .	128
C.18	Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 6 del segundo enfoque de aplicación	128

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Introducción

En la actualidad un sistema eléctrico de potencia (SEP) está expuesto a cambios repentinos en las condiciones de la red, estos cambios en algunas ocasiones se deben al cambio continuó de carga, el cual es una condición normal del sistema que a su vez trae como consecuencia la energización y desenergización de bancos de capacitores para mantener los voltajes de las barras en los límites de operación. También existen condiciones anormales en el sistema de potencia debidos fallas. Ambos casos provocan sobrevoltajes y sobrecorrientes que pueden tener componentes de alta frecuencia y extra alta frecuencia para el caso de una descarga atmosférica. Estos eventos son conocidos como transitorios electromagnéticos y de ser posible deben ser detectados rápidamente ya que estos afectan la calidad de la energía, por tanto los sistemas de protección deben esforzarse en la detección de los mismos.

Actualmente, los sistemas de protección y control de los SEP trabajan basados en el análisis de las componentes de frecuencia (fundamental o altas y bajas), presentes en las señales de tensión y corriente durante eventos transitorios que siguen a perturbaciones en el sistema. Estas señales son consideradas "ruido" en los equipos de protección cuyos algoritmos están

basados en la frecuencia fundamental del sistema (60 Hz). Sin embargo son consideradas de vital importancia en sistemas de protección basados únicamente en señales de alta frecuencia. Las altas frecuencias muchas veces provienen de eventos transitorios debido a disturbios o maniobras en la red, por lo tanto las señales durante estos eventos se vuelven aperiódicas y esto se convierte en una desventaja para los algoritmos de protección que usan la transformada de Fourier (FT), en la actualidad se ha demostrado que la transformada wavelet (WT) es una herramienta más poderosa cuando de señales aperiódicas se trata, debido a las ventajas que esta presenta con respecto a la FT y se ha introducido para análisis de transitorios electromagnéticos.

En la actualidad la aplicación de la WT en sistemas eléctricos ha crecido notablemente y considerando que existe una variedad abundante de wavelets; muchas veces el problema está en decidir cuál es la mejor wavelet que proporciona los resultados más apropiados para una determinada aplicación. Teniendo en cuenta que las wavelets deben ser lo más parecidas a las señales bajo estudio, se plantea generar una nueva wavelet madre que sea capaz de representar las características de los fenómenos transitorios provenientes de disturbios y maniobras en el SEP, con la finalidad de que esta sea aplicable en SEP, así como, evitar la discusión sobre cuál de las wavelets madre existentes proporciona los mejores resultados para aplicaciones en señales eléctricas de estado transitorio. Para obtener la nueva wavelet se usará una metodología basada en wavelets adaptativas, partiendo de las condiciones básicas que estas deben cumplir.

## 1.2 Antecedentes Históricos

Los sistemas eléctricos de potencia (SEP) desde hace muchos años han utilizado la transformada de Fourier (FT) para el procesamiento de las señales. Sin embargo, en la actualidad ha surgido una nueva herramienta de análisis que facilita el procesamiento de la información cuando se presentan fenómenos transitorios en el SEP, esta herramienta basa su fortaleza en el análisis

multiresolución, a esta herramienta de análisis se le conoce como transformada wavelet (WT) y consta de dos versiones, la primera es la transformada wavelet continua (CWT) y la segunda es la transformada wavelet discreta (DWT) [1].

En la actualidad se ha mostrado que la transformada de Fourier sufre de ciertas limitaciones y presenta problemas cuando se aplica a señales no periódicas. Recientemente, se ha comprobado que la WT es una herramienta más poderosa cuando de señales aperiódicas se trata [1]. A partir de allí, muchos trabajos han sido encontrados en la literatura donde se aplica la transformada wavelet a sistemas eléctricos de potencia. Las aplicaciones en SEP aún usan las transformadas "tradicionales" (Daubechies, Symlet, Coiflet), este factor es importante porque hace que una señal que se presenta únicamente ante fenómenos eléctricos (principalmente de estado transitorio) sea tratada indiscriminadamente como cualquier otro tipo de señal (sísmicas, cardíacas, etc.).

Recientemente se encuentran algunos trabajos en la literatura los cuáles tratan de dar solución a éste problema, el principal aporte encontrado hasta el momento hace referencia a la posibilidad de utilizar o diseñar una wavelet adaptativa la cual entregue resultados más acertados en los fenómenos bajo estudio. Dentro del concepto de wavelet adaptativa se pueden encontrar tres enfoques, el primero de ellos hace referencia a la aplicación de reglas heurísticas para adaptar la aplicación del algoritmo dependiendo de reglas anteriormente identificadas, la mayoría de las aplicaciones se usan en conjuntos con alguna herramienta de inteligencia artificial (redes neuronales, algoritmos genéticos, reconocimiento de patrones, etc.) [2], [3].

El segundo enfoque encontrado se basa en la modificación de una wavelet madre existente teniendo en cuenta las características de la señal bajo análisis [4]. Uno de los principales problemas de éste desarrollo se presenta al hacer la demostración matemática de la nueva wavelet madre encontrada. Finalmente, el tercer enfoque está relacionado con el desarrollo de una nueva wavelet madre partiendo de las características que éstas deben cumplir. Dentro de

estos trabajos el más representativo hasta el momento es el presentado [5], en el cual se obtiene la mejor base para generar una wavelet adaptativa. En el presente trabajo se adoptará esta última técnica por tener antecedentes de aplicación en otras ramas, como la mineralogía, y presentar resultados satisfactorios, además de ser relativamente fácil de implementar a la vez que se incluye la complejidad de la matemática asociada con la WT.

### 1.3 Planteamiento del problema

En los SEP un disturbio, falla o condición anormal de operación puede ocurrir en cualquier momento, dificultando y poniendo en riesgo la operación confiable del sistema. Esto puede causar deterioro momentáneo o pérdida total de la estabilidad del sistema, interrupciones indeseadas en la transmisión de energía, daño de equipos, etc.; de lo anterior se puede concluir que las fallas deben ser aisladas de forma rápida y selectiva, por esta razón equipos de protección, tales como relés de protección, son instalados en diferentes sitios del sistema eléctrico de potencia.

Las protecciones de los diferentes equipos de los SEP tradicionalmente se basan en la medición de la frecuencia fundamental del sistema para la detección de fallas o anomalías en el mismo. En las técnicas de protección convencionales las señales de alta frecuencia se consideran interferencia y son filtradas [6]. Sin embargo, en recientes desarrollos [7] [8] se presentan nuevas técnicas de distinción de eventos basadas en la detección de las señales transitorias presentes al momento en que se presenta un evento en el sistema. Las señales transitorias se usan en la elaboración de un nuevo principio de protección basado en altas frecuencias generadas por los eventos transitorios [7].

Ambos principios de protección dependen totalmente del procesamiento que se dé a las señales de voltaje y corriente antes de ser usadas como entradas a los respectivos algoritmos. Como las señales transitorias pueden representar la fuente y naturaleza del fenómeno transitorio

(si fuera posible capturarlas, analizarlas y procesarlas correctamente), éstas son censadas continuamente por el equipo de protección y tomadas como referencia para la toma de decisiones.

Para conocer las frecuencias presentes en una señal, tradicionalmente se ha usado la Transformada de Fourier (FT), la cual describe los espectros dependientes del tiempo, existentes en una señal [9] y la Transformada Corta de Fourier (STFT) la cual presenta mejores respuestas ante señales aperiódicas respecto a la FT tradicional pero como resultado se obtiene información acerca de las frecuencias pero no del momento en que éstas se presentan.

Adicionalmente, no hay manera de saber cuándo el valor de la FT de una frecuencia particular se deriva de una frecuencia presente en toda la señal durante uno o varios ciclos [10]. Teniendo en cuenta que una de las principales características de las señales rápidas es su carácter no estacionario, se aplica la transformada corta de Fourier (STFT) para procesar dichas señales durante un periodo de tiempo y poder así obtener el intervalo en que aparecen las frecuencias encontradas [11]. Recientemente, se ha encontrado que la Transformada Wavelet (WT) es una alternativa para analizar señales transitorias puesto que no sólo es capaz de trabajar con señales aperiódicas sino por su habilidad de descomponer estas señales en tiempo y frecuencia; es capaz de medir las variaciones dependientes del tiempo y los contenidos de frecuencia de señales no estacionarias [12]. En la actualidad se usan una variedad de wavelets madre (WM: Daubechies, Symlet, Coiflet). La propuesta principal de este trabajo es la obtención de una nueva función wavelet madre que proporcione la mayor información de los eventos transitorios de un SEP.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo general

Diseñar una función wavelet madre adecuada para discriminar señales transitorias producidas por maniobras, fallas de arco y descargas atmosféricas, con el propósito de identificar, mediante simulación, las bases para obtener una wavelet madre adecuada para señales propias del sistema eléctrico de potencia.

### 1.4.2 Objetivos específicos

- Generar una base de datos de los fenómenos transitorios que comúnmente se presentan en el SEP (maniobras, descargas atmosféricas, maniobras de capacitores, fallas de arco), para visualizar las características presentes en los diferentes fenómenos.
- Modelar y simular una wavelet adaptativa de acuerdo al trabajo previo realizado por Mallet Yvette et al. en 1997, con el propósito de determinar y describir las particularidades presentes en los eventos transitorios bajo estudio.
- Analizar las bases encontradas en el objetivo anterior, obteniendo un primer acercamiento a la formulación de una nueva wavelet madre aplicable al análisis de transitorios en SEP.
- Diseñar, formular y validar una nueva wavelet madre adaptativa a partir de las bases identificadas.

## 1.5 Estructura de la tesis

La presente tesis está estructurada en capítulos cuyo contenido se describe a continuación.

### Capítulo 1 "Introducción"

Presenta la descripción del trabajo de tesis, con el objetivo de introducir las ideas principales y los alcances que se pretende lograr durante la investigación.

### Capítulo 2 "Transitorios en sistemas eléctricos de potencia"

Se introduce a las ideas principales y puntos de interés de los fenómenos transitorios bajo estudio. Se explica los fenómenos transitorios que se pueden presentar en el SEP, así como el modelado respectivo de cada fenómeno.

### Capítulo 3 "Fundamentos de la transformada wavelet"

Se presenta la formulación detallada para identificar de donde proviene la transformada wavelet discreta (DWT), así como, los conceptos fundamentales y necesarios para el diseño de una wavelet madre, también se describe la definición de la DWT y su aplicación en sistemas eléctricos de potencia.

### Capítulo 4 "Diseño de una wavelet adaptativa"

Se describe el método para generar una wavelet o coeficientes del filtro. Además se demuestra como las wavelets pueden ser diseñadas para adaptarse a alguna aplicación en particular (fenómenos transitorios), basándose en el algoritmo propuesto y con ello obtener la wavelet madre que mejor distingue o discrimina los fenómenos bajo estudio.

## Capítulo 5 "Algoritmo y análisis de resultados"

Se desarrolla un par de propuestas de aplicación del algoritmo adaptativo con un enfoque práctico, con la finalidad de obtener las bases que generan la mejor wavelet para la discriminación de fenómenos transitorios.

## Capítulo 6 "Conclusiones y trabajos futuros"

Se menciona las conclusiones y logros alcanzados con el desarrollo de este trabajo de tesis, también da idea de posibles líneas de investigación y estudio para trabajos futuros con el fin de mejorar las bases propuestas.

# Capítulo 2

## Transitorios en sistemas eléctricos de potencia

### 2.1 Introducción

Un transitorio se produce siempre que haya un cambio inesperado en las condiciones del sistema. Los transitorios estudiados son debidos a maniobras de operación como compensación usando capacitores o aperturas y cierres de líneas, descargas atmosféricas o fallas. Los fenómenos físicos involucrados en transitorios del sistema de potencia se pueden clasificar en dos categorías:

1. Interacción entre energía magnética almacenada en inductores y energía eléctrica almacenada en capacitores.
2. Interacción entre energía mecánica almacenada en máquinas rotatorias y energía eléctrica almacenada en los circuitos.

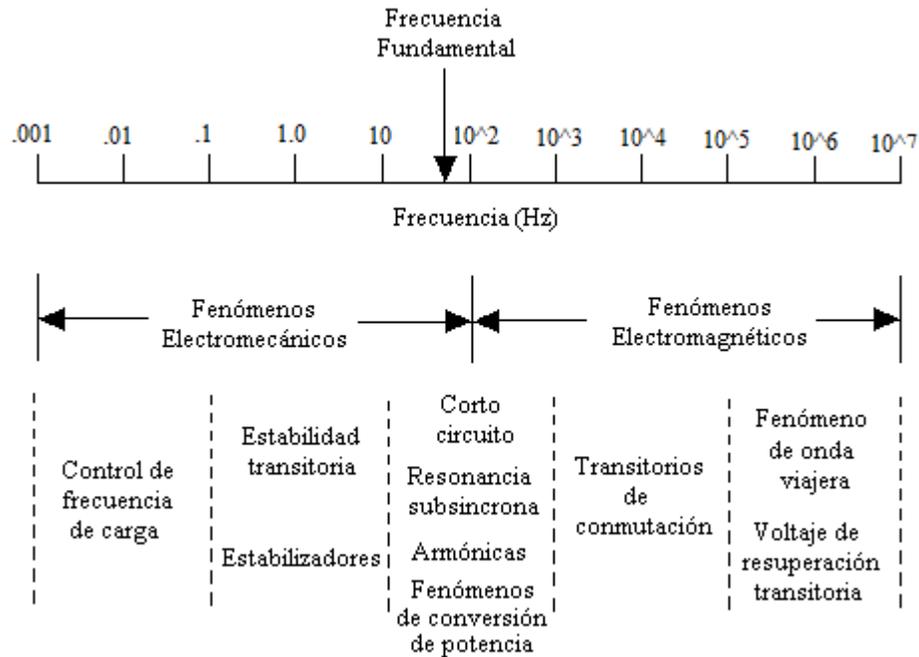


Figura 2.1: Clasificación de transitorios del sistema de potencia

La primera categoría comprende exclusivamente transitorios electromagnéticos. La segunda categoría comprende los transitorios electromecánicos. La mayoría de los transitorios del sistema de potencia son oscilatorios y por lo tanto son caracterizados con la frecuencia de oscilación. Basados en las frecuencias de oscilación, los transitorios de un sistema de potencia se clasifican como se ilustra en la figura 2.1 [13]. Nuestro punto de interés en esta tesis será los transitorios eléctricos.

Los transitorios electromagnéticos producen voltajes anormales (sobrevoltajes) y corrientes anormales (sobrecorrientes). Las sobrecorrientes pueden provocar daño en el equipo de potencia debido a la excesiva disipación de calor. Los sobrevoltajes provocan relampagueo (descargas eléctricas a través del aire) o avería del aislamiento (descargas eléctricas en materiales sólidos o líquidos), daño de dispositivos y eventual deterioro de la confiabilidad del sistema de potencia. Normalmente, el relampagueo causará una potencia de daño temporal debido al disparo temporal del equipo en el cual ocurrió el relampagueo, y el subsecuente recierre de operación. El

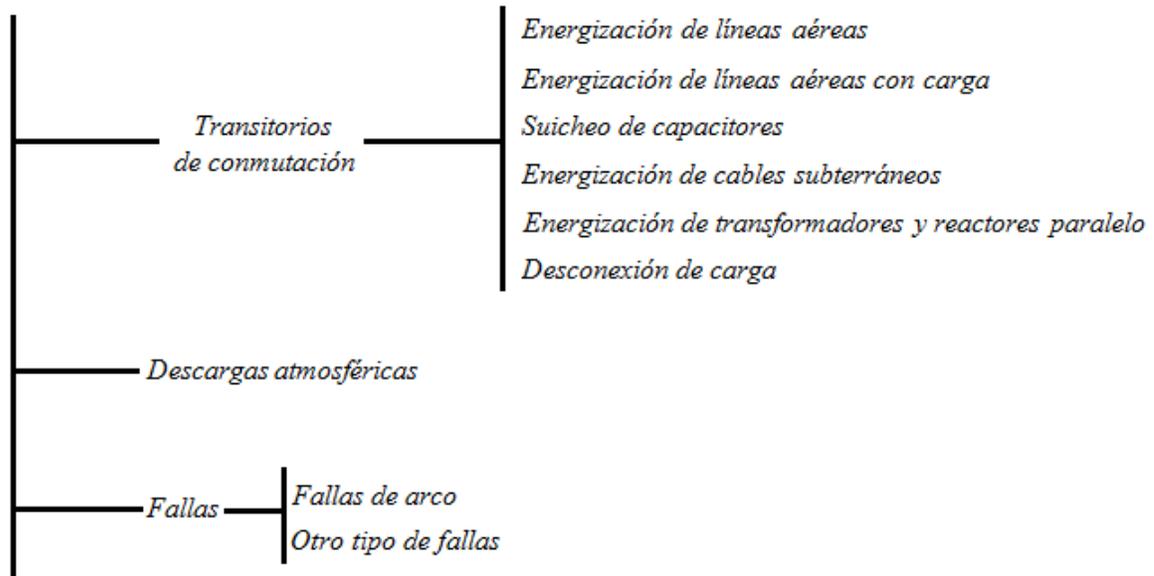


Figura 2.2: Estudios de transitorios electromagnéticos en SEP

deterioro del aislamiento, de cualquier forma, conduce a daño permanente del equipo de transmisión y así a un daño permanente en la red. El equipo necesita ser reparado o reemplazado antes de ser reconectado al sistema. Por lo tanto, es evidente que los transitorios eléctricos afectan la operación confiable de los equipos de potencia [13].

Los principales estudios de transitorios electromagnéticos en un sistema de potencia se pueden clasificar como se muestra en la figura 2.2 [14]. Dependiendo del tipo de estudio se modelarán los parámetros de la red, este modelado se puede hacer con parámetros concentrados y parámetros distribuidos.

A continuación se presentan la descripción de los fenómenos transitorios más comunes que se pueden presentar en el sistema eléctrico de potencia y que serán objeto de estudio para el diseño de una función wavelet madre que pueda representar las características de dichos eventos.

## 2.2 Transitorios por Maniobra

Los transitorios por maniobra son provocados por la operación de interruptores en un sistema de potencia. La conmutación de estos equipos es para energizar o desenergizar elementos del sistema.

Los transitorios generados por operaciones de maniobra dependen de las condiciones del circuito cuando ocurre la maniobra; en general, una maniobra en el sistema de potencia cambia el estado de las condiciones existentes antes de ocurrida la maniobra. Lo anterior produce fenómenos transitorios que comúnmente muestran una forma de onda compleja con frecuencias en el rango de  $50Hz$  a  $20kHz$  sobre puestas en el sistema de potencia[15].

La configuración del sistema está cambiando frecuentemente debido a las operaciones o al mantenimiento requerido. Un transitorio se inicia siempre que hay un cambio repentino de condiciones del circuito, los que ocurren con más frecuencia son a causa de operaciones por maniobra. Este tipo de transitorios se generan por energización o desenergización de líneas de transmisión, así como, también por bancos de capacitores, energización de transformadores, reactores y desconexión de carga.

### 2.2.1 Transitorios por maniobras de capacitores

Las maniobras de capacitores puede provocar sobrevoltajes transitorios a través de ellos mismos. Estas conmutaciones son las principales fuentes que afectan la calidad de la energía por las frecuentes operaciones de cierre y el incremento del número de bancos de capacitores en sistemas de potencia. Los capacitores son descargados inicialmente y actúan como un corto circuito momentáneo en la barra (bus) justo después de que es conmutado y resultado de ello se produce una oscilación transitoria [8].

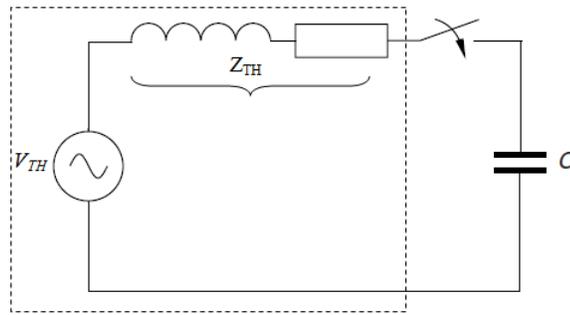


Figura 2.3: Equivalente de Thévenin para energización de un capacitor

La frecuencia de oscilación después de un cierre depende de la inductancia y capacitancia equivalente del circuito. En principio, la máxima magnitud posible del pico de voltaje en la barra (bus) del capacitor puede ser de 2.37 veces el voltaje nominal. La magnitud del pico de tensión depende del amortiguamiento, el cual dependerá de la resistencia equivalente del sistema.

El sistema de potencia utiliza bancos de capacitores para corregir el perfil de tensión en transmisión y distribución, así como, para corrección del factor de potencia. El suicheo de entrada y salida de los bancos de capacitores es regulada en el sistema durante el día en respuesta al cambio de condiciones de la carga.

### Modelado teórico

Los transitorios ocasionados por conmutaciones de capacitores se modelan con parámetros concentrados, debido a que los resultados obtenidos de estos análisis (usando parámetros concentrados) son suficientemente realistas para justificar su uso. Para fines prácticos y con la finalidad de observar los sobrevoltajes que se presentan en el capacitor al instante en que hay una energización o desenergización, podemos simplificar el modelo del sistema como se muestra en la figura 2.3. La solución al circuito equivalente de Thévenin está dada por la ley de voltajes de Kirchhoff

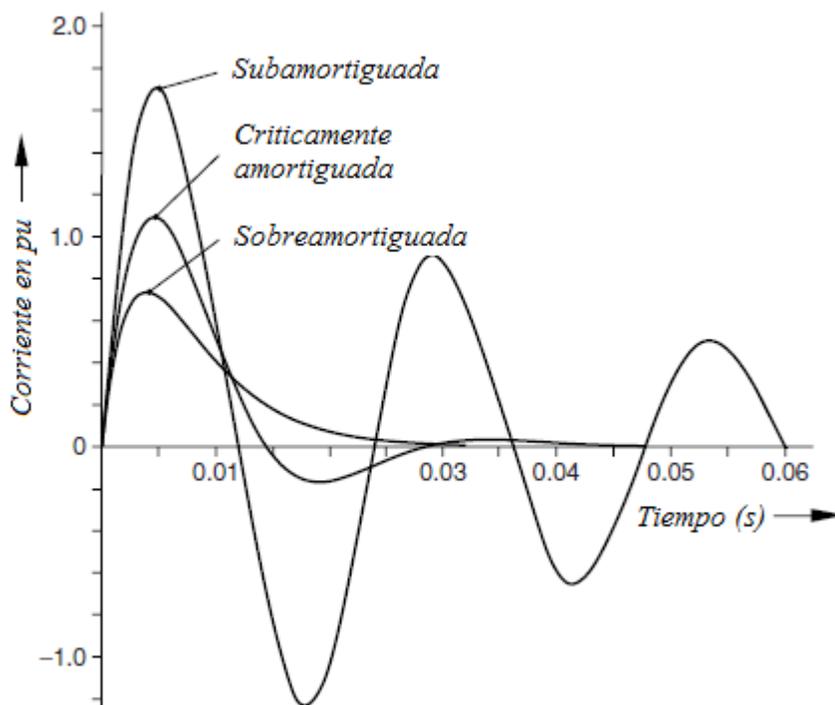


Figura 2.4: Respuesta de corriente en un circuito serie RLC

$$V_{TH} = E_{\max} \sin(\omega t + \varphi) = L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{c} \int i dt \quad (2.2.1)$$

La solución de (2.2.1), se puede dividir en la suma de dos soluciones, la primera solución es la respuesta natural (respuesta transitoria) y la segunda es la respuesta particular del circuito (respuesta de estado estable). Esta solución puede generar tres tipos de soluciones para el circuito RLC serie como se muestra en la figura 2.4 [16], respuesta que dependerá de los parámetros R, L, y C.

Como ejemplo, consideramos la energización de un banco de capacitores de un sistema de distribución ilustrado en la figura 2.5. El sistema cuenta con un banco A de capacitores previamente energizado. El resultado de energizar el banco B provoca sobrevoltajes transitorios como se muestra en la figura 2.6, observe que el máximo sobrevoltaje a través del banco B, se

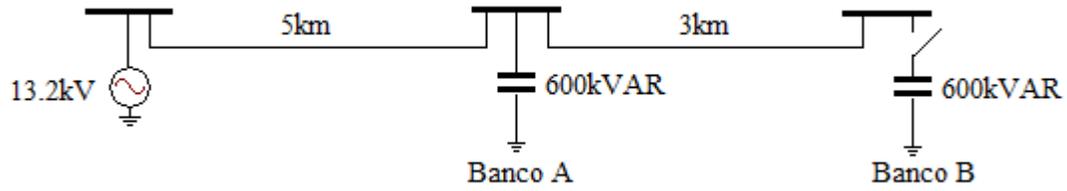


Figura 2.5: Sistema de distribución de 13.2 kV

presenta en la fase A y es de 1.79 veces el voltaje nominal. Este transitorio es oscilatorio y va en decremento en el banco de capacitores. Esta energización a su vez induce sobrevoltajes en el banco A de menor magnitud. Es por ello, que los sistemas de protección al detectar estos sobrevoltajes no deben operar para garantizar la continuidad del servicio, debido a que son una respuesta normal del sistema, que provienen de maniobras programadas por los operadores de la red.

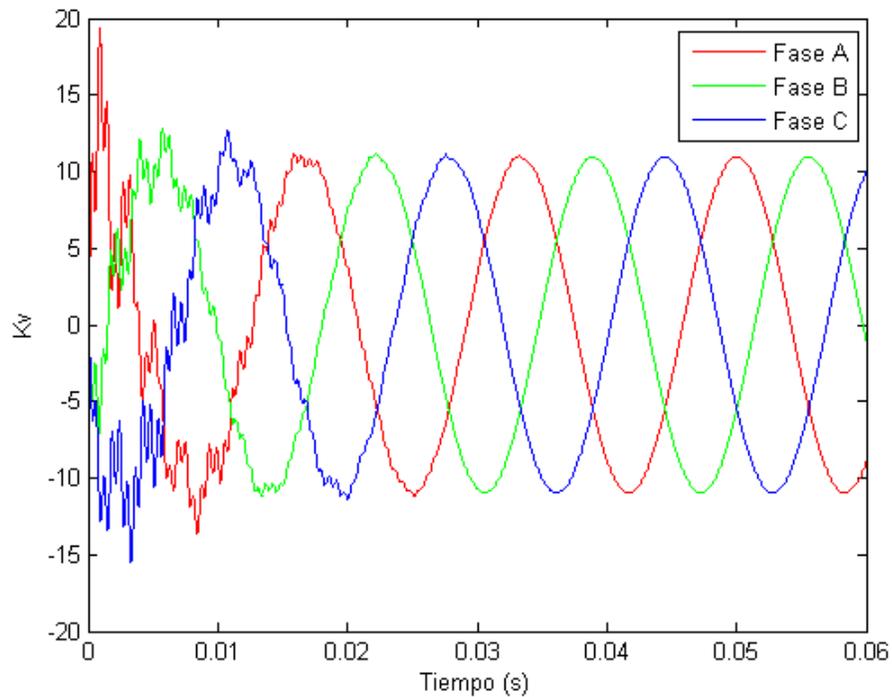


Figura 2.6: Energización típica de un banco de capacitores

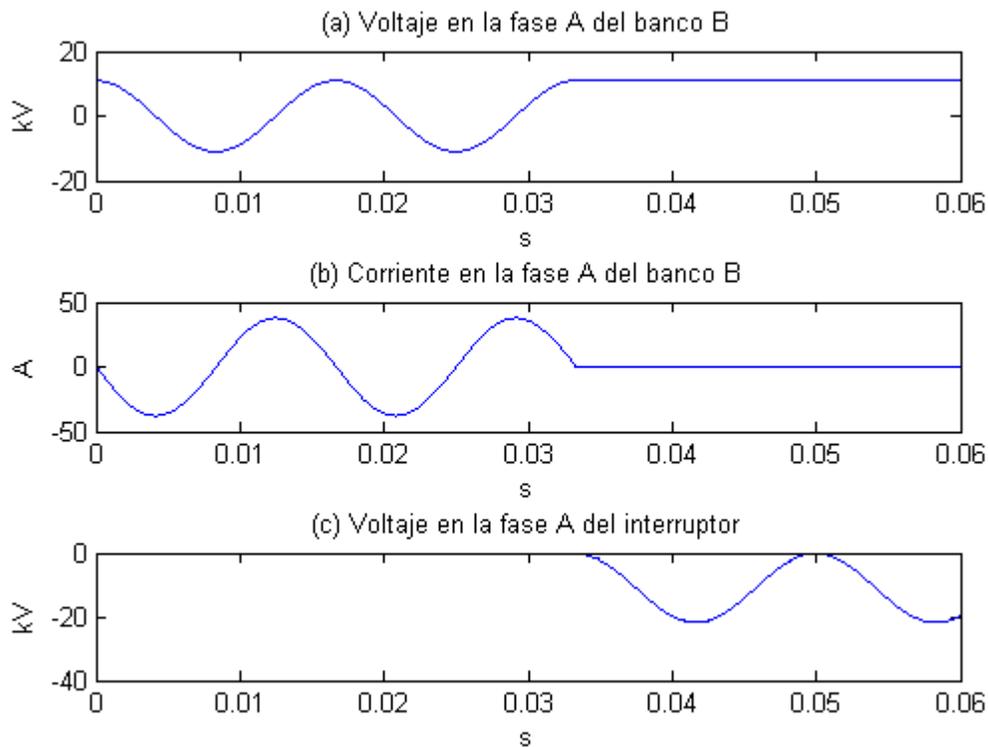


Figura 2.7: Des-energización de un banco de capacitores

Otra condición a analizar es cuando se desconectan bancos de capacitores. Esto lo podemos ver cuando en banco B se desenergiza de la red. Cuando se abre el interruptor, la corriente del banco de capacitores no se interrumpe inmediatamente. Específicamente, un arco se desarrolla a través de las placas del interruptor el cual abrirá solo cuando la corriente llegue a cero. De esta manera, la corriente será cortada cuando llegue a un valor de cero como se puede observar en la figura 2.7b. En el momento en que el voltaje del capacitor atrase la corriente en  $90^\circ$ , cuando la corriente es igual a cero, el voltaje en el capacitor será máximo y por lo tanto el capacitor estará completamente cargado como se ilustra en la figura 2.7a. Como el voltaje del circuito varia de forma sinusoidal, el voltaje a través del interruptor variará de manera similar con un valor máximo de dos veces el voltaje nominal, como se muestra en la figura 2.7c. En este caso el interruptor está sujeto a un voltaje de dos veces el voltaje nominal, una condición que puede

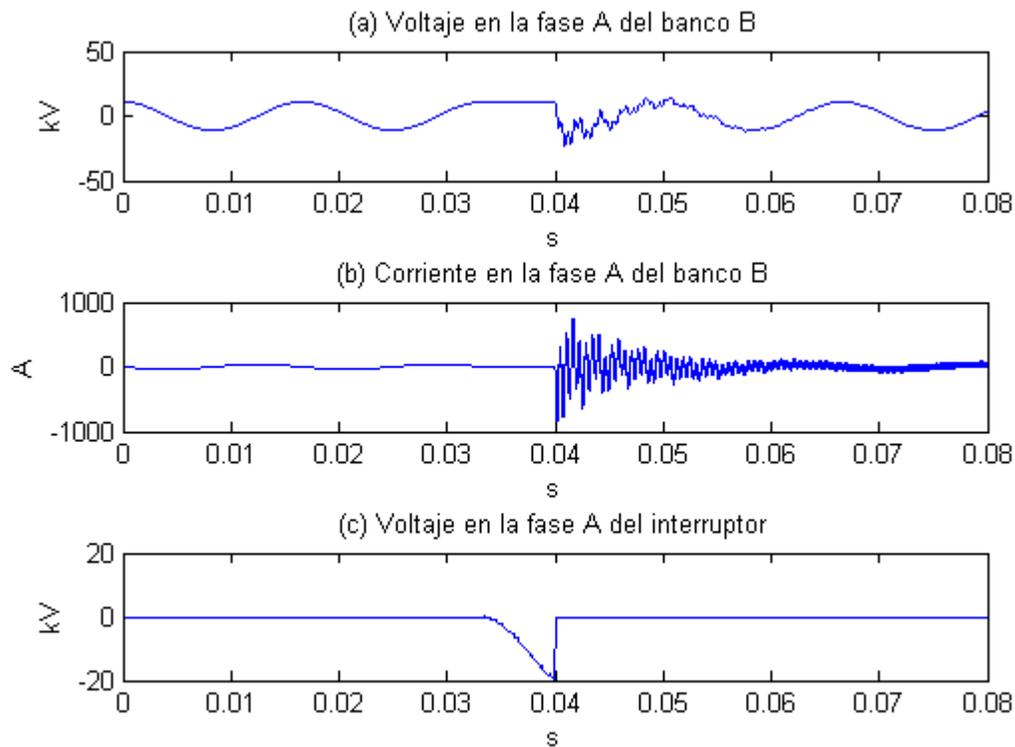


Figura 2.8: Re-ignición del arco en el interruptor para un banco de capacitores cargado

traer una re-ignición del arco en el interruptor. Para evitar esta posibilidad de re-ignición, los bancos de capacitores son equipados con resistores internos, con la finalidad de descargar los capacitores en un tiempo razonable. Considerando que si la re-ignición se presenta, los efectos pueden ser severos, esto se puede ver en la figura 2.8. Note que esta condición provoca severos sobrevoltajes en el capacitor, así como corrientes transitorias muy grandes.

### 2.2.2 Transitorios por maniobras de líneas

El comportamiento de las maniobras en una línea de transmisión es similar a la maniobra de cierre o apertura de un banco de capacitores, la diferencia es que la inductancia y la capacitancia de la línea se modelan con parámetros distribuidos. En un sistema de parámetros distribuidos

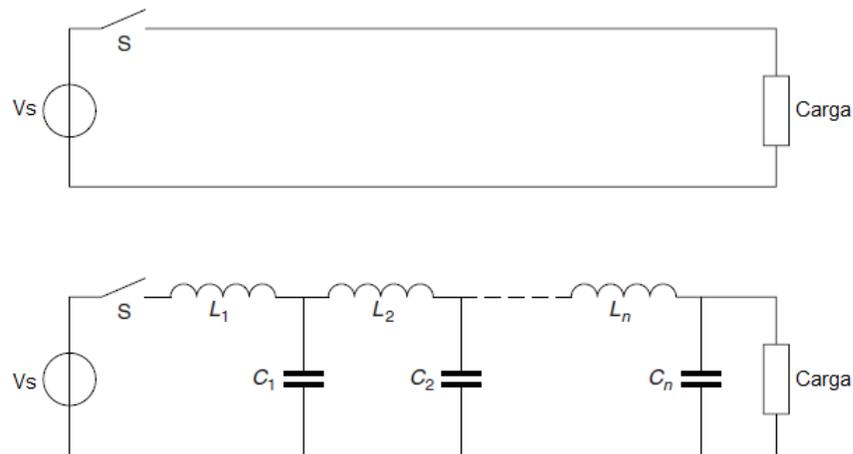


Figura 2.9: Representación de elementos distribuidos en una línea de transmisión de 2 conductores

se observan ondas viajeras (de voltaje y corriente), caso contrario a sistemas de parámetros concentrados.

En una línea de transmisión, un disturbio en el inicio viaja a través de la línea con velocidad finita. La velocidad de propagación es la velocidad con que viajan las ondas electromagnéticas en la línea y está determinada por sus características físicas. Esta velocidad es constante si los parámetros distribuidos son constantes.

La representación distribuida de una línea de transmisión se hace con un número de secciones equivalentes  $p_i$ , donde se toman en cuenta las propiedades del campo eléctrico en el capacitor y las propiedades del campo magnético en el inductor conectando estos elementos con los cables sin pérdidas. Lo anterior lo podemos visualizar en la figura 2.9 [17], donde al momento de cerrar el interruptor  $S$ , una corriente fluye a través de la primera inductancia  $L_1$  y ésta carga el capacitor  $C_1$ . La carga acumulada en  $C_1$  genera una corriente que fluye por  $L_2$ . Esta corriente cargará a su vez al capacitor  $C_2$ , el voltaje de  $C_2$  provocará un flujo corriente en  $L_3$  y así sucesivamente. Este tipo de razones muestran que un disturbio al final de una sección  $p_i$  en la red es notable inmediatamente al final de la otra sección.

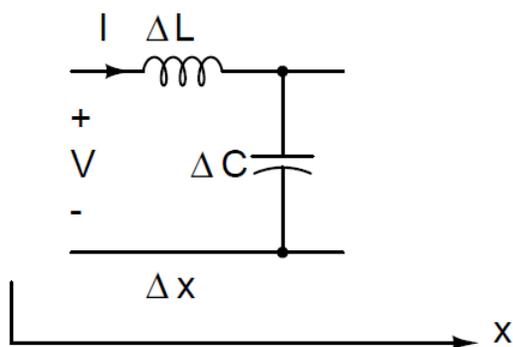


Figura 2.10: Elemento diferencial de una línea de transmisión de dos conductores

### Ecuación de la onda

Consideramos un tramo de línea de longitud  $\Delta x$  y concentramos la capacitancia y la inductancia en los elementos mostrados en la figura 2.10 [17]. Entonces, usando las definiciones del incremento de voltaje tenemos:

$$\Delta v = -L\Delta x \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.2.2)$$

que en el límite se convierte en

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (2.2.3)$$

De igual manera el incremento de corriente es

$$\Delta i = -C\Delta x \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.2.4)$$

que en el límite queda

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.2.5)$$

Éstas son las dos ecuaciones de una línea de dos conductores sin pérdidas. Las ecuaciones están acoplada en  $v$  e  $i$ . Derivando una de ella respecto a  $x$  y la otra respecto a  $t$  y sustituyendo, se obtienen las siguientes ecuaciones desacopladas.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.2.6)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (2.2.7)$$

donde

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.2.8)$$

La solución general de ecuaciones de éste tipo es de la forma

$$v = f_1(x - \nu t) + f_2(x + \nu t) \quad (2.2.9)$$

según fue demostrado por D'Alembert. Una solución similar existe para la corriente.

$$i = \frac{f_1(x - \nu t)}{Z_0} - \frac{f_2(x + \nu t)}{Z_0} \quad (2.2.10)$$

donde  $Z_0$  es la impedancia característica de la línea y las funciones  $f_1$  y  $f_2$  representan onda viajeras.

Se concluye que el voltaje y la corriente están relacionados por la impedancia característica  $Z_0$ , pero el signo relativo de ambas cantidades depende del sentido de viaje de la onda: voltajes y corrientes viajando en sentido positivo tienen signos iguales, pero voltajes y corrientes viajando en sentido negativo tienen signos opuestos [6].

## Reflexión y refracción

La corriente y la tensión en una línea de transmisión están relacionados por la impedancia característica  $Z_0$ . Cuando la impedancia característica de una línea cambia de un punto a otro (en un punto de discontinuidad, por ejemplo la unión de dos líneas distintas), debe ocurrir algún ajuste en la magnitud de voltaje y corriente, el cual toma la nueva forma de dos nuevos pares de onda: un voltaje y una corriente reflejados que comienzan a viajar en sentido opuesto a la onda incidente, y un voltaje y una corriente refractados en el mismo sentido de la onda incidente.

Considere por ejemplo la unión de dos líneas A y B tales que  $Z_A > Z_B$ , con un voltaje escalón  $v_1$  incidente. Entonces la corriente incidente es

$$i_1 = \frac{v_1}{Z_A} \quad (2.2.11)$$

Si la onda de voltaje reflejada se denota con  $v_2$  y la refractada por  $v_3$ . Entonces

$$i_2 = -\frac{v_2}{Z_A} \quad (2.2.12)$$

$$i_3 = \frac{v_3}{Z_B} \quad (2.2.13)$$

La corriente y el voltaje deben ser continuos en la unión, de donde

$$v_1 + v_2 = v_3 \quad (2.2.14)$$

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad (2.2.15)$$

Sustituyendo (2.2.11), (2.2.12) y (2.2.13) en (2.2.15) tenemos:

$$\frac{v_1}{Z_A} - \frac{v_2}{Z_A} = \frac{v_3}{Z_B} \quad (2.2.16)$$

lo que nos conduce a obtener el coeficiente de reflexión

$$v_2 = \left( \frac{Z_B - Z_A}{Z_B + Z_A} \right) v_1 \quad (2.2.17)$$

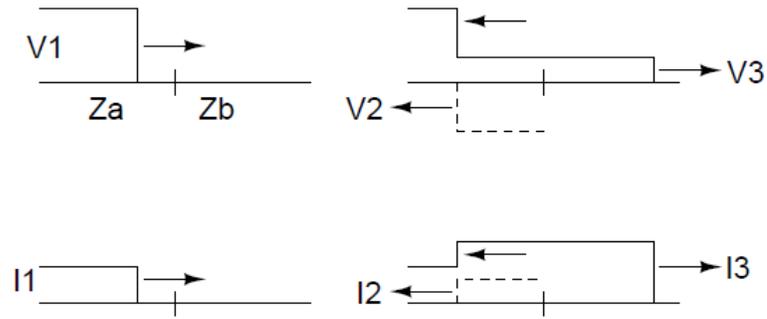


Figura 2.11: Ondas reflejadas y refractadas en un punto de cambio de impedancia

y el coeficiente de refracción

$$v_3 = \left( \frac{2Z_B}{Z_B + Z_A} \right) v_1 \quad (2.2.18)$$

En la figura 2.11 se muestran los perfiles de voltaje y de corriente en un punto de discontinuidad [17]. Se puede apreciar que el efecto de un cambio de impedancia en la línea presenta la aparición de ondas reflejadas, lo que ocasiona que se generen frecuencias diferentes a la fundamental. Al identificar el rango de frecuencias que genera este tipo de eventos, se puede distinguir los transitorios por maniobras de líneas apropiadamente de los transitorios ocasionados por maniobras de capacitores, estos últimos generando frecuencias (menores de  $20kHz$ ) mayores que los transitorios por maniobras de líneas (frecuencias de hasta  $10kHz$ ). En ambos casos las frecuencias predominantes son mayores de  $2kHz$ . Por lo tanto, con base en el espectro de frecuencias que los eventos transitorios generen se puede hacer la discriminación de información correspondiente a cada fenómeno.

## 2.3 Transitorios por fallas de arco

Las fallas que se presentan en el SEP dependen de propiedades físicas que comúnmente son el punto de impacto de la falla y la línea que conduce la corriente a tierra, entonces los parámetros como distancia de la falla, tipo de falla y ángulo pueden ser determinados. En el caso de las fallas de arco no involucran un camino sólido a tierra, así la impedancia a tierra tomará un valor no lineal que cambia con respecto al tiempo. De hecho, las propiedades físicas de las fallas de arco se describen como radiación en forma de luz, sonido, calor y ondas electromagnéticas que se propagan a través de la línea. Por consecuencia se presentan bajas y altas frecuencias en las señales de voltaje y corriente, que por lo general tienen un espectro de frecuencias más amplio en comparación con otros fenómenos transitorios, donde las frecuencias predominantes son menores a  $2kHz$ .

Cuando ocurre una falla de arco en el sistema, se presenta un arco primario que permanece durante la falla hasta el momento en el que se abren los interruptores para liberar el fenómeno. Después de la apertura de interruptores se forma un arco secundario, el cual es provocado por el acoplamiento mutuo entre la fase fallada y las fases sanas. En general, el arco primario se puede representar por un corto circuito ideal, o una resistencia de bajo valor. Sin embargo, para conocer exactamente qué transitorios son provocados por las fallas de arco, los arcos (primario y secundario) tienen que ser representados con un alto grado de exactitud como sea posible. Por lo tanto, investigaciones se han llevado a cabo en diferentes países para detectar características relevantes de las fallas de arco basados en el modelo del arco y todos ellos examinando las formas de onda del voltaje y la corriente [18][19][20].

Recientemente, se ha sugerido que la teoría de un arco podría aplicarse a un modelo sin restricciones para fallas de arco en el aire, incluyendo el arco primario y secundario [21].

De acuerdo con el grupo de trabajo de la CIGRE 13.01 [22] una variedad de métodos de

cálculo han sido desarrollados en la última década para resolver o entender la complejidad de los procesos de interacción del arco. Ellos reconocen tres grupos de acuerdo a las herramientas usadas:

1. Modelos de caja negra: En este modelo, el arco se describe por una simple ecuación matemática y proporciona la relación entre la conductancia del arco y parámetros medibles como son el voltaje y corriente del arco.
2. Modelos físicos, los cuales incluyen el proceso físico a detalle.
3. Expresiones y diagramas que dan los parámetros de dependencia para casos especiales y leyes de escala, que pueden derivarse de los dos anteriores.

El objetivo de los modelos de arco de caja negra es describir la interacción de una conmutación de arco y el circuito eléctrico correspondiente durante un proceso de interrupción. Para este fin una representación integral del arco de acuerdo con 1 es suficiente [22].

## **Modelos de Arco**

En cuanto a la modelación, la falla de arco puede ser dividida en arco primario (antes que abran los interruptores) y el arco secundario (después de que el interruptor se abre). Durante mucho tiempo el arco primario fue representado por un corto circuito ideal utilizando una resistencia lineal de escaso valor. Sin embargo, con el fin de conocer las características más a detalle de las fallas de arco, el arco debe estar representado lo más estrictamente posible [23].

## Arco primario

Comúnmente los modelos de caja negra son los más usados para representar el arco eléctrico por medio de ecuaciones diferenciales, que a su vez son soluciones de la ecuación general del arco [24]:

$$\frac{d[\ln(g)]}{dt} = \frac{F'(Q)}{F(Q)}(P_{in} - P_{out}) \quad (2.3.1)$$

donde

$$g = F(P_{in}, P_{out}, t) = \frac{i_{arc}}{u_{arc}} = \frac{1}{R} \quad (2.3.2)$$

con  $g$  = conductancia del arco,  $P_{in}$  = potencia de alimentación del canal del plasma,  $P_{out}$  = potencia transportada desde el canal del plasma,  $t$  = tiempo,  $i_{arc}$  = corriente del arco,  $u_{arc}$  = voltaje del arco y  $R$  = resistencia del canal del arco.

Para resolver la ecuación general del arco, enunciada anteriormente, diferentes autores han planteado hipótesis acerca de las características y el comportamiento del fenómeno. Dichas hipótesis han generado nuevos modelos de arco.

Los primeros modelos, llamados de caja negra, por su representación matemática, fueron desarrollados por Cassie [25] y Mayr [26]. A continuación se presenta una breve descripción de mencionados modelos:

**Modelo de Cassie:** Este modelo propone la siguiente ecuación:

$$\frac{d[\ln(g)]}{dt} = \frac{P_0}{Q_0} \left( \frac{u_{arc}^2}{u_0^2} - 1 \right) \quad (2.3.3)$$

El coeficiente  $Q_0/P_0$  es llamado la constante de tiempo del arco  $\tau$  y puede ser calculado a

partir de la ecuación diferencial homogénea 2.3.3

$$\frac{d[\ln(g)]}{dt} = -\frac{P_0}{Q_0} \quad (2.3.4)$$

Una solución que satisface 2.3.4 es

$$g = g_0 e^{-t/\tau} \quad (2.3.5)$$

La constante de tiempo  $\tau$  en (2.3.5) puede interpretarse como la constante de tiempo del arco con la cual el diámetro del arco cambia.  $u_0$  es el voltaje estático del arco,  $Q_0$  es la energía almacenada por unidad de volumen.

**Modelo de Mayr:** La ecuación propuesta por Mayr es

$$\frac{d[\ln(g)]}{dt} = \frac{(u_{arc} i_{arc} - P_0)}{Q_0} \quad (2.3.6)$$

Para éste modelo, la potencia de entrada al canal del arco se hace cero en el instante que la corriente es cero y en consecuencia, la velocidad de cambio de la conductancia del arco es:

$$\frac{dg}{dt} = -g \frac{P_0}{Q_0} \quad (2.3.7)$$

La ecuación diferencial homogénea anterior tiene una solución que está dada por la expresión:

$$g = g_0 e^{-P_0/Q_0 t} \quad (2.3.8)$$

donde:  $Q_0/P_0 = \tau$  constante de tiempo del arco,  $g_0$  conductividad por unidad de volumen,

$P_0$  pérdida de potencia por unidad de volumen,  $Q_0$  energía contenida por unidad de volumen y  $u_0 = (P_0/Q_0)^{1/2}$  voltaje estático del arco.

Es importante mencionar que es suficiente con el modelado del arco primario para este trabajo de investigación, ya que la finalidad es discriminar de forma más rápida y efectiva el tipo de evento que se presenta en la red, basándose en el contenido de frecuencias que el evento genera en la señal de tensión o corriente. Sin embargo, es importante mencionar la teoría del arco secundario para tener la idea general de este fenómeno.

### **Arco secundario**

Cuando la fase fallada de una línea es desconectada de ambos extremos por los interruptores, el acoplamiento capacitivo e inductivo de las fases sanas permite sostener una corriente de arco secundario. Para que un recierre sea exitoso, la corriente de arco secundario debe extinguirse durante el tiempo muerto de recierre y una vez extinguido el arco, la pendiente de la tensión de restablecimiento a través del arco debe ser lo suficientemente baja para evitar su reencendido. El tiempo de extinción del arco secundario depende de muchos factores, incluyendo la corriente de arco primario, acoplamiento entre las fases, voltaje del sistema y condiciones atmosféricas.

El modelo de Saúl Goldberg descrito en la referencia [27], es el modelo matemático más usado en la literatura científica para simular el comportamiento del arco secundario. Éste modelo contempla dos características esenciales:

1. Características de conducción del arco. Ésta característica aplica cuando el arco está conduciendo corriente. La conducción de corriente a través del arco ocurre cuando la magnitud de la tensión a través del arco excede el voltaje que resiste el arco antes de empezar a conducir corriente. Para un rango de corriente entre 1 y 55 A. La figura 2.12 puede usarse para describir las características de conducción del arco [16]. Donde el

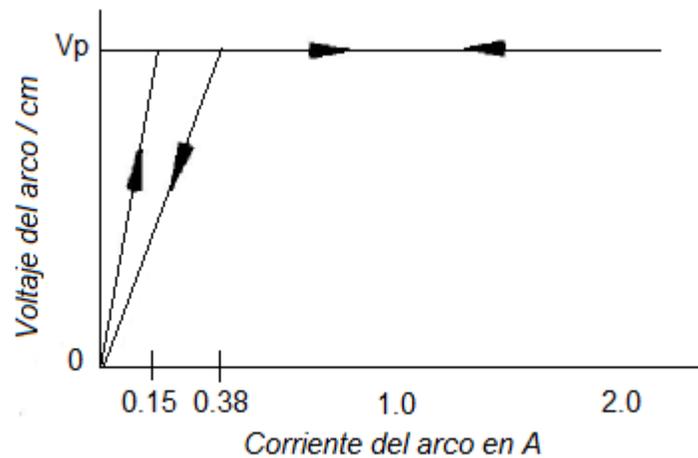


Figura 2.12: Condiciones características del arco secundario

parámetro constante  $V_p$  está definido por:

$$V_p = 75I_p^{-0.4} \quad (2.3.9)$$

Y a su vez  $I_p$  es el valor del pico de la corriente de arco secundario, asumiendo que la resistencia de arco es cero, también hay que tener en cuenta que la resistencia equivalente de las partes ascendente y descendente es función de la longitud del arco y la variación del tiempo.

2. El voltaje que resiste el arco antes de empezar a conducir; es decir, cuando no está conduciendo.

El voltaje que puede resistir el arco sin características de conducción está dado por

$$V_{arcw}(t_r) = |V_r(t_r)| * l(t_r), \text{ en [kV]} \quad (2.3.10)$$

El arco será extinguido sí  $V_{arcw}(t_r)$  excede el actual voltaje de arco de circuito abierto.

En 2.3.10, cuando el arco no está conduciendo  $V_r(t_r)$  será

$$|V_r(t_r)| = \left[ \frac{5 + 1620Te}{2.15 + Is} \right] * (t_r - Te)h(t_r - Te), \text{ en [kV/cm]} \quad (2.3.11)$$

La longitud del arco se obtiene de

$$\begin{aligned} \frac{l(t_r)}{l_0} &= 1 & \text{para } t \leq 0.1 \text{ s} \\ \frac{l(t_r)}{l_0} &= 10t_r & \text{para } t > 0.1 \text{ s} \end{aligned}$$

Donde:  $V_r(t_r)$  = voltaje que resiste el arco sin conducir en kV/cm;  $Te$  = tiempo de iniciación del arco secundario a corriente cero, en segundos;  $Is = I_p/\text{sqrt}2$  A, rms;  $t_r$  = tiempo de iniciación del arco secundario, en segundos;  $l(t_r)$  = longitud del arco, en cm;  $l_0$  = longitud inicial del arco, en cm.

$$h(t_r) = \begin{cases} 1 & \text{para } (t_r - Te) \geq 0 \\ 0 & \text{para } (t_r - Te) < 0 \end{cases}$$

Es importante mencionar que la extinción del arco secundario se da cuando el voltaje que el arco puede resistir sin conducir supera el voltaje actual del arco en circuito abierto.

## 2.4 Transitorios debidos a descargas atmosféricas

Los sobrevoltajes causados por operaciones de conmutación son complicados y estos son generados internamente por el sistema. Debido que los sistemas de transmisión están expuestos a condiciones climáticas, estarán expuestos también a sobrevoltajes provenientes de descargas atmosféricas. Estos fenómenos muchas veces no se logran detectar por los equipos de protección debido a la rapidez con que se presentan y el espectro de frecuencias que estos generan al impactar en la red es muy amplio, en donde predominan las frecuencias mayores a  $100\text{kHz}$ .

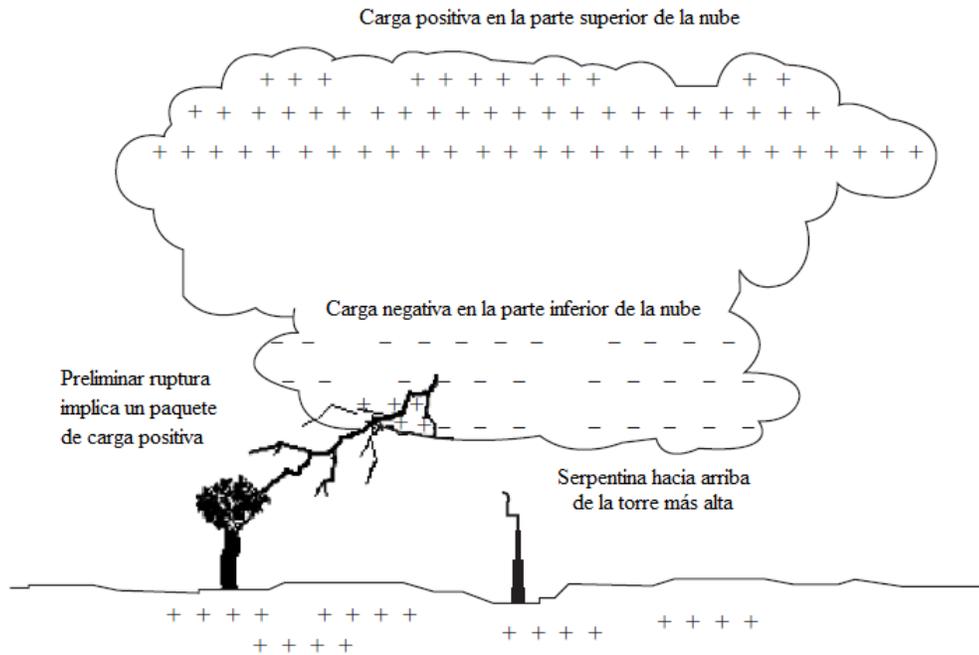


Figura 2.13: Separación de cargas eléctricas dentro de un nubarrón

### 2.4.1 Generación del rayo

Las corrientes ascendentes y descendentes de viento que tiene un lugar en la atmósfera crean un mecanismo de carga que separa cargas eléctricas, conduciendo la carga negativa en la parte inferior y la carga positiva en la parte superior de la nube. Como la carga que está en la parte inferior de la nube se mantiene creciendo, la diferencia de potencial entre, la nube y la tierra, que está cargada positivamente, crece también. Este proceso continuará hasta que ocurra una disrupción eléctrica (ionización) del aire.

La manera en que una nube a tierra desarrolla relampagueo supone un paso líder que comienza a viajar hacia abajo siguiendo una preliminar ruptura en la parte inferior de la nube. Esto implica un paquete de carga positiva, como se ilustra en la figura 2.13 [28]. El paso líder viaja hacia abajo en varios pasos de 10 *metros* de longitud y pulsos de corriente menores de 1kA de amplitud. Cuando este líder esta cerca de tierra, el potencial a tierra puede alcanzar

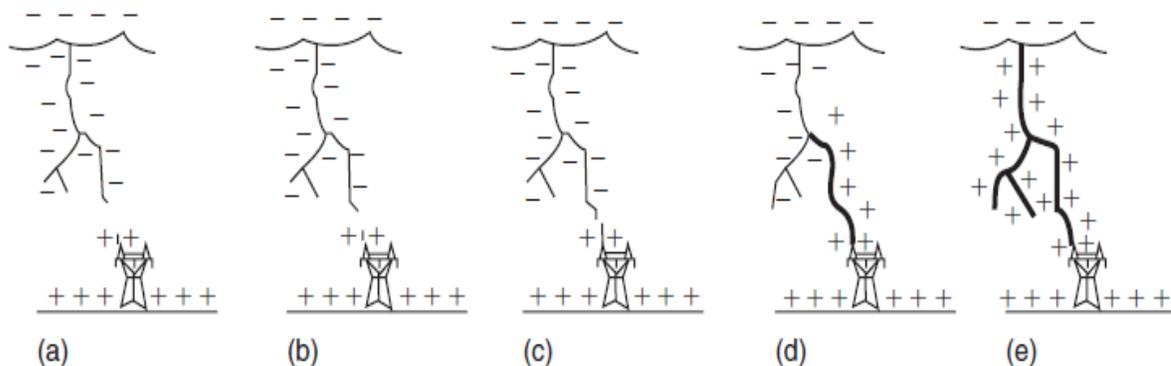


Figura 2.14: Acoplamiento entre líderes hacia abajo y hacia arriba en un relampagueo

valores tan grandes como  $100MV$  antes que el proceso de acoplamiento con la serpentina (de relampagueo) hacia arriba se complique. La figura 2.14 ilustra el paso final cuando la serpentina hacia arriba desarrollada por una torre de línea de transmisión intercepta el paso líder [28].

El punto de conexión a tierra no se decide hasta que el paso líder se encuentra a unos 10 metros sobre la tierra plana. El líder hacia abajo se acoplará a una serpentina creciente hacia arriba desarrollado por altos objetos, tales como, árboles, líneas de transmisión de potencia, torres de telecomunicaciones, etc.

Justo antes que el proceso de acoplamiento tome lugar, la carga que esta en lo más bajo de la nube a través del canal líder se conduce a tierra como pulsos de corriente interrumpidos, regresando un estruendo que viaja hacia arriba por el canal. La velocidad a la que regresa el estruendo esta alrededor de *un tercio* la velocidad de la luz. El valor promedio del pico de corriente asociado al retorno del estruendo es del orden de los  $30kA$ , con un tiempo de elevación y un tiempo promedio de  $1.2$  y  $50\mu s$  respectivamente [28].

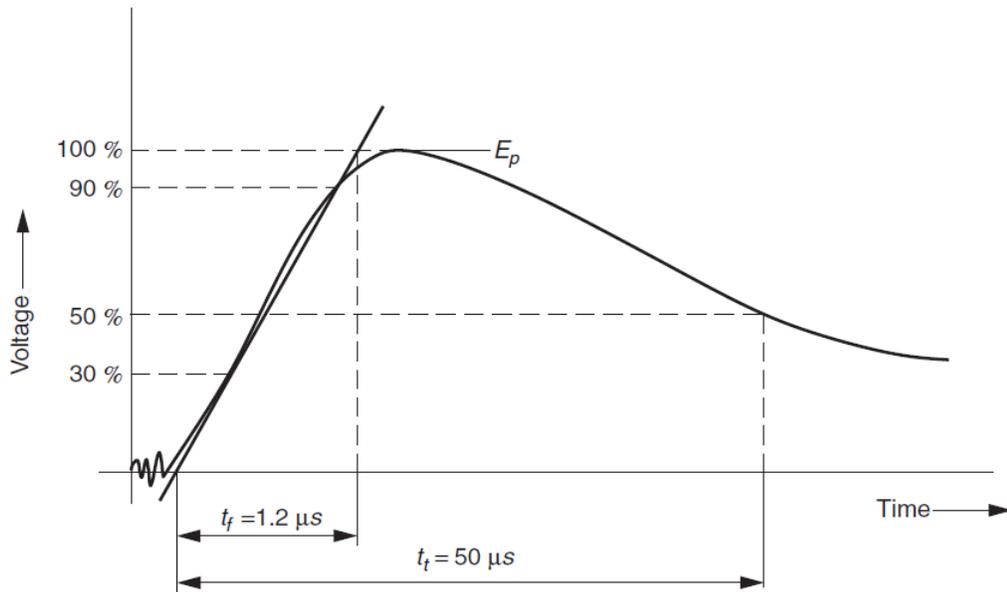


Figura 2.15: Forma de onda estándar de un rayo inducido

## 2.4.2 Forma de onda de la corriente del rayo

Para simplificar el modelado del rayo, este puede ser considerado como una fuente de corriente ideal. Típicamente la forma de onda de un rayo se manifiesta con un tiempo de elevación de 0.2 a  $1.5\mu s$  y puede permanecer de 50 a  $200\mu s$ . Para análisis y propósitos de estandarización, una forma de onda estándar del rayo se ha establecido, y ha sido llamada forma de onda  $1.2/50\mu s$ , la cual se puede observar en la figura 2.15 [16]. El valor de cresta típicamente de un rayo está en un rango de pulsos entre 20 y  $100kA$ . Cuando un rayo golpea una línea de transmisión, se genera un pico de corriente eléctrica, la cual trae como consecuencia un sobrevoltaje. Los sobrevoltajes dependen de la impedancia característica de la línea, el nivel de la corriente de rayo y las características de la torre [13]. Matemáticamente el rayo puede describirse por

$$e(t) = E_p(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (2.4.1)$$

donde:  $\beta$  está asociada con el tiempo de elevación  $t_f$  y  $\alpha$  con el tiempo de cola  $t_t$ . Si  $\beta = 4.5ms^{-1}$  y  $\alpha = 14ms^{-1}$  la ecuación resultante es la forma de onda  $1.2/50\mu s$ .

El análisis de los sobrevoltajes del rayo dependerá del punto donde choca el rayo, estos pueden ser en una torre de transmisión, un hilo de guarda o sobre los conductores de la línea.

### 2.4.3 Descarga directa en la torre de transmisión

La probabilidad de una descarga directa en la torre de la línea de transmisión, es más alta comparada con otras partes del sistema de potencia [6]. La línea de transmisión en la torre esta interconectada por cables a tierra instalados para reducir los voltajes inducidos en las fases de los conductores por descargas de rayos próximas a tierra y proteger los conductores de las fases de descargas directas.

Las descargas toman lugar en tan solo  $50\mu s$ , las ramas son muy iluminadas, y la amplitud de la corriente esta en el rango de  $20 - 100kA$ . La corriente de descarga será dividida en tres partes. La primera parte fluirá a través de la estructura de la torre a tierra y la otra parte se divide a su vez en dos partes iguales, estas fluyen en dirección opuesta a lo largo del hilo de guarda. Después de la descarga, la torre en el tope tiene un voltaje inicial igual a la diferencia entre el potencial  $E$  del nubarrón y la caída de voltaje sobre la parte del rayo  $V_L$ . Las ondas de voltaje y corriente tienen la misma forma que la onda del rayo [16].

$$V_{Torre} = E - V_L \quad (2.4.2)$$

### 2.4.4 Descarga directa en los conductores de la línea

Cuando la descarga del rayo es directa en los conductores de una línea de transmisión, puede considerarse como una inyección de corriente  $I$  sobre la línea, la cual se divide a sí misma en dos partes iguales en el punto de descarga. Los voltajes generados por la división de corriente viajan en ambas direcciones a lo largo de la línea, camino al punto de descarga. El voltaje está

relacionado con la corriente del rayo  $I$  por

$$V = 0.5I * Z_{Phase} \quad (2.4.3)$$

La onda de voltaje viaja a través de la línea golpeada por el rayo, por consecuencia, la fase A induce un voltaje en fases vecinas también. Cuando el factor de acoplamiento entre la fase A y la fase B es  $K_{ab}$ , entonces el voltaje a tierra, inducido en la fase B es

$$V_b = K_{ab}V_a \quad (2.4.4)$$

y el voltaje entre la fase A y B es

$$V_{ab} = (1 - K_{ab})V_a \quad (2.4.5)$$

El voltaje  $V_{ab}$  puede causar un relampagueo entre las dos fases, si la distancia de separación no es lo suficientemente grande, provocando así un corto circuito en las fases [16].

### 2.4.5 Modelado teórico

Un método simplificado para estimar el funcionamiento de rayo de una línea de transmisión ha sido desarrollado por la IEEE [29], basado en el trabajo de Anderson [30]. Conociendo el nivel isoceraúnico, es posible estimar el número de descargas en una línea por

$$NL = 0.004T^{1.35}(b + 4h^{1.09}) \quad (2.4.6)$$

donde:  $NL$  es el número de descargas del rayo en una línea por 100 kilómetros por año,  $T$  es el nivel isoceraúnico en la vecindad de la línea (días/año),  $h$  es la altura promedio de los hilos de guarda en metros y  $b$  es el espaciado horizontal entre los hilos de guarda, metros.

El impacto de una descarga en una línea dependerá de magnitud de corriente del rayo, de la velocidad de elevación y de la impedancia a tierra que se encuentre al momento del impacto.

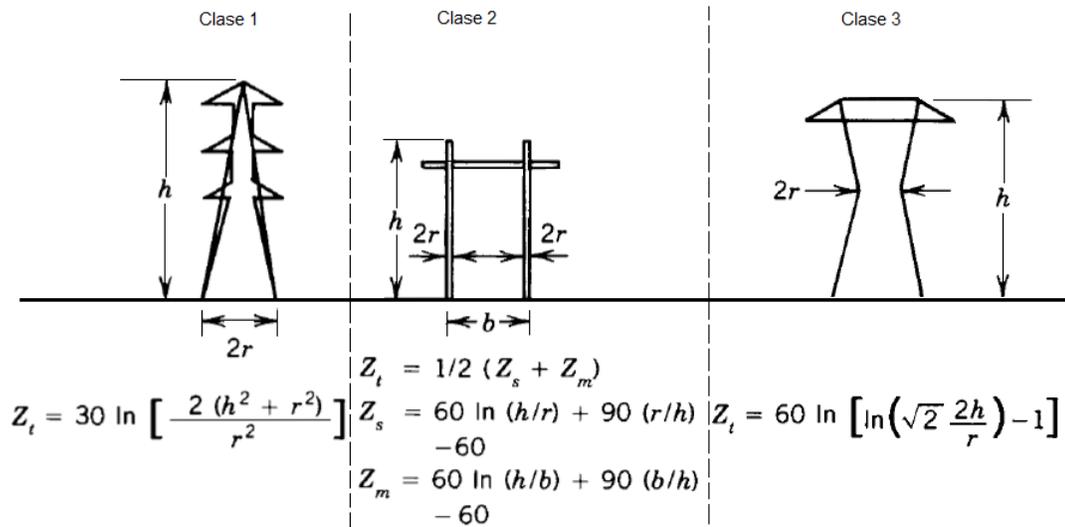


Figura 2.16: Aproximación del aumento de impedancia( $\Omega$ ) para varias clases de torres

Datos de la magnitud de la corriente del rayo han sido coleccionados por Anderson y Eriksson [31] y Popolansky [32]. Se ha encontrado que los datos de referencia [31] pueden ser bien representados por la expresión

$$P_I = \frac{1}{1 + \left( \frac{I}{31} \right)^{2.6}} pu \quad (2.4.7)$$

donde:  $P_I$  es la probabilidad de exceder la corriente del rayo " $I$ " y  $I$  es la corriente del rayo en  $kA$ .

Si el rayo cae sobre la torre, la impedancia de la torre será de interés. El método asume que una torre de transmisión puede ser aproximada por una línea de transmisión vertical con aumento de impedancia constante. Esta línea de transmisión es igual en longitud a la altura de la torre, y la velocidad de propagación de la onda de corriente asume ser 85% la velocidad de la luz. La figura 2.16 proporciona algunas relaciones que pueden ser usadas para aproximar el cambio de impedancia  $Z_t$  en la torre para varias formas de torre [29].

# Capítulo 3

## Fundamentos de la transformada wavelet

### 3.1 Introducción

La transformada wavelet (WT) se introdujo a principios de la década de 1980 por Morlet [33], quien la utilizó para evaluar propagaciones de onda en una base de datos sísmicos. Desde entonces, diversos tipos de transformadas wavelets se han desarrollado, y muchas aplicaciones de la WT se han presentado en diferentes áreas de investigación. La WT consta de dos versiones. La primera es la transformada wavelet continua (CWT) y en la mayoría de sus aplicaciones se usa para el análisis de datos, para determinar una representación en tiempo-frecuencia. La segunda versión es la más conocida y lleva por nombre transformada wavelet discreta (DWT). Esta transformación tiene propiedades de compactación de señal excelente para muchas clases de señales del mundo real mientras es computacionalmente muy eficiente. La DWT se ha aplicado a casi todos los campos, incluida la compresión de imágenes, eliminación de ruido, integración numérica, y el reconocimiento de patrones [34]; por todas las ventajas que esta presenta recientemente se introdujo en el análisis de señales eléctricas y este capítulo presenta los conceptos fundamentales para comprender su aplicación.

Una función wavelet es una pequeña señal, la cual tiene su energía concentrada en tiempo y da una herramienta para análisis transitorio, no estacionario, o fenómenos variantes en el tiempo [35]. Entonces una expansión wavelet o transformada wavelet de una señal o función  $f(t)$  puede ser mejor analizada, descrita, o procesada si es expresada como una descomposición lineal por:

$$f(t) = \sum_l a_l \psi_l(t) \quad (3.1.1)$$

Donde  $l$  es un índice integrador para la suma finita,  $a_l$  es el valor real de los coeficientes de expansión, y  $\psi_l$  es un ajuste del valor real de la función de  $f(t)$  llamada comúnmente wavelet madre (WM). Es por ello, que se pretende generar una nueva función WM  $\psi_l$  que refleje las características de los fenómenos transitorios mencionados en el capítulo anterior.

## 3.2 Transformada wavelet Continua

La transformada wavelet continua de una señal  $x(t)$  se define como

$$WT(b, a) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt \quad (3.2.1)$$

Donde  $a$  es un parámetro de escala con respecto a la frecuencia, el parámetro  $b$  representa una traslación en tiempo de la señal y  $\psi(t)$  es una función que comúnmente se le conoce como wavelet madre. La wavelet madre o función wavelet se genera a partir de una función de escala  $\phi$ , estas funciones se desarrollaron a partir de la teoría de bancos de filtros que están íntimamente relacionados con la expansión de una señal [35]. En las secciones posteriores se describirá más detalladamente estos conceptos con la finalidad de entender los conceptos básicos para generar una wavelet madre.

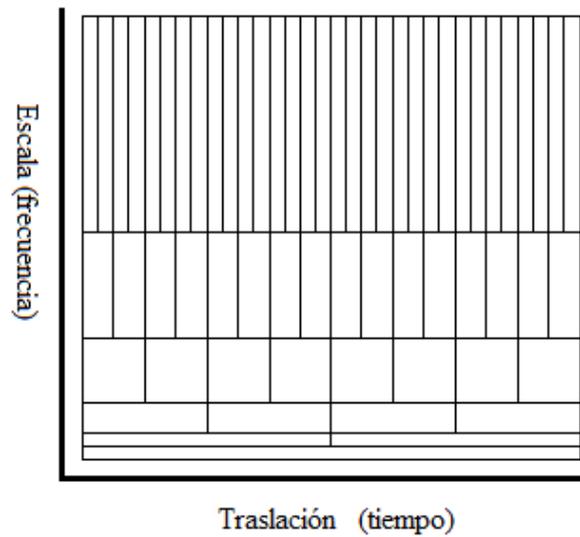


Figura 3.1: Mosaico de la WT de 2 bandas

En la figura 3.1, se puede ver el mosaico de la WT de 2 bandas. Este mosaico es adecuado para representar señales en el plano tiempo-frecuencia con base en los parámetros traslación-escala, en donde las componentes de alta frecuencia de una señal tendrán menor duración que las componentes de baja frecuencia. Los coeficientes de la WT son una medida de la energía de las componentes de la señal localizadas en el plano tiempo-frecuencia.

La fortaleza de la transformada wavelet se deriva del análisis multiresolución, el cual proviene de una función de escala  $\phi$  para posteriormente definir una función wavelet  $\psi$  en términos de esta. Estos conceptos se estudiarán más adelante para wavelets de 2 bandas ( $m = 2$ ), con la finalidad de entender los conceptos básicos de la WT y poder generar una nueva wavelet madre aplicable a sistemas eléctricos de potencia.

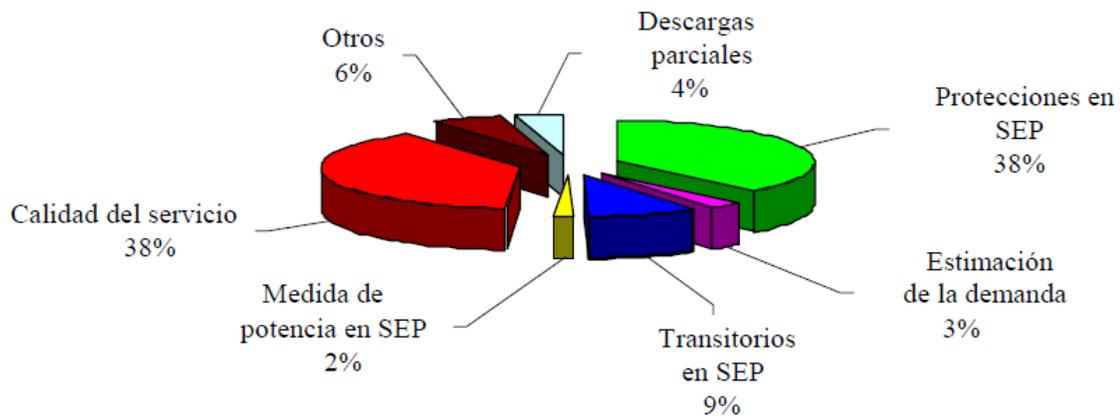


Figura 3.2: Porcentaje de publicaciones que emplean la WT

### 3.3 Aplicación de las wavelets en SEP

Las wavelets por primera vez se aplicaron a los sistemas eléctricos de potencia en 1994 por Robertson [1] y Ribeiro [36]. A partir de allí el número de publicaciones en el área de ingeniería eléctrica se ha incrementado notablemente. La mayor parte de los artículos publicados se centran en el análisis de métodos de identificación y clasificación de las señales medidas; sin embargo, hasta ahora pocas aplicaciones emplean la transformada wavelet (WT) como técnica de análisis de fenómenos transitorios en sistemas de potencia. Un trabajo de investigación desarrollado en el 2002 muestra las aplicaciones más relevantes de la transformada wavelet (WT) en los sistemas de eléctricos de potencia y el porcentaje de publicaciones que hasta ese año se encontraron usando WT en diferentes áreas de investigación; estas áreas y sus respectivos porcentajes de publicaciones no han variado mucho hasta el día de hoy quedando como se muestra en la figura 3.2 [37]. Todos estos estudios han usado wavelets madre tradicionales que procesan las señales de manera indiscriminadamente como cualquier otro tipo de señal (sísmicas, cardíacas, etc.). Existen tres familias principales de wavelets madre (Daubechies, Symlet, Coiflet) que se han usado en los SEP de forma discreta, estas se muestran en la figura 3.3 [38]. El uso de wavelets madre tradicionales en transitorios electromagnéticos inicialmente

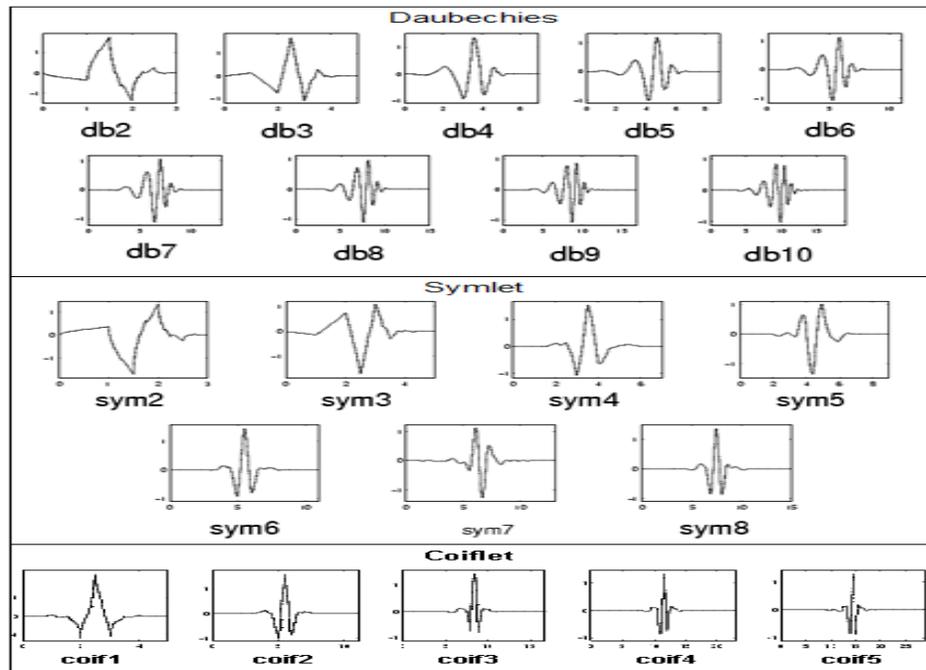


Figura 3.3: Familia de wavelets usadas en SEP

tiene discusiones para identificar cuál de las wavelets madre existentes proporciona los mejores resultados para esta aplicación. Lo que requiere un trabajo previo que permita determinar cuál wavelet madre produce los mejores resultados. Por estas razones, se plantea generar una nueva wavelet madre (WM) para discriminar fenómenos transitorios usando wavelets adaptativas, partiendo de las condiciones que estas deben cumplir. También se podría generar una nueva wavelet modificando alguna de las wavelets madre mostradas en la figura 3.3, solo que esta carecería de validez al realizar la demostración matemática.

Con el propósito de contribuir en el análisis de eventos transitorios en SEP, en este trabajo se presenta el diseño de una función wavelet madre para distinguir eventos transitorios en el SEP. Se presenta el uso e implementación de una técnica nueva e innovadora que permite generar una wavelet adaptativa a partir de datos representativos del fenómeno real. Los resultados y el análisis de los mismos es presentado con detalle, mostrando y planteando las bases teóricas para la sustentación matemática de una WM aplicable en Ingeniería Eléctrica.

## 3.4 Formulación multiresolución de sistemas wavelet

### 3.4.1 Concepto multiresolución

Una expansión ligeramente diferente se obtiene con las pirámides multiresolución desde que la expansión es realmente redundante (el número de muestras en la expansión es más grande que en la señal original). Sin embargo, conceptualmente, está íntimamente relacionada a la sub-banda y con descomposición wavelet. La idea básica es de aproximaciones sucesivas. Una señal que está escrita como una aproximación gruesa (normalmente un filtro pasa bajas, versión sub-muestras), además de un error de predicción que es la diferencia entre la señal original y una predicción basada en la versión gruesa. Se puede demostrar que si el filtro pasa bajas cumple con ciertas restricciones de ortogonalidad, este sistema es idéntico a una serie wavelet tiempo-discreto sobre-muestreado [39].

### 3.4.2 Función de escala

El orden para usar la idea del análisis multiresolución, comienza por definir la función de escala y después definir la wavelet en términos de la misma. Entonces definimos una función de escala base en términos de integradores como

$$\phi_k(t) = \phi(t - k) \quad k \in Z \quad \phi \in L^2 \quad (3.4.1)$$

El sub-espacio del espacio  $L^2(R)$  para estas funciones está definido como

$$v_0 = \overline{\text{espacio}_k \{ \phi_k(t) \}} \quad (3.4.2)$$

para todos los integradores  $k$  desde menos infinito hasta infinito. El testado de espacio  $\phi_k(t)$

denota que es un espacio cerrado. Esto significa que

$$f(t) = \sum_k a_k \phi_k(t) \quad \text{para } f(t) \in v_0 \quad (3.4.3)$$

donde  $k$  es un índice integrador para la suma finita o infinita,  $a_k$  son el valor real de los coeficientes de expansión, y  $\phi_k$  son un ajuste del valor real de la función de  $t$  llamada expansión de ajuste o función de escala. Se puede incrementar el tamaño generalmente de un sub-espacio del espacio  $L^2(R)$  cambiando la escala de tiempo de la función de escala. Una familia de funciones bidimensional se genera de la función de escala base por la escala y la traslación, tal como

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (3.4.4)$$

donde  $j$  es la dimensión y  $k$  son los integradores, de tal manera que  $2^{j/2}$  es la norma de la función de escala  $\phi$  cuyo sobre espacios  $j$  es

$$v_j = \overline{\text{espacio}_k \{ \phi_k(2^j t) \}} = \overline{\text{espacio}_k \{ \phi_{j,k}(t) \}} \quad (3.4.5)$$

para todos los integradores  $k \in Z$ . Esto significa que si  $f(t) \in v_j$ , entonces puede ser expresada la función como

$$f(t) = \sum_k a_k \phi(2^j t - k) \quad (3.4.6)$$

Para  $j > 0$ , el espacio puede ser grande desde que  $\phi_{j,k}(t)$  es más pequeño y es trasladado en pequeños pasos. Esto, por lo tanto, puede representar detalles finitos. Para  $j < 0$ ,  $\phi_{j,k}(t)$  es más grande y es trasladado en pasos más grandes. Por lo que la mayor función de escala puede ser representada solo por la información secundaria (o aproximación gruesa) [35].

### 3.4.3 Análisis multiresolución

A fin de entender la idea de escala o resolución, se formulan los requerimientos básicos del análisis multiresolución (MRA) al exigir un espacio anidado de espacios como

$$\dots \subset v_{-2} \subset v_{-1} \subset v_0 \subset v_1 \subset v_2 \dots \subset L^2 \quad (3.4.7)$$

ó

$$v_j \subset v_{j+1} \quad j \in Z \quad (3.4.8)$$

con

$$v_{-\infty} = \{0\}, \quad v_{\infty} = L^2 \quad (3.4.9)$$

El espacio que contiene alta resolución de señales tendrá los detalles más pequeños de la señal bajo análisis [35]. Porque de la definición de  $v_j$ , el espacio tiene una condición de escala natural

$$f(t) \in v_j \quad \Leftrightarrow \quad f(2t) \in v_{j+1} \quad (3.4.10)$$

que asegura que los elementos en un espacio estén en versiones simples escaladas de elementos en el siguiente espacio. La versión del espacio anidado de espacios se muestra en la figura 3.4.

El agrupamiento de los espacios de  $\phi(2^j t - k)$ , indicado por  $v_j$  y mostrado en (3.4.7) y (3.4.10), así como, ilustrado gráficamente en la figura 3.4 [35], se logra mientras que  $\phi(t) \in v_1$ , lo que significa que si  $\phi(t)$  esta en  $v_0$ , está también en  $v_1$ , del espacio anidado por  $\phi(2t)$ . Entonces  $\phi(t)$  puede expresarse en términos de una suma ponderada de desplazamientos  $\phi(2t)$  como

$$\phi(t) = \sum_n h(n) \sqrt{2} \phi(2t - n), \quad n \in Z \quad (3.4.11)$$

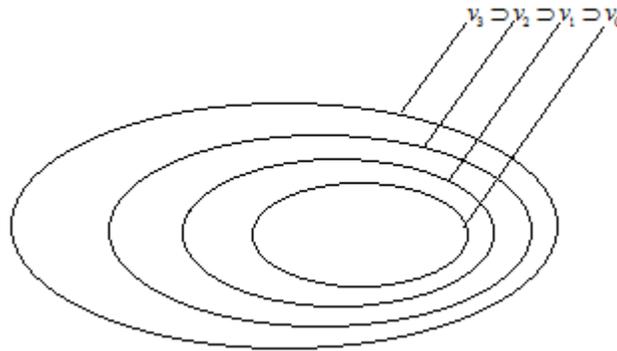


Figura 3.4: Espacio vectorial anidado por la función de escala

Donde los coeficientes  $h(n)$  son una secuencia de números reales o quizá números complejos llamados coeficientes de la función de escala (filtro pasa bajas) y la  $\sqrt{2}$  representa la norma de la función de escala con la escala de dos.

La ecuación (3.4.11) es fundamental para la teoría de funciones de escala y es en algunos casos, análoga a una ecuación diferencial con coeficientes  $h(n)$  y solución  $\phi(t)$  que puede o no existir o ser única. Esta ecuación de análisis multiresolución (MRA) es llamada ecuación de dilatación. Con esta función de escala se genera la función wavelet en términos de la misma, lo cual se muestra más adelante.

### 3.4.4 Funciones wavelet

Las características importantes de una señal pueden ser mejor descritas, no por usar  $\phi_{j,k}(t)$  e incrementar  $j$  al incrementar el tamaño del sub-espacio del espaciado por la función de escala, pero por definición una base ligeramente diferente de funciones  $\psi_{j,k}(t)$  del espacio es la diferencia entre los espacios anidados por las diferentes escalas. Estas funciones son las llamadas wavelets.

Hay varias ventajas al exigir que las funciones de escala y las wavelets sean ortogonales. Bases ortogonales de funciones permiten cálculos simples de coeficientes de la expansión y a

su vez permite una partición de energía de la señal en el dominio de la transformada wavelet [35]. El complemento ortogonal de  $v_j$  en  $v_{j+1}$  es definido como  $w_j$ . Esto significa que todos los miembros de  $v_j$  son ortogonales para todos los elementos de  $w_j$ . Entonces se requiere que

$$\langle \phi_{j,k}(t), \psi_{j,l}(t) \rangle = \int \phi_{j,k}(t) * \psi_{j,l}(t) dt = 0 \quad (3.4.12)$$

para todo  $j, k, l \in Z$ .

La relación de los diversos sub-espacios puede ser obtenida de las siguientes expresiones. De (3.4.7) se puede comenzar en cualquier  $v_0$ , y escribirse

$$v_0 \subset v_1 \subset v_2 \dots \subset L^2 \quad (3.4.13)$$

Ahora se define el espacio wavelet de sub-espacios  $w_0$  tal que

$$v_1 = v_0 \oplus w_0 \quad (3.4.14)$$

la cual se extiende a

$$v_2 = v_0 \oplus w_0 \oplus w_1 \quad (3.4.15)$$

De manera general la expresión anterior se puede escribir como

$$L^2 = v_0 \oplus w_0 \oplus w_1 \oplus \dots \quad (3.4.16)$$

donde  $v_0$  es el espacio inicial del espacio anidado por la función de escala  $\phi(t-k)$ . La figura 3.5 muestra gráficamente el anidamiento de la función de escala de los espacios  $v_j$  para diferentes escalas  $j$  y como los espacios wavelet tienen diferencias discontinuas (excepto para el elemento cero) o, el complemento ortogonal [35].

Debido a que las wavelet residen en el espacio anidado por la siguiente más estrecha función de escala,  $w_0 \in v_1$ , ellas pueden ser representadas por una suma ponderada de desplazamientos de la función de escala  $\phi(2t)$  definida en (3.4.11) por

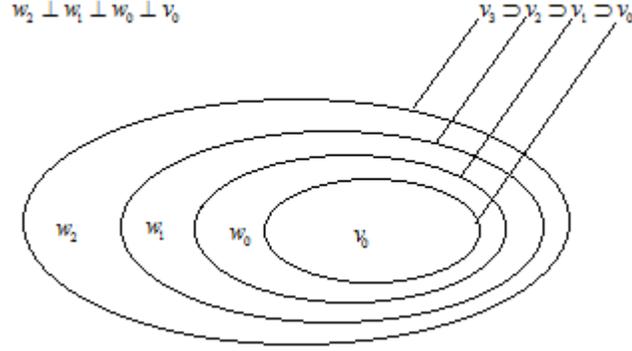


Figura 3.5: Función de escala y vector de espacios wavelet

$$\psi(t) = \sum_n h_1(n) \sqrt{2} \phi(2t - n), \quad n \in Z \quad (3.4.17)$$

donde  $h_1(n)$  son los coeficientes (filtro pasa altas) de la función wavelet, por lo que las funciones generadas en (3.4.17) dan lugar a una wavelet madre  $\psi(t)$  para una clase de funciones de expansión de la forma

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (3.4.18)$$

donde  $2^j$  es la escala ( $a$ ) de  $t$  ( $j$  es el  $\log_2$  de la escala),  $2^{-j}k$  es la traslación ( $b$ ) de  $t$  y  $2^{j/2}$  es la norma de  $L^2(R)$  de la wavelet en diferentes escalas.

Ahora se tiene construido un conjunto de funciones  $\phi_k(t)$  y  $\psi_{j,k}(t)$  que puede abarcar todo el espacio  $L^2(R)$ . De acuerdo a (3.4.16), cualquier función  $f(t) \in L^2(R)$  puede ser expresada de la siguiente forma

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j_0}(k) \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j(k) \psi_{j,k}(t) \quad (3.4.19)$$

como una serie de expansión en términos de la función de escala  $\phi_{j_0,k}(t)$  y las wavelets  $\psi_{j,k}(t)$ .

Donde  $c_{j_0}$  son los coeficientes de la función de escala llamados coeficientes de aproximación que dan lugar a una función con baja resolución de  $f(t)$  y  $d_j(k)$  son los coeficientes de la función wavelet (coeficientes wavelets o de detalle), donde cada incremento en el índice  $j$  proporciona más alta o finita resolución de la función, la cual se agregó para incrementar los detalles de la señal. Esto es análogo a las series de Fourier donde los términos de altas frecuencias contienen los detalles de la señal [35].

### 3.5 Transformada wavelet discreta

Similar a la transformada de Fourier discreta y transformada de Fourier discreta de corto tiempo, existe la transformada wavelet discreta (DWT). Sin embargo, a diferencia del tiempo discreto y los ejes de frecuencia mostrados en el análisis de Fourier, esta última toma valores discretos del parámetro escala  $a$  y el parámetro traslación  $b$  de una manera diferente. En donde la escala  $a$  corresponde al inverso de la frecuencia [38].

Los parámetros que representan las medidas discretas están definidos como:

$$a = m^{-j} \quad b = m^{-j}k$$

Donde  $m$  es la banda y típicamente  $m = 2$ , así que  $a = 2^{-j}$  y  $b = 2^{-j}k$ .

Los coeficientes de la expansión wavelet mostrada en (3.4.19) se le conoce como la transformada wavelet discreta (DWT) de la señal  $f(t)$ . Si se cumplen ciertas condiciones descritas más adelante, los coeficientes wavelet describen completamente la señal original y puede usarse de forma similar a los coeficientes de las series de Fourier para el análisis, descripción, aproximación y filtrado. Si el sistema es ortogonal, entonces los coeficientes pueden ser calculados por el producto punto como se muestra

$$c_j(k) = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\phi_{j,k}(t)dt \quad (3.5.1)$$

donde  $c_j(k)$  son los coeficientes de aproximación generados por la función de escala  $\phi_{j,k}(t)$  y estos coeficientes se obtienen de la convolución de un filtro pasa bajas y la función  $f(t)$  escalada, que por lo general son coeficientes sobre los que se trabaja.

Para la aplicación de wavelets en sistemas de potencia son más importantes los coeficientes wavelet (coeficientes de detalle), los cuales se generan a partir de un filtro pasa altas y se obtienen de siguiente producto

$$d_j(k) = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{j,k}(t)dt \quad (3.5.2)$$

donde  $\psi_{j,k}(t)$  es la wavelet madre que se genera a partir de función de escala y se determinan con la convolución de un filtro pasa altas con la aproximación gruesa de la función de escala en la escala anterior. Estos coeficientes son las más importante para la aplicación de la transformada wavelet en sistemas eléctricos ya que permiten obtener información de las altas frecuencias presentes en los diferentes fenómenos transitorios bajo estudio.

Recordando (3.4.4) y (3.4.18) se puede escribir de forma más general la DWT de una señal  $f(t)$  como

$$F_{DWT}(j, k) = m^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi(m^j t - k)dt; \quad \text{donde } j, k \in Z \quad (3.5.3)$$

Para  $m > 2$  por lo general se refiere a wavelets de multiplicidad mayor y con base en esta teoría se formulara la wavelet en base a un algoritmo adaptativo que se basa en las condiciones principales que deben de cumplir las wavelets.

## 3.6 Bancos de filtros y la transformada wavelet discreta

En muchas aplicaciones, no se tiene trato directamente con las funciones de escala o wavelets. Solamente con los coeficientes  $h(n)$  y  $h_1(n)$  definidos en las ecuaciones (3.4.11) y (3.4.17), así como también con  $c_j(k)$   $d_j(k)$  mostrados en la expansión (3.4.19), estos puede ser vistos como filtros digitales y señales digitales respectivamente [40][41]. Mientras sea posible desarrollar más resultados de la teoría wavelet usando solo bancos de filtros, se ha observado desde ambos puntos de vista que la expansión de la señal y el banco de filtros son necesarios para la comprensión.

### 3.6.1 Análisis de escala finita a escala gruesa o diezmado

A fin de trabajar directamente con los coeficientes de la transformada wavelet, se derivará la relación entre los coeficientes de expansión en un nivel de escala baja en términos de estos en una escala alta. Comenzando con la ecuación básica de dilatación (3.4.11)

$$\phi(t) = \sum_n h(n)\sqrt{2}\phi(2t - n), \quad n \in Z \quad (3.6.1)$$

y asumiendo que existe una solución única, escalando y trasladando la variable de tiempo se tiene

$$\phi(2^j t - k) = \sum_n h(n)\sqrt{2}\phi(2(2^j t - k) - n) = \sum_n h(n)\sqrt{2}\phi(2^{j+1}t - 2k - n) \quad (3.6.2)$$

en la cual, después de hacer un cambio de variable  $i = 2k + n$ , queda

$$\phi(2^j t - k) = \sum_i h(i - 2k)\sqrt{2}\phi(2^{j+1}t - i) \quad (3.6.3)$$

Si se denota  $v_j$  como

$$v_j = \text{espacio}_k \{2^{j/2}\phi(2^j t - k)\} \quad (3.6.4)$$

entonces

$$f(t) \in v_{j+1} \Rightarrow f(t) = \sum_k c_{j+1}(k)2^{(j+1)/2}\phi(2^{(j+1)}t - k) \quad (3.6.5)$$

la función es expresada en una escala de  $j + 1$  con la función de escala solamente y no con wavelets. En una escala de baja resolución, las wavelets son necesarias para los "detalles" no disponibles en la escala  $j$ . Considerando esto tendrá que

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_j(k)2^{j/2}\phi(2^j t - k) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j(k)2^{j/2}\psi(2^j t - k) \quad (3.6.6)$$

donde el termino  $2^{j/2}$  mantiene la norma de las funciones base en varias escalas. Si  $\phi_j, k(t)$  y  $\psi_j, k(t)$  son ortonormales, el nivel  $j$  de los coeficientes escalados son determinados por el producto punto, tal como

$$c_j(k) = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int f(t)2^{j/2}\phi(2^j t - k)dt \quad (3.6.7)$$

usando (3.6.3) en la ecuación anterior e intercambiando la sumatoria y la integral, se puede escribir

$$c_j(k) = \sum_i h(i - 2k) \int f(t)2^{(j+1)/2}\phi(2^{(j+1)}t - i)dt \quad (3.6.8)$$

para la integral se tiene el producto punto de la función de escala en una escala de  $j + 1$  dada por

$$c_j(k) = \sum_i h(i - 2k)c_{j+1}(i) \quad (3.6.9)$$

La relación correspondiente para los coeficientes wavelet es

$$d_j(k) = \sum_i h_1(i - 2k)c_{j+1}(i) \quad (3.6.10)$$

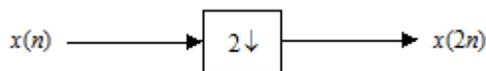


Figura 3.6: Muestreo hacia abajo o diezmado

### 3.6.2 Filtrado y muestreo hacia abajo

En la disciplina del procesamiento digital de señales, el filtrado de una secuencia de números (señal de entrada) se logra por la convolución de la secuencia con otra base de números llamados coeficientes del filtro. Para una secuencia de entrada  $x(n)$  y coeficientes del filtro  $h(n)$ , la secuencia de salida está dada

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N_f-1} h(k)x(n-k) \quad (3.6.11)$$

Hay una gran cantidad de literatura sobre filtros digitales y como se diseñan estos [42] [43], por lo que para generar una wavelet es necesario tener un par de filtros que generen una función de escala y una función wavelet o wavelet madre. Si el número de coeficientes del filtro  $N_f$  es finito, al filtro se le conoce como filtro de Respuesta Impulsional Finita (FIR). Si el número es infinito, se le llama filtro de Respuesta Impulsional Infinita (IIR). El problema de diseño es elegir  $h(n)$  para obtener resultados deseados, a menudo se remueve el ruido o separan señales [42] [43].

Las operaciones básicas para filtros son el muestreo hacia abajo y el muestreo hacia arriba. El muestreo hacia abajo toma una señal  $x(n)$  como entrada y produce una salida de  $y(n) = x(2n)$ . Esto simbólicamente se observa en la Figura 3.6. En algunos casos, el muestreo hacia abajo es un factor diferente a dos y en otros los términos de la salida son  $y(n) = x(2n + 1)$ , esto se indica explícitamente si es importante.

En el muestreo hacia abajo, es evidente que hay la posibilidad de pérdida de información ya que la mitad de los datos es descartada. El efecto en el dominio de la frecuencia llamado

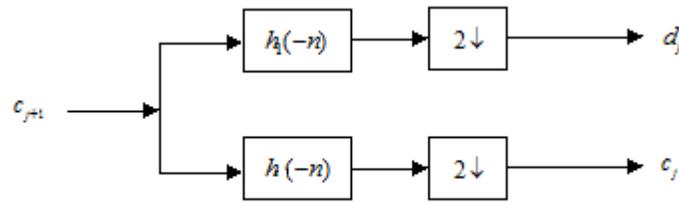


Figura 3.7: Banco de análisis de 2 bandas

"aliasing" afirma que el resultado de esta pérdida de información es una mezcla de las componentes de frecuencia [42] [43]. Solamente si la señal es de banda limitada (la mitad de los coeficientes de Fourier son cero ) no hay pérdida de información causada por el muestreo hacia abajo.

Hablando del filtrado digital y el diezmado que está definido en (3.6.9) y (3.6.10). Estas ecuaciones ilustran el escalamiento y los coeficientes wavelet en diferentes niveles de escala, los cuales pueden ser obtenidos por la convolución de la expansión de coeficientes en escala  $j$  por el tiempo invertido de los coeficientes de recursión  $h(-n)$  y  $h_1(-n)$ , entonces el diezmado proporciona los coeficientes de expansión en el siguiente nivel  $j - 1$ . En otras palabras, los coeficientes de escala  $j$  son filtrados por dos filtros digitales FIR con coeficientes  $h(-n)$  y  $h_1(-n)$  después se hace el diezmado para obtener la siguiente escala gruesa y los coeficientes wavelet. La implementación de las ecuaciones (3.6.9) y (3.6.10) se puede ver en la figura 3.7 donde las flechas que apuntan hacia abajo denotan el diezmado y las otras cajas son los filtros FIR o una convolución por  $h(-n)$  y  $h_1(-n)$ . Para facilitar la notación, se usará  $h_0(n)$  en lugar de  $h(n)$  para denotar los coeficientes de la función de escala por la ecuación de dilatación (3.4.11).

La división, filtrado y diezmado puede ser repetitiva sobre los coeficientes de escala y es llamado "banco de filtros iterativo". Esto lo podemos observar en la figura 3.8 [35].

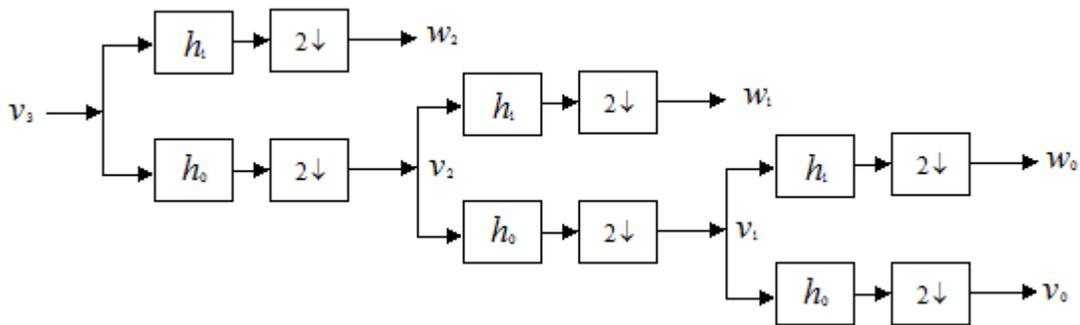


Figura 3.8: Árbol de análisis de 2 bandas y 3 niveles de descomposición

La respuesta en frecuencia de un filtro digital de coeficientes  $h(n)$  está dada por

$$H(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)e^{j\omega n} \quad (3.6.12)$$

La magnitud de esta función compleja nos proporciona la relación de la salida con respecto a la entrada del filtro para una senoide en una frecuencia de  $\omega$  radianes por segundo. El ángulo de  $H(\omega)$  es el cambio de fase entre la entrada y la salida.

En la figura 3.8 el primer nivel de los tres bancos de filtros divide el espectro de  $v_3$  en una banda pasa bajas y una pasa altas, resultando los coeficientes de escala y los coeficientes wavelet en escala baja  $v_2$  y  $W_2$  respectivamente. El segundo nivel entonces divide la banda pasa bajas( $v_2$ ) en otra banda pasa bajas ( $v_1$ ) y una banda de paso( $W_1$ ). El tercer nivel hace algo similar al nivel anterior solo que la división tanto de la banda pasa bajas ( $v_0$ ) y la pasa banda ( $W_0$ )lo hace sobre la banda pasa bajas del nivel dos ( $v_1$ ). Este resultado en una base logarítmica de anchos de banda se puede observar en la figura 3.9 [35]y corresponde al vector de espacio wavelet mostrado en la figura 3.5.

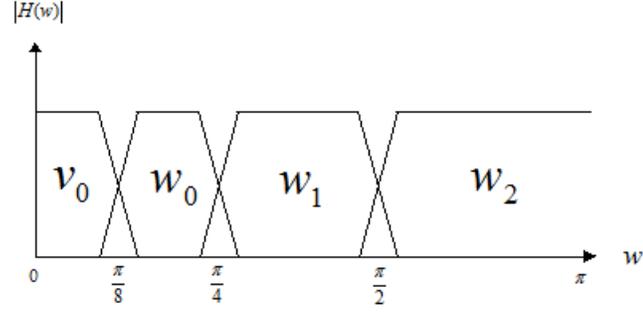


Figura 3.9: Banda de frecuencias para el árbol de análisis

### 3.7 Wavelets de multiplicidad mayor

La mayoría de la teoría wavelet se ha enfocado a trabajar solamente con dos bandas ( $m=2$  de la ecuación(3.5.3)), cuando las wavelets son escaladas por un factor de dos. En algunas situaciones se puede aventurar a escalar por algún integrador mayor a dos ( $m>2$ ). Cuando  $m > 2$ , las wavelets son referidas como wavelets de multiplicidad mayor [44] y en base a esta teoría se pretende obtener la nueva wavelet usando una metodología adaptativa que se mostrará en el siguiente capítulo. Para wavelets de multiplicidad mayor, existe una sola función de escala definida por

$$\phi(t) = \sqrt{m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_0(n)\phi(mt - n) \quad (3.7.1)$$

donde  $m$  es la banda,  $\sqrt{m}$  es la norma de la función de escala  $\phi(t)$  y  $h_0(n)$  son los coeficientes del filtro pasa bajas que genera la función de escala.

La ecuación anterior genera  $m - 1$  wavelets en base a la función de escala, con la diferencia que los coeficientes del filtro corresponden a un filtro pasa altas  $h_1(n)$ .

$$\psi^{(z)}(t) = \sqrt{m} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_{(z)}(n)\phi(mt - n) \quad z = 1 \dots m - 1 \quad (3.7.2)$$

donde se tienen  $m-1$  bases correspondientes a los coeficientes del filtro pasa altas  $[h_{(z)}(n)]_{z=1}^{m-1}$ . La constante de normalización  $\sqrt{m}$  se usa para que las wavelet formen una base ortonormal.

Se define un análisis multiresolución de manera similar al mostrado en la sección 3.2.3 para atender situaciones cuando las funciones son escaladas por un factor  $m > 2$  y luego mostrar como la transformada wavelet rápida (o algoritmo piramidal) se lleva a cabo para wavelets de multiplicidad mayor. Si se satisfacen debidamente las condiciones del análisis multiresolución, entonces se puede construir una expansión con (3.7.1) y (3.7.2), por lo tanto una señal  $f(t)$  se puede expresar con la expansión que esta en términos de las wavelet multi-banda involucrando una triple sumatoria sobre  $z$ ,  $j$  y  $k$ .

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j_0}(k) \varphi_{j_0,k}(t) + \sum_{z=1}^{m-1} \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_j^{(z)}(k) \psi_{j,k}^{(z)}(t) \quad (3.7.3)$$

donde los coeficientes escalados  $c_j$  y los coeficientes wavelet  $d_j^{(z)}(k)$  se obtienen de (3.6.9) y (3.6.10) respectivamente, de esta manera ahora se tiene la transformada wavelet discreta multi-banda. Esto se puede ver en las siguientes expresiones

$$c_j(k) = \sum_i h_0(i - mk) c_{j+1}(i) \quad (3.7.4)$$

$$d_j^{(z)}(k) = \sum_i h_{(z)}(i - mk) c_{j+1}(i) \quad (3.7.5)$$

Para facilitar la nomenclatura se usará  $c_{j,k}$  y  $d_{j,k}^{(z)}$  por  $c_j(k)$  y  $d_j^{(z)}(k)$  respectivamente, así como también, se hace un acomodo de los subíndices con la finalidad de facilitar la interpretación, por lo tanto las expresiones anteriores se pueden escribir

$$c_{j+1,k} = \sum_i h_0(i) c_{j,(i+mk)} \quad (3.7.6)$$

$$d_{j+1,k}^{(z)} = \sum_i h_{(z)}(i) c_{j,(i+mk)} \quad (3.7.7)$$

estas ecuaciones permiten determinar el árbol de descomposición hasta un determinado nivel ( $l$ ) de la transformada wavelet ( $j = 0, 1, \dots, l - 1$ ). Por ejemplo una señal con un espectro  $x = (x_0, x_1, \dots, x_8)$ , su respectiva DWT de 3 bandas está dada como se ve en la figura (3.10) [44].

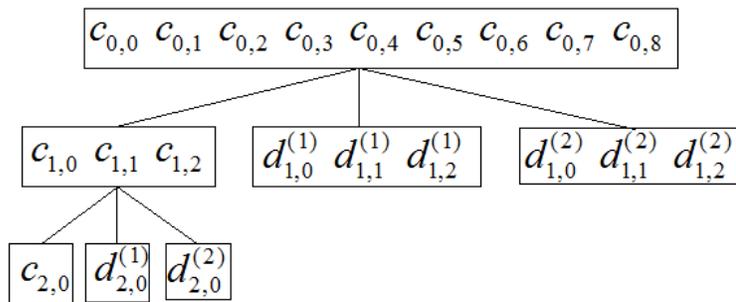


Figura 3.10: DWT de 3 bandas para una señal de 9 muestras.

En el nivel cero  $x_i = c_{0,i}$ . Hay un filtro pasa bajas y dos filtros pasa altas producidos por los coeficientes escalados (aproximación) y dos bases de coeficientes wavelet (detalle) respectivamente. Antes de pasar al siguiente nivel, los coeficientes escalados son filtrados y el número de coeficientes en cada banda se reduce por una tercera parte cuando se mueve de un nivel a otro. Este caso en particular representa una transformada de  $l = 2$ .

Para las wavelets de multiplicidad mayor se requieren múltiples filtros pasa banda para separar una señal en componentes cuyos espectros ocupan diferentes segmentos del eje de frecuencia. La figura 3.11 muestra el concepto de un filtrado multi-banda, seguido por el correspondiente diezmado de orden  $m$  [39]. Este banco de filtros permite obtener los coeficientes escalados  $c_{j,k}$  del filtro pasa bajas  $h_0(i)$  y los coeficientes wavelet  $d_{j,k}^{(z)}$  de los filtros pasa altas  $h_{(z)}(i)$ , donde  $z = m - 1$ .

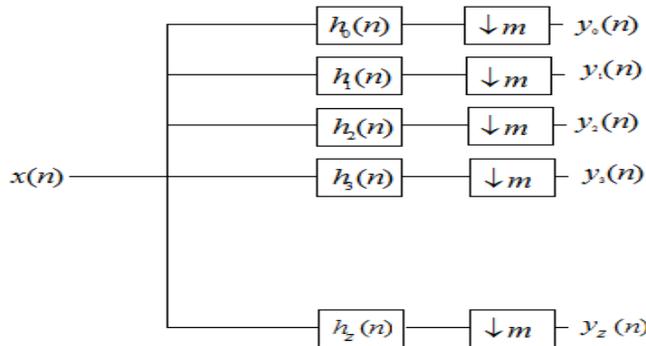


Figura 3.11: Banco de filtros y diezmado multi-banda

# Capítulo 4

## Diseño de una wavelet adaptativa para transitorios en SEP

### 4.1 Introducción

En la actualidad existen diferentes tipos o familias de wavelets madre como se mostró en el capítulo anterior. Dichas familias de wavelets están definidas por sus respectivos coeficientes del filtro. El usar transformadas wavelet tradicionales se vuelve una discusión, sobre todo por decidir cuál base o familia de los coeficientes del filtro producirán los mejores resultados para aplicación en sistemas eléctricos de potencia. Es posible probar diferentes bases de coeficientes del filtro y proceder con la familia de los coeficientes del filtro que produzca los resultados más apropiados. Por lo anterior, este trabajo pretende evitar mencionada discusión, y su vez generar una nueva función wavelet madre  $\psi$  que sea capaz de discriminar los fenómenos transitorios que se pueden presentar en el SEP, así como, lograr que está sea lo más parecida a las señales de fenómenos transitorios presentes en el SEP y que sea compacta.

En este capítulo, se describe el método para generar una wavelet o coeficientes del filtro (los cuales producen la función wavelet). Aquí se demuestra como las wavelets pueden ser diseñadas

para adaptarse a alguna aplicación en particular, para cumplir con el objetivo de esta tesis se concentrará el trabajo en el diseño de wavelets para clasificación de señales eléctricas y con ello se podrá obtener la wavelet madre que mejor distingue o discrimina los fenómenos transitorios.

Este método se basa en la obtención de wavelets a partir de coeficientes de filtros, debido a que la teoría wavelet se desarrolló a partir de los bancos de filtros, estos coeficientes de filtros deben optimizar una función discriminante. El proceso de discriminación se hace sobre los coeficientes wavelet que producen los coeficientes de filtros para reducir el número de parámetros a ser optimizado, lo que permitirá que los coeficientes de filtros se adapten gradualmente a la tarea en particular (fenómenos transitorios). Para realizar este proceso se usará una metodología wavelet matricial que se describe más adelante.

## 4.2 Algoritmo wavelet adaptativo

Aquí se presenta de forma general el algoritmo wavelet adaptativo que se desarrollará para lograr una nueva función wavelet madre con el objetivo de que esta distinga y discrimine de manera eficaz los fenómenos transitorios presentes en los SEP; así mismo, también poder contribuir de forma más eficiente en el análisis de fenómenos transitorios. El algoritmo a desarrollar se muestra en la figura 4.1, este es el proceso resumido que se sigue para obtener la nueva función wavelet. El algoritmo permitirá adaptar los coeficientes del banco de filtros con los cuales se obtendrá la función wavelet. Entonces los coeficientes del banco de filtros que optimicen el proceso de la discriminación de información serán los cuales generen la nueva función wavelet madre aplicable a transitorios en SEP.

En el paso 1 del algoritmo, se proporcionan los datos de entrada  $m$ ,  $q$ ,  $l$  y  $b$ ; paso 2 se inicializan los vectores aleatorios normalizados  $v$  y  $u_1, \dots, u_q$ . Del paso 3 al 7 se construye la matriz  $W$  para que la DWT multi-banda se pueda realizar. En el paso 8 se determina la DWT

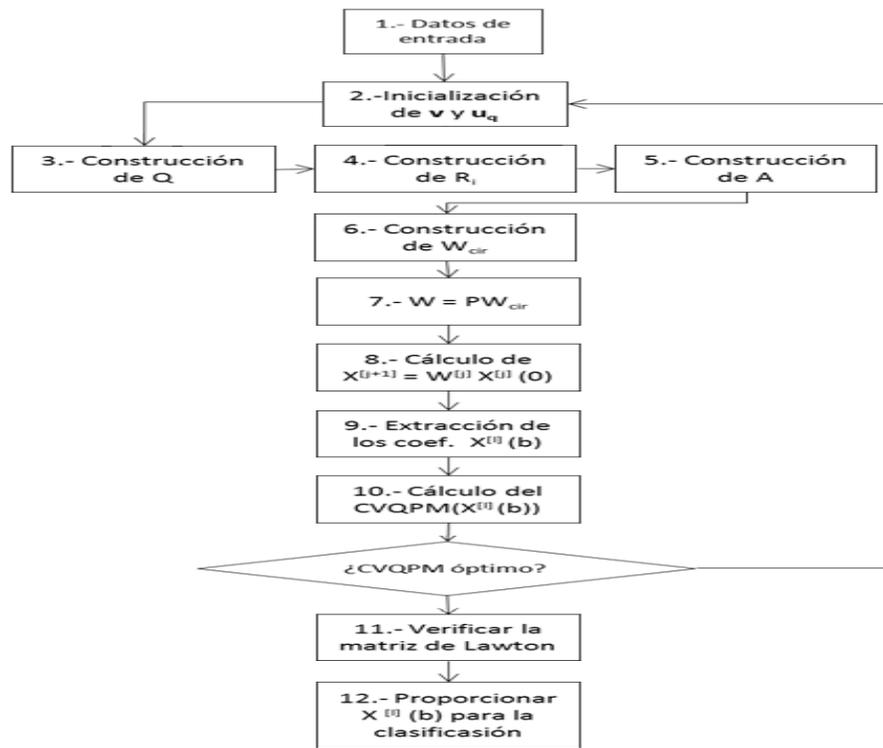


Figura 4.1: Diagrama de flujo del algoritmo wavelet adaptativo

multi-banda hasta el nivel  $l$  donde se realizará la discriminación de información. Los coeficientes obtenidos de la DWT en el nivel de descomposición  $l$  se extraen en el paso 9 ( $X^{(l)}(t)$ ), y el paso 10 calcula el criterio discriminante seleccionado ("cross-validated quadratic probability measure", que se describe más adelante). Si no se cumple con el criterio discriminante los parámetros  $v$  y  $u_1, \dots, u_q$  se actualizan, esto se hace regresando al paso 2. Si el criterio discriminante cumple con el valor máximo establecido, entonces el algoritmo procede al paso 11 donde se verifica la condición de la matriz de Lawton. Siempre que las condiciones (4.4.1) y (4.4.2) se cumplen, la condición de la matriz de Lawton (4.4.3) no se cumplirá para los casos excepcionales degenerados, por lo tanto la matriz de Lawton se verifica después de que la wavelet adaptativa se ha encontrado. Por último, en el paso 12 los coeficientes se utilizan para clasificar el tipo de evento que se presenta en el SEP y a su vez determinar una acción.

Antes de aplicar el algoritmo wavelet adaptativo, los valores de  $m$ ,  $q$  y  $l$  necesitan determinarse. No hay regla matemática para determinar estos parámetros. De hecho, la única manera de saber qué valores son mejores es probando varias combinaciones.

### 4.3 Representación matricial de la DWT para señales de longitud finita

La transformada wavelet se puede escribir en términos de una matriz que contiene los coeficientes del filtro. Para lo cual se retoman las ecuaciones de descomposición (3.5.6) y (3.5.7), estas se reescriben como ecuaciones con filtros de longitud finita.

$$c_{j+1,k} = \sum_{i=0}^{N_f-1} h_0(i) c_{j,(i+mk)} \quad (4.3.1)$$

$$d_{j+1,k}^{(z)} = \sum_{i=0}^{N_f-1} h_{(z)}(i) c_{j,(i+mk)} \quad (4.3.2)$$

Si se tiene una señal discreta  $f^{[j]}(0)$  y esta a su vez tiene una dimensión (número de muestras) "N", entonces la DWT se obtiene de la siguiente expresión

$$f^{[j+1]} = W^{[j]} f^{[j]}(0) \quad (4.3.3)$$

donde

$$f^{[j]}(0) = ( c_{0,j} \quad c_{1,j} \quad c_{2,j} \quad \dots \quad c_{N-1,j} )^T \quad (4.3.4)$$

y

$$f^{[j+1]} = ( c_{0,j} \quad d_{0,j} \quad c_{1,j} \quad d_{1,j} \quad \dots \quad c_{(N/m)-1,j} \quad d_{(N/m)-1,j} )^T \quad (4.3.5)$$

Nótese que cuando hay un número finito de coeficientes del filtros ( $N_f$ ), el filtro es llamado filtro de respuesta impulsional finita (FIR). Otro filtro comúnmente usado es un filtro causal.

Donde los coeficientes del filtro con índices negativos son cero, que es,  $h_0(i) = 0$  para  $i < 0$ , se dice con esto que el filtro es causal ( $h_{(z)}(i)$  también se define como causal). La principal discusión considera que ambos filtros (pasa bajas y pasa altas) son FIR y causales. La notación a usar para el número finito de coeficientes del filtro será  $N_f$ .

Si la matriz  $A$  de  $m \times N_f$  contiene los coeficientes de los filtros y esta a su vez se puede particionar en submatrices de  $m \times m$  como

$$A = (A_0 A_1 \dots A_q) \quad (4.3.6)$$

donde  $q = N_f/m - 1$ , la primera fila de  $A$  contendrá los coeficientes del filtro pasa bajas y las siguientes filas los coeficientes del filtro pasa altas ( $m - 1$  filtros pasa altas).

Si se genera una estructura especial de banda circulante, a partir de las submatrices de  $A$  se obtiene una matriz  $W_{cir}$ , de  $(N \times N)$  que se puede escribir

$$W_{cir} = \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 & \dots & A_q & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & A_0 & A_1 & \dots & A_{q-1} & A_q & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ A_2 & \dots & A_q & 0 & \dots & \dots & 0 & A_0 & A_1 \\ A_1 & A_2 & A_{q-1} & A_q & 0 & \dots & \dots & 0 & A_0 \end{bmatrix} \quad (4.3.7)$$

Al sustituir  $W_{cir}$  por  $W$  en la ecuación de descomposición (4.3.3) se obtiene un vector entrelazado (4.3.5) de escalamiento y coeficientes wavelets en cada estado, el vector tiene que ser ordenado al pre-multiplicarlo con una matriz permutada  $P$ . La matriz de permutación  $P$  selecciona cada  $m$  elementos (debido al algoritmo piramidal del esquema de descomposición) y reordena esta secuencia. Por ejemplo si  $m = 2$ , entonces  $P$  está dada por

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & \ddots & \\ 0 & \dots & & & & & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & & & 0 \\ & & & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & & & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3.8)$$

Por lo tanto en la ecuación de descomposición (4.3.3),  $W$  está dado por

$$W = PW_{cir} \quad (4.3.9)$$

y (4.3.5) queda de la siguiente forma

$$f^{[j+1]} = \left( c_{0,j} \quad c_{1,j} \quad \dots \quad c_{(N/m)-1,j} \quad d_{0,j} \quad d_{1,j} \quad \dots \quad d_{(N/m)-1,j} \right)^T \quad (4.3.10)$$

Para ir ilustrando el proceso de la wavelet adaptativa usando notación matricial, considere que existe un fenómeno transitorio que contiene una secuencia de entrada con  $N = 16$  (muestras). Determine el árbol de descomposición usando la DWT, tomando en cuenta que se tiene una wavelet de dos bandas ( $m = 2$ ) y los coeficientes del banco de filtros es  $N_f = 4$ . Considere que para el máximo nivel de descomposición de una señal está dado por  $l = \ln(N)/\ln(m)$  y el número de muestras necesarias para un nivel de descomposición  $l$  está dado por  $N = m^l$ .

Si la secuencia de entrada que presenta el fenómeno transitorio es la siguiente

$$(x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_{15})^T = (c_{0,0} \quad c_{0,1} \quad c_{0,2} \quad \dots \quad c_{0,15})^T$$

Entonces, los filtros generados son un filtro pasa bajas ( $h_0(0), h_0(1), h_0(2), h_0(3)$ ) y un filtro pasa altas ( $h_1(0), h_1(1), h_1(2), h_1(3)$ ). Estos coeficientes de los filtros primero se almacenan en

una matriz  $A$  tal como

$$A = \begin{bmatrix} h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) \\ h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) \end{bmatrix}$$

Esta matriz a su vez se particiona en submatrices  $A = (A_0 A_1 \dots A_q)$ , donde  $q = (4/2 - 1) =$

1. Entonces en el primer nivel de descomposición tendrá

$$\begin{bmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ c_{1,2} \\ \vdots \\ c_{1,7} \\ d_{1,0} \\ d_{1,1} \\ \vdots \\ d_{1,7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & & & \ddots & \\ 0 & \dots & & & & & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & & & 0 \\ & & & & & & & & \ddots \\ 0 & \dots & & & & & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) & 0 & \dots & & 0 \\ h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 0 & h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & & & & \\ 0 & \dots & & & 0 & h_0(0) & h_0(1) & h_0(2) & h_0(3) \\ 0 & \dots & & & 0 & h_1(0) & h_1(1) & h_1(2) & h_1(3) \\ h_0(2) & h_0(3) & & & & & h_0(0) & h_0(1) \\ h_1(2) & h_1(3) & & & & & h_1(0) & h_1(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{0,0} \\ c_{0,1} \\ c_{0,2} \\ \vdots \\ c_{0,15} \end{bmatrix}$$

En la figura 4.2 se puede ver el esquema correspondiente para los cuatro niveles de descomposición. El segundo nivel se calcula del vector de coeficientes  $(c_{1,0}c_{1,1}\dots c_{1,7})^T$  producido por el primer nivel de descomposición y este se usa como vector de entrada, generando el segundo

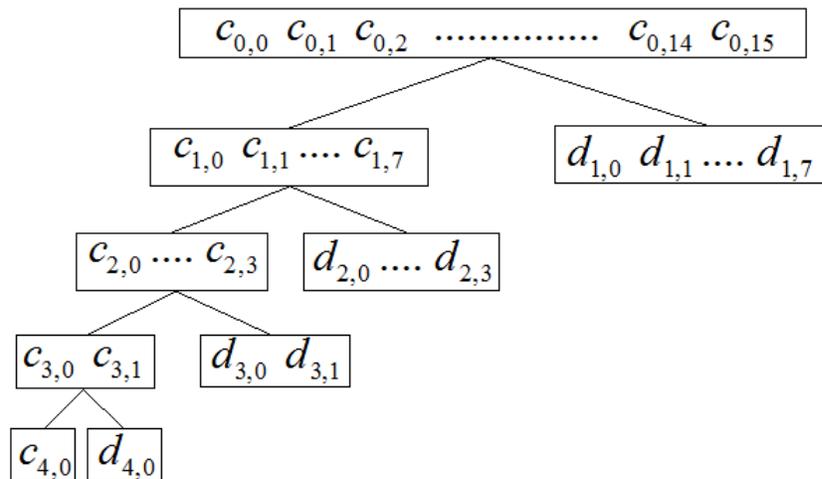


Figura 4.2: Árbol de descomposición o diádica de la DWT para una señal de 16 muestras nivel de escalamiento y coeficientes wavelets  $(c_{2,0}c_{2,1}c_{2,2}c_{2,3})^T$  y  $(d_{2,0}d_{2,1}d_{2,2}d_{2,3})^T$  respectivamente. Finalmente este proceso es repetitivo dos veces más hasta el nivel cuatro  $l = 4$ , ya que es el máximo nivel de descomposición de la secuencia entrada que tiene el fenómeno transitorio.

## 4.4 Obtención de los coeficientes del banco filtro para la wavelet

### 4.4.1 Condiciones de los coeficientes del filtro

Demostrando que es posible obtener la DWT de una señal sin tener que construir el escalamiento o funciones wavelet. Solamente se necesita trabajar con los coeficientes del filtro. Se puede comenzar a preguntar de donde provienen actualmente los coeficientes del filtro. Básicamente, las wavelet con especiales características tal como ortogonalidad, pueden ser determinadas por colocación de restricciones sobre los coeficientes del filtro.

Las restricciones que deben cumplir los coeficientes del filtro [45], provienen del análisis multiresolución (MRA) y son las siguientes

1. Ortogonalidad

$$\sum_{k=0}^q A_k A_{k+i}^T = \delta(i) I \quad (4.4.1)$$

donde  $\delta(i) = 1$  si  $i = 0$ , y cero en otro caso,  $I$  es la matriz identidad.

2. Básica condición de regularidad

$$\sum_{k=0}^{N_f-1} h_0(k) = \sqrt{m} \quad (4.4.2)$$

3. La matriz de Lawton

$$M_{i,j} = \sum_{k=0}^{N_f-1} h_0(k) h_0(k + j - mi) \quad - N_f + 2 \leq i, j \leq N_f - 2 \quad (4.4.3)$$

donde  $M$  es una matriz de  $(2N_f - 3) \times (2N_f - 3)$ , implícitamente  $h_0(s) = 0$  si  $s < 0$  ó  $s > (N_f - 1)$ . Esta matriz debe tener un solo valor propio igual a la unidad.

#### 4.4.2 Factorización matricial de los coeficientes del filtro

La matriz wavelet  $A$  se puede construir de una base de vectores normalizados, denotados por  $u_1, \dots, u_q$  (de longitud  $m \times 1$ ) y  $v$  (de dimensión  $(m-1) \times 1$ ). Esta matriz  $A$  a su vez se particiona en submatrices tal como se muestra en (4.3.6), donde la dimensión de las submatrices es de  $m \times m$ . Siempre que se satisfaga la condición de ortogonalidad (4.4.1), la matriz wavelet se puede factorizar y escribir como [46]

$$A = Q \diamond F_1 \diamond F_2 \dots \diamond F_q \quad (4.4.4)$$

El símbolo  $\diamond$  denota un "producto polinomial de matrices", el cual se define por

$$(B_0 B_1 \dots B_{p-1}) (C_0 C_1 \dots C_{s-1}) = (G_0 G_1 \dots G_{p+s-2}) \quad (4.4.5)$$

con

$$G_i = \sum_k B_k C_{i-k} \quad (4.4.6)$$

Los factores  $F_i(m \times 2m)$  se obtienen de una matriz de proyección  $R_i$ , tal que

$$F_i = \begin{bmatrix} R_i & I - R_i \end{bmatrix} \quad (4.4.7)$$

Una matriz de proyección simétrica de rango "p" puede escribirse como  $R = UU^T$  donde  $U_{m \times p}$  es una matriz con columnas ortonormales. Para la matriz wavelet no se requiere rango redundante  $\text{rango}(R_1) \leq \text{rango}(R_2) \dots \leq \text{rango}(R_q)$ . De modo que el rango individual de la matrices de proyección forman una secuencia incremental monótonamente [46]. Por simplicidad, se limita el rango de cada matriz de proyección a una sola base ( $\text{rango}(R_1) = \text{rango}(R_2) \dots = \text{rango}(R_q) = 1$ ), y así se tiene

$$R_i = u_i u_i^T = 1 \quad (4.4.8)$$

Entonces considerando que se quiere diseñar una wavelet de dos bandas ( $m = 2$ ) y  $q = 2$ . Asuma que se cumplen las condiciones de ortogonalidad y determine la factorización wavelet para la matriz del banco de filtros  $A$ .

Primero se tiene que  $A = (A_0 A_1 A_2)$  con cada  $A_j$  de dimensión  $m \times m$  en consecuencia,  $A$  es de  $(m \times N_f)$  donde  $N_f = m(q + 1)$ . Entonces el producto polinomial está dado por

$$\begin{aligned} A &= Q \diamond F_1 \diamond F_2 \\ A &= Q \diamond \begin{pmatrix} R_1 & I - R_1 \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} R_2 & I - R_2 \end{pmatrix} \\ A &= [ QR_1 R_2 \quad Q(R_1 - 2R_1 R_2 + R_2) \quad Q(I - R_1)(I - R_2) ] \end{aligned}$$

### 4.4.3 Construcción de la matriz wavelet (banco de filtros)

La matriz  $Q$  es una matriz ortogonal, esta matriz contiene información de los coeficientes del filtro y se puede escribir como

$$Q = \sum_{i=0}^q A_i \quad (4.4.9)$$

El primer paso importante para la obtención de la matriz wavelet  $A$  (Coeficientes del banco de filtros) será obtener  $Q$ , así como, la matriz de proyección  $R_i$  (para  $i = 1, \dots, q$ ). La matriz  $Q$  se puede obtener de la siguiente forma:

La primera fila de  $Q$  se obtiene de la condición de regularidad (4.4.2), ya que esta coloca una restricción en dicha fila. Esto permite obtener la primera fila de  $Q$  como

$$Q(1, :) = (1/\sqrt{m}) y^T \quad (4.4.10)$$

donde  $y$  es un vector columna de unos de  $m \times 1$ .

Las restantes  $m - 1$  filas se construyen asegurando que se mantenga la condición de ortogonalidad de  $Q$ . Por lo tanto las ultimas  $m - 1$  filas se calculan por

$$Q(2 : m, :) = (I - 2vv^T) (T \bullet D) \quad (4.4.11)$$

De la ecuación anterior  $Q$  será ortogonal;  $v$  representa un vector normalizado,  $T(m - 1 \times m)$  una matriz triangular superior con elementos en la diagonal  $T_{ii} = (i - m)$  y los elementos fuera de la diagonal igual a uno. El símbolo  $\bullet$  indica una multiplicación de escalares elemento por elemento a través de dos matrices tal que  $B \bullet C = G \rightarrow B_{ij}C_{ij} = G_{ij}$ . La matriz  $D(m - 1 \times m)$  es una matriz normalizada de filas de  $T$ . Recordando la ecuación (4.4.10) y (4.4.11), la matriz ortogonal  $Q(m \times m)$  se obtiene de la siguiente forma

$$Q = \begin{bmatrix} (1/\sqrt{m}) y^T \\ (I - 2vv^T) (T \bullet D) \end{bmatrix} \quad (4.4.12)$$

Con la finalidad de ejemplificar este paso, se asume que se quiere diseñar una wavelet aplicable a transitorios electromagnéticos, con una banda igual a tres ( $m = 3$ ) y  $q = 2$ . Obtenga la matriz  $A$  a partir de los siguientes vectores, un vector columna  $v$  de longitud  $m - 1$  y dos vectores  $u_1$  y  $u_2$  ambos de longitud  $m$ . Estos vectores se eligieron aleatoriamente y son

$$\begin{aligned} v &= (-0.7918, -0.6107)^T \\ u_1 &= (-0.3873, -0.9097, 0.1497)^T \\ u_2 &= (-0.9062, 0.1674, 0.3884)^T \end{aligned}$$

Para obtener la matriz del banco de filtros  $A$  (matriz wavelet), primero es necesario encontrar las matrices de proyección simétricas, las cuales se obtienen por  $R_1 = u_1 u_1^T$  y  $R_2 = u_2 u_2^T$ . Como resultado se obtienen las siguientes matrices

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.1500 & 0.3523 & -0.0580 \\ 0.3523 & 0.8276 & -0.1362 \\ -0.0580 & -0.1362 & 0.0224 \end{bmatrix}$$

y

$$R_2 = \begin{bmatrix} 0.8212 & -0.1517 & -0.3520 \\ -0.1517 & 0.0280 & 0.0650 \\ -0.3520 & 0.0650 & 0.1509 \end{bmatrix}$$

Con estas matrices de proyección se calcula la matriz ortogonal  $Q$ . Donde la primera fila de  $Q$  será

$$Q(1, :) = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$$

y las dos filas restantes son calculadas por (4.4.11) donde

$$T \bullet D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$T \bullet D = \begin{bmatrix} -0.8165 & 0.4802 & 0.4802 \\ 0 & -0.7071 & 0.7071 \end{bmatrix}$$

$$I - 2vv^T = \begin{bmatrix} -0.2539 & -0.9671 \\ -0.9671 & 0.2541 \end{bmatrix}$$

de lo anterior se tiene el resultado de la matriz  $Q$  que es

$$Q = \begin{bmatrix} 0.5774 & 0.5774 & 0.5774 \\ 0.2073 & 0.5802 & -0.7875 \\ 0.7896 & -0.5745 & -0.2151 \end{bmatrix}$$

Por último es necesario formar la matriz wavelet  $A$ . Usando la forma de factorización de la matriz wavelet (4.4.4) se tiene que

$$\begin{aligned} A &= Q \diamond F_1 \diamond F_2 \\ A &= Q \diamond \begin{pmatrix} R_1 & I - R_1 \end{pmatrix} \diamond \begin{pmatrix} R_2 & I - R_2 \end{pmatrix} \\ A &= [ QR_1R_2 \quad Q(R_1 - 2R_1R_2 + R_2) \quad Q(I - R_1)(I - R_2) ] \end{aligned}$$

entonces al sustituir las matrices  $Q$ ,  $R_1$  y  $R_2$  el resultado de  $A$  es

$$A = \begin{bmatrix} 0.1542 & -0.0285 & -0.0661 & 0.1316 & 0.6257 & -0.0456 & 0.2917 & -0.0198 & 0.6891 \\ 0.1690 & -0.0312 & -0.0724 & 0.3027 & 0.6566 & -0.1179 & -0.2643 & -0.0451 & -0.5927 \\ -0.1430 & 0.0079 & 0.0184 & 0.8258 & -0.3336 & 0.3569 & 0.0069 & -0.2488 & 0.1234 \end{bmatrix}$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.1542 & -0.0285 & -0.0661 \\ 0.169 & -0.0312 & -0.0724 \\ -0.1430 & 0.0079 & 0.0184 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.1316 & 0.6257 & -0.0456 \\ 0.3027 & 0.6566 & -0.1179 \\ 0.8258 & -0.3336 & 0.3569 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0.2917 & -0.0198 & 0.6891 \\ -0.2643 & -0.0451 & -0.5927 \\ 0.0069 & -0.2488 & 0.1234 \end{bmatrix}$$

Con lo anterior se puede demostrar que  $A$  puede ser construida al formar vectores normalizados  $u_1, \dots, u_q$  y  $v$ . Por lo tanto, se pueden ir construyendo matrices wavelet  $A$  (coeficientes del banco de filtros) que se irán adaptando para discriminar la información sobre los coeficientes wavelet para encontrar las bases que producen la mejor wavelet que discrimina los fenómenos transitorios.

## 4.5 Función discriminante

El algoritmo wavelet adaptativo se puede usar en diferentes situaciones, el objetivo es reflejar el criterio particular que será optimizado. El análisis discriminante se hace sobre los coeficientes del filtro que produce el algoritmo wavelet adaptativo. La dimensión de los datos se reduce al seleccionar un nivel de descomposición y alguna banda  $(l,b)$  de los coeficientes wavelet de la DWT. Entonces la función discriminante se basará sobre los mismos coeficientes  $X^{(l)}(b)$ .

Si los coeficientes del filtro son usados para propósitos de discriminación, entonces la función discriminante debe esforzarse en reflejar las diferencias entre las clases. En esta sección se describe detalladamente el criterio discriminante seleccionado para la optimización de las bases que generan la wavelet óptima, producida por los coeficientes del filtro.

Existen una variedad de funciones discriminantes que se pueden usar para criterios de discriminación, para el algoritmo wavelet adaptativo los más mencionados son los siguientes:

1. Wilk's Lambda
2. Entropía
3. Medida de probabilidad cuadrática validación cruzada (CVQPM)
4. Redes neuronales

Se puede pensar en elegir un criterio basado en proporciones de la clasificación. La desventaja de usar tal criterio es las proporciones de la clasificación ya que son muy variables, especialmente cuando los tamaños de las muestras son pequeños. Otra desventaja es que la proporción de la clasificación es una medida discreta y no refleja muy bien que un objeto ha sido asignado para una clase en particular [5]. Por estas razones, se elige para optimizar el criterio basado en la estimación de probabilidades posteriores, llamado medida de la probabilidad cuadrática validación cruzada (CVQPM, por sus siglas en inglés "cross-validated quadratic probability measure"). Para más detalles de los otros criterios discriminantes Wilk's Lambda y Entropía se puede ver las referencias [47] y [48] respectivamente.

El CVQPM se basa en el reconocimiento estadístico de patrones mediante el teorema de Bayes, que expresa la probabilidad de que un patrón pertenezca a una determinada clase, expresando ésta probabilidad posterior en función de medidas realizadas previamente. En función de las características observadas se divide el espacio en regiones de decisión separadas por fronteras de decisión o clasificación. Cabe mencionar además, que se optó por este método discriminante debido a que las redes neuronales son análogas al teorema de Bayes, ya que las salidas de una red neuronal se pueden interpretar como las probabilidades obtenidas a partir de la función de error (minimizar la función error durante el entrenamiento de la red neuronal es equivalente a buscar la máxima probabilidad), y la red neuronal aproxima las fronteras del clasificador Bayesiano óptimo.

### 4.5.1 Clasificación de Bayesiana

Si se está interesado en predecir la clase del número de miembros de una observación, entonces uno debe tratar de minimizar el riesgo de una clasificación incorrecta del objeto. Esto se puede lograr usando la teoría de clasificación basada en las reglas de decisión de Bayes [49]. En este caso, cada objeto representa un espectro que consiste en hacer medidas discretas sobre variables

" $p$ " y se representa por el vector  $X_i = (x_{1i}, \dots, x_{pi})^T$ . Estos datos comúnmente refieren como entrenamiento de datos y serán almacenados como columnas en la matriz  $X$  de  $p \times n$ , donde  $n$  es el número de objetos entrenados. Considere el problema de clasificación de la asignación del objeto  $x_0$ , dentro de una clase  $R$  predefinida. La regla de Bayes asigna  $x_0$  a la clase  $r \in 1, \dots, R$  al maximizar la probabilidad posterior, la cual se escribe como

$$P(r|x_0) = \frac{p(x_0|r)P(r)}{\sum_{r=1}^R p(x_0|r)P(r)} \quad \text{para } r = 1, 2, \dots, R \quad (4.5.1)$$

En donde  $P(r)$  es la probabilidad a priori (anterior) de pertenecer a la clase  $r$ , y  $p(x_0|r)$  son las clases de densidad probabilística. Las clases de densidad probabilísticas son a menudo asumidas para seguir una distribución normal multi-variante y puede ser escrita como

$$p(x_0 | r) = (2\pi)^{-p/2} |S_r|^{-1/2} \exp[-0.5(x_0 - \bar{x}_r)^T S_r^{-1} (x_0 - \bar{x}_r)] \quad (4.5.2)$$

Si  $x_{i(r)}$  indica que  $x_i$  proviene de la clase  $r$ , entonces la matriz de covarianza de la clase  $r$  es

$$S_r = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} (x_{i(r)} - \bar{x}_r)(x_{i(r)} - \bar{x}_r)^T}{n_r} \quad (4.5.3)$$

y el vector de medias  $\bar{x}_r$  se obtiene de

$$\bar{x}_r = \frac{\sum_{i=1}^{n_r} x_{i(r)}}{n_r} \quad (4.5.4)$$

Típicamente,  $\bar{x}_r$  y  $S_r$  se calculan de los datos de entrenamiento. El análisis discriminante lineal Bayesiano [49] asume que las matrices de covarianza de cada clase son iguales y se reemplazan por una matriz de covarianza agrupada como

$$S_a = \frac{\sum_{r=1}^R n_r S_r}{n} \quad (4.5.5)$$

para dar

$$p(x_0 | r) = (2\pi)^{-p/2} |S_a|^{-1/2} \exp[-0.5(x_0 - \bar{x}_r)^T S_a^{-1} (x_0 - \bar{x}_r)] \quad (4.5.6)$$

En la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo se sigue un análisis discriminante lineal Bayesiano.

### 4.5.2 Medida de probabilidad cuadrática validación cruzada (CVQPM)

El CVQPM evalúa la verdadera predicción de las clases hecha por el modelo del discriminante.

La medida discriminatoria probabilística tiene la siguiente forma:

$$P = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a(i) \quad (4.5.7)$$

Donde  $a(i)$  es la calificación de apreciación para  $X_i^{(l)}(b)$ . La función probabilística más simple es la probabilidad promedio que un objeto tiene asignada para la clase correcta. Esta tiene la calificación de apreciación  $a_A(i) = P(r|X_{i(r)}^{(l)}(b))$ , donde  $P(r|X_{i(r)}^{(l)}(b))$  es la probabilidad posterior para la clase verdadera de  $X_i^{(l)}(b)$ . La probabilidad posterior se puede calcular usando la regla de Bayes (4.5.1). La calificación de apreciación cuadrática se formulada como sigue

$$a_Q(i) = \frac{1}{2} + P(r | x_{i(r)}^{[l]}(b)) - \frac{1}{2} \sum_{r=1}^R P(r | x_{i(r)}^{[l]}(b))^2 \quad (4.5.8)$$

La medida de probabilidad cuadrática  $P_Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_Q(i)$  resulta cuando (4.5.8) se sustituye en (4.5.7). La medida de probabilidad cuadrática está relacionada a la calificación cuadrática de Brier [50], la cual es una función de pérdida para comparar dos probabilidades de vectores y se usada para la aclaración de probabilidades. Esto ha sido mostrado en muchas aplicaciones que la medida de probabilidad cuadrática es superior al criterio de proporción de la clasificación cuando se usan para evaluar el funcionamiento del modelo discriminante [5].

Existen muchos métodos de validación para evaluar la exactitud de los clasificadores llamados de exclusión, estos métodos consisten en dejar un elemento fuera (*leave-one-out*) de la base para la validación cruzada y realizar el proceso  $n$ -veces hasta que cada dato es probado. Si se denota que  $P_{/i}(r|x_i)$  es la probabilidad posterior para  $X_i^{(l)}(b)$  cuando las matrices de covarianza y los vectores de medias han sido calculados en ausencia del elemento  $X_i^{(l)}(b)$ . La medida de probabilidad cuadrática validación cruzada del elemento  $X_i^{(l)}(b)$  se calcula como se muestra:

$$CVQPM(X^{[l]}(b)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_{Q/i} \quad (4.5.9)$$

donde

$$a_{Q/i}(i) = \frac{1}{2} + P_{/i}(r|x_{i(r)}^{[l]}(b)) - \frac{1}{2} \sum_{r=1}^R P_{/i}(r|x_{i(r)}^{[l]}(b))^2 \quad (4.5.10)$$

Los rangos del CVQPM están entre cero a uno. Idealmente, los valores grandes de la CVQPM se prefieren, ya que estos indican que las diferencias entre las clases pueden ser identificadas con un alto grado de exactitud. Entonces, los coeficientes del banco de filtros que optimizarán el proceso podrán reflejar las características de las señales analizadas, debido a que se obtienen información discriminadora que contienen los fenómenos transitorios y como resultado posterior se obtendrá una nueva función wavelet que pueda distinguir fenómenos transitorios en SEP. Por lo que, el discriminante es un algoritmo dentro del mismo algoritmo wavelet adaptativo, es por ello que se pretende que el CVQPM esté lo más cercano a la unidad.

# Capítulo 5

## Algoritmo y análisis de resultados

### 5.1 Introducción

Este capítulo presenta la implementación y los resultados del algoritmo wavelet adaptativo aplicado a una base de datos de transitorios electromagnéticos, la aplicación de este algoritmo se basa principalmente en la clasificación de estas señales con la finalidad de obtener las wavelets madre según el enfoque de aplicación práctica que se propone.

### 5.2 Wavelet generada para transitorios en SEP

Todos los fenómenos transitorios producidos por disturbios en el sistema eléctrico de potencia generan altas frecuencias y por lo general conservan su forma de onda, únicamente cambian en amplitud, fase y duración. Esto es una ventaja para la implementación del algoritmo ya que no se requiere una base de datos tan grande, además se puede determinar que con una banda igual a dos ( $m = 2$ ) el algoritmo wavelet adaptativo es más simple, ya que directamente se puede definir que la información de alta frecuencia sea la información principal para identificar qué

tipo de fenómeno se presenta en la red, por lo que la discriminación de información se realizará sobre los coeficientes wavelet que produce el filtro pasa altas.

En la actualidad la capacidad de muestreo de los transformadores de instrumento (TC's y TP's), está limitada a  $100kHz$ , lo cual permite únicamente observar una frecuencia máxima de  $50kHz$ , de acuerdo al teorema de Nyquist. Es por ello que se proponen dos esquemas de aplicación pensando en esta restricción.

### 5.2.1 Base de datos de los fenómenos transitorios

Todos fenómenos transitorios a los que se expone un red eléctrica producen un espectro de frecuencias, este espectro de frecuencias puede identificarse dependiendo el tipo de fenómeno transitorio que se presente en la red. Los eventos transitorios son considerados como una respuesta normal que se genera ante un cambio en las condiciones de la red, pero debido a las características que estos presentan pueden ser detectados como falla en caso de operación normal. En este trabajo de investigación se consideraron los siguientes fenómenos transitorios:

1. Fallas de arco
2. Energización de líneas
3. Energización de bancos de capacitores
4. Descargas atmosféricas

Con los fenómenos transitorios mencionados se generó una base de datos para la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo y se observó en primer instante que las descargas atmosféricas no pueden ser analizadas con los otros eventos, debido a que son fenómenos que se presentan muy rápido en comparación con los otros eventos bajo estudio. Las descargas atmosféricas

comúnmente son transitorios impulsivos y no siempre son causa de falla, para considerar estos eventos en la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo se requiere que se use una ventana de muestras para todos los eventos y que la frecuencia de muestreo sea la misma, esto se vuelve una desventaja para la aplicación ya que se requeriría una venta de muestras menor  $200\mu s$ . Es obvio que no se puede analizar los cuatro eventos a la vez, por lo cual se opta por descartar las descargas atmosféricas y trabajar únicamente sobre los fenómenos transitorios restantes, los cuales son oscilatorio y el amortiguamiento de la oscilación dependerá de los parámetros de la red en el instante en que se presenta el fenómeno (particularmente el valor de resistencia del sistema). En la figura 5.1 se pueden observar los transitorios electromagnéticos que se generaron de la base de datos, los cuales representan las clases para la clasificación con las que se generará la mejor wavelet madre que discrimina los fenómenos transitorios.

Después de realizar un buen número de simulaciones se obtuvo que es suficiente representar las características de cada clase o tipo de evento transitorio con 50 simulaciones, ya que estos eventos únicamente cambian en amplitud y duración; por lo tanto al aumentar el número de simulaciones se observó que se vuelve redundante la base de datos, la cual se muestra en el apéndice A. Inicialmente se usó una frecuencia de muestreo de  $100kHz$ , que es la máxima frecuencia de muestreo que tienen actualmente los TC's y TP's, pero por facilidad de la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo se incrementó la frecuencia de muestreo a  $122.88kHz$ , con esta frecuencia se podrá observar hasta  $61.44kHz$ . La ventana de muestras se varió desde  $2ms$  hasta  $10ms$ , determinado que la ventana de muestras será de  $2.0833ms$  para identificar qué tipo de evento se presenta en la red. La frecuencia y la ventana de muestras seleccionada se determinaron por facilidad de la implementación debido a que el algoritmo wavelet adaptativo requiere que el número de muestras sea múltiplo de la banda ( $m$ ) y del nivel de descomposición ( $l$ ), tal que el número de coeficientes para la clasificación (no sea tan grande) en cada banda (1,b) sea igual a  $muestras/m^l$ .

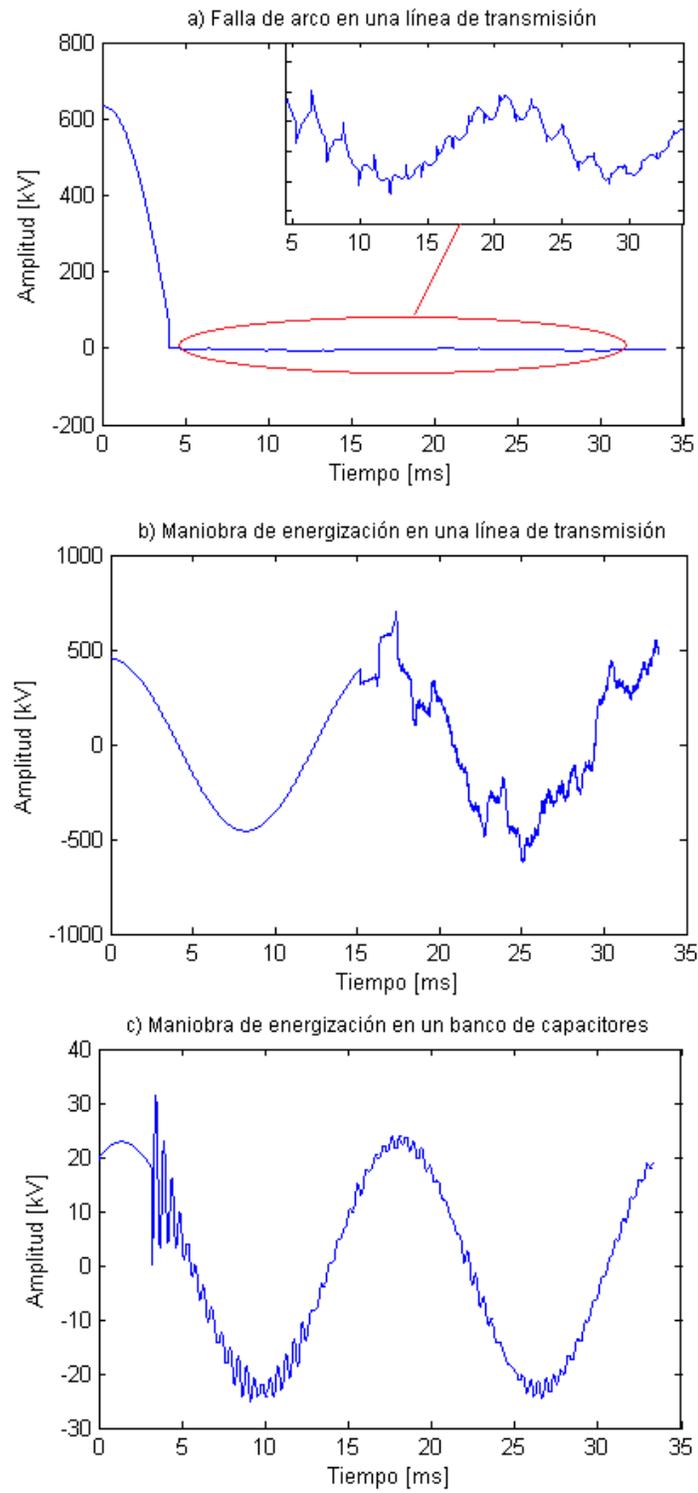


Figura 5.1: Fenómenos transitorios bajo estudio

## 5.2.2 Resultados de la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo a transitorios en SEP

Antes de iniciar la aplicación se realizó una serie de pruebas con el algoritmo wavelet adaptativo para determinar el número de coeficientes del filtro ( $N_f$ ), el nivel de descomposición de la señal ( $l$ ) y el discriminante ( $CVQPM$ ) que debe de cumplir el algoritmo, todo lo anterior con la finalidad de que los eventos o clases mencionadas sean bien identificadas y a su vez encontrar cuales son los coeficientes del banco de filtros ( $A$ ) para determinar cuál es la wavelet madre ( $\psi$ ) que mejor se adapta a la aplicación para discriminar fenómenos transitorios.

Se implementó el algoritmo wavelet adaptativo para dos bandas  $m = 2$  y diferentes valores de  $q$ , por lo tanto el número de coeficientes del filtro dependerá del valor de  $q$  establecido ( $N_f = m(q + 1)$ ), y la discriminación de información se realiza en el nivel de descomposición  $l = 4$ . El algoritmo wavelet adaptativo se muestra en el apéndice B (wavelet\_1enfoque.m) y se obtuvo que después de un determinado valor del discriminante ( $CVQPM$ ) las wavelets generadas se vuelven redundantes ya que clasifican el mismo porcentaje de las señales. Entonces para elegir cuál es la mejor wavelet madre se realizó una infinidad de pruebas con el objetivo de determinar cuál es el valor máximo de  $CVQPM$  que se obtiene.

Se realizaron aproximadamente 800 pruebas y simulaciones con el algoritmo wavelet adaptativo para determinar el valor del discriminante a cumplir. Antes de establecer el valor del discriminante se consideraron varios niveles de descomposición y se observó que entre mayor sea el nivel de descomposición (menor número de coeficientes para la clasificación) mayor  $CVQPM$  se obtiene, donde los valores que se obtienen para el discriminante ( $CVQPM$ ) entre las wavelets generadas cambian notablemente entre una y otra wavelet, permitiendo que los coeficientes del banco de filtros generados se adapten mejor a las señales bajo análisis, por tal motivo la discriminación de información se realiza en el nivel  $l = 4$ . Se establece entonces que el discriminante

Tabla 5.1: Resultados de la clasificación de las mejores wavelets que optimizan el proceso

Wavelet adaptativa								% correcto de clasificación	
Wavelet	m	q	l	b	$N_f$	$N_{coef}$	CVQPM	Entrenamiento	Validación
A	2	3	4	1	8	16	0.8922	87.33	87.50
B	2	4	4	1	10	16	0.8943	86.00	84.38
C	2	5	4	1	12	16	0.8926	85.33	84.38
D	2	6	4	1	14	16	0.8917	86.00	75.00

debe de cumplir con un  $CVQPM \geq 0.89$  en el nivel de descomposición  $l = 4$ , se eligió este  $CVQPM$  porque es el máximo valor que se logra con el algoritmo para diferentes coeficientes del banco de filtros o wavelets, las cuales permite identificar las mejores wavelets o banco de filtros que se adaptan para la identificación de transitorios en SEP.

En la tabla 5.1 se presentan los resultados de la clasificación de las mejores wavelets que cumplen con el  $CVQPM$  establecido, estos resultados muestran wavelets con diferentes números de coeficientes para el banco de filtros ( $N_f$ ). En esta tabla se observa los resultados para wavelets de dos bandas ( $m = 2$ ), donde la discriminación de información se realiza en los coeficientes wavelet  $X(b = 1)^{l=4}$  (el número de coeficientes sobre los cuales se realiza la optimización es  $N_{coef}$ ), también se puede ver el valor obtenido del  $CVQPM$  durante el entrenamiento al final de la optimización y el porcentaje de clasificación correcta de las señales, tanto en el entrenamiento como en la validación. Estos resultados permiten ver que en el entrenamiento cumplen con el  $CVQPM$ , pero en los resultados de clasificación son diferentes y esto es debido a que el  $CVQPM$  es una calificación de apreciación de la probabilidad posterior verdadera de un evento en particular.

A partir de los resultados de la tabla 5.1, se explora la forma gráfica de cada una de las wavelets y se obtiene en primera instancia que la "wavelet A" tiene mejor definida tanto la función de escala como la función wavelet. Entonces a partir de los resultados preliminares de la función wavelet y los mejores resultados de la clasificación se inicia el análisis correspondiente para demostrar que la wavelet obtenida es capaz de representar las características de

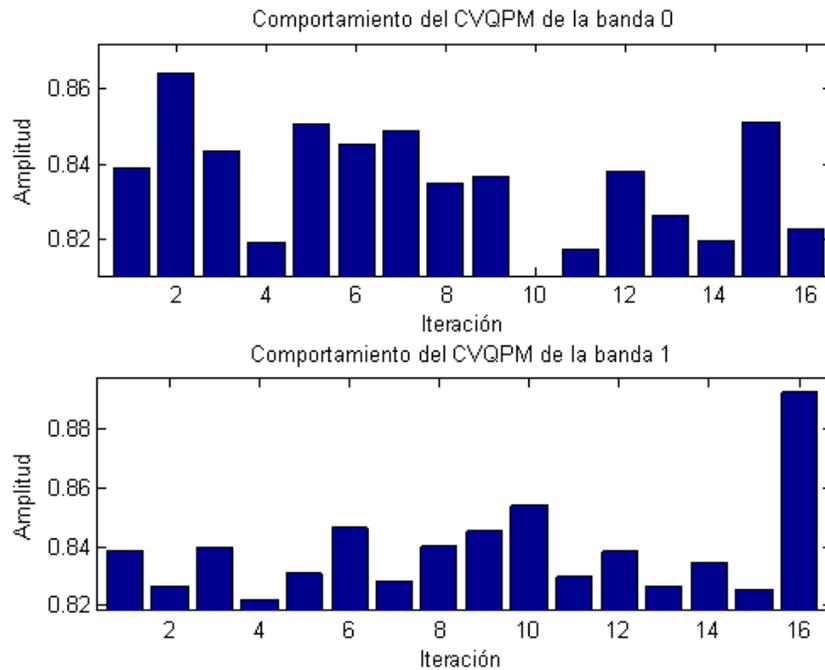


Figura 5.2: Comportamiento del discriminante durante la optimización

los fenómenos transitorios. Antes de presentar la forma gráfica de la "wavelet A", se presenta el proceso completo desde el inicio de la optimización del algoritmo wavelet adaptativo hasta el final, con el cual se obtiene que la wavelet mencionada satisface en primera instancia las condiciones establecidas para la generación de una nueva wavelet. En la figura 5.2 se puede ver como se comportó el valor del discriminante  $CVQPM$  durante la optimización en el nivel de descomposición  $l = 4$ , tanto en la banda cero como en la banda uno, o bien coeficientes de aproximación y detalle respectivamente. Se puede ver que al inicio del proceso de optimización en la banda 0 el  $CVQPM$  inicia con un valor cercano a 0.84 y este finaliza con un valor cercano a 0.82, esto se debe a que la discriminación de información se realiza en la banda 1, en donde el  $CVQPM$  inicia con un valor muy cercano a 0.84. Después de varias iteraciones se puede ver que el  $CVQPM$  en la banda 1 no supera el valor de 0.85 y al final de la optimización termina con un  $CVQPM = 0.89$ .

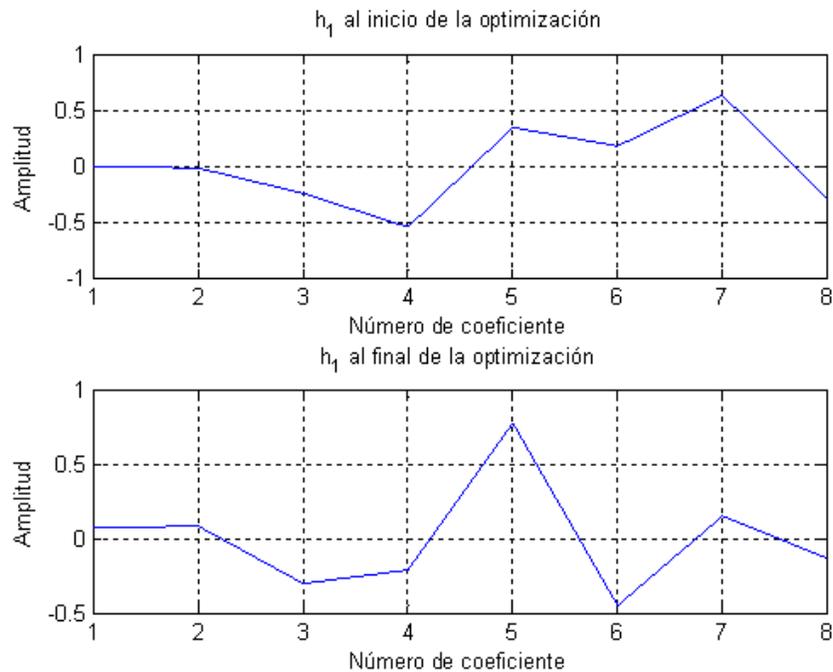


Figura 5.3: Coeficientes del filtro pasa altas generados al inicio y termino de la optimización

Las wavelets generadas por el algoritmo wavelet adaptativo al inicio y fin de la optimización cumplen con las condiciones establecidas por el análisis multiresolución (MRA) y estas producen los coeficientes del filtro pasa altas mostrados en la figura 5.3 respectivamente. En esta figura se puede apreciar la diferencia entre los valores de los coeficientes del filtro pasa altas al inicio y final de la optimización, por lo tanto se puede decir que el algoritmo wavelet adaptativo está cumpliendo con su función, adaptar los coeficientes del banco de filtros para lograr una clasificación más alta de acuerdo a determinada aplicación (en este caso fenómenos transitorios oscilatorios). Estos coeficientes son muy importantes ya que con ellos se puede obtener la forma gráfica que tendrá la wavelet y así mismo, visualizar las características que esta wavelet genera para la discriminación de los fenómenos transitorios.

En la tabla 5.2 se presentan los resultados más detallados de la clasificación, desde el inicio del proceso de optimización hasta el final de la optimización en donde se generó la "wavelet A", así como, también una comparación la wavelet madre Daubechies 4 (*db4*), debido a que es

Tabla 5.2: Resultados de la clasificación y comparación de la wavelet A con las de la familia Daubechies

% de la clasificación al inicio de la optimización					
Wavelet	Proceso	CVQPM_0	CVQPM_1	% en b=0	% en b=1
Inicial	Entrenamiento	0.8390	0.8387	79.33	78.67
	Validación	0.8449	0.8656	75.00	71.88
% de la clasificación al final de la optimización					
Wavelet	Proceso	CVQPM_0	CVQPM_1	% en b=0	% en b=1
A	Entrenamiento	0.8228	0.8922	75.33	87.33
	Validación	0.8046	0.9309	68.75	87.50
% de la clasificación de wavelets madre de la familia Daubechies					
db4	Entrenamiento	0.8430	0.8428	78.00	78.00
	Validación	0.6786	0.7914	53.13	68.75
db5	Entrenamiento	0.8178	0.8757	74.67	84.67
	Validación	0.7998	0.9265	68.75	87.50

la más usada en SEP. Adicionalmente se compara con la wavelet madre Daubechies 5 (*db5*), ya que es la mejor wavelet madre que discriminará estos eventos, basada en la misma metodología de clasificación.

Se puede ver en la tabla 5.2 que al inicio del proceso de optimización el  $CVQPM = 0.8387$ , este valor permite realizar un porcentaje de clasificación correcta en el entrenamiento y la validación de 78.67% y 71.88 respectivamente. Después de concluir la optimización el valor obtenido para el discriminante es  $CVQPM = 0.8922$ , resultado con el cual se logra el 87.33% de clasificación correcta en el entrenamiento y 87.5% en la validación, estos últimos resultados son mejores que los obtenidos con la wavelet al inicio del proceso debido al incremento del  $CVQPM$  entre el inicio y final del proceso de optimización. Además durante el entrenamiento el porcentaje de clasificación incorrecta fue de 12.67%, del cual el 21.05% fue para fallas de arco (que las clasifica como un suicheo de un banco), el 63.16% fue de energización de líneas (que las clasifica como una energización de un banco) y 15.79% para conmutación de capacitores (que se clasifican como energización de líneas). Estos resultados permiten ver la eficiencia del algoritmo ya que el porcentaje de clasificación incorrecta tanto de energización de bancos y

líneas incrementa la confiabilidad de los resultados debido a que ambos eventos son maniobras programadas por los operadores de la red y pueden ser considerados en una sola clase; en este trabajo se toman como clases distintas con la finalidad de encontrar una wavelet que contenga las características de las señales de estudio, por tanto se decide considerar estos dos eventos por separado, considerando que esto proporciona más información para proceso adaptativo. Todo el proceso de optimización se realizó en los coeficientes wavelet  $X(b = 1)^{l=4}$ .

Al comparar los resultados de la clasificación, la "wavelet A" con la wavelet Daubechies 4 mostrados en la tabla 5.2, se puede ver las diferencias que se tiene en el entrenamiento y la validación, donde la Daubechies 4 no se supera el 80% de la clasificación correcta en ambos procesos, por lo tanto es posible concluir claramente que la "wavelet A" es más eficiente ya que proporciona mejores resultados en la clasificación.

De igual forma se comparara la "wavelet A" con la wavelet madre Daubechies 5, esta última durante el entrenamiento logra un  $CVQPM = 0.8757$  y un porcentaje de clasificación correcta de 84.67%, a su vez en la validación logra un 87.5% de clasificación correcta, este mismo porcentaje de clasificación en la validación se logra con la "wavelet A" y esta a su vez genera en el entrenamiento un porcentaje de clasificación más alto que la Daubechies 5, por lo tanto, se concluye que la "wavelet A" es mejor que la Daubechies 5. Con estos resultados se puede ver que la nueva "wavelet A" es mejor que las wavelet madre mencionadas, ya que tanto en el entrenamiento como en la validación presenta mejores resultados.

### 5.2.3 Gráfica de la nueva función wavelet A ( $\psi_A$ )

Existen muchas wavelets que son funciones matemáticas que no se puede describir analíticamente y por lo tanto sería difícil visualizar la función de escala y la wavelet basada en los parámetros y las expresiones indirectas. Con la finalidad de mostrar la gráfica de la función

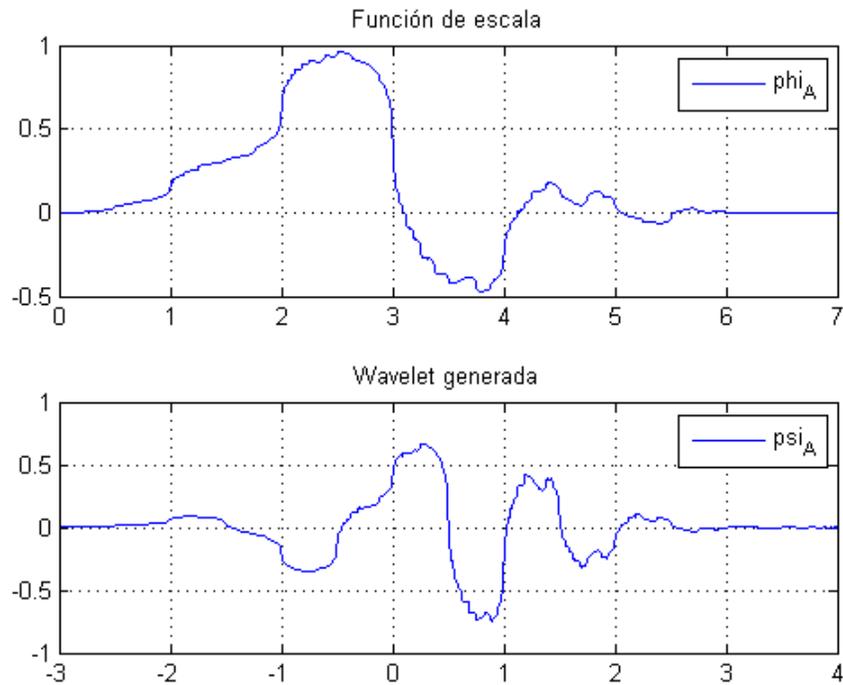


Figura 5.4: Función de escala y wavelet generada por la base wavelet A

de escala y la wavelet obtenida con el algoritmo wavelet adaptativo se usa el método iterativo para este propósito, el cual se describe detalladamente en [38].

La "wavelet A" genera la función de escala y la función wavelet mostrada en la figura 5.4, donde se puede apreciar que la wavelet obtenida refleja las características oscilatorias de los fenómenos transitorios estudiados, así como, también un amortiguamiento en la función wavelet, similar a la componente de CD que se presenta durante un disturbio en la red. En el apéndice C se muestra una serie de procesos de simulación que fueron importantes para llegar al resultado obtenido, donde se observó una tendencia sobre los coeficientes del filtro pasa altas y a partir de esta tendencia se establecieron las condiciones mencionadas. El banco de filtros A que genera la función de escala y la función wavelet mostrada en la figura 5.4, tiene los coeficientes del filtro pasa bajas y pasa altas que se muestran en la tabla 5.3.

Tabla 5.3: Coeficientes del banco de filtros generados por wavelet A

Coeficiente $k$	0	1	2	3	4	5	6	7
Pasa bajas $h_0(k)$	0.1346	0.1552	0.4502	0.7806	0.2061	-0.3015	-0.0839	0.0727
Pasa altas $h_1(k)$	0.0727	0.0839	-0.3015	-0.2061	0.7806	-0.4502	0.1552	-0.1346

La nueva wavelet generada se puede comparar de forma gráfica con la Daubechies 4 y 5, esto con la finalidad de observar la diferencias tanto en la función de escala como en la función wavelet. Esta comparación se presenta en la figura 5.5. Las wavelets Daubechies tienen  $N$  momentos de desvanecimiento, donde  $N$  correspondientes al número de wavelet de la familia Daubechies. Los momentos de desvanecimiento de una wavelet están íntimamente relacionados con las propiedades de aproximación de la descomposición multiresolución [34], por lo tanto mayor número de momentos de desvanecimiento significa que la función de escala puede representar señales más complejas con alto grado de exactitud. Para el caso de la "wavelet A" esta presenta 4 momentos de desvanecimiento los cuales están relacionados con el número de los coeficientes de filtro ( $N_f$ ). Se puede concluir que la "wavelet A" es una combinación de las wavelets de la familia de Daubechies, debido a que presenta una similitud gráfica a las de la familia Daubechies con la diferencia que la "wavelet A" tiene menor amplitud, así como, también presenta una serie de oscilaciones en los valores máximos y mínimos, los cuales no generan la familia de Daubechies. La "wavelet A" tiene 4 momentos de desvanecimiento como la Daubechies 4, lo que es muy importante ya que para el estudio de transitorios en SEP se usa más la Daubechies 4 (*db4*), por lo se puede decir que el número de momentos es muy importante ya que pueden ofrecer información importante de los fenómenos transitorios en SEP.

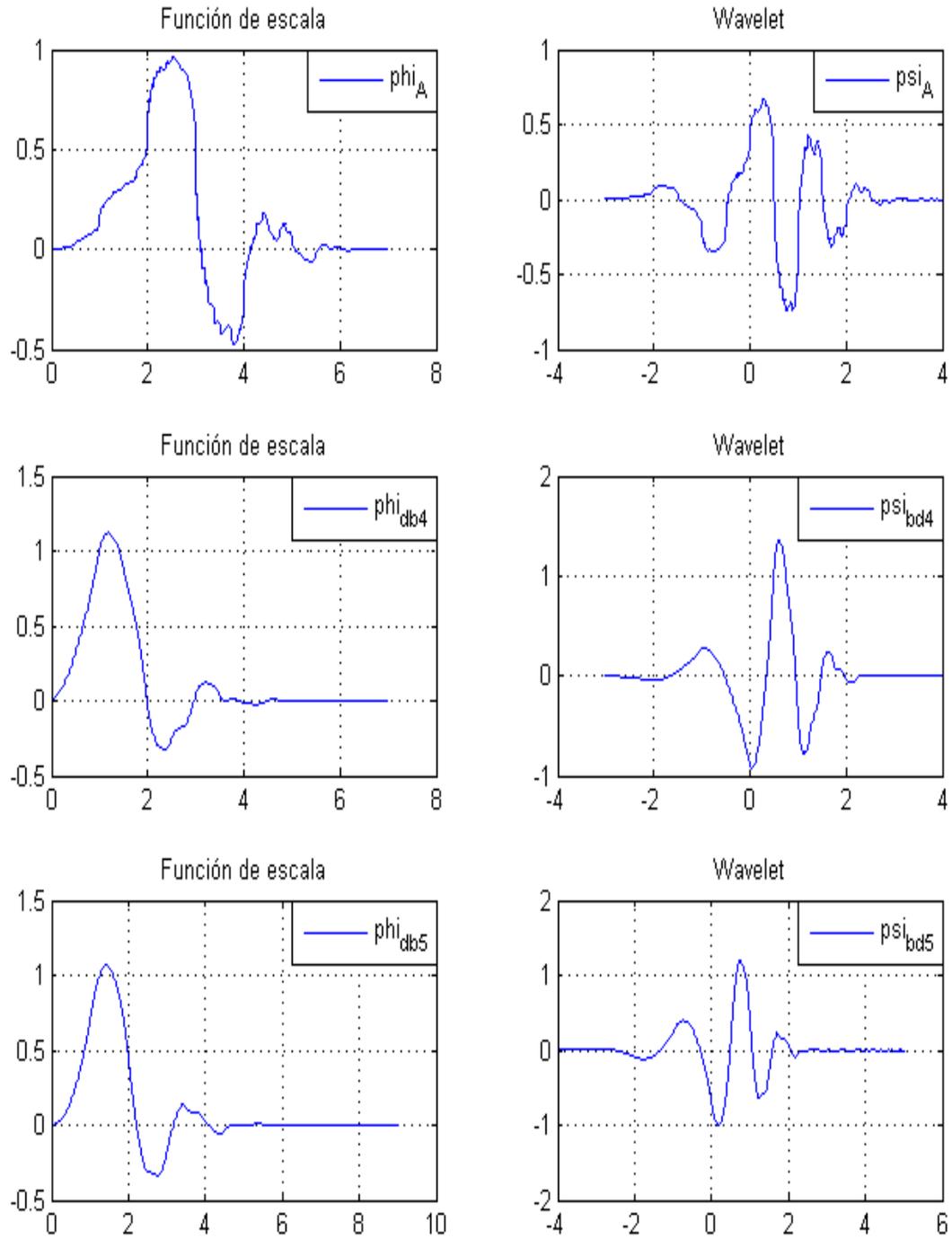


Figura 5.5: Comparación de la función de escala y wavelet A con las Daubechies 4 y 5

### 5.2.4 Comprobación matemática de la nueva wavelet A

La wavelet que se genera representa una función oscilatoria y amortiguada como los fenómenos transitorios estudiados y a su vez cumple con las condiciones establecidas por el análisis multiresolución (MRA). Para comprobar que la wavelet cumple con las condiciones resumidas que establece el análisis multiresolución, es necesario y suficiente que se cumplan las restricciones mencionadas en la sección 4.3.1. Recordando que la matriz del banco de filtros o matriz wavelet se puede dividir en submatrices de  $m \times m$ , se puede comprobar la ortogonalidad de la "wavelet A" que se genera a partir del proceso de clasificación basado en el algoritmo wavelet adaptativo, como se muestra a continuación.

Dividiendo la matriz del banco de filtros  $A$  en submatrices, se obtienen las siguientes matrices.

$$A_0 = \begin{bmatrix} h_0(1) & h_0(2) \\ h_1(1) & h_1(3) \end{bmatrix}; \quad A_1 = \begin{bmatrix} h_0(3) & h_0(4) \\ h_1(3) & h_1(4) \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} h_0(5) & h_0(6) \\ h_1(5) & h_1(6) \end{bmatrix}; \quad A_3 = \begin{bmatrix} h_0(7) & h_0(8) \\ h_1(7) & h_1(8) \end{bmatrix};$$

Sustituyendo los valores de los coeficientes del filtro mostrados en la tabla 5.3 en las submatrices, se puede comprobar que la wavelet obtenida cumple con condición de ortogonalidad de acuerdo con la siguiente expresión:

$$A_0 A_0^T + A_1 A_1^T + A_2 A_2^T + A_3 A_3^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};$$

El resultado anterior es una matriz identidad y con esto se comprueba la condición de ortogonalidad. También se puede comprobar la condición de regularidad al sumar los coeficientes del filtro pasa bajas mostrados en la tabla 5.3, en donde la suma es igual a  $\sqrt{2}$ . Finalmente se debe cumplir con la condición que establece la matriz de Lawton, donde esta debe tener un solo valor propio igual a la unidad. Los resultados de los valores propios obtenidos de la matriz

Tabla 5.4: Valores propios de la matriz de Lawton

Valor propio $k$	real	imaginario
1	1	0
2	0.5	0
3	0.3209	0
4	-0.1600	0
5	-0.1233	0
6	0.1020	0.0993
7	0.1020	-0.0933
8	0.1207	0
9	0.0511	0.0391
10	0.0511	-0.0391
11	0.0592	0
12	-0.0198	0
13	0.0235	0

de Lawton se muestran en la tabla 5.4 y se puede ver que existe un valor propio único igual a uno.

### 5.2.5 Algoritmo de identificación de transitorios

Después de comprobar que la wavelet cumple con las condiciones impuestas por el análisis multiresolución (MRA), y que a su vez es capaz de discriminar la información de los diferentes fenómenos transitorios analizados. En la figura 5.6 se presenta el diagrama de flujo para identificar y discriminar los fenómenos transitorios que se pueden presentar en el SEP. El primer bloque es un algoritmo de detección para indicar que hay un cambio en las condiciones de la red, después de que este algoritmo manifieste que hay un cambio en la señales eléctricas, se toma una ventana de muestras de  $2.083ms$  y a estas se les aplica la transformada wavelet discreta usando los coeficientes del banco de filtros que generan la "wavelet A" hasta el nivel de descomposición  $l = 4$ , después se pasa por el algoritmo de clasificación, que usa un modelo discriminante basado en la teoría de decisión de Bayes [49] y un método de validación cruzada

*leave-one-out*. La salida del clasificador proporciona la respuesta correspondiente al tipo de evento que está presente en ese instante en el SEP, finalmente se pasa por una lógica para indicar disparo de interruptores si se requiere realizar una acción de interrupción.

Por último se puede concluir que la "wavelet A" es capaz de discriminar los fenómenos transitorios de forma efectiva. Una ventaja de esta wavelet, es que la ventana de muestreo que contiene la información es pequeña y esta proporciona información suficiente para realizar la identificación y discriminación de los eventos que están presentes en el sistema, ventana que a su vez presenta una ganancia en tiempo de detección y observación de lo que está pasando en la red; debido a que el tiempo es un factor muy importante para el SEP.

### 5.3 Aplicación adicional del algoritmo adaptativo

Los fenómenos producidos por descargas atmosféricas son eventos transitorios impulsivos que se presentan muy rápido y por lo general producen muy altas frecuencias comparadas con las que producen los transitorios oscilatorios. Comúnmente un rayo puede permanecer de 50 a  $200\mu s$ , es por ello que en muchas ocasiones no se logra detectar este fenómeno en un sistema de potencia. El objetivo de esta aplicación adicional es demostrar que no es posible empatar este evento con los antes mencionados usando la "wavelet A", que se obtuvo en la sección anterior o generando otra wavelet aplicando el mismo algoritmo wavelet adaptativo para dos y cuatro bandas ( $m = 2, m = 4$ ).

En esta segunda aplicación se consideran los eventos que se usaron en el primer enfoque (solo que a una frecuencia de muestreo mayor) y además se agregan las descargas atmosféricas. Al incluir las descargas atmosféricas fue necesario incrementar la frecuencia de muestreo de los demás eventos transitorios mencionados (los cuales se consideraron aplicación de la sección anterior). La frecuencia de muestreo usada para en esta segunda aplicación fue de  $1.96608MHz$ ,

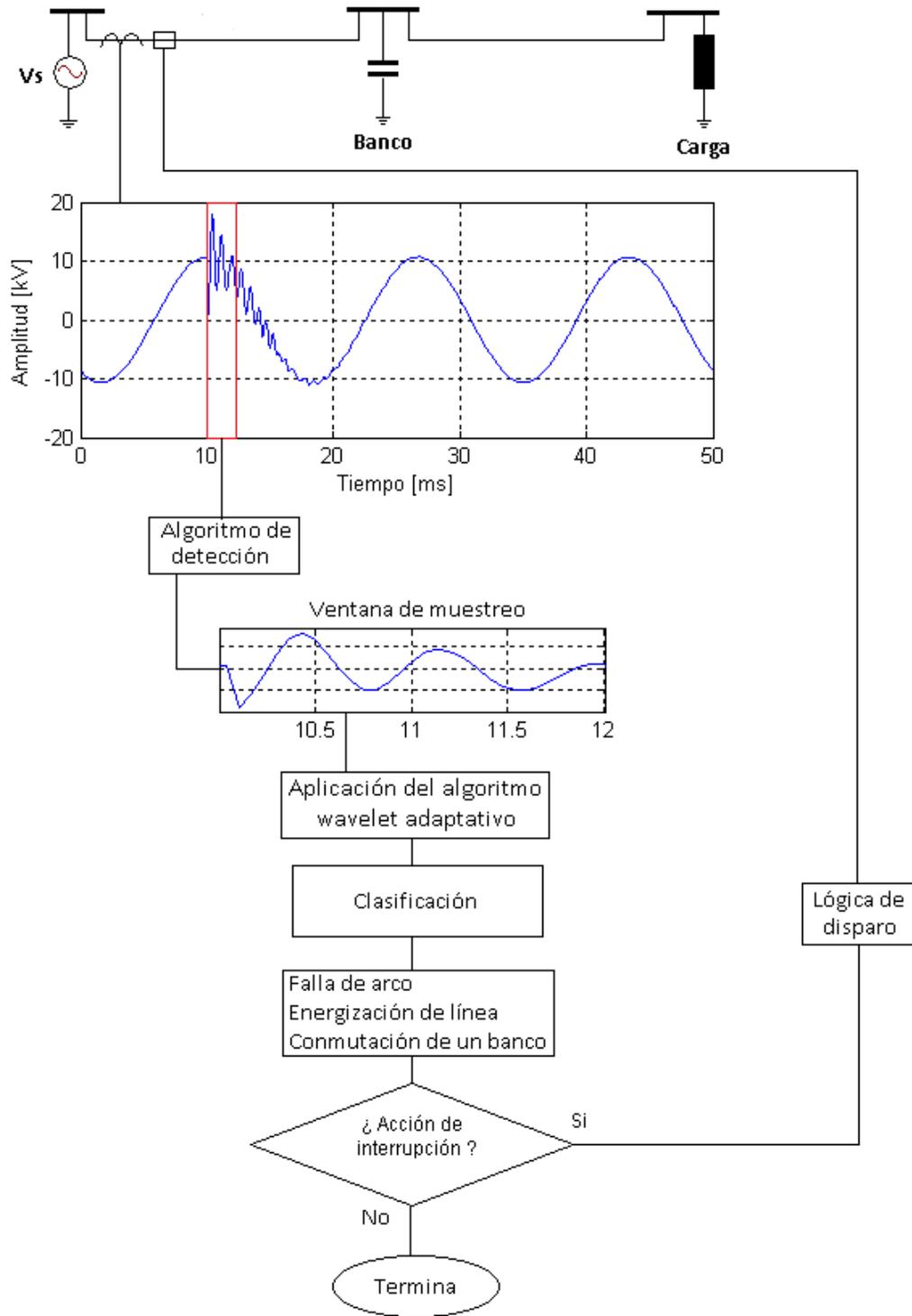


Figura 5.6: Diagrama de flujo para la identificación de transitorios

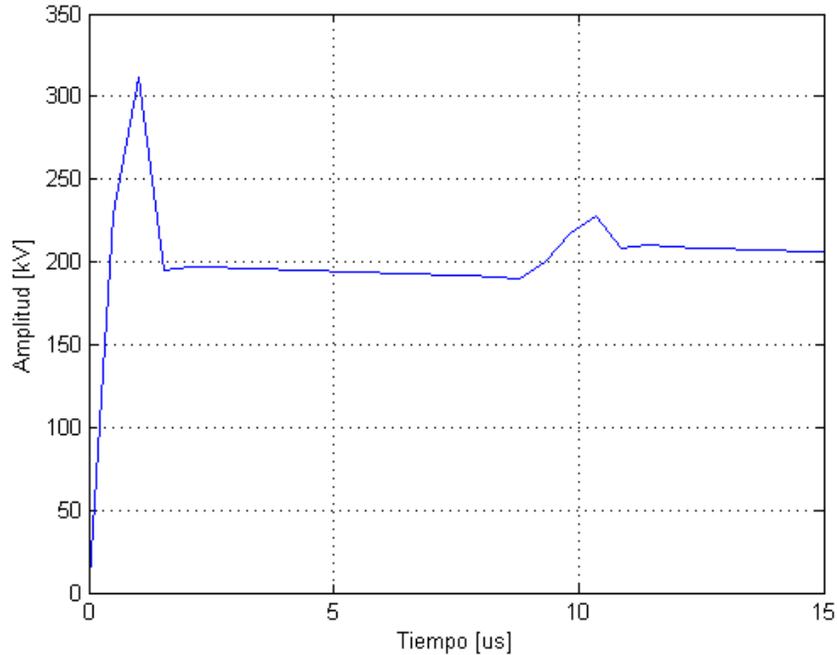


Figura 5.7: Descarga atmosférica en una cadena de aisladores

y se eligió una ventana de  $65\mu s$  debido a la rapidez con la cual se presentan las descargas atmosféricas. En la figura 5.7 se puede ver la forma de onda de una descarga atmosférica mejor conocida como rayo, esta figura muestra la tensión en una cadena de aisladores al impactar el rayo sobre una torre de transmisión.

Siguiendo la misma metodología se aplica el algoritmo wavelet adaptativo, para generar wavelets multiplicidad mayor ( $m = 4$ ), con la finalidad de obtener una wavelet que sea capaz de discriminar los cuatro eventos transitorios mencionados anteriormente. Al implementar el algoritmo para wavelets de multiplicidad mayor es necesario identificar cuál es la banda que genera el mayor valor para el discriminante en determinado nivel de descomposición, con el objetivo de establecer los coeficientes wavelets donde se realizará la optimización. En la figura 5.8 se puede ver una prueba del comportamiento del *CVQPM* durante el proceso de optimización, en donde se observa que en la banda cero ( $b=0$ ) el *CVQPM* no excede el 0.58, en cambio la banda uno ( $b=1$ ) los valores más altos del *CVQPM* están entre 0.6y0.61, las dos

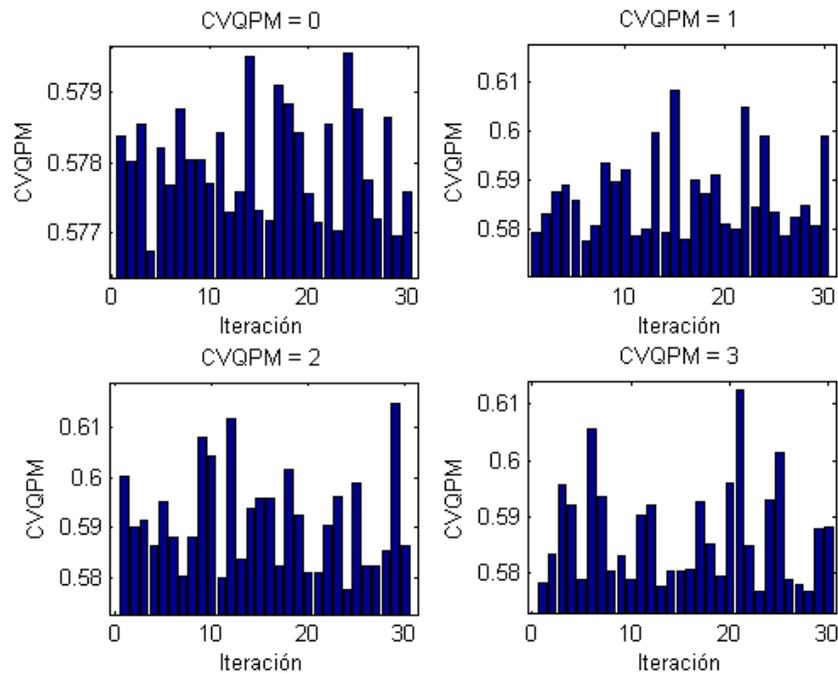


Figura 5.8: Comportamiento del CVQPM en cada banda del algoritmo wavelet adaptativo  
bandas restantes ( $b=2$  y  $b=3$ ) generan los valores más altos del  $CVQPM$ , y el valor más alto que se obtiene supera el 0.61. Como se puede ver son valores muy pobres, como resultado se tendrá una clasificación no muy confiable, esto se debe a la ventana que se eligió. Así mismo, se puede ver gráficamente en la figura 5.9 los coeficientes del banco de filtros que se generan al usar la wavelets de multiplicidad mayor.

Al incluir descargas atmosféricas la ventana debe ser pequeña con la finalidad de que se detenten los fenómenos lo más rápido posible, pero como se puede ver los valores del discriminante para cada banda no son buenos. Esto se debe a que los transitorios oscilatorios requieren más información para su correcta identificación, esto se puede ver en la figura 5.10 donde se muestra la información que se obtiene de cada evento para la ventana seleccionada. En esta figura se puede ver que al disminuir la ventana de  $2.0833ms$  a  $200\mu s$ , se pierde información de forma significativa para los eventos transitorios oscilatorios (a) fallas de arco, b) energización de líneas y c) conmutación de bancos de capacitores) y como consecuencia el  $CVQPM$  disminuye

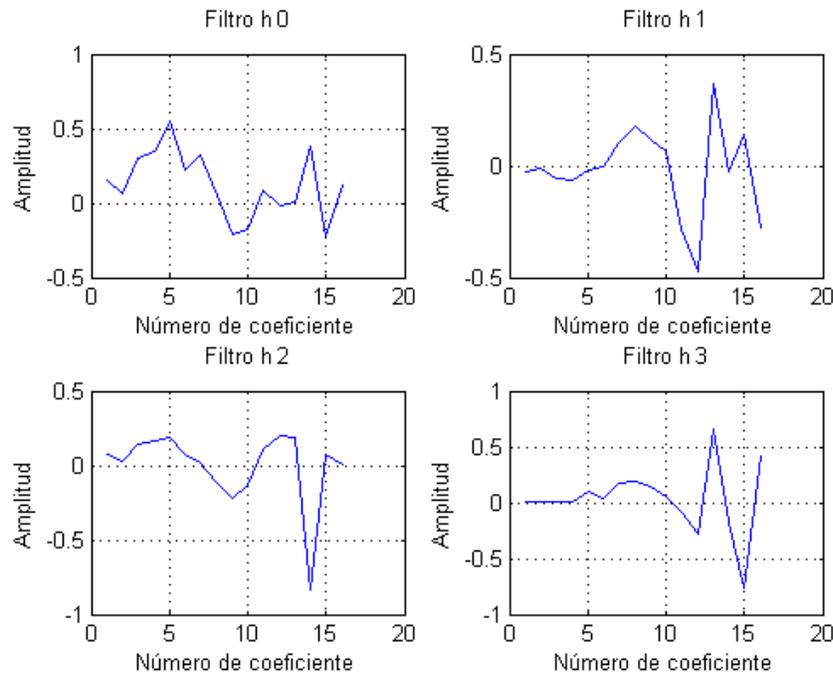


Figura 5.9: Filtros correspondientes a cada banda para wavelets de multiplicidad mayor en comparación con los resultados de la primera aplicación.

Antes de mostrar los resultados de la clasificación que arroja la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo, es necesario establecer sobre los coeficientes que se realizara la optimización y el discriminante que deben cumplir. El discriminante seleccionado es ( $CVQPM \geq 0.753$ ), ya que ante diferentes casos es el valor más alto que se logra en la optimización. Los coeficientes sobre los cuales se realizara la optimización serán los proporcionados por los niveles de descomposición  $l = 4$  y  $l = 2$ , para wavelets de dos y cuatro bandas respectivamente. En la tabla 5.5 se presentan los resultados de la clasificación para diferentes casos de wavelets adaptativas, con el objetivo de demostrar no es posible obtener una wavelet que discrimine los cuatro evento a la vez.

En la tabla 5.5 se puede ver que los resultados no son efectivos, en los diferentes 6 casos presentados las wavelets no logran ni siquiera el 60% de la clasificación en el entrenamiento y

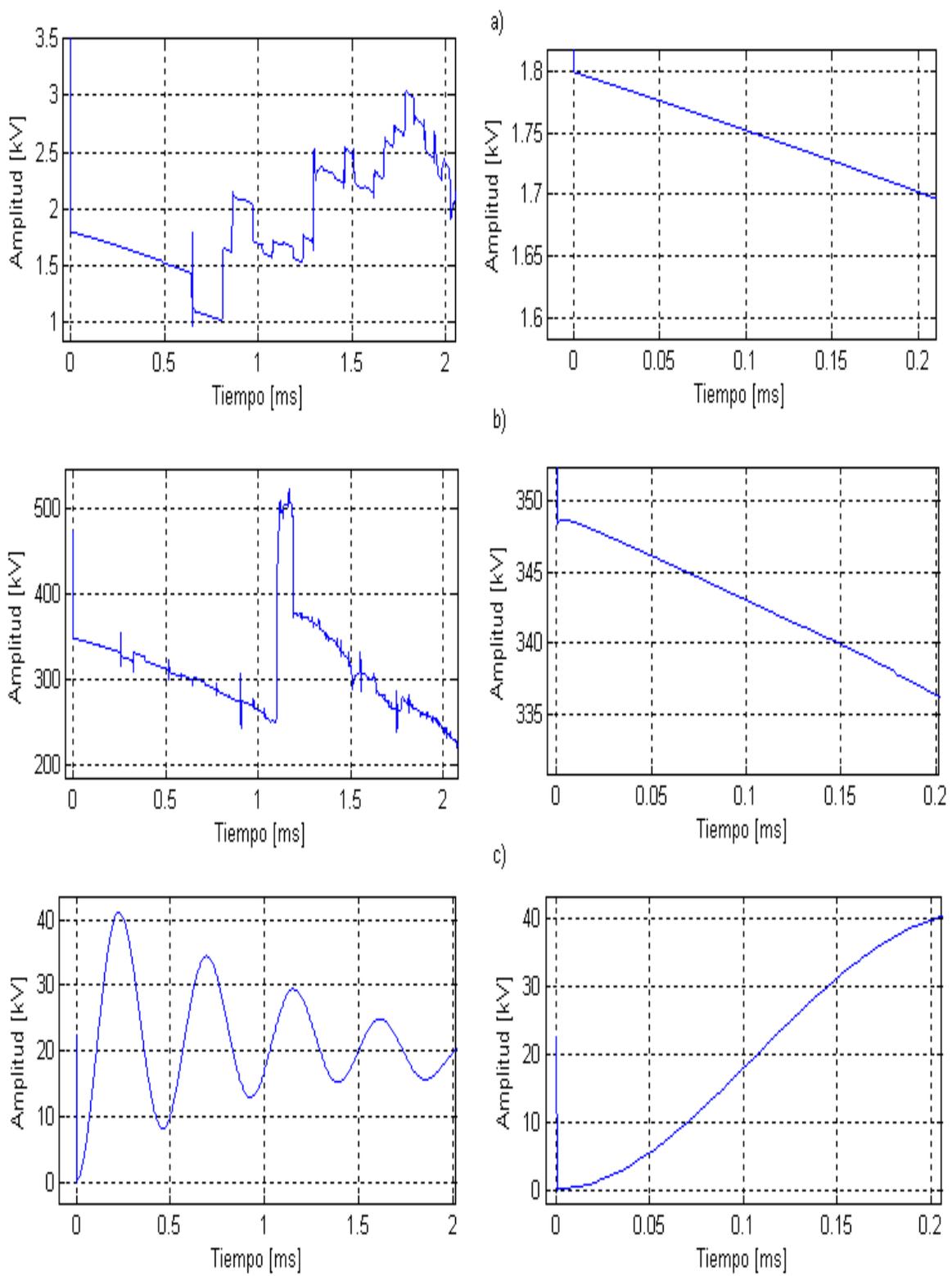


Figura 5.10: Ventanas para los dos enfoques

Tabla 5.5: Resultados de la clasificación para wavelets de 2 y 4 bandas

Wavelet adaptativa								% correcto de clasificación	
Wavelet	m	q	l	b	$N_f$	$N_{coef}$	CVQPM	Entrenamiento	Validación
A	2	3	4	1	8	8	0.7117	50.00	32.50
Caso 1	2	4	4	1	10	8	0.7553	36.50	30.00
Caso 2	2	5	4	1	12	8	0.7536	58.50	32.50
Caso 3	4	3	2	2	16	8	0.7533	58.00	32.50
Caso 4	4	3	2	3	16	8	0.7547	46.50	37.50
Caso 5	4	4	2	2	20	8	0.7535	38.00	32.50
Caso 6	4	5	2	3	24	8	0.7544	59.50	32.50

en la validación se tiene resultados mucho más pobres que en el entrenamiento. Comparando todos estos 6 casos presentados con la "wavelet A" se puede ver que la diferencia en el valor del *CVQPM* no representa un cambio tan importante en los resultados de la clasificación. Esto se debe a que el criterio discriminante (*CVQPM*) se basa en la calificación de apreciación para que un evento pertenezca a su clase verdadera de acuerdo a la probabilidad posterior. De los resultados anteriores se concluye que no es posible tener una wavelet que discrimine todos los eventos a la vez, mencionados en esta segunda aplicación.

Para la identificación de fenómenos transitorios como descargas atmosféricas, se propone que se analice usando la misma metodología pero incluyendo otros fenómenos que puedan generar frecuencia mayores a  $50kHz$ , de tal manera que exista información suficiente para identificar este tipo de transitorios impulsivos en una red eléctrica. Por lo tanto, al usar otros fenómenos muy rápidos se puede dar validez más sólida a este trabajo de investigación.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1 Conclusiones

Se diseñó, modeló y simuló una wavelet adaptativa, con la cual se presentaron dos enfoques de aplicación; en el primer enfoque se analizaron únicamente fenómenos transitorios oscilatorios que se pueden identificar usando frecuencias de muestreo menores a  $122kHz$ , eventos para los cuales se diseñó una wavelet de dos bandas utilizando el algoritmo wavelet adaptativo. El algoritmo permitió adaptar la wavelet con sus respectivos coeficientes del banco de filtros para perfeccionar el criterio discriminante seleccionado ( medida de probabilidad cuadrática validación cruzada, CVQPM) con el objetivo de identificar y discriminar correctamente los eventos bajo estudio, con un alto grado de exactitud, así como, también obtener las características de los eventos bajo estudio para que estas se reflejen en la función wavelet. La segunda aplicación fue demostrar que no es posible discriminar los eventos transitorios de alta frecuencia (menores a  $61kHz$ ), con los de ultra altas frecuencias generados normalmente por las descargas atmosféricas (mayores de  $100kHz$ ), para las cuales se usó frecuencia de muestreo menor de  $2MHz$ .

En la primera aplicación del algoritmo wavelet adaptativo se identificaron una cuatro wavelets que cumplen con el criterio discriminante seleccionado y se exploró la forma gráfica que estas generan, así como, también los resultados de la clasificación de las mismas, para posteriormente formular la nueva wavelet madre aplicable a señales transitorias en sistemas eléctricos de potencia (SEP). Para elegir la mejor wavelet de las cuatro obtenidas que optimizaron el proceso adaptativo se consideró el porcentaje de clasificación que se obtiene de cada wavelet en el entrenamiento, así como, en la validación.

Se identificó la wavelet optima basándose en los mejores resultados de clasificación y en la que mejor definida tiene la forma gráfica, la cual se generó de la aplicación del algoritmo wavelet adaptativo usando una ventana de muestras de  $2.0833ms$  para una frecuencia de muestreo de  $122.88kHz$ . La wavelet obtenida de esta primera aplicación se le nombro "wavelet A" y tiene una forma gráfica de una señal oscilatoria que a su vez se amortigua como todos los eventos transitorios oscilatorios, por lo tanto, se concluye que la "wavelet A" refleja las características de los eventos analizados.

Para la segunda aplicación en donde se consideran las descargas atmosféricas se demostró que no es posible tener una wavelet que genere resultados satisfactorios (discrimine los fenómenos transitorios de alta frecuencia de los de ultra altas frecuencias a la vez), debido a que las descargas atmosféricas presentan frecuencia mayores a  $100kHz$ , lo que condiciona a que los eventos se muestren a frecuencias muy altas y que la ventana de muestras para la identificación sea muy pequeña. En esta aplicación se consideró una frecuencia de muestreo de  $1.96608MHz$ , con una ventana de muestras de  $65\mu s$  y los resultados obtenidos fueron muy pobres, para wavelets de dos y cuatro bandas. En conclusión los resultados estos últimos resultados son evidentes ya que al reducir la ventana de muestras se genera una pérdida de información para la identificación de los eventos estudiados.

Finalmente se puede concluir que se logró identificar la mejor wavelet que discrimina los fenómenos transitorios de las cuatro wavelets que optimizaron el proceso adaptativo, y con estos resultados se planteó una nueva wavelet madre para identificar y distinguir transitorios de alta frecuencia que siguen a una perturbación en sistemas eléctricos de potencia. Es impotente mencionar que la wavelet diseñada únicamente cumple para fenómenos transitorios oscilatorios.

## 6.2 Aportes

La contribución de este trabajo de investigación fue determinar con base en el discriminante usado para aplicación del algoritmo wavelet adaptativo, medida de probabilidad cuadrática validación cruzada (CVQPM), que la mejor wavelet madre de la familia de Daubechies que discrimina los fenómenos transitorios oscilatorios provocados por disturbios en un sistema eléctrico de potencia, es la wavelet madre Daubechies 5 (*db5*).

Una aportación más de este trabajo fue la obtención de la "wavelet A", la cual es capaz de discriminar de los eventos estudiados y demostrar que ofrece mejores resultados que las wavelets de la familia de Daubechies. Además esta wavelet se puede usar para analizar eventos transitorios en un SEP ya que proporciona información de localización de la frecuencia sobre las señales eléctricas, como lo hacen las diferentes familias de wavelets.

## 6.3 Trabajos futuros

Probar la wavelet encontrada con otras funciones discriminantes y compararlas con las wavelets madre existentes, particularmente con las wavelets madre de la familia Daubechies, así como, probar con fenómenos muy rápidos para dar validez a la identificación de descargas atmosféricas.

Todo esto con la finalidad de fortalecer este trabajo de investigación y probar que efectivamente que la "wavelet A" es más efectiva que las wavelets madre tradicionales.

Explorar una formulación matemática, que permita determinar una función matemática que sea factible para representar la forma gráfica de la wavelet presentada, con el propósito el explorar el análisis wavelet en tiempo continuo.

Aplicar esta metodología propuesta para la detección de fenómenos transitorios impulsivos, como es el caso de descargas atmosféricas. Usando diferentes eventos que generen frecuencias superiores a  $100kHz$  (como por ejemplo señales que se generan de la coordinación de aislamiento), con el objetivo de obtener una wavelet que discrimine correctamente las descargas atmosféricas.

# Bibliografía

- [1] Robertson D., Camps O., Mayer J., and Gish W. Wavelets and electromagnetic power systems transients. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 11(2), April 1996.
- [2] Chia-Hung Lin and Chia-Hao Wang. Adaptive wavelet networks for power-quality detection and discrimination in a power system. *IEEE Transactions on power delivery*, 21(3), July 2006.
- [3] Ghamry N.A.E. and Elsimary H.A. Signal compression using a new adaptive wavelet technique. *IEEE*, 0-7803-7573-4, 2002.
- [4] Almagro S., M.M. Elena, Bastiaans M.J., and Quero J.M. A new wavelet mother for fetal ecg to achieve optima denoising and compressing results. *Computers in Cardiology*, 33:157–160, 2006.
- [5] Mallet Y., Coomans D., Kautsky J., and De Vel. O. Classification using adaptive wavelets for feature extraction. *IEEE trans on pattern analysis and machine intelligence*, 19(10), October 1997.
- [6] Greenwood A. *Electrical Transients in Power Systems*. Jhon Wiley and Sons, Inc., New York, 2 edition, 1991.
- [7] Z.Q. Bo, F. Jiang, Z. Chen, X.Z. Dong, G. Weller, and M.A. Redfern. Transient based protection for transmission lines. *Proc IEEE Winter Meeting, Singapore*, Jan 2000.
- [8] Shang Li. *Wavelet Transform Applications in Power Systems*. Erlangen, 2002.
- [9] Kadamde S. and G. Boudreaux-Bartels. A comparison of the existence of cross terms in the wigner distribution and the squared magnitude of the wavelet transform and the short time fourier transform. *IEEE Transactions on signal processing*, 40(10):2498–2517, 1992.
- [10] Newland D.E. *An introduction to random vibrations, spectral and wavelet analysis*. Longman Scientific and Technical, 3 edition, 1993.
- [11] Selesnick Ivan. Short time fourier transform. page <http://cnx.org/content/m10570/latest/>, 2007.

- [12] Petuhov A.P. An introduction to wavelet basis theory. *S.-Pb. 1999. - 132 p.*
- [13] A.P. Sakis Meliopoulos. *Power Systems Grounding and Transients*. Marcel Dekker, Inc., New York, 1988.
- [14] Dommel H.W. and Ibrahim A.I. An intelligent support system for the analysis of power system transients. *Published by Elsevier Science Ltd, 2003.*
- [15] Ibrahim A.I. and Dommel H.W. A knowledge base for switching surge transients. *International Conference on Power Systems Transients*, Montreal, Canada on June 19-23 2005.
- [16] Lou Van Der Sluis. *Transients in Power Systems*. Jhon Wiley and Sons, Ltd., 2001.
- [17] Chowdhuri Pritindra. *Electromagnetic Transients in Power Systems*. Research Studies Press Ltd, Tounton, Somerset, England, 1996.
- [18] Schavemaker Pieter H. and Lou van der Sluis. An improved mayr-type arc model based on current-zero measurements. *IEEE trans on power delivery*, 15(2), April 2000.
- [19] D.W.P. Thomas, E.T. Pereira, C. Christopoulos, and A-F-Howe. The simulation of circuit breaker switching using a composite cassie-modified mayr model. *IEEE trans. on power delivery*, 10(4), October 1995.
- [20] Dudurych I.M, Gallagher T.J, and Rosolwski E. Arc effect on single-phase reclosing time of a uhv power transmission line. *IEEE trans. on power delivery*, 19(2), April 2004.
- [21] Kizilcay M. and Priok T. Digital simulation of fault arcs in power systems. *European trans. on electrical power*, 1:55–60, 1991.
- [22] CIGRE WG 13.01. Practical application of arc physics in circuit breakers. survey of calculation methods and application guide. *Electra*, (118):64–79, 1988.
- [23] Megahed A.I, Habr H.M., Abouelenin F.M., and El-Bakry M.A. Development of an adaptive single-pole auto-reclosure scheme for alexandria hv transmission system. *IEEE Transactions 0-7803-8110-6/03*, 2003.
- [24] WG 13.01. Applications of black box modeling to circuit breakers. *Electra*, (149):41–71, August 1993.
- [25] Cassie A.M. A new theory of rupture and circuit severity. *CIGRE- rep 102*, 1939.
- [26] Mayr O. Beiträge zur theorie des statischen und des dynamischen liechtbogensarch. *Elektrotechnic*. 37, 1943.
- [27] Goldberg S. A computer model of the secondary arc in single phase operation of transmission lines. *IEEE Transactions On Power Delivery*, 4(1), January 1989.
- [28] Leonard L. Grigsby. *Power Systems*. Electric Power Engineering Handbook. CRC Press, 2 edition, 2006.

- [29] IEEE working group on lightning performance of transmission lines. A simplified method for estimating lightning performance of transmission lines. *IEEE Transactions on Power Application And Systems*, PASS-104(4):919–932, April 1985.
- [30] J.G. Anderson. *Lightning Performance of Transmission Lines, Chapter 12 of Transmission Line Reference Book-345kV and Above*. EPRI, 2 edition, 1982.
- [31] Anderson R.B. and Eriksson A.J. Lightning parameters for engineering applications. *Pretoria, South Africa:CSIR*, June 1979. Report ELEK 120.
- [32] Popolansky F. Frequency distribution of amplitudes of lightning currents. *Electra*, (22):139–147, 1972.
- [33] Morlet J. Sampling theory and wave propagation. *In NATO ASI series, Issues in acoustic signal/image processing and recognition*, 1:233–261, Springer, New York 1983.
- [34] Mertins Alfred. *Signal Analysis Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. John Wiley and Sons, New York, 1999.
- [35] Burrus C.S., Gopinath Ramesh A., and Guo Haitao. *Intriduction to Wavelets and Wavelet Transforms*. Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- [36] Ribeiro P.F. Wavelet transform: an advanced tool for analysing non-stationary harmonic distortions in power systems. *in Proceedings of the IEEE International Conference on Harmonics in Power Syetms*, Bologna, Italy, September 1994.
- [37] Castro Fernández Rosa María. *Análisis de la teoría de ondículas orientada a las aplicaciones en ingeniería eléctrica: Fundamentos*. Tesis, Madrid, Julio 2002.
- [38] Goswami Jaideva C. and Chan Andrew K. *Fundamentals of Wavelets, Theory, Algorithms and Applications*. John Wiley and Sons, Inc.
- [39] Vetterli Martin and Kovacevic Jelena. *Wavelets and Subband Coding*. Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [40] Gopinath R.A. and Burrus C.S. *Wavelet transforms and filter banks*, volume 2 of *Wavelets Analysis and its Aplications*. Academic Press, San Diego, CA, 1992.
- [41] P.P Vaidyanathan. *Multirate Systems and Filter Banks*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1992.
- [42] Parks T.W. and Burrus C.S. *Digital Filter Design*. John Wiley and Sons, New York, 1987.
- [43] Oppenheim A.V and Schafer R.W. *Discret-Time Signal Processing*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- [44] Walczak B. *Wavelets in Chemistry*, volume 22 of *Data Handling in Science and Technology*. Elsevier Science B.V., 2000.

- [45] Kautsky J. and Turcajova R. Adaptive wavelets for signal analysis. *Proceedings of the sixth International Conference on Computer Analysis of Images and Patterns, Prague, Springer-Verlag*, pages 906–911, 1995.
- [46] Turcajova R. and Kautsky J. Shift products and factorizations of wavelet matrices. *Numerical Algorithms*, 8:27–54, 1994.
- [47] Tatsuoka M. *Multivariate Analysis: Techniques for Educational and Psychological Research*. Wiley, New York, 1971.
- [48] Saito N. and Coifman R.R. Local discriminat bases, in mathematical imaging: Wavelet applications in signal and image processing. *Proc. SPIE*, (2303), 1994.
- [49] Kuncheva Ludmila I. *Combining Pattern Classifiers Methods and Algorithms*. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2004.
- [50] Brier S. Monthly weather rev. 78:1–31, 1950.

# Apéndice A

## Base de datos

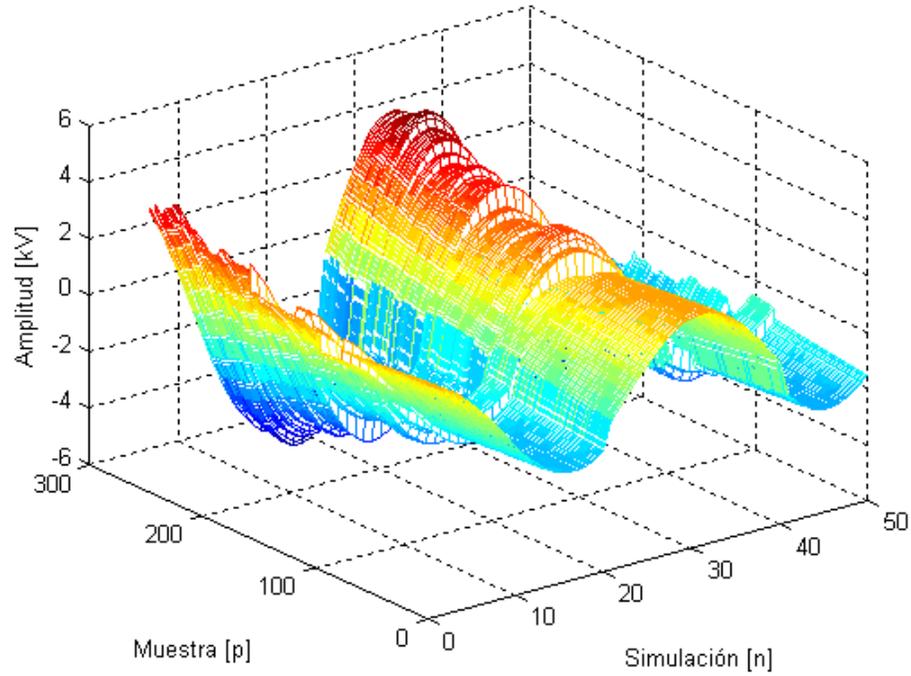
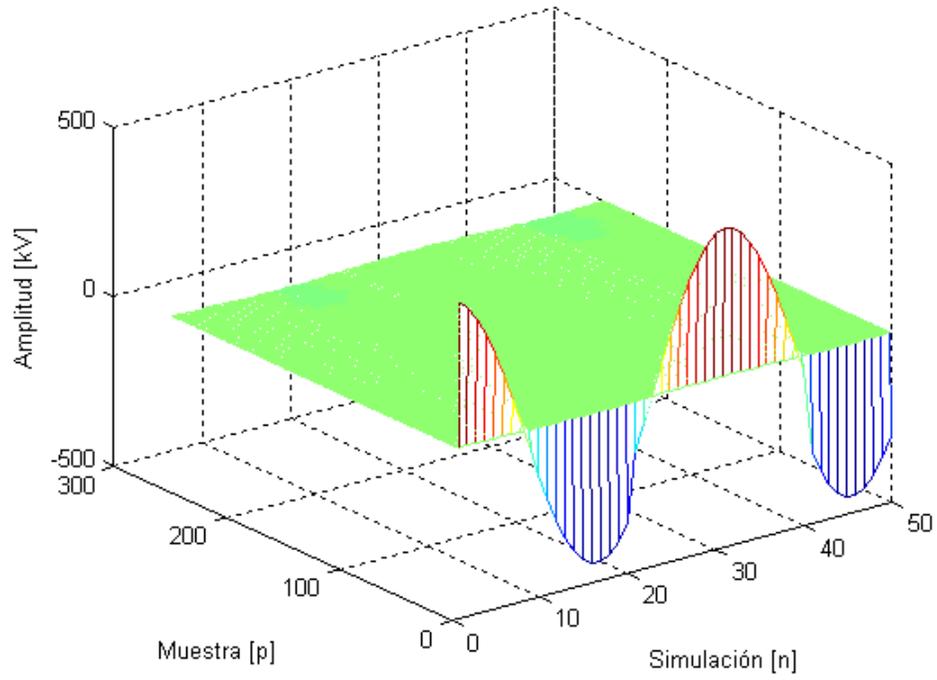


Figura A.1: Fallas de arco, frecuencia de muestreo de  $122kHz$

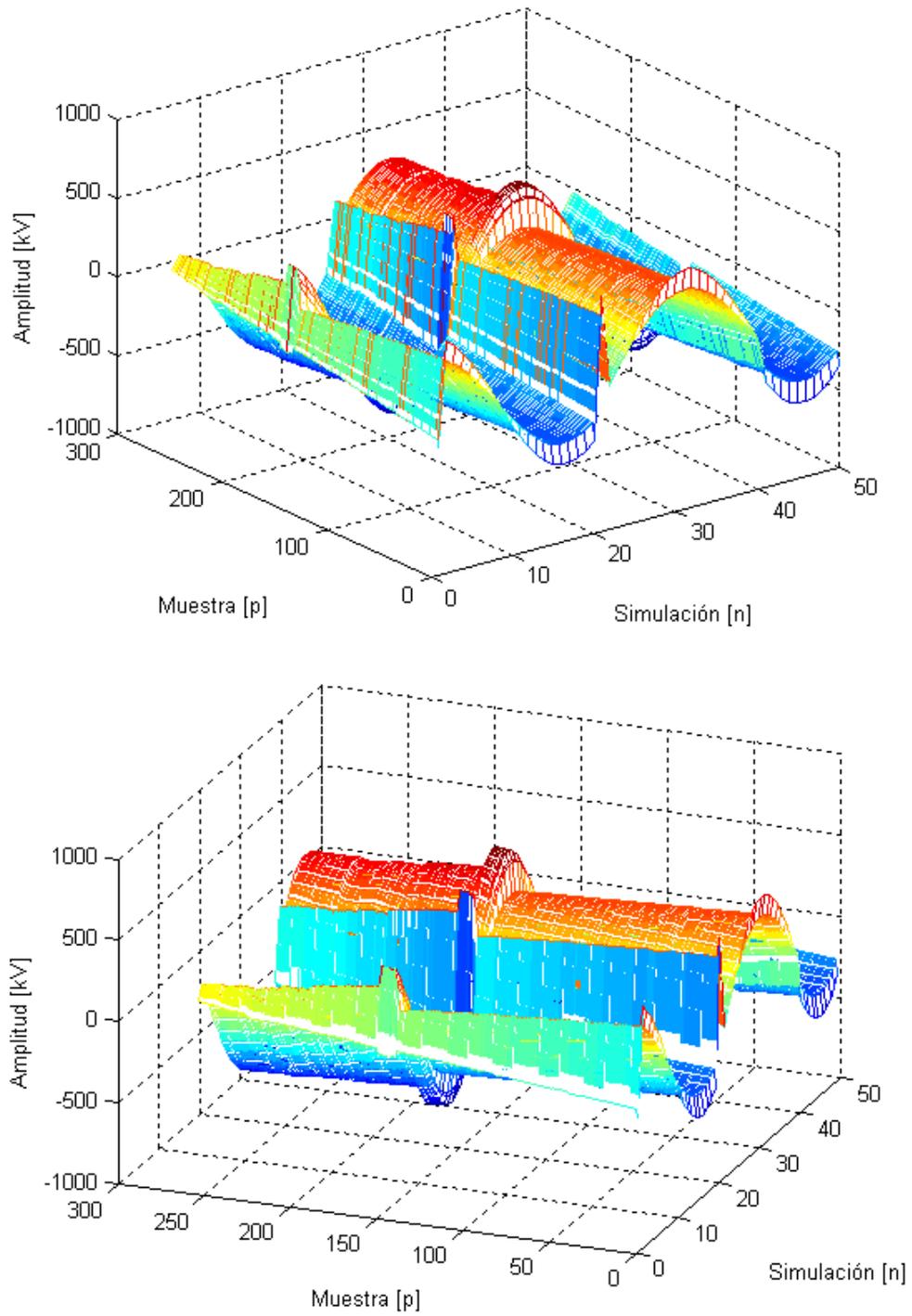


Figura A.2: Energización de líneas, frecuencia de muestreo de  $122\text{kHz}$

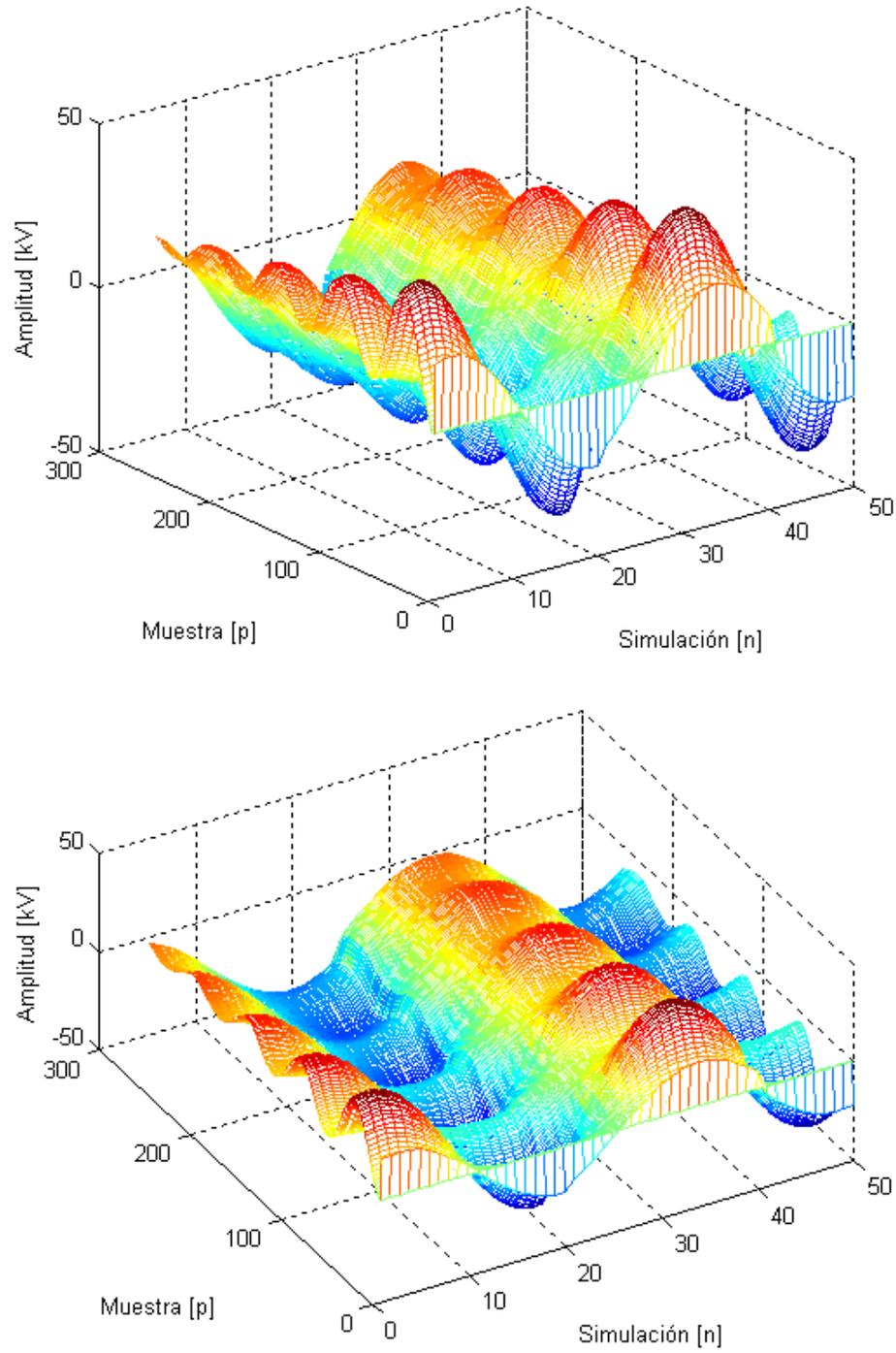


Figura A.3: Conmutación de un banco de capacitores, frecuencia de muestreo de  $122kHz$

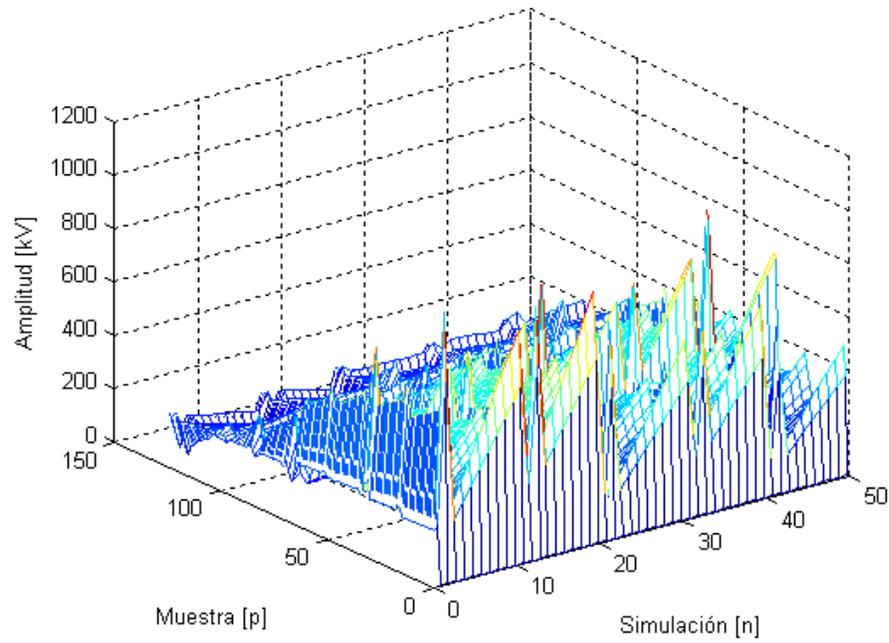


Figura A.4: Descargas atmosféricas, frecuencia de muestreo de  $1.966MHz$

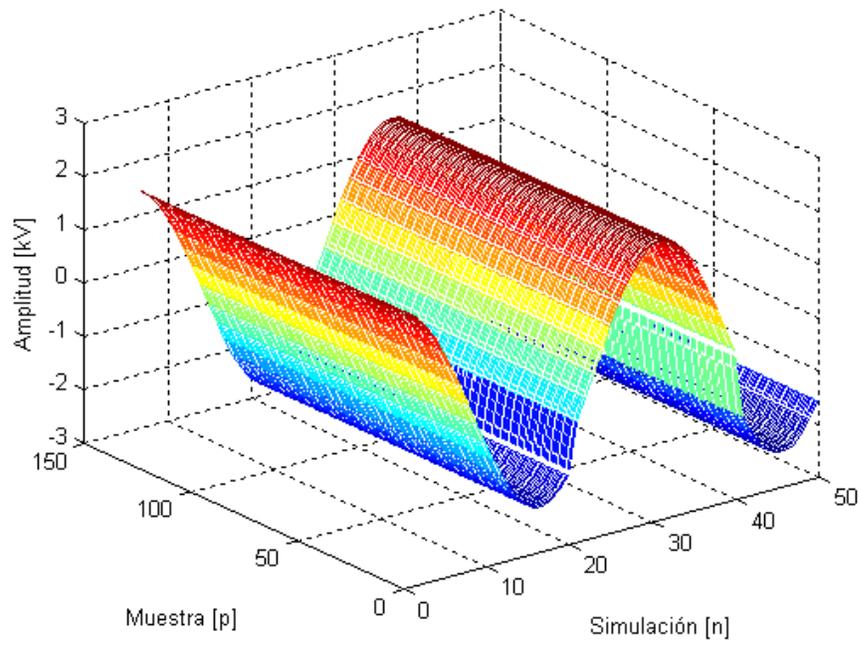


Figura A.5: Fallas de arco, frecuencia de muestreo de  $1.966kHz$

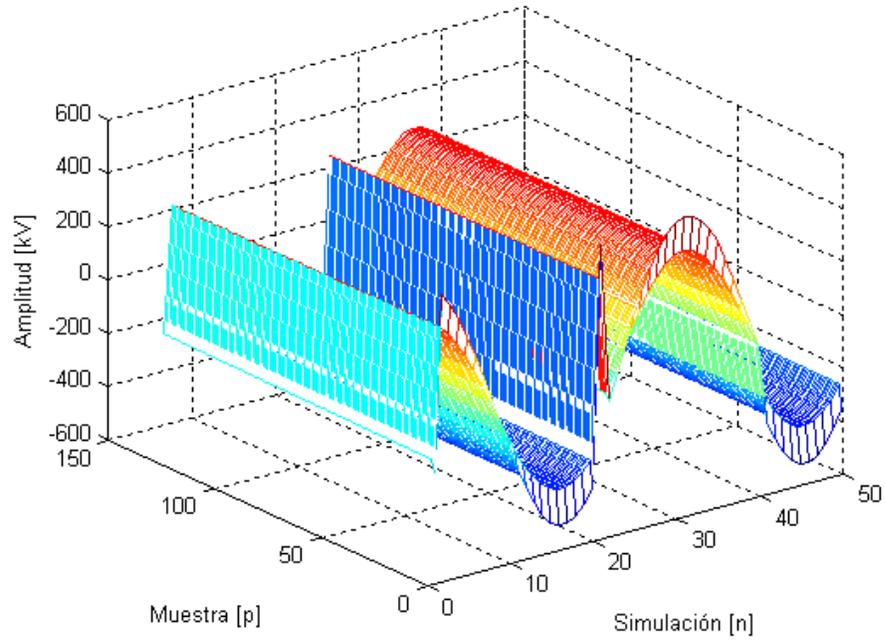


Figura A.6: Energización de líneas, frecuencia de muestreo de  $1.966kHz$

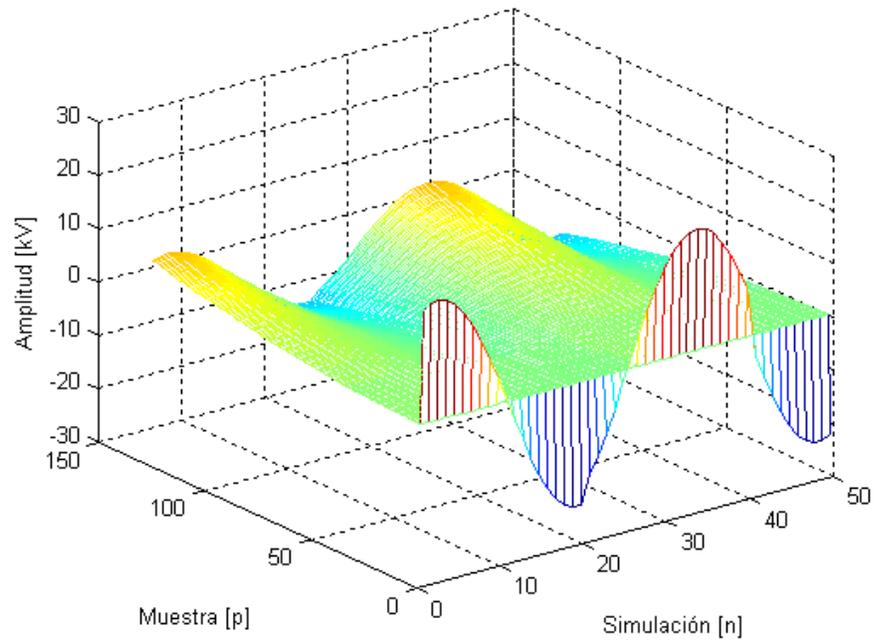


Figura A.7: Conmutación de un banco de capacitores, frecuencia de muestreo de  $1.966kHz$

# Apéndice B

## Algoritmo en Matlab

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%----- WAVELET ADAPTATIVA -----%
% TRANSITORIOS DE CONMUTACIÓN Y FALLAS DE ARCO %
%----- ESTE PROGRAMA OPTIMIZA LA WAVELET -----%
%----- PARA DOS Y CUATRO BANDAS -----%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clc;
clf;
clear all
% --- PASO 1a: BASE DE DATOS Y TAMAÑO DE LA VENTANA --- %
load matricesE1
datos=[Xr2 Xr3 Xr4];
n=length(datos(1,:)); % Número de objetos entrenados(simulaciones)
var=length(datos(:,1)); % Número de variables (muestras)

% ----- PASO 1b: DATOS DE ENTRADA ----- %
m=4; % Bandas
q=3; % Número de vectores aleatorios normalizados
ll=2; % Nivel de descomposición
Nf=m*(q+1); % Número de Coef. del filtro
d=var/(mll); % Dimensión a la que se reducen las muestras

max_iter=100; % Número máximo de iteraciones
nr1=length(Xr2(1,:)); % Simulaciones de la clase 1: Fallas de arco
nr2=length(Xr3(1,:)); % Simulaciones de la clase 2: Energización de líneas
```

```
nr3=length(Xr4(1,:)); % Simulaciones de la clase 3: Conmutación de bancos de capacitores
Pap=[0.3 0.3 0.3]; % Probabilidades a priori
nc=length(Pap); % Número de clases
```

```
% ----- INICIO ----- %
```

```
iter=0;
if m==2;
CVQPM=zeros(1,2);
aa=2;
else
CVQPM=zeros(1,4);
aa=4;
end
```

```
while iter<max_iter & CVQPM(aa)<0.88
```

```
% ----- PASO 1c: VECTORES NORMALIZADOS DE ENTRADA ----- %
```

```
iter=iter+1;
v=rand(m-1,1);
v=v/norm(v);
for i=1:q
uu=rand(m,1);
uu=uu/norm(uu);
u(:,i)=uu;
end
```

```
% ----- PASO 2: CONSTRUCCIÓN DE Q(m x m) ----- %
```

```
I=eye(m,m);
T=zeros(m-1,m);
D=ones(m-1,m);
for i=1:(m-1)
for j=1:m
if i==j
T(i,i)=i-m;
elseif i ≠ j+1
T(i,j)=1;
end
end
D(i,:)=D(i,:)/norm(T(i,:));
end
NN=T.*D;
M=I(1:m-1,1:m-1)-(2*v*v');
Q=[ones(1,m)/sqrt(m);M*NN];
```

```
% ----- PASO 3: CONSTRUCCIÓN DE Ri, i=1...q ----- %
```

```
% ----- PASO 4: CALCULO DE LA MATRIZ Fi, i=1...q ----- %
```

```

for i=1:q
R(:,i)=u(:,i)*u(:,i)';
F(:,i)=[R(:,i) eye(m,m)-R(:,i)];
end

% ----- PASO 5: CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ A ----- %

for i=1:q
r=0;
if i==1
for j=1:2
G(:,j)=Q*F(:,(m*j)-(m-1):(m*j),i);
end
elseif i >= 2
for j=1:2
Fa(:,j)=F(:,(m*j)-(m-1):(m*j),i);
end
for k=1:(i+1)
GG=zeros(m,m);
if k==1
GG=GG+Ga(:,1)*Fa(:,1);
elseif k ≠ i+1
for a=1:2
GG=GG+Ga(:,a+r)*Fa(:,3-a);
end
r=r+1;
elseif k==(i+1)
GG=Ga(:,i)*Fa(:,2);
end
G(:,k)=GG;
end
end
Ga=G;
clear Fa G
end
clear i j k a
A=zeros(m,Nf);
for i=1:q+1
A(:,(i*m)-(m-1):(i*m))=Ga(:,i);
end

% ----- PASO 6: TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA ----- %
for k=1:n
signal=datos(:,k);
Coef=0;

```

```

for l=1:ll
% — PASO 6a: CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ PERMUTADA "P" — %
N=length(signal); % Número de muestras (longitud de la señal)
P=zeros(N,N);
for i=1:(N/m)
P(i,i*m-(m-1))=1;
for j=1:m-1
P(j*(N/m)+i,i*m-(m-1)+j)=1;
end
end

% — PASO 6b: CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ Wcir — %
Wcir=zeros(N,N);
cont=0;
for i=1:m:(N-1)
if i<=(N-Nf+1)
Wcir(i:(i+(m-1)),i:(i+Nf-1))=A;
else
cont=cont+1;
Wcir(i:(i+(m-1)),i:(i+Nf-1-(m*cont)))=A(:,1:Nf-(m*cont));
Wcir(i:(i+(m-1)),1:(m*cont))=A(:,Nf-(m*cont)+1:Nf);
end
end
Coef(1:N,l)=P*Wcir*signal;
signal=Coef(1:(N/m),l);
end

% — PASO 6c: ALMACENAMIENTO DE LOS COEF. WAVELET — %
X0(:,k)=Coef(1:(var/m^ll),ll);
X1(:,k)=Coef((var/m^ll)+1:(var/m^ll)+d,ll);
if m==4
X2(:,k)=Coef((var/m^ll)+(d+1):(var/m^ll)+2*d,ll);
X3(:,k)=Coef((var/m^ll)+(2*d+1):(var/m^ll)+3*d,ll);
end
end

% — PASO 7: CALCULO DEL CVQPM PARA CADA BANDA — %
for b=1:m
z=zeros(d,1);
for k=1:n
Xn0=X0; % Coef. de la banda cero
Xn1=X1; % Coef. de la banda uno
Xn0(:,k)=z; % Elimina los coef. banda 0 de la k-esima simulación
Xn1(:,k)=z; % Elimina los coef. banda 1 de la k-esima simulación
if m==4

```

```

Xn2=X2; % Coef. de la banda dos
Xn3=X3; % Coef. de la banda tres
Xn2(:,k)=z; % Elimina los coef. banda 2 de la k-esima simulación
Xn3(:,k)=z; % Elimina los coef. banda 3 de la k-esima simulación
end

% ----- CALCULO DE LOS VECTORES DE MEDIAS ----- % for i=1:d
if b==1
Xmed0(i,1)=mean(Xn0(i,1:nr1));
Xmed0(i,2)=mean(Xn0(i,(nr1+1):(nr1+nr2)));
Xmed0(i,3)=mean(Xn0(i,(nr1+nr2+1):(nr1+nr2+nr3)));
elseif b==2
Xmed1(i,1)=mean(Xn1(i,1:nr1));
Xmed1(i,2)=mean(Xn1(i,(nr1+1):(nr1+nr2)));
Xmed1(i,3)=mean(Xn1(i,(nr1+nr2+1):(nr1+nr2+nr3)));
elseif b==3
Xmed2(i,1)=mean(Xn2(i,1:nr1));
Xmed2(i,2)=mean(Xn2(i,(nr1+1):(nr1+nr2)));
Xmed2(i,3)=mean(Xn2(i,(nr1+nr2+1):(nr1+nr2+nr3)));
else
Xmed3(i,1)=mean(Xn3(i,1:nr1));
Xmed3(i,2)=mean(Xn3(i,(nr1+1):(nr1+nr2)));
Xmed3(i,3)=mean(Xn3(i,(nr1+nr2+1):(nr1+nr2+nr3)));
end
end

% ----- CALCULO DE LAS MATRICES DE COVARIANZAS ----- %
Sr1=zeros(d,d);
Sr2=zeros(d,d);
Sr3=zeros(d,d);

% Para la banda cero (pasa bajas)
if b==1
Xn=Xn0;
Xmed=Xmed0;
X=X0(:,k);
elseif b==2
% Para la banda uno (pasa altas)
Xn=Xn1;
Xmed=Xmed1;
X=X1(:,k);
elseif m==4 & b==3
% Para la banda dos (pasa altas)
Xn=Xn2;
Xmed=Xmed2;

```

```

X=X2(:,k);
elseif m==4
% Para la banda tres (pasa altas)
Xn=Xn3;
Xmed=Xmed3;
X=X3(:,k);
end

for j=1:nr1
if k<=nr1 & k≠j
Sr1=Sr1+(Xn(:,j)-Xmed(:,1))*(Xn(:,j)-Xmed(:,1))';
elseif k>nr1
Sr1=Sr1+(Xn(:,j)-Xmed(:,1))*(Xn(:,j)-Xmed(:,1))';
end
end
for jj=1:nr2
if (k>nr1 & k<=(nr1+nr2)) & k≠(jj+nr1)
Sr2=Sr2+(Xn(:,jj+nr1)-Xmed(:,2))*(Xn(:,jj+nr1)-Xmed(:,2))';
elseif k<=nr1 | k>(nr1+nr2)
Sr2=Sr2+(Xn(:,jj+nr1)-Xmed(:,2))*(Xn(:,jj+nr1)-Xmed(:,2))';
end
end
for h=1:nr3
if k>(nr1+nr2) & k≠(h+(nr1+nr2))
Sr3=Sr3+(Xn(:,h+nr1+nr2)-Xmed(:,3))*(Xn(:,h+nr1+nr2)-Xmed(:,3))';
elseif k<=(nr1+nr2)
Sr3=Sr3+(Xn(:,h+nr1+nr2)-Xmed(:,3))*(Xn(:,h+nr1+nr2)-Xmed(:,3))';
end
end
Sp=(Sr1+Sr2+Sr3)/(n-1);
iSp=inv(Sp);

% ——— CALCULO DE LAS DENSIDADES PROBABILÍSTICAS ——— %
for c=1:nc
den_pro(k,c)=((2 * pi)-d/2)*((det(Sp))-0.5)*exp(-0.5*(X-Xmed(:,c))'*iSp*(X-Xmed(:,c)));
if den_pro(k,c)==Inf
den_pro(k,c)=0;
end
end

% ——— CALCULO DE LAS PROBABILIDADES POSTERIORES ——— %
for c=1:nc
px=0;
for j=1:nc
px(j)=den_pro(k,j)*Pap(j);

```

```

end
if sum(px)==0
Pb(k,c)=0;
else
Pb(k,c)=(den_pro(k,c)*Pap(c))/sum(px);
end
end

% ————— CALCULO DE LA CALIFICACIÓN DE APRECIACIÓN ————— % if k<=nr1
aQ(k)=0.5+Pb(k,1)-(0.5*sum(Pb(k,:).^2));
elseif k>nr1 & k<=(nr1+nr2)
aQ(k)=0.5+Pb(k,2)-(0.5*sum(Pb(k,:).^2));
elseif k>(nr1+nr2) & k<=(nr1+nr2+nr3)
aQ(k)=0.5+Pb(k,3)-(0.5*sum(Pb(k,:).^2));
end
end

CVQPM(b)=sum(aQ)/n;
bad(b)=length(find(aQ<=0.75)); % Da el valor de elementos mal clasificados
end
if iter==1
save base_inicial.mat v u A
end
for f=1:m
CVQPM_c(f,iter)=CVQPM(f);
end
end

save base_final.mat v u A

figure (1)
for s=1:m
if m==2
subplot(2,1,s)
else
subplot(2,2,s)
end
plot(A(s,:));
heading = sprintf('Filtro h_ %.4g',(s-1));
title(heading);
xlabel('Número de coeficiente');ylabel('Amplitud');
end

figure (2)
for s=1:m

```

```
if m==2
subplot(2,1,s)
else
subplot(2,2,s)
end
bar(CVQPM_c(s,:));
heading = sprintf('CVQPM = %.4g',(s-1));
title(heading);
xlabel('Iteración');ylabel('CVQPM');
end
```

# Apéndice C

## Simulaciones de prueba

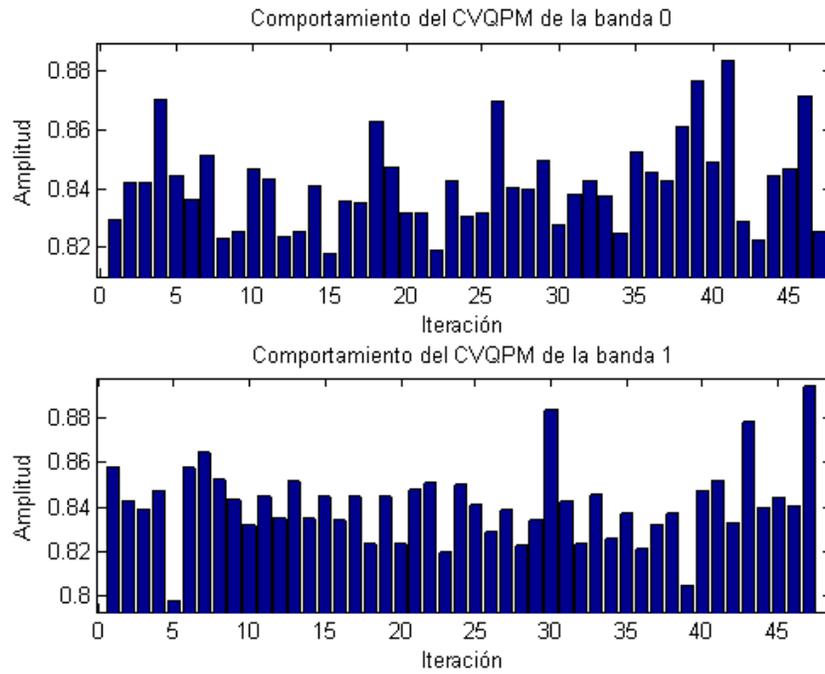


Figura C.1: Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet B

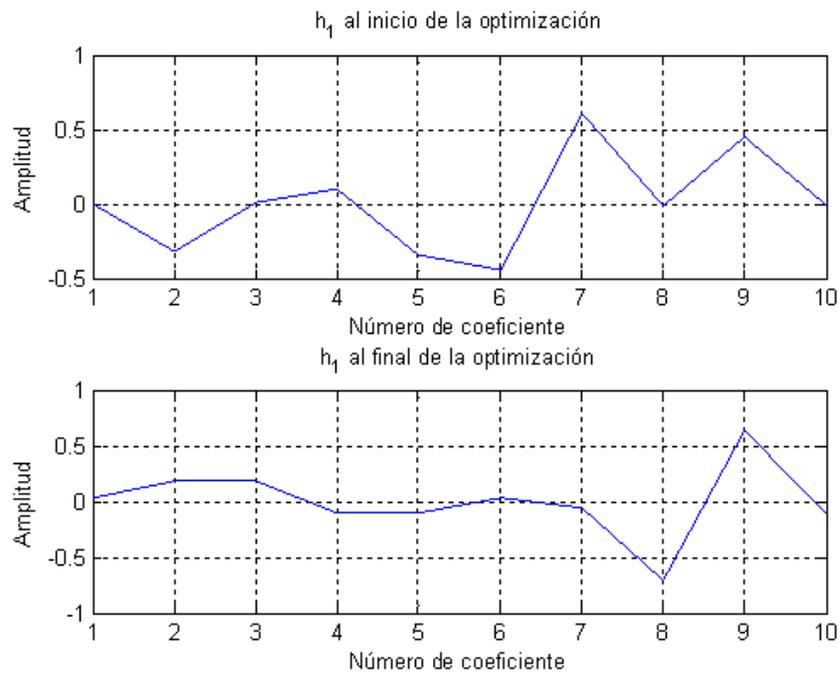


Figura C.2: Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet B

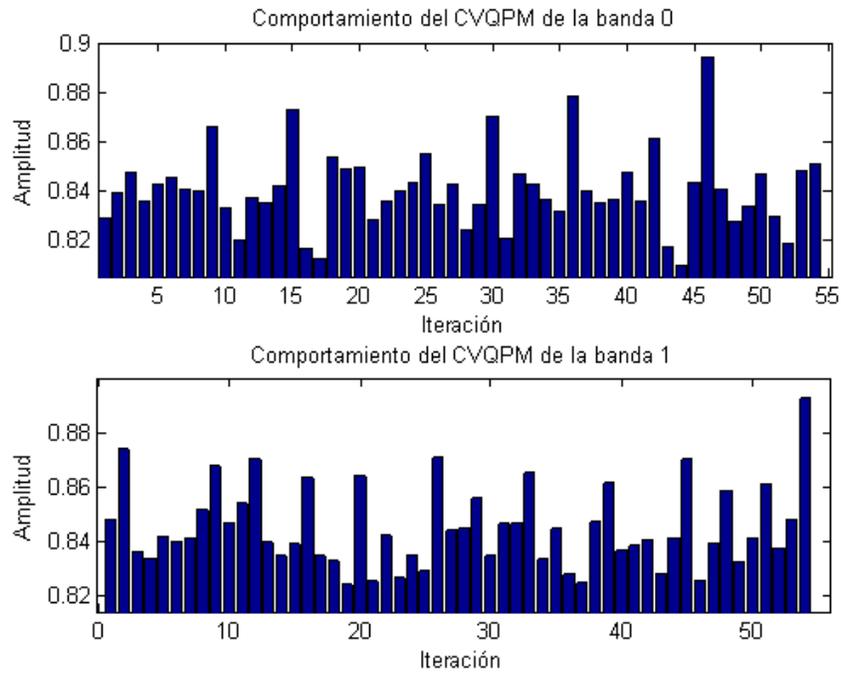


Figura C.3: Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet C

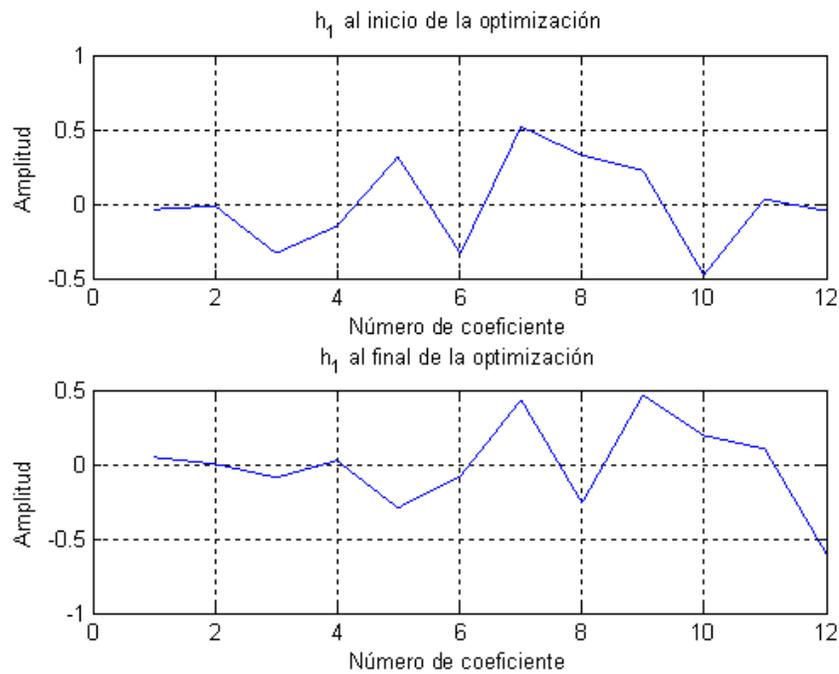


Figura C.4: Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet C

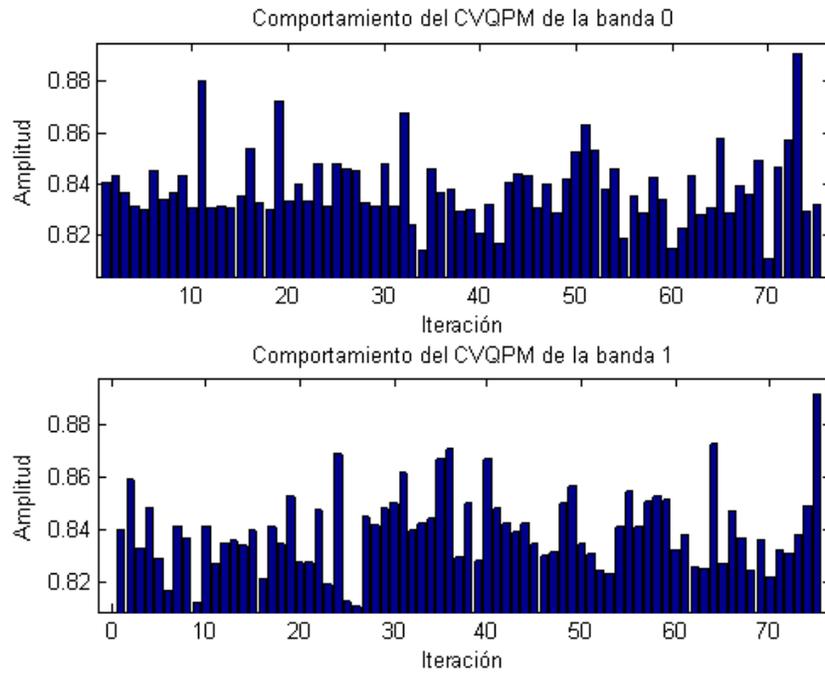


Figura C.5: Comportamiento del CVQPM durante la optimización de la wavelet D

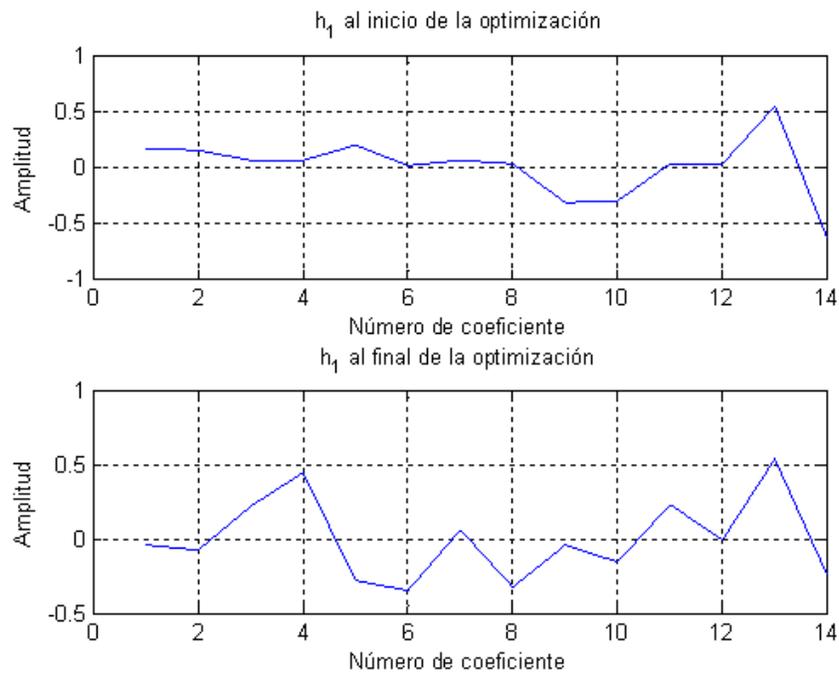


Figura C.6: Filtro pasa altas al inicio y final de la optimización de la wavelet D

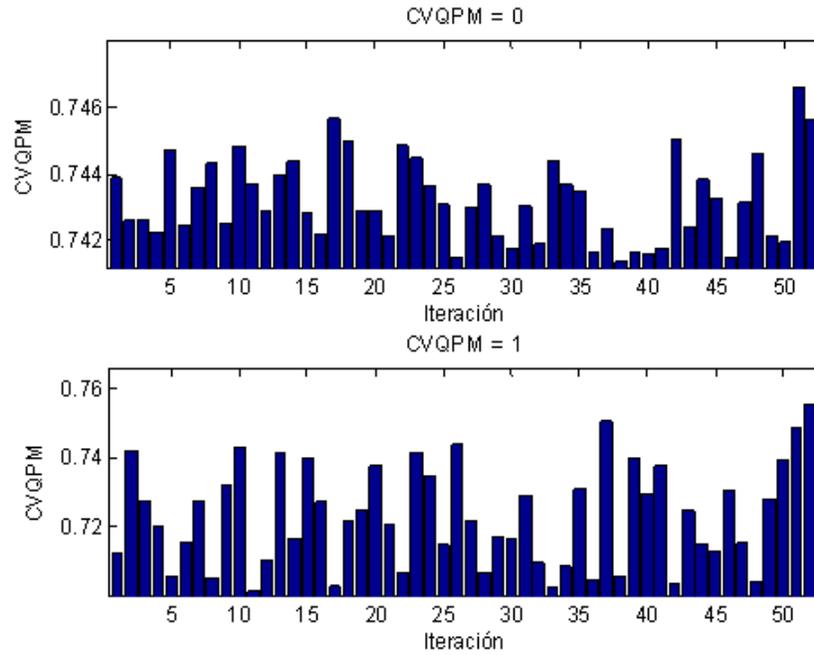


Figura C.7: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 1 del segundo enfoque de aplicación

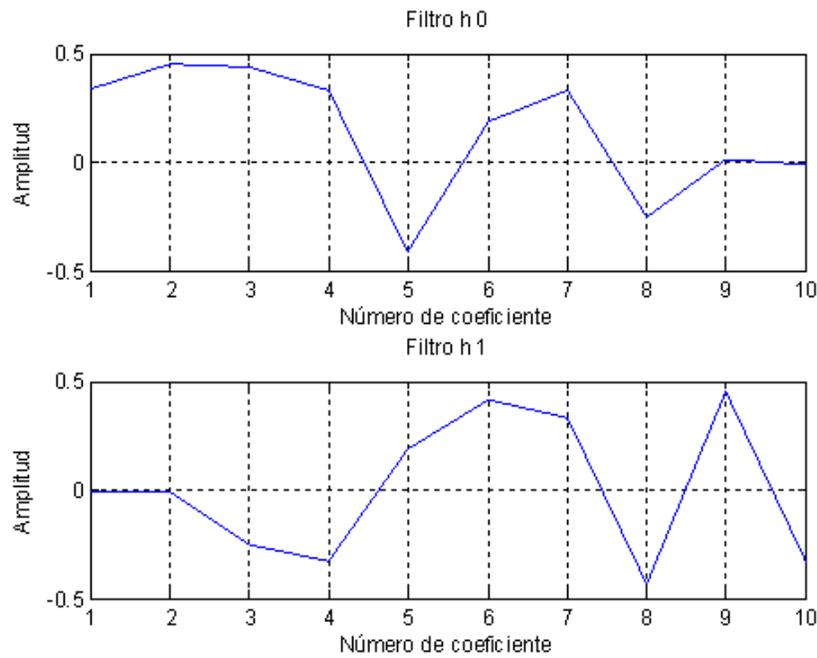


Figura C.8: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 1 del segundo enfoque de aplicación

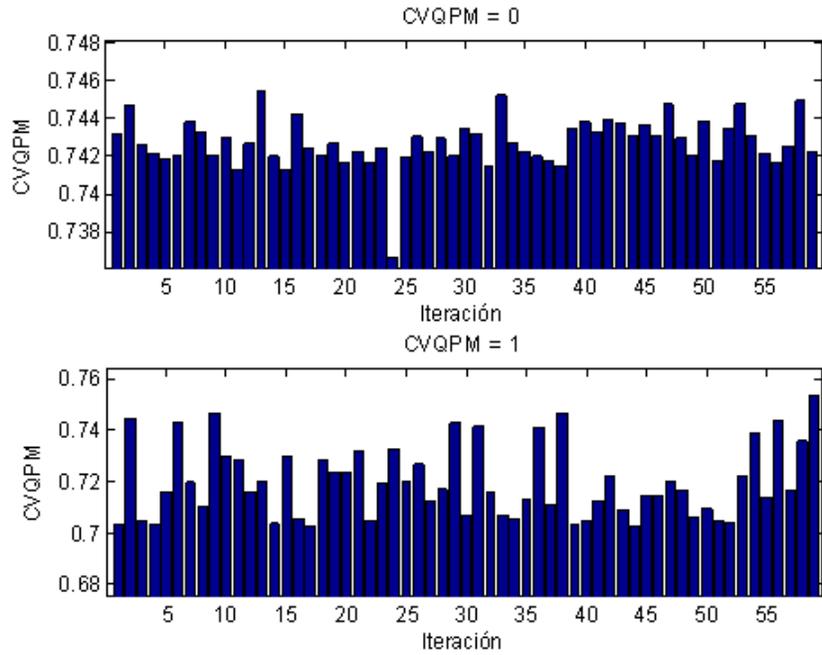


Figura C.9: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 2 del segundo enfoque de aplicación

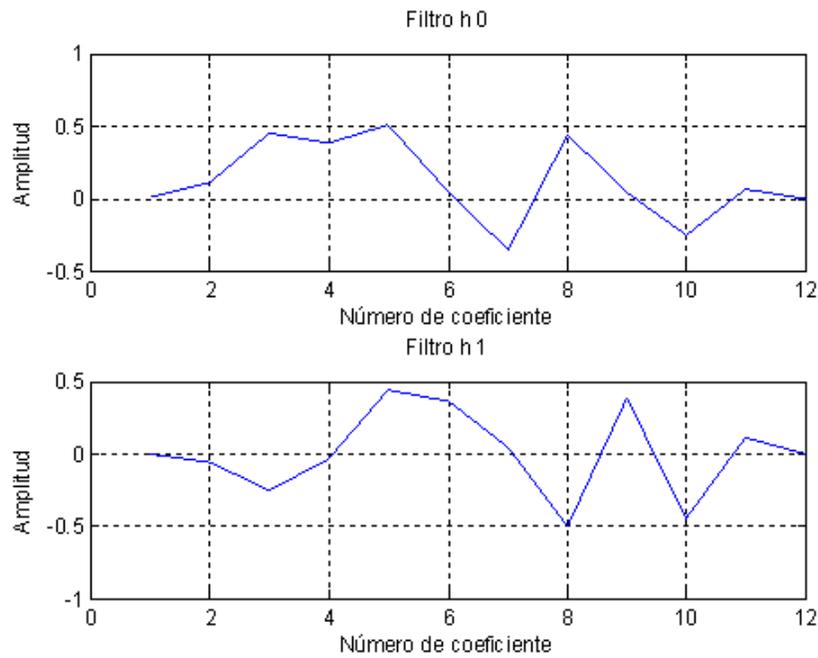


Figura C.10: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 2 del segundo enfoque de aplicación

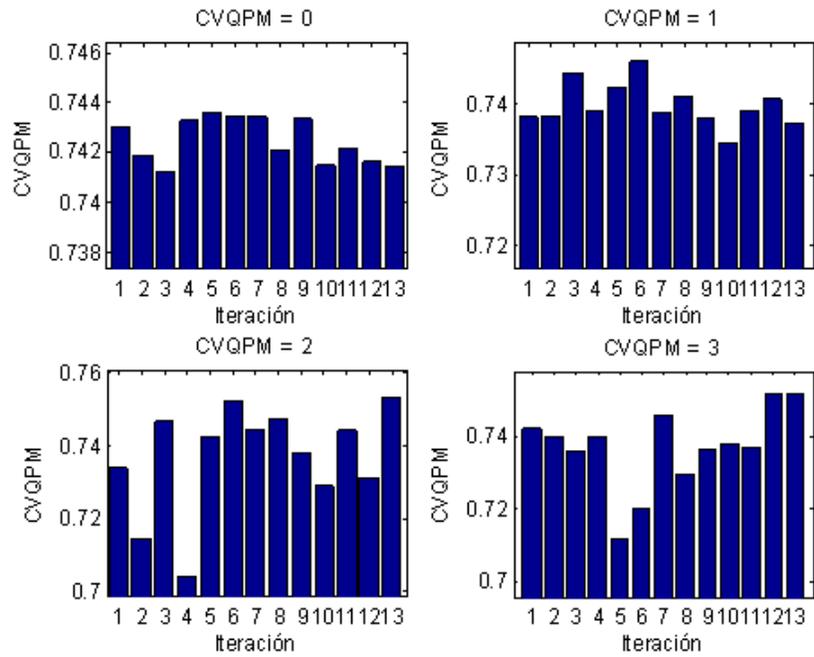


Figura C.11: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 3 del segundo enfoque de aplicación

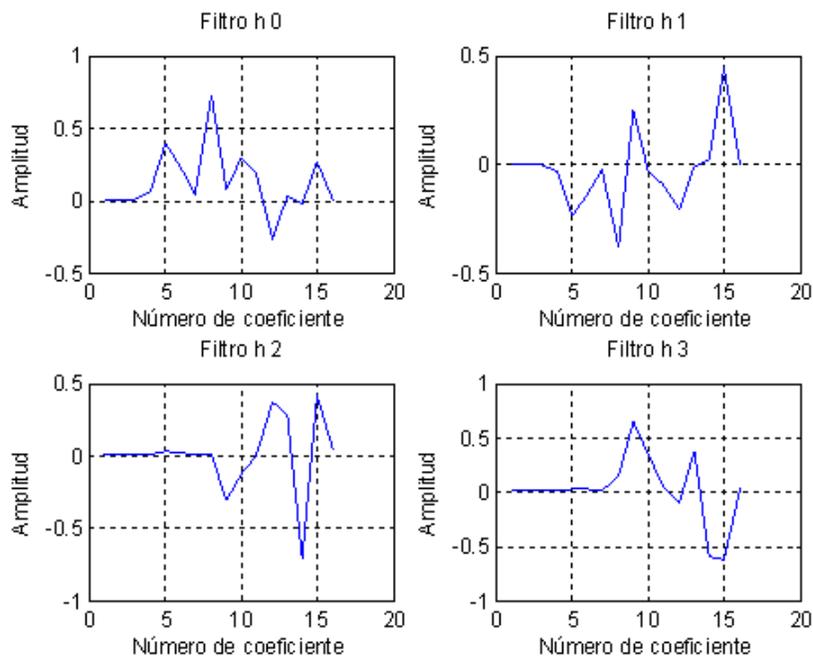


Figura C.12: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 3 del segundo enfoque de aplicación

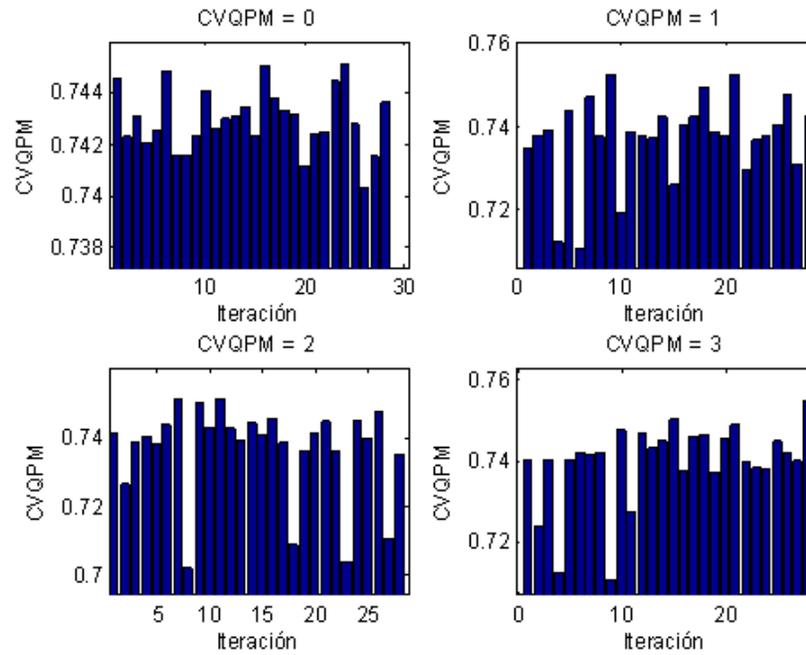


Figura C.13: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 4 del segundo enfoque de aplicación

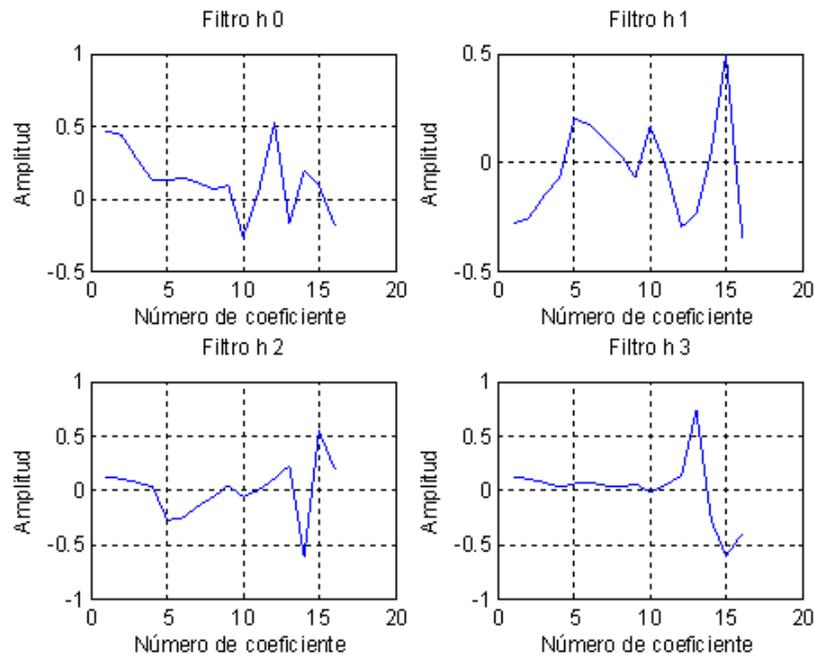


Figura C.14: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 4 del segundo enfoque de aplicación

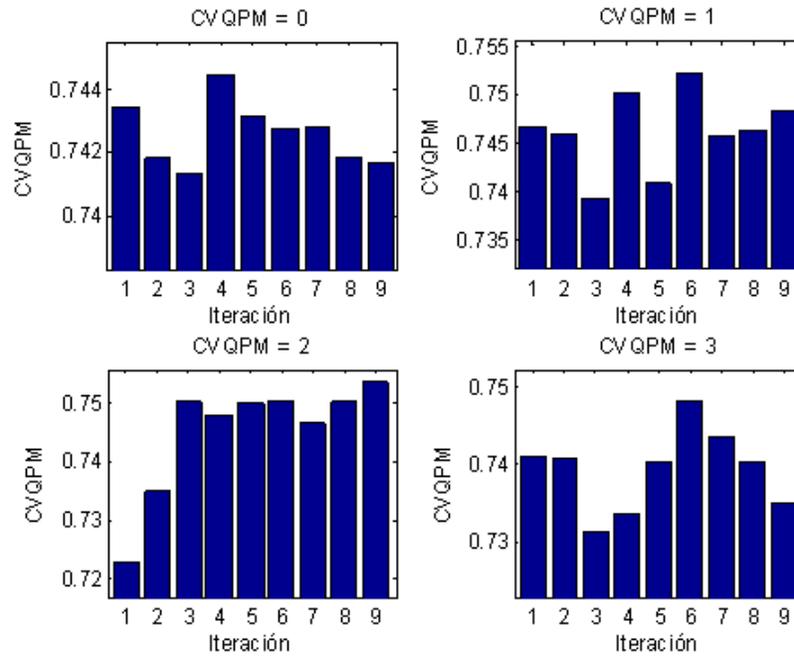


Figura C.15: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 5 del segundo enfoque de aplicación

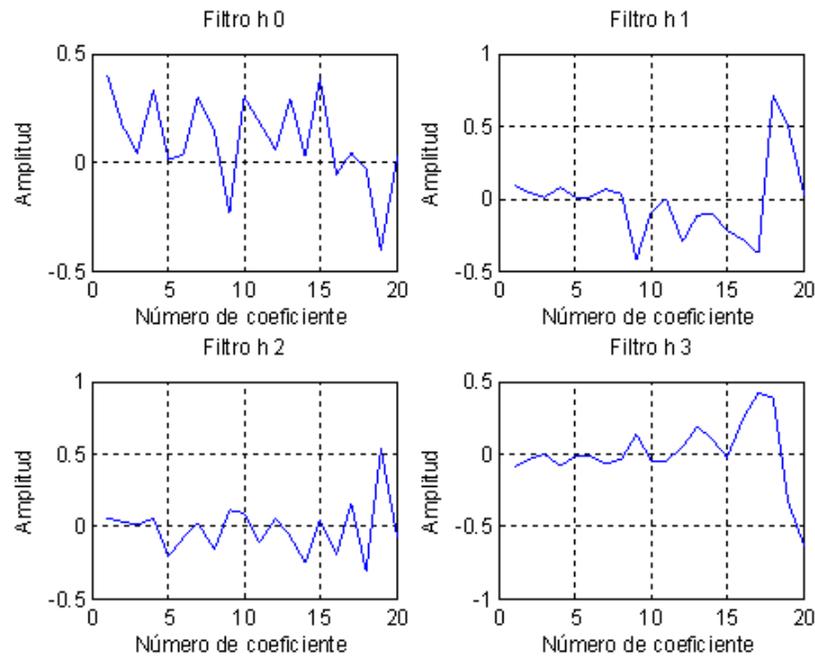


Figura C.16: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 5 del segundo enfoque de aplicación

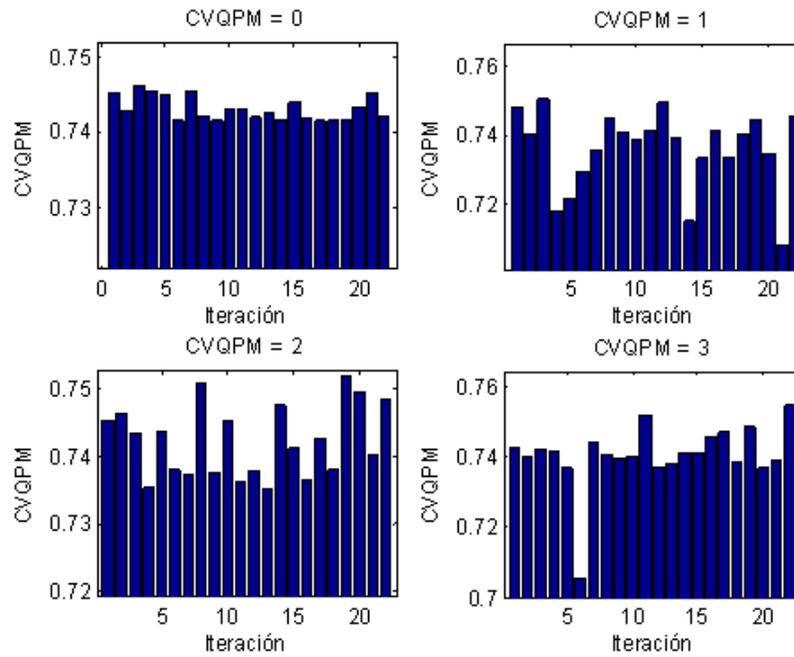


Figura C.17: Comportamiento del CVQPM durante la optimización, para el caso 6 del segundo enfoque de aplicación

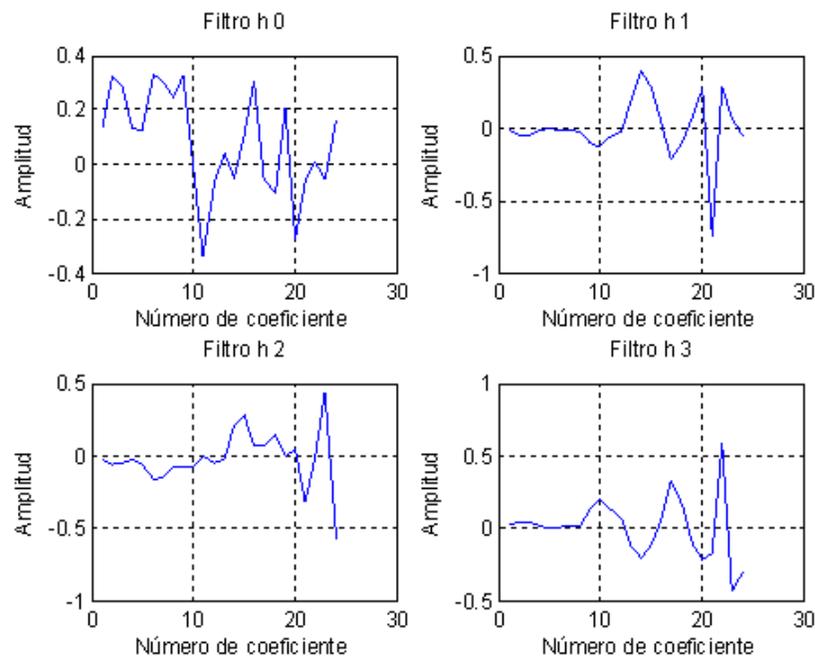


Figura C.18: Filtro pasa bajas y pasa altas, para el caso 6 del segundo enfoque de aplicación