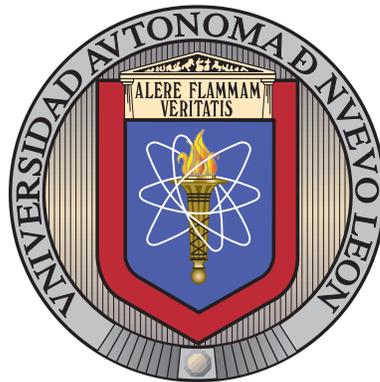


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



ESTUDIO DE UN PROBLEMA BI-OBJETIVO DE DISEÑO
DE CADENA DE SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE EN
LAS DEMANDAS

POR

YAJAIRA CARDONA VALDÉS

EN OPCIÓN AL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

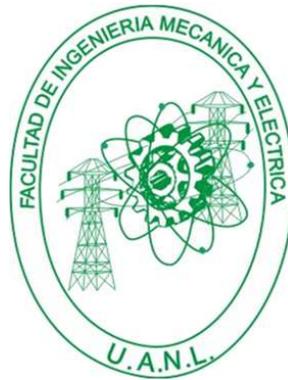
SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

OCTUBRE 2012

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



ESTUDIO DE UN PROBLEMA BI-OBJETIVO DE DISEÑO
DE CADENA DE SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE EN
LAS DEMANDAS

POR

YAJAIRA CARDONA VALDÉS

EN OPCIÓN AL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

CON ESPECIALIDAD EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN

OCTUBRE 2012

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis “Estudio de un problema bi-objetivo de diseño de cadena de suministro con incertidumbre en las demandas”, realizada por la alumna Yajaira Cardona Valdés, con número de matrícula 1437965, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás

Asesor

Dr. Joaquín Antonio Pacheco Bonrostro

Asesor

Dr. Fernando López Irraragorri

Revisor

Dr. José Arturo Berrones Santos

Revisor

Dra. Iris Abril Martínez Salazar

Revisor

Vo. Bo.

Dr. Moisés Hinojosa Rivera

División de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, Nuevo León, octubre 2012

A mis padres.

A mí.

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras	XII
Índice de tablas	XIV
Resumen	XVIII
1. Introducción	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Justificación del estudio	4
1.3. Objetivo	6
1.4. Contribución científica	7
1.5. Relevancia	7
1.6. Estructura del documento	9
2. Marco teórico	10
2.1. El problema de diseño de cadena de suministro	10
2.2. Cadena de suministro: métodos de solución	13
2.2.1. Metodologías exactas	13

2.2.2.	Metodologías aproximadas	14
2.2.2.1.	Heurísticos	14
2.2.2.2.	Metaheurísticos	16
2.3.	Optimización bajo incertidumbre	20
2.3.1.	Optimización estocástica robusta	22
2.3.1.1.	Esquema general de un modelo de optimización robusto	23
2.4.	Optimización multi-objetivo	27
2.4.1.	Optimización multi-objetivo: métodos de solución	29
2.4.2.	Métodos de solución <i>a posteriori</i>	30
2.4.2.1.	MOAMP: metaheurística multi-objetivo con un pro- cedimiento de memoria adaptativa	35
2.5.	Programación estocástica multi-objetivo	39
2.5.1.	Enfoque estocástico	39
2.5.2.	Enfoque multi-objetivo	40
2.6.	Resumen del capítulo	40
3.	Clasificación de la literatura relacionada al problema	42
3.1.	Cadena de suministro con incertidumbre o múltiples objetivos	43
3.1.1.	Múltiples objetivos	43
3.1.2.	Incetidumbre	44
3.1.2.1.	Optimización robusta	45
3.2.	Cadena de suministro multi-objetivo y con incertidumbre	46

3.2.1. Otros trabajos que abordan problemáticas con incertidumbre y con múltiples objetivos	47
3.3. Resumen del capítulo	48
4. Planteamiento y formulación matemática del problema	50
4.1. Planteamiento del problema	50
4.2. Modelo robusto para el problema de diseño de cadena de suministro .	53
4.2.1. Explicación de los parámetros y variables	54
4.2.1.1. Conjuntos	54
4.2.1.2. Parámetros	54
4.2.2. Variables de decisión	55
4.2.3. Funciones objetivo	56
4.2.3.1. Linealización de la función del tiempo	57
4.2.4. Restricciones	58
4.3. Resumen del capítulo	62
5. Metodología de solución para el problema con incertidumbre y sa- tisfacción de la demanda	63
5.1. El problema bi-objetivo	64
5.1.1. Consideraciones y nomenclatura	65
5.2. Descripción del algoritmo de solución basado en MOAMP	66
5.2.1. Variación al MOAMP	67
5.2.2. Actualización del conjunto de soluciones no dominadas	72

5.2.3. Postprocesamiento	73
5.3. Fase I: Obtención de una solución al problema del tiempo	74
5.3.1. GRASP: Algoritmo constructivo para la función del tiempo . . .	75
5.3.2. GRASP: Mejora de la solución para la función del tiempo . . .	79
5.4. Fase I: Obtención de una solución al problema del costo	82
5.4.1. GRASP: Algoritmo constructivo para la función del costo . . .	82
5.4.2. GRASP: mejora de la solución para la función del costo	85
5.5. Fase II: Búsqueda de soluciones compromiso	87
5.6. Fase III: Proceso de intensificación	91
5.7. Resumen del capítulo	91
6. Metodología de solución para el problema con incertidumbre y penalización por insatisfacción de la demanda	93
6.1. Consideraciones y nomenclatura	94
6.1.1. Descripción del algoritmo de solución basado en MOAMP . . .	94
6.1.2. Actualización del conjunto de soluciones no dominadas	97
6.1.3. Postprocesamiento	97
6.2. Fase I: Obtención de una solución para la función del costo	98
6.2.1. GRASP: Algoritmo constructivo para la función del costo . . .	98
6.2.2. GRASP: Mejora de la solución para la función del costo	101
6.3. Fase II: Búsqueda de soluciones compromiso	103
6.4. Fase III: Proceso de intensificación	104

6.5. Resumen del capítulo	104
7. Experimentación computacional	106
7.1. Descripción del generador de instancias	107
7.2. Grupos de instancias generados para la experimentación	110
7.3. Medidas de desempeño para problemas multiobjetivo	111
7.4. Análisis del costo de penalización por demanda insatisfecha	113
7.5. Determinación de los conjuntos de cotas superiores para los frentes de Pareto	115
7.6. Ajuste de parámetros	118
7.7. Experimento para evaluar el desempeño de las fases del MOAMP . . .	121
7.8. Comparación de los resultados del MOAMP con los conjuntos de cotas superiores	123
7.8.1. Comparación para las instancias pequeñas	125
7.8.2. Comparación para las instancias medianas	127
7.8.3. Comparación para las instancias grandes	129
7.9. Conclusiones del capítulo	131
8. Análisis de sensibilidad del problema estocástico	136
8.1. Valor esperado de la información perfecta	137
8.2. El valor de la solución estocástica	138
8.3. Consideraciones para el cálculo de EVPI y VSS en el problema de estudio	139
8.3.1. Cálculo del problema de valor esperado EEV	140

8.3.2. Cálculo del problema “esperar y ver” WS	141
8.4. Cálculo de las medidas <i>EVPI</i> y <i>VSS</i>	142
8.5. Descripción de una solución del modelo de optimización robusta . . .	146
8.6. Conclusiones del capítulo	147
9. Conclusiones y trabajo a futuro	150
9.1. Trabajo a futuro y líneas de investigación derivadas de este trabajo .	153
A. Las variantes del problema de transporte	155
A.1. Modelo del problema de transporte	155
A.1.1. Las variantes del problema de transporte	156
A.1.2. Balanceo en el problema de transporte	157
A.1.3. Soluciones degeneradas	158
A.1.4. Obtención de soluciones básicas	158
A.2. Método de balanceo	159
A.2.1. Problema de transporte para el problema del costo	160
A.2.2. Problema del transporte para el problema del tiempo	160
A.2.3. Problema del transporte bi-objetivo	162
B. Problema de minimizar el tiempo máximo de envío	164
B.1. El problema TMTP	164
B.1.1. Definiciones	165
B.1.2. Algoritmo de solución para el TMTP	166

C. Pseudocódigos del MOAMP	169
C.1. Procedimiento constructivo	172
C.1.1. Procedimiento para determinar el beneficio de una asignación	173
C.2. Procedimiento heurístico para el problema de transporte	174
C.3. Procedimiento de búsqueda tabú	176
C.4. Procedimiento de postprocesamiento	177
 Bibliografía	 178

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Red de cadena de suministro de dos niveles con múltiples medios de transporte	2
2.1. Esquema general de una cadena de suministro	11
2.2. Fase I del MOAMP con dos objetivos para un problema de minimización	36
4.1. Red de cadena de suministro de dos niveles con múltiples medios de transporte	51
4.2. Diseño de estructura de red para el problema con dos escenarios . . .	53
5.1. Representación de un frente denso y distribuido para el caso bi-objetivo	64
5.2. El problema de diseño de cadena de suministro de dos niveles: <i>parte de transporte</i> y <i>parte de asignación</i>	66
5.3. La variación en la primera fase del MOAMP	68
5.4. Representación de las tres fases del MOAMP para el problema que considera incertidumbre en las demandas	71
6.1. Representación de las tres fases del MOAMP para el problema que considera incertidumbre en las demandas y además penalización por demanda insatisfecha	96

7.1. Variación del parámetro de penalización en la instancia 3-3-4-A en el intervalo $[20, 100]$	113
7.2. Variación del parámetro de penalización en la instancia 3-3-4-A en el intervalo $[10, 30]$	114
7.3. Ilustración del hipervolumen en dos dimensiones de un conjunto de cinco puntos acotados por el punto anti-ideal	119
7.4. Fases que componen el MOAMP para el grupo 5-5-8	124
7.5. Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 5-5-8	133
7.6. Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 5-10-12	134
7.7. Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 8-12-15	135
8.1. Frentes de Pareto empleados para determinar las métricas \overline{EVPI} y \overline{VSS} para la instancia 5-5-8-A	144
8.2. Comparación de los costos de las configuraciones del frente FP_{EV} (determinista) y FP_{RO} (estocástico) con $f_2 = 24$, por cada escenario .	146
8.3. Configuración por cada escenario para el problema robusto correspondiente al punto del frente de Pareto cuyo costo es de 2019097.25 y su tiempo de 18.5 unidades	149
A.1. Transición de una solución no básica a una básica	159
A.2. Ejemplo del método de balanceo	159
A.3. Transición de una solución no básica a una básica: más de un elemento x_{ij} se hace cero	163

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Trabajos relacionados a problemas de cadena de suministro	49
4.4. Cantidad de restricciones en el problema entero mixto	61
4.5. Cantidad de variables en el problema entero mixto	62
7.1. Grupos de instancias generados para realizar la experimentación computacional	110
7.2. Resultados de la implementación del método del ϵ -restricción para la obtención de conjuntos de cotas superiores: instancias pequeñas . . .	117
7.3. Resultados de la implementación del método del ϵ -restricción para la obtención de conjuntos de cotas superiores: instancias medianas y grandes	119
7.4. Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias pequeñas . .	122
7.5. Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias medianas . .	122
7.6. Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias grandes . . .	122
7.7. Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias pequeñas	125
7.8. Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias pequeñas	126

7.9. Resultados de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias medianas	128
7.10. Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias medianas	128
7.11. Resultados de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias grandes	129
7.12. Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias grandes	130
8.1. Promedios del valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica	143
8.2. Capacidades y costos fijos de la instancia 5-5-8-A	146

LISTA DE ALGORITMOS

2.1. CONSTRUCTIVOAVIDOALEATORIO	15
2.2. GRASP	17
2.3. BUSQUEDATABU	19
5.1. FASE I: APROXIMACIÓN A LOS EXTREMOS Y A LA CURVA INICIAL DE EFICIENCIA	70
5.2. FASE II: BÚSQUEDA DE SOLUCIONES COMPROMISO	71
5.3. FASE III: PROCESO DE INTENSIFICACIÓN	71
5.4. ActualizacionND(S)	73
5.5. GRASPTIEMPOS($\alpha, \beta, \theta, max_{iter}G, max_{iter}T$)	74
5.6. GRASPCOSTOS($\alpha, \beta, \theta, max_{iter}G, max_{iter}T$)	83
5.7. BUSQUEDATABUMIXTA($max_{iter}, \theta_1, \theta_2, \theta_4, S$)	90
A.1. BALANCEOTRANSPORTE	162
C.1. CONSTRUCTIVO($\alpha, \beta, \mathbf{F}$)	172
C.2. Función BondadAsignacion($\beta, \tau_{jk}, \mathbf{F}$)	173
C.3. ESTIMACIONTRANSPORTE(x_{ij}^s)	174

C.4. DESESTIMACIONTRANSPORTE(x_{ij}^s)	175
C.5. TABU($S, \theta, \mathbf{F}, max_{iter} T$)	176
C.6. POSTPROCESOESCBODEGA(s, j, S)	177

RESUMEN

Yajaira Cardona Valdés.

Candidato para el grado de Doctor en Ingeniería
con especialidad en Ingeniería de Sistemas.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio:

ESTUDIO DE UN PROBLEMA BI-OBJETIVO DE DISEÑO DE CADENA DE SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE EN LAS DEMANDAS

Número de páginas: 185.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El objetivo de este trabajo es el estudio de un problema de diseño de cadena de suministro de dos niveles que incorpora incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, considerando además que parte de ésta podría quedarse sin satisfacer, pero a cambio de un costo de penalización. Se busca minimizar dos medidas de desempeño: el costo total esperado y el tiempo máximo esperado de envío del producto a través de la cadena.

Se propone y valida un modelo matemático para el problema bi-objetivo. Empleando un enfoque basado en escenarios se modeló el problema bajo la teoría de la optimización robusta.

Las características anteriores dan lugar a un problema estocástico bi-objetivo el cual se formula bajo la teoría de la optimización robusta, empujando un enfoque basado en escenarios.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: La principal contribución de este trabajo es la modelación y la metodología de solución desarrollados para un problema de diseño de cadena de suministro bi-objetivo que considera incertidumbre y penalización por demanda no satisfecha. De acuerdo a la revisión de literatura realizada, no se reportan trabajos que contemplen en conjunto las características y consideraciones del problema aquí planteado.

Se presentan conjuntos de cotas superiores para los frentes de Pareto, los cuales se obtuvieron de forma exacta a través del método del ϵ -restricción.

El ajuste de los parámetros de la metaheurística se realiza mediante el *software* CALIBRA, el cual está diseñado para problemas mono-objetivo, por lo cual fue necesario adecuarlo para el problema bi-objetivo bajo estudio considerando la medida de desempeño del hipervolumen.

La determinación de las métricas que permiten calcular el beneficio que aporta la consideración del problema estocástico están desarrolladas en la literatura también para problemas mono-objetivo. En este trabajo se adaptan ideas para considerar el caso del problema bi-objetivo bajo estudio.

La implementación computacional de los algoritmos propuestos presentó muchos retos. Además de los procedimientos desarrollados *ad hoc* para este trabajo, fue necesario implementar los algoritmos relacionados al problema de transporte, del cual se presentaron tres variantes: minimización del costo, minimización del máximo tiempo de envío, y el problema bi-objetivo de transporte en el cual se minimizaron simultáneamente los objetivos del costo y el tiempo.

La metodología de solución propuesta muestra, a través del estudio computacional realizado, que es capaz de ofrecer aproximaciones a los frentes de Pareto de buena calidad.

Las métricas del valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica, muestran que realmente aporta un beneficio el abordar el problema desde la perspectiva estocástica.

Firma de los asesores:

Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás

Dr. Joaquín Antonio Pacheco Bonrostro

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La administración de la cadena de suministro (en inglés *Supply Chain Management*) es una tarea muy compleja, ésta se define como el proceso de planear, implementar y controlar las operaciones de la cadena de suministro de una forma eficiente. Parte de los procesos de planeación consisten en encontrar la mejor configuración de red para la cadena, sin embargo, también deben considerarse otras áreas como la obtención de la materia prima, la producción, el inventario, la distribución y el ruteo. Adicionalmente se pueden contemplar otras características en la cadena como la incorporación de incertidumbre, varias medidas de desempeño, la logística inversa, etcétera. Es evidente que concebir una problemática en la que se combinen varias de estas características incrementa la complejidad del problema haciendo que éstos se vuelvan más desafiantes.

Este trabajo está enfocado al estudio de un problema de diseño de cadena de suministro que contempla decisiones de ubicación, asignación y selección de servicio de transporte, además incorpora incertidumbre y contempla la optimización dos medidas de desempeño, en conjunto la combinación de estos aspectos ha recibido poca atención en la literatura.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El tema de estudio de este trabajo se centra en un problema de diseño de cadena de suministro de dos niveles cuya red se compone de plantas, bodegas y

centros de distribución. En el primer nivel de la cadena se envía el producto de las plantas a las bodegas, y en el segundo se envía de las bodegas a los centros de distribución. El número de plantas existentes así como sus capacidades son conocidas y fijas. Asimismo se conoce el número de centros de distribución, éstos presentan una demanda del producto la cual se considera una variable aleatoria modelada a través de escenarios. Las bodegas tienen definida una capacidad y un costo fijo por apertura, el cual está en dependencia del lugar en donde se localicen.

Se dispone de varias opciones para transportar el producto, éstas comprenden la contratación de distintas compañías, la disponibilidad de emplear diferente tipo de servicio (expres y regular) y el uso de diferentes medios de transporte (avión, barco, tren, tráiler), etcétera, por lo que debe decidirse también en qué forma deben enviarse los productos a lo largo de la cadena.

Cada servicio de transporte está definido por los parámetros de costo y tiempo, los cuales están correlacionados de forma negativa, es decir, a mayor costo menor tiempo de envío y viceversa. Este compromiso entre el costo y el tiempo es lo que da lugar a un problema bi-objetivo.

Una representación gráfica de una red con las características que componen el problema abordado en este trabajo se muestra en la Figura 1.1.

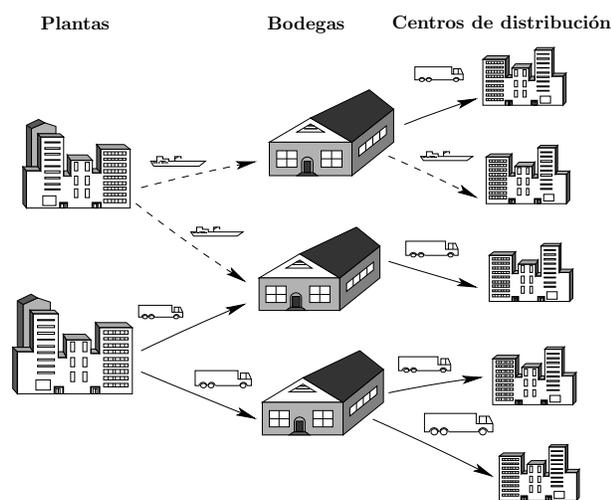


Figura 1.1: Red de cadena de suministro de dos niveles con múltiples medios de transporte

Las decisiones que se llevan a cabo en este problema se relacionan con el momento en el que se devela la incertidumbre asociada a la demanda del producto.

Decisiones *a priori*

Se toman antes de la realización de la variable aleatoria, en ese sentido pueden verse como decisiones que se comparten para todos los escenarios involucrados, es decir, son independientes del escenario que se presente.

En el problema aquí planteado corresponden a decidir de entre un conjunto potencial de bodegas, cuántas y cuáles bodegas abrir; así como las asignaciones entre bodegas y centros de distribución.

Decisiones *a posteriori*

Se toman después de la realización de la variable aleatoria y por tanto, estas decisiones son distintas para cada escenario implicado, es decir, están en dependencia del escenario que ocurra.

En el problema aquí planteado corresponden a decidir en el primer nivel: qué plantas suministrarán a qué bodegas, qué medio de transporte se empleará para enviar el producto y cuánta cantidad enviar; en el segundo nivel: se determinará qué medio de transporte se empleará para enviar el producto de bodegas a centros, la cantidad de producto a enviar y, si hubiese, la cantidad de demanda insatisfecha para cada centro de distribución.

Con la finalidad de balancear los intereses económicos con una rápida entrega del producto, el enfoque de este trabajo considera dos objetivos: minimizar el costo total esperado y el tiempo máximo esperado por enviar el producto a través de la cadena. La solución a este problema bi-objetivo será un conjunto de soluciones eficientes en las que cada posible diseño alternativo representará un compromiso entre los diferentes objetivos implicados, en lugar de una única solución.

1.2 JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

En Melo et al. (2009) se realiza un estudio detallado en el que se destaca el estrecho vínculo existente entre los problemas de ubicación de instalaciones y los relacionados a la administración de cadena de suministro. Se abordan también otras características como la incorporación de incertidumbre, la inclusión de varias medidas de desempeño, así como las metodologías de solución desarrolladas para resolver problemas de cadena de suministro. A continuación se destaca la información relevante que se relaciona al trabajo aquí planteado y que permite delimitar de manera global el contexto de la problemática planteada dentro de la literatura.

Decisiones de planeación en la cadena de suministro

En combinación con el clásico modelo de ubicación de instalaciones, cuatro aspectos que han resultado útiles en la planeación estratégica de la cadena de suministro corresponden a: el número de niveles que componen la cadena, en cuántos de ellos se tiene que tomar alguna decisión de ubicación, la consideración de uno o múltiples periodos de tiempo y, finalmente, la inclusión de parámetros deterministas o estocásticos. La revisión de literatura realizada por los autores destaca aquellos en los que se combinan estos aspectos, resaltando la escasez de los mismos que contemplan aspectos estocásticos.

Considerando los cuatro aspectos previamente mencionados, en este trabajo se contempla una cadena de suministro de dos niveles, se toman decisiones de ubicación en uno de ellos, un solo periodo de tiempo, e incertidumbre en la demanda de los centros de distribución. Adicionalmente se dispone de distintas opciones de transporte para enviar el producto y se optimizan dos objetivos. En conjunto, la combinación de todos estos aspectos, no ha sido abordada tal cual en la literatura.

En Melo et al. (2009) amplian el estudio de literatura enfocándose a cadena de suministro, dicha revisión además de las decisiones clásicas de ubicación/instalación identifica si se contemplan otras actividades como obtención de la materia prima, producción, inventario, ruteo, distribución y elección de medio de transporte. Con respecto a esta última actividad destacan que sólo cuatro artículos abordan este aspecto.

Incertidumbre

En relación a la incorporación de incertidumbre, de los 97 artículos revisados, el 80 % de éstos se refieren a problemas deterministas mientras que solo el 20 % hace referencia a problemas estocásticos. Esto a pesar de que la naturaleza de muchas cadenas de suministro se caracterizan por la presencia de numerosas fuentes de incertidumbre, tanto técnicas como comerciales, por lo que la consideración de todos los parámetros del modelo (los costos, las tasas de producción, la demanda, etcétera) como conocidos, no es realista.

Metodología de solución

En problemas de diseño de redes de cadena de suministro con un solo objetivo distinguen fundamentalmente dos categorías: los problemas resueltos con *software* de propósito general y los resueltos con algoritmos específicos diseñados para cada problema. Lo que interesa en relación a este trabajo corresponde precisamente a éstos últimos, en particular a aquellos que dan lugar a soluciones aproximadas. De 139 artículos revisados, se reporta que el 45 % de ellos emplean procedimientos heurísticos para resolverlos.

Medidas de desempeño

En cuanto a las medidas de desempeño en la cadena de suministro, de los 139 artículos revisados, el 91 % son trabajos con enfoque mono-objetivo, donde el tipo de función objetivo que predomina es la minimización del costo, en contraste con la maximización de la ganancia ha recibido menos atención. El 9 % restante considera un enfoque multi-objetivo donde los criterios más

utilizados son el costo y objetivos que miden de alguna manera la calidad del servicio al cliente.

1.3 OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo consiste en estudiar y proponer un método de solución para resolver un problema bi-objetivo de diseño de cadena de suministro de dos niveles, el cual involucra problemas de ubicación, asignación, transporte, y adicionalmente, considera incertidumbre en las demandas de centros de distribución.

El método de solución que se propone para resolver el problema está basado en técnicas metaheurísticas y la idea es ofrecer al tomador de decisiones una buena aproximación al conjunto de soluciones eficientes o frente de Pareto del problema.

Con el fin de lograr el objetivo principal planteado se puntualizan los siguientes objetivos particulares:

- Estudio del problema de diseño de cadena de suministro, considerando la minimización de dos objetivos, incorporando incertidumbre en las demandas de los centros de distribución y contemplando penalización por demanda insatisfecha.
- Formulación matemática del problema como un modelo de optimización robusta para abordar el problema de diseño de cadena de suministro como un problema multi-objetivo, estocástico y de programación entera mixta.
- Aplicación de procedimientos exactos para encontrar conjuntos de cotas superiores a los frentes de Pareto.
- Diseño e implementación computacional de una metodología de solución basada en técnicas metaheurísticas para encontrar las aproximaciones a los frentes de Pareto.
- Análisis de los resultados obtenidos a partir de la experimentación computacional para medir el desempeño del algoritmo propuesto.

- Análisis del beneficio por la incorporación de incertidumbre y penalización por demanda insatisfecha.

1.4 CONTRIBUCIÓN CIENTÍFICA

Los aspectos considerados en este problema no han sido abordados de forma simultánea en otros trabajos, por lo que la contribución de este trabajo se centra en dos aspectos: la modelación y la metodología de solución.

Modelación En este trabajo se incorpora incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, empleando un enfoque basado en escenarios. Por ello, el primer aspecto en que se centra la contribución de este trabajo, es el modelo matemático del problema de diseño de cadena de suministro, bajo el esquema de la optimización robusta, en el que se minimizan simultáneamente dos objetivos:

- El *valor esperado del costo* total incurrido en la cadena.
- El *valor esperado del tiempo* máximo por enviar el producto a través de la cadena.

Metodología de solución El segundo aspecto en que se centra la contribución de este trabajo consiste en el diseño, implementación y validación de una metodología de solución eficiente para resolver el problema planteado con lo cual se pretende ofrecer una buena aproximación al frente de Pareto.

1.5 RELEVANCIA

El desarrollo de este trabajo es relevante porque considerar incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, implica que la problemática a trabajar es

más realista, lo cual permitiría abordar situaciones en las que sea asequible identificar un posible conjunto de escenarios y que además, consideren varias medidas de desempeño.

La naturaleza inherente en los problemas de diseño de cadena de suministro indica que sería conveniente incorporar incertidumbre en algunos de sus parámetros, pues esta consideración va más acorde a los fenómenos que se presentan en la realidad y, finalmente, tienen un fuerte impacto el diseño de la misma. Como bien lo señala Melo et al. (2009), a pesar de que la incertidumbre es uno de los problemas más desafiantes e importantes en el diseño de cadena de suministro, es muy poco estudiado en la literatura.

A lo anterior puede añadirse el hecho de que en muchos problemas de diseño de cadena de suministro se considera la optimización de un solo objetivo, cuando en la realidad es de interés ofrecer soluciones que representen un balance entre varias medidas de desempeño que no sólo busquen el beneficio económico sino también tenga en cuenta el nivel de satisfacción de servicio al cliente.

Si bien, este problema fue abordado previamente con una metodología de solución exacta (Cardona, 2009), los resultados de dicho trabajo sugirieron la necesidad de desarrollar metaheurísticas como las descritas en el presente trabajo, con la finalidad de poder resolver instancias de tamaño real.

El estudio del problema multi-objetivo estocástico de diseño de cadena de suministro como el que se propone en este trabajo no ha sido abordado como tal en la literatura científica, incluso de manera general, la literatura que aborda estos dos aspectos es escasa por lo cual, el desarrollo de este trabajo será de utilidad para el estudio de problemas afines.

1.6 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

En el Capítulo 2 se presenta el marco teórico necesario para el desarrollo de este trabajo, en el que se describen aspectos relacionados a la administración de la cadena de suministro, la optimización robusta y la optimización multi-objetivo. En el Capítulo 3 se presenta la literatura científica relacionada al problema.

En el Capítulo 4 se presenta la formulación matemática del problema mediante la optimización robusta. El modelo considera la minimización del valor esperado del costo y el tiempo máximo esperado de envío.

En el Capítulo 5 se describe la metodología de solución propuesta para resolver el problema bi-objetivo, la cual está basada en técnicas metaheurísticas. Ésta se describe a detalle considerando incertidumbre en las demandas sin contemplar penalización por demanda insatisfecha.

En el Capítulo 6 se extiende la metodología de solución para el problema desarrollada en el capítulo cuatro, es decir, adicionalmente a la incertidumbre en la demanda, se considera también penalización por demanda insatisfecha.

En el Capítulo 7 se muestra el experimento realizado para obtener los conjuntos de cotas superiores para los frentes de Pareto. Asimismo se muestran los resultados computacionales de la experimentación llevada a cabo para evaluar el desempeño del algoritmo de solución propuesto basado en el algoritmo metaheurístico.

En el Capítulo 8 se muestra un análisis del problema estocástico, en el que se determina el beneficio por la incorporación de la incertidumbre.

Finalmente, en el Capítulo 9 se establecen las conclusiones y las futuras líneas de investigación derivadas de este trabajo.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En las últimas décadas una de las áreas en logística que ha atraído la atención es la administración de la cadena de suministro (Muriel y Simchi-Levi, 2003). El desarrollo de esta área comenzó de forma independiente a la investigación de operaciones, sin embargo ésta ha provisto bases muy útiles en el desarrollo de modelos para la administración de cadena de suministro, por ejemplo, el clásico problema de ubicación de instalaciones (Melo et al., 2009).

En este capítulo se enmarca el problema dentro de la literatura, ubicándolo en el contexto de los problemas de diseño de cadena de suministro. Se describen brevemente algunos aspectos relacionados a la optimización bajo incertidumbre, en particular se profundiza en la optimización robusta. Se describen también algunos conceptos y definiciones de la optimización multi-objetivo, resaltando las particularidades del concepto de optimalidad en esta área. También se mencionan algunas metodologías de solución, entre las que destacan las metaheurísticas para problemas estocásticos y/o multi-objetivo.

2.1 EL PROBLEMA DE DISEÑO DE CADENA DE SUMINISTRO

Existen numerosas definiciones de una cadena de suministro (en inglés *supply chain*). En Stadtler (2005) la definen como una red de organizaciones que se involu-

cran entre sí mediante diversos procesos y actividades, con la finalidad de agregarle valor a productos y servicios que tienen como destino final un consumidor. En Tsiakis et al. (2001) definen una cadena de suministro como una red de instalaciones que lleva a cabo funciones que van desde la obtención de materiales, la transformación de éstos en productos intermedios y terminados, hasta la distribución de productos a los clientes.

Definir qué es la administración de una cadena de suministro (en inglés: *supply chain management*) es una tarea más compleja. En Melo et al. (2009) la definen como el proceso de planeación, implementación y control de las operaciones de la cadena de suministro de una forma eficiente. La administración de la cadena de suministro abarca todos los movimientos y almacenamiento de materia prima, productos en proceso de inventario, y productos terminados desde el punto de origen hasta el punto de consumo.

Típicamente una cadena de suministro se compone de proveedores, lugares de producción, instalaciones de almacenamiento y clientes, una representación gráfica de esto se muestra en la Figura 2.1. La complejidad de la cadena usualmente se relaciona con el número de niveles que ésta incorpora; a los lugares en donde se almacena el inventario se les conoce como niveles (en inglés: *echelons*).

Las actividades de planeación en una cadena de suministro se clasifican de acuerdo al horizonte de planeación, (Fleischmann y Meyr, 2003) en decisiones operacionales (corto plazo), tácticas (mediano plazo) y estratégicas (largo plazo). A continuación se describen brevemente cada una de ellas, ejemplificando algunas de las decisiones que suelen tomarse en cada tipo de actividad.

Estratégicas: El intervalo de planeación en esta etapa es de varios años. En ésta se toman decisiones referentes a la localización de los sitios de producción, las bodegas, y el diseño de las áreas geográficas para los clientes, entre otras. También se decide la capacidad de las instalaciones así como los medios de transporte a utilizar.

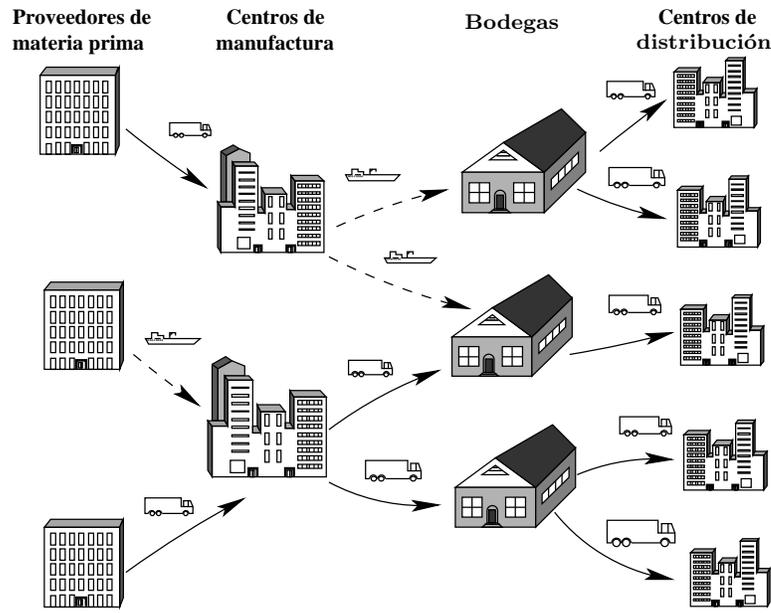


Figura 2.1: Esquema general de una cadena de suministro

Tácticas: El intervalo de planeación es inmediato (semanas o meses), en esta etapa se toman decisiones a corto plazo. Existe gran cantidad de áreas como las actividades de planeación de requerimientos y compra de materiales, planeación de la producción, planeación y secuenciación de tareas, planeación de la distribución y transporte de los productos, satisfacción y planeación de la demanda.

Operacionales: Dada la estructura de la cadena de suministro, la planeación de actividades operacionales busca satisfacer los pronósticos de la demanda sobre un tiempo de planeación de mediano plazo, por ejemplo frecuentemente corresponden a una determinada estación del año. En esta etapa no sólo se realiza un balance entre los pronósticos de la demanda con las capacidades disponibles de las instalaciones, sino que también se asignan las demandas a ciertos sitios con la finalidad de evitar cuellos de botella. Es posible además incorporar actividades de producción por lote para satisfacer los requerimientos de las demandas, etcétera.

2.2 CADENA DE SUMINISTRO: MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Las metodologías de solución que se han empleado para resolver problemas de diseño de cadena de suministro suelen categorizarse por el tipo de solución que obtienen. Si se desea encontrar la solución óptima del problema se emplean metodologías exactas, incluso cuando el tiempo computacional requerido para resolverlo incrementa considerablemente. Si lo que se desea es encontrar una “buena” solución dentro de un tiempo de cómputo razonable se emplean técnicas aproximadas como las heurísticas o metaheurísticas.

2.2.1 METODOLOGÍAS EXACTAS

Se distinguen dos categorías para obtener la solución exacta a un problema de diseño de cadena de suministro:

Uso de un *software* de propósito general Una alternativa para resolver los modelos para problemas de diseño de cadena de suministro, generalmente de problemas enteros–mixtos, es hacer uso de un *software* de programación matemática, siendo CPLEX (ILOG, 2008) la opción más utilizada.

Uso de algoritmos especializados Las técnicas como ramificación y acotamiento, ramificación y corte, generación de columnas y métodos de descomposición son las metodologías que prevalecen. Lo más usual es la aplicación de métodos de ramificación y acotamiento combinado con relajación lagrangeana o procedimientos heurísticos para la obtención de cotas.

Los problemas de optimización en el área de diseño de cadena de suministro se vuelven más complejos conforme aumenta el número de decisiones del tipo estratégico, por ejemplo, cuando las decisiones de ubicación/localización de instalaciones se realizan en más de un nivel en la cadena el número de variables discretas aumen-

ta, y esto conlleva a modelos más complejos, por lo que la solución de éstos puede realizarse solamente a través de técnicas heurísticas o metaheurísticas.

2.2.2 METODOLOGÍAS APROXIMADAS

Como metodologías de solución aproximada para problemas mono-objetivo (Melo et al., 2009), lo más usual ha sido la relajación lagrangeana combinada con heurísticas, heurísticas basadas en relajación lineal, y metaheurísticas. A continuación se describen de forma general los tres grupos de heurísticos constructivos, de mejora y los mixtos. Posteriormente se describen dos de los metaheurísticos que serán importantes en el desarrollo de este trabajo.

2.2.2.1 HEURÍSTICOS

Debido a la existencia de algunos problemas combinatorios importantes con un gran interés práctico difíciles de resolver, surgen métodos que permiten ofrecer posibles soluciones (no necesariamente óptimas) en un tiempo de cómputo razonable. Este tipo de estrategias se denominan métodos heurísticos.

De acuerdo con Zanakis y Evans (1981), los heurísticos se definen como “*procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se supone ofrecerán una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido*”.

Los algoritmos heurísticos pueden clasificarse de forma general en tres grupos:

Algoritmos constructivos:

En el procedimiento constructivo se va añadiendo un elemento a la vez, hasta obtener la **solución completa**. En cada iteración se dispone de una **solución parcial**. Un elemento que pueda seleccionarse como parte de ésta se llama elemento candidato. Para determinar cuál de éstos seleccionar, generalmente se hace uso de una función, que mide la contribución local de cada elemento

en la **solución parcial**. Una elección miope sería agregar el elemento con el mejor valor de esa función.

Una clase particular de los algoritmos constructivos son los aleatorizados, los cuales tienen como propósito aportar mayor diversidad de soluciones. Existen varias maneras de introducir aleatoriedad a un procedimiento constructivo. Una de éstas es usar una Lista Restringida de Candidatos (LRC). Ésta se conforma de los elementos candidatos con las mejores evaluaciones de la función miope. El siguiente candidato a ser agregado a la solución se selecciona al azar de dicha lista, la cual puede consistir de un número fijo de elementos o elementos con los valores de la función miope dentro de un rango dado. El pseudocódigo de un procedimiento constructivo ávido, aleatorio y adaptativo, se muestra en el Algoritmo 2.1.

Algoritmo 2.1. CONSTRUCTIVO ÁVIDO ALEATORIO

input : Instancia
output: solución completa S
 $\{\emptyset\} \leftarrow S$;
while *No se tenga una solución completa S* **do**
 Evaluar los elementos candidatos de acuerdo a la función miope;
 Hacer una LRC a partir de los valores de la función miope;
 Seleccionar un elemento s en forma aleatoria de la LRC;
 Agregar el elemento s a la **solución parcial** $S = S \cup \{s\}$;
 Adaptar la función miope incluyendo s en la solución S ;

Algoritmos de mejora:

Un algoritmo de mejora comúnmente utilizado es la búsqueda local. Este método se basa en la idea de explorar para una solución s_0 sus soluciones “vecinas”. Estas soluciones conforman el vecindario o entorno $\mathcal{N}(s_0)$ de la solución, las cuales se generan a partir de pequeños cambios en s_0 . El proceso consiste en ir pasando de una solución a otra vecina que sea mejor, lo cual estará determinado por la evaluación de la función que se emplee para medir el cambio. Las maneras más usuales de seleccionar la solución vecina son explorar todo el vecindario y quedarse con la mejor solución (mayor descenso), o buscar y se-

leccionar la primera que mejora la solución actual (primer descenso). Después de realizar el movimiento, a partir de la nueva solución se genera y explora su entorno de soluciones vecinas. El proceso continúa hasta que no hay mejora en el conjunto de soluciones vecinas de la solución actual.

Algoritmos mixtos

Los algoritmos mixtos son los que resultan de aplicar un método constructivo seguido de un algoritmo de mejora.

2.2.2.2 METAHEURÍSTICOS

Otra de las metodologías recientes para encontrar soluciones aproximadas a problemas complejos de optimización combinatoria son los metaheurísticos.

Según Glover y Laguna (1997) “*Metaheurística se refiere a una estrategia maestra que guía y modifica otras heurísticas para producir soluciones más allá de aquellas que normalmente se generan en una búsqueda de óptimos locales*”.

En la actualidad hay varias metaheurísticas que han resultado ser exitosas en la solución de muy variados problemas prácticos. Se procede a explicar dos de ellos: GRASP y búsqueda tabú por ser los que se utilizarán en el presente trabajo.

Un procedimiento de búsqueda miope, aleatorizado y adaptativo (GRASP por sus siglas en inglés *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (Feo y Resende, 1995)), es una metaheurística para encontrar soluciones aproximadas a problemas de optimización combinatoria. Se basa en la premisa de que soluciones iniciales y de buena calidad juegan un papel importante en el éxito de métodos locales de búsqueda.

GRASP

El GRASP es un método multi-arranque en el que cada iteración aporta una solución al problema. Cada iteración consiste en la construcción de una solución miope, aleatorizada y adaptativa, seguida de una búsqueda local usando la solución construida como el punto inicial de la búsqueda local. La mejor solución encontrada sobre todas las iteraciones GRASP será la solución final aportada. El pseudocódigo general de un procedimiento GRASP se describe en el Algoritmo 2.2.

Algoritmo 2.2. GRASP

```
input : Instancia
output: Mejor solución completa encontrada  $S$ 
repeat
    Constructivo();
    BúsquedaLocal( $S$ );
    Actualizar la mejor solución encontrada;
until Se satisfaga el criterio de parada;
```

La medida se dice *miope* porque no tiene en cuenta qué ocurrirá en iteraciones sucesivas al realizar la elección de un elemento para incorporarse en la solución parcial, sino que únicamente considerará lo que pase en esa iteración.

El heurístico es *adaptativo* si la evaluación de un elemento depende de los elementos previamente incluidos en la solución. Y finalmente, es *aleatorizado* porque no selecciona el mejor candidato según la función miope adaptativa, sino que se elige de forma aleatoria de entre los elementos que conforman la lista restringida de candidatos. La aleatoriedad sirve como un mecanismo de diversificación.

Como no hay garantía de que la solución generada en la fase de construcción del GRASP sea un óptimo local se aplica un algoritmo de búsqueda local con la finalidad de buscar soluciones localmente óptimas en el espacio de soluciones. Esta fase depende del problema concreto que se trabaje, lo que se busca es

definir vecindades alrededor de una solución dada y realizar movimientos hasta obtener un óptimo local dentro de esta vecindad.

Los métodos basados en búsqueda por entornos buscan sobrellevar los inconvenientes de la búsqueda local, los cuales dependen de una solución inicial y convergen a mínimos locales que no son globales. Para salir de esos mínimos locales deberían permitirse movimientos que empeoren de forma momentánea la solución actual, pero que a la larga permita encontrar una solución con un mejor valor de la función objetivo. Un procedimiento muy conocido que emplea las ideas anteriores es la búsqueda tabú, que a continuación se describe.

Búsqueda tabú

La búsqueda tabú es el principal metaheurístico dentro de lo que se conoce como programación mediante memoria adaptativa, lo cual se refiere a métodos de búsqueda por entornos que utilizan información acerca de los movimientos realizados con anterioridad. La búsqueda tabú permite moverse a una solución del entorno aunque no sea tan buena como la actual, de modo que se pueda escapar de óptimos locales y continuar estratégicamente la búsqueda de soluciones aún mejores. Para evitar que el proceso vuelva a un óptimo local anteriormente visitado, los principales atributos de cada solución visitada son almacenados en una lista (lista tabú) durante un determinado número de iteraciones, lo cual se denomina “permanencia tabú”. Un elemento del vecindario de la solución actual es declarado como tabú, si alguno de sus atributos está en la lista tabú. El pseudocódigo de un procedimiento de búsqueda tabú se describe en el Algoritmo 2.3.

La búsqueda tabú se caracteriza por una variedad de estrategias destinadas a mejorar la búsqueda, por ejemplo, la intensificación, que permite concentrar la búsqueda en las zonas prometedoras; la diversificación que permite desplazarse hacia zonas no exploradas; la oscilación estratégica, que permite visitar zonas infactibles temporalmente; o el reencadenamiento de trayectorías, que permite

Algoritmo 2.3. BUSQUEDATABU

input : Instancia, parámetro de permanencia tabú
output: La solución S mejorada
 $S^* \leftarrow$ Solución inicial;
while *No se cumpla el criterio de paro* **do**
 for $S \in \mathcal{N}(S)$ **do**
 └ Elegir el mejor elemento del vecindario;
 if S *no contiene elementos tabú o* $f(S) < f(S^*)$ **then**
 └ Hacer $S^* \leftarrow S$;
 └ Poner-Quitar etiquetas tabú ;

combinar soluciones. En Glover y Laguna (1997); Melián y Glover (2007) se describen con más detalle éstos y otros aspectos relacionados a la búsqueda tabú.

Históricamente, los investigadores se han concentrado en algunos aspectos de diseño de sistemas de distribución sin considerar la cadena de suministro en su conjunto (Klose y Drexl, 2005), es decir, consideran aspectos para determinar la mejor configuración posible de la cadena de suministro, dejando de lado otros aspectos importantes como los relacionados a la adquisición de producto, producción, inventario, distribución y ruteo (Cordeau et al., 2006). Asimismo, los modelos en los que se considera la incertidumbre son muy escasos, aunque la incorporación de ésta conlleve a uno de los problemas más desafiantes e importantes dentro de los problemas de diseño de cadena de suministro como bien lo señala Sabri y Beamon (2000). En la literatura, las fuentes de incertidumbre suelen presentarse en las demandas de los clientes, el tipo de cambio monetario, los tiempos de viaje, las cantidades de retorno en los problemas de logística inversa, los plazos de los tiempos de entrega, los costos de envío y los costos por mantener inventario.

Cuando algún parámetro en el problema se representa mejor considerándolo como una variable aleatoria, resulta conveniente estudiar el problema de acuerdo a la teoría de la optimización bajo incertidumbre.

2.3 OPTIMIZACIÓN BAJO INCERTIDUMBRE

Las decisiones de diseño en redes de cadena de suministro son generalmente costosas y difíciles de revertir (Snyder, 2003), además de que su impacto generalmente se ve reflejado en un horizonte de tiempo lejano. Sin embargo, usualmente los modelos de diseño de cadena de suministro han sido tratados como si se tuviera certidumbre de todos los parámetros involucrados, aunque algunas de las estimaciones de éstos podrían ser inadecuadas debido a predicciones deficientes, errores de medición, cambios en los patrones de demanda u otros factores. Inclusive si todos los parámetros fueran conocidos con certeza, el sistema podría verse afectado por otro tipo de posibles interrupciones, como inclemencias del tiempo o acciones laborales.

De acuerdo con Kouvelis y Yu (1997) la mejor manera de manejar la incertidumbre y tomar decisiones es aceptar que está presente, hacer un gran esfuerzo por estructurarla, entenderla, y finalmente, hacerla parte del proceso de toma de decisiones. Se distinguen dos pasos en la incorporación de incertidumbre que a continuación se describen.

1. Primer paso para incorporar incertidumbre: consiste en determinar el enfoque apropiado para tratar los parámetros con incertidumbre. Estos enfoques han seguido una variedad de filosofías de modelación, entre ellas, la minimización del valor esperado, la minimización de desviaciones con respecto a ciertas metas, la minimización de costos máximos, entre otros.

Los enfoques principales para tratar la optimización bajo incertidumbre se listan a continuación.

Programación estocástica

Algunos parámetros son considerados como variables aleatorias con distribuciones de probabilidad conocidas. Se subdivide en las siguientes categorías:

- Programación con re-curso (en inglés: *recourse*)
 - i) Programación estocástica lineal
 - ii) Programación estocástica entera
 - iii) Programación estocástica no lineal
 - iv) Programación estocástica robusta

Programación difusa

Busca soluciones considerando algunas variables como números difusos.

Se subdivide en las siguientes categorías:

- a) Programación flexible
- b) Programación posibilística

Programación estocástica dinámica

La programación estocástica dinámica incluye aplicaciones de programación dinámica las cuales pueden encontrarse esencialmente en aplicaciones de toma de decisión con múltiples etapas.

2. Segundo paso para incorporar incertidumbre: consiste en determinar la representación adecuada de los parámetros con incertidumbre. En el enfoque de programación estocástica pueden aplicarse dos metodologías diferentes para representar la incertidumbre:

Enfoque basado en escenarios (en inglés *scenario based approach*)

La incertidumbre se describe por un conjunto de escenarios que prevén el efecto que podría tener la incertidumbre en el futuro. Por cada escenario el tomador de decisiones asocia un nivel de probabilidad representando sus expectativas de ocurrencia. La ventaja de esta metodología es que no hay una limitación por la cantidad de parámetros que se consideren con incertidumbre, lo que a su vez representa una desventaja en sí misma pues las dimensiones del problema crecen considerablemente.

Enfoque basado en distribuciones (en inglés *distribution based approach*)

Se aplica sólo donde puede anticiparse un rango posible de futuras realizaciones. La ventaja de esta metodología es que al asignarle una función de distribución de probabilidad al rango continuo de posibles consecuencias, la necesidad de predecir escenarios se elimina. Sin embargo, la complejidad de aplicar funciones de distribución limita el número de parámetros considerados con incertidumbre (Mirzapour Al-e-hashem et al., 2011).

Es importante hacer notar que el enfoque de la programación estocástica se centra en la optimización del valor esperado de alguna medida de desempeño (por ejemplo el costo) sobre un conjunto de posibles escenarios considerados para los parámetros aleatorios. Podría esperarse que el sistema se comporte de manera óptima al considerar la media de los parámetros aleatorios. Sin embargo, el sistema podría comportarse inadecuadamente para una realización particular de los escenarios, por ejemplo, el caso del peor escenario. Para manejar el compromiso entre el costo esperado y su variabilidad en los modelos de programación estocástica, se propuso el concepto de Optimización Estocástica Robusta (Mulvey et al., 1995). El objetivo de este enfoque es encontrar una solución robusta que se desempeñe bien para todas las posibles realizaciones de los datos inciertos.

2.3.1 OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA ROBUSTA

En Mulvey et al. (1995) se presenta la definición de optimización robusta como un enfoque novedoso, que integra formulaciones de programación por metas con una descripción de los datos basada en escenarios, para resolver problemas de programación estocástica. Fundamentalmente, la Optimización Robusta involucra dos tipos de robustez.

Óptima–robusta: una solución a un programa matemático es robusta con respecto a *optimalidad* si permanece cerca del óptimo del modelo para cualquier escenario.

Factible–robusta: una solución es robusta con respecto a *factibilidad* si permanece factible para cualquier realización de escenarios.

La optimización robusta representa la incertidumbre a través de un conjunto de escenarios. El enfoque por escenarios tiene dos inconvenientes principales, éstos son, la identificación y la cantidad de escenarios a considerar, sin embargo este enfoque generalmente provee modelos más tratables y además tienen la ventaja de permitir que los parámetros sean estadísticamente dependientes. Muchas veces la dependencia es necesaria a la hora de modelar la realidad (Snyder, 2003) ya que, por ejemplo, las demandas son a menudo correlacionadas a través de periodos de tiempo o regiones geográficas, y los costos se correlacionan frecuentemente entre proveedores.

La optimización robusta tiene como meta encontrar una solución que se desempeñe bien bajo cualquier realización posible de los parámetros aleatorios. En general, una solución al problema de optimización robusta no será óptima para cada uno de los escenarios involucrados, pero se desempeñará bien para el peor de los casos. La definición referente a “desempeñar bien” varía en dependencia de la aplicación, así como de la elección de una medida apropiada para medir la robustez del sistema en el proceso del modelado.

El enfoque de la optimización robusta se extiende al enfoque de la optimización estocástica reemplazando el objetivo tradicional de minimizar el valor esperado, por uno que explícitamente se dirija a la variabilidad del costo. En Mulvey et al. (1995) se presentan algunas ventajas y desventajas entre la programación estocástica y la optimización robusta.

2.3.1.1 ESQUEMA GENERAL DE UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN ROBUSTO

En Mulvey et al. (1995) se presenta el esquema general del modelo de optimización robusto el cual tiene la siguiente estructura general:

$$\begin{aligned}
& \min c^t x + d^t y \\
& x \in \mathbb{R}^{n_1}, y \in \mathbb{R}^{n_2} \\
& \text{sujeto a:} \\
& \mathbf{A}x = b \\
& \mathbf{B}x + \mathbf{C}y = e \\
& x \geq 0, \quad y \geq 0
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Las ecuaciones $\mathbf{A}x = b$ denotan las restricciones estructurales cuyos coeficientes son fijos y libres de ruido. Las ecuaciones $\mathbf{B}x + \mathbf{C}y = e$ denotan las restricciones de control, sus coeficientes están sujetos a ruido.

El modelo tiene dos componentes distintas, una libre de incertidumbre y la otra sujeta a ella:

$x \in \mathbb{R}^{n_1}$ Denota el vector de las **variables de diseño** cuyo valor óptimo no está condicionado a la realización de los parámetros inciertos. Las variables de este conjunto no pueden ajustarse una vez que se ha observado una realización específica de los datos aleatorios.

$y \in \mathbb{R}^{n_2}$ Denota el vector de las **variables de control**, las cuales están sujetas a ajuste una vez que los parámetros inciertos son observados. Su valor óptimo depende tanto de la realización de los parámetros inciertos, como del valor óptimo de las **variables de diseño**.

La terminología de **variables de diseño** y **control** proviene del análisis de flexibilidad de los procesos de producción y distribución. Las **variables de diseño** determinan la estructura del proceso y el tamaño de los módulos de producción. Las **variables de control** se usan para ajustar el modo y nivel de producción en respuesta a interrupciones en el proceso, cambios en la demanda, etcétera.

Para definir un problema de optimización robusta se introduce un conjunto de escenarios $\Omega = \{1, 2, 3, \dots, S\}$. Con cada escenario $s \in \Omega$ se asocia el conjunto de

realizaciones para los coeficientes de las restricciones de control $\{d_s, B_s, C_s, e_s\}$, y la probabilidad de cada escenario p_s ($\sum_{s=1}^S p_s = 1$).

La solución óptima al problema de programación matemática será robusta respecto a optimalidad, si ésta permanece cercana al óptimo para cada realización del escenario $s \in \Omega$. La solución es también robusta respecto a factibilidad si ésta permanece casi factible para cualquier realización de s . Las nociones de “cercano” y “casi” se precisan con la elección de normas.

Es poco probable que alguna solución al modelo matemático permanezca tanto factible como óptima para todos los escenarios. Por lo cual se hace necesario un modelo que permita medir el compromiso entre una solución y un modelo robusto.

El conjunto de **variables de control** que se introduce para cada escenario $s \in \Omega$, se representa vectorialmente como $\{y_1, y_2, \dots, y_s\}$. Es necesario además introducir un conjunto de vectores de error, que medirán la infactibilidad permitida en las restricciones de control bajo el escenario s , $\{z_1, z_2, \dots, z_s\}$.

La formulación del modelo de optimización robusto sería el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sigma(x, y_1, y_2, \dots, y_s) + \omega \rho(z_1, z_2, \dots, z_s) \\ \text{sujeto a:} \quad & \\ & \mathbf{A}x = b \\ & \mathbf{B}_s x + \mathbf{C}_s y_s + z_s = e_s \quad \forall s \in \Omega \\ & x \geq 0, \quad y_s \geq 0 \quad \forall s \in \Omega \end{aligned} \tag{2.2}$$

Para explicar el primer término de la función objetivo $\sigma(x, y_1, y_2, \dots, y_s)$, obsérvese que con múltiples escenarios la función objetivo $\xi = c^t x + d^t y$ se transforma en una variable aleatoria que toma el valor $\xi_s = c^t x + d_s^t y_s$ con probabilidad p_s , y por esto ya no hay un solo valor para una función objetivo agregada. Podría emplearse entonces el valor esperado $\sigma(\cdot) = \sum_{s \in \Omega} p_s \xi_s$, la cual es la función empleada en formulaciones de programación estocástica lineal. O bien, si se estuviera interesado

en el análisis del peor de los casos, el modelo minimizaría el máximo valor de la variable aleatoria, donde la función objetivo estaría definida por $\sigma(\cdot) = \max_{s \in \Omega} \xi_s$.

Una novedad de la optimización robusta es que permite la introducción de momentos más altos de la distribución de ξ_s en el modelo de optimización. Podría introducirse, por ejemplo, una función de utilidad que incorpore un compromiso entre el valor esperado y su variabilidad.

El segundo término de la función objetivo $\rho(z_1, z_s, \dots, z_s)$ es una función de penalidad de factibilidad, y se emplea para penalizar las violaciones de las restricciones de control sobre alguno de los escenarios. El modelo presentado toma la forma de un objetivo multi-criterio. El primer término mide la robustez en la optimalidad mientras que el término de la penalidad es una medida de la robustez del modelo. La programación por metas ponderadas emplea los pesos ω para derivar un espectro de respuestas que son soluciones compromiso en el modelo robusto.

La elección de la función de penalidad está en dependencia del problema y por lo tanto tiene implicaciones en el algoritmo de solución. Por ejemplos para problemas en donde las violaciones tanto positivas como negativas de las restricciones de igualdad son ambas indeseables, puede emplearse una función de penalidad cuadrática como $\rho(z_1, z_2, \dots, z_s) = \sum_{s \in \Omega} p_s z_s^t z_s$. O bien, la función de penalidad $\rho(z_1, z_2, \dots, z_s) = \sum_{s \in \Omega} p_s \max\{0, z_s\}$ aplica cuando en restricciones de control de desigualdad sólo son de interés violaciones positivas.

En los problemas tradicionales de diseño de cadena de suministro, la minimización del costo o la maximización de la ganancia han sido los objetivos más considerados (Melo et al., 2009). Sin embargo, la habilidad de responder a los requerimientos del cliente es una de las funciones básicas dentro de los problemas de cadena de suministro. Por lo tal, cuestiones como “servicio al cliente” deben ser también consideradas cuando se formulan problemas de este tipo, incluso cuando en ocasiones es difícil cuantificarlo económicamente en la función objetivo. Usualmente los diseños que aportan mayor beneficio económico repercuten en bajos niveles de

satisfacción de servicio al cliente, por lo cual, éstos tienden a ser objetivos en conflicto. Es por ello que es recomendable abordar estos problemas bajo la perspectiva de la optimización multi-objetivo. En la problemática de este trabajo, se consideran dos objetivos, uno atendiendo el carácter económico y otro relacionado a la satisfacción del servicio al cliente, por lo que a continuación se describen algunos conceptos importantes relacionados a la optimización multi-objetivo, así como los métodos en los que suele clasificarse la solución de este tipo de problemas.

2.4 OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO

La programación multi-objetivo es el área de la programación matemática que trata los problemas en donde para más de una función objetivo se requiere evaluar el mérito de las decisiones alternativas, en una solución éste se representa por un vector de valores de las funciones objetivo (Ehrgott, 2000). Este problema se define formalmente de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \min (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \\ & \text{sujeto a:} \\ & \quad x \in \mathcal{X} \end{aligned} \tag{2.3}$$

donde $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ son las variables de decisión, \mathcal{X} es el conjunto de las soluciones factibles. La imagen de \mathcal{X} bajo $F = (f_1, f_2, \dots, f_p)$ se denota por $\mathcal{Y} = F(\mathcal{X}) = \{y \in \mathbb{R}^p : y = F(x) \text{ para alguna } x \in \mathcal{X}\}$ esto es, la imagen del conjunto factible en el espacio de los objetivos.

Dado que no es posible saber cuándo una solución es mejor que otra cuando se tiene más de una función objetivo, ya que no hay orden completo en el espacio de los objetivos \mathcal{Y} , la optimización multi-objetivo introduce el concepto de eficiencia desarrollado por Vilfredo Pareto en 1896. Esencialmente, al tener objetivos en conflicto correlacionados negativamente, la eficiencia de la solución a un problema multi-objetivo significa que un objetivo no puede ser mejorado sin deteriorar otro, de

ahí que la solución al problema no sea un único punto sino, en general, un conjunto de soluciones.

La noción de optimalidad comúnmente aceptada para problemas multi-objetivo es la conocida como optimalidad de Pareto (Pareto, 1896):

Definición 2.1 *Dados dos puntos $\mathbf{y}, \mathbf{y}' \in \mathcal{Y}$, se dice que \mathbf{y} se prefiere a \mathbf{y}' si $y_i \leq y'_i, \forall i = 1, \dots, p$ y existe al menos un $j \in \{1, \dots, p\}$ tal que $y_j < y'_j$.*

Claramente, Pareto provee un orden parcial, así que no es posible seleccionar una solución que sea preferida sobre el resto de las soluciones, esto es, no es posible encontrar “la solución óptima”. Por lo tanto, el concepto de optimalidad debería generalizarse de tal manera que más de una solución pueda ser considerada ideal (óptima) en los problemas con múltiples objetivos. Esta generalización se sigue de la definición de orden de Pareto y es conocida como Pareto eficiente.

Definición 2.2 *Una solución $\hat{x} \in \mathcal{X}$ es eficiente o Pareto optimal si no existe otra solución $x \in \mathcal{X}$ tal que $f(x)$ sea preferida a $f(\hat{x})$ de acuerdo con el orden de Pareto. Esto es, $\hat{x} \in \mathcal{X}$ es eficiente si no hay otra solución $x \in \mathcal{X}$ tal que $f_i(x) \leq f_i(\hat{x}), \forall i = 1, \dots, p$ y al menos un $j \in \{1, \dots, p\}$ tal que $f_j(x) < f_j(\hat{x})$.*

Otras definiciones de interés, derivadas de lo anterior, se enuncian a continuación:

- Si \hat{x} es eficiente, $f(\hat{x})$ es llamado punto no dominado.
- El conjunto de todas las soluciones eficientes $\hat{x} \in \mathcal{X}$ denotado por \mathcal{X}_E es llamado conjunto eficiente.
- El conjunto de todos los puntos no dominados $\hat{y} = f(\hat{x})$ donde $\hat{x} \in \mathcal{X}_E$, se denota por \mathcal{Y}_N es llamado conjunto de soluciones no dominadas.

2.4.1 OPTIMIZACIÓN MULTI-OBJETIVO: MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Previo a la descripción de los métodos para resolver problemas de optimización multi-objetivo se definirán dos puntos de referencia que suelen utilizarse en las técnicas de solución:

Punto ideal Se conforma a partir de la optimización de cada función objetivo por separado. A partir de éstos valores se conforma un vector que da lugar al punto ideal, cada componente corresponde al valor óptimo de la función i -ésima. Para el caso de minimizar un problema con dos funciones objetivo el punto ideal se conformaría por las soluciones en las que los objetivos involucrados alcanzan su valor mínimo (mín f_1 , mín f_2).

Punto anti-ideal También conocido como punto nadir, se obtiene a partir de los peores valores que alcanzan las funciones objetivo de manera individual. En correspondencia a lo establecido sobre el punto ideal para un problema de minimizar, el punto anti-ideal se conforma a partir de los valores que en ambas funciones objetivo alcanzan su valor máximo (máx f_1 , máx f_2).

Este punto es poco atractivo para el tomador de decisiones pues inclusive no satisface la optimalidad de Pareto, sin embargo, es un punto muy conveniente para poder normalizar objetivos medidos en diferentes unidades.

Los métodos para resolver un problema de optimización multi-objetivo se clasifican en dependencia de la interacción que se tenga con el tomador de decisiones, la cual puede ocurrir antes, después o durante el transcurso de solución del problema, de manera que dentro de la literatura se distinguen fundamentalmente tres métodos.

Métodos *a priori*

El tomador de decisiones expresa sus preferencias antes del proceso de solución y el problema de Optimización Multi-objetivo se transforma en un problema de un solo objetivo. Subsecuentemente se emplea un método clásico para resolver este problema y encontrar la solución óptima.

La programación por metas y los métodos lexicográficos son dos ejemplos de métodos *a priori* (Ehrgott, 2000).

Métodos *a posteriori*

Estos métodos se centran en la optimización de todas las funciones objetivo involucradas simultáneamente. Primero se genera el conjunto de soluciones eficientes del problema y al final, el tomador de decisiones elige de entre esas soluciones la que más se adecúa a sus preferencias.

El método de las ponderaciones y el método de la ϵ -restricción son ejemplos de métodos *a posteriori*. Ambos métodos son simples y fácil de aplicar. En la siguiente sección se explicará con más detalle en qué consiste cada uno, señalando sus méritos y limitaciones.

Métodos interactivos

La fase en la que el tomador de decisiones se involucra con el proceso de toma de decisiones expresando sus preferencias es alternada con la fase de la realización de los cálculos, usualmente el proceso converge después de pocas iteraciones a la solución más preferida. El tomador de decisiones usualmente dirige la búsqueda en base a sus respuestas hacia esa solución.

2.4.2 MÉTODOS DE SOLUCIÓN *a posteriori*

Método de las ponderaciones En este método a cada una de las funciones objetivo se les asocia un peso no negativo, para posteriormente proceder a la agregación de todos los objetivos. La optimización de dicha función agregada

y ponderada genera para cada conjunto de pesos un punto eficiente. Sin embargo, la parametrización de los pesos se realiza de forma arbitraria, lo cual podría verse como un inconveniente.

Observaciones: Es usual suponer que la suma de los pesos generados para cada función objetivo es igual a uno, de manera que las funciones de agregación serían lineales, como inconveniente ocurre que estas funciones no pueden generar porciones no convexas de la frontera de Pareto a pesar del uso de combinaciones de pesos. Las funciones de agregación también podrían ser no lineales, por ejemplo, cuando se emplean distancias de tipo no-lineal y éstas sí son capaces de sobrellevar ese problema. Ambos tipos de funciones han sido empleadas en algoritmos metaheurísticos obteniendo un éxito relativo, sin embargo, la comunidad científica que desarrolla algoritmos metaheurísticos le ha prestado poco interés a las funciones de agregación (Caballero et al., 2007).

Método de la ϵ -restricción Uno de los métodos más utilizados para encontrar un conjunto de soluciones óptimas de Pareto es el método de la ϵ -restricción. El problema que minimiza p objetivos:

$$\min_{x \in \mathcal{X}} (f_1(x), \dots, f_p(x))$$

se sustituye por el problema parametrizado de la ϵ -restricción:

$$\begin{aligned} & \min_{x \in \mathcal{X}} f_j(x) \\ & \text{sujeto a:} \\ & f_k(x) \leq \epsilon_k, \quad k = 1, \dots, p; \quad k \neq j \end{aligned} \tag{2.4}$$

donde ϵ_k son términos independientes que al variarse paramétricamente irán generando el conjunto de soluciones eficientes. Las diferencias entre los valores del punto “ideal” y el “anti-ideal” definen un intervalo de valores para cada

objetivo, los cuales resultan de utilidad en el momento de parametrizar el parámetro ϵ_k .

Marglin (1967) demostró que si en un problema multi-objetivo uno de los objetivos se optimiza, es decir, se trata como función objetivo propiamente dicha, mientras que al resto se les considera como restricciones paramétricas, entonces, para cada conjunto de valores que se dé al vector ϵ_k , se generará un punto eficiente.

Observaciones: Este método es un potente generador de puntos eficientes, sin embargo, una observación importante es que éste garantiza la generación de soluciones eficientes sólo cuando las restricciones paramétricas son activas en el óptimo, es decir, cuando la correspondiente variable de holgura se hace cero y por tanto la restricción se satisface como igualdad. Por el contrario, si en el óptimo alguna de las restricciones paramétricas no es activa (es decir, se satisface como desigualdad) y además existen múltiples óptimos, entonces la solución generada por el método podría no ser eficiente.

Una dificultad práctica que subyace a los métodos generadores de puntos eficientes previamente mencionados es que “se pasen por alto” algunos de los puntos eficientes. La probabilidad de “perder puntos” disminuirá si para el método de las ponderaciones, se reduce la escala de los pesos, o para el método de la ϵ -restricción se aumenta el número de conjuntos de valores asignados a los términos independientes. No obstante, por detallado que sea el análisis paramétrico, nunca podrá tenerse la certeza de no haber omitido algún punto eficiente. Por lo cual, estas técnicas generadoras de puntos eficientes sólo garantizan aproximaciones al conjunto eficiente (Romero, 1993).

Programación compromiso La idea básica de la programación compromiso consiste en utilizar el punto ideal como punto de referencia para el centro decisor, ya que parecería lógico preferir un punto eficiente o zona del conjunto eficiente

que se encuentre más próxima a este punto. Ésta se apoya en el postulado conocido como axioma de Zeleny: “*Dadas dos soluciones posibles en el espacio de los objetivos f_1 y f_2 , la solución preferida será aquella que se encuentre más próxima al punto ideal*” (Cochrane y Zeleny, 1973).

Dado el usual grado de conflicto entre dos objetivos, el punto ideal es inalcanzable, por lo que se hace necesario buscar soluciones compromiso. La programación compromiso se convierte en el siguiente problema de optimización, que minimiza el grado de proximidad normalizado entre el objetivo j -ésimo y su punto ideal:

$$\min L_p = \left[\sum_{i=1}^n w_j^p \left(\frac{f_j^* - f_j(x)}{f_j^* - f_{*j}} \right)^p \right]^{1/p}$$

sujeto a:

$$x \in \mathcal{X}$$

donde f_j^*, f_{*j} representan el punto ideal y anti-ideal, respectivamente, w_j denotan las preferencias que el centro decisor asocia a la discrepancia existente entre la realización del objetivo j -ésimo y su ideal.

Obsérvese que para la métrica $p = \infty$ se minimiza la máxima desviación entre todas las desviaciones individuales, es decir, en el proceso de minimización sólo influye la mayor desviación. Así, cuando $p = 1$ o $p = \infty$ se estarán resolviendo problemas lineales y para métricas distintas de éstas, se hace necesario recurrir a algoritmos de programación matemática no lineales.

De acuerdo con Yu (1973), para problemas con dos objetivos, los puntos L_1 y L_∞ definen un subconjunto de la frontera eficiente denominado por (Cochrane y Zeleny, 1973) como conjunto compromiso. Las otras mejores soluciones compromiso pertenecen al conjunto acotado por dichos puntos.

Por último vale la pena mencionar que la solución asociada al punto L_∞ es una solución *bien equilibrada* pues las discrepancias (ponderadas por los pesos w_j y normalizadas) entre el valor alcanzado por cada objetivo y sus respectivos ideales son iguales (Ballesteros y Romero, 1991).

En Romero (1993) se describe de forma más detallada los aspectos relacionados a la programación compromiso.

Algoritmos metaheurísticos Dentro de las metaheurísticas desarrolladas para problemas multi-objetivo se distinguen dos grandes grupos de heurísticas, los basados en búsqueda por entornos y los basados en poblaciones. Un tercer grupo se forma a partir de la hibridización de los dos anteriores y otras técnicas inspiradas en la Biología u otras ciencias de la naturaleza. A continuación se describe a grandes rasgos cada uno de estos grupos. Más detalles y trabajos relacionados a cada uno de los grupos pueden consultarse en Caballero et al. (2007).

Basados en búsquedas por entornos Estos métodos tienen en común utilizar una operación básica denominada *movimiento* que consiste en la modificación de características o elementos de una solución para crear una serie de soluciones posibles que conforman el vecindario de dicha solución y de entre ellas se elegirá un elemento para que pase a la siguiente iteración.

En cuanto a los métodos de búsqueda tabú para problemas multi-objetivo se abordan distintos enfoques, por ejemplo, agregar los criterios para obtener un problema mono-objetivo y posteriormente resolverlo con búsqueda tabú. Lo que destacan son los enfoques de búsqueda tabú que contemplan el problema multi-objetivo como tal. En Caballero et al. (2003) desarrollan una metaheurística multi-objetivo con procedimientos de memoria adaptativa (MOAMP por sus siglas en inglés de *Multiobjective Metaheuristic using an Adaptive Memory Procedure*) procedimiento en el que se enmarca la metodología de solución planteada para la problemática de este trabajo, por lo que será descrito de forma detallada en la siguiente subsección.

Basados en poblaciones Los algoritmos evolutivos son heurísticos que utilizan mecanismos de selección natural como motor de búsqueda para

resolver problemas. Destacan tres familias: la programación evolutiva, las estrategias de evolución y los algoritmos genéticos. Dentro de éstos últimos, existen los algoritmos basados en la optimalidad de Pareto y que además incorporan *elitismo*; en el sentido de la optimización multi-objetivo, éste se refiere al uso de una población externa para almacenar todos los individuos no dominados encontrados hasta el momento. Un algoritmo representativo es el método NSGAI (Deb et al., 2000) el cual es un algoritmo genético de ordenamiento no dominado.

Nuevas tendencias Existe además una gran variedad de métodos que combinan los métodos basados en poblaciones y los basados en búsquedas por entornos y que además combinan métodos que para problemas mono-objetivo, han dado buenos resultados, ejemplo de ello es la búsqueda dispersa, la colonia de hormigas, el cúmulo de partículas, la evolución diferencial, los algoritmos culturales y los sistemas inmune artificial. Un algoritmo representativo de esta área es el de Molina et al. (2007) quienes desarrollan una metaheurística basada en búsqueda dispersa.

2.4.2.1 MOAMP: METAHEURÍSTICA MULTI-OBJETIVO CON UN PROCEDIMIENTO DE MEMORIA ADAPTATIVA

En Caballero et al. (2003) se describe un método para resolver problemas de optimización multi-objetivo el cual genera una aproximación del conjunto de soluciones eficientes. Se sustenta en las siguientes dos premisas.

- 1. Principio de proximidad:** establece que en un entorno o vecindario de una solución eficiente se puede encontrar otra solución eficiente.
- 2. Distancia L_∞ :** establece que la solución que minimiza la distancia L_∞ al punto ideal, es también eficiente.

El MOAMP se compone de tres fases que gradualmente irán conformando la aproximación a la curva de eficiencia, la cual se espera que contenga puntos dis-

tribuidos tanto por las zonas en los que uno de los criterios es predominante como por aquellas zonas caracterizadas por un equilibrio entre los distintos criterios.

Fase I: Se optimiza cada función objetivo por separado, tratando de encontrar puntos eficientes cercanos a los extremos de la frontera de Pareto.

En un problema con p objetivos se realiza lo siguiente:

- se parte de una solución inicial arbitraria y se aplica una búsqueda tabú para optimizar sólo f_1 ,
- con el punto final obtenido de la búsqueda anterior se *enlaza* otra búsqueda tabú para la optimización de f_2 , y así sucesivamente hasta completar p búsquedas tabú,
- finalmente, a partir del último punto obtenido de la búsqueda anterior se *enlaza* una última búsqueda optimizando la primer función f_1 completando así $p + 1$ búsquedas.

El proceso de las búsquedas mencionadas anteriormente puede visualizarse de forma gráfica en la Figura 2.2.

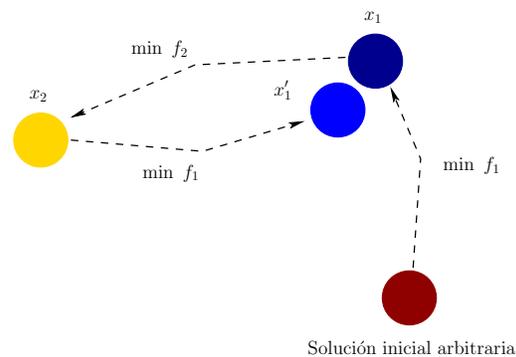


Figura 2.2: Fase I del MOAMP con dos objetivos para un problema de minimización

Durante la ejecución de las búsquedas tabú se van visitando puntos, todos éstos se evalúan para verificar si son puntos eficientes.

Al terminar la fase I se tendrán las aproximaciones a los extremos de la curva de eficiencia y también, posibles puntos eficientes intermedios, esto es, puntos

encontrados en los trayectos de las búsquedas que van desde un extremo del frente de Pareto a otro.

Fase II: Se buscan puntos adicionales dentro de la curva de eficiencia que representan un buen compromiso entre los distintos objetivos considerados. Esto se hace a través de búsquedas tabú enlazadas, es decir, búsquedas en las que su punto de partida es el punto final obtenido de la búsqueda tabú anterior. La función que guía estas búsquedas es una función compromiso que sopesa las funciones objetivo involucradas. Más adelante, se describirá con detalle la definición de dicha función.

Nuevamente durante las búsquedas se visitan puntos, los cuales deben ser evaluados para determinar cuáles son soluciones eficientes.

Al terminar la fase II se tendrá una aproximación a la curva de eficiencia que incluye puntos que representan un buen equilibrio entre los objetivos considerados.

Fase III: Una vez que se obtiene la muestra de puntos eficiente se intensifica la búsqueda sobre cada uno de ellos explorando sus vecinos buscando nuevos puntos eficientes. Esto se basa en la premisa de que en las vecindades de las soluciones eficientes se encuentran otras soluciones eficientes.

Nótese que en esta fase la dominancia entre dos soluciones de acuerdo a la optimalidad de Pareto, es quien guía el proceso de búsqueda.

Al terminar la fase III se obtiene una mejor aproximación a la curva de eficiencia, la cual se espera sea un frente de Pareto bien distribuido y diversificado.

Las búsquedas tabú que fueron referidas en la fase II del MOAMP tienen como propósito localizar puntos adicionales en el interior de la curva de eficiencia, para lo cual se utilizará una técnica de la programación compromiso que minimiza la distancia L_∞ al punto ideal. Entonces, para una solución S , la función que define la

búsqueda se define como

$$F_\lambda(S) = \max \left\{ \lambda \frac{f_1(S) - f_1^{\min}}{f_1^{\max} - f_1^{\min}}, (1 - \lambda) \frac{f_2(S) - f_2^{\min}}{f_2^{\max} - f_2^{\min}} \right\}, \text{ con } \lambda \in (0, 1) \quad (2.5)$$

donde f_i^{\min} y f_i^{\max} con $i = 1, 2$ representan respectivamente los valores mínimo y máximo encontrados para $f_i(S)$ en el conjunto de soluciones no dominadas.

Recuérdese que una de las premisas del MOAMP es que si un punto minimiza la distancia L_∞ normalizada al punto ideal, entonces es un punto eficiente. Obsérvese precisamente que la función F_λ representa esta distancia ponderada por λ y $(1 - \lambda)$. Se ha observado que las soluciones que minimizan F_λ son también eficientes. El punto que minimiza la distancia L_∞ suele representar el mejor equilibrio posible entre los distintos criterios. Lo que se pretende al tratar de encontrar puntos del conjunto compromiso, es completar una muestra de puntos eficientes suficientemente diversa para posteriormente, intensificar la búsqueda sobre estos puntos y obtener una muestra lo más amplia posible del conjunto eficiente.

Nótese también que la función $F_\lambda(S)$ depende del parámetro λ , si $\lambda = 1$ la función que guía la búsqueda es la función f_1 , y si $\lambda = 0$, la función que guía la búsqueda es f_2 . Por lo cual, la función F_λ puede aplicarse en las fases I y II del MOAMP en donde los valores que se le den a λ indicarán si se está realizando una búsqueda tabú en la que la función guía será f_1 , f_2 o una combinación de ambas funciones (la función compromiso).

Todos los puntos visitados en cada una de las búsquedas deben ser evaluados para determinar si están o no dominados por los puntos eficientes encontrados hasta el momento. Si no está dominado se incluye en el conjunto de puntos eficientes y éste conjunto se actualiza de ser necesario. En otras palabras, se comprueba si el punto está dominado por alguno de los elementos ya existentes en el conjunto de puntos eficientes; De ser así se desecha. En otro caso, el punto se incluye en el conjunto de puntos eficientes y enseguida se eliminan del conjunto aquellos puntos que estén dominados por este nuevo elemento.

2.5 PROGRAMACIÓN ESTOCÁSTICA MULTI-OBJETIVO

La programación estocástica multi-objetivo estudia aquellos problemas de decisión en los que el número de objetivos es múltiple y algunos o todos los parámetros del problema son variables aleatorias con distribución conocida. En general, un problema de optimización estocástica multi-objetivo (Caballero et al., 2004) puede formularse como:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \mathbf{f}(x, \boldsymbol{\xi}) = ((\mathbf{f}_1(x, \boldsymbol{\xi})), (\mathbf{f}_2(x, \boldsymbol{\xi})), \dots, (\mathbf{f}_p(x, \boldsymbol{\xi}))) \\ \text{sujeto a:} \quad & \\ & \mathbf{g}_i(x, \boldsymbol{\xi}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & x \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{2.6}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de variables de decisión del problema y $\boldsymbol{\xi}$ es un vector aleatorio definido sobre un conjunto $E \subset \mathbb{R}^n$. Se supone dada la familia F de eventos, subconjunto de E , y la función de distribución de probabilidad P definida sobre F , de manera que para cualquier subconjunto de E , $A \subset E$, $A \subset F$, la probabilidad de A , $P(A)$, es conocida.

En el artículo de Caballero et al. (2004) citan el trabajo de Stancu-Minasian (1984); donde se plantea que se pueden considerar dos posibles formas de abordar un problema estocástico multi-objetivo, el enfoque estocástico y el enfoque multi-objetivo.

2.5.1 ENFOQUE ESTOCÁSTICO

En este enfoque predomina la parte estocástica del problema, por lo que el problema multi-objetivo estocástico se transforma en un problema con una única función objetivo. Luego, se procede a resolver el problema estocástico resultante, formulando su problema determinista equivalente y empleando alguno de los métodos que se considere más apropiado para la resolución de estos problemas. Hay varios

criterios para ello, por ejemplo, el valor esperado, la mínima varianza, el criterio de mínimo riesgo, entre otros (Caballero et al., 2002).

En problemas de diseño de cadena de suministro estocásticos multi-objetivo entre los trabajos que emplean el enfoque estocástico para la resolución de sus problemas destaca el trabajo de Bozorgi-Amiri et al. (2011), él emplea el método de las ponderaciones para obtener una única función objetivo y posteriormente, el problema estocástico lo resuelven con el optimizador comercial CPLEX.

2.5.2 ENFOQUE MULTI-OBJETIVO

En este enfoque prevalece el carácter multi-objetivo, por lo que para la parte estocástica se fija un criterio de transformación para cada objetivo específico y se plantea el problema determinista equivalente. Posteriormente se buscan las soluciones eficientes del problema multi-objetivo determinista obtenido.

En el enfoque multi-objetivo se transforma la parte estocástica en su determinista equivalente, y la parte multi-objetivo del problema se resuelve generalmente a través de métodos como el ϵ -restricción, en donde para cada variación del parámetro ϵ habrá que resolver un problema estocástico mediante la alternativa que se considere más apropiada.

En problemas de diseño de cadena de suministro estocásticos multi-objetivo, destacan los siguientes trabajos que emplean el enfoque estocástico para resolver sus problemas. Guillén et al. (2005) emplea el método del ϵ -restricción y por cada variación de ϵ usan CPLEX para resolver el problema resultante. En Cardona (2009) también se emplea el método de la ϵ -restricción para la parte multi-objetivo, y para resolver el determinista equivalente se emplea la descomposición de Benders.

2.6 RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se presentaron los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo de este trabajo. Se presentó el modelo general de la Optimización Robusta, y también se presentaron algunos conceptos y definiciones básicas de Optimización Multiobjetivo. Se presentaron los algoritmos básicos de GRASP y búsqueda tabú así como las ideas del MOAMP, metaheurística multiobjetivo en la que se basa la metodología de solución propuesta para resolver el problema.

CAPÍTULO 3

CLASIFICACIÓN DE LA LITERATURA RELACIONADA AL PROBLEMA

El problema de diseño de cadena de suministro que se aborda en este trabajo, involucra decisiones de tipo estratégico y operacional, es decir, problemas de ubicación de instalaciones, asignación y transporte. Se considera incertidumbre y la optimización de dos objetivos por lo cual, encontrar literatura que aborde la mayoría de las características del problema de estudio no es tan sencillo.

En la Sección 3.1 se citan trabajos relacionados a cadena de suministro que consideran la optimización de múltiples objetivos o contemplan incertidumbre en los parámetros, destacando aquellos en los que aplican la optimización robusta.

En la Sección 3.2 se enfoca a trabajos en los que se considera la incertidumbre y la optimización de varias medidas de desempeño.

En la Sección 3.2.1 se citan trabajos enfocados a aplicaciones u otras problemáticas en cadena de suministro que se enfocan temas distintos a los abordados en este trabajo, pero que consideran incertidumbre en sus parámetros y optimizan varios objetivos.

Al finalizar este capítulo, en la Tabla 3.1 se sintetizan las características previamente mencionadas de los trabajos revisados.

3.1 CADENA DE SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE O MÚLTIPLES OBJETIVOS

A continuación se presentan algunos trabajos relacionados al que se aborda en este trabajo. Se describen primero aquellos en los que optimizan varios objetivos, después los que contemplan incertidumbre en sus parámetros, de los cuales se hace una distinción sobre aquellos que formulan el problema considerando la optimización robusta.

3.1.1 MÚLTIPLES OBJETIVOS

Jayaraman (1999) introduce un problema multi-objetivo en el que minimiza las funciones de costo y tiempo simultáneamente. El autor descompone la función de costo en dos funciones: una para el costo fijo y otra para los costos de transporte. Para el tiempo formulan una tercera función objetivo. El problema de ubicación de instalaciones que contemplan se basa en un problema de p -mediana y se formula como un modelo de programación entera-mixta. El problema multi-objetivo es resuelto por un método de asignación de pesos.

Zhou et al. (2003) presentan un problema multi-objetivo similar en varios aspectos al aquí considerado ya que minimizan los costos de transporte y el tiempo. Sin embargo, ellos no consideran la componente de ubicación de instalaciones. Otra diferencia es que en ese trabajo se minimiza la suma de los tiempos de los arcos activos, mientras que en el presente trabajo se utiliza una idea más realista basada en la selección de los arcos en dependencia del servicio, por ejemplo las diferentes empresas. Los autores utilizan un algoritmo genético para encontrar el conjunto de soluciones eficientes.

Altıparmak et al. (2006) abordan un problema de cadena de suministro de tres niveles en una compañía que produce plásticos. Se desea minimizar el costo total de la cadena de suministro, la maximización del servicio al cliente que se puede

enfocar hacia los clientes en términos de un tiempo de entrega aceptable, y la maximización de las tasas de uso asociada a los centros de distribución. El problema en consideración es un problema multi-objetivo entero mixto no lineal el cual resuelven empleando un algoritmo genético.

Olivares (2007) presenta un modelo de diseño de cadena de suministro de dos niveles, las características del modelo son similares a las del trabajo que aquí se presenta, sin embargo, se asume que las demandas de los centros de distribución son deterministas. También se considera el problema bi-objetivo en el que se minimizan simultáneamente los objetivos del costo y el tiempo. La metodología de solución que proponen para resolver el problema se basa en técnicas metaheurísticas.

3.1.2 INCERTIDUMBRE

En Tsiakis et al. (2001) se estudia un problema de diseño de cadena de suministro multi-nivel, multi-producto que considera incertidumbre en las demandas representada a través de escenarios. Modelan el problema con un modelo entero mixto y lo resuelven de forma exacta usando CPLEX para un caso de estudio.

En Santoso et al. (2005) estudian un problema de cadena de suministro en el que se asume que las demandas y las capacidades de las instalaciones son parámetros estocásticos. Proponen un modelo de programación estocástica de dos estados con re-curso. El objetivo es minimizar la suma de los costos actuales de inversión y el valor esperado de los costos operacionales futuros. La metodología de solución se basa en el método de aproximación muestral promedio (SAA por sus siglas en inglés: *Sample Average Approximation*) combinado con un algoritmo de descomposición de Benders para problemas estocásticos acelerado.

Salema et al. (2007) estudian un problema de red de distribución de logística inversa, que considera incertidumbre en las demandas y los retornos de productos. Se adopta un enfoque basado en escenarios. Se formula un problema entero mixto el cual se resuelve para un caso de estudio con el optimizador CPLEX.

3.1.2.1 OPTIMIZACIÓN ROBUSTA

Ahmed y Sahinidis (1998) estudian el problema de la expansión de la capacidad en las industrias de procesos químicos. La incertidumbre se presenta en las disponibilidades y demanda de productos químicos, ésta se modela a través de escenarios. Formulan un problema de optimización robusta en el minimizan el valor esperado del costo y su variabilidad, este problema entero mixto a gran escala se resuelve empleando el optimizador OSL. También presentan una formulación del problema restringido, para el cual proponen un método de solución heurístico.

González-Velarde y Laguna (2004) trabajan en un problema de selección de proveedores, consideran incertidumbre en las demandas y tasas de intercambio, la cual representan a través de escenarios. Formulan un problema de optimización robusta entero mixto, en el que minimizan el costo total esperado y penalizan las desviaciones positivas respecto al costo. La metodología de solución es un meta-heurístico basado en el paradigma de la descomposición de Benders.

Al-Qahtani et al. (2008) trabajan en un problema de diseño de una red de procesos petroquímicos, en el que se considera incertidumbre en varios de sus parámetros (costo de la materia prima, precios de los productos, entre otros) la cual se representa a través de escenarios. Formulan un problema de optimización robusta entero mixto no lineal. El modelo se probó sobre algunos casos de estudio generados. Se empleó el optimizador CONOPT para resolver el problema.

Pan y Nagi (2010) trabajan en un problema de cadena de suministro, en el que se considera incertidumbre en las demandas, la cual se representa a través de escenarios. Formulan un problema de optimización robusta con tres componentes en la función objetivo: el costo total esperado, la variabilidad debido a la demanda incierta y una penalización por demanda insatisfecha. La metodología de solución está basada en técnicas heurísticas, la cual se prueba sobre algunos casos de estudio.

3.2 CADENA DE SUMINISTRO MULTI-OBJETIVO Y CON INCERTIDUMBRE

Cheng-Liang y Wen-Cheng (2004) presentan un problema de cadena de suministro multi-objetivo con incertidumbre en precios y demandas. Emplean el enfoque basado en escenarios para modelar la incertidumbre en las demandas, mientras que los precios de los productos se consideran conjuntos difusos. Los objetivos consisten en maximizar la ganancia y maximizar los niveles de inventario seguro, maximizar el nivel de servicio, maximizar la robustez de los objetivos debido a la demanda incierta. La metodología de solución del problema se basa en la lógica difusa. Formulan un problema entero mixto no lineal, para el que se emplea el optimizador DICOPT.

En Guillén et al. (2005) modelan un problema de diseño de cadena de suministro en el que proponen una metodología de programación estocástica basada en un modelo de re-curso para incorporar la incertidumbre asociada a la demanda, representada por un conjunto de escenarios. Plantean además un problema bi-objetivo en el que se maximiza la ganancia y simultáneamente se maximiza el nivel de servicio al cliente (satisfacción de la demanda) y es resuelto mediante el método de la ϵ -restricción. Los autores resuelven un caso de estudio mediante CPLEX.

Azaron et al. (2008) trabajan con un problema de diseño de cadena. Se considera aleatoriedad en demandas, suministros, procesamiento, transporte, la escasez y el costo de la capacidad de la expansión. La incertidumbre se modela a través de escenarios. Se modela el problema estocástico de dos estados, entero mixto no lineal, el cual se resuelve a través de una técnica de programación de logro. Los objetivos del problema son la minimización de la suma de los costos de inversión del primer estado, más el valor esperado de los costos de procesamiento, transporte, escasez y expansión. Se minimiza también la varianza del costo total y la minimización del riesgo financiero. Se emplea el optimizador LINGO para resolver los problemas.

En Cardona (2009) se trabaja con un problema de diseño de cadena de suministro con las mismas características que el problema aquí planteado. Se formula un problema estocástico de dos estados que se resuelve el problema usando el método de descomposición de Benders. El conjunto de soluciones eficientes se emplea el método del ϵ -restricción.

Franca et al. (2010) trabajan en un problema de diseño de cadena de suministro en el que buscan maximizar la ganancia y minimizar los defectos de los productos provenientes de proveedores. La incertidumbre está presente en las demandas. Se formula un problema de programación estocástica, y el problema multi-objetivo se resuelve empleando el método del ϵ -restricción.

Bozorgi-Amiri et al. (2011) resuelven un problema de logística de ayuda humanitaria. La incertidumbre se presenta en demandas, suministros y costos, se emplea un enfoque basado en escenarios. Se formula un problema de optimización robusta en el que se busca minimizar el valor esperado del costo y maximizar la satisfacción del cliente. El problema bi-objetivo se resuelve a través de la programación compromiso. Se resuelve un caso de estudio empleando el optimizador LINGO.

3.2.1 OTROS TRABAJOS QUE ABORDAN PROBLEMÁTICAS CON INCERTIDUMBRE Y CON MÚLTIPLES OBJETIVOS

Amjady et al. (2009) trabajan en un problema de seguridad de sistemas de potencia. Se minimiza el valor esperado del costo de la desviación del voltaje, de las sobrecargas en las líneas eléctricas y se maximiza el valor esperado del margen de estabilidad del voltaje. La incertidumbre se presenta en las unidades generadoras, contingencias en las ramas, e incertidumbre de carga. El problema estocástico se transforma en su determinista equivalente y para obtener el conjunto de soluciones no dominadas emplean el método del ϵ -restricción. Los problemas entero mixto no lineales se resuelven con el optimizador DICOPT.

Mitra (2009) trabaja en un problema de trituración industrial (cerámica, minerales, alimentos, productos farmacéuticos). Consideran incertidumbre en los parámetros relacionados a los índices de molienda y aspereza, los cuales representan a través de conjuntos difusos. Proponen un modelo basado en la programación matemática difusa y la programación con restricciones probabilísticas. Resuelven un caso de estudio empleando el metaheurístico multi-objetivo NSGA-II.

Ben Abdelaziz y Masri (2010) estudian un problema en el que buscan determinar la cantidad a producir. Se minimiza el tiempo de producción y se maximiza la ganancia total. La incertidumbre se presenta en los tiempos y las ganancias de la producción. El problema se resuelve empleando la programación probabilística y emplean la programación compromiso para transformar el problema en su determinista equivalente, el cual resuelven con el método de descomposición de Benders.

Balibek y Köksalan (2010) estudian un problema de administración de la deuda pública gubernamental. Se minimiza el valor esperado del costo, del déficit y el riesgo de liquidez. La incertidumbre se presenta en las tasas de interés y de intercambio. Se formula el problema determinista equivalente basado en un árbol de escenarios. Ofrecen un enfoque basado en la toma de decisiones que le permite al decisor elegir una solución eficiente. El problema se resuelve en el optimizador CPLEX.

3.3 RESUMEN DEL CAPÍTULO

Este Capítulo se dedicó a la revisión de literatura relacionada al problema. Se abarcaron trabajos estocásticos y/o multi-objetivos, destacando aquellos en los que se empleó el enfoque de la optimización robusta. La metodología de solución predominante son los métodos exactos, y que en el caso de métodos aproximados, la técnica más empleada son los algoritmos basados en poblaciones. Lo anterior resalta la importancia del desarrollo de la metodología de solución propuesta más en este trabajo, la cual consiste en una técnica metaheurística en la que se toman en cuenta las características del problema para su diseño.

Tabla 3.1: Trabajos relacionados a problemas de cadena de suministro

Autor(es)	Parámetros		Objetivos		Metodología de solución	
	Deterministas	Incertidumbre	Uno	Múltiples	Exactos	Heurísticos
Jayaraman (1999)	✓			✓		
Zhou et al. (2003)	✓			✓		✓
Altıparmak et al. (2006)	✓			✓		✓
Olivares (2007)	✓			✓		✓
Tsiakis et al. (2001)		✓	✓		✓	
Santoso et al. (2005)		✓	✓		✓	
Salema et al. (2007)		✓	✓		✓	
Ahmed y Sahinidis (1998)		✓	✓			✓
González-Velarde y Laguna (2004)		✓	✓			✓
Al-Qahtani et al. (2008)		✓	✓		✓	
Pan y Nagi (2010)		✓	✓			✓
Cheng-Liang y Wen-Cheng (2004)		✓		✓	✓	
Guillén et al. (2005)		✓		✓	✓	
Azaron et al. (2008)		✓		✓	✓	
Cardona (2009)		✓		✓	✓	
Franca et al. (2010)		✓		✓	✓	
Bozorgi-Amiri et al. (2011)		✓		✓	✓	
Amjady et al. (2009)		✓		✓	✓	
Mitra (2009)		✓		✓		✓
Ben Abdelaziz y Masri (2010)		✓		✓	✓	
Balibek y Köksalan (2010)		✓		✓	✓	

CAPÍTULO 4

PLANTEAMIENTO Y FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

En la Sección 4.1 de este capítulo se describe el problema de cadena de suministro bajo estudio. Una de sus características más importantes es la incorporación de incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, para lo que se adopta un enfoque basado en escenarios. En la Sección 4.2 se formula el problema bajo la perspectiva de la Optimización Robusta.

4.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema que se aborda en este trabajo se basa en un diseño de cadena de suministro de dos niveles. En el primer nivel el producto se envía de las plantas a las bodegas, mientras que en el segundo nivel éste se envía de las bodegas a los centros de distribución. Los supuestos del problema se enlistan a continuación:

- El número de plantas existentes y sus capacidades son fijos y conocidos.
- Las bodegas tienen definida su capacidad y un costo fijo en caso de apertura, el cual está en dependencia del lugar en donde se localicen.
- El número de centros de distribución existentes también es fijo y conocido, cada uno de éstos tiene asociada una demanda del producto la cual se considera aleatoria y es modelada a través de escenarios.

- Se tienen también diferentes servicios de transporte definidos por los parámetros de costo y tiempo, los cuales están correlacionados negativamente, es decir, a mayor costo menor tiempo de envío y viceversa.

Una representación gráfica de la red de cadena de suministro antes descrita se muestra en la Figura 4.1. Obsérvese que las plantas se representan por círculos, las bodegas por hexágonos y los centros de distribución por cuadrados. Los servicios de transporte, entre cada par de nodos, se representan por arcos, la línea continua representa un servicio de transporte caro pero rápido, y el arco con línea punteada representa un servicio de transporte barato pero lento.

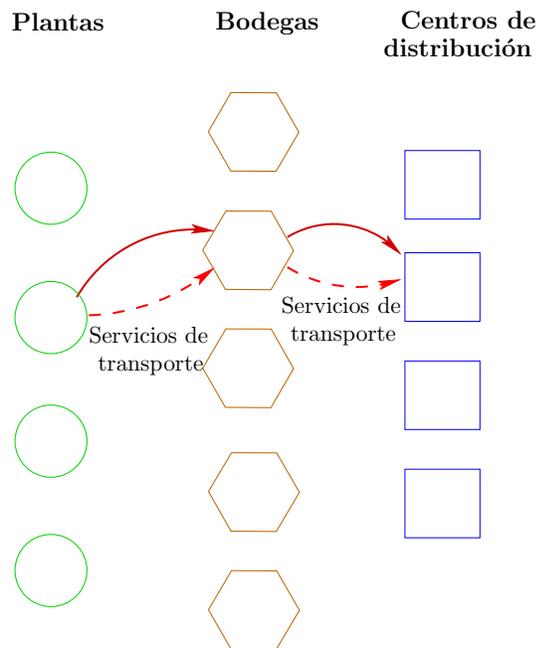


Figura 4.1: Red de cadena de suministro de dos niveles con múltiples medios de transporte

Una característica importante del problema es que la demanda de los centros de distribución es un parámetro incierto, el cual se ha representado a través de un conjunto discreto de escenarios que denotan posibles realizaciones de la demanda. Teniendo en cuenta esto, las decisiones del problema se dividen en decisiones “*a priori*”, es decir, las que se deciden antes de conocer los valores que tomará la variable aleatoria, y decisiones “*a posteriori*”, es decir, las que se llevan a cabo una

vez que se conoce el valor que toma la variable aleatoria. A continuación se enlistan las decisiones que corresponden a cada una de ellas.

Decisiones “*a priori*”

- la ubicación de instalaciones,
- las asignaciones entre bodegas y centros de distribución.

Decisiones “*a posteriori*”

- la decisiones correspondientes a qué plantas suministrarán a las bodegas,
- la selección de medios de transporte en ambos niveles de la cadena,
- la cantidad de producto que se enviará a través de los medios de transporte en ambos niveles de la cadena,
- la cantidad de demanda que quedará insatisfecha, si hubiese.

El conflicto entre los objetivos del costo y el tiempo generado por la disponibilidad de diversos medios de transporte da lugar al planteamiento del problema bi-objetivo en el que se minimizarán el costo esperado y el tiempo máximo de envío esperado a lo largo de la cadena.

Graficamente en la Figura 4.2 se muestran los diseños de red para dos escenarios, el de la izquierda representa uno de demanda baja y el de la derecha uno de demanda alta. Obsérvese que ambas configuraciones comparten en su diseño las bodegas que tienen abiertas así como la asignación de bodegas a centros de distribución, pues éstas son decisiones que se toman antes de conocer la realización de la variable aleatoria. Sin embargo, ambas redes difieren en el diseño de red en el primer nivel, pues ahora en dependencia del escenario que se presente queda determinado qué plantas suministrarán a cuáles bodegas. Asimismo, los medios de transporte empleados y la cantidad de producto que se envía a través de ellos, son decisiones que también dependen del escenario que se realice.

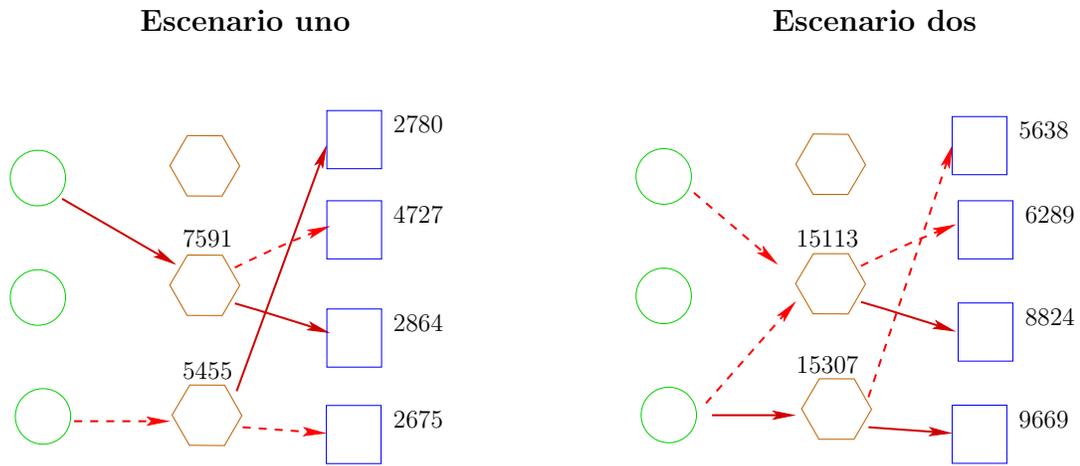


Figura 4.2: Diseño de estructura de red para el problema con dos escenarios

4.2 MODELO ROBUSTO PARA EL PROBLEMA DE DISEÑO DE CADENA DE SUMINISTRO

Previo a la formulación matemática del problema es importante mencionar que se empleará la nomenclatura de red, en donde los nodos serán las plantas, bodegas y centros de distribución y un arco entre dos nodos representará un servicio de transporte con dos valores asociados: costo y tiempo.

La modelación matemática de la versión determinista del problema, es decir, cuando la demanda de los centros de distribución es conocida, puede consultarse en Olivares (2007).

En este trabajo se propone un modelo para obtener un diseño de red en donde las variables de decisión están relacionadas con el momento en que se devela la incertidumbre. En ese sentido se cuenta con *variables de diseño*, que corresponden a las decisiones que se toman *a priori* de la realización de la demanda, y también se cuenta con las *variables de control*, correspondientes a las decisiones que se llevan a cabo *a posteriori* de la realización de la demanda.

4.2.1 EXPLICACIÓN DE LOS PARÁMETROS Y VARIABLES

A continuación se describen los conjuntos y parámetros empleados en la formulación matemática del problema. Los supraíndices ⁽¹⁾ y ⁽²⁾ denotan lo referente al nivel de plantas a bodegas, y de bodegas a centros de distribución, respectivamente.

4.2.1.1 CONJUNTOS

- \mathcal{I} : conjunto de plantas, indexado por i ,
- \mathcal{J} : conjunto de sitios potenciales para la apertura de bodegas, indexado por j ,
- \mathcal{K} : conjunto de centros de distribución, indexado por k ,
- $\mathcal{L}_{ij}^{(1)}$: conjunto de arcos ℓ entre los nodos $i - j$,
- $\mathcal{L}_{jk}^{(2)}$: conjunto de arcos ℓ entre los nodos $j - k$,
- \mathcal{S} : conjunto de escenarios s para la demanda, indexado por s .

4.2.1.2 PARÁMETROS

- $c_{ij\ell}^{(1)}$: costo por enviar una unidad de producto de la planta i a la bodega j utilizando un arco del tipo ℓ ,
- $c_{jk\ell}^{(2)}$: costo por enviar una unidad de producto de la bodega j al centro de distribución k utilizando un arco del tipo ℓ ,
- $t_{ij\ell}^{(1)}$: tiempo de envío de cualquier cantidad de producto de la planta i a la bodega j utilizando un arco del tipo ℓ ,
- $t_{jk\ell}^{(2)}$: tiempo de envío de cualquier cantidad de producto de la bodega j al centro de distribución k utilizando un arco del tipo ℓ ,
- $q_i^{(1)}$: capacidad de la planta i ,
- $q_j^{(2)}$: capacidad de la bodega j ,
- f_j : costo fijo por abrir la bodega j ,
- d_k^s : demanda en centro de distribución k bajo el escenario s ,
- p_s : probabilidad de ocurrencia del escenario s ,
- η_k : costo por unidad de demanda insatisfecha en centro de distribución k .

4.2.2 VARIABLES DE DECISIÓN

Las *variables de diseño* para este problema son las correspondientes a la apertura de las bodegas, así como la asignación de bodegas a centros de distribución en el segundo nivel de la cadena. Se representan a través de las siguientes variables binarias:

$$Z_j = \begin{cases} 1 & \text{si la bodega } j \text{ se abre,} \\ 0 & \text{en otro caso;} \end{cases}$$

$$W_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si se asigna la bodega } j \text{ con el centro de distribución } k, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

La variable binaria W_{jk} es una variable de “asignación” que se emplea para representar una característica presente en el segundo nivel de la cadena, ésta consiste en que cada centro de distribución debe ser abastecido por una sola bodega. Obsérvese que, como se ha mencionado anteriormente, esta decisión, así como la correspondiente a Z_j se comparten para todos los escenarios involucrados en el problema.

Las *variables de control* son la selección de los medios de transporte y la cantidad de producto que se enviará a través de ellos, lo anterior para ambos niveles de la cadena de suministro, además de la cantidad de demanda no satisfecha para los centros de distribución. Estas variables se representan a través de las siguientes variables binarias y continuas:

$$U_{ij\ell}^s = \begin{cases} 1 & \text{si un arco del tipo } \ell \text{ se usa para transportar producto de la planta } i \\ & \text{a la bodega } j \text{ en el escenario } s, \\ 0 & \text{en otro caso;} \end{cases}$$

$$V_{j k \ell}^s = \begin{cases} 1 & \text{si un arco del tipo } \ell \text{ se usa para transportar producto de la bodega } j \\ & \text{al centro de distribución } k \text{ en el escenario } s, \\ 0 & \text{en otro caso;} \end{cases}$$

$X_{i j \ell}^s$: cantidad de producto transportado de la planta i a la bodega j utilizando un arco del tipo ℓ bajo el escenario s ;

$Y_{j k \ell}^s$: cantidad de producto transportado de la bodega j al centro de distribución k utilizando un arco del tipo ℓ bajo el escenario s ;

Q_k^s : cantidad de demanda insatisfecha en el centro de distribución k bajo el escenario s .

4.2.3 FUNCIONES OBJETIVO

En este problema se considera la minimización del valor esperado de dos objetivos: el costo y el tiempo.

La función del costo (f_1) minimiza el costo fijo incurrido por abrir las bodegas más el valor esperado del costo por enviar producto de las plantas a las bodegas y de éstas a los centros de distribución, más el valor esperado del costo de la penalización por demanda no satisfecha.

La función del tiempo (f_2) minimiza el valor esperado del tiempo máximo en enviar el producto a través de la cadena. Es importante hacer notar que la selección del servicio de transporte puede ser distinta para cada escenario, por lo que el tiempo de transporte máximo, en general, varía en dependencia del escenario que se presente.

A continuación se definen las siguientes ecuaciones para conveniencia en la definición de la función objetivo del costo:

$$\begin{aligned}
 \sum_{j \in \mathcal{J}} f_j \cdot Z_j: & \quad CF \quad \text{costo fijo,} \\
 \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}} c_{ij\ell}^{(1)} \cdot X_{ij\ell}^s: & \quad C_s^{(1)} \quad \text{costo de transporte en el primer nivel por} \\
 & \quad \text{cada escenario,} \\
 \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} c_{jkl}^{(2)} \cdot Y_{jkl}^s: & \quad C_s^{(2)} \quad \text{costo de transporte en el segundo nivel por} \\
 & \quad \text{cada escenario,} \\
 \sum_{k \in \mathcal{K}} \eta_k \cdot Q_k^s: & \quad CP_s \quad \text{costo de penalización por demanda insatis-} \\
 & \quad \text{fecha por cada escenario.}
 \end{aligned}$$

Y así, a partir de las ecuaciones anteriores se procede a formular las funciones objetivo para el problema bi-objetivo de diseño de cadena de suministro:

$$\min f_1 = CF + \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \left(C_s^{(1)} + C_s^{(2)} \right) + \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s CP_s \quad (4.1)$$

$$\min f_2 = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \left\{ \max_j \left[\max_{i,\ell} \left(t_{ij\ell}^{(1)} \cdot U_{ij\ell}^s \right) + \max_{k,\ell} \left(t_{jkl}^{(2)} \cdot V_{jkl}^s \right) \right] \right\} \quad (4.2)$$

Más adelante, en los Capítulos 5 y 6 durante el desarrollo de la metodología de solución, se hará referencia a cada una de las partes que componen las funciones objetivo, el costo fijo, los valores esperados y los tiempos máximos de transporte.

4.2.3.1 LINEALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DEL TIEMPO

Para convertir la función objetivo del tiempo (f_2) en una función lineal es necesario definir las siguientes variables auxiliares:

- T : tiempo máximo esperado que toma enviar el producto desde cualquier planta hasta cualquier centro de distribución,
- T_s : tiempo máximo que toma enviar producto desde cualquier planta hasta cualquier centro de distribución bajo el escenario s ,

- $t_{sj}^{\text{máx}(1)}$: tiempo máximo que toma enviar producto en el primer nivel para una bodega activa j si se presenta el escenario s , es decir,

$$t_{sj}^{\text{máx}(1)} = \text{máx}(t_{ij\ell}^{(1)} \cdot U_{ij\ell}^s),$$
- $t_{sj}^{\text{máx}(2)}$: tiempo máximo que toma enviar producto en el segundo nivel para una bodega activa j si se presenta el escenario s , es decir,

$$t_{sj}^{\text{máx}(2)} = \text{máx}(t_{jkl}^{(2)} \cdot V_{jkl}^s).$$

De esta manera la función objetivo del tiempo (4.2) se redefine como:

$$\min f_2 = T \quad (4.3)$$

sujeta a las restricciones (4.4), (4.5), (4.6) y (4.7) listadas a continuación.

4.2.4 RESTRICCIONES

$$T = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s T_s \quad (4.4)$$

$$T_s - t_{sj}^{\text{máx}(1)} - t_{sj}^{\text{máx}(2)} \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.5)$$

$$t_{sj}^{\text{máx}(1)} - t_{ij\ell}^{(1)} \cdot U_{ij\ell}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, \ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)} \quad (4.6)$$

$$t_{sj}^{\text{máx}(2)} - t_{jkl}^{(2)} \cdot V_{jkl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)} \quad (4.7)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} W_{jk} = 1 \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.8)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}} U_{ij\ell}^s \leq 1 \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J} \quad (4.9)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} V_{jkl}^s \leq 1 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K} \quad (4.10)$$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}} U_{ij\ell}^s - Z_j \geq 0 \quad \forall j \in \mathcal{J} \quad (4.11)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s + Q_k^s = d_{sk} \quad \forall s \in \mathcal{S}, k \in \mathcal{K} \quad (4.12)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}} X_{ijl}^s \leq q_i^{(1)} \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I} \quad (4.13)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}} X_{ijl}^s - \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.14)$$

$$q_j^{(2)} z_j - \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.15)$$

$$X_{ijl}^s - U_{ijl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, \ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)} \quad (4.16)$$

$$Y_{jkl}^s - V_{jkl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)} \quad (4.17)$$

$$q_i^{(1)} U_{ijl}^s - X_{ijl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, \ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)} \quad (4.18)$$

$$q_j^{(2)} V_{jkl}^s - Y_{jkl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)} \quad (4.19)$$

$$q_j^{(2)} W_{jk} - Y_{jkl}^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)} \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} W_{jk} \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.21)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s \geq q_j^{(2)} Z_j - q_j^{(2)} (1 - h_{js}) \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.22)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{\ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}} Y_{jkl}^s \geq \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} W_{jk} - \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_{sk} h_{js} \quad \forall s \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{J} \quad (4.23)$$

$$T, T_s, t_{sj}^{\max(1)}, t_{sj}^{\max(2)}, X_{ijl}^s, Y_{jkl}^s, Q_k^s \geq 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \quad (4.24)$$

$$\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}$$

$$Z_j, U_{ijl}^s, V_{jkl}^s, W_{jk}, h_{js} \in \{0, 1\} \quad \forall s \in \mathcal{S}, i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}, \quad (4.25)$$

$$\ell \in \mathcal{L}_{ij}^{(1)}, \ell \in \mathcal{L}_{jk}^{(2)}$$

En (4.8) se establece que cada centro de distribución debe ser asignado a una sola bodega. Las restricciones (4.9) indican que debe seleccionarse a lo mucho un arco entre los nodos $i - j$ bajo el escenario s , de manera análoga las restricciones

(4.10) indican también que a lo mucho debe seleccionarse un arco, pero ahora entre los nodos $j - k$. Las restricciones (4.11) establecen que una bodega no debe abrirse si no tiene arcos incidentes en ella. Dichos arcos pueden estar asociados a cualquiera de los escenarios implicados.

El conjunto de restricciones (4.12) indican que la cantidad de demanda insatisfecha será igual a la demanda asociada al centro, menos la cantidad que pueda satisfacerse desde las bodegas hacia el centro de distribución. Las restricciones (4.13) aseguran que no se exceda la capacidad de las plantas. Las restricciones (4.14) mantienen el balance entre la cantidad de producto que sale y entra de las bodegas. Las restricciones (4.15) establecen que la cantidad de producto que sale de las bodegas no exceda su capacidad y al mismo tiempo requiere que el envío de producto se haga a través de bodegas abiertas. Las restricciones (4.16) y (4.17) indican que para cada escenario el arco en cuestión no debe abrirse si no se utiliza, tanto para el primer como para el segundo nivel de la cadena de suministro.

Por su parte, las restricciones (4.18) y (4.19) establecen en ambos niveles de la cadena que para cada escenario debe abrirse el arco si hay una cantidad positiva a enviar del producto, y a lo más podrá enviar la capacidad de las plantas y las bodegas, respectivamente. Las restricciones (4.20) establecen que si se envía producto debe haber asignación y bajo dicha asignación a lo más se podrá enviar la capacidad de la bodega.

Las restricciones (4.15), (4.21), (4.22) y (4.23) garantizan de forma conjunta que si se abre una bodega, se aproveche al máximo su capacidad. Así, si una bodega esta abierta, el flujo que saldrá de ella será el mínimo entre la capacidad de ésta o la suma de la demanda de los centros de distribución asignados a ella.

Las restricciones (4.24) denotan las variables que están condicionadas a ser continuas mientras que las restricciones (4.25) indican las variables que son binarias.

En Olivares (2007) se mostró que la versión determinista del problema es NP-duro, puesto que fue posible mostrar que el problema se reduce a una instancia

del UFLP (por sus siglas en inglés: *Uncapacitated Facility Location Problem*) cuya complejidad computacional es NP-duro (Cornuéjols et al., 1990). Si en el problema que se aborda en este trabajo se considera un solo escenario, se tendría una versión determinista del mismo, para el cual se mantiene la complejidad ya mostrada.

A continuación en las Tablas 4.4 se muestra la cantidad de restricciones y variables, respectivamente, implicadas en el modelo entero mixto.

Tabla 4.4: Cantidad de restricciones en el problema entero mixto

Restricción	Número de restricciones
(4.4)	1
(4.5)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.6)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} $
(4.7)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
(4.8)	$ \mathcal{K} $
(4.9)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{I} \times \mathcal{J} $
(4.10)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K} $
(4.11)	$ \mathcal{J} $
(4.12)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{K} $
(4.13)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{I} $
(4.14)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.15)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.16)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} $
(4.17)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
(4.18)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} $
(4.19)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
(4.20)	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
(4.21)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.22)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.23)	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
(4.24)	$1 + 3 \mathcal{S} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} + (\mathcal{S} \times \mathcal{K})$
(4.25)	$ \mathcal{J} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} + (\mathcal{J} \times \mathcal{K}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{J})$
Total	$1 + 2 \mathcal{J} + \mathcal{K} + 3 \mathcal{S} + (\mathcal{J} \times \mathcal{K}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{I}) + 7(\mathcal{S} \times \mathcal{J}) + 2(\mathcal{S} \times \mathcal{K}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{I} \times \mathcal{J}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{J} \times \mathcal{K}) + 5 \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + 6 \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $

Tabla 4.5: Cantidad de variables en el problema entero mixto

VARIABLES	Número de variables
Z_j	$ \mathcal{J} $
$U_{ij\ell}^s$	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} $
$V_{j k \ell}^s$	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
W_{jk}	$ \mathcal{J} \times \mathcal{K} $
h_{js}	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
T	1
T_s	$ \mathcal{S} $
$t_{sj}^{\max(1)}$	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
$t_{sj}^{\max(2)}$	$ \mathcal{S} \times \mathcal{J} $
$X_{ij\ell}^s$	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} $
$Y_{j k \ell}^s$	$\sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $
Q_k^s	$ \mathcal{S} \times \mathcal{K} $
Binarias	$ \mathcal{J} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} + (\mathcal{J} \times \mathcal{K}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{J})$
Continuas	$1 + \mathcal{S} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} + (\mathcal{S} \times \mathcal{K}) + 2(\mathcal{S} \times \mathcal{J})$
Total	$1 + \mathcal{J} + \mathcal{S} + (\mathcal{J} \times \mathcal{K}) + 3(\mathcal{S} \times \mathcal{J}) + (\mathcal{S} \times \mathcal{K}) + 2 \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \mathcal{L}_{ij}^{(1)} + 2 \sum_{s \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{J}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \mathcal{L}_{jk}^{(2)} $

4.3 RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se presentó la descripción del problema. La incertidumbre asociada a los centros de distribución se modeló a través de escenario y se consideró una penalización por demanda insatisfecha. Se formuló el problema bajo el enfoque de la Optimización Robusta, antes de la realización de la variable aleatoria se decide cuántas y cuáles bodegas abrir, así como la asignación entre bodegas y centros de distribución. Una vez que se devela la incertidumbre se determina los servicios de transporte que serán empleados para transportar el producto, las cantidades de éste que serán enviadas, y si hubiese la cantidad de demanda insatisfecha. Esto bajo la minimización del costo total esperado y el tiempo total esperado de transporte en toda la cadena.

CAPÍTULO 5

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA CON INCERTIDUMBRE Y SATISFACCIÓN DE LA DEMANDA

La metodología de solución propuesta para resolver el problema planteado en este trabajo, está basada en el desarrollo de técnicas metaheurísticas para problemas de optimización multi-objetivo. Recuérdese que se considera incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, para lo cual se adopta un enfoque basado en escenarios. En el problema también se permite dejar demanda sin satisfacer, incurriendo en un costo de penalización.

La descripción de la metodología planteada en este capítulo considera sólo la incertidumbre en las demandas, en el siguiente capítulo ésta se extenderá considerando además penalización por demanda insatisfecha.

Como se ha comentado anteriormente, los dos objetivos que se busca minimizar son: el costo y el máximo tiempo total esperado por enviar el producto a lo largo de la cadena de suministro. Ambos objetivos están en conflicto, es decir a mayor costo corresponde menor tiempo de envío y viceversa, de manera que no es posible mejorar un objetivo sin empeorar el otro. Mediante el método metaheurístico diseñado se espera obtener una buena aproximación a la frontera de Pareto. El conjunto de soluciones eficientes provistas representan distintas alternativas para el tomador de

decisiones, de entre las cuales él podrá elegir la que considere más adecuada, posiblemente una solución que se ajuste a sus requerimientos económicos y conlleve a una rápida entrega del producto.

5.1 EL PROBLEMA BI-OBJETIVO

En un problema de optimización multi-objetivo, donde \mathcal{X} denota el espacio de soluciones factibles, la imagen de \mathcal{X} bajo $F = (f_1, f_2)$ se denota por $F(\mathcal{X})$ y representa el vector de los objetivos, $\mathcal{Y} = F(\mathcal{X})$ corresponde a la imagen de las soluciones factibles en el espacio de los objetivos. El conjunto de todas las soluciones $\hat{x} \in \mathcal{X}$, denotado por \mathcal{X}_E es el conjunto eficiente. Gran parte de las técnicas de programación multi-objetivo se centran en obtener dicho conjunto, o una aproximación a éste. La idea es que este conjunto sea lo suficientemente amplio y representativo como para poder ofrecer distintas alternativas al tomador de decisiones.

En los problemas multi-objetivo, los métodos que aproximan el conjunto eficiente deben ser capaces de converger al conjunto de soluciones Pareto optimales y al mismo tiempo generar un conjunto de soluciones diversas en el espacio de los objetivos. Por diversidad se entiende una frontera de Pareto densa y distribuida en la región de interés, una representación gráfica de la intensificación y diversificación se muestra en la Figura 5.1 para el caso de la minimización de dos objetivos.

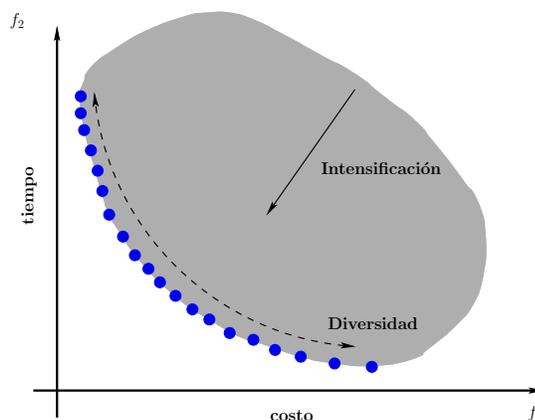


Figura 5.1: Representación de un frente denso y distribuido para el caso bi-objetivo

En el problema que se plantea en este trabajo el objetivo consiste en encontrar una buena aproximación a la frontera de Pareto. Por ello es importante recordar la definición de dominancia en optimización multi-objetivo, la cual establece que una solución es eficiente si no existe otra que la domine. En el contexto del problema de este trabajo, sea $f_1(S)$ el costo total esperado y $f_2(S)$ el tiempo máximo esperado de envío, ambos correspondientes a la solución S . Si existen dos soluciones S y S' , se dice que S domina a S' si:

- i) $f_1(S) \leq f_1(S')$,
- ii) $f_2(S) \leq f_2(S')$ y
- iii) $f_1(S) < f_1(S')$ o bien $f_2(S) < f_2(S')$

El conjunto de todas las soluciones que satisfagan estas condiciones darán lugar a la aproximación a la frontera de Pareto buscada.

5.1.1 CONSIDERACIONES Y NOMENCLATURA

Una observación importante es que la cadena de suministro que se estudia en este trabajo se compone de dos niveles. Al primer nivel de la cadena, en el cual el envío de producto va de plantas a bodegas se le denomina “*parte del transporte*”, porque se reúnen las características del problema clásico de transporte, en el que una bodega puede ser abastecida por varias plantas. Al segundo nivel de la cadena, en el que el envío va de bodegas a centros de distribución se le denominará “*parte de asignación*”, puesto que cada centro de distribución debe ser abastecido por una sola bodega, característica del clásico problema de asignación generalizada (GAP por sus siglas en inglés *Generalized Assignment Problem*).

Además, al problema de minimizar el tiempo total esperado y el costo total esperado, se les denomina “*problema del tiempo*” y “*problema del costo*”, respectivamente (véase la Figura 5.2).

Tanto los envíos de plantas a bodegas como los de bodegas a centros, en cada escenario, pueden ser realizados por dos servicios de transporte: uno barato y lento, y otro caro pero rápido.

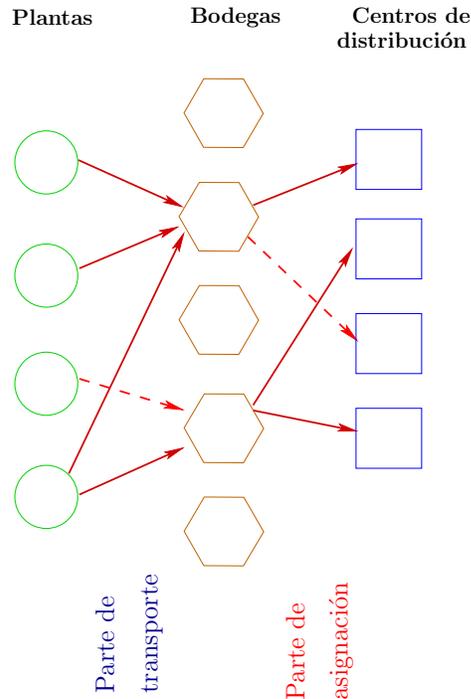


Figura 5.2: El problema de diseño de cadena de suministro de dos niveles: *parte de transporte* y *parte de asignación*

5.2 DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN

BASADO EN MOAMP

El MOAMP genera una aproximación inicial a la frontera de Pareto a través del enlace de una serie de búsquedas tabú, la cual posteriormente es mejorada a través de un proceso de intensificación. Éstos y otros detalles referentes al método se describieron previamente en el Capítulo 2. La metodología de solución descrita en este capítulo (5) y en el siguiente (6) toman como base el esquema general del MOAMP, sin embargo, a diferencia de la implementación clásica de éste método en este trabajo se realiza una variación en la fase I, la cual se describirá a continuación.

5.2.1 VARIACIÓN AL MOAMP

Pruebas experimentales en García Calvillo (2010) y Gómez Cámara (2010) mostraron que mientras mejores son las aproximaciones a los extremos del frente de Pareto, más amplia es la aproximación al conjunto eficiente que resulta después de aplicar las fases I y II del MOAMP. Esto ocurre porque los puntos extremos delimitan el espacio de búsqueda de la fase II, por lo que, mientras más parecidos sean a los extremos del frente de Pareto, más acertada será la región de búsqueda delimitada por ellos.

Obsérvese que cuando se optimiza f_1 a través de una búsqueda tabú se espera obtener una “buena” solución para dicha función, posteriormente con el punto final de esa búsqueda se *enlaza* otra búsqueda para la optimización de f_2 . Sin embargo, al ser contrapuestos los objetivos, este punto inicial, de entrada “bueno” para f_1 podría ser un punto “malo” para f_2 , de manera que, empezar la búsqueda tabú con tal punto de partida conllevaría a que el extremo de la frontera de Pareto correspondiente a f_2 pueda ser difícil de alcanzar.

La variación del MOAMP que se propone toma lo anterior en consideración y por tanto, da suma importancia a obtener extremos de mayor calidad para cada función objetivo. Esto resulta en una región de búsqueda más amplia para la fase II del MOAMP.

A diferencia de las implementaciones clásicas del MOAMP, en el algoritmo propuesto se adopta la siguiente variación en la que se consideran sólo dos objetivos: se desarrollan dos procesos de optimización uno por cada función objetivo, las características de cada uno de estos procesos pueden variar en dependencia del objetivo que se esté optimizando. Una vez obtenidos estos buenos extremos, a partir del extremo obtenido para f_1 se optimiza f_2 , y a partir del extremo obtenido para f_2 se optimiza f_1 . Reiterando nuevamente la importancia de comenzar por obtener buenas aproximaciones a los puntos extremos, en aras de delimitar adecuadamente la zona de búsqueda de soluciones eficientes.

En el caso de minimizar, una representación gráfica de la variación antes mencionada para el caso de dos objetivos, se muestra en la Figura 5.3. En dicha gráfica se representa el proceso que comienza con la obtención de las dos buenas soluciones x_1 y x_2 al optimizar f_1 y f_2 de manera independiente. Después, partiendo de x_1 , se inicia una búsqueda para minimizar la función del tiempo f_2 llegando al punto x'_2 y, de manera análoga, se usa x_2 para realizar una búsqueda para minimizar la función f_1 llegando al punto x'_1 .

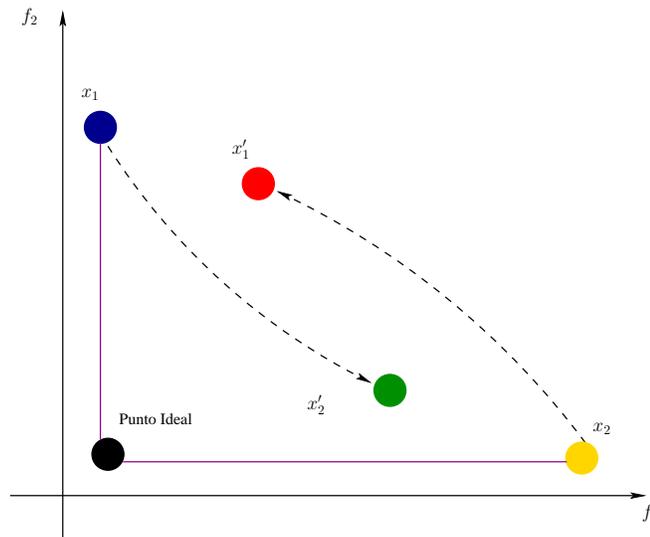


Figura 5.3: La variación en la primera fase del MOAMP

Se plantea a continuación, de forma general, el algoritmo de solución del problema considerando incertidumbre en las demandas y atendiendo la variación descrita previamente. Dicho algoritmo está enmarcado dentro de la estructura del MOAMP y consta de las tres fases siguientes:

Fase I Se obtienen buenas aproximaciones a los extremos del frente de Pareto, resolviendo el *problema del costo* (f_1) y el *problema del tiempo* (f_2). Para ello se diseñan procedimientos GRASP, uno para cada función objetivo. Éstos se componen de un procedimiento constructivo y una fase de mejora en la que se explotan las características de la función objetivo para guiar la búsqueda.

Después de haber obtenido ambas soluciones, se diseña una búsqueda tabú para resolver el *problema del costo* a partir de la solución que dio el GRASP para el

problema del tiempo. De manera análoga, se diseña una búsqueda tabú para resolver el *problema del tiempo* a partir de la solución que dio el GRASP para el *problema del costo*.

Todos los puntos visitados durante las búsquedas anteriormente señaladas, se evalúan para determinar si está ó no dominado por los puntos eficientes encontrados hasta el momento, este conjunto se denota por \mathcal{C}_{ND} . Si el punto a evaluar no está dominado se añade al conjunto y éste se actualiza de ser necesario. Es decir, se comprueba primero si el punto es dominado por alguno de los elementos \mathcal{C}_{ND} , de ser así, se desecha. De lo contrario, el punto se agrega al conjunto, y enseguida se eliminan de él, aquellos puntos dominados por este nuevo elemento.

Al concluir la fase I, se tendrá una aproximación a la frontera de Pareto compuesta por sus puntos extremos y algunos puntos obtenidos durante los trayectos de las búsquedas tabú que se realizaron partiendo de un punto extremo hacia el otro extremo de la frontera de Pareto, y viceversa.

Fase II Se buscan puntos adicionales dentro de la frontera de Pareto a través de búsquedas tabú enlazadas, para ello se aplica una técnica de programación compromiso que minimiza la distancia normalizada L_∞ al punto ideal, en la que para una solución S , la función que define la búsqueda se define como

$$F_\lambda(S) = \max \left\{ \lambda \frac{f_1(S) - f_1^{\min}}{f_1^{\max} - f_1^{\min}}, (1 - \lambda) \frac{f_2(S) - f_2^{\min}}{f_2^{\max} - f_2^{\min}} \right\}, \text{ con } \lambda \in (0, 1)$$

donde f_i^{\min} y f_i^{\max} con $i = 1, 2$ representan respectivamente los valores mínimo y máximo encontrados para $f_i(S)$ en el conjunto de soluciones no dominadas \mathcal{C}_{ND} . Recuérdese que una de las premisas del MOAMP es que si un punto minimiza la distancia L_∞ normalizada al punto ideal, éste es un punto eficiente.

Lo que se pretende al encontrar puntos que representen un buen compromiso entre los distintos objetivos considerados, es completar una muestra de puntos eficientes suficientemente diversa para posteriormente intensificar la búsqueda

sobre estos puntos y obtener una muestra lo más amplia posible al conjunto eficiente.

Al terminar la fase II, se actualiza el conjunto de soluciones no dominadas con las soluciones visitadas durante las búsquedas tabú enlazadas que minimizaron F_λ . Se espera que esta aproximación explore distintas zonas del conjunto eficiente, ya que la función minimizada pondera las funciones objetivo f_1 y f_2 , lo que permite obtener puntos distribuidos a través de toda la frontera de Pareto.

Fase III Se buscan nuevos puntos eficientes, a través de un proceso de intensificación sobre los puntos eficientes existentes al momento. La “función” que rige esta fase es la dominancia, por lo que la mejora que pueda dar esta fase dependerá de las características de los vecindarios de una solución.

Las fases I y II generaron una aproximación inicial a la frontera de Pareto. Después de aplicar la fase III se obtiene una mejor aproximación a dicha frontera a través del proceso de intensificación de búsqueda de puntos eficientes.

Una representación gráfica de los resultados esperados después de aplicar las fases del MOAMP se muestra en la Figura 5.4. En ella se muestran las transiciones de una fase a otra, como resultado, al culminar la fase III, se muestra la aproximación a la curva de eficiencia obtenida.

El pseudocódigo de cada una de las tres fases que conforman el MOAMP se presenta a continuación:

FASE I: APROXIMACIÓN A LOS EXTREMOS Y A LA CURVA INICIAL DE EFICIENCIA

Hacer $\mathcal{C}_{ND} = \emptyset$;

- (1) Obtener una solución S al *problema del tiempo* mediante `GRASPTiempos()`;
 - (2) Ejecutar `BusquedaTabuMixta(S)` usando F_λ , $\lambda = 0$, es decir, f_1 como función objetivo;
 - (3) Obtener una solución S al *problema del costo* mediante `GRASPCostos()`;
 - (4) Ejecutar `BusquedaTabuMixta(S)` usando F_λ , $\lambda = 1$, es decir, f_2 como función objetivo;
-

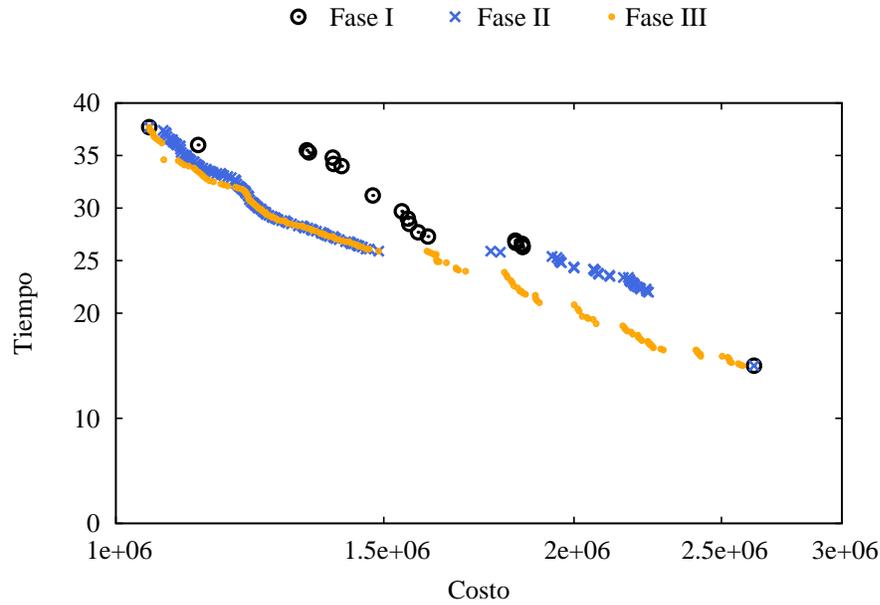


Figura 5.4: Representación de las tres fases del MOAMP para el problema que considera incertidumbre en las demandas

FASE II: BÚSQUEDA DE SOLUCIONES COMPROMISO

Inicializar $niter = 0$, $iter_{ultimo_cambio} = 0$;

repeat

$niter = niter + 1$;

 Generar $\lambda \in (0, 1)$ aleatoriamente;

(5) Ejecutar `BusquedaTabuMixta(S)` usando F_λ como función objetivo;

 Si en esta iteración \mathcal{C}_{ND} ha cambiado hacer $iter_{ultimo_cambio} = niter$;

until $niter > iter_{ultimo_cambio} + max_{iter_fase_II}$;

FASE III: PROCESO DE INTENSIFICACIÓN

$\forall x \in \mathcal{C}_{ND}$ marcar S como “no-explorado”;

repeat

for $S \in \mathcal{C}_{ND}$ **do**

if S está marcado como “no-explorado” **then**

 Marcar S como “explorado”;

for $S' \in \mathcal{N}(S)$ (**Exploración de vecinos**) **do**

 ActualizacionND(S');

if Si S' ha entrado en \mathcal{C}_{ND} **then**

 | Marcar S' como “no-explorado”

(6)

until \mathcal{C}_{ND} se estabilice (no cambie);

PostProcesamiento();

Los procedimientos que aparecen en las tres fases del MOAMP anteriormente indicadas en los pseudocódigos se describirán en las secciones y subsecciones indicadas en la siguiente lista:

GRASPTiempos() el cual es utilizado para obtener una buena solución para el *problema del tiempo* en la Fase I, se describe en la Sección 5.3.

- Constructivo en la Subsección 5.3.1
- Algoritmo de mejora en la Subsección 5.3.2

GRASPCostos() el cual es utilizado para obtener una buena solución para el *problema del costo* en la Fase I, se describe en la Sección 5.4.

- Constructivo en la Subsección 5.4.1
- Algoritmo de mejora en la Subsección 5.4.2

BusquedaTabuMixta() la cual es utilizada para ir de un extremo del frente de Pareto a otro extremo del mismo en la Fase I y principalmente utilizada en la Fase II, se describe en la Sección 5.5.

Exploración de vecinos con la cual se realiza el proceso de intensificación en la Fase III, se describe en la Sección 5.6.

Los procedimientos **ActualizacionND()** y **PostProcesamiento()** se emplean constantemente durante el transcurso del MOAMP, de manera genérica se hace uso de ellos y aplican para todo el desarrollo de la metaheurística. Estos procedimientos serán explicados a continuación.

5.2.2 ACTUALIZACIÓN DEL CONJUNTO DE SOLUCIONES NO DOMINADAS

El conjunto \mathcal{C}_{ND} contiene todas las soluciones no dominadas generadas durante el desarrollo de las tres fases del MOAMP. Éste debe irse actualizando con la solución

actual S siguiendo el procedimiento que se describe a continuación en el pseudocódigo del Algoritmo 5.4.

Algoritmo 5.4. ACTUALIZACIONND(S)

```

if  $S$  está dominada por alguna solución de  $\mathcal{C}_{ND}$  then
  | No se introduce  $S$  en  $\mathcal{C}_{ND}$ 
else
  | Introducir  $S$ :  $\mathcal{C}_{ND} = \mathcal{C}_{ND} \cup \{S\}$ ;
  | Eliminar de  $\mathcal{C}_{ND}$  las soluciones que estén dominadas por  $S$ ;

```

5.2.3 POSTPROCESAMIENTO

En el caso del *problema del tiempo*, la función objetivo es del tipo mín máx (véase la pág. 57, ec. 4.2), la cual puede tener varios óptimos (locales y por tanto globales) con el mismo valor en dicha función. En este caso, de entre estos óptimos globales se busca el que tenga el menor valor para el costo.

Observe que cuando un servicio de transporte envía cantidades de producto estrictamente positivas, es posible cambiar algunos servicios de transporte en la cadena (de caro-rápido a barato-lento) sin modificar el tiempo máximo esperado de envío, pero reduciendo el costo.

Entonces, dada una solución, este procedimiento identifica los grupos de arcos que llegan y salen de la bodega j (con flujos estrictamente positivos y que emplean el servicio de transporte caro-rápido), que pueden simultáneamente cambiar al servicio de transporte a barato-lento, sin modificar el tiempo máximo de envío para cada escenario. Se determina cuál de estos grupos de arcos da lugar a una mayor reducción del costo y se llevan a cabo los correspondientes cambios respecto a los servicios de transporte. Este proceso se describe en el pseudocódigo del procedimiento C.6 (véase el Apéndice C).

5.3 FASE I: OBTENCIÓN DE UNA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DEL TIEMPO

La obtención de una “buena” solución al *problema del tiempo* se realiza a través de un procedimiento GRASP cuyo pseudocódigo se describe en el Algoritmo 5.5. Como puede observarse éste se compone de un algoritmo constructivo, después se aplica un algoritmo de mejora adaptado a este problema concreto y posteriormente se lleva a cabo un postprocesamiento para elegir de entre las soluciones óptimas con respecto a la función del tiempo, aquella con el menor valor de la función del costo.

Algoritmo 5.5. GRASPTIEMPOS($\alpha, \beta, \theta, max_{iter}G, max_{iter}T$)

input

α : parámetro que delimitará la lista de candidatos;

β : parámetro que penaliza la frecuencia con que se realiza una asignación;

$max_{iter}G$: número máximo de iteraciones GRASP;

θ : parámetro de permanencia tabú;

$max_{iter}T$: número máximo de iteraciones búsqueda tabú;

output: Solución S

Inicializar $f_1(S^*) = f_2(S^*) = \infty$, $niter = 0$, $iter^* = 0$, $\mathbf{F}(j, k) = 0$;

repeat

$niter = niter + 1$;

$S \leftarrow \text{Constructivo}(\alpha, \beta, \mathbf{F})$;

$S, \mathbf{F} \leftarrow \text{Tabu}(S, max_{iter}T, \theta, \mathbf{F})$;

$S \leftarrow \text{PostProcesamiento}(S)$;

if ($f_2(S) < f_2(S^*)$) **o** ($f_2(S) = f_2(S^*)$ **y** $f_1(S) < f_1(S^*)$) **then** /* mejora el tiempo o éste permanece igual pero mejora el costo */

$S^* = S$;

$f_2(S^*) = f_2(S)$;

$f_1(S^*) = f_1(S)$;

$iter^* = niter$;

 ActualizacionND(S);

until $niter = iter^* + max_{iter}G$;

Hacer $S = S^*$;

Hay que destacar que en este problema (*problema del tiempo*) se trata de minimizar el tiempo de las operaciones independientemente del costo asociado a ello. Por tanto es razonable suponer que en principio, en el algoritmo constructivo se elegirá (ya sea en la *parte del transporte* o en la *parte de asignación*) el servicio

de transporte más rápido (y caro). Es decir, los medios de transporte ya quedan determinados, por lo que queda decidir la cantidad de producto que se enviará de las plantas a las bodegas, y las asignaciones de bodegas a centros. Estas asignaciones implícitamente permiten determinar la cantidad de producto que va de bodegas a centros, por la característica de que éstos deben ser abastecidos por una sola bodega.

Por cada iteración del procedimiento `GRASPTiempos()` se construye una solución, a la que se le aplica un proceso de mejora y finalmente pasa por un proceso de postprocesamiento. Nótese que en cada iteración se tiene una solución en la que cada centro está asignado a alguna bodega. Esta información se va almacenando en una matriz de frecuencias $\mathbf{F}_{|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}|}$, donde un elemento de dicha matriz $\mathbf{F}[j, k]$ contiene el número de veces que la bodega j ha sido asignada al centro k . Esta información será utilizada en el algoritmo constructivo, como se verá más adelante.

A continuación se describe el procedimiento empleado para construir una solución para el *problema del tiempo*.

5.3.1 GRASP: ALGORITMO CONSTRUCTIVO PARA LA FUNCIÓN DEL TIEMPO

En el método constructivo inicialmente no hay bodegas asignadas a los centros de distribución. Posteriormente, en cada paso se va asignando una bodega a un centro hasta que cada uno de ellos tiene asignado una bodega. Se denominará **solución parcial** a la obtenida tras cada asignación, y **solución completa** a la solución final. Tras cada asignación, para cada escenario, se actualiza la cantidad de producto que se enviaría de las plantas a las bodegas en la *parte de transporte*. Se introduce además una penalización asociada a la frecuencia con que una bodega ha sido asignada a un centro de distribución durante las iteraciones del Algoritmo `GRASPTiempos()`. El algoritmo constructivo realiza las asignaciones teniendo en cuenta esas penalizaciones.

Factibilidad de las asignaciones Como ya se mencionó, los centros de distribución se van asignando uno a la vez, éstos se ordenan de acuerdo a su demanda esperada y de acuerdo a este orden se irán analizando. Después, para un centro dado se determinan las bodegas para las que resultaría factible realizar una asignación. Ser factible significa que la bodega tiene capacidad disponible para satisfacer en su totalidad la demanda del centro.

Una vez determinadas las bodegas para las que es factible realizar la asignación, se calcula para cada posible asignación, una estimación del valor de la función objetivo del tiempo f_2 , es decir, una estimación del tiempo máximo esperado de envío, a la que se le denotará por τ_{jk} (véase la pág. 57, ec. 4.2).

Cálculo de la estimación del tiempo máximo esperado de envío El cálculo de τ_{jk} requiere que para cada escenario s se estimen dos cosas: el tiempo máximo de envío para la *parte de transporte* ($t_{sj}^{\text{máx}(1)}$) y el tiempo máximo de envío para la *parte de asignación* ($t_{sj}^{\text{máx}(2)}$). A partir de éstos valores podrá determinarse la estimación τ_{jk} .

En la *parte de asignación* el tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\text{máx}(2)}$ es sencillo de estimar, éste quedará determinado como el máximo valor que resulte de entre el tiempo máximo de envío actual, y el tiempo de envío asociado al nuevo arco que conecta la bodega j con el centro k .

En la *parte de transporte* el tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\text{máx}(1)}$ es más complicado de estimar. Obsérvese que aumentaría la cantidad de producto requerido a la bodega j en d_k^s correspondiente a la demanda requerida en el escenario s para el centro k . Dicho incremento implicaría que las cantidades enviadas desde cada planta a la bodega en cuestión aumentarían, es decir, los valores de las cantidades de producto a enviar en la *parte de transporte* para cada escenario se modifican.

La forma de realizar la estimación del tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\text{máx}(1)}$ se realiza por cada escenario s como se explica a continuación:

- i) Se ordenan las plantas i de manera creciente según los valores de los tiempos asociados a los arcos rápidos-caros. Sin pérdida de generalidad y para simplificar supóngase que coincide con el orden lexicográfico $(1, 2, \dots, |\mathcal{I}|)$.
- ii) Se toma el primer elemento, $i = 1$, para cubrir el aumento de demanda en la bodega j , a partir de esta planta se envía todo lo necesario a la bodega j , de manera que no se supere la capacidad disponible de la planta. Si no se ha cubierto este aumento, se toma el segundo elemento, $i = 2$, y se aumenta lo posible la cantidad de producto enviado de esta planta hacia la bodega. Este proceso se repite hasta satisfacer el aumento de demanda d_k^s .
- iii) A medida que se realiza este proceso de aumentar los valores de las cantidades de producto enviadas en la *parte de transporte*, se va actualizando el valor del tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\max(1)}$, ya que evidentemente se van empleando arcos en la red que quizá modifiquen dicho valor.

El pseudocódigo del proceso descrito anteriormente se detalla en el procedimiento C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C).

Los cálculos realizados deben entenderse como “provisionales”, es decir, como un medio para estimar los valores del tiempo máximo esperado de envío en cada caso.

Penalización por la frecuencia de las asignaciones El algoritmo constructivo penaliza una asignación en dependencia de la frecuencia con que ha ocurrido en iteraciones previas del Algoritmo `GRASPTiempos()`.

Determinar el beneficio de la realización de una asignación estará en función de la estimación del tiempo máximo de envío τ_{jk} y la penalización en dependencia de la frecuencia de las asignaciones. En el procedimiento C.2 `BondadAsignacion()` (véase el Apéndice C) se detalla cómo calcular el beneficio por realizar una asignación.

Elección de una asignación A partir de los cálculos de la bondad de las asignaciones entre un centro y las posibles bodegas que lo podrían abastecer, se determina una lista restringida de candidatos, de la cual se elige aleatoriamente un elemento, que corresponderá a la asignación de bodega a centro de distribución que finalmente se llevará a cabo, y que pasará a formar parte de la **solución parcial**.

Problema de transporte a optimalidad Cuando finalmente se determina la asignación de una bodega j con un centro k se actualizan de forma definitiva, para cada escenario, las cantidades de producto enviadas en la *parte de transporte* ya que éstas constituían solamente una aproximación. Sin embargo, son utilizadas como solución inicial para resolver el problema de transporte a optimalidad en el que se minimiza el tiempo máximo esperado de envío para el primer nivel.

Para ello se usa el algoritmo para el problema del transporte con minimización del tiempo (TMTP por sus siglas en inglés: *Time Minimization Transportation Problem*) el cual se describe a detalle en el Apéndice B. El proceso que muestra cómo se mejora esta variante del problema de transporte, en la que se aprovecha la solución inicial provista por el algoritmo constructivo, se detalla en el Apéndice A en la Sección A.2.2.

El procedimiento constructivo concluye evidentemente, cuando todos los centros de distribución han sido asignados a una bodega. A la **solución completa** se le denota como S . Un pseudocódigo general que agrupa las ideas previamente mencionadas puede verse en el procedimiento C.1 **Constructivo()** (véase el Apéndice C). A partir de la solución provista por el algoritmo constructivo previamente descrito, se procede a aplicar un método de mejora, el cual se describe a continuación.

5.3.2 GRASP: MEJORA DE LA SOLUCIÓN PARA LA FUNCIÓN DEL TIEMPO

La solución obtenida por el procedimiento constructivo para la función del tiempo descrito en la Sección 5.3.1 es mejorada por un procedimiento básico de búsqueda tabú.

El conjunto de soluciones vecinas (o vecindario) de una solución S se va a denotar por $\mathcal{N}(S)$, el cual se define a continuación.

$\mathcal{N}(S)$: Conjunto de soluciones a las que se llega cuando un centro cambia la bodega que tiene asignada.

Cada solución viene definida por el centro k y la nueva bodega j (j distinta de la bodega que actualmente atiende al centro k). Se denota por τ_{jk} al valor de la función objetivo f_2 en la nueva solución obtenida. La mejor solución encontrada durante el proceso de búsqueda tabú se denotará por S^* .

El cálculo de la estimación del tiempo máximo de envío esperado

Sea j^- la “bodega que sale”; se deben recalcular los valores de los tiempos máximos de envío asociados a la *parte de transporte*: $t_{s j^-}^{\text{máx}(1)}$ y $t_{s j}^{\text{máx}(1)}$; y a la *parte de asignación*: $t_{s j^-}^{\text{máx}(2)}$ y $t_{s j}^{\text{máx}(2)}$. Y así, a partir esos recálculos determinar la estimación del tiempo máximo esperado de envío τ_{jk} .

Parte de asignación

Bodega que sale j^- : el tiempo máximo de envío $t_{s j^-}^{\text{máx}(2)}$ será el máximo de los tiempos asociados a los arcos que conectan j^- con los centros k que aún siguen estando asignados a la bodega j^- .

Bodega que entra j : el tiempo máximo de envío $t_{s j}^{\text{máx}(2)}$ será el máximo valor que resulte de entre el tiempo máximo de envío actual $t_{s j}^{\text{máx}(2)}$ y el tiempo de envío asociado al nuevo arco que conecta la bodega j con el centro k .

Parte del transporte

Bodega que sale j^- : para el cálculo del tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\text{máx}(1)}$ hay que considerar que la bodega j^- tendrá una disminución de demanda de d_k^s unidades. Por tanto, por cada escenario, habrá que disminuir las cantidades de producto que se estaban enviando de las plantas a la bodega j^- . Los detalles de cómo se realiza este proceso se explican en el pseudocódigo C.4 `DesestimacionTransporte()` (véase el Apéndice C).

Bodega que entra j : el tiempo máximo de envío $t_{sj}^{\text{máx}(1)}$ así como las cantidades de producto enviadas en la *parte de transporte* siguen el mismo proceso que en el procedimiento constructivo (véase el pseudocódigo C.3 `EstimacionTransporte()`, Apéndice C).

Como en el caso del procedimiento constructivo, hay que insistir en aclarar que los cálculos previamente realizados deben entenderse como “provisionales”, es decir, como un medio para estimar los valores del tiempo máximo de envío τ_{jk} en cada paso.

Permanencia tabú En la búsqueda tabú algunos movimientos se declaran “tabú” para evitar volver a soluciones anteriormente visitadas. Concretamente se quieren impedir (es decir, se declaran tabú) la reasignación de bodegas a centros que estuvieron asignadas en iteraciones recientes. Para ello se define la matriz $\mathbf{M}_{|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}|}$ donde cada componente contiene la iteración en que la bodega j dejó de estar asignada al centro k .

Sea θ el parámetro de permanencia tabú, un movimiento definido por la pareja $j - k$ (bodega-centro) es tabú si y sólo si $niter \leq \mathbf{M}(j, k) + \theta$.

Inicialmente se define $\mathbf{M}(j, k) = -\theta \forall j$ y k . La actualización de este valor será $\mathbf{M}(j^-, k^*) = niter$, donde j^- representa a la bodega “que sale”.

Criterio de aceptación El movimiento consiste en determinar el cambio de asignación entre un centro y una bodega, por tanto, hay que verificar para un

centro dado, las posibles asignaciones que podrían llevarse a cabo, y por cada una se calculará un estimado del tiempo máximo esperado de envío. Se verifica el estado tabú de dicho movimiento, la asignación que se realiza es la que cumple la siguiente condición:

$$\tau_{j^*k^*} = \text{mín}\{\tau_{jk} : \text{el movimiento definido por } j \text{ y } k \text{ no es tabú o } \tau_{jk} < f_2(S^*)\}$$

Optimalidad del problema de transporte Tras la ejecución de un movimiento, la solución actual en la *parte de transporte* se resuelve a optimalidad haciendo uso de métodos para el TMTP al igual que se realizó en el procedimiento constructivo (véase el Apéndice A, Sección A.2.2).

El proceso de búsqueda tabú finaliza cuando han transcurrido $max_{iter}T$ iteraciones, después de la iteración en la que se encontró la mejor solución. El pseudocódigo del algoritmo de búsqueda tabú se describe en el procedimiento C.5 Tabu() (véase el Apéndice C).

Recuérdese que una iteración del GRASPTiempos() consiste en construir una solución, aplicarle un algoritmo de mejora, en este caso, una búsqueda tabú, y posteriormente aplicarle una fase de postprocesamiento, con la finalidad de obtener una solución para el *problema del tiempo* cuyo máximo tiempo esperado de envío sea mínimo y además tenga el mínimo costo. El procedimiento concluye cuando después de la última iteración en la que se encontró la mejor solución, han transcurrido $max_{iter}G$ iteraciones.

A continuación, se explicará el proceso correspondiente al paso (3) de la Fase I del MOAMP (véase la pág. 70), en el que se busca obtener una “buena” solución para el *problema del costo*. Vale la pena mencionar que los procedimientos que se describirán son análogos a los realizados para el *problema del tiempo*, de manera que se prestará atención a los aspectos que realmente diferencian el proceso.

5.4 FASE I: OBTENCIÓN DE UNA SOLUCIÓN AL PROBLEMA DEL COSTO

La obtención de una buena solución al *problema del costo* se realiza siguiendo un esquema análogo al diseñado para el *problema del tiempo*. El procedimiento GRASP empleado para la construcción de la solución se compone en cada iteración de un procedimiento constructivo seguido de una búsqueda tabú adaptado a este problema concreto, el pseudocódigo se describe en el Algoritmo 5.6.

En este problema (*problema del costo*) se trata de minimizar el costo de las operaciones, independientemente del tiempo. Por tanto es razonable suponer que siempre se elegirá (ya sea en la *parte del transporte* o en la *parte de asignación*) el medio de transporte más barato (aunque lento). Por tanto, ya está determinado cuáles servicios de transporte se emplearán y sólo quedan por determinar las cantidades de producto a enviar en la *parte de transporte* y las asignaciones de bodegas a centros de distribución.

Como puede observarse, en el procedimiento `GRASPCostos()` se construye una solución a la que posteriormente se le aplica un método de mejora. Evidentemente, en cada iteración se tiene una solución en la que cada centro está asignado a alguna bodega. Esta información se va almacenando en una matriz de frecuencias $\mathbf{F}_{|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}|}$, donde un elemento de dicha matriz $\mathbf{F}[j, k]$ contiene el número de veces que la bodega j ha sido asignada al centro k . Esta información se emplea en el procedimiento constructivo como se verá más adelante.

5.4.1 GRASP: ALGORITMO CONSTRUCTIVO PARA LA FUNCIÓN DEL COSTO

En el método constructivo para la función del costo inicialmente no hay bodegas asignadas a centros. Posteriormente en cada paso se va asignando una bodega a un centro hasta que todos tienen una bodega asignada. Como se mencionó anteriormente, se le llama *solución parcial* a la obtenida tras cada asignación, y

Algoritmo 5.6. GRASPCOSTOS($\alpha, \beta, \theta, max_iterG, max_iterT$)**input** α : parámetro que delimitará la lista de candidatos; β : parámetro que penaliza la frecuencia con que se realiza una asignación; max_iterG : número máximo de iteraciones GRASP; θ : parámetro de permanencia tabú; max_iterT : número máximo de iteraciones búsqueda tabú;**output:** La solución S Inicializar $f_1(S^*) = f_2(S^*) = \infty$, $niter = 0$, $iter^* = 0$, $\mathbf{F}(j, k) = 0$;**repeat** $niter = niter + 1$; $S \leftarrow \text{Constructivo}(\alpha, \beta, \mathbf{F})$; $S, \mathbf{F} \leftarrow \text{Tabu}(S, max_iterT, \theta, \mathbf{F})$; **if** ($f_1(S) < f_1(S^*)$) **o** ($f_1(S) = f_1(S^*)$ **y** $f_2(S) < f_2(S^*)$) **then** /* mejora el costo o éste permanece igual pero mejora el tiempo */ $S^* = S$; $f_2(S^*) = f_2(S)$; $f_1(S^*) = f_1(S)$; $iter^* = niter$; ActualizacionND(S);**until** $niter = iter^* + max_iterG$; $S = S^*$;

solución completa a la solución final. Tras cada asignación se actualizan los valores correspondientes a la cantidad de producto enviada en la *parte de transporte* para cada escenario. Además, también se introduce una penalización en dependencia de la frecuencia en que una bodega ha sido asignada a un centro de distribución durante las iteraciones previas del Algoritmo GRASPCostos().

Cálculo del costo esperado estimado El cálculo de τ_{jk} requiere que para cada escenario, se calculen los valores del costo fijo CF , el costo de los envíos en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$ y en la *parte de asignación* $C_s^{(2)}$ si se realizara dicha asignación.

Costo fijo: CF será la suma de los costos fijos de las bodegas que tengan asignadas al menos un centro de distribución.

Parte de asignación: El costo de envío $C_s^{(2)}$ será la suma del costo actual, más el costo del arco barato–lento que conecta la bodega j con el centro k multiplicado por la demanda del centro de distribución k .

Parte de transporte: El costo de envío $C_s^{(1)}$ se determina a partir de la estimación que se hace al problema de transporte, siguiendo un procedimiento análogo descrito en C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C). La diferencia consiste en que las plantas se ordenarán de forma creciente de acuerdo a los costos asociados a los servicios de transporte baratos–lentos. Como se mencionó anteriormente, a partir de las plantas debe cubrirse el incremento de demanda en la bodega en cuestión. El costo estimado $C_s^{(1)}$ se compondrá por la agregación del costo del arco barato–lento multiplicado por la cantidad de producto que se envíe a través de ellos.

El pseudocódigo del procedimiento constructivo previamente descrito es análogo al del *problema del tiempo*, C.1 `Constructivo()` (véase el Apéndice C), pero tomando los parámetros referentes al *problema del costo*.

En el algoritmo constructivo para el *problema del costo* también se penaliza una asignación en dependencia de la frecuencia con que ésta ha ocurrido en iteraciones previas del procedimiento `GRASPCostos()`. La bondad de las asignaciones se realiza atendiendo a un procedimiento análogo al descrito en C.2 `BondadAsignacion()` (véase el Apéndice C), salvo que se consideran evidentemente los parámetros relacionados al costo de los arcos.

A partir de los valores de la bondad de cada posible asignación se determina una lista restringida de candidatos y, se selecciona aleatoriamente un elemento, el cual determina la asignación a llevarse a cabo.

Una vez ejecutada la asignación, los costos en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$ pueden ser mejorados para cada escenario, y por tanto el valor de la función objetivo del costo f_1 . Para ello se plantea el problema de determinar las cantidades de

producto a enviar en la *parte de transporte* como un problema de transporte clásico (véase el Apéndice A Sección A.2.1).

El procedimiento constructivo termina cuando todos los centros de distribución han sido asignados. A la **solucion completa** se le denota como S . A continuación se procede a aplicar un algoritmo de mejora a dicha solución.

5.4.2 GRASP: MEJORA DE LA SOLUCIÓN PARA LA FUNCIÓN DEL COSTO

La solución obtenida para la función del tiempo por el constructivo descrito en la Subsección 5.4.1 es mejorada utilizando un procedimiento de búsqueda tabú. Nuevamente se define un movimiento como el cambio de asignación entre una bodega y un centro de distribución. Recuérdese que la solución actual se denota por S , mientras que S^* denota la mejor solución encontrada durante el proceso de búsqueda.

El cálculo del costo estimado de transporte τ_{jk} si se realizara la asignación de la bodega j al centro k sigue un proceso análogo a todo lo explicado anteriormente en el algoritmo GRASP para el *problema del tiempo*. Sea j^- la “bodega que sale”, se deben calcular los valores del costo fijo CF , y los costos de envío para cada escenario en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$ y en la *parte de asignación* $C_s^{(2)}$.

Costo fijo

- Bodega que sale j^- : si la bodega j^- se queda sin centros de distribución asignados, al costo fijo CF se le resta el costo fijo incurrido por la apertura de esa bodega.
- Bodega que entra j : si la bodega j no tenía ningún centro, y ahora tendrá asignado un centro, al costo fijo CF se le suma el costo fijo que se incurre por la apertura de la bodega j .

Parte de asignación

- Bodega que sale j^- : al costo de envío $C_s^{(2)}$ se le resta el costo incurrido de transporte empleando el arco barato pero lento que va desde la bodega j^- al centro k , para enviar la demanda d_k^s requerida por el centro de distribución k .
- Bodega que entra j : al costo de envío $C_s^{(2)}$ se le suma el costo incurrido por transportar empleando el arco barato pero lento que va de la bodega j al centro k , para enviar por la demanda d_k^s requerida por el centro de distribución k .

Parte de transporte

- Bodega que sale j^- : la modificación de los valores de las cantidades de producto en la *parte de transporte* se realiza de acuerdo al procedimiento descrito en la función C.4 `DesestimacionTransporte()` (véase el Apéndice C), considerando los parámetros referentes a los costos.
- Bodega que entra j : el proceso para modificar las cantidades que se envían en la *parte de transporte* es análogo al procedimiento de la función C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C), considerando los parámetros referentes a los costos.

El proceso de búsqueda tabú finaliza cuando han transcurrido $max_{iter}T$ iteraciones después de la iteración en la que se encontró la mejor solución. El pseudocódigo del algoritmo de búsqueda tabú es análogo al que se describe en el procedimiento C.5 `Tabu()` (véase el Apéndice C), sólo que los parámetros a considerarse serían los relacionados al *problema del costo*.

Recuérdese que una iteración del `GRASPCostos()` consiste en construir una solución y aplicarle un algoritmo de mejora, en este caso, una búsqueda tabú. El procedimiento concluye cuando transcurren $max_{iter}G$ iteraciones sin mejora.

A continuación se describe el procedimiento de búsqueda tabú usado en los pasos (2), (4) y (5) de las dos primeras fases que componen el MOAMP (véase la pág.

70). En la fase I se emplea para dirigir la búsqueda en las que partiendo del extremo obtenido para f_1 se optimiza f_2 y viceversa. En la fase II esta búsqueda tabú se emplea para encontrar las soluciones que ofrecen un buen compromiso para ambas funciones objetivo.

5.5 FASE II: BÚSQUEDA DE SOLUCIONES COMPROMISO

Para la búsqueda de soluciones compromiso se usará una búsqueda tabú la cual tiene como función objetivo la función mixta F_λ que minimiza distancia normalizada L_∞ al punto ideal (véase la pág. 37, ec. 2.5). Obsérvese que en realidad f_1 puede ser considerado como un caso particular de F_λ tomando $\lambda = 1$ y definiendo provisionalmente $f_1^{\min} = 0$ y $f_1^{\max} = 1$. De manera análoga ocurre con f_2 . Por tanto la descripción que se va a hacer del procedimiento tomando F_λ como función objetivo es válida también para f_1 y f_2 cuando se utiliza en la fase I del MOAMP.

Como en el caso de los procedimientos “tabúes” explicados en las secciones anteriores, se trata de un proceso iterativo. En cada paso se explora el conjunto de soluciones vecinas de la solución actual (o posibles movimientos¹). Se determina la mejor y se ejecuta el cambio. Para evitar ciclos, algunos movimientos son declarados tabúes, y no son considerados o aceptados. No obstante, un movimiento tabú, en determinadas condiciones puede ser aceptado (criterio de aspiración).

El conjunto de soluciones vecinas (o vecindario) de una solución S se va a denotar por $\mathcal{N}(S)$. Este conjunto está compuesto por 4 sub-vecindarios (o tipos de movimientos) que se denotarán por $\mathcal{N}_1(S)$, $\mathcal{N}_2(S)$, $\mathcal{N}_3(S)$ y $\mathcal{N}_4(S)$. A continuación se describe cada uno de ellos.

$\mathcal{N}_1(S)$: Conjunto de soluciones a las que se llega cuando en un escenario un centro cambia el servicio de transporte que realiza el envío a dicho centro desde la bodega que tiene asignada.

¹Se identifica el movimiento con la solución a que da lugar dicho movimiento a partir de la solución actual S . Se usarán ambos conceptos indistintamente.

Cada solución de este tipo viene definida por el escenario s y por el centro k .

El valor de la función objetivo de la función compromiso F_λ se denota por τ_{jk}^1 .

$\mathcal{N}_2(S)$: Conjunto de soluciones a las que se llega cuando un centro cambia la bodega que tiene asignada.

Cada solución viene definida por el centro k y la nueva bodega j (j distinta de la bodega que actualmente atiende al centro k). Se denota por τ_{jk}^2 el valor de la nueva solución obtenida.

Esta clase de movimientos son los mismos usados en los procedimientos de búsqueda tabú descritos en las secciones anteriores (véanse las Subsecciones 5.3.2 y 5.4.2). El cambio de bodegas asignadas a centros supone también cambiar los valores de las cantidades de producto enviadas en el problema de transporte, tanto para la “bodega que entra” como para la “bodega que sale”. Este proceso se realiza de manera análoga, salvo una pequeña diferencia: en los procedimientos anteriormente descritos (tanto los constructivos como los métodos de mejora) las plantas i que se asociaban a “la bodega que entra” o “a la bodega que sale” se ordenaban según los valores de los tiempos asociados a los arcos, en un caso, y de los costos, en el otro. Ahora las plantas i asociadas a estas bodegas se ordenan según los valores de la función guía $fgm_\lambda(i)$:

$$fgm_\lambda(i) = \max \left\{ \lambda \frac{c_{ij\ell}^{(1)} - c_j^{\min}}{c_j^{\max} - c_j^{\min}}, (1 - \lambda) \frac{t_{ij\ell}^{(1)} - t_j^{\min}}{t_j^{\max} - t_j^{\min}} \right\}$$

donde, el servicio de transporte barato y lento se denota por 0 y el otro, el caro pero rápido se denota por 1 y

$$\begin{aligned} c_j^{\max} &= \max\{c_{ij\ell}^{(1)} : i \in \mathcal{I}, \ell \in \{0, 1\}\}, \\ c_j^{\min} &= \min\{c_{ij\ell}^{(1)} : i \in \mathcal{I}, \ell \in \{0, 1\}\}, \\ t_j^{\max} &= \max\{t_{ij\ell}^{(1)} : i \in \mathcal{I}, \ell \in \{0, 1\}\}, \\ t_j^{\min} &= \min\{t_{ij\ell}^{(1)} : i \in \mathcal{I}, \ell \in \{0, 1\}\}. \end{aligned}$$

es decir, $fgm_\lambda(i)$ “función guía mixta” intenta seguir el comportamiento de la función objetivo F_λ pero tomando un escalamiento adaptado al conjunto de valores que se consideran.

$\mathcal{N}_3(S)$: Conjunto de soluciones a las que se llega cuando en un escenario se introduce una variable (celda) en la base asociada a la solución de la correspondiente *parte del transporte*.

Cada solución en este subconjunto viene determinada por el escenario s , y por el par (i, j) la celda que entra a la base en el problema de transporte bi-objetivo (véase el Apéndice A Sección A.2.3). Se denota por τ_{sij}^3 el valor de la función objetivo F_λ en la nueva solución obtenida.

$\mathcal{N}_4(S)$: Conjunto de soluciones a las que se llega cuando en un escenario se cambia el servicio de transporte que realiza el envío entre una planta y una bodega.

Cada solución en este subconjunto viene determinada por el escenario s , por la planta i y por la bodega j . Se debe verificar que la cantidad de producto a enviar en la parte de transporte sea mayor a cero. Se denota por τ_{sij}^4 al valor de la función objetivo F_λ en la nueva solución obtenida.

El procedimiento de búsqueda tabú mixta permite movimientos de no mejora, es decir, a soluciones peores que la actual. Por tanto, se debe guardar la mejor solución encontrada durante la búsqueda, S^* , que no tiene por qué coincidir con la solución actual S . Para simplificar la descripción del pseudocódigo, se definen los siguientes conjuntos:

$$\widehat{\mathcal{N}}_1(S) = \{S' \in \mathcal{N}_1(S) : S' \text{ no es tabú o } F_\lambda(S') < F_\lambda(S^*)\}$$

$$\widehat{\mathcal{N}}_2(S) = \{S' \in \mathcal{N}_2(S) : S' \text{ no es tabú o } F_\lambda(S') < F_\lambda(S^*)\}$$

$$\widehat{\mathcal{N}}_3(S) = \{S' \in \mathcal{N}_3(S) : F_\lambda(S') < F_\lambda(S^*)\}$$

$$\widehat{\mathcal{N}}_4(S) = \{S' \in \mathcal{N}_4(S) : S' \text{ no es tabú o } F_\lambda(S') < F_\lambda(S^*)\}$$

$$\widehat{\mathcal{N}}(S) = \widehat{\mathcal{N}}_1(S) \cup \widehat{\mathcal{N}}_2(S) \cup \widehat{\mathcal{N}}_3(S) \cup \widehat{\mathcal{N}}_4(S)$$

El procedimiento de la búsqueda tabú mixta se describe en el pseudocódigo del Algoritmo 5.7 BusquedaTabuMixta().

Algoritmo 5.7. BUSQUEDA TABU MIXTA($max_{iter}, \theta_1, \theta_2, \theta_4, S$)

input

max_{iter} : número máximo de iteraciones;
 θ_1 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_1 ;
 θ_2 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_2 ;
 θ_4 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_4 ;

output: Solución S

Inicializar $S^* = S, niter = 0; niter^* = 0;$

repeat

$niter = niter + 1;$
 Determinar $\hat{S} \in \hat{\mathcal{N}}$ tal que $F_\lambda(\hat{S}) = \min\{F_\lambda(S') : S' \in \hat{\mathcal{N}}(S)\};$
 Registrar el subvecindario: $tipo = r$ si $\hat{S} \in \hat{\mathcal{N}}_r(S);$
 Ejecutar el cambio: $S = \hat{S};$
if $tipo = 2$ **then** mejorar S en la *parte del transporte* para cada escenario;
if $F_\lambda(S) < F_\lambda(S^*)$ **then** $S^* = S, niter^* = niter;$
 PostProcesamiento();
 ActualizacionND();

until $niter > niter^* + max_{iter};$

$S = S^* ;$

La definición de movimiento tabú depende del subvecindario al que pertenezca, de manera que para cada vecindario se definen los criterios para determinar si un movimiento es o no tabú en dependencia del vecindario al que pertenece. Sean θ_1, θ_2 y θ_4 las permanencias tabú para los vecindarios $\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2$ y \mathcal{N}_4 respectivamente.

- En \mathcal{N}_1 se define $\mathbf{M}_1(s, k, \ell)$ como la iteración donde en el escenario s , se dejó de usar el servicio de transporte ℓ para los envíos que llegaban al centro k ; de esta forma $S' \in \mathcal{N}_1(S)$ definida por s y k es tabú, si y sólo si $niter \leq \mathbf{M}_1(s, k, \ell) + \theta_1$.
- En \mathcal{N}_2 se define $\mathbf{M}_2(j, k)$ como la iteración en que la bodega j dejó de ser asignada al centro k ; de esta forma $S' \in \mathcal{N}_2(S)$ definida por j y k es tabú, si y sólo si $niter \leq \mathbf{M}_2(j, k) + \theta_2$.
- En \mathcal{N}_4 se define $\mathbf{M}_4(s, i, j, \ell)$ como la iteración en la que en el escenario s se dejó de usar el servicio de transporte que realizaba los envíos de la planta i a

la bodega j ; de esta forma $S' \in \mathcal{N}_4(S)$ definida por s, i y j es tabú, si y sólo si $niter \leq \mathbf{M}_4(s, i, j, \ell) + \theta_4$.

Es importante observar que los movimientos en $\mathcal{N}_3(S)$ no son declarados tabú con la finalidad de evitar “conflictos” entre estos movimientos y los de $\mathcal{N}_2(S)$.

Al igual que en los procedimientos anteriores de búsqueda tabú $\forall s \in \mathcal{S}$, $i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, \ell \in \{0, 1\}$ se inicializan las matrices tabú como $\mathbf{M}_1(s, k, \ell) = -\theta_1$, $\mathbf{M}_2(j, k) = -\theta_2$ y $\mathbf{M}_4(s, i, j, \ell) = -\theta_4$.

5.6 FASE III: PROCESO DE INTENSIFICACIÓN

La Fase III del MOAMP es una fase de intensificación que se basa en la premisa de que en la vecindad de una solución eficiente hay otra solución eficiente. El vecindario de una solución se compone de los cuatro sub-vecindarios descritos para la `BusquedaTabuMixta()`. Estos subvecindarios son explorados para encontrar nuevas soluciones no dominadas.

En el proceso de actualización de soluciones no dominadas `ActualizacionND()` si la solución proviene del vecindario \mathcal{N}_2 , previo a su incorporación al conjunto habrá que mejorar la solución en la *parte de transporte*, por cada escenario (véase Apéndice A, Sección A.2.3). Esta consideración se incorpora en el procedimiento que actualiza las soluciones no dominadas 5.4 `ActualizacionND()`. Si S no está dominada por alguna solución de \mathcal{C}_{ND} entonces habrá que verificar los siguiente:

if Fase III y $S \in \mathcal{N}_2(S)$ **then**

└ Mejorar S en la *parte de transporte* en cada escenario

5.7 RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se describió la metodología de solución propuesta para resolver el problema de diseño de cadena de suministro que se estudia en este trabajo, contemplando incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, la cual es

representada a través de un conjunto de escenarios. La metodología de solución se basa en el diseño de técnicas metaheurísticas para problemas multi-objetivo. En particular, se adaptó un MOAMP. Este método consta de tres fases que progresivamente van generando la aproximación a la frontera de Pareto.

En la fase I del algoritmo de solución se obtuvieron las aproximaciones a los puntos extremos de la frontera de Pareto, además de algunos puntos adicionales resultado, de aplicar las búsquedas tabú que partiendo de un extremo de dicha frontera se dirigieron al otro extremo y viceversa. En la fase II se obtuvieron soluciones que representan un buen compromiso para ambas funciones objetivo. Finalmente, en la fase III se realizó un proceso de intensificación, que consistió en la exploración de las vecindades de los puntos eficientes que conformaban la aproximación inicial, obtenida previamente a partir de las fases I y II.

Durante el transcurso de las tres fases de MOAMP se generaron soluciones, las cuales se fueron verificando para actualizar el conjunto de soluciones no dominadas.

Se diseñó también un procedimiento que durante el algoritmo permitió obtener soluciones iniciales al problema de transporte que se presenta en el primer nivel de la cadena. Cuando se decidía de manera definitiva una asignación se resolvió a optimalidad (se mejoró, para el caso bi-objetivo) el problema de transporte correspondiente. En dependencia de la función objetivo, se presentaron tres variantes del problema de transporte, el que minimiza el costo total de transporte, el que minimiza el tiempo máximo esperado de transporte y el problema de transporte bi-objetivo, los cuales se describieron a detalle en los Apéndices A y B.

En el siguiente capítulo se extiende la metodología de solución, en donde además de incorporar incertidumbre, se contempla la opción de dejar demanda sin satisfacer, y de ser así, se incurrirá en un costo de penalización.

CAPÍTULO 6

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA CON INCERTIDUMBRE Y PENALIZACIÓN POR INSATISFACCIÓN DE LA DEMANDA

En el problema que se estudia en este trabajo, se permite que los centros de distribución tengan demanda insatisfecha a cambio de un costo de penalización. Este incumplimiento puede ocurrir total o parcialmente. Bajo esta situación se busca minimizar el costo total esperado, compuesto por el costo fijo incurrido por la apertura de las bodegas, más el valor esperado del costo de envío del producto en los dos niveles de la cadena, más el valor esperado del costo de penalización por demanda insatisfecha.

Dejar demanda sin satisfacer tiene inferencia sólo en el *problema del costo*, por lo que para el *problema del tiempo* se sigue buscando minimizar el tiempo máximo esperado de envío, el cual se determinará como hasta ahora, a partir de los arcos que envíen producto a través de la red.

La metodología de solución para el problema que considera penalización por demanda insatisfecha se basa en técnicas metaheurísticas, específicamente se basa también en la estructura del MOAMP descrito a detalle en el Capítulo 5, por lo que se comparten las consideraciones, nomenclatura y los procedimientos ahí descritos, pero señalando las diferencias y adecuaciones pertinentes.

6.1 CONSIDERACIONES Y NOMENCLATURA

Lo que se busca en este problema es generar una buena aproximación al conjunto de soluciones eficientes atendiendo una característica importante: la incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, en donde adicionalmente se permite dejar demanda sin cubrir a cambio de un costo de penalización.

Obsérvese que, para cada escenario, la cantidad efectiva de producto enviada de las bodegas hacia los centros de distribución estarán determinadas a partir de la diferencia entre la demanda del centro de distribución y su demanda insatisfecha.

6.1.1 DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN BASADO EN MOAMP

En el problema que considera penalización por demanda insatisfecha, también se incorpora la variación del MOAMP que se centra en la obtención de buenos puntos extremos para la frontera de Pareto, para posteriormente a partir del extremo obtenido para f_1 optimizar f_2 , y a partir del extremo obtenido para f_2 optimizar f_1 .

A continuación se recordarán las ideas centrales de las tres fases que caracterizan el MOAMP, indicando las diferencias pertinentes.

Fase I Se obtienen buenas aproximaciones a los extremos del frente de Pareto. Se resuelve el *problema del costo* (f_1) a través de un procedimiento GRASP, el cual se compone de un procedimiento constructivo y una fase de mejora en la que se explotan las características de la función objetivo para guiar la búsqueda.

La solución para el *problema del tiempo* (f_2) será aquella en la que para todos los escenarios, se deja sin cubrir la demanda de los centros de distribución en su totalidad, y por ende, no hay envío de producto a través de la cadena, ni bodega alguna abierta. Naturalmente, al no emplear ningún arco el tiempo máximo esperado de envío sería cero ($f_2 = 0$).

Después de haber obtenido ambas soluciones, se utiliza una búsqueda tabú para resolver el *problema del costo* a partir de la solución del *problema del tiempo*. De manera análoga, se utiliza una búsqueda tabú para resolver el *problema del tiempo* a partir de la solución que dio el GRASP para el *problema del costo*.

Todos los puntos visitados durante las búsquedas anteriormente señaladas, se evalúan para determinar si está ó no dominado por los puntos eficientes encontrados hasta el momento, los cuales están almacenados en el conjunto \mathcal{C}_{ND} .

Al concluir la fase I, se tendrá una aproximación inicial a la frontera de Pareto compuesta por sus puntos extremos y algunos puntos obtenidos durante los trayectos de las búsquedas tabú que se realizaron partiendo de un punto extremo hacia el otro extremo de la frontera de Pareto, y viceversa.

Fase II Se buscan puntos adicionales dentro de la curva de eficiencia a través de búsquedas tabú enlazadas. Aquí se espera encontrar puntos que representan un buen compromiso entre los distintos objetivos considerados, ya que se utiliza la norma infinito y a la vez se ponderan las funciones objetivo para obtener puntos a través de todo el frente de Pareto.

Recuérdese que en esta fase se enlazan búsquedas tabú que minimizan la distancia L_∞ normalizada al punto ideal.

Al terminar la fase II se actualiza el conjunto de soluciones no dominadas, con las soluciones visitadas durante las búsquedas tabú enlazadas que minimizaron F_λ (véase la pág. 37 ec. 2.5). Se espera que esta aproximación explore distintas zonas del conjunto eficiente, ya que la función minimizada pondera ambas funciones objetivo f_1 y f_2 , lo que permite obtener puntos distribuidos a través de toda la frontera de Pareto.

Fase III Se buscan nuevos puntos eficientes a través de un proceso de intensificación sobre los puntos eficientes al momento (obtenidos a partir de las fases I y II). La “función” que rige esta fase es la dominancia, por lo que la mejora que

se pueda dar en esta fase dependerá de las características de los vecindarios definidos para una solución.

Una representación gráfica de los resultados esperados después de aplicar las fases del MOAMP se muestra en la Figura 6.1. En ella se muestran las transiciones de una fase a otra, como resultado, al culminar la fase III, se obtiene la aproximación a la curva de eficiencia.

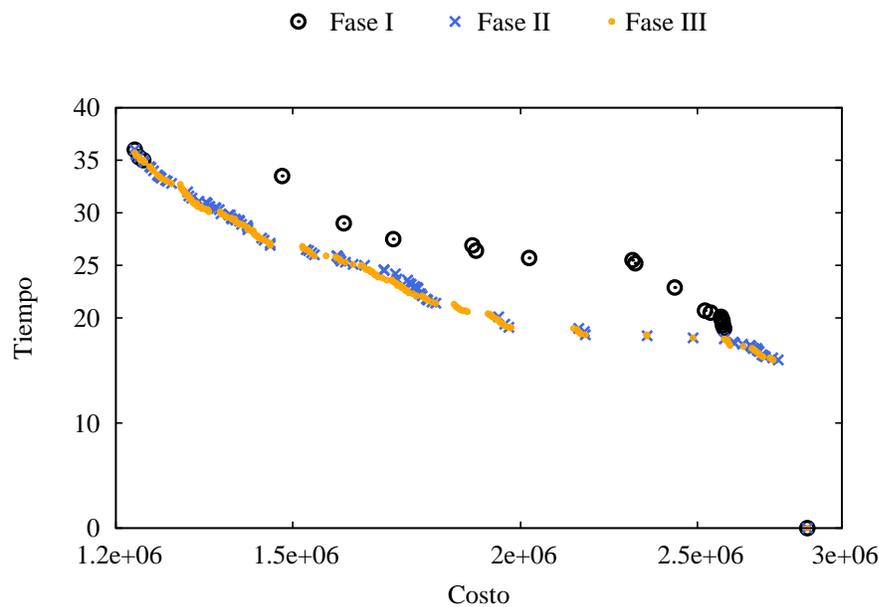


Figura 6.1: Representación de las tres fases del MOAMP para el problema que considera incertidumbre en las demandas y además penalización por demanda insatisfecha

A continuación se describen los procedimientos, con sus adaptaciones respectivas, ahora que además de la incertidumbre se considera la penalización por demanda insatisfecha. El pseudocódigo del MOAMP es análogo al descrito en el Capítulo 5 (véase la pág. 70).

Para mayor claridad, en la siguiente lista se señalan las secciones y subsecciones en dónde se mencionan las adecuaciones que se realizan a cada procedimiento para el caso que considera las penalizaciones por demanda insatisfecha.

`GRASPCostos()` el cual es utilizado para obtener una buena solución para el *problema del costo* en la Fase I, se describe en la Sección 6.2.

- Constructivo en la Subsección 6.2.1.
- Algoritmo de mejora en la Subsección 6.2.2

`BusquedaTabuMixta()` la cual es utilizada para ir de un extremo del frente de Pareto a otro extremo del mismo en la Fase I, y principalmente utilizada en la Fase II, se describe en la Sección 6.3.

Proceso de intensificación este proceso se lleva a cabo en la fase III, se describe en la Sección 6.4.

6.1.2 ACTUALIZACIÓN DEL CONJUNTO DE SOLUCIONES NO DOMINADAS

El conjunto \mathcal{C}_{ND} contiene precisamente todas las soluciones no dominadas que van siendo generadas durante el transcurso del procedimiento metaheurístico. Estos puntos son los que conformarán la aproximación al frente de Pareto buscado. El proceso para la actualización de dichas soluciones es el mismo que se describió en el Algoritmo 5.4 `ActualizacionND()`.

6.1.3 POSTPROCESAMIENTO

Recuérdese que en el *problema del tiempo*, la función objetivo puede tener varios óptimos locales con el mismo valor en dicha función, y por tanto, se deseaba determinar de entre esas soluciones cuál tenía el menor costo.

La idea radica en que, sin cambiar las cantidades enviadas, se cambien los servicios de transporte (de caros y rápidos a baratos y lentos) sin modificar el tiempo máximo esperado de envío y reduciendo el costo. Esto se realiza determinando cuál grupo de arcos da lugar a una mayor reducción de costo, por lo que ahora, para determinar esta reducción también hay que tomar en cuenta el costo por penalización por demanda insatisfecha.

6.2 FASE I: OBTENCIÓN DE UNA SOLUCIÓN PARA LA FUNCIÓN DEL COSTO

Incorporar penalización por demanda no satisfecha tiene influencia fundamentalmente en la función objetivo del costo ya que, adicionalmente a la minimización del costo fijo y el costo esperado de envío a lo largo de la cadena, se busca minimizar el costo esperado de penalización por demanda insatisfecha.

En este problema (*problema del costo*) se trata de minimizar el costo de las operaciones, independientemente del tiempo. Por tanto es razonable suponer que siempre se elegirá (ya sea en la *parte de transporte* o en la *parte de asignación*) el medio de transporte más barato (y lento). Por tanto, ya está determinado cuáles servicios de transporte se emplearán y queda por determinar las cantidades de producto a enviar en la *parte de transporte*, las asignaciones de bodegas a centros de distribución, así como las cantidades de demanda que quedarán insatisfechas.

El procedimiento GRASP sigue el mismo esquema que el descrito en la Sección 5.4 en el Algoritmo `GRASPCostos()`. Tal y como se ha venido mencionando, la función f_1 contempla adicionalmente el valor esperado por la penalización por demanda insatisfecha. En dicho procedimiento se construye una solución a la que posteriormente se le aplica un algoritmo de mejora. En cada iteración GRASP se tienen soluciones en las que cada centro de distribución está asignado a alguna bodega. Esta información se almacena en una matriz de frecuencias $\mathbf{F}_{|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}|}$, donde un elemento de dicha matriz $\mathbf{F}[j, k]$ contiene el número de veces que la bodega j ha sido asignada al centro k . Esta información se emplea en el constructivo, tal y como se mostró anteriormente en la Sección 5.3.1 (véase la pág. 77).

6.2.1 GRASP: ALGORITMO CONSTRUCTIVO PARA LA FUNCIÓN DEL COSTO

En el algoritmo constructivo para el *problema del costo* los centros de distribución se van asignando uno a la vez, éstos se ordenan de acuerdo a su demanda

esperada y de acuerdo a este orden se van asignando a las bodegas. Anteriormente, para un centro dado se determinaban las bodegas para las que resultaría factible realizar una asignación. Ser factible significaba que la bodega tenía capacidad suficiente disponible para satisfacer es su totalidad la demanda del centro.

Ahora, se permite dejar demanda sin satisfacer, en este sentido el concepto de “factibilidad” cambia, puesto que ahora todas las asignaciones de bodega a centro son factibles, independientemente de la cantidad de producto que éstas le puedan enviar a los centros. Lo importante será entonces, determinar la cantidad de demanda que quedaría insatisfecha en caso de que se llevara a cabo una asignación.

Si el remanente de capacidad actual de la bodega satisface en su totalidad la demanda del centro de distribución que se le quiere asignar, la demanda insatisfecha para dicho centro, será de cero, si no es así, ésta cantidad vendría dada por la diferencia entre la demanda del centro y la cantidad aún disponible para enviar a partir de la bodega.

A continuación se describe cómo se calcula la estimación del costo esperado de envío si se realizara la asignación de una bodega con un centro de distribución.

Cálculo del costo esperado estimado El cálculo de τ_{jk} , es decir, la estimación de la función del costo si se asignara un centro de distribución k con una bodega j , requiere que para cada escenario se calculen cuatro cosas: el CF costo fijo, el costo de envío en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$, en la *parte de asignación* $C_s^{(2)}$ y, adicionalmente, el costo de penalización CP_s :

Costo fijo

El costo fijo CF será la suma de los costos fijos de apertura de las bodegas que tienen asignados al menos un centro de distribución.

Parte de asignación

El costo de envío será el costo de la **solución parcial** actual $C_s^{(2)}$ más el costo por enviar la cantidad (total o parcial) de demanda de la bodega al centro de distribución empleando el arco barato-lento.

Penalización

El costo de penalización por demanda no satisfecha, será el costo de penalización de la **solución parcial** actual más la cantidad de demanda insatisfecha del centro k en el escenario s por su costo de penalización.

Parte de transporte

El costo de envío $C_s^{(1)}$ se determina a partir de la estimación que se hace al problema de transporte, siguiendo un procedimiento análogo al descrito en C.3 `EstimacionTransporte()`. Sin embargo, hay que hacer hincapié en que las cantidades que deberán cubrirse de las plantas hacia la bodega en cuestión, corresponderán a las cantidades efectivamente enviadas de la bodega hacia el centro de distribución. Anteriormente este aumento venía dado por la demanda del centro, pero ahora, al permitir dejar demanda sin satisfacer, no necesariamente tendría que mandarse esa cantidad.

Una vez ejecutada la asignación, los costos en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$ pueden ser mejorados para cada escenario, y por tanto el valor de la función objetivo del costo f_1 también. Para ello se determina de manera óptima las cantidades de producto a enviar en el problema de transporte, el cual se plantea como un problema de transporte clásico (véase el Apéndice A Sección A.2.1).

El procedimiento constructivo termina evidentemente cuando todos los centros de distribución han sido asignados.

Ahora se procede a mejorar la solución obtenida por el constructivo. Este proceso se describe a continuación.

6.2.2 GRASP: MEJORA DE LA SOLUCIÓN PARA LA FUNCIÓN DEL COSTO

La solución obtenida para la función del costo por el constructivo descrito en la Subsección 6.2.1 es mejorada por un procedimiento de búsqueda tabú. Nuevamente el movimiento definido consiste en el cambio de asignación entre una bodega y un centro de distribución.

Cuando se cambia la asignación de un centro a otra bodega, en la bodega “que sale”, denotada por j^- , se podría liberar parte de su capacidad. Entonces, aquí se procede a reasignar ese remanente (o todo lo que sea posible) para cubrir la demanda insatisfecha de otros centros actualmente asignados a j^- . Con este proceso se incrementa el costo de transporte pero se reduce el costo de la penalización.

El procedimiento de “relleno” se basa en la premisa de que el costo unitario de transporte (tanto en la *parte de transporte* como en la parte de *asignación*) siempre es menor que el costo unitario de penalización. Luego, si una bodega ya está abierta (por tanto el costo de apertura no incrementará), el costo unitario de transporte de la bodega al centro correspondiente siempre será más barato que el costo de penalización. Por tanto, primero se trata de “rellenar” la bodega j^- lo más que sea posible, a partir de demandas insatisfechas de otros centros asignados a ella.

En general, puede haber más de un centro asignado a dicha bodega (además del centro que sale), el orden de “relleno” vendrá dado por las diferencias entre los diferentes costos unitarios de penalización y los costos unitarios de transporte. Así, en primer lugar se “rellena” todo lo posible de la demanda insatisfecha del centro correspondiente a la mayor de estas diferencias, y esto se repite hasta que se sature la capacidad de la bodega o los centros asignados a ella no tengan ya demanda insatisfecha.

Una vez aplicado el proceso de “relleno” se recalculan los costos de envío en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$, en la *parte de asignación* $C_s^{(2)}$ y los de penalización CP_s . Recordando que los cálculos de estos valores son “provisionales”, y deben entenderse

como un medio para calcular la estimación de la función del costo τ_{jk} si se asignará la bodega j con el centro k .

Sea j^- la “bodega que sale”, se deben calcular para cada escenario, los valores del costo fijo CF , los costos de envío en la *parte de transporte* $C_s^{(1)}$, en la *parte de asignación* $C_s^{(2)}$ y el costo de penalización CP_s .

Costo fijo

- Bodega que sale j^- : al costo fijo CF se le resta el costo de la bodega j^- si ésta deja de tener centros de distribución asignados.
- Bodega que entra j : al costo fijo CF se le suma el costo de la bodega j si no tenía ningún centro asignado y ahora tiene uno.

Parte de asignación

- Bodega que sale j^- : al costo de envío $C_s^{(2)}$ se le resta el costo incurrido por transportar empleando el arco barato–lento por la cantidad de producto que se estaba enviando desde la bodega que sale j^- al centro de distribución k ,
- Bodega que entra j : al costo de envío $C_s^{(2)}$ se le suma el costo incurrido por transportar empleando el arco barato–lento por la cantidad enviada de la bodega j al centro de distribución k .

Penalización

- Bodega que sale j^- : al costo de penalización se le resta el costo de penalización que actualmente se incurre por demanda insatisfecha para ese centro,
- Bodega que entra j : al costo de penalización se le suma el costo de penalización determinado por la cantidad de demanda que queda insatisfecha a partir de la nueva bodega j .

Parte de transporte

- Bodega que sale j^- : la modificación de los valores de las cantidades de producto envidadas en la *parte de transporte* se realiza de acuerdo al procedimiento descrito en el Algoritmo C.4 `DesestimacionTransporte()`, considerando los parámetros referentes a los costos.
- Bodega que entra j : el proceso para modificar las cantidades que se envían en la *parte de transporte* es el mismo que el empleado en los algoritmos constructivos previamente utilizados, en los cuales se emplea el procedimiento C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C). Nuevamente, para la *parte de transporte* se debe considerar que ahora el decremento/incremento de las cantidades requeridas por las bodegas j^- y j , en cada caso, ya no será la demanda del centro k , sino la cantidades parciales o totales enviadas desde las bodegas a los centros de distribución.

El procedimiento de búsqueda tabú finaliza cuando han transcurrido $max_{iter}T$ iteraciones después de la iteración en la que se encontró la mejor solución. El pseudocódigo del algoritmo de búsqueda tabú es análogo al descrito en el procedimiento C.5 `Tabu`, sólo que los parámetros a considerarse serían los relacionados al *problema del costo*.

6.3 FASE II: BÚSQUEDA DE SOLUCIONES COMPROMISO

Para la búsqueda de soluciones compromiso se usará el procedimiento de búsqueda tabú mixta descrito en la Sección 5.5 empleado en la fase I para dirigir las búsquedas que van de un extremo del frente de Pareto al otro, y en la fase II para encontrar soluciones que ofrecen un buen compromiso para los dos objetivos involucrados, se definió el conjunto de soluciones vecinas a partir de cuatro sub-vecindarios (o tipos de movimientos).

El vecindario $\mathcal{N}_2(S)$ se definió como el conjunto de soluciones a las que se llega cuando un centro cambia la bodega que tiene asignada. Este movimiento es el mismo

que el empleado para mejorar la solución obtenida por el procedimiento constructivo dentro del marco del procedimiento GRASP para el *problema del costo*, de manera que, para el caso en el que se considera penalizaciones por demanda insatisfecha, en la búsqueda tabú mixta, aplican las ideas referentes al proceso de “relleno” de la capacidad liberada de la bodega en cuestión a partir de las demandas insatisfechas de otros centros de distribución asignados a esa bodega (véase la Subsección 6.2.2).

6.4 FASE III: PROCESO DE INTENSIFICACIÓN

En la Fase III del MOAMP, en la que se realiza un proceso de intensificación de búsqueda de soluciones a partir del conjunto de soluciones no dominadas, se exploran los mismos sub-vecindarios que para la búsqueda tabú mixta en la Subsección 5.5, de manera que cuando se exploran las soluciones $S' \in \mathcal{N}_2(S)$ para este problema que considera penalización por demanda no satisfecha, también se aplica el proceso de “relleno” para ocupar la capacidad que se libera al desasignarle a la bodega el centro, tratando de reducir la mayor cantidad posible de la demanda insatisfecha de otros centros asociados a ella.

6.5 RESUMEN DEL CAPÍTULO

En este capítulo se describió la metodología de solución propuesta para resolver el problema de diseño de cadena de suministro que se estudia en este trabajo. Además de incorporar incertidumbre, se contempló la opción de dejar demanda sin satisfacer, y de ser así, se incurrirá en un costo de penalización. En este capítulo se extendió la metodología de solución, la cual se basó en el diseño de técnicas metaheurísticas para problemas multi-objetivo. En particular, se adaptó un MOAMP. Este método consta de tres fases que progresivamente van generando la aproximación a la frontera de Pareto.

En este caso, en el que se considera penalización por demanda insatisfecha, algunos cambios importantes se incorporan, por ejemplo, el valor de la función ob-

jetivo para el punto extremo de la frontera de Pareto para el *problema del tiempo* es cero, en dicha solución, no se abre ninguna bodega, y por tanto no hay ninguna asignación de bodega a centros de distribución, toda la demanda es penalizada. Otro cambio importante es la acción que se toma cuando se contempla un cambio de asignación entre bodega y centro de distribución, puesto que se busca aprovechar al máximo la capacidad de la bodega, una vez que ya ha sido abierta.

CAPÍTULO 7

EXPERIMENTACIÓN COMPUTACIONAL

Este capítulo describe los resultados de los experimentos computacionales realizados para evaluar el desempeño del procedimiento diseñado para resolver el problema bajo estudio. La descripción del proceso de generación de las instancias empleadas en los experimentos se realiza en la Sección 7.1, posteriormente en la Sección 7.2 se indica cuántos grupos e instancias se generan para realizar la experimentación.

Las métricas unarias y binarias que permitirán establecer nociones de la calidad de un frente respecto a otro se introducen en la Sección 7.3.

En la Sección 7.4 se describen los experimentos realizados para investigar la influencia del parámetro de penalización por demanda insatisfecha.

En la Sección 7.5 se detalla un experimento para determinar los conjuntos de cotas superiores para los frentes de Pareto.

El ajuste de parámetros realizado para la metaheurística usando el *software* CALIBRA se menciona en la Sección 7.6. Posteriormente, en la Sección 7.7 se ofrece un análisis mediante el cual es posible observar el comportamiento de cada una de las fases que componen el MOAMP. En la Sección 7.8 se comparan las aproximaciones a los frentes de Pareto obtenidas con la metaheurística, con los conjuntos de cotas superiores obtenidos previamente.

7.1 DESCRIPCIÓN DEL GENERADOR DE INSTANCIAS

El generador de instancias que aquí se describe tiene como base el desarrollado por Olivares (2007) para el problema en su versión determinista. Sin embargo, al contemplar incertidumbre se empleará el valor esperado de la demanda para determinar los parámetros que componen las instancias, tal y como se mostrará más adelante.

Cinco parámetros determinan el tamaño de una instancia. Estos son: el número de plantas \mathcal{I} , el número de bodegas potenciales \mathcal{J} , el número de centros de distribución \mathcal{K} , el número de arcos (servicios de transporte) entre los nodos, $\mathcal{L}_{ij}^{(1)}$, $\mathcal{L}_{jk}^{(2)}$ y, el número de escenarios \mathcal{S} . Para construir una instancia se establece que $|\mathcal{I}| \leq |\mathcal{J}| \leq |\mathcal{K}|$.

El número de arcos entre plantas–bodegas, bodegas–centros de distribución se considera fijo $N_{arcos} = |\mathcal{L}_{ij}^{(1)}| = |\mathcal{L}_{jk}^{(2)}| = 2, \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}, k \in \mathcal{K}$. Éstos dos servicios de transporte corresponden a uno caro pero rápido y a otro barato pero lento. Se considera también de forma fija que el número de escenarios es tres. El código para representar una instancia es $\mathcal{I} - \mathcal{J} - \mathcal{K} - (\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$. Por ejemplo, $3 - 3 - 4 - \mathbf{A}$ denota la instancia \mathbf{A} , compuesta de 3 plantas, 3 bodegas, 4 centros de distribución, 2 medios de transporte y 3 escenarios.

Para un número fijo de $|\mathcal{I}|$, $|\mathcal{J}|$, $|\mathcal{K}|$, N_{arcos} , $|\mathcal{S}|$, el resto de los parámetros se generan de forma aleatoria. Estos son:

- Demanda de los centros de distribución
- Capacidad de las plantas
- Capacidad de las bodegas
- Costo y tiempo de transporte por cada arco
- Costos fijos de apertura de las bodegas

- Penalización por demanda insatisfecha

Demandas

Las demandas de los centros de distribución son variables enteras aleatorias con distribución uniforme. Se generaron tres escenarios de la siguiente forma: $\mathcal{U}(7000, 20000)$, $\mathcal{U}(1000, 10000)$ y $\mathcal{U}(15000, 20000)$ con probabilidades asociadas de ocurrencia de .10, .15 y .75, respectivamente.

Capacidad de bodegas

Para tratar de garantizar la restricción de que cada centro de distribución sea abastecido por una sola bodega, las capacidades de las bodegas deben ser mayores que la máxima demanda esperada, es decir:

$$q_j^{(1)} \geq \max_{k \in \mathcal{K}} \left(\sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \times d_k^s \right), \quad \forall j \in \mathcal{J}$$

Además, para evitar una decisión “fácil” de ubicación de instalaciones, algunas bodegas deben ser capaces de suministrar la demanda total esperada de los centros de distribución. Esta consideración se fundamenta en el hecho de que, al proveer más opciones, la instancia será más difícil de resolver. La demanda total esperada será la base para determinar la capacidad de la bodega ($q_j^{(2)}$), así, ésta será una variable entera aleatoria con distribución uniforme en el intervalo delimitado por lo que se denominará capacidad baja y alta de la bodega. Entonces $q_j^{(2)} \sim \mathcal{U}(q_{baja}^{(2)}, q_{alta}^{(2)})$, donde

$$\begin{aligned} d_{total} &= \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \times d_k^s \\ q_{baja}^{(2)} &= \max_{k \in \mathcal{K}} \left(\sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \times d_k^s \right) \\ q_{alta}^{(2)} &= d_{total} + (d_{total} - q_{baja}^{(2)}) \end{aligned}$$

Capacidad de las plantas

La capacidad de las plantas debe generarse también teniendo en cuenta la demanda total esperada, ya que en una instancia factible, la capacidad total de las plantas debe poder satisfacer dicha demanda. Sin embargo, para generar una instancia “difícil” se permitirá que algunas plantas tengan una capacidad cercana a la demanda total esperada. La consideración nuevamente es que, proveer más opciones hace que el problema sea más difícil de resolver. La capacidad de la planta ($q_j^{(1)}$) es una variable entera aleatoria con distribución uniforme en el intervalo delimitado por lo que se definirá capacidad alta y baja de la planta. Entonces $q_j^{(1)} \sim \mathcal{U}(q_{baja}^{(1)}, q_{alta}^{(1)})$, donde

$$\begin{aligned} q_{baja}^{(1)} &= \frac{d_{total}}{|\mathcal{I}|} \\ q_{alta}^{(1)} &= d_{total} \end{aligned}$$

Costos y tiempos de envío

El costo y tiempo de envío se correlacionan de forma negativa, es decir a mayor tiempo de envío corresponde menor costo y viceversa. El tiempo de envío es una variable entera aleatoria T_{arc} con distribución uniforme en el intervalo (5, 25). El costo unitario de envío C_{arc} es una variable entera calculada a partir del valor T_{arc} , generado por el cociente $C_{arc} = \frac{50}{T_{arc}}$.

Costo fijo El costo fijo se calcula en base a algunos parámetros calculados previamente. Una consideración es que el costo fijo está correlacionado positivamente con la capacidad de la bodega. Entonces, para producir una instancia “difícil”, el costo fijo total debe ser cercano al costo total de envío esperado. Luego, los valores de los costos de los arcos oscilan entre 2 (puesto que $\frac{50}{25} = 2$) y 10 (puesto que $\frac{50}{5} = 10$), es decir, el costo de los arcos más caros en la red es de 10. Este valor se emplea para calcular un costo de envío de referencia:

$$C_{ref} = \frac{10 \times d_{total}}{|\mathcal{J}|}$$

asimismo, se calcula también la capacidad promedio $q_{promedio}$:

$$q_{promedio} = \frac{\sum_{j \in J} q_j^{(2)}}{|J|}$$

y finalmente se determina el costo fijo para cada bodega:

$$F_j = C_{ref} \times \frac{q_j^{(2)}}{q_{promedio}}.$$

Penalizaciones Se considera que el costo unitario de penalización debe ser mayor que el costo unitario de envío (costo en la *parte de transporte* más costo en la *parte de asignación*). Entonces, teniendo en cuenta que el costo de envío más alto en la red, es de 10, y que la cadena de suministro se conforma de dos niveles, entonces las penalizaciones se determinan con una distribución uniforme aleatoria para cada escenario, es decir, $\eta \sim \mathcal{U}(21, 25)$.

7.2 GRUPOS DE INSTANCIAS GENERADOS PARA LA EXPERIMENTACIÓN

El estudio experimental que se desarrollará en este trabajo será sobre tres grupos, cuyos tamaños se muestran en la Tabla 7.1. Por cada uno de los tres grupos se generarán tres instancias, las cuales como se mencionó previamente se denotan por A, B y C, respectivamente.

7.3 MEDIDAS DE DESEMPEÑO PARA PROBLEMAS MULTIOBJETIVO

Existen diferentes métricas empleadas para evaluar la calidad de las aproximaciones a los frentes de Pareto obtenidas por métodos de optimización multiobjetivo basados en técnicas aproximadas. Se distinguen métricas unarias y binarias, se describen a continuación las que se emplearán en el presente trabajo.

Tabla 7.1: Grupos de instancias generados para realizar la experimentación computacional

Pequeñas		Medianas		Grandes	
Grupo	Instancia	Grupo	Instancia	Grupo	Instancia
3 - 3 - 4	A B C	5 - 8 - 10	A B C	8 - 10 - 12	A B C
3 - 5 - 8	A B C	5 - 8 - 12	A B C	8 - 10 - 15	A B C
5 - 5 - 8	A B C	5 - 10 - 12	A B C	8 - 12 - 15	A B C

Métricas unarias

- El número de soluciones no dominadas en cada conjunto $|\text{FP}_1|$: esta métrica es importante puesto que las fronteras de Pareto que proveen más alternativas al tomador de decisiones se prefieren a aquellas con pocas alternativas (Zitzler et al., 2003).
- Tamaño del espacio cubierto o hipervolumen: esta métrica calcula el área en el espacio de las funciones objetivo cubierta por las soluciones no dominadas (Zitzler et al., 2003). Se desea maximizar dicha medida.

Métricas binarias

- $R_{POS}(\text{FP}_i)$: esta métrica es capaz de comparar más de dos conjuntos eficientes. Para realizar los cálculos se construye un conjunto de referencia R a partir de la unión de las soluciones eficientes de todos los n conjuntos $R = \{\text{FP}_1 \cup \text{FP}_2 \cup \dots \cup \text{FP}_n\}$. Se eliminan de R las soluciones dominadas y se obtiene el conjunto P , $P = \{r \in R \mid \nexists q \in R : q \prec r\}$.

La métrica R_{POS} se calcula de la siguiente manera:

$$R_{POS}(\text{FP}_i) = \frac{|a \in \text{FP}_i \mid a \in P|}{|\text{FP}_i|}$$

- $\overline{D}(\text{FP}_1, \text{FP}_2)$: esta métrica se desarrolló en Olivares (2007) de manera especial para problemas con características como las del problema ahí abordado, las cuales se conservan en el trabajo aquí realizado. La discretización del objetivo f_2 y el número de objetivos permite desarrollar la métrica para un par de conjuntos eficientes FP_1 y FP_2 .

Se construye un conjunto E a partir de cada valor de la función objetivo f_2 para el cual existe un correspondiente valor de la función f_1 en ambos conjuntos:

$$E = \{f_2(a) \wedge f_2(a'), a \in \text{FP}_1, a' \in \text{FP}_2 \mid \exists f_1(a) \wedge \exists f_1(a') \wedge f_2(a) = f_2(a')\}$$

Entonces se calcula una desviación promedio con las razones entre los valores de la función objetivo del costo f_1 para cada valor de f_2 en el conjunto E :

$$\overline{D} = \frac{\sum_{e \in E} \frac{(f_1(a) \mid f_2(a) = e)}{(f_1(a') \mid f_2(a') = e)}}{|E|}, \quad \forall a \in \text{FP}_1, a' \in \text{FP}_2$$

El mínimo $D_{\text{mín}}$ de estas razones se calcula mediante la ecuación (7.1).

$$D_{\text{mín}} = \min_{e \in E} \left(\frac{f_1(a) \mid f_2(a) = e}{f_1(a') \mid f_2(a') = e} \right), \quad \forall a \in \text{FP}_1, a' \in \text{FP}_2 \quad (7.1)$$

Estas métricas (\overline{D} y $D_{\text{mín}}$) se desarrollaron para darle un sentido práctico a la comparación entre dos conjuntos. Punto a punto, para un valor fijo del objetivo del tiempo f_2 , se mide la diferencia en la función objetivo del costo f_1 . Entonces, para un valor fijo del tiempo se observa si la solución en un conjunto es más barata o más cara que la solución en el otro conjunto. El promedio de estas desviaciones se calcula con \overline{D} y el mínimo valor de éstos se calcula con $D_{\text{mín}}$.

La métrica \bar{D} indica de alguna manera la calidad de un conjunto comparado con otro. Se establece la siguiente relación sobre el promedio:

$$\text{Si } \bar{D} \begin{cases} < 1 & \text{FP}_1 \text{ es mejor que FP}_2 \\ > 1 & \text{FP}_1 \text{ es peor que FP}_2 \\ = 1 & \text{FP}_1 \text{ es similar a FP}_2 \end{cases}$$

7.4 ANÁLISIS DEL COSTO DE PENALIZACIÓN POR DEMANDA INSATISFECHA

En el modelo de optimización robusta planteado en el Capítulo 4 la infactibilidad se presenta si la demanda de un centro de distribución no se satisface en algún escenario s . El tercer término de la función objetivo del costo penaliza la demanda insatisfecha mediante el parámetro η (véase la pág. 57, el término correspondiente al valor CP_s).

Debido a la incertidumbre en los parámetros del problema, el modelo podría ser infactible en algunos escenarios. Por lo tanto, la variable Q_k^s representa la infactibilidad del modelo bajo el escenario s . Si el modelo es factible, $Q_k^s = 0$, en otro caso, Q_k^s tendrá asignada un valor positivo de acuerdo a la ecuación (4.12).

En la Figura 7.1 se muestra para la instancia 3–3–4–A un conjunto de frentes de Pareto, obtenidos para ciertas variaciones del parámetro η . Estas variaciones van desde 20 hasta 100 con incrementos de 20 unidades.

Se muestra también en la misma gráfica, el frente de Pareto que se obtiene cuando el modelo es factible, es decir cuando la cantidad de demanda insatisfecha es cero. Bajo esta consideración la función objetivo del tiempo alcanza un valor mínimo, al que se denotará *tiempo de referencia*. En este ejemplo particular, el *tiempo de referencia* es de 16 unidades.

De la Figura 7.1 puede observarse cómo el costo total esperado de envío incrementa exponencialmente al incrementar el valor de η . En particular las variaciones

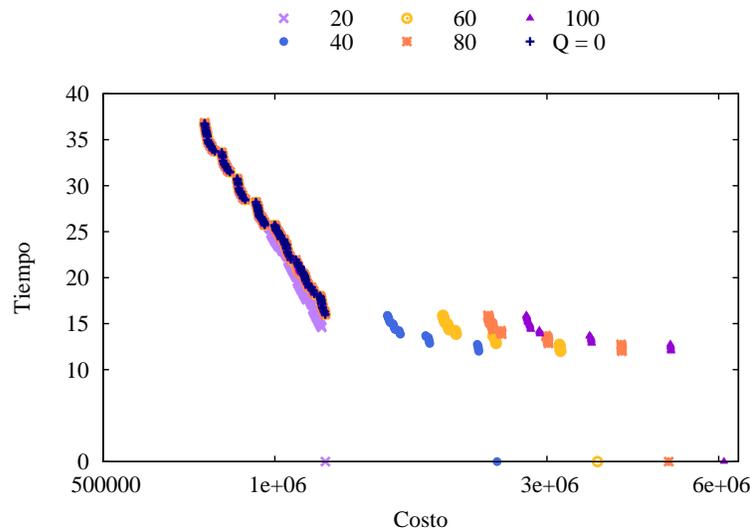


Figura 7.1: Variación del parámetro de penalización en la instancia 3-3-4-A en el intervalo [20, 100]

de η que van de 20 a 100 determinan frentes de Pareto en los que para valores inferiores al *tiempo de referencia* se dejan de emplear arcos para transportar el producto, por lo cual, en las configuraciones incrementa la cantidad de demanda insatisfecha. Puede observarse, para este ejemplo, como el costo total esperado para $\eta = 100$ incrementa hasta los 6 millones. Los puntos del frente en los que queda toda la demanda de la configuración sin satisfacer tienen un valor en la función del tiempo de cero unidades.

En las instancias trabajadas se consideró que el costo unitario de transporte siempre es menor que el costo unitario de penalización. Por dicha razón, en este experimento se varía el parámetro η alrededor del valor 20, en particular, se consideran variaciones de 10 a 30 con incrementos de 2 unidades. En la Figura 7.2 se muestran los frentes obtenidos.

Obsérvese en la Figura 7.2 que conforme el parámetro η crece, los frentes de Pareto asociados a dichas variaciones se aproximan al frente en el que se satisface completamente la demanda (es decir, $Q_k^s = 0$). De hecho, los frentes cuyo valor de penalización es inferior a 20 dominan al frente de Pareto en el que $Q_k^s = 0$. El incremento gradual de la penalización hace que para las configuraciones que están

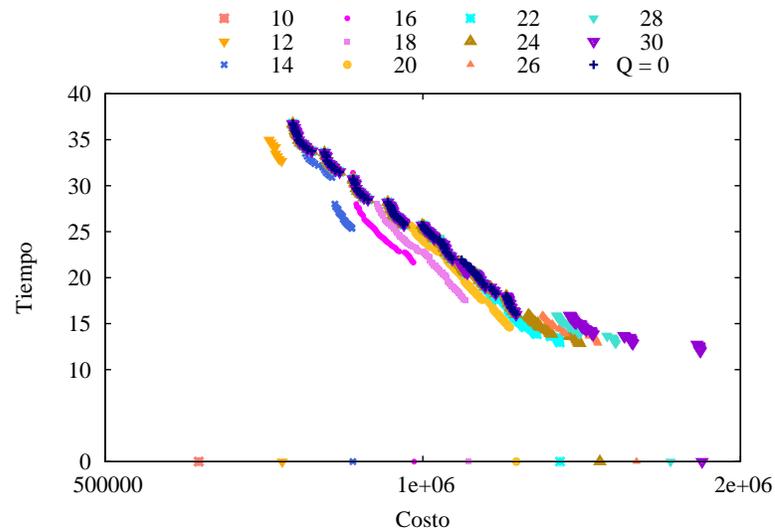


Figura 7.2: Variación del parámetro de penalización en la instancia 3–3–4–A en el intervalo $[10, 30]$

por encima del valor del *tiempo de referencia*, la cantidad de demanda insatisfecha disminuya gradualmente.

En las Figuras 7.1 y 7.2 para los puntos de los frentes de Pareto con un valor del tiempo inferior al *tiempo de referencia*, la cantidad de demanda insatisfecha aumenta gradualmente hasta llegar al punto del frente en el que la demanda de los centros de distribución está completamente sin satisfacer, y su valor asociado del tiempo es de cero unidades. Este comportamiento se presenta porque la penalización por demanda insatisfecha tiene inferencia sólo en la función del costo, de manera que el modelo tiene la opción de dejar de enviar producto y por ende, dejar de emplear servicios de transporte y reducir el valor del tiempo, aunque la demanda insatisfecha vaya incrementando.

Con este experimento se ha mostrado cómo al utilizar valores altos de penalización por demanda insatisfecha (en este caso particular superiores a 30) se obliga a satisfacer completamente la demanda de los centros en todos los escenarios (hasta el valor del *tiempo de referencia*), de manera que el caso que considera incertidumbre en las demandas, podría visualizarse como un caso particular del problema que además incorpora penalización por demanda insatisfecha.

7.5 DETERMINACIÓN DE LOS CONJUNTOS DE COTAS SUPERIORES PARA LOS FRENTES DE PARETO

El método exacto que se emplea para obtener los frentes de Pareto del problema es el método de la ϵ -restricción (véase la Subsección 2.4.2, pág. 31). Éste fue programado en C. Se empleó el optimizador comercial CPLEX versión 11.2 para resolver los problemas entero mixtos.

En la implementación realizada la función objetivo del tiempo pasará a ser la restricción paramétrica, esto es, se optimiza la función del costo (f_1) sujeta a la restricción del tiempo (7.2), además del conjunto de restricciones que componen el modelo planteado en el Capítulo 4.

El modelo resultante tiene la siguiente forma:

$$\min f_1^t = CF + \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s (C_s^{(1)} + C_s^{(2)}) + \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s CP_s$$

sujeto a:

$$T \leq \epsilon^t \quad (7.2)$$

$$\text{Restricciones (4.4) - (4.25)} \quad (7.3)$$

El valor de ϵ^t varía en cada iteración t .

Una observación importante es que, en una solución óptima en alguna iteración t , podría ser inactiva la restricción 7.2 (véase la Subsección 2.4.2, pág. 32). Entonces es conveniente recalcular el valor de T a partir de los valores que determinan la configuración de red para la solución dada, empleando la ecuación:

$$T = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \left\{ \max_j \left[\max_{i,\ell} \left(t_{ij\ell}^{(1)} \cdot U_{ij\ell}^s \right) + \max_{k,\ell} \left(t_{jk\ell}^{(2)} \cdot V_{jk\ell}^s \right) \right] \right\} \quad (7.4)$$

De esta manera, se evitará resolver problemas con un valor de ϵ para el que no habrá configuraciones con esos valores de tiempo.

El intervalo de variación para el parámetro ϵ se determina resolviendo cada problema mono-objetivo por separado.

En la experimentación preliminar realizada se observó, para algunos valores de ϵ^t , que el problema entero mixto asociado no pudo resolverse hasta llegar a optimalidad. Esto debido a que la memoria de la computadora no era suficiente para concluir la exploración del árbol de ramificación y acotamiento generado por el optimizador CPLEX. Por dicha razón se optó por fijar un tiempo computacional límite (TILIM) para la resolución de cada problema. Particularmente, para las instancias de tamaño pequeño se fijó un tiempo de 3600 seg, y el valor del parámetro de variación de ϵ^t se fijó en .05. En las instancias de tamaño mediano y grande se fija un tiempo de 1800 seg y el parámetro ϵ^t se fijó en 0.5.

La imposición de estos límites implica que para ciertos valores de ϵ^t el optimizador comercial CPLEX no podrá producir una solución óptima. Entonces, para los puntos que se alcance el tiempo límite antes de concluir el proceso de optimización, se registra el último gap %. Es por ello que en general no se habla del frente de Pareto óptimo, sino de conjuntos de cotas superiores.

En las Tablas 7.2–7.3 se muestran para cada grupo y cada réplica, el tiempo de ejecución para encontrar el frente, el número de puntos en los que se alcanzó el tiempo límite de ejecución y el gap % promedio alcanzado.

Tabla 7.2: Resultados de la implementación del método del ϵ -restricción para la obtención de conjuntos de cotas superiores: instancias pequeñas

Grupo	Instancia	Cardinalidad del conjunto	Tiempo de ejecución CPU (seg)	Puntos en los que se alcanzó TILIM	gap % promedio
3 - 3 - 4	A	168	1261.42	0	0.0000
	B	179	528.41	0	0.0000
	C	96	4306.55	0	0.0000
3 - 5 - 8	A	259	145623.63	8	2.5935
	B	184	220937.01	13	4.7350
	C	185	174336.74	12	6.4373
5 - 5 - 8	A	253	337871.33	32	4.5480
	B	150	559871.71	70	6.8312
	C	259	324124.38	13	1.9497

Es claro que solamente para el grupo de 3 plantas, 3 bodegas, 4 centros de distribución (grupo 3-3-4), es posible determinar el frente de Pareto óptimo. Se observa también cómo para los dos grupos restantes ya aparecen puntos para los que no fue posible llegar a optimalidad y alcanzaron el TILIM impuesto. En el grupo 3-5-8 puede observarse cómo comienza a incrementar la cantidad de puntos que alcanzan el tiempo límite, aún así el gap % es de 4.5 aproximadamente. En el grupo 5-5-8, como puede observarse en la columna cinco, de la Tabla 7.2, la cantidad de puntos en que se alcanza el tiempo límite es de 38 puntos en promedio, con un gap % de 4.5 aproximadamente.

En la Tabla 7.3 puede observarse en la columna cinco, que en la mayoría de puntos se alcanza el tiempo límite. Es notorio el esfuerzo computacional requerido para encontrar los conjuntos de cotas superiores, ya que el tiempo límite se fijó en 1800 seg. y fue alcanzado por la mayoría de los puntos que conforman las aproximaciones.

El gap % promedio por cada uno de los grupos de la Tabla 7.3 fue incrementando de 17.5554 (grupo 5-8-10) a 28.4062 (grupo 8-12-15). Este dato se corresponde con respecto a la cantidad de puntos en los que se alcanza el tiempo límite, dado que es natural esperar que entre mayor sea esta cantidad, mayor será el gap % con respecto a las soluciones óptimas.

7.6 AJUSTE DE PARÁMETROS

El ajuste de parámetros se realiza con un sistema automatizado llamado CALIBRA (Adenso-Diaz y Laguna, 2006), el cual se basa en técnicas estadísticas y búsquedas locales. A dicho sistema se le especifica: el rango apropiado para la búsqueda de los parámetros, un conjunto de instancias de entrenamiento y el valor de la medida de desempeño que se quisiera alcanzar. Cabe mencionar que este sistema se refiere a problemas mono-objetivo, por lo que la medida de desempeño generalmente hace referencia a la función objetivo del problema en cuestión. Considerando

Tabla 7.3: Resultados de la implementación del método del ϵ -restricción para la obtención de conjuntos de cotas superiores: instancias medianas y grandes

Grupo	Instancia	Cardinalidad del conjunto	Tiempo de ejecución CPU (seg)	Puntos en los que se alcanzó TILIM	gap %
5 - 8 - 10	A	45	71972.04	34	16.7195
	B	44	74715.34	32	16.5837
	C	43	69142.51	29	19.3630
5 - 8 - 12	A	39	83140.73	30	17.1214
	B	35	72902.28	26	23.1488
	C	35	77496.61	26	19.2676
5 - 10 - 12	A	33	68114.19	25	28.1833
	B	37	78583.15	30	23.3017
	C	35	88983.60	31	20.8689
8 - 10 - 12	A	30	79552.52	25	25.6588
	B	36	82805.05	30	23.2275
	C	36	85160.43	32	28.7077
8 - 10 - 15	A	31	80658.49	25	29.2905
	B	37	82417.64	32	26.9139
	C	30	84984.91	27	25.2478
8 - 12 - 15	A	23	72691.49	21	33.8855
	B	27	76337.49	23	24.9785
	C	26	79218.07	23	26.3546

el problema bi-objetivo que se estudia en este trabajo la medida de desempeño que se empleará para realizar el ajuste de parámetros es el hipervolumen. En la Figura 7.3 se muestra lo que se está calculando como medida de hipervolumen en este problema.

La función de CALIBRA consiste en llevar a cabo una búsqueda sistemática para determinar los mejores valores para cada uno de los parámetros que se le indiquen.

La versión actual de CALIBRA maneja a lo más 5 parámetros. En la meta-heurística del MOAMP se determinaron 5 parámetros sobre los cuales se realizó el ajuste, el primero de ellos relacionado al máximo número de iteraciones en la fase II del MOAMP y los cuatro restantes correspondientes a la búsqueda tabú empleada en las fases I y II:

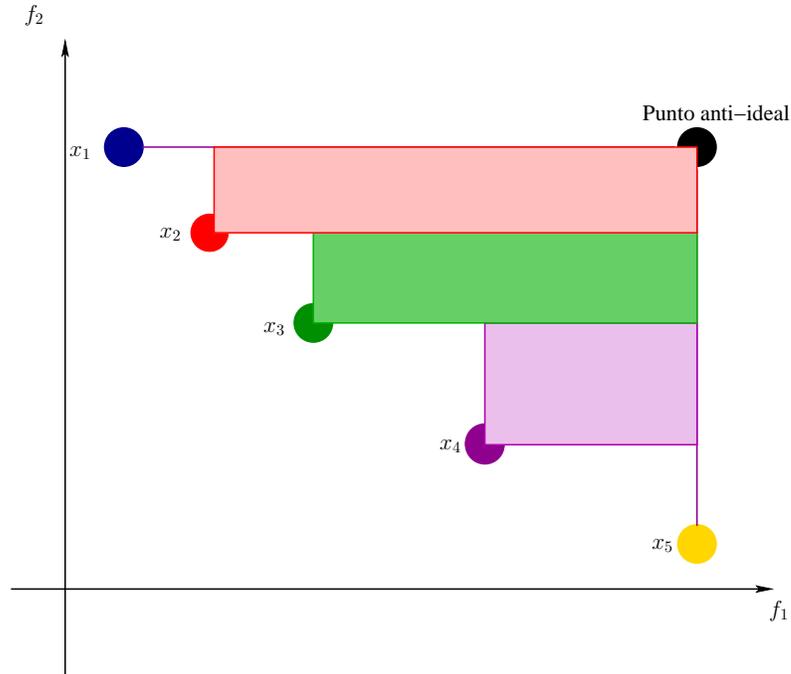


Figura 7.3: Ilustración del hipervolumen en dos dimensiones de un conjunto de cinco puntos acotados por el punto anti-ideal

max_{iter_faseII} : máximo número de iteraciones en la fase II del MOAMP

max_{iter} : máximo número de iteraciones para la búsqueda tabú mixta

θ_1 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_1

θ_2 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_2

θ_4 : parámetro de permanencia tabú para el vecindario \mathcal{N}_4

Se calcula para cada aproximación al frente de Pareto el hipervolumen determinado a partir de los puntos que componen el frente, tomando como referencia el punto anti-ideal. Nótese entonces, que la intención de este ajuste contempla la aproximación después de finalizadas las tres fases del MOAMP, esperando que al maximizar la medida del hipervolumen, los mejores valores arrojados para cada parámetro influirán en un mejor desempeño de la metaheurística MOAMP.

Los resultados que arrojó el CALIBRA son: $max_{iter_faseII} = 65$, $max_{iter} = 450$, $\theta_1 = 4 \times |\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$, $\theta_2 = 2 \times |\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$ y $\theta_4 = 6 \times |\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$

En el procedimiento empleado para obtener el punto extremo (en el que se minimiza la función del costo) `GRASPCostos()` (véase la Sección 6.2) se emplearon los siguientes parámetros: $\alpha = 0.6$, $\beta = 1$, $max_{iter}G = 100$, $\theta = 2 \times |\mathcal{K}|$, $max_{iter}T = 10 \times |\mathcal{K}|$.

En general, los valores previamente mencionados para cada uno de los parámetros que se emplean en los diversos algoritmos que conforman la metaheurística serán los que se emplearán para llevar a cabo la experimentación en las secciones posteriores.

7.7 EXPERIMENTO PARA EVALUAR EL DESEMPEÑO DE LAS FASES DEL MOAMP

Los algoritmos de la metaheurística fueron implementados en *Free Pascal* usando el compilador *Object Pascal*. Ambos se ejecutaron en una computadora DELL, con dos procesadores Pentium Dual-Core 2.60GHz, y 4GiB de memoria.

A continuación se muestran los resultados de un experimento que tiene como finalidad mostrar la contribución de cada una de las fases del MOAMP. Las Tablas 7.4, 7.5 y 7.6 para las instancias pequeñas, medianas y grandes, respectivamente, muestran el número de soluciones no dominadas obtenidas en cada una de las fases así como el tiempo computacional requerido en cada fase.

De las Tablas 7.4, 7.5 y 7.6 puede observarse en las columnas tres, cinco y siete, cómo incrementa la cantidad de puntos que van conformando la aproximación al frente. Como ejemplo, véase la Tabla 7.4, para el grupo 5–5–8: la Fase I aporta en promedio 18 puntos, aproximadamente; luego, en la Fase II éstos incrementan a 67 puntos en promedio, para en la Fase III llegar a encontrar, en promedio 152 puntos. Esta relación, en general prevalece para el resto de los grupos considerados. Se observa como crece la cantidad de puntos que conforman la aproximación del frente de Pareto, conforme van transcurriendo las tres fases del MOAMP.

Tabla 7.4: Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias pequeñas

Grupo	Instancia	Fase I		Fase II		Fase III	
		No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)
3 - 3 - 4	A	33	1.31	65	45.04	127	0.34
	B	41	1.06	88	73.72	169	0.54
	C	13	1.37	38	65.83	40	0.07
3 - 5 - 8	A	22	2.22	68	173.33	168	1.23
	B	22	1.99	84	170.20	177	1.11
	C	12	2.29	49	94.90	112	0.65
5 - 5 - 8	A	22	2.22	68	173.33	168	1.23
	B	22	1.99	84	170.20	177	1.11
	C	12	2.29	49	94.90	112	0.65

Tabla 7.5: Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias medianas

Grupo	Instancia	Fase I		Fase II		Fase III	
		No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)
5 - 8 - 10	A	19	4.27	71	141.35	200	1.26
	B	25	4.84	136	694.89	196	1.05
	C	25	5.24	72	222.92	145	1.38
5 - 8 - 12	A	12	6.54	73	280.29	134	1.01
	B	19	5.38	96	390.68	219	3.16
	C	13	7.80	91	430.56	207	2.70
5 - 10 - 12	A	18	7.60	53	329.70	199	3.60
	B	22	9.86	99	630.13	177	4.98
	C	13	7.78	40	83.95	191	4.26

Tabla 7.6: Número de puntos por cada fase del MOAMP: instancias grandes

Grupo	Instancia	Fase I		Fase II		Fase III	
		No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)	No. de puntos	Tiempo (seg)
8 - 10 - 12	A	19	16.10	73	431.64	176	1.74
	B	18	10.94	72	387.15	242	2.98
	C	12	17.61	68	184.46	132	1.90
8 - 10 - 15	A	18	16.56	75	617.34	141	1.50
	B	23	24.99	84	499.20	244	4.01
	C	13	15.10	79	750.67	148	5.45
8 - 12 - 15	A	13	23.52	30	183.90	159	4.52
	B	26	15.94	93	719.66	235	5.97
	C	18	18.88	82	403.25	221	4.63

Con referencia al tiempo computacional requerido por cada una de las fases, en las columnas cuatro, seis y ocho de las tablas previamente mencionadas, puede observarse que la fase que consume mayor tiempo computacional es la fase II, seguida de la fase I y finalmente, la fase III. En la fase II se aplica una serie de búsquedas tabú enlazadas, razón por la cual se explica que esta fase sea la que requiere mayor cantidad de tiempo computacional. La fase III consume menor tiempo, esto podría deberse a que la aproximación resultante en la fase previa es buena, ya que esta fase consiste en un proceso de intensificación.

A modo de ilustración, en la Figura 7.4 se ofrecen las gráficas correspondientes a las fases que componen el MOAMP para cada una de las instancias del grupo 5–5–8. En ellas puede observarse la transición conforme van transcurriendo cada una de las fases.

Nótese que la fase I además de encontrar los puntos extremos, contribuye con un conjunto de soluciones eficientes, que podría considerarse una aproximación inicial a la frontera de Pareto, véase la gráfica 5–5–8–A. Visualmente la aproximación que provee la fase II es una mejor aproximación con respecto a la aproximación inicial aportada por la fase I, en el sentido, de que las soluciones eficientes de la fase II dominan a las de la fase I, esto puede apreciarse en la gráfica 5–5–8–B. La fase III logra mejorar la aproximación a la curva de eficiencia provista por las fases I y II, esto es visualmente más notorio, en la gráfica 5–5–8–C, nótese cómo en algunas zonas la fase III mejora la aproximación obtenida por la fase II.

7.8 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MOAMP CON LOS CONJUNTOS DE COTAS SUPERIORES

El objetivo de estos experimentos es comparar las aproximaciones de los frentes de Pareto obtenidos por el MOAMP y los conjuntos de cotas superiores obtenidos mediante el algoritmo del ϵ -restricción.

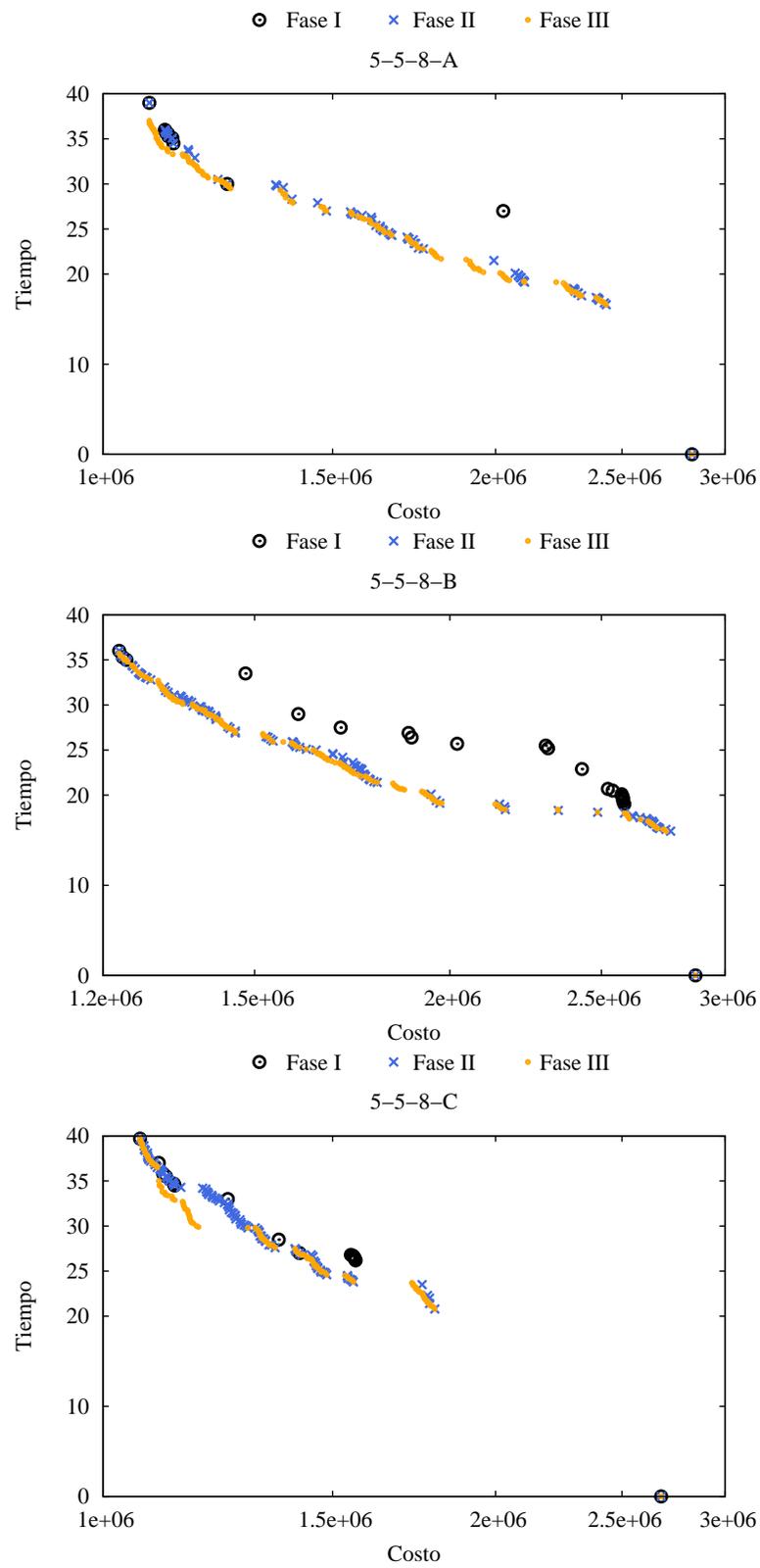


Figura 7.4: Fases que componen el MOAMP para el grupo 5-5-8

En el caso del problema abordado en este trabajo, la cardinalidad del conjunto eficiente encontrado por el método de la ϵ -restricción tiene un límite dado por la discretización de la función objetivo f_2 . Por lo tanto, para el caso de las aproximaciones al frente de Pareto, obtenidos a través de dicho método, la métrica de la cardinalidad del conjunto de soluciones no dominadas indica en cierta medida la distribución y el cubrimiento de las soluciones a lo largo de la frontera de Pareto.

7.8.1 COMPARACIÓN PARA LAS INSTANCIAS PEQUEÑAS

En las Tablas 7.7 y 7.8 se muestran varias medidas de desempeño, que se dividen en métricas unarias y binarias, las cuales permitirán establecer la relación entre las aproximaciones comparadas.

Tabla 7.7: Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias pequeñas

Grupo	Instancia	Tiempo de ejecución CPU (seg) ϵC	Tiempo de ejecución CPU (seg) MOAMP	$ FP_{\epsilon C} $	$ FP_{MOAMP} $	Hipervolumen $FP_{\epsilon C}$	Hipervolumen FP_{MOAMP}
3 - 3 - 4	A	126.42	46.69	168	127	9027185.9	7824939.3
	B	528.41	75.32	179	169	10758418.2	10384444.3
	C	4306.55	67.27	96	40	9837202.4	5920904.4
3 - 5 - 8	A	145623.63	176.78	259	168	31797042.1	28367851.1
	B	220937.01	173.30	184	177	24178245.0	22106546.4
	C	174336.74	97.85	185	112	26214232.1	20986533.5
5 - 5 - 8	A	337871.33	85.27	253	163	30343202.7	25647776.9
	B	559871.71	214.30	150	171	22480722.7	23479576.1
	C	324124.38	175.86	259	121	33216023.3	25805138.9

En la Tabla 7.7 se reportan tres métricas, el tiempo de ejecución en CPU, la cardinalidad de los conjuntos y el hipervolumen. Respecto al tiempo de ejecución es notorio de las columnas tres (método ϵ -restricción) y cuatro (MOAMP) como el tiempo computacional requerido aumenta conforme crece el tamaño del grupo en consideración. Sin embargo, el contraste entre el tiempo computacional requerido entre el método exacto y la metaheurística es muy diferenciado. Véase por ejemplo, el tiempo computacional requerido para la instancia 5-5-8-B, mientras que para el

método exacto se requieren aproximadamente 559,000 segundos, la metaheurística requiere de 214 segundo aproximadamente.

En cuanto a cantidad de soluciones eficientes encontradas por cada método, en las columnas cinco ($|\text{FP}_{\epsilon\text{C}}|$) y seis ($|\text{FP}_{\text{MOAMP}}|$), puede observarse que el método exacto genera conjuntos de soluciones eficientes cuya cardinalidad, en general, para los grupos de tamaño pequeño son mayores con respecto a los conjuntos generados por la metaheurística. Por ejemplo, para el grupo 5-5-8, en promedio el método exacto obtiene 220 puntos, mientras que la metaheurística en promedio obtiene 151 puntos.

El hipervolumen representa el área dominada por los puntos que conforman la aproximación al frente, por tanto, se busca maximizar dicha métrica. En promedio, para el mismo grupo 5-5-8, el método exacto reporta para esta métrica en promedio un hipervolumen de 28.6×10^6 , y para la metaheurística 24.9×10^6 . Teniendo en cuenta las métricas unarias previamente mencionadas, a excepción del tiempo de ejecución, los valores que reportan la cardinalidad del conjunto y el hipervolumen puede concluirse que el frente que aporta el método exacto es mejor que el que aporta la metaheurística.

Tabla 7.8: Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias pequeñas

Grupo	Instancia	$R_{POS}(\text{FP}_{\epsilon\text{C}})$	$R_{POS}(\text{FP}_{\text{MOAMP}})$	\bar{D}	D_{\min}
3 - 3 - 4	A	0.987952	0.114458	0.982685	0.958547
	B	0.994413	0.642458	0.987461	0.855926
	C	1.000000	0.364583	0.999896	0.996367
3 - 5 - 8	A	1.000000	0.003861	0.950365	0.870765
	B	0.994595	0.037838	0.949172	0.830693
	C	0.963351	0.183246	0.905099	0.689209
5 - 5 - 8	A	1.000000	0.019763	0.907109	0.815138
	B	0.879518	0.204819	0.963631	0.851936
	C	1.000000	0.042471	0.908761	0.811325

En la Tabla 7.8 se presentan los resultados de las métricas binarias que se emplean en este trabajo para establecer la relación entre dos aproximaciones a la frontera eficiente. La métrica $R_{POS}(\text{FP}_i)$ indica la proporción de puntos de la a-

proximación FP_i pertenecientes al conjunto de referencia P (véase la Sección 7.3). Un valor mayor de esta métrica es mejor. Las columnas tres (método exacto) y cuatro (MOAMP) muestran para las instancias de tamaño pequeño, cómo este valor es mayor para el método exacto, de hecho, para cuatro instancias, se reporta el valor de uno para esta métrica, indicando que todos los puntos obtenidos por el método exacto pertenecen al conjunto de referencia. Por ejemplo, para el grupo 5-5-8 el valor promedio de $R_{POS}(FP_{\epsilon C})$ es de .9598. Por el contrario, para la metaheurística, esta métrica reporta un valor bajo, en particular para el mismo grupo, en promedio .0890 siendo este valor la razón de puntos que pertenecen al conjunto de referencia P .

En la columna cinco de la misma tabla, se reporta el valor encontrado para la métrica \bar{D} . Este valor al ser menor a uno, indica que la aproximación que se obtiene a través del método exacto es mejor al que se obtenido por la metaheurística. Sin embargo, en la columna seis el valor D_{\min} que mide la diferencia entre los valores de la función objetivo del costo para cada par de puntos comparados es en promedio, para el grupo 5-5-8, de .7889, es decir, este es el menor valor de desviación promedio entre los valores de las funciones objetivo del costo considerados.

7.8.2 COMPARACIÓN PARA LAS INSTANCIAS MEDIANAS

En las Tablas 7.9 y 7.10 se muestra un análisis similar para las instancias medianas.

Nótese en la columna tres de la Tabla 7.9 que el tiempo computacional requerido por el método exacto es considerablemente alto, esto se debe a que en la mayoría de los puntos que conforman la aproximación se alcanza el tiempo límite impuesto para estas instancias (1800 seg). En la columna cuatro se observa que el tiempo requerido por la metaheurística sigue siendo considerablemente menor con respecto a los tiempos de la columna tres, por ejemplo, para el grupo 5-10-12 el tiempo promedio requerido por la metaheurística es de 360 segundos.

Tabla 7.9: Resultados de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias medianas

Grupo	Instancia	Tiempo de ejecución CPU (seg) ϵC	Tiempo de ejecución CPU (seg) MOAMP	$ FP_{\epsilon C} $	$ FP_{MOAMP} $	Hipervolumen $FP_{\epsilon C}$	Hipervolumen FP_{MOAMP}
5 - 8 - 10	A	71972.04	146.89	45	200	40741731.7	34003600.9
	B	74715.34	700.78	44	196	45911755.7	34003600.9
	C	69142.51	229.53	43	145	42882149.2	37877360.2
5 - 8 - 12	A	83140.73	287.86	39	134	46986213.2	36692631.4
	B	72902.28	399.22	35	219	42254109.2	38005871.6
	C	77496.61	441.06	35	207	43191123.1	37878643.7
5 - 10 - 12	A	68114.19	340.90	33	199	43188799.8	37757847.2
	B	78583.15	644.97	37	177	47905660.0	42395444.6
	C	88983.60	95.98	35	191	43964142.6	33128418.0

Respecto a la cardinalidad de los conjuntos que conforman las aproximaciones, se observa una notoria diferencia con respecto a la Tabla 7.7. En las instancias de tamaño mediano y grande, en el método del ϵ -restricción se manejó un paso de 0.5, por esa razón en general, para estos grupos, la cantidad de puntos está restringida. En promedio para el grupo 5–10–12 se obtienen 35 puntos a través del método exacto y 189 para el método metaheurístico. Aún así, la medida que reporta la métrica para el método exacto mantiene mejor valor con respecto a la que arroja la metaheurística, en promedio, para el mismo grupo, el primer método reporta un valor de 45×10^6 y el segundo un valor promedio de 37×10^6 .

Tabla 7.10: Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias medianas

Grupo	Instancia	$R_{POS}(FP_{\epsilon C})$	$R_{POS}(FP_{MOAMP})$	\bar{D}	D_{\min}
5 - 8 - 10	A	0.300000	0.761538	0.985450	0.919024
	B	0.564103	0.512821	0.960283	0.874309
	C	0.486842	0.539474	0.946863	0.829922
5 - 8 - 12	A	0.672727	0.381818	0.962419	0.876146
	B	0.417722	0.607595	0.946808	0.859919
	C	0.596491	0.456140	0.947102	0.880809
5 - 10 - 12	A	0.361446	0.662651	0.927348	0.725339
	B	0.351648	0.659341	0.952960	0.900574
	C	0.772727	0.250000	0.860422	0.740816

Las columnas tres y cuatro de la Tabla 7.10 contienen el valor de $R_{POS}(FP_i)$ para el método exacto y la metaheurística, respectivamente. Para el grupo 5–10–12, se obtiene un valor promedio en esta métrica de .4952 para la aproximación obtenida a través del método exacto, y un valor de .5239 para el frente obtenido a través de la metaheurística. Estos valores indican que la proporción de puntos de cada frente con respecto al conjunto de referencia es aproximadamente de .5, es decir, en ambos casos, la mitad de sus puntos pertenecen a este conjunto.

La métrica \overline{D} en la columna cinco de la misma tabla, sigue reportando valores menores a uno, indicando que el conjunto de cotas superiores es mejor que el frente aproximado de la metaheurística. En la columna seis de la misma tabla se muestra el valor de la menor desviación la cual se obtiene como la diferencia de los valores en la función objetivo del costo de los puntos en consideración. Por ejemplo para el grupo 5–10–12 de .7889, y el valor promedio de \overline{D} para el mismo grupo es de .9135, lo cual indica, que los frentes comparados bajo esta métrica son muy similares.

7.8.3 COMPARACIÓN PARA LAS INSTANCIAS GRANDES

A continuación se ofrecen los resultados para las instancias grandes.

Tabla 7.11: Resultados de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas unarias: instancias grandes

Grupo	Instancia	Tiempo de ejecución CPU (seg) ϵC	Tiempo de ejecución CPU (seg) MOAMP	$ FP_{\epsilon C} $	$ FP_{MOAMP} $	Hipervolumen $FP_{\epsilon C}$	Hipervolumen FP_{MOAMP}
8 – 10 – 12	A	79552.52	449.48	30	176	45749539.1	41559563.2
	B	82805.05	401.07	36	242	45014697.6	37956594.3
	C	85160.43	203.96	36	132	49114505.9	35050079.2
8 – 10 – 15	A	80658.49	635.40	31	141	54124533.8	42482918.5
	B	82417.64	528.21	37	244	58225318.4	51943934.8
	C	84984.91	771.23	30	148	52003693.1	39220004.8
8 – 12 – 15	A	72691.49	211.95	23	159	49594911.0	45533128.6
	B	76337.49	741.58	27	235	68491548.1	48057152.1
	C	79218.07	429.77	26	221	51780497.2	47624275.8

De la Tabla 7.11 se observa que el mejor tiempo en CPU, así como el mejor valor en cardinalidad del conjunto son los que se reportan para la metaheurística. Para el grupo 8–12–15 estos valores de 461.10 segundos y 205 puntos en promedio para la metaheurística. Sin embargo, el valor del hipervolumen arroja mejores resultados para el método exacto. Para el mismo grupo, en promedio este valor es de 56×10^6 para el método exacto, y de 47×10^6 para la metaheurística.

Tabla 7.12: Comparación de la metaheurística MOAMP y los conjuntos de cotas superiores, medidas binarias: instancias grandes

Grupo	Instancia	$R_{POS}(FP_{eC})$	$R_{POS}(FP_{MOAMP})$	\bar{D}	D_{\min}
8 – 10 – 12	A	0.750000	0.275000	0.919970	0.836458
	B	0.359551	0.674157	0.927232	0.696160
	C	0.878049	0.170732	0.917784	0.807083
8 – 10 – 15	A	0.341463	0.670732	0.996093	0.964865
	B	0.492537	0.522388	0.906570	0.755658
	C	0.805556	0.222222	0.938389	0.908005
8 – 12 – 15	A	0.338710	0.677419	0.908603	0.808301
	B	0.574468	0.446809	0.862784	0.750687
	C	0.289157	0.722892	0.937613	0.737576

En la Tabla 7.12 en las columnas tres y cuatro se reporta el valor de la métrica $R_{POS}(FP_i)$. Por ejemplo, para el grupo 8–12–15, en promedio este valor es de .4007 para la aproximación obtenida por el método exacto, y de .6157 para la aproximación obtenida a través de la metaheurística, por lo que esta última aproximación aporta mayor cantidad de soluciones eficientes con referencia al conjunto de referencia P .

Por su parte, la métrica \bar{D} por ejemplo, para el mismo grupo, reporta un valor promedio de .9030, indicando que la aproximación obtenida por el método exacto, es mejor que la obtenida por la metaheurística, sin embargo, el valor promedio D_{\min} para este mismo grupo, es de .7655, siendo este la mínima desviación entre los valores de la función objetivo del costo considerados. Este valor, y el valor promedio de \bar{D} cercano a uno, indican que ambos frentes son muy similares.

Al finalizar este capítulo se ofrece un conjunto de gráficas en las que se muestran las aproximaciones obtenidas a través del método exacto y la metaheurística para

el tercer grupo de cada tamaño estudiado, pequeño (5–5–8), mediano (5–10–12) y grande (8–12–15).

7.9 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo se describieron los resultados de la experimentación computacional realizada para validar la metaheurística diseñada para resolver el problema de cadena de suministro bajos estudio.

Se mostró un estudio computacional que midió el efecto del costo de penalización por demanda insatisfecha. Este estudio mostró que conforme aumenta dicho parámetro el costo esperado crece (solución óptimo–robusta) y la demanda insatisfecha decrece eventualmente a cero (solución factible–robusta).

El estudio de las fases del MOAMP reportó la cantidad de soluciones no dominadas y el tiempo computacional requerido por cada una de ellas, mostrando la aportación de cada una de estas fases a la aproximación final del frente de Pareto.

Finalmente, se realiza una comparación de las aproximaciones a los frentes de Pareto obtenidos por el MOAMP con respecto a los conjuntos de cotas superiores. Para ello, se calcularon métricas unarias y binarias que permitieron establecer la relación entre las aproximaciones evaluadas. Las métricas unarias calculadas fueron: la cantidad de puntos, el tiempo computacional requerido para obtener el frente, el hipervolumen; y las métricas binarias: $R_{POS}(FP_i)$ y $\overline{D}(FP_1, FP_2)$.

De acuerdo con dichas métricas, para el grupo de instancias de tamaño pequeño, el conjunto de cotas superiores obtienen mejores valores que las aproximaciones obtenidas con la metaheurística. Para los grupos medianos y grandes las aproximaciones al frente de Pareto obtenidas por la metaheurística muestran mejores valores respecto a las métricas evaluadas, por ejemplo, al cantidad de tiempo requerido para obtener las aproximaciones es aceptable y mucho menor a la requerida por el método exacto. Además, la metaheurística logra obtener una gran cantidad de soluciones no dominadas.

La métrica R_{POS} para las instancias de tamaño mediano y grande en el 55.5 % de las veces (respecto a las 9 instancias de cada grupo), el MOAMP aporta mayor cantidad de soluciones no dominadas a la aproximación del frente de Pareto, en referencia al conjunto de referencia P construido para calcular esta métrica.

La métrica $\overline{D}(\text{FP}_1, \text{FP}_2)$ aunque en todas las instancias reporta valores menores que uno, en promedio para los tres tamaños estudiados este valor es de .80, indicando que las desviaciones del cociente de los valores específicos de la función del costo son del 80 % hacia arriba, lo que lleva a concluir que los frentes comparados son similares.

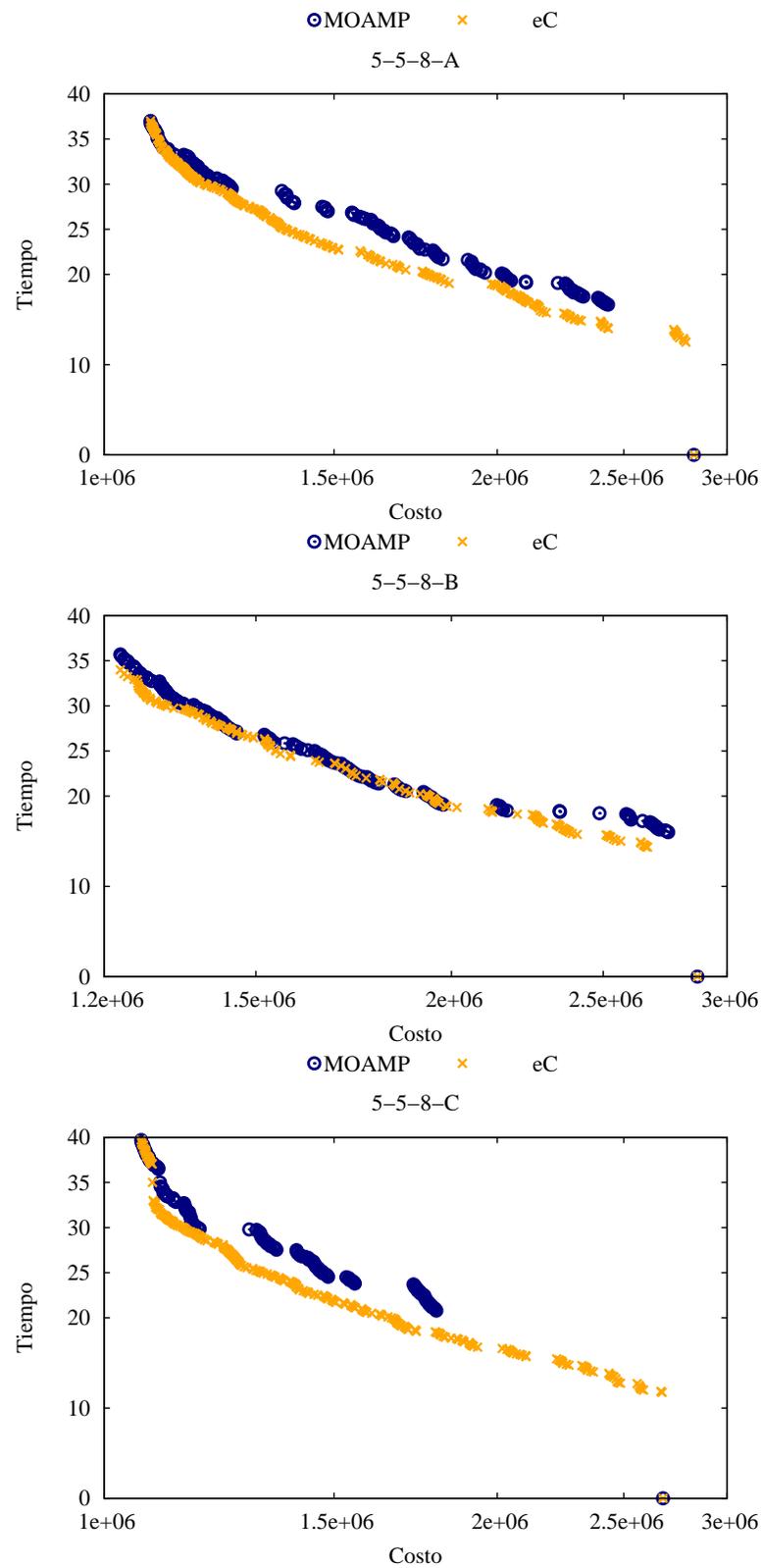


Figura 7.5: Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 5-5-8

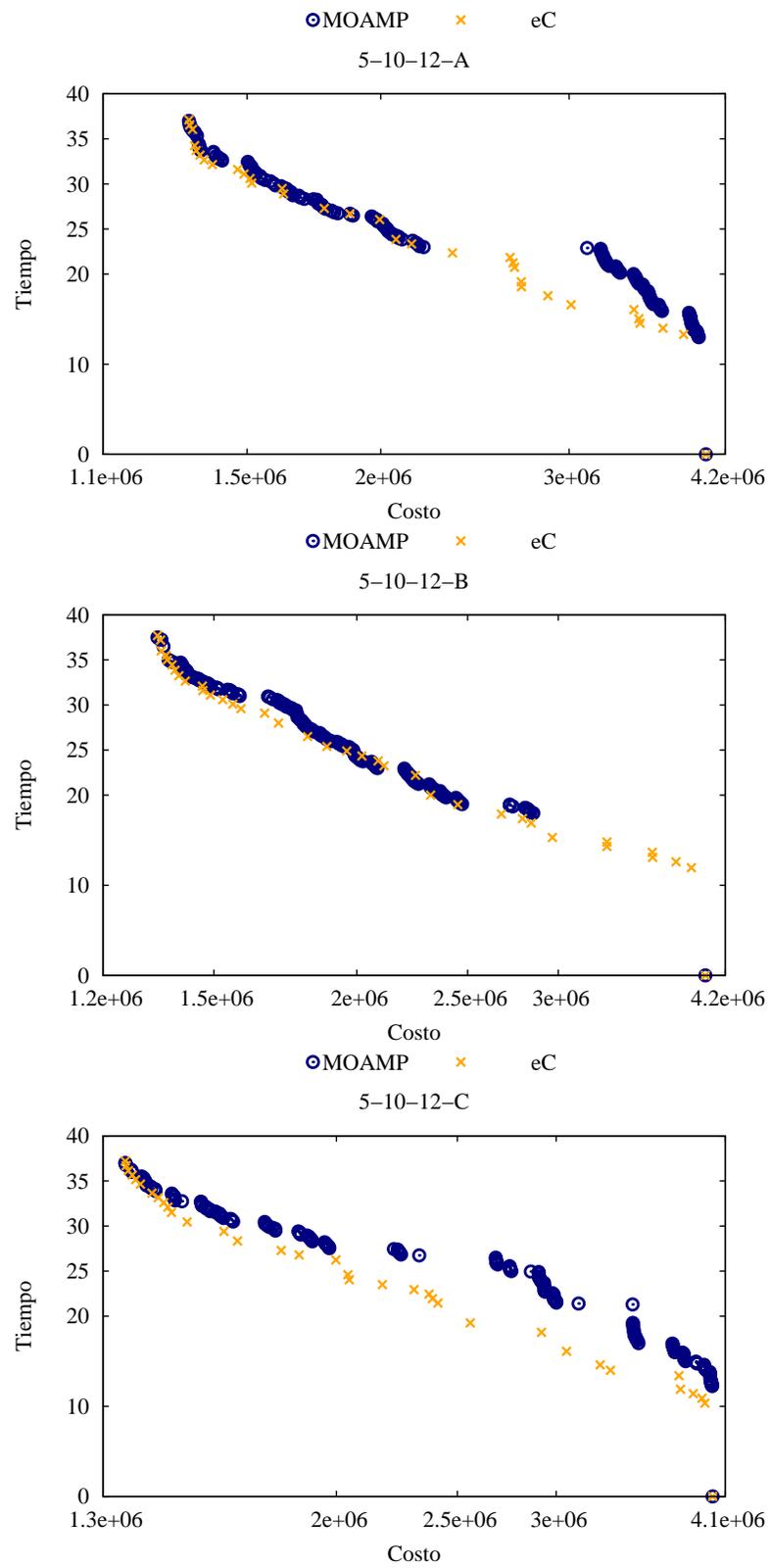


Figura 7.6: Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 5-10-12

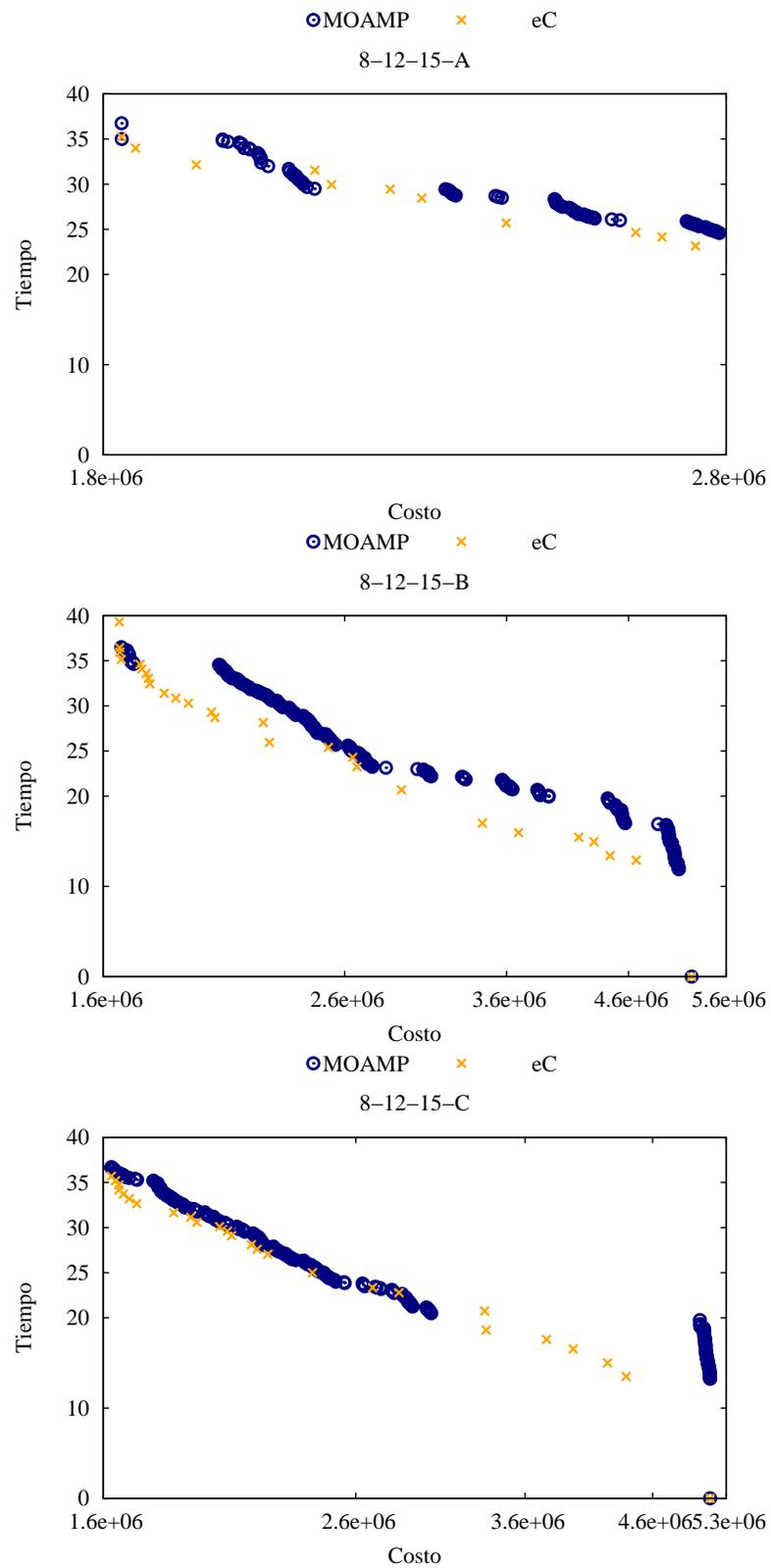


Figura 7.7: Aproximaciones al frente de Pareto para el grupo 8-12-15

CAPÍTULO 8

ESTUDIO DEL BENEFICIO DEL ENFOQUE ESTOCÁSTICO

Los problemas de programación estocástica son, de forma general, computacionalmente difíciles de resolver. Cuando se trata de problemáticas reales una tendencia natural es resolver versiones más simples del problema. Frecuentemente, estas versiones son, por ejemplo, resolver un problema determinista, a partir de reemplazar todas las variables aleatorias por sus respectivos valores esperados, o resolver muchas versiones deterministas, cada una correspondiente a cada escenario, y posteriormente combinar estas diferentes soluciones a través de alguna regla heurística (Birge y Louveaux, 1997).

Comúnmente estos enfoques son inapropiados, pero en todo caso es adecuado hacer un estudio teórico a partir de los conceptos: el valor esperado de la información perfecta (EVPI por sus siglas en inglés *expected value of perfect information*) y el valor de la solución estocástica (VSS por sus siglas en inglés: *value of stochastic solution*).

Una de las hipótesis de este trabajo fue que se debía modelar el problema bajo la perspectiva estocástica. Para ello el presente capítulo se dedica al estudio de estos dos conceptos para determinar a partir de dichos valores el beneficio que aporta la consideración de incertidumbre en el problema bajo estudio.

La Sección 8.1 y 8.2 se dedican a recordar estos dos conceptos para un problema estocástico mono-objetivo. El resto del capítulo se dedica a la adecuación de éstas métricas para el problema bi-objetivo que se estudia en este trabajo.

8.1 VALOR ESPERADO DE LA INFORMACIÓN PERFECTA

El concepto del EVPI se desarrolló en el contexto del análisis de la decisión (Dwyer, 1962). Bajo el enfoque de la programación estocástica, supóngase que la incertidumbre se modela a través de escenarios. Sea ξ la variable aleatoria cuyas realizaciones corresponden a cada uno de los escenarios. Se define el problema de optimización asociado con un escenario ξ como:

$$\min z(x, \xi) = c^T x + \min \{q^T y \mid Wy = h - Tx, y \geq 0\} \quad (8.1)$$

sujeto a:

$$Ax = b, \quad x \geq 0$$

Se asume también de manera razonable que para todo $\xi \in \Xi$ (Ξ soporte de ξ) existe al menos un $x \in \mathbb{R}^n$ tal que el valor de la función objetivo está acotado, es decir, $z(x, \xi) < \infty$. Esta consideración implica que para todo $\xi \in \Xi$, existe al menos una solución factible, lo que implica la existencia de al menos una solución óptima.

Se denota por $\bar{x}(\xi)$ la solución óptima para cada uno de los escenarios. Se desea encontrar todas las soluciones $\bar{x}(\xi)$ del problema (8.1) para cada escenario, y por tanto, sus correspondientes valores óptimos $z(\bar{x}(\xi), \xi)$. Esta búsqueda se conoce como “problema de distribución” porque busca la distribución de $\bar{x}(\xi)$ y de $z(\bar{x}(\xi), \xi)$ en términos de ξ . El “problema de distribución” puede verse como una generalización del análisis de sensibilidad o análisis paramétrico para el caso de programación lineal (Birge y Louveaux, 1997).

Se asume que es posible encontrar las soluciones óptimas $\bar{x}(\xi)$ y sus correspondientes valores objetivo $z(\bar{x}(\xi), \xi)$, entonces, es posible calcular el valor esperado de la solución óptima, conocida en la literatura como solución “esperar y ver” (en inglés *wait-and-see*), donde:

$$\begin{aligned} WS &= E_{\xi} \left[\min_x z(x, \xi) \right] \\ &= E_{\xi} z(\bar{x}(\xi), \xi) \end{aligned} \quad (8.2)$$

donde E_{ξ} denota la esperanza matemática con respecto a la variable aleatoria ξ .

Se calcula también la llamada solución “aquí y ahora” (en inglés *here-and-now*) para el correspondiente problema con re-curso (en inglés *recourse problem*) donde:

$$RP = \min_x E_{\xi} z(x, \xi) \quad (8.3)$$

con una solución óptima, x^* .

El valor esperado de la información perfecta $EVPI$ es por definición, la diferencia entre las soluciones “esperar y ver” y “aquí y ahora”: $EVPI = RP - WS$.

8.2 EL VALOR DE LA SOLUCIÓN ESTOCÁSTICA

Si se reemplazan todas las variables aleatorias por su valor esperado y se resuelve el problema determinista asociado se obtiene lo que se denomina el problema de valor esperado:

$$EV = \min z(x, \bar{\xi}) \quad (8.4)$$

donde $\bar{\xi} = E(\xi)$ denota el valor esperado de ξ . Se denota por $\bar{x}(\bar{\xi})$ la solución óptima de dicho problema, llamada solución de valor esperado.

El valor de la solución estocástica es el concepto que mide qué tan buena, y más frecuentemente, qué tan mala es la decisión $\bar{x}(\bar{\xi})$ en términos del problema (8.3). Se define el resultado esperado de usar la solución EV como:

$$EEV = E_{\xi}(z(\bar{x}(\bar{\xi}), \xi)) \quad (8.5)$$

La cantidad EEV , mide el desempeño de $\bar{x}(\bar{\xi})$, permitiendo que las decisiones de segundo estado se elijan a optimalidad como funciones de $\bar{x}(\bar{\xi})$ y ξ . El valor de la solución estocástica se define como: $VSS = EEV - RP$.

8.3 CONSIDERACIONES PARA EL CÁLCULO DE EVPI Y VSS EN EL PROBLEMA DE ESTUDIO

Es muy importante señalar las siguientes consideraciones con respecto al análisis que se realizará posteriormente para el problema bi-objetivo estocástico que se aborda en este trabajo:

1. En este trabajo se ha propuesto un modelo de optimización robusta (RO) la cual como se sabe, se basa en la optimización estocástica. Como el análisis que se ofrece en este capítulo pretende ilustrar la conveniencia de utilizar técnicas de optimización robusta, entonces, en los cálculos de EVPI y VSS se empleará el problema RO y no RP. Nótese que esto sigue siendo válido, puesto que en el modelo de optimización robusta, la decisión correspondiente a la cantidad de demanda insatisfecha se incorpora como una decisión de re-curso.
2. Los cálculos para el *EVPI* y *VSS* descritos anteriormente corresponden a un problema de programación estocástica con re-curso, en donde se adopta un enfoque basado en escenarios. Se requiere para el cálculo de dichas medidas que exista al menos una solución factible asociada a la realización de cada escenario. El problema descrito en este trabajo contempla que la demanda de los centros de distribución debe satisfacerse, sin embargo, de acuerdo a la modelación matemática del problema basado en optimización robusta, se admitirán soluciones infactibles (en el sentido de que podría no cubrirse la demanda de algún centro de distribución) a cambio de un costo de penalización. Sin embargo, a la vez estas soluciones infactibles serán concebibles (factibles) para el problema RO, así que por cada escenario involucrado en este problema seguirá existiendo una solución factible, incluso, cuando esta solución signifique no abrir ninguna bodega, ni emplear ningún arco, dejando toda la demanda insatisfecha.
3. Las medidas *EVPI* y *VSS* descritas anteriormente se definen para problemas mono-objetivo. En ese sentido, para efectos del análisis que se pretende

presentar en este capítulo para el problema bi-objetivo, se realizan algunas adecuaciones para determinar los valores de las medidas $EVPI$, VSS , WS , RO , así como de las posibles relaciones de orden que podrían establecerse entre ellas, en relación al problema bajo estudio. Se ofrecerá un análisis en el que de alguna manera se contemple el problema bi-objetivo y no una única solución en sí.

El análisis que a continuación se ofrece empleará el método de la ϵ -restricción. Dicho análisis se llevará a cabo sobre los grupos de tamaño pequeño. Recuérdese del Capítulo 7 que aunque se impuso un tiempo límite de 3600 seg. para la solución computacional de los problemas enteros mixtos requeridos en el método de la ϵ -restricción, para este grupo en particular, el optimizador comercial CPLEX encontró la solución óptima a cada problema asociado, de manera que para las instancias referentes a este grupo, los frentes de Pareto encontrados son óptimos.

8.3.1 CÁLCULO DEL PROBLEMA DE VALOR ESPERADO EEV

En el caso de un problema bi-objetivo, para calcular las soluciones EEV se sigue un procedimiento similar al desarrollado en Guillén et al. (2005):

- Se resuelve el problema bi-objetivo determinista asociado al problema EV (8.4), en el que el comportamiento de la demanda se asume perfectamente conocido. Para el problema bajo estudio se considera el valor esperado de la demanda. El resultado será un frente de Pareto, donde cada punto representará una alternativa cuyo costo total es mínimo en relación al tiempo máximo de transporte establecido para el valor de ϵ . Dicho frente se denotará como fEV .
- Posteriormente, por cada uno de los puntos obtenidos del frente fEV se procede a calcular el valor EEV (8.5) de la siguiente manera. Se fijan las variables de decisión de primer estado (apertura de bodegas, y asignación de bodegas a centros de distribución) correspondientes. A partir de éstos valores, se evalúa

el comportamiento de dicha solución en el problema estocástico. En éste, se minimiza el costo y se restringe el valor de la función del tiempo a ser menor o igual que el valor ϵ impuesto como meta en el método ϵ -restricción para el problema determinista EV.

- El procedimiento se repite hasta que el conjunto de soluciones Pareto deterministas se evalúa a través de la formulación estocástica. De esta manera se obtiene un frente asociado, lo que correspondería a los valores EEV asociados a cada punto del frente obtenido al resolver el problema bi-objetivo determinista de valor esperado. Dicho frente se denotará como $FPEEV$.

8.3.2 CÁLCULO DEL PROBLEMA “ESPERAR Y VER” WS

En el caso del problema bi-objetivo, basado en las ideas aportadas por Guillén et al. (2005), en este trabajo se procederá de la manera siguiente para calcular las llamadas soluciones “esperar y ver”:

- Se resuelve un problema determinista, en el que se considera cada escenario de forma individual, por cada uno de ellos se obtendrá un frente de Pareto asociado.
- Se determinan, de esos frentes los puntos en los que coincide el valor correspondiente a la función objetivo del tiempo f_2 , de esta manera, se identifica una conexión en común, en relación al tiempo máximo de transporte para dichos frentes.
- Se determina el valor WS , tal y como se indica en la ecuación (8.2). El proceso continúa hasta que se ha calculado este valor para todos los puntos identificados, correspondientes a f_2 presentes en cada uno de los frentes asociados a los escenarios. De esta manera, el resultado será un frente de Pareto, donde cada punto representará una alternativa cuyo costo total es mínimo en relación al tiempo máximo de transporte establecido para el valor de ϵ . Dicho frente se denotará como FP_{WS} .

Los conjuntos de cotas superiores que se obtuvieron en el capítulo 7 para el problema de optimización robusta, corresponden al problema RO (8.3). Dichos frentes se denotarán como FP_{RO} . A partir de los valores obtenidos en los frentes FP_{EEV} , FP_{WS} y FP_{RO} será posible determinar el valor de la solución estocástica VSS y el valor esperado de la información perfecta $EVPI$, como se mostrará a continuación.

8.4 CÁLCULO DE LAS MEDIDAS $EVPI$ Y VSS

A partir de los frentes de Pareto FP_{EEV} , FP_{WS} y FP_{RO} se pretende determinar las medidas VSS y $EVPI$. Como se mencionó anteriormente estas medidas fueron desarrolladas para problemas mono-objetivo. En este trabajo, con la finalidad de contemplar el hecho de que las soluciones a los diversos problemas previamente mencionados son conjuntos de soluciones no dominadas, se ofrecerán promedios de los valores $EVPI$ y VSS , los cuales se denotarán respectivamente por \overline{EVPI} y \overline{VSS} . Estos promedios se calcularán sobre los puntos correspondientes de los frentes de Pareto bajo consideración, en los que coincida que el valor específico de la función objetivo del tiempo f_2 aparezca en ambos frentes.

El $EVPI$ representa la máxima cantidad que el tomador de decisiones estaría dispuesto a pagar, a cambio de conocer con exactitud el escenario que se presentaría en el futuro. Por dicha razón, en este estudio se considera para el cálculo de los promedios, las diferencias entre RO y WS cuyo valor sea una cantidad positiva.

A continuación, en la Tabla 8.1 se muestran los promedios \overline{EVPI} y \overline{VSS} para cada una de las instancias de los grupos de tamaño pequeño, así como los promedios porcentuales de dichas medidas.

De la Tabla 8.1 pueden obtenerse las siguientes conclusiones. En el grupo 3–3–4, para la instancia B , o bien, no pudieron determinarse valores presentes de f_2 , en los frentes FP_{EEV} , FP_{WS} y FP_{RO} que permitieran calcular las medidas buscadas, o bien, se reportaron solo valores negativos. Es decir, no había beneficio alguno por

Tabla 8.1: Promedios del valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica

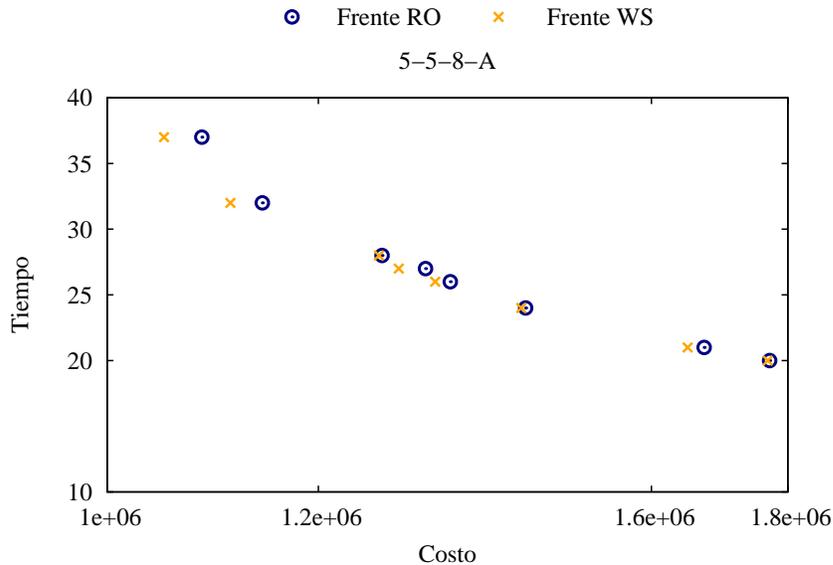
Grupo	Instancia	\overline{EVPI}	$\overline{EVPI}\%$	\overline{VSS}	$\overline{VSS}\%$
3 - 3 - 4	A	19222.01	1.81	14879.78	1.26
	B	–	–	–	–
	C	30765.00	4.15	43498.82	3.34
3 - 5 - 8	A	21165.13	1.44	29529.42	1.65
	B	4833.09	0.22	44698.90	3.04
	C	21735.05	1.43	33554.68	1.99
5 - 5 - 8	A	18635.04	1.46	59966.40	3.50
	B	45068.00	2.82	50900.28	2.31
	C	23795.89	1.82	11132.13	0.81

la incorporación de incertidumbre. Luego, en la columna correspondiente a \overline{EVPI} , lo más que el tomador de decisiones estaría dispuesto a pagar, a cambio de conocer con exactitud el escenario que se presentaría en el futuro, varía aproximadamente entre 5,000 y 45,000 unidades. Estas cantidades, por ejemplo, podrían emplearse para contratar algún servicio de pronóstico de demanda, o un estudio de mercado más detallado. Sin embargo, generalmente, no es posible contratar o llevar a cabo este tipo de servicios, y es precisamente ahí donde resalta la importancia de la incorporación de incertidumbre en el problema bajo estudio.

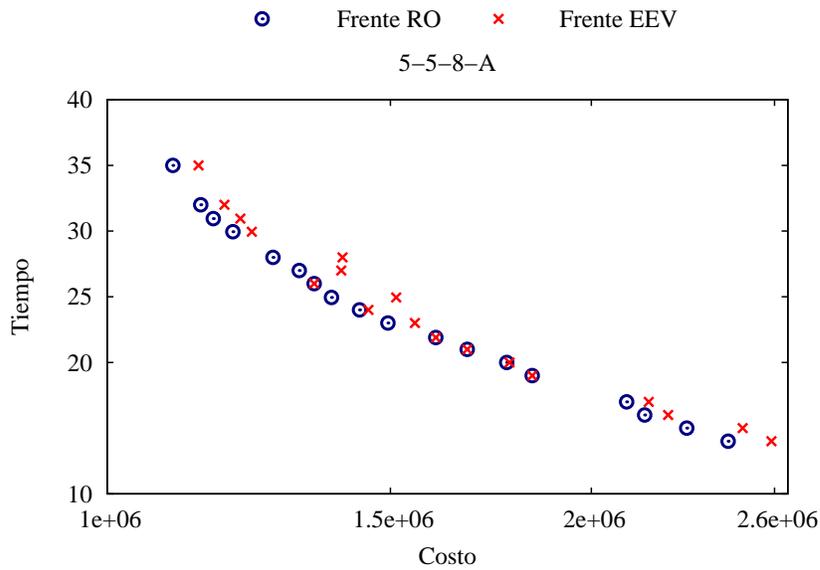
Ahora bien, la medida que realmente interesa es el \overline{VSS} , pues ésta representa el beneficio económico que implica el hecho de considerar incertidumbre. De la Tabla 8.1 puede observarse en la quinta columna cómo el beneficio varía entre las 10,000 y las 60,000 unidades, aproximadamente.

En la misma Tabla 8.1 se muestra en la columna cuatro el promedio relativo al RO para el valor esperado de la información perfecta, y en la columna seis el promedio relativo al EEV para el valor de la solución estocástica. Nótese que en cantidades relativas, se estaría dispuesto a pagar hasta un 4.15% respecto al valor del RO para la instancia 3–3–4–A con el fin de conocer con exactitud cuál escenario se presentará en el futuro. Sin embargo, el dato más importante lo denota la última columna, en la que por ejemplo, para la instancia 5–5–8–A se tendría un beneficio del 3.5% relativo al EVV , al resolver el problema empleando el enfoque estocástico.

En la Figura 8.1 para una instancia del grupo 5-5-8, se muestran los puntos correspondientes al frente de Pareto FP_{RO} , y al frente FP_{WS} que se emplearon para calcular \overline{EVPI} (ver Figura 8.1a). Asimismo, se muestran los puntos correspondientes al frente de Pareto FP_{RO} , y al frente FP_{EEV} que se emplearon para calcular \overline{VSS} (ver Figura 8.1b).



(a) Frentes empleados para la métrica \overline{EVPI}



(b) Frentes empleados para la métrica \overline{VSS}

Figura 8.1: Frentes de Pareto empleados para determinar las métricas \overline{EVPI} y \overline{VSS} para la instancia 5-5-8-A

De la Figura 8.1a, de manera visual puede apreciarse como los puntos correspondientes al frente FP_{WS} , es decir, aquellas soluciones “esperar y ver” tienen un valor en la función objetivo del costo menor con respecto a los puntos asociados pertenecientes al frente FP_{RO} , los cuales representan las soluciones “aquí y ahora”. En el caso del problema bi-objetivo bajo estudio, los resultados experimentales permitieron verificar la desigualdad $WS \leq RO$. Asimismo, en la Figura 8.1b, se aparecía la relación existente entre los valores EEV y RO . Como puede observarse, los valores EEV son de manera general, mayores o iguales con respecto a los valores de RO . Nuevamente, para el problema estudiado, los resultados experimentales permitieron verificar la desigualdad $RO \leq EEV$. Ambas desigualdades, permiten verificar la relación $WS \leq RO \leq EEV$, la cual se estableció por Madansky (1960) para problemas mono-objetivo y que se preservan en este trabajo.

En la Figura 8.2 se muestra el desglose del costo por cada escenario para las configuraciones asociadas a los frentes FP_{EEV} y FP_{RO} , cuyo valor en la función objetivo del tiempo es de 24 unidades en ambas. Como puede observarse, en los escenarios uno y dos el costo que provee el problema determinista EEV es menor que el costo que proveen las configuraciones estocásticas, sin embargo, en el tercer escenario el costo del problema determinista es mayor. Finalmente, el costo promedio del problema determinista es de 1453650.45 mientras que el del problema robusto es de 1435285.2. Lo que conduce a concluir la preferencia sobre esta última solución.

Respecto a las decisiones referentes a las bodegas abiertas, en la configuración determinista, se abren las bodegas 2 y 4. Y para la configuración del modelo robusto, se abren las bodegas 2 y 5. Ambas comparten la bodega dos, sin embargo, para las bodegas 4 y 5, puede observarse en la Tabla 8.2 que el problema determinista al emplear el valor esperado de las demandas, optó por abrir una bodega con mayor capacidad y por ende con mayor costo, lo que finalmente conllevó a un valor esperado del costo mayor respecto a la solución de la configuración robusta.

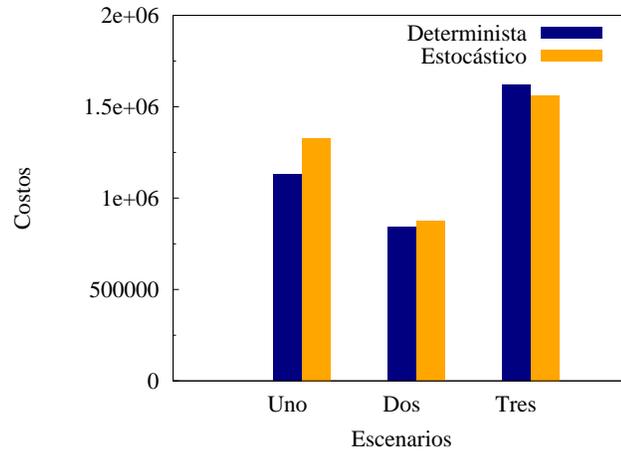


Figura 8.2: Comparación de los costos de las configuraciones del frente FP_{EEV} (determinista) y FP_{RO} (estocástico) con $f_2 = 24$, por cada escenario

Tabla 8.2: Capacidades y costos fijos de la instancia 5–5–8–A

Bodega	1	2	3	4	5
Capacidad	207729	93490	195514	129100	117209
Costo fijo	343343	154524	323153	213381	193727

8.5 DESCRIPCIÓN DE UNA SOLUCIÓN DEL MODELO DE OPTIMIZACIÓN ROBUSTA

Al final de este Capítulo se muestra la Figura 8.3, en ella se ofrecen las configuraciones obtenidas al resolver el problema estocástico, una por cada escenario, para la instancia 5–5–8–A, para un punto específico del tiempo. Su costo total esperado es de \$2019097.25 y el tiempo máximo esperado de transporte es de 18.5 unidades.

En cada configuración los círculos denotan las plantas, los hexágonos denotan las bodegas y los cuadrados denotan los centros de distribución. En las etiquetas se especifica la cantidad de producto que se envía a través de los arcos los cuales se denotan en línea continua (servicio de transporte caro–rápido) o punteada (servicio de transporte barato–lento). Cuando queda demanda sin satisfacer en algún centro de distribución, esta cantidad se especifica con una etiqueta del lado derecho del centro de distribución.

Las tres configuraciones comparten en su diseño las bodegas abiertas, en este caso la bodega dos y la cinco. Asimismo, se comparte la asignación de bodegas a centros de distribución, puesto que estas decisiones se tomaron antes de conocer la realización de la variable aleatoria. En el caso que se ejemplifica la bodega dos está asignada a los centros de distribución uno, tres, cinco y ocho, mientras que la bodega cinco, está asignada a los centros dos, cuatro y siete.

En las tres configuraciones el diseño de la red difiere en el primer nivel de la cadena, pues en dependencia del escenario que se realice se determina qué plantas suministrarán a qué bodega. Asimismo, los medios de transporte empleados a lo largo de toda la cadena, la cantidad de producto enviada a través de ellos, y la cantidad de demanda insatisfecha, son decisiones que dependen del escenario que se realice. Nótese en el caso ejemplificado, que para los tres escenarios, no se satisface la demanda del centro de distribución seis, en general, la cantidad de demanda insatisfecha puede ser parcial o totalmente la demanda asociada al centro de distribución. En este caso, para los tres escenarios se presenta el último caso.

8.6 CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

La conclusión primordial de este capítulo se centra en mostrar la importancia de considerar incertidumbre en la modelación del problema, por lo cual se empleó la medida del valor de la solución estocástica. La experimentación computacional realizada mostró que sí existe un beneficio económico al incorporar incertidumbre en el problema, resaltando así la ventaja sobre formulaciones que abordan el problema desde un enfoque determinista. Este beneficio, por ejemplo, para el grupo 5-5-8, el promedio porcentual relativo al EEV para el valor de la solución estocástica es del 2.20%. En referencia a la métrica del valor esperado de la información perfecta para este mismo grupo, el promedio porcentual relativo al RO es de 2.03%. Esta cantidad representa cuánto se estaría dispuesto a pagar a cambio de conocer con exactitud el escenario que se presentará en el futuro. Sin embargo, la adquisición de la información perfecta podría no ser una alternativa viable, por lo que lo mejor

será optar por una solución que contemple la incertidumbre explícitamente. Los valores porcentuales mostrados se obtuvieron a partir de los promedios porcentuales indicados en la columna seis y cuatro de la Tabla 8.1 sobre los valores $\overline{VSS}\%$ y $\overline{EVPI}\%$, respectivamente.

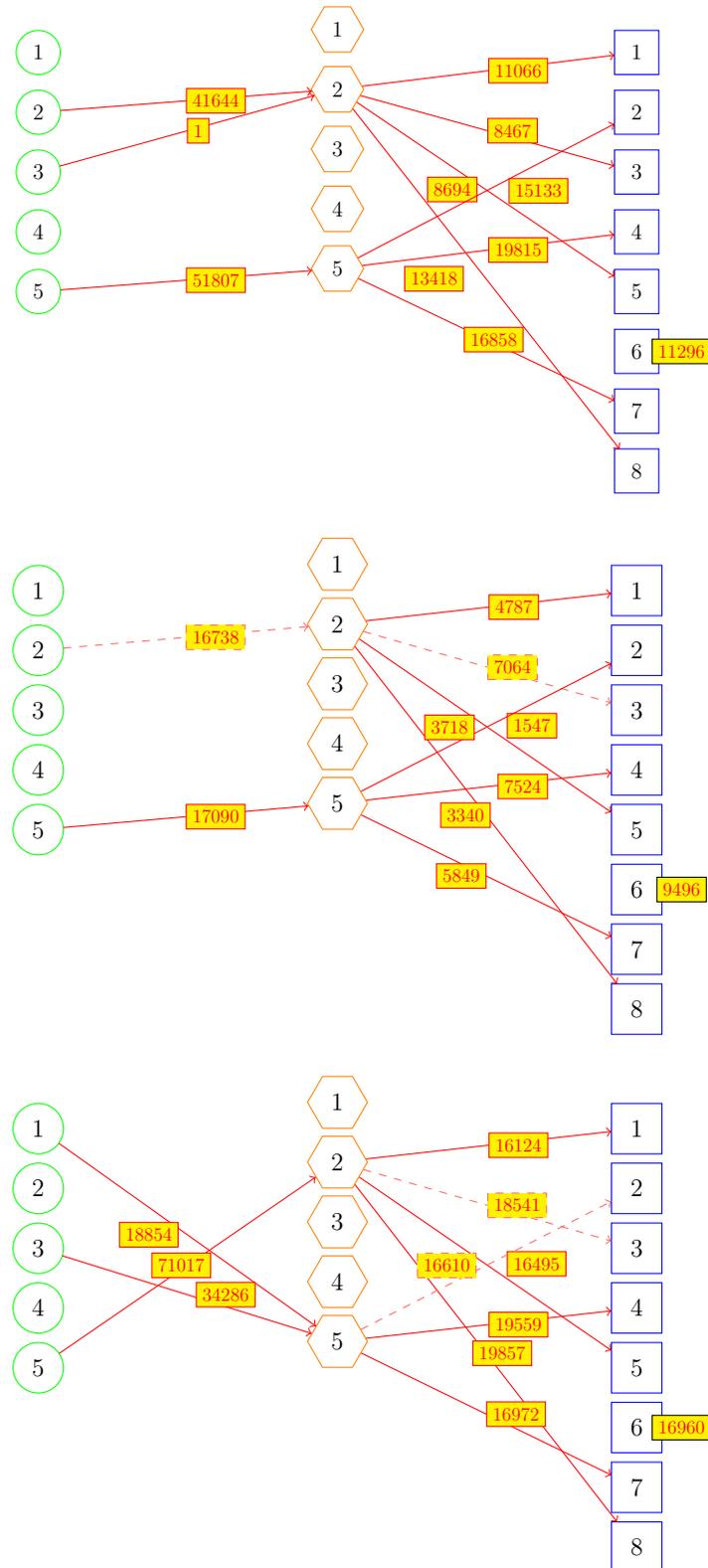


Figura 8.3: Configuración por cada escenario para el problema robusto correspondiente al punto del frente de Pareto cuyo costo es de 2019097.25 y su tiempo de 18.5 unidades

CAPÍTULO 9

CONCLUSIONES Y TRABAJO A FUTURO

En este trabajo se estudió un problema de diseño de cadena de suministro en la que se llevaron a cabo decisiones del tipo estratégico y operacional. Una de las características más importantes es la incorporación de la incertidumbre en la demanda de los centros de distribución, con lo cual se contribuye a estudiar este problema desde una perspectiva más realista.

En este problema se considera la existencia de diversos medios de transporte, éstos, en general, pueden variar desde el tipo de servicio (regular, exprés, . . .), hasta el tipo de transporte utilizado (tren, tráiler, . . .). Estos servicios de transporte tienen asociados los parámetros del costo y tiempo, los cuales se correlacionan de manera negativa, es decir, a mayor costo, menor tiempo de envío, y viceversa. Las decisiones a tomar corresponden a determinar cuántas y cuáles bodegas abrir, la asignación de bodegas a centros de distribución, qué plantas abastecerán a qué bodegas, el medio de transporte a utilizar y la cantidad de producto a enviar, a fin de minimizar el costo total de envío y el tiempo máximo de transporte. El problema determinista bi-objetivo se estudió en Olivares (2007).

En este trabajo, se empleó un enfoque basado en escenarios para modelar la incertidumbre, cada uno de ellos tiene asociada una probabilidad de ocurrencia conocida. Se propuso un modelo matemático que se basó en la teoría de la optimización robusta, en el que se minimizó el costo total esperado y el tiempo máximo esperado de envío del producto a lo largo de la cadena.

En la función objetivo del costo, se contempló el costo fijo por apertura de instalaciones, el valor esperado del costo de envío y el valor esperado del costo de penalización por demanda insatisfecha.

Las decisiones *a priori* consistieron en la ubicación de instalaciones y la asignación entre bodegas y centros de distribución, mientras que las decisiones *a posteriori* correspondieron a determinar qué plantas suministrarían a qué bodegas, la selección de medios de transporte en ambos niveles de la cadena, la cantidad de producto a enviar y si hubiese, la cantidad de demanda que quedaría insatisfecha.

La metodología de solución que se propuso para resolver el problema estocástico se basó en técnicas metaheurísticas. En particular se adaptó un MOAMP, el cual consta de tres fases que generan de manera gradual una aproximación al frente de Pareto. Se analizó el problema distinguiendo dos partes en la cadena de suministro, la *parte de transporte* y la *parte de asignación*. En esta metaheurística se aplica una búsqueda tabú enlazada. Los movimientos propuestos para ésta fueron el intercambio de asignación de bodegas a centros, el cambio de servicio de transporte en ambos niveles de la cadena, e inserciones de elementos en la tabla básica del problema de transporte.

En la metodología de solución propuesta para resolver este problema, en la *parte de transporte* cuando se evaluaba un movimiento candidato (cambio de asignación de bodega a centro de distribución) se resolvía de forma aproximada para el problema de transporte, y ya cuando se determinaba de forma definitiva una asignación de bodega a centro de distribución se resolvía a optimalidad el correspondiente problema. Se presentaron tres variantes para esto, la versión clásica en la que se minimiza el costo, la versión bi-objetivo y el problema que minimiza el máximo tiempo de envío. En este trabajo se implementan computacionalmente los algoritmos que dan solución a éstas variantes.

Posteriormente, se hizo extensiva la metodología de solución adecuando los procedimientos para asumir la consideración de penalización por demanda insatis-

fecha, en la que el aspecto fundamental en el que se centraron estas adaptaciones, consistió en aprovechar al máximo la capacidad de una bodega una vez que ésta se había abierto.

Se obtuvieron conjuntos de cotas superiores de los frentes de Pareto para el problema entero mixto bi-objetivo. Éste se resolvió a través del método del ϵ -restricción, y se empleó el optimizador CPLEX.

El algoritmo del procedimiento metaheurístico diseñado se implementó computacionalmente y mediante experimentación se comprobó su eficiencia para producir aproximaciones a los frentes de Pareto. Asimismo las comparaciones realizadas con los conjuntos de cotas superiores mostraron que de acuerdo a las métricas empleadas, las aproximaciones de los frentes de Pareto obtenidos con la metaheurística son competitivos.

Una de las características más importantes de este trabajo es la consideración de la incertidumbre y el uso de modelos matemáticos que consideren de manera explícita la incertidumbre. Se mostró mediante las medidas del valor esperado de la información perfecta y el valor de la solución estocástica, el beneficio que aporta abordar el problema desde la perspectiva de la optimización estocástica.

El carácter bi-objetivo del problema y la naturaleza estocástica del mismo, son aspectos que podrían presentarse de forma conjunta en problemas de cadena de suministro u otras áreas, por lo que la metodología de estudio realizada para esta problemática podría adaptarse o extenderse a la solución de otros problemas relacionados.

La conclusión general de este trabajo se centra en la obtención de las aproximaciones al frente de Pareto para el problema con incertidumbre y penalización por demanda insatisfecha, donde cada solución no dominada de dicho conjunto representa una alternativa cuyo costo total esperado y el tiempo máximo de transporte son mínimos. Además, estas soluciones, tienen la característica que para el escenario

que se realice, éste permanece “casi” factible y “cercano” con respecto a la solución óptima de dicho escenario.

9.1 TRABAJO A FUTURO Y LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN DERIVADAS DE ESTE TRABAJO

En la implementación computacional de la metaheurística, incorporar penalización por demanda insatisfecha da lugar a soluciones infactibles, ya que en la medida en que dejen de emplearse servicios de transporte la cantidad de demanda insatisfecha será mayor. Se asume que el tomador de decisiones tendrá preferencia por alguna solución del conjunto compromiso, pero sin dejar demasiada demanda sin satisfacer.

Por esta razón, en el diseño del algoritmo, la demanda insatisfecha se penaliza en la función del costo, mientras que la función objetivo del tiempo no se consideró explícitamente para obtener soluciones del conjunto compromiso. Como trabajo a futuro para tomar en cuenta la función del tiempo, una posibilidad sería asignar pesos en la función de evaluación de la metaheurística que le permitan generar soluciones en las que las configuraciones tengan un valor menor del tiempo y mayor cantidad de demanda insatisfecha.

Tal y como lo señala Melo et al. (2009) las líneas de investigación en torno a la toma de decisiones en los problemas de diseño de cadena de suministro, aún tienen caminos por explorar. La incorporación de tareas tácticas y operacionales como la incorporación de selección de proveedores y la consideración de múltiples productos, podrían ser aspectos que se integren a la problemática estudiada.

Al contemplar la incertidumbre y emplear enfoques basados en escenarios, la evaluación del valor esperado del costo podría realizarse a través de técnicas de muestreo como Monte Carlo, lo que permitiría contemplar una mayor cantidad de escenarios y obtener buenas aproximaciones a dicho valor, en un tiempo de cómputo

razonable. Trabajos en los que contemplan este aspecto son: Santos et al. (2005) y Al-Qahtani et al. (2008).

En el área de optimización robusta, además de la minimización del valor esperado del costo, podría contemplarse además la minimización de la varianza del costo respecto a variaciones positivas de este, trabajos en donde contemplan este caso son: Ahmed y Sahinidis (1998) y González-Velarde y Laguna (2004).

En cadena de suministro las técnicas de solución basadas en métodos poblacionales es considerable, véanse por ejemplo los trabajos de Gen et al. (2006), Altıparmak et al. (2006, 2009), entre otros. En el caso de problemas multi-objetivo alternativa sería adaptar una metodología de propósito general para problemas multi-objetivo como el NSGA-II. Trabajos que emplean éste enfoque son: Mitra (2009), García et al. (por publicar).

APÉNDICE A

LAS VARIANTES DEL PROBLEMA DE TRANSPORTE

A.1 MODELO DEL PROBLEMA DE TRANSPORTE

El problema general de transporte se refiere a la distribución de bienes de m orígenes ($i = 1, \dots, m$) a n destinos ($j = 1, \dots, n$). Se busca minimizar los costos de distribución, satisfaciendo ciertas condiciones respecto a la disponibilidad de capacidad en los orígenes y los requerimientos de los destinos. Sea x_{ij} el número de unidades que se distribuyen del origen i al destino j , la formulación de programación lineal para este problema es:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \\ \text{sujeto a:} \quad & \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, \dots, n \\ & x_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{A.1}$$

siendo a_i las unidades disponibles para distribuir a los destinos, y b_j los requerimientos que se reciben desde los orígenes.

Se refiere al libro de Hillier y Lieberman (1967) para recordar algunos conceptos y definiciones importantes en torno a este problema.

A.1.1 LAS VARIANTES DEL PROBLEMA DE TRANSPORTE

En el problema de diseño de cadena de suministro que se describe en este trabajo, de acuerdo a los dos niveles que lo componen, se ha referido como la *parte de transporte* a aquella que va de plantas a bodegas, y la *parte de asignación* a aquella que va de bodegas a centros de distribución. En los algoritmos desarrollados en los Capítulos 5 y 6 que describen la metodología de solución para el problema, tanto en los procedimientos constructivos como en las búsquedas tabú, se hace referencia constantemente a la mejora de la solución en la *parte de transporte*, esto, una vez que se ha determinado de manera definitiva una asignación de bodega a centro de distribución.

A continuación, por cada procedimiento empleado durante el desarrollo de la metaheurística se indica la versión del transporte a la que hacen referencia para resolver el problema de transporte.

- El constructivo y la búsqueda tabú desarrollados como parte del procedimiento GRASP para el *problema del tiempo*, requieren de la resolución de un problema que minimice el máximo tiempo de envío (TMTP por sus siglas en inglés). Esta interesante versión del problema de transporte se describe a detalle en el Apéndice B.
- El constructivo y la búsqueda tabú desarrollados como parte del procedimiento GRASP para el *problema del costo*, requieren de la resolución de un problema de transporte clásico, en el que se minimizan los costos de distribución del producto.
- En la búsqueda tabú mixta y en la fase III del MOAMP, cuando un movimiento corresponde al vecindario \mathcal{N}_2 (en el que se cambian las asignaciones de bodegas a centros) se requiere de la resolución del problema de transporte, en este caso se trata de un problema bi-objetivo.

Como puede observarse, dependiendo de las funciones objetivo (TMTP, clásico y bi-objetivo) se tendrán tres variantes de problema de transporte, las cuales se describirán a detalle más adelante. Antes se quiere hacer notar que para el problema de diseño de cadena de suministro, en la *parte de transporte*, por cada escenario, si se definen como orígenes a las plantas (cuyas ofertas serían sus capacidades) y como destinos a las bodegas (cuyas demandas serían las demandas en dicho escenario), entonces puede plantearse perfectamente un problema de transporte.

Si se considera que x_{ij} es la cantidad de producto enviada de plantas a bodegas, es decir, la aproximación al problema de transporte obtenida mediante el algoritmo C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C) se tiene que esta solución cumple con las clásicas restricciones del problema transporte, es decir, en principio, es una solución factible. La idea es tomar la solución factible x_{ij} como solución inicial para posteriormente mejorar el problema de transporte correspondiente.

En general, en el proceso de mejora del problema de transporte se busca, en primer lugar trabajar con un problema balanceado, verificar que no sea un problema degenerado, y si lo es, deberá completarse la base con $m + n - 1$ elementos en la base. O bien, si la solución no es básica (hay más de $m + n - 1$ elementos en la base) se procede a generar una solución básica y a partir de ella comenzar un proceso iterativo hasta alcanzar optimalidad.

A.1.2 BALANCEO EN EL PROBLEMA DE TRANSPORTE

Un problema de transporte no está balanceado cuando $\sum_i a_i \neq \sum_j b_j$, este problema puede balancearse introduciendo un nodo ficticio de destino (cuando $\sum_i a_i > \sum_j b_j$) con demanda $\sum_i a_i - \sum_j b_j$ o una fuente ficticia (cuando $\sum_i a_i < \sum_j b_j$) con capacidad $\sum_j b_j - \sum_i a_i$.

Una vez que se dispone de un problema de transporte balanceado, pueden ocurrir tres cosas, que la solución sea degenerada, es decir, estrictamente menos de $m + n - 1$ variables básicas, que tenga más de $m + n - 1$ variables básicas, o que tenga

exactamente $m + n - 1$, en este caso, ya se dispone de una solución básica factible para el problema de transporte en cuestión y se procede a buscar optimalidad.

A.1.3 SOLUCIONES DEGENERADAS

Hay que comprobar, para cada escenario, si la solución del problema de transporte es degenerada (tiene estrictamente menos de $m + n - 1$ celdas con $x_{ij} > 0$). En este caso se van buscando por orden lexicográfico celdas con $x_{ij} = 0$, que no formen ciclos con las ya existentes que conforman la base del problema de transporte, y se añaden a ella. Se van agregando dichas celdas hasta tener $m + n - 1$ elementos en la base.

A.1.4 OBTENCIÓN DE SOLUCIONES BÁSICAS

El problema de transporte tiene ciertas propiedades estructurales que permiten simplificar el método simplex, dando lugar al método simplex para el problema de transporte, a raíz de esto, la tabla en donde se almacena la información referente al problema, se denota como tabla de transporte. El concepto de tabla, celda y ciclo se asumirán conocidos, puesto que hacen referencia al clásico problema de transporte.

Una solución no básica puede ser fácilmente transformada en una solución básica. Para ello vale con identificar “ciclos” en la tabla del transporte con las celdas correspondientes a las $x_{ij} > 0$. En cada paso se identifica un ciclo, y se hace 0 al menos un elemento de ese ciclo. El proceso se repite hasta no tener ciclos, y por tanto tener una solución básica.

La Tabla A.1a muestra un ejemplo de una solución no básica. Como puede observarse, con los valores de x_{ij} en las correspondientes celdas (1, 2), (1, 3), (2, 2) y (2, 3) se forma un ciclo. En la Tabla A.1b, se muestra como se ha hecho 0 el valor de x_{12} “balanceando” los valores de las celdas ciclo. En este caso esta solución ya es básica.

4	5	6
0	7	8

(a) Solución no básica

4	0	11
0	12	3

(b) Solución básica

Figura A.1: Transición de una solución no básica a una básica

Cuando la base del problema de transporte ya cuenta con exactamente $m+n-1$ variables básicas se realiza un proceso iterativo, en el que de solución básica en solución básica se resuelve a optimalidad el correspondiente problema de transporte.

A.2 MÉTODO DE BALANCEO

Cuando la solución ya es básica se aplica el método del balanceo conocido para el clásico problema de transporte, en él, se puede llegar a otra solución básica introduciendo en la base una variable (celda) que estaba fuera y sacando otra que estaba dentro. En los problemas de transporte planteados en este trabajo se emplea el clásico método de los multiplicadores.

Con las Tablas A.2a, A.2b y A.2c se ilustra cómo se pueden conseguir soluciones básicas. En concreto, en la Tabla A.2a muestra la solución original, la Tabla A.2b muestra la solución obtenida al introducir la celda (2, 1) y la Tabla A.2c, la solución obtenida al introducir la celda (3, 3).

4	5	9
0	10	0
2	1	0

4	0	9
2	8	0
0	3	0

6	0	7
0	10	0
0	1	2

(a) Solución básica inicial (b) Se introduce (2, 1) (c) Se introduce (3, 3)

Figura A.2: Ejemplo del método de balanceo

A.2.1 PROBLEMA DE TRANSPORTE PARA EL PROBLEMA DEL COSTO

Este problema es el clásico problema de transporte en la que se busca la minimización del costo por transportar el producto. A partir del problema de diseño de cadena de suministro, para cada escenario, se define una instancia para el problema de transporte, se definen como orígenes a las plantas (cuyas ofertas serían sus capacidades) y como destinos a las bodegas (cuyas demandas serían las demandas en dicho escenario).

Se define como solución inicial a x_{ij}^s , es decir, la solución provista por el algoritmo C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C), esto, para cada escenario. La matriz de costos para el problema de transporte c_{ij} se conforma por los costos de transporte asociados a los arcos que conectan los nodos i con los nodos j .

El proceso de mejora del problema de transporte consiste en los siguiente:

- i) Se balancea el problema de transporte agregando una bodega ficticia.
- ii) Se transforma la solución inicial x_{ij} en una solución básica.
- iii) Se obtiene el óptimo a través del método simplex para problemas de transporte.
- iv) A partir de la solución óptima se calcula el costo de envío en la *parte de transporte* para el escenario s .

En este problema hay garantía de obtener soluciones óptimas en un tiempo de cómputo polinomial.

A.2.2 PROBLEMA DEL TRANSPORTE PARA EL PROBLEMA DEL TIEMPO

El problema de transporte para la minimización del tiempo es un problema muy interesante que busca la minimización del máximo tiempo de envío. En este

problema, a diferencia del problema clásico de transporte, en el que el costo de transporte cambia en dependencia de la cantidad de producto enviada, el tiempo involucrado de envío permanece sin cambio, sin importar las cantidades enviadas. Los detalles de este problema se describen en el Apéndice B.

A partir del problema de diseño de cadena de suministro, para cada escenario, se define una instancia para el problema de transporte, se definen como orígenes a las plantas (cuyas ofertas serían sus capacidades) y como destinos a las bodegas (cuyas demandas serían las demandas en dicho escenario).

Se define como solución inicial a x_{ij}^s , es decir, la solución provista por el algoritmo C.3 `EstimacionTransporte()` (véase el Apéndice C), esto, para cada escenario.

La matriz de tiempos (t_{ij}) para este problema se definen para cada arco que conecta al nodo i con el nodo j , como el valor del tiempo asociado a ese arco $(t_{ij}^{(1)})$ más el tiempo máximo de envío en la *parte de asignación* $(t_{sj}^{\text{máx}(2)})$. De esta manera, al minimizar el máximo tiempo de envío, se está considerando el tiempo incurrido en la trayectoria que va desde las plantas a los centros de distribución.

La mejora del problema de transporte TMTP, partiendo de la solución inicial factible consiste en lo siguiente:

- i) Se balancea el problema de transporte agregando una bodega ficticia.
- ii) Se transforma la solución inicial x_{ij} en una solución básica.
- iii) Se obtiene el óptimo del problema TMTP (véase el Apéndice B).
- iv) A partir de la solución óptima se calcula el tiempo máximo de envío para el escenario s .

En este problema de minimizar el máximo tiempo de envío hay garantía de obtener una solución óptima en un tiempo de cómputo polinomial.

A.2.3 PROBLEMA DEL TRANSPORTE BI-OBJETIVO

Considérese el problema de transporte bi-objetivo siguiente

$$\min \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \tag{A.2}$$

$$\min \text{ máx}\{t_{ij} | x_{ij} > 0\} \tag{A.3}$$

sujeto a las restricciones clásicas del problema de transporte.

El número de orígenes, destinos, así como el valor de las ofertas y demandas se definen como se explicó anteriormente. En este caso las matrices de costos y tiempos se definen:

$$c_{ij} = c_{ij\ell}^{(1)}; \quad t_{ij} = t_{ij\ell}^{(1)} + t_{sj}^{\text{máx}(2)}.$$

Considérese la solución x_{ij} . Ésta puede ser transformada en una solución básica con valores de ambas funciones objetivos iguales o mejores. Para ello vale aplicar el siguiente proceso:

Algoritmo A.1. BALANCEO TRANSPORTE

Hacer $\mathcal{P} = \{(i, j) | x_{ij} > 0\}$;

Ordenar los elementos de \mathcal{P} según su costo c_{ij} (de mayor a menor);

Hacer $t = 0$;

if $|\mathcal{P}| > m + n - 1$ **then**

- (7) $t = t + 1$;
 - Tomar el t -ésimo elemento de \mathcal{P} ;
 - Determinar si esa celda pertenece a algún “ciclo”, si no es así ir al paso (7);
 - Determinar si puede ser “eliminada” sin aumentar el valor del costo (objetivo A.2), sino es así ir al paso (7);
 - Ejecutar la “eliminación” de la celda cambiando los valores de x_{ij} de las celdas del ciclo;
 - Extraer de \mathcal{P} todas las celdas (i, j) del ciclo con $x_{ij} = 0$;
-

En este proceso, se denomina “ciclo” a los ciclos que se formen en la tabla del correspondiente problema del transporte con $x_{ij} > 0$ (es decir, celdas de \mathcal{P}). En este contexto “eliminar” una celda, significa hacer que su valor sea cero aumentando o

disminuyendo los valores de los x_{ij} del ciclo al que pertenece (como se ilustró en la Figura A.1). Un resultado conocido sobre el problema del transporte es que si hay ciclos, y por tanto la solución es no básica, se pueden conseguir eliminaciones que no empeoren la función objetivo. Por otra parte, la “eliminación” de una celda puede suponer hacer cero no sólo el valor de su correspondiente x_{ij} sino quizás alguno más del ciclo.

Si se observa en este proceso nunca se añaden elementos a \mathcal{P} , sólo se eliminan. Por lo tanto la solución resultante tendrá un valor en la función objetivo mejor o igual que la inicial. Por tanto, este proceso consigue mejorar, o al menos no empeorar, los dos objetivos por separado.

En las Tablas A.3a y A.3b se hacen cero los valores de x_{12} y x_{23} al modificarse los valores del ciclo formado por las celdas (1, 2), (1, 3), (2, 2) y (2, 3).

4	3	6
0	7	3
2	1	0

(a) Solución no básica

4	0	9
0	10	0
2	1	0

(b) Solución básica

Figura A.3: Transición de una solución no básica a una básica: más de un elemento x_{ij} se hace cero

APÉNDICE B

PROBLEMA DE MINIMIZAR EL TIEMPO MÁXIMO DE ENVÍO

En este apéndice se describe una técnica desarrollada por Sharma y Swarup (1977) para el problema de minimizar el máximo tiempo de envío. El procedimiento se basa en el movimiento de una solución básica a otra hasta alcanzar la solución óptima en un número finito de iteraciones.

B.1 EL PROBLEMA TMTP

En el problema de minimización del tiempo, el tiempo de envío de bienes de m orígenes a n destinos es minimizado, satisfaciendo ciertas condiciones respecto a la disponibilidad de las fuentes y los requerimientos de los destinos.

Un problema de minimizar el tiempo de envío se formula como:

$$\begin{aligned} \min Z &= [\text{máx}_{(i,j)} t_{ij} | x_{ij} > 0] \\ \text{sujeto a:} & \\ (I) \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i & i = 1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j & j = 1, \dots, n \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{B.1}$$

donde t_{ij} es el tiempo por enviar el producto del origen i al destino j , la disponibilidad es a_i al destino j -ésimo, donde el requerimiento es b_j . Para alguna solución factible $X = [x_{ij}]$ que satisface (I), el tiempo de envío es el máximo de los t_{ij} 's de entre las celdas donde hay asignaciones positivas, es decir, correspondiente a la solución X , el tiempo de envío es

$$\left[\max_{(i,j)} t_{ij} | x_{ij} > 0 \right]$$

La diferencia básica entre el problema de minimizar el costo de envío y el presente es que, mientras el costo de envío cambia de acuerdo a las variaciones de la cantidad enviada, el tiempo involucrado en el envío permanece sin cambio indistintamente de las cantidades enviadas.

B.1.1 DEFINICIONES

Definición B.1.1

Solución factible: *Un conjunto $X = [x_{ij}]$ de variables no negativas satisfaciendo (B.1) es llamada una solución factible.*

Una mejor solución factible: *Sea $X^1 = [x_{ij}^1]$ y $X^2 = [x_{ij}^2]$ dos soluciones factibles al problema (I).*

Sean

$$M^1 = \{(i, j) | x_{ij}^1 > 0\};$$

$$M^2 = \{(i, j) | x_{ij}^2 > 0\};$$

$$T^1 = \max_{(i,j) \in M^1} t_{ij}; \quad Q^1 = \{(i, j) | t_{ij} = T^1, (i, j) \in M^1\};$$

$$T^2 = \max_{(i,j) \in M^2} t_{ij}; \quad Q^2 = \{(i, j) | t_{ij} = T^2, (i, j) \in M^2\};$$

Una solución X^2 se dice mejor que la otra X^1 si,

$$T^2 < T^1, \text{ o bien} \tag{B.2}$$

$$T^2 = T^1, \quad \sum_{(i,j) \in Q^2} x_{ij}^2 < \sum_{(i,j) \in Q^1} x_{ij}^1 \tag{B.3}$$

En el caso (B.2) el tiempo es mejorado. En el caso (B.3) la cantidad de producto transportado al tiempo T^2 en la solución X^2 es menor que la transportada al tiempo T^1 en la solución X^1 .

Definición B.1.2 (Solución casi óptima) Una solución factible $X = [x_{ij}]$ para la cual $[\max_{(i,j)} t_{ij} | x_{ij} > 0]$ es mínima, es llamada solución casi óptima.

Definición B.1.3 (Solución óptima) Una solución factible $X = [x_{ij}]$ del problema (I), se dice óptima si no existe alguna solución mejor, es decir, para la cual el tiempo de envío T es el menor y $\sum_{(i,j) \in Q} x_{ij}$ también tiene el mínimo valor.

B.1.2 ALGORITMO DE SOLUCIÓN PARA EL TMTP

El algoritmo para resolver el problema consta de tres pasos principalmente:

1. Determinar una solución inicial básica factible la cual puede encontrarse a través de los métodos conocidos para el caso de la minimización del problema de transporte.
2. Encontrar una mejor solución básica factible adyacente.

Determinar una celda que no este en la base, la cual al introducirse reduzca el tiempo de envío o reduzca la asignación en al menos una de las celdas ϵQ , donde Q es el conjunto de celdas con asignaciones positivas y el tiempo correspondiente igual al tiempo de envío.

- a) Determinar el conjunto \mathcal{S} de todas las celdas que no están en la base tal que si una de ellas entra a la base reduciría la cantidad $\sum_{(i,j) \in Q} x_{ij} = p$ o a cero.
 - b) Elegir de entre los elementos de \mathcal{S} aquél (i_0, j_0) para el cual t_{i_0, j_0} es mínimo.
3. Repetir el paso anterior hasta que no pueda encontrarse una mejor solución básica factible adyacente.

En el paso 2b) se determina la celda (i_0, j_0) que entra a la base. El paso 2a) determina el conjunto \mathcal{S} de celdas elegibles para entrar a la base, dicho conjunto se determina de la manera siguiente:

Sea $X = [x_{ij}]$ alguna solución básica factible de problema (I) con el correspondiente tiempo T de envío.

Sea $M = \{(i, j) | x_{ij} > 0\}$ y $Q = \{(i, j) | t_{ij} = T, (i, j) \in M\}$. Defina una matriz $[c_{ij}]$ tal que:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } t_{ij} < T \\ 0 & \text{si } t_{ij} \geq T \end{cases}$$

para este problema de maximizar la ganancia, se determina u_i para los renglones y v_j para las columnas de la manera usual, eligiendo por decir, $u_k = 0$ donde $(h, k) \in Q$ es el que tiene la máxima asignación. Como se quiere maximizar la ganancia al tiempo T , las celdas elegibles para entrar a la base son aquellas para las cuales $\Delta_{rs} > 0$, donde

$$\Delta_{rs} = [c_{rs} - (u_r + v_s) | (r, s) \notin \mathcal{B}],$$

donde \mathcal{B} es el conjunto de las celdas básicas. Una celda (r, s) con $t_{rs} \geq T$, $c_{rs} = 0 \notin \mathcal{S}$ porque si dicha celda entrara a la base con una cantidad positiva $x_{ij} > 0$, la ganancia decrementaría, sin embargo, se trabaja en un problema de maximización de la ganancia. En el caso de que entre valiendo $x_{ij} = 0$, en la que ni el tiempo ni

el beneficio cambia, será una solución degenerada. Para las celdas (r, s) con $t_{rs} < T$, $c_{rs} = 1$, Δ_{rs} es positivo si y sólo si $u_r + v_s \leq 0$.

$$\mathcal{S} = \{(r, s) | (r, s) \notin \mathcal{B}, u_r + v_s \leq 0, c_{rs} = 1\}$$

El procedimiento está destinado a converger ya que involucra el movimiento de una solución básica factible a otra mejor solución básica factible; las soluciones son siempre finitas en número. El proceso termina cuando $\mathcal{S} = \emptyset$.

APÉNDICE C

PSEUDOCÓDIGOS DEL MOAMP

La notación empleada para describir los pseudocódigos empleados en la meta-heurística se describe a continuación.

- w**: un vector unidimensional de dimensiones $1 \times |\mathcal{K}|$; donde se denotará al elemento w_k como la bodega j que fue asignada al centro de distribución k .
- X**: una matriz tridimensional de dimensiones $|\mathcal{I}| \times |\mathcal{J}| \times |\mathcal{S}|$; donde se denotará al elemento x_{ij}^s como la cantidad de producto enviada en el escenario s , de la planta i a la bodega j .
- Y**: una matriz tridimensional de dimensiones $|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$; donde se denotará al elemento y_{jk}^s como la cantidad que se envía de la bodega j al centro k bajo el escenario s .
- U**: una matriz tridimensional de dimensiones $|\mathcal{I}| \times |\mathcal{J}| \times |\mathcal{S}|$; donde se denotará al elemento u_{ij}^s como el medio de transporte ℓ que en el escenario s realiza el envío de la planta i a la bodega j .
- V**: una matriz tridimensional de dimensiones $|\mathcal{J}| \times |\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$; donde se denotará al elemento v_{jk}^s como el medio de transporte ℓ que en el escenario s realiza el envío de la bodega w_k al centro k .
- Q**: una matriz bidimensional de dimensiones $|\mathcal{K}| \times |\mathcal{S}|$; donde se denotará al elemento q_k^s como la cantidad de demanda insatisfecha en el centro de distribución k bajo el escenario s .

Los datos y la notación correspondiente a los parámetros de las instancias, como son costos y tiempos de transporte, capacidad de plantas y bodegas, costos fijos, probabilidades de ocurrencia para los escenarios y demandas, fueron descritos en el Capítulo 4.

A continuación se desglosan las componentes de las funciones objetivo del costo y el tiempo, pues algunas expresiones serán referidas en los pseudocódigos aludiendo a un escenario específico.

Desglose de las componentes de la función del costo En cuanto a la función del costo es necesario identificar las siguientes componentes:

CF : costo fijo por apertura de bodegas,

$E[C^{(1)}]$: costo esperado de los envíos en la *parte del transporte*,

$E[C^{(2)}]$: costo esperado de los envíos en la *parte de asignación*,

$C_s^{(1)}$: costo de los envíos en la *parte del transporte* en el escenario s ,

$C_s^{(2)}$: costo de los envíos en la *parte de asignación* en el escenario s ,

Así, en consideración del desglose anterior y de la expresión que define la función objetivo del costo en la ecuación (4.1) ahora ésta puede escribirse como:

$$f_1 = E[CF + C^{(1)} + C^{(2)}] = CF + E[C^{(1)}] + E[C^{(2)}];$$

donde,

$$E[C^{(1)}] = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s C_s^{(1)} = p_1 C_1^{(1)} + \cdots + p_{|\mathcal{S}|} C_{|\mathcal{S}|}^{(1)},$$

$$E[C^{(2)}] = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s C_s^{(2)} = p_1 C_1^{(2)} + \cdots + p_{|\mathcal{S}|} C_{|\mathcal{S}|}^{(2)}.$$

Desglose de las componentes de la función del tiempo La función del tiempo descrita en la ecuación (4.2) puede escribirse como:

$$f_2 = E[T];$$

donde,

$$E[T] = \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s T_s = p_1 T_1 + \cdots + p_{|\mathcal{S}|} T_{|\mathcal{S}|}.$$

Recuérdese que T_s es el valor máximo de envío en el escenario s , el cual se compone por la suma del tiempo máximo de envío en la *parte de transporte*, más el tiempo máximo de envío en la *parte de asignación*, es decir:

$$T_s = \max \left\{ t_{sj}^{\max(1)} + t_{sj}^{\max(2)} : j \in \{1, \dots, |\mathcal{J}|\} \right\}.$$

C.1 PROCEDIMIENTO CONSTRUCTIVO

El pseudocódigo del procedimiento constructivo que a continuación se muestra corresponde al referido en el *problema del tiempo* en el algoritmo GRASPTiempos(); para el *problema del costo* el procedimiento es análogo, evidentemente, tomando en cuenta los parámetros referentes a dicho problema.

Algoritmo C.1. CONSTRUCTIVO($\alpha, \beta, \mathbf{F}$)

input

- α : parámetro que delimitará la lista de candidatos;
- β : parámetro que penaliza la frecuencia con que se realiza una asignación;
- \mathbf{F} : matriz de frecuencias de asignaciones de bodega a centro;

output: La solución completa S

Inicializar $f_2 = 0$ y las componentes de dicha función;

Ordenar en forma decreciente los centros de acuerdo a su demanda esperada;

Hacer $k = 0$;

repeat

$k = k + 1$;

Determinar

$\mathcal{NF} = \{1, \dots, |\mathcal{J}|\}$: la asignación de la bodega j al centro k es factible};

for $j \in \mathcal{NF}$ **do**

Calcular τ_{jk} , la estimación del valor de f_2 en la solución parcial si se asignara la bodega j al centro k ;

(8) $\vec{f}_g \leftarrow$ Aplicar BondadFrec($\beta, \tau_{jk}, \mathbf{F}$) para calcular la bondad por realizar la asignación del centro k con las bodegas $j \in \mathcal{NF}$;

Determinar $fg_{\max} = \max\{\vec{f}_g(j) : j \in \mathcal{NF}\}$ y $fg_{\min} = \min\{\vec{f}_g(j) : j \in \mathcal{NF}\}$;

Construir $LC = \{j \in \mathcal{NF} : \vec{f}_g(j) \geq \alpha \times fg_{\max} + (1 - \alpha)fg_{\min}\}$;

Tomar $j^* \in LC$ aleatoriamente;

Ejecutar la asignación:

Asignar al centro k con la bodega j^* ;

Actualizar los valores de x_{ij}^s , f_2 y los componentes de dicha función;

Mejorar la solución en la *parte del transporte*;

until $k = |\mathcal{K}|$;

A este procedimiento se hizo referencia en el Capítulo 5, en las subsecciones que describen los procedimientos constructivos: Subsección 5.3.1 (véase la pág. 78) y la Subsección 5.4.1 (véase la pág. 84).

C.1.1 PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL BENEFICIO DE UNA ASIGNACIÓN

En los procedimientos constructivos, tanto para el *problema del costo* como para el *problema del tiempo*, se penaliza una asignación en dependencia a la frecuencia en que ha ocurrido ésta en iteraciones previas de los procedimientos GRASPTiempos() y GRASPCostos(), respectivamente (véase el paso (8) del algoritmo C.1 Constructivo()). A continuación se presenta el pseudocódigo para calcular el beneficio por la realización de una asignación.

Función C.2. BondadAsignacion($\beta, \tau_{jk}, \mathbf{F}$)

input

β : parámetro que penaliza la frecuencia con que se realiza una asignación

τ_{jk} : estimación del tiempo esperado de envío por realizar una asignación

\mathbf{F} : matriz de frecuencias de asignaciones

output: $\vec{f}_g(j)$: vector cuyas componentes indican el beneficio por realizar una asignación $\forall j \in \mathcal{NF}$

/* Se determinan los valores máximo y mínimo de las estimaciones de tiempos máximos esperados de envío */

$T_{\text{máx}} = \text{máx}\{\tau_{jk} : j \in \mathcal{NF}\}$

$T_{\text{mín}} = \text{mín}\{\tau_{jk} : j \in \mathcal{NF}\}$

/* Se determinan el valor máximo y el mínimo de la matriz de frecuencias */

$f_{\text{máx}} = \text{máx}\{\mathbf{F}[j, k] : j \in \mathcal{NF}\}$

$f_{\text{mín}} = \text{mín}\{\mathbf{F}[j, k] : j \in \mathcal{NF}\}$

/* Se determina el beneficio por realizar una asignación */

for $j \in \mathcal{NF}$ **do**

if $f_{\text{máx}} = f_{\text{mín}}$ **then**

$\vec{f}_g(j) = \tau_{jk}$

else

$\vec{f}_g(j) = \tau_{jk} + \beta \frac{\mathbf{F}[j, k] - f_{\text{mín}}}{f_{\text{máx}} - f_{\text{mín}}} \times (T_{\text{máx}} - T_{\text{mín}})$

A este procedimiento se hizo referencia en el Capítulo 5, en las subsecciones que describen los procedimientos constructivos: Subsección 5.3.1 (véase la pág. 77) y la Subsección 5.4.1 (véase la pág. 84).

C.2 PROCEDIMIENTO HEURÍSTICO PARA EL PROBLEMA DE TRANSPORTE

El pseudocódigo que a continuación se describe se emplea para obtener una estimación al problema de transporte. Fue referido en los procedimientos constructivos y las búsquedas tabú que componen respectivamente los procedimientos GRASPTiempos() y GRASPCostos().

Los “aumentos” o “decrementos” de requerimiento de las bodegas vienen dados por la demanda del centro que se ha asignado a la bodega, véanse los algoritmos C.3 EstimacionTransporte() paso (9), y C.4 DesestimacionTransporte paso (10).

Algoritmo C.3. ESTIMACIONTRANSPORTE(x_{ij}^s)

input

x_{ij}^s : cantidades de producto enviadas actuales en la *parte de transporte*

output:

x_{ij}^s : solución aproximada actualizada en la *parte de transporte*

$t_{sj}^{\text{máx}(1)}$: tiempo máximo de envío en la *parte de transporte*

Ordenar las plantas en orden creciente según los $t_{ij1}^{(1)}$ (supóngase, $1, 2, \dots$)

(9) Inicializar $q^+ = d_k^s$, $i = 0$

repeat

$i = i + 1$

 /* Se determina la cantidad que podrá enviar la planta i */

$\delta = \text{mín}\{q^+, q_i^{(1)} - q_{si}^p\}$

 /* La cantidad de producto enviada de i a j incrementa en δ unidades */

$x_{ij}^s = x_{ij}^s + \delta$

 /* Al aumento de demanda en j se le decremanta lo que ya se ha distribuído */

$q^+ = q^+ - \delta$

if $\delta > 0$ **then** $t_{sj}^{\text{máx}(1)} = \text{máx}\{t_{sj}^{\text{máx}(1)}, t_{ij1}^{(1)}\}$; /* Cuando se ha cubierto el aumento de demanda se determina el tiempo máximo de envío */

until $q^+ = 0$

A este procedimiento se hizo referencia en el Capítulo 5, en las subsecciones que describen los procedimientos constructivos: Subsección 5.3.1 (véase la pág. 77) y la Subsección 5.4.1 (véase la pág. 84); y en las búsquedas tabú: Subsección 5.3.2 (véase la pág. 80) y la Subsección 5.4.2 (véase la pág. 86).

Cuando es necesario “deshacer” una asignación de bodega a centro, para el problema de transporte hay que actualizar la solución al problema de transporte desestimando la cantidad que una bodega dada estaría dejando de recibir.

Algoritmo C.4. DESESTIMACIONTRANSPORTE (x_{ij}^s)

input

x_{ij}^s : cantidades de producto a enviar en la *parte de transporte*

output:

x_{ij}^s : Solución aproximada actualizada en la *parte de transporte*

Ordenar las plantas en orden decreciente según los $t_{ij-1}^{(1)}$ (supóngase, 1, 2, ...)

(10) Inicializar $q^- = d_k^s$, $i = |\mathcal{K}| + 1$

repeat

$i = i - 1$

 /* Se determina la cantidad que dejará de enviar la planta i */

$\delta = \min\{q^-, x_{ij-}^s\}$

 /* La cantidad de producto enviada de i a j disminuye en δ unidades */

$x_{ij-}^s = x_{ij-}^s - \delta$

$q_{si}^p = q_{si}^p - \delta$

 /* Al decremento de demanda en j se le disminuye lo que ya se ha distribuído */

$q^- = \delta - q^-$

until $q^- = 0$

 /* Cuando se ha decrementado la demanda se determina el tiempo máximo de envío */

$t_{sj-1}^{\max(1)} = \max\{t_{ij-1}^{(1)} : x_{ij-}^s > 0\}$

Nótese que para el problema que considera penalización por demanda insatisfecha, los “aumentos” o “decrementos” de requerimientos en las bodegas corresponderá a una cantidad parcial de la demanda del centro asociado a la bodega.

A este procedimiento se hizo referencia en el Capítulo 5, en las subsecciones que describen los procedimientos de búsqueda tabú: Subsección 5.3.2 (véase la pág. 80) y la Subsección 5.4.2 (véase la pág. 86).

C.3 PROCEDIMIENTO DE BÚSQUEDA TABÚ

El pseudocódigo de búsqueda tabú que a continuación se presenta corresponde al procedimiento empleado en el algoritmo GRASPTiempos() para mejorar la solución obtenida del procedimiento constructivo. En el *problema del costo* se hace referencia también a la búsqueda tabú, la cual es análoga a la descrita para el *problema del tiempo* pero emplea los parámetros referentes al costo.

Algoritmo C.5. TABU($S, \theta, \mathbf{F}, \max_{iter} T$)

input

S : solución;
 θ : parámetro de permanencia tabú;
 \mathbf{F} : matriz de frecuencia de asignaciones;
 $\max_{iter} T$: número máximo de iteraciones;

output: solución S

Inicializar $S^* = S$, $niter = 0$, $iter^* = 0$;

repeat

$niter = niter + 1$;

for $k \in \mathcal{K}$ **do**

for $j \in \mathcal{J}$ **do**

if $j \neq j_{actual}$ **then**

 Determinar τ_{jk} el valor del tiempo total si a la bodega k
 se le reasigna la bodega j ;
 Chequear el *estado tabu* de este movimiento;

 Determinar k^* y j^* verificando:

$\tau_{j^*k^*} = \min\{\tau_{jk} : \text{el movimiento definido por } j \text{ y } k \text{ no es tabú o } \tau_{jk} < f_2(S^*)\}$;

 Ejecutar la asignación:

 Actualizar los valores de x_{ij}^s , f_2 y sus componentes;

 Mejorar la solución x_{ij}^s en la *parte del transporte* para cada escenario;

if ($f_2(S) < f_2(S^*)$) **then** $S^* = S$, $iter^* = niter$;

until $niter > iter^* + \max_{iter} T$;

for $k \in \mathcal{K}$ **do**

$\mathbf{F}(j, k) = \mathbf{F}(j, k) + 1$;

$S = S^*$;

A este procedimiento se hizo referencia en el Capítulo 5, en las subsecciones que describen los procedimientos de búsqueda tabú: Subsección 5.3.2 (véase la pág. 81) y la Subsección 5.4.2 (véase la pág. 86).

C.4 PROCEDIMIENTO DE POSTPROCESAMIENTO

Algoritmo C.6. POSTPROCESOESCBODEGA(s, j, S)**input** S : solución**output:** enlaces que cambian al tipo barato–lento $u_{i,j}^s = 0$ y $v_k^s = 0$ Se identifican los enlaces rápidos (y caros) que *llegan* a j con flujo positivo;

Se ordenan las plantas de forma creciente por el valor del enlace barato (y lento);

Sea \mathcal{II} el conjunto ordenado y NI su cardinal, $\mathcal{II} = \{1, 2, \dots, NI\}$;Se identifican los enlaces rápidos (y caros) que *salen* de j con flujo positivo;

Se ordenan los centros de forma creciente por el valor del enlace barato (y lento);

Sea \mathcal{KK} el conjunto ordenado y NK su cardinal, $\mathcal{KK} = \{1, 2, \dots, NK\}$;**for** $i \in \mathcal{II}$ **do** $tp^1(i) = \max\{t_{sj}^{\max(1)}, t_{ij0}^{(1)}\}$;**for** $k \in \mathcal{KK}$ **do** $tp^2(k) = \max\{t_{sj}^{\max(2)}, t_{jk0}^{(2)}\}$;Hacer $tp^1(0) = t_{sj}^{\max(1)}$ y $tp^2(0) = t_{sj}^{\max(2)}$;Hacer $SC^1(0) = SC^2(0) = 0$;**for** $i \in \mathcal{II}$ **do**

$$SC^1(i) = \sum_{\substack{i' \leq i \\ i' \in \mathcal{II}}} (c_{i'j1} - c_{i'j0});$$

for $k \in \mathcal{KK}$ **do**

$$(11) \quad SC^2(k) = \sum_{\substack{k' \leq k \\ k' \in \mathcal{KK}}} (c_{jk'1} - c_{jk'0});$$

for $k \in \mathcal{KK}$ **do**

$$\begin{cases} \text{Determinar } i_k = \max\{i : i \in \{0, 1, \dots, NI\}, tp^1(i) + tp^2(k) \leq T_s\}; \\ \text{Hacer } ST(k) = SC^1(i_k) + SC^2(k); \end{cases}$$

Determinar $k^* = \operatorname{argmax}\{ST(k) : k = 0, 1, \dots, NK\}$;**for** $i = 1, \dots, i_{k^*}$ **do if** $i_{k^*}^* > 0$ **then** $u_{i,j}^s = 0$;**for** $k = 1, \dots, k^*$ **do if** $k > 0$ **then** $v_k^s = 0$;Hacer $C_s^{(1)} = C_s^{(1)} - SC^1(i_{k^*})$, $C_s^{(2)} = C_s^{(2)} - SC^2(k^*)$;Actualizar f_1 y las componentes de esta función objetivo;

El procedimiento de postprocesamiento que a continuación se describe, fue referido en los procedimientos Fase III del MOAMP (véase la pág. 71), GRASPTiempos() (véase la pág. 74) y BusquedaTabuMixta() (véase la pág. 90). Recuérdese que en el Capítulo 6 también se hace referencia a este procedimiento, sin embargo, cuando se calcula la reducción del costo, en el paso (11) debe considerarse también el costo unitario de penalización.

BIBLIOGRAFÍA

- ADENSO-DIAZ, B. y M. LAGUNA (2006), Fine-tuning of algorithms using fractional experimental designs and local search. *Operations Research*, **54**(1), págs. 99–114.
- AHMED, S. y N. V. SAHINIDIS (1998), Robust process planning under uncertainty. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **37**(5), págs. 1883–1892.
- AL-QAHTANI, K., A. ELKAMEL y K. PONNAMBALAM (2008), Robust optimization for petrochemical network design under uncertainty. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **47**(11), págs. 3912–3919.
- ALTIPARMAK, F., M. GEN, L. LIN y T. PAKSOY (2006), A genetic algorithm approach for multi-objective optimization of supply chain networks. *Computers & Industrial Engineering*, **51**(1), págs. 196–215.
- ALTIPARMAK, F., M. GEN, L. LIN y I. KARAOGLAN (2009), A steady-state genetic algorithm for multi-product supply chain network design. *Computers & Industrial Engineering*, **56**(2), págs. 521–537.
- AMJADY, N., J. AGHAEI y H. ALI SHAYANFAR (2009), Stochastic multiobjective market clearing of joint energy and reserves auctions ensuring power system security. *IEEE Transactions on Power Systems*, **24**(4), págs. 1841–1854.
- AZARON, A., K. BROWN, S. A. TARIM y M. MODARRES (2008), A multi-objective stochastic programming approach for supply chain design considering risk. *International Journal of Production Economics*, **116**(1), págs. 129 – 138.

- BALIBEK, E. y M. KÖKSALAN (2010), A multi-objective multi-period stochastic programming model for public debt management. *European Journal of Operational Research*, págs. 205–217.
- BALLESTERO, E. y C. ROMERO (1991), A theorem connecting utility function optimization and compromise programming. *Operations Research Letters*, **10**(7), págs. 421 – 427.
- BEN ABDELAZIZ, F. y H. MASRI (2010), A compromise solution for the multiobjective stochastic linear programming under partial uncertainty. *European Journal of Operational Research*, **202**(1), págs. 55–59.
- BIRGE, J. R. y F. LOUVEAUX (1997). *Introduction to Stochastic Programming*. Springer–Verlag, Nueva York, EUA.
- BOZORGI-AMIRI, A., M. S. JABALAMELI y S. M. J. MIRZAPOUR AL-E HASHEM (2011), A multi-objective robust stochastic programming model for disaster relief logistics under uncertainty. *OR Spectrum*, págs. 1–29.
- CABALLERO, R., J. MOLINA y R. V. MOAMP: *Programación Multiobjetivo mediante un procedimiento de búsqueda tabú*, págs. 153–159. Actas del II Congreso Español de Metaheurísticas y Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados: MAEB, Universidad de Oviedo, España (2003).
- CABALLERO, R., E. CERDÁ, M. M. MUÑOZ y L. REY. *Optimización bajo incertidumbre*, Capítulo: Programación estocástica multiobjetivo, págs. 57–76. Número 2 en Monografías. ASEPUMA, Valencia, España (2004).
- CABALLERO, R., J. MOLINA y A. G. HERNÁNDEZ-DÍAZ. *Procedimientos metaheurísticos en economía y empresa*, Capítulo: Metaheurísticos en Programación Multiobjetivo, págs. 118–138. Número 3 en Monografías. ASEPUMA, Valencia, España (2007).
- CABALLERO, R. J., E. CERDÁ, M. MUÑOZ y L. REY (2002), Analysis and comparisons of some solution concepts for stochastic programming problems. *TOP*:

- An Official Journal of the Spanish Society of Statistics and Operations Research*, **10**(1), págs. 101–123.
- CARDONA, Y. Diseño de una cadena de suministro con múltiples objetivos e incertidumbre en las demandas. Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, México (2009).
- CHENG-LIANG, C. y L. WEN-CHENG (2004), Multi-objective optimization of multi-echelon supply chain networks with uncertain product demands and prices. *Computers & Chemical Engineering*, **28**(6-7), págs. 1131 – 1144.
- COCHRANE, J. y M. ZELENY (1973). *Multiple Criteria Decision Making*. University of South Carolina Press, Columbia.
- CORDEAU, J. F., F. PASIN y M. M. SOLOMON (2006), An integrated model for logistics network design. *Annals Operations Research*, **144**(1), págs. 59–82.
- CORNUÉJOLS, G., G. NEMHAUSER y L. WOLSEY. The uncapacitated facility location problem. En *Discrete Location Theory*, págs. 119–171 (1990).
- DEB, K., A. PRATAP, S. AGARWAL y T. MEYARIVAN (2000), A fast elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **6**, págs. 182–197.
- DWYER, J. M. (1962), Howard Raiffa and Robert Schlaifer. Applied statistical decision theory. Boston: Clinton Press, Inc., 1961. *Behavioral Science*, **7**(1), págs. 103–104.
- EHRGOTT, M. (2000). *Multicriteria optimization*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag.
- FEO, T. A. y M. G. C. RESENDE (1995), Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, **6**(2), págs. 109–133.

- FLEISCHMANN, B. y H. MEYR. *Planning Hierarchy, Modeling and Advanced Planning Systems*, volumen 11, Capítulo: Supply Chain Management: Design, Coordination and Operation, págs. 457–523. ELSEVIER, Amsterdam, Holanda (2003).
- FRANCA, R. B., E. C. JONES, C. N. RICHARDS y J. P. CARLSON (2010), Multi-objective stochastic supply chain modeling to evaluate tradeoffs between profit and quality. *International Journal of Production Economics*, **127**(2), págs. 292–299.
- GARCÍA, I., J. PACHECO y A. ALVAREZ (por publicar), Optimizing routes and stock. *Journal of Heuristics*, págs. 1–21. ISSN 1381-1231. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10732-011-9182-2>.
- GARCÍA CALVILLO, I. D. *Un enfoque metaheurístico para un problema de ruteo con flexibilidad en las fechas de entrega*. Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Nuevo León, México (2010).
- GEN, M., F. ALTIPARMAK y L. LIN (2006), A genetic algorithm for two stage transportation problem using priority based encoding. *OR Spectrum*, **28**(3), págs. 337–354.
- GLOVER, F. y M. LAGUNA (1997). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA.
- GÓMEZ CÁMARA, J. R. *Diseño de un sistema de recogida de residuos sólidos urbanos en un entorno rural: enfoque multiobjetivo y uso de metaheurísticos*. Tesis Doctoral, Universidad de Burgos, España (2010).
- GONZÁLEZ-VELARDE, J. L. y M. LAGUNA (2004), A benders-based heuristic for the robust capacitated international sourcing problem. *IIE Transactions*, **36**(11), págs. 1125–1133.
- GUILLÉN, G., F. D. MELE, M. J. BAGAJEWICZ, A. ESPUÑA y L. PUIGJANER (2005), Multiobjective supply chain design under uncertainty. *Chemical Engineering Science*, **60**(6), págs. 1535–1553.

- HILLIER, F. S. y G. J. LIEBERMAN (1967). *Introduction to operations research*. Holden-Day Inc., San Francisco.
- ILOG. CPLEX C++ 11.2 (2008). <http://www.ilog.com/products/cplex/>.
- JAYARAMAN, V. (1999), A multi-objective logistics model for a capacitated service facility problem. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, **29**(1), págs. 65–81.
- KLOSE, A. y A. DREXL (2005), Facility location models for distribution system design. *European Journal of Operational Research*, págs. 4–29.
- KOUVELIS, P. y G. YU (1997). *Robust Discrete Optimzation and Its Applications*. Kluwer Academic Publisher, The Netherlands.
- MADANSKY, A. (1960), Inequalities for stochastic linear programming problems. *Management Science*, **6**(2), págs. 197–204.
- MARGLIN, J. A. (1967). *Public Investment Criteria*. MIT, Press, Cambridge, Massachusetts.
- MELIÁN, B. y F. GLOVER. *Procedimientos metaheurísticos en economía y empresa*, Capítulo: Introducción a la búsqueda tabú, págs. 29–71. Número 3 en Monografías. ASEPUMA, Valencia, España (2007).
- MELO, M. T., S. NICKEL y F. SALDANHA-DA GAMA (2009), Facility location and supply chain management– a review. *European Journal of Operational Research*, **196**(1), págs. 401–412.
- MIRZAPOUR AL-E-HASHEM, S., H. MALEKLY y M. B. ARYANEZHAD (2011), A multi-objective robust optimization model for multi-product multi-site aggregate production planning in a supply chain under uncertainty. *International Journal of Production Economics*, **134**(1), págs. 28–42.
- MITRA, K. (2009), Multiobjective optimization of an industrial grinding operation under uncertainty. *Chemical Engineering Science*, **64**(23), págs. 5043 – 5056.

- MOLINA, J., M. LAGUNA, R. MARTÍ y R. CABALLERO (2007), SSPMO: A scatter tabu search procedure for non-linear multiobjective optimization. *INFORMS Journal on Computing*, **19**(1), págs. 91–100.
- MULVEY, J. M., R. J. VANDERBEI y S. A. ZENIOS (1995), Robust optimization of large-scale systems. *Operations Research*, **43**(2), págs. 264–281.
- MURIEL, A. y D. SIMCHI-LEVI (2003), Supply chain management: Design, coordination and operation. *Handbooks in Operation Research and Management Science*, **11**, págs. 17–93.
- OLIVARES, E. *Capacitated fixed cost facility location problem with transportation choices*. Tesis Doctoral, Instituto Tecnológico de Monterrey, México (2007).
- PAN, F. y R. NAGI (2010), Robust supply chain design under uncertain demand in agile manufacturing. *Computers & Operations Research*, **1**(37), págs. 668–683.
- PARETO, V. (1896). *Cours D'Economie Politique, volume I and II*. F. Rouge, Lausanne.
- ROMERO, C. (1993). *Teoría de la decisión multicriterio: conceptos, técnicas y aplicaciones*. Alianza Universidad Textos. Alianza Editorial, Madrid.
- SABRI, E. H. y B. M. BEAMON (2000), A multi-objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design. *Omega*, **28**(5), págs. 581–598.
- SALEMA, G. M. I., A. P. F. D. BARBOSA-PÓVOA y Q. A. NOVAIS (2007), An optimization model for the design of a capacitated multi-product reverse logistics network with uncertainty. *European Journal of Operational Research*, págs. 1063–1077.
- SANTOSO, T., S. AHMED, M. GOETSCHALCKX y A. SHAPIRO (2005), A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, **167**(1), págs. 96–115.

- SHARMA, J. y K. SWARUP (1977), Time minimizing transportation problems. *Proceedings Mathematical Sciences*, **86**, págs. 513–518.
- SNYDER, L. V. *Supply Chain Robustness and Reliability: Models and Algorithms*. Tesis Doctoral, Northwestern University, Chicago, EUA (2003).
- STADTLER, H. (2005), Supply chain management and advanced planning—basics, overview and challenges. *European Journal of Operational Research*, (163), págs. 575–588.
- STANCU-MINASIAN, I. (1984). *Stochastic programming with multiple objective functions*. Springer, Bucarest, Rumania.
- TSIAKIS, P., N. SHAH y C. PANTELIDES (2001), Design of multi-echelon supply chain networks under demand uncertainty. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, **40**(16), págs. 3585–3604.
- YU, P. L. (1973), A class of solutions for group decision problems. *Management Science*, **19**(8), págs. 936 – 946.
- ZANAKIS, S. H. y J. R. EVANS (1981), Heuristic “optimization”: Why, when, and how to use it. *Interfaces*, **11**(5), págs. 84 – 91.
- ZHOU, G., H. MIN y M. GEN (2003), A genetic algorithm approach to the bicriteria allocation of customers to warehouses. *International Journal of Production Economics*, (1), págs. 35–45.
- ZITZLER, E., L. THIELE, M. LAUMANN, C. M. FONSECA y V. G. DA FONSECA (2003), Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **7**(2), págs. 117–132.

FICHA AUTOBIOGRÁFICA

Yajaira Cardona Valdés

Candidato para el grado de Doctor en Ingeniería
con especialidad en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

ESTUDIO DE UN PROBLEMA BI-OBJETIVO DE DISEÑO
DE CADENA DE SUMINISTRO CON INCERTIDUMBRE EN
LAS DEMANDAS

Nací en Saltillo, Coahuila el 2 de septiembre de 1982. Graduada en 2004 de la Universidad Autónoma de Coahuila como Licenciada en Matemáticas Aplicadas y en el mismo año como Licenciada en Educación Secundaria con especialidad en Matemáticas en la Escuela Normal Superior del Estado de Coahuila. Realicé mis estudios de maestría en el Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la Universidad Autónoma de Nuevo León, en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Actualmente soy estudiante del mismo Posgrado, donde realizo mis estudios de doctorado. He trabajado bajo la supervisión de la Dra. Ada Margarita Álvarez Socarrás, de esta Universidad y el Dr. Joaquín Pacheco Bonrostro, de la Universidad de Burgos, en la realización de este trabajo de tesis titulado “Estudio de un problema bi-objetivo de diseño de cadena de suministro con incertidumbre en las demandas”.