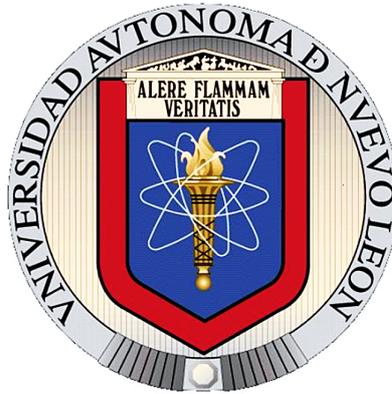


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL ROBUSTO POR MODOS DESLIZANTES DE ORDEN
SUPERIOR APLICADO A VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

POR

M. C. HERMAN CASTAÑEDA CUEVAS.

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA

CD. UNIVERSITARIA

12 DE DICIEMBRE DE 2013

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



CONTROL ROBUSTO POR MODOS DESLIZANTES DE ORDEN
SUPERIOR APLICADO A VEHÍCULOS AÉREOS NO TRIPULADOS

POR

M. C. HERMAN CASTAÑEDA CUEVAS.

TESIS

EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN CIENCIAS DE LA
INGENIERÍA ELÉCTRICA

CD. UNIVERSITARIA

12 DE DICIEMBRE DE 2013

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del comité de tesis recomendamos que la tesis "Control robusto por modos deslizantes de orden superior aplicado a vehículos aéreos no tripulados" realizada por el alumno M. C. Herman Castañeda Cuevas., matrícula 1505402 sea aceptada por su defensa como opción al grado de **Doctor en Ciencias** de la Ingeniería Eléctrica.

El Comité de Tesis



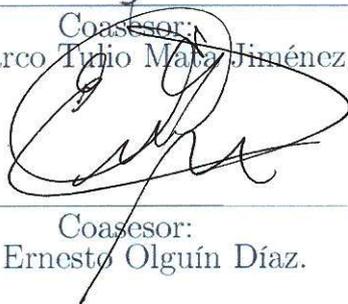
Asesor
Dr. Jesús de León Morales.



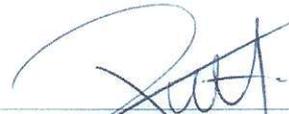
Coasesor:
Dr. Marco Tullio Maca Jiménez.



Coasesor:
Dr. Alberto Cavazos González.



Coasesor:
Dr. Ernesto Olguín Díaz.



Coasesor:
Dr. Vicente Parra Vega.

Vo. Bo.
Dr. Moisés Hinojosa Rivera
División de Estudios de Posgrado

Cd. Universitaria, a 12 de diciembre de 2013

Agradecimientos

Agradezco sinceramente al Dr. Jesús de León Morales por la formación, los consejos, las correcciones, el apoyo para realizar este trabajo y en particular la experiencia compartida.

También agradezco a los profesores revisores de esta tesis, que con sus comentarios enriquecieron este trabajo.

Además, expreso mi gratitud al programa de posgrado de Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica FIME por brindarme una oportunidad para realizar este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología CONACyT y a la Universidad Autónoma de Nuevo León UANL por su apoyo económico sin el cual no hubiera podido realizar esta tesis.

RESUMEN

Publicación No. _____

Herman Castañeda Cuevas, M. C. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León, 2013

Profesor Asesor: Dr. Jesús de León Morales

En esta tesis, se aplican las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, esto con el objetivo de controlar un vehículo aéreo no tripulado (UAV) de ala fija y un sistema doble rotor de 3 grados de libertad (plataforma que emula el vuelo restringido de un helicóptero Tandem). Cabe mencionar que los UAVs han sido de gran interés recientemente dentro de la comunidad científica por sus atractivas aplicaciones, por ejemplo la vigilancia, asistencia en operativos policíacos, monitoreo de tráfico, investigaciones meteorológicas, inspección de líneas eléctricas de alto voltaje, sólo por mencionar algunas.

Por otro lado, el modelo matemático que representa el comportamiento dinámico de los vehículos aéreos no tripulados está representado por sistemas no lineales con varias funciones, y que además están acopladas. Más aún, la parametrización de estos modelos depende de las propiedades aerodinámicas de dichos vehículos. Este hecho implica incertidumbre paramétrica en el modelado. Además, debido a la talla pequeña de los UAVs, estos son susceptibles a perturbaciones externas, principalmente ráfagas de viento, dichas perturbaciones pueden llegar a desviar a los UAVs de su misión o en un caso peor desestabilizar y ocasionar un daño en el vehículo.

Por lo anterior, las estrategias de control deben ser robustas ante incertidumbres en el modelado, dinámicas acopladas de los vehículos y a perturbaciones externas.

Las técnicas de control por modos deslizantes han atraído la atención de diferentes grupos de investigación, gracias a las atractivas características que poseen estas técnicas como son: La convergencia en tiempo finito, la robustez ante incertidumbres en el modelado y a perturbaciones externas. Sin embargo, una de las desventajas que presentan las técnicas de control por modos deslizantes es el fenómeno indeseado conocido como *chattering*, este se presenta debido a la alta frecuencia de conmutación en el control.

Este *chattering* se puede convertir en un daño para los dispositivos de actuación, puesto que se someten a una intensa demanda de trabajo. No obstante, han surgido las estrategias de control por modos deslizantes de orden superior, las cuales reducen significativamente el efecto *chattering*, logrando un control con las propiedades de convergencia, robustez, y que además es continuo.

Las estrategias de control utilizadas en la presente tesis son: El control cuasi-continuo y el control super twisting adaptativo, estos controladores se aplicaron con el objetivo de controlar los UAVs para el seguimiento de trayectorias en presencia de perturbaciones externas y bajo condiciones de incertidumbre en el modelo. Más aún, con el fin de implementar los controles mencionados es necesario contar con la información del estado del UAV, esto no siempre es posible, por lo tanto se usan observadores por modos deslizantes para estimar las variables requeridas por el controlador.

Los resultados en simulación y experimentación respectivamente ilustran el desempeño y la efectividad de las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, las cuales se utilizan para controlar un vehículo aéreo no tripulado de ala fija y un sistema doble rotor de tres grados de libertad para el seguimiento de trayectorias en presencia de incertidumbres en el modelo y perturbaciones externas.

Índice General

Resumen	IV
Índice General	VI
Índice de Tablas	IX
Índice de Figuras	X
1. Introducción	1
1.1. Definición y clasificación de los vehículos aéreos no tripulados	1
1.1.1. Vehículos aéreos según su configuración aerodinámica	3
1.1.2. Aplicaciones de los UAVs	10
1.2. Descripción del problema	12
1.3. Antecedentes	13
1.4. Hipótesis	15
1.5. Objetivos	16
1.6. Contenido	17
2. Modelado matemático de un UAV de ala fija	18
2.1. Modelo matemático de un cuerpo rígido en 3 dimensiones	18
2.1.1. Cinemática de un cuerpo rígido en el espacio	19
2.1.2. Dinámica de un cuerpo rígido	22
2.2. Aerodinámica	23
2.2.1. Perfil de un ala	23
2.2.2. Fuerzas y momentos aerodinámicos.	27

2.2.3.	Cálculo de coeficientes aerodinámicos	38
2.3.	Ecuaciones dinámicas de un UAV de ala fija	44
3.	Control y Observación de sistemas dinámicos	45
3.1.	Control por modos deslizantes	46
3.2.	Control por modos deslizantes de orden superior	47
3.2.1.	Control Super Twisting Adaptativo	48
3.2.2.	Control cuasi-continuo por modos deslizantes	55
3.2.3.	Esquema de control-observador cuasi-continuo [39]	58
3.3.	Observadores por modos deslizantes	59
3.3.1.	Observador super twisting [48]	60
3.3.2.	Diferenciador robusto exacto de orden arbitrario	62
4.	Control de un vehículo aéreo no tripulado ala fija	65
4.1.	Análisis del modelo	65
4.1.1.	Principio de separación en escalas de tiempo	69
4.2.	Diseño del control de pilotaje	72
4.2.1.	Actuadores para las superficies móviles de un UAV de ala fija	77
4.3.	Diseño del control de velocidad.	78
4.3.1.	Actuador para la generación de empuje en un UAV de ala fija	83
4.4.	Control de rechazo de perturbaciones	84
4.5.	Resultados en Simulación.	88
4.5.1.	Resultados del control cuasi-continuo.	90
4.5.2.	Resultados del control Super twisting Adaptativo.	95
4.6.	Conclusiones	106
5.	Control de un sistema doble rotor de 3GDL	108
5.1.	Modelo de un sistema doble rotor de 3 GDL	108
5.2.	Estrategia de control para un sistema doble rotor de 3 GDL	112
5.2.1.	Diseño del control virtual	113
5.2.2.	Trayectorias deseadas y voltajes de control	115
5.3.	Diseño de los controladores para la orientación	116
5.3.1.	Diseño del control Super Twisting Adaptativo	116

5.3.2. Diseño del control PID	117
5.4. Simulación	119
5.5. Validación Experimental	121
5.5.1. Estabilización	122
5.5.2. Trayectoria deseada	125
5.6. Conclusión	127
6. Conclusiones	129
A. Publicaciones	132
A.1. Artículos en Revista	132
A.2. Artículos en Congreso Internacional	133
A.3. Artículos en Congreso Nacional	133
Bibliografía	134

Índice de Tablas

2.1. Coeficientes aerodinámicos	42
2.2. Propiedades B-25 Mitchell.	43
4.1. Ganancias de los controladores de orientación	89
4.2. Ganancias del control de velocidad	90
5.1. Especificaciones del TROS de 3gdl [7].	112
5.2. Ganancias de los controladores PID y PD.	118
5.3. Ganancias de los controladores STA.	119

Índice de Figuras

1.1. Avión modelo Mitchell B-25 [3].	4
1.2. Fuerzas aplicadas a un avión.	5
1.3. Helicópteros bi-rotor. a) Clásico [4]. b) Coaxial [5]. c) Tandem [6].	7
1.4. Sistema doble rotor de 3 GDL de Quanser [7].	8
1.5. Helicóptero tri-rotor [8].	8
1.6. Helicóptero cuadri-rotor [9].	9
1.7. Aplicaciones civiles [10, 11, 12].	11
1.8. Aplicaciones militares [13, 14, 15].	12
2.1. Marcos de referencia.	19
2.2. Perfil de un ala.	24
2.3. Definición de los ejes y ángulos de un avión.	28
2.4. Curva típica del coeficiente de arrastre [31].	30
2.5. Curva típica del coeficiente de sustentación [31].	31
2.6. Curva típica del coeficiente de fuerza lateral [27].	33
2.7. Curva típica del coeficiente del momento de alabeo [31].	34
2.8. Curva típica del coeficiente del momento de cabeceo [31].	35
2.9. Curva típica del coeficiente del momento de guiñada [31].	37
2.10. Modelo del avión a escala B-25 Mitchell ARF.	38
2.11. Configuración de alas del UAV de ala fija.	39
2.12. Perspectivas del UAV de ala fija.	40
2.13. Puntos de evaluación de fuerzas.	41
2.14. Presión.	41
4.1. Estructura de control	72

4.2. Servomotor [54] 77

4.3. Motor con hélice de un UAV de ala fija [55]. 83

4.4. Esquema de control ADRC 87

4.5. Estructura de simulación 88

4.6. Diagrama del control cuasi-continuo 90

4.7. Trayectoria deseada. Caso cuasi-continuo 91

4.8. Orientación del UAV. Caso cuasi-continuo. 92

4.9. Entradas de control. Caso cuasi-continuo. 92

4.10. Error de seguimiento. Caso cuasi-continuo. 93

4.11. Control de velocidad. Caso cuasi-continuo. 93

4.12. Diagrama del control super twisting adaptativo + observador 95

4.13. Trayectoria deseada. Caso STA+Observador ST 96

4.14. Orientación del UAV. Caso STA + Observador ST 97

4.15. Entradas de control. Caso STA + Observador ST. 97

4.16. Error de seguimiento. Caso STA + Observador ST. 98

4.17. Ganancias adaptativas. Caso STA + Observador ST. 98

4.18. Control de velocidad. Caso STA + Observador ST. 99

4.19. Animación de la trayectoria. Caso STA + Observador ST. 99

4.20. Diagrama del control STA + diferenciador 101

4.21. Trayectoria deseada. Caso STA + diferenciador. 102

4.22. Orientación del UAV. Caso STA + diferenciador. 103

4.23. Respuestas del control. Caso STA + diferenciador. 103

4.24. Error de seguimiento. Caso STA + diferenciador. 104

4.25. Ganancias adaptativas. Caso STA + diferenciador. 104

4.26. Control de velocidad. Caso STA + diferenciador. 105

4.27. Animación del UAV de ala fija. Caso STA + diferenciador. 105

5.1. Sistema doble rotor de 3gdl Quanser [7]. 109

5.2. Diagrama de cuerpo libre del helicóptero 3gdl [7]. 110

5.3. Esquema del piloto automático. 115

5.4. Trayectoria deseada. 115

5.5. Orientación del sistema doble rotor 3gdl. 119

5.6. Voltaje aplicados a los motores dc.	120
5.7. Error de seguimiento (deg).	120
5.8. Ganancias adaptativas.	121
5.9. Plataforma de experimentación	122
5.10. Resultados experimentales de regulación.	123
5.11. Regulación. Voltajes aplicados.	123
5.12. Regulación. Error de seguimiento	124
5.13. Regulación. Ganancias adaptativas	124
5.14. Seguimiento de trayectoria del sistema doble rotor de 3gdl.	125
5.15. Seguimiento. Voltajes aplicados a los motores	126
5.16. Seguimiento. Error de seguimiento (deg)	126
5.17. Seguimiento. Ganancias adaptativas	127

Capítulo 1

Introducción

1.1. Definición y clasificación de los vehículos aéreos no tripulados

Un Vehículo Aéreo no Tripulado UAV (por sus siglas en inglés) se define como un vehículo sin tripulación humana, en el cual el control de vuelo se efectúa mediante un piloto automático, el cual está implantado en una tarjeta electrónica embebida [1]. Los UAVs pueden clasificarse de diferentes maneras, una de ellas es por el rango de operación y van desde los UAVs de gran alcance hasta los de dimensiones diminutas, una forma de categorizar los UAVs es la siguiente [2]:

- HALE: Son vehículos de gran rango de operación (High Altitude Long Endurance por sus siglas en inglés) Vuelan a más de 15000 metros de altitud y más de 24 horas de operación. Ellos pueden llevar a cabo reconocimiento y vigilancia (global), además pueden estar significativamente armados, y se operan normalmente desde bases militares.
- MALE: De mediano rango (Medium altitude long endurance). Estos vehículos operan entre 5000-15000 metros de altitud y hasta 24 horas de operación. El rol es similar a

los UAVs tipo HALE. Sin embargo, estos operan a distancias algo más cortas, pero aún excediendo los 500 kilómetros. También son comandados desde estaciones fijas.

- TUAV: De uso táctico (Medium Range or Tactical UAV) con rango de operación en el orden de los 100 y 300 kilómetros. Estos vehículos aéreos son pequeños y operados con sistemas más simples que los HALE o MALE y también son operados por fuerzas terrestres y navales.
- Vehículos de corto alcance (Close Range UAV): Estos vehículos son usados por grupos móviles de soldados, para operaciones navales y para diversos propósitos de orden civil. Estos UAV operan normalmente en rangos de hasta aproximadamente 100 kilómetros y probablemente sean los más usados en ambos campos (civil y militar), incluyendo usos como diversos reconocimiento, destino de objetivos, monitoreo, seguridad del espacio aéreo, vigilancia buque-puerto, inspección de líneas eléctricas de alta tensión, fumigación, monitoreo del tráfico, etc.
- MUAV: Son Mini UAVs por debajo de cierta masa probablemente por debajo de los 20 kilogramos, pero no tan pequeño como un MicroUAV, capaz de ser lanzado a mano y operando rangos de hasta aproximadamente 30 kilómetros. Son usados también por grupos móviles de soldados y particularmente diversos propósitos de orden civil.
- MicroUAV: Estos originalmente fueron definidos como UAVs con envergadura de ala no mayor a 150 milímetros. Esto ha sido un tanto relajado pero el MAV es requerido principalmente para operaciones en un ambiente urbano, particularmente entre edificios. Es necesario volar lentamente, preferiblemente elevarse y establecerse en un punto, es decir, ser capaz de detenerse y postrarse sobre un muro. Para lograr este desafío, la investigación está siendo conducida hacia algunas configuraciones no convencionales tal como vehículos con aleteo de las alas. Los MAV son generalmente lanzados a mano y por lo

tanto versiones de vehículos con alas tienen muy bajas cargas laterales que deben hacerlas muy vulnerables a la turbulencia atmosférica. Estos tipos son muy propensos a tener problemas de precipitación.

- NanoUAV: Estos se proponen para ser del tamaño de las semillas de un árbol llamado sicomoro y usados en multitud para fines tales como la confusión de un radar, o si la cámara, propulsión y subsistemas de control pueden hacerse lo suficientemente pequeño, para la vigilancia de ultra corto alcance.

1.1.1. Vehículos aéreos según su configuración aerodinámica

En la sección anterior se presentó una clasificación de los UAVs según el rango de operación, el objetivo de este trabajo es la aplicación de nuevas estrategias de control. Por lo tanto, nos referimos a los Mini UAV. Puesto que, son vehículos de talla pequeña (0.5 a 2 metros) y con una masa no mayor a 10 kilogramos. Además, el tiempo de vuelo se considera no mayor a 30 minutos y la capacidad de carga en el orden de hasta 1.5 kilogramo. Entonces, a partir de las consideraciones dadas, reduciremos la clasificación de vehículos aéreos y nos centraremos en los de ala fija (aviones) y los de ala rotatoria (helicópteros de doble rotor, tri-rotor, cuadri-rotor, etc.) con las proporciones mencionadas anteriormente.

Avión

El avión es una aeronave con mayor densidad que el aire, provisto de alas y un espacio de carga, capaz de volar impulsado por uno o más motores (ver Figura 1.1). Los aeroplanos incluyen a los monoplanos, biplanos y triplanos. Los aeroplanos sin motor, se denominan planeadores.

Según la definición de la Organización Internacional de Aviación Civil OACI (por sus siglas

en inglés) es una aeronave propulsada por motor, que debe su sustentación en vuelo principalmente a reacciones aerodinámicas ejercidas sobre superficies que permanecen fijas en determinadas condiciones de vuelo.



Figura 1.1. Avión modelo Mitchell B-25 [3].

Su principio de funcionamiento se basa en la fuerza aerodinámica que se genera sobre las alas, en sentido ascendente, llamada sustentación. Esta se origina por la diferencia de presiones entre la parte superior e inferior del ala, producida por la forma del perfil alar. El movimiento de un avión se rige por la iteración de tres fuerzas:

- La fuerza de empuje, que es generada por un medio de propulsión.
- El efecto de la gravedad terrestre sobre el vehículo.
- La fuerza aerodinámica, esta fuerza esta compuesta de la sustentación y el arrastre.

Estas fuerzas se representan por cuatro vectores (ver Figura 1.2), donde la fuerza de sustentación es opuesta al peso y la tracción actúa en contra del arrastre.

Cuando la aeronave está en vuelo horizontal y a velocidad constante, el peso se equilibra por la fuerza de sustentación, y el arrastre se compensa por el empuje. Desde esta posición de equilibrio, cualquier modificación de los parámetros conduce a un desequilibrio. Por ejemplo, si el piloto desacelera, el arrastre se convierte en dominante y la velocidad disminuye. Entonces,

la sustentación también disminuye puesto que es proporcional al cuadrado de la velocidad. Entonces, la aeronave se encuentra en una trayectoria descendente, debido a su peso.

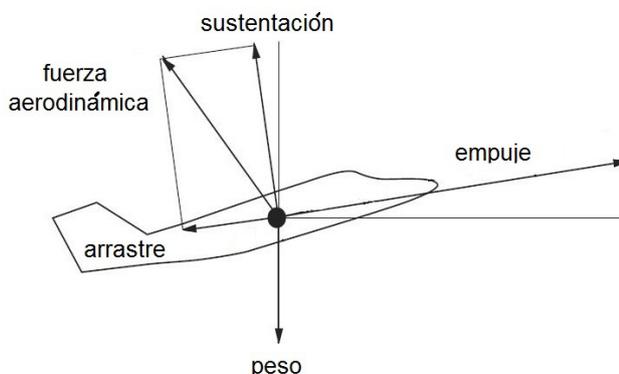


Figura 1.2. Fuerzas aplicadas a un avión.

Para las aeronaves de ala fija, la fuerza de propulsión está orientada a lo largo del eje longitudinal de la aeronave. Esta es la velocidad relativa y los perfiles de ala que generan un empuje del aire que generan una fuerza de sustentación opuesta al peso. En otras palabras, el avión tiene que volar hacia delante. Como resultado, para conseguir trayectorias verticales y/o en el plano horizontal, es necesario crear momentos alrededor de los tres ejes con el objetivo de guiar la fuerza de propulsión en la dirección deseada. En un avión, estos momentos se consiguen utilizando pequeñas superficies móviles controladas por el piloto, estas son:

- *Los alerones*, situados generalmente uno en cada extremo del ala, estos generan una inclinación alrededor del eje longitudinal del avión, esto permite crear el movimiento de alabeo.
- *El elevador*, se encuentra en el estabilizador horizontal colocado en el empenaje de un avión. Este provoca un movimiento en el eje transversal de la aeronave y proporciona un momento de cabeceo.

- *El timón*, se localiza en el estabilizador vertical del empenaje y pivotea alrededor del eje vertical del avión, generando un momento de guiñada.

Por lo tanto, en el ascenso y descenso de un avión se controla la sustentación durante la trayectoria, esto se hace a través del elevador y del empuje. La dirección en el plano horizontal (movimiento lateral) se realiza por medio de la acción combinada del empuje, alerones, elevador y el timón.

Helicópteros

Un helicóptero es una aeronave que es sustentada y propulsada por uno o más rotores, cada uno formado por dos o más palas. Los helicópteros están clasificados como aeronaves de ala rotatoria, para distinguirlos de las aeronaves de ala fija, los helicópteros crean sustentación con las palas que rotan alrededor de un eje vertical.

La principal ventaja de los helicópteros se debe a que proporcionan sustentación sin que la aeronave se esté desplazando. Por lo tanto, permite realizar despegues y aterrizajes verticales sin necesidad de una pista. Por esta razón, los helicópteros se usan a menudo en zonas congestionadas o aisladas donde los aviones no pueden despegar o aterrizar.

Los helicópteros pueden ser clasificados según la cantidad de rotores que posean. Una manera es la siguiente:

- bi-rotores. Dentro de esta categoría se encuentran el helicóptero clásico, el Tandem y el coaxial
- tri-rotores
- cuadri-rotores

Helicópteros bi-rotor

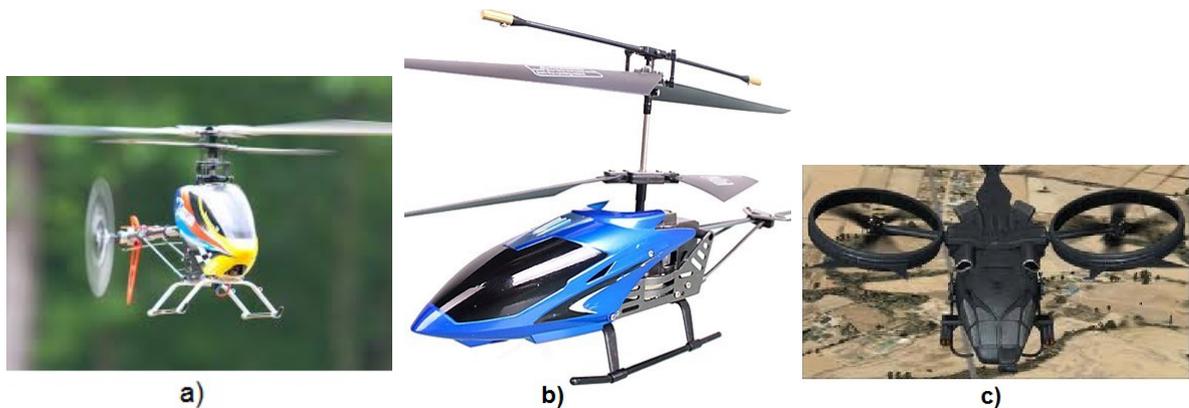


Figura 1.3. Helicópteros bi-rotor. a) Clásico [4]. b) Coaxial [5]. c) Tandem [6].

Helicóptero clásico. Es el más utilizado alrededor del mundo. Se compone de un rotor principal y un rotor auxiliar situado en la parte trasera de la aeronave llamado rotor de cola. El rotor principal produce la fuerza de sustentación, la fuerza de avance, la rotación sobre el eje transversal y la rotación sobre el eje longitudinal del helicóptero. Por otra parte, el rotor de cola se utiliza para compensar los efectos giroscópicos (gira sobre su propio eje vertical) producidos por la rotación del rotor principal. Por lo tanto, el rotor de cola gobierna el control de guiñada del helicóptero. En la Figura 1.3.a se muestra un helicóptero en miniatura convencional.

Helicóptero coaxial. Este tipo de aeronave, evita el uso del rotor de cola (ver Figura 1.3.b), esto se hace mediante colocación de dos rotores contra-rotativos, con la particularidad que los rotores están colocados uno encima de otro en el mismo eje de rotación (principal). De ésta forma compensa los efectos giroscópicos que se generan por la inercia del rotor. Otra característica notable es el tamaño del cuerpo que puede llegar a tener, es menor comparada con otros tipos de helicópteros.

Helicóptero en tandem. Este reemplaza el rotor de cola y en lugar de contar con un rotor principal, cuenta con dos rotores colocados en los extremos de la cabina como muestra la Figura

1.3.c. Estos rotores tienen la misma configuración, es decir, igual dimensión, potencia pero la dirección en que giran es opuesta, esto con el fin de compensar los efectos de carga y cantidad de movimiento de cada rotor. La interacción de los dos rotores ofrece para el helicóptero, una mayor capacidad de carga.



Figura 1.4. Sistema doble rotor de 3 GDL de Quanser [7].

Por otra parte, una plataforma de experimentación la cual emula el movimiento restringido de un helicóptero tandem se muestra en la Figura 1.4, este es un sistema doble rotor que posee 3 grados de libertad aquí lo llamamos TROS (de las siglas en inglés Tandem Rotor System). El modelado y control de este sistema se abordará en los Capítulos siguientes.

Helicópteros tri-rotor



Figura 1.5. Helicóptero tri-rotor [8].

Este helicóptero se compone de dos rotores uno en la parte frontal y otro en la parte trasera

como se muestra en la Figura 1.5, ambos rotores giran en dirección opuesta uno respecto al otro y están unidos mediante un eslabón al centro del vehículo. Un tercer rotor, situado en la cola se puede inclinar por medio de un servo motor para producir un movimiento de guiñada. La velocidad angular de los dos rotores principales se controla para generar la sustentación principal, así como el movimiento de alabeo. Por último, el movimiento de inclinación (cabeceo) se logra mediante la variación de la velocidad angular del rotor de cola.

Helicópteros cuadri-rotor



Figura 1.6. Helicóptero cuadri-rotor [9].

Un helicóptero que posee 4 rotores que generan sustentación, es llamado cuadri-rotor (ver Figura 1.6). El principio básico es colocar cuatro rotores en cuatro esquinas de la aeronave en el mismo plano horizontal ya sea en forma de X ó H.

El movimiento de elevación y descenso de tal vehículo es proporcionado por los cuatro rotores a la vez. La diferencia de sustentación entre los motores frontales y traseros produce un momento de inclinación (cabeceo) que controla el movimiento de traslación (adelante/atrás).

El movimiento de izquierda/derecha es proporcionada por la diferencia del impulso entre los rotores situados en extremos. Entonces, para el control de guiñada del cuadri-rotor, este se produce mediante la suma de la carga y cantidad de movimiento de los cuatro rotores, estos

definen la dirección de rotación. En efecto, cada hélice que gira a una cierta velocidad genera un movimiento opuesto a la dirección de rotación.

El sentido de giro de las hélices delantera/trasera e izquierda/derecha se invierte, y se puede cancelar o controlar la suma del par de carga y cantidad de movimiento. Por lo tanto, como los cuatro motores están sometidos al mismo par de carga y cantidad de movimiento, la suma es cero y no hay rotación horizontal de la aeronave. Por el contrario, si se crea una diferencia entre velocidad de los motores que giran en direcciones opuestas, haciendo la sumatoria de par de carga y cantidad de movimiento, se genera la rotación del vehículo.

Note que los rotores están en números pares y para cambios muy pequeños en torno a la velocidad de equilibrio, la diferencia del par de carga y cantidad de movimiento de los rotores es imperceptible.

1.1.2. Aplicaciones de los UAVs

Actualmente, existe una variedad importante de aplicaciones para este tipo de vehículos aéreos no tripulados y la selección del vehículo depende de su utilización. Se puede seleccionar la aplicación ya sea en el ámbito civil o en el militar. Por ejemplo, en la Figura 1.7 se observan aplicaciones de orden civil, algunas son [2]:

Aplicaciones civiles

- Tráfico. Monitoreo y control de caminos.
- Meteorología. Muestreo y análisis atmosférico.
- Fotografía aérea. Cartografía, vídeo, etc.

- Agricultura. Fumigación y monitoreo de las parcelas
- Guardia costera. Búsqueda y rescate de personas, vigilancia de los límites marítimos.
- Compañías Eléctricas. Inspección de líneas eléctricas de alta tensión.



Figura 1.7. Aplicaciones civiles [10, 11, 12].

Aplicaciones Militares

En lo referente a las aplicaciones militares, éstas comprenden las fuerzas armadas terrestres, aéreas y marinas como se puede ver en la Figura 1.8.

- Reconocimiento. Exploración de nuevos territorios.
- Vigilancia del perímetro de la base aérea, terrestre o marítima.
- Localización de objetivos.
- Monitoreo de actividades nucleares, biológicas, etc.
- Sigilo. Evasión de radares.
- Comunicaciones. Estaciones de transmisión aéreas.



Figura 1.8. Aplicaciones militares [13, 14, 15].

Con base en las definiciones y clasificaciones anteriores, se establece el contexto de los vehículos aéreos no tripulados, es decir, que se que son, como se clasifican y para que se utilizan. A continuación se plantea el problema referente a esta tesis.

1.2. Descripción del problema

Para llevar a cabo las diversas misiones es necesario controlar los UAVs. El diseño de los controladores llega a ser un reto. Puesto que, durante el vuelo los UAVs se ven afectados por diferentes factores ambientales tales como altitud, viento, presión, temperatura y otros factores atmosféricos que interfieren con el plan de vuelo, siendo las ráfagas de viento las que más afectan [2]. Adicionalmente, la dinámica de los UAVs es no lineal y fuertemente acoplada. Más aún, en el caso de un ala fija los parámetros aerodinámicos que complementan el modelo dinámico son funciones no lineales complejas que necesitan ser medidas en un costoso laboratorio de fluidos (túnel de viento) o estimarse mediante un software (por ejemplo: Tornado) [16].

Entonces, el diseño de controladores basados en modelos linealizados no pueden garantizar la estabilidad fuera de la región de equilibrio. Por otro lado, los controladores basados en el conocimiento exacto del modelo resulta, en una tarea muy complicada y sujetos a errores en el modelado.

Por lo tanto, una solución es el diseño de controladores robustos para UAVs, donde los controladores sean capaces de operar bajo condiciones de incertidumbres, dinámica acoplada y además de comandar la misión programada para el vehículo a pesar de perturbaciones externas.

1.3. Antecedentes

Algunas técnicas de control han sido usadas con el objetivo de controlar aviones y helicópteros, la mayoría basadas en las estrategias de control clásico y con el objetivo de proporcionar comodidad para la tripulación, esto hasta antes de la aparición de los vehículos aéreos no tripulados, donde debido a la diversidad de aplicaciones se requieren nuevas metodologías de control con el objetivo de aumentar la maniobrabilidad, realizar misiones más complejas, reducir el gasto de energía, obtener mayor capacidad de carga de los UAVs.

Con base en lo anterior, y con el propósito de abordar el problema de controlar aeronaves, se han implementado algunas técnicas de control. Las más comunes son aquellas técnicas basadas en aproximaciones lineales [17, 18], donde se propone una linealización en un punto de equilibrio generalmente vuelo crucero en aviones y estabilización en helicópteros. Sin embargo, esta metodología asegura robustez sólo en el punto de equilibrio, y además es necesario conocer los parámetros aerodinámicos. Para el caso de los vehículos aéreos de ala fija, por ejemplo, en [19] se aborda el diseño de un esquema de control conocido como backsteeping adaptativo, el cual está basado en variedades invariantes para el seguimiento del ángulo de ataque, ángulo de deslizamiento y el ángulo alabeo. Este diseño es robusto ante variaciones aerodinámicas. No obstante, el control está basado en un modelo linealizado.

En lo subsecuente, técnicas de control no lineal como linealización por retroalimentación [20] y dinámica inversa no lineal [21] esta metodología transforma la dinámica de las variables a controlar en una cadena de integradores usando retroalimentación de estado, la cual se logra

solamente bajo las condiciones de perturbaciones acopladas y que la dinámica residual sea estable, esto impone una restricción en la selección de variables a controlar.

Además, técnicas de control robusto basados en pasividad [22], donde se usa la forma Hamiltoniana del sistema y la ley de control se selecciona tal que la función de energía de lazo cerrado deseada total sea cero. No obstante, es necesario conocer el modelo exacto y establecer condiciones para evitar singularidades en el control, esto debido a la naturaleza de los modelos matemáticos de los UAVs. Por lo tanto, el diseño de estos controladores es laborioso.

Variedades invariantes, también han sido diseñadas para el control de vuelo de UAVs, como en [23], donde una función de energía es usada para el diseño del controlador robusto en presencia de momentos aerodinámicos con coeficientes desconocidos. Sin embargo, ésta función de energía no es fácil de obtener lo que limita su aplicación. Más aún, este controlador necesita mediciones exactas del estado, lo que limita su implementación.

Es bien conocido que las técnicas de control por modos deslizantes son robustas ante perturbaciones e incertidumbres, y es relativamente simple la sintonización. Desafortunadamente, las oscilaciones de alta frecuencia de la entrada de control, el llamado fenómeno *chattering* puede llegar a ocasionar daño en los actuadores. Con el objetivo de reducir el efecto *chattering*, mejorar la precisión y asegurar la convergencia en tiempo finito al objetivo de control, nuevas estrategias surgieron en el inicio de la década de 1990, los llamados control por modos deslizantes de orden superior [24].

Dentro de las técnicas de modos deslizantes de orden superior se encuentra el control por retroalimentación de la salida, que consta de un control cuasi-continuo y un diferenciador robusto que provee las derivadas de la superficie deslizante. Este controlador puede aplicarse a sistemas dinámicos de grado n y sólo es necesario conocer el grado relativo del sistema a controlar, además satisface el principio de separación por lo que el control y el diferenciador son

diseñados independientemente. Este controlador presentado por [25], preserva las propiedades de robustez, convergencia en tiempo finito y proporciona una salida de control continuo.

Otra estrategia de control por modos deslizante de alto orden es el control super-twisting adaptativo, el cual fué propuesto por [26]. Este controlador adaptativo proporciona un control robusto sin sobreestimar las ganancias de control, convergencia en tiempo finito, y además, es posible aplicarlo a una amplia clase de sistemas no lineales que posean grado relativo 1, los cuales son sometidos a perturbaciones del tipo aditivas y multiplicativas cuyas cotas sean desconocidas. Esta última característica es muy interesante dado que permite reducir el procedimiento de identificación.

1.4. Hipótesis

Puesto que, los vehículos aéreos no tripulados de talla pequeña son susceptibles a perturbaciones externas tales como el viento, además la dinámica de estos vehículos es no lineal y fuertemente acoplada. Por lo tanto, el diseño de controladores debe ser lo suficientemente robusto para mantener la estabilidad del UAV bajo las condiciones mencionadas.

Por otro lado, las técnicas de modos deslizantes de orden superior son insensibles ante perturbaciones acopladas desconocidas pero acotadas, no necesitan conocer el modelo exacto del sistema y además poseen convergencia en tiempo finito.

Entonces, es posible diseñar controladores robustos para controlar el vuelo de vehículos aéreos no tripulados para seguir trayectorias deseadas en presencia de perturbaciones externas tal como el viento, considerando dinámica no lineal del UAV e incertidumbres en el modelo.

1.5. Objetivos

El estudio realizado en la presente tesis tiene por objetivo, aplicar algunas de las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior para el control de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija y un sistema doble rotor (TROS) de 3 grados de libertad en presencia de perturbaciones externas tales como el viento e incertidumbres en el modelado. Para lograr este objetivo se contemplan los siguientes objetivos particulares.

- Realizar el modelado matemático de un avión miniatura y obtener los coeficientes aerodinámicos del mismo.
- Desarrollar un simulador en el ambiente Matlab/Simulink.
- Modelar matemáticamente el comportamiento dinámico del sistema doble rotor de 3 grados de libertad.
- Aplicar los controladores cuasi-continuo y super twisting adaptativo basados en las técnicas más recientes de control por modos deslizantes de orden superior para el control de algunos vehículos aéreos no tripulados, en este caso un UAV de ala fija y un sistema doble rotor.
- Aplicar los observadores super twisting y diferenciador por modos deslizantes con el fin de reconstruir el estado necesario para la implementación de los controladores.
- Someter los esquemas de control propuestos a condiciones de perturbaciones externas mediante simulación y experimentación, con el objetivo de verificar la efectividad y desempeño.

1.6. Contenido

La estructura de la presente tesis está distribuida de la siguiente manera:

En el Capítulo 1, se presenta una introducción acerca de los vehículos aéreos no tripulados, donde se encuentran definiciones, clasificación de UAVs, así como algunas aplicaciones. Además, se hace un planteamiento del problema y se incluye un estado del arte con respecto al control de UAVs.

El modelado matemático que representa el comportamiento dinámico de un UAV de ala fija y de un helicóptero de 3 grados de libertad se considera en el Capítulo 2. Más aún, para el caso del UAV de ala fija se realiza una caracterización de la aerodinámica mediante el uso del programa de computo Tornado.

En el Capítulo 3, se introduce la teoría de control basado en las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, con el objetivo de proporcionar las bases necesarias para el diseño de controladores robustos para el control de vuelo de los UAVs. Además, se agrega el diseño de observadores, estos se utilizan para reconstruir el estado necesario para la implementación del control.

En el Capítulo 4, se trata el diseño del control de vuelo de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija para el seguimiento de trayectorias, los resultados ilustran el desempeño del controlador ante dinámica acoplada, incertidumbre en el modelo y perturbaciones externas.

En el Capítulo 5, se presentan experimentos para el control de orientación de un helicóptero de 3 grados de libertad, donde los resultados muestran el desempeño y efectividad del control super twisting adaptativo ante perturbaciones externas.

Finalmente, se proporcionan las conclusiones y perspectivas acerca de la presente tesis.

Capítulo 2

Modelado matemático de un UAV de ala fija

En este capítulo, se presenta la obtención del modelo matemático que describe la dinámica de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija. Primero, se explica como las posiciones y velocidades traslacionales y rotacionales se determinan con respecto a un marco de referencia inercial, se obtiene tanto la cinemática como la dinámica del vehículo. Posteriormente, se realiza un análisis de aerodinámica y se obtienen los coeficientes aerodinámicos que representan las fuerzas que actúan sobre el vehículo en una condición de vuelo en equilibrio.

2.1. Modelo matemático de un cuerpo rígido en 3 dimensiones

La obtención de las ecuaciones de movimiento para un objeto rígido (vehículo aéreo no tripulado) moviéndose libremente en el espacio tridimensional $3D$, se realiza por medio de las leyes de Newton (ver [27] para más detalles). Normalmente, esas ecuaciones están expresadas en un marco referencial adjunto al cuerpo (UAV), puesto que los parámetros alrededor del vehículo son constantes respecto a ese marco. Sin embargo, para usar las leyes de Newton, éstas deben

ser expresadas en un marco referencial inercial. En la literatura, este conjunto de ecuaciones expresan 6 grados de libertad. Para representar esta dinámica es necesario analizar la parte cinemática y la dinámica. En la siguiente subsección, se presenta el desarrollo de las ecuaciones cinemáticas para un cuerpo libre en el espacio tridimensional.

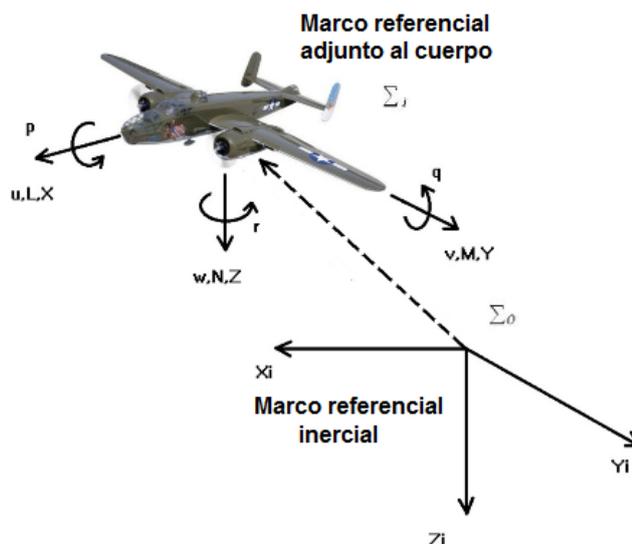


Figura 2.1. Marcos de referencia.

2.1.1. Cinemática de un cuerpo rígido en el espacio

Considere que Σ_0 es un marco inercial (i.e. no posee alguna aceleración ni velocidad angular). Por convención, se considera tener un eje x positivo hacia el Norte, un eje z positivo apuntando al centro de la Tierra, y un eje y definido mediante la regla de la mano derecha. Por otra parte, el marco referencial no inercial Σ_1 está rígidamente adjunto al cuerpo con origen en el centro de masa CM del objeto, con el eje x a lo largo del vehículo y positivo hacia el frente del mismo, el eje z positivo hacia la parte inferior, y el eje y definido usando la regla de la mano derecha (ver Figura 2.1).

La posición de cualquier punto p en el vehículo es constante, si se mide desde Σ_1 , pero no es

constante cuando la posición es medida a partir de Σ_0 . Aunque ambos marcos de referencia son marcos que expresan un vector de cantidad (posiciones, velocidades, aceleraciones) en coordenadas cartesianas, es evidente que ellos no tienen las mismas propiedades inerciales (ver [28]). La relación entre esos marcos referenciales esta dada por una *Matriz de Rotación* \mathbf{R} , la cual produce el cambio de marco, expresando cualquier vector \mathbf{v} mediante la ecuación $\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{R}\mathbf{v}^{(1)}$, donde el subíndice $(i) = 0, 1$; representa el marco base Σ_i a partir del cual los componentes del vector de coordenadas están expresados. La matriz de rotación $\mathbf{R} \in SO(3)$ es una matriz cuadrada ortonormal 3×3 (de las matrices especiales ortogonales de orden 3) con determinante unitario $|\mathbf{R}| = 1$ y satisfaciendo $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$.

La orientación de un avión puede ser parametrizada usando un número reducido de parámetros de orientación que no son únicos. Sin embargo, representan 3 grados de libertad. Esto es debido a las propiedades de las matrices ortonormales donde los nueve componentes pueden ser completamente parametrizados por solamente 3 variables independientes. Dichos parámetros pueden ser dados en cualquier conjunto de ángulos de Euler (3 variables) u otro conjunto no mínimo de representación de la orientación tales como los cuaterniones.

En este trabajo, usamos la convención de ángulos de Euler (ver [27]), expresados como $\Theta = [\phi, \theta, \psi]^T \in [-\pi, \pi]$. Entonces, para el conjunto particular de ángulos roll-pitch-yaw, definidos por una rotación ϕ en el eje x , seguido de una rotación θ en el eje y , y finalmente una rotación ψ en el eje z todos en el marco de coordenadas adjunto al vehículo. Entonces, la matriz de rotación está dada por

$$\mathbf{R}(\Theta) = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & -s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta s_\phi & s_\psi s_\phi + c_\psi s_\theta c_\phi \\ s_\psi c_\theta & c_\psi c_\phi + s_\psi s_\theta s_\phi & -c_\psi s_\phi + s_\psi s_\theta c_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

donde s_x y c_y son funciones $sen(x)$ y $cos(y)$ con sus correspondientes argumentos.

Por otro lado, la velocidad angular está dada por la velocidad de cambio en la orientación,

y en consecuencia mediante la derivada con respecto al tiempo de la matriz de rotación, esto mediante la siguiente expresión

$$\dot{\mathbf{R}} = [\boldsymbol{\omega}^{(0)} \times] \mathbf{R}, \quad (2.1.2)$$

donde el término $[\boldsymbol{\omega} \times]$ es la expresión del vector producto cruz, y está definido como

$$[\boldsymbol{\omega} \times] \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (2.1.3)$$

Por lo tanto, la velocidad angular puede ser calculada en el caso general como

$$\boldsymbol{\omega}^{(0)} = \frac{1}{2} \left(\vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2 + \vec{r}_3 \times \dot{\vec{r}}_3 \right),$$

donde \vec{r}_i son las columnas de la matriz \mathbf{R} (para más detalles ver [28]). A partir de la última expresión, se puede deducir que la expresión inercial de la velocidad angular para la convención roll-pitch-yaw puede ser calculada como $\boldsymbol{\omega}^{(0)} = \mathbf{J}_\theta(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\Theta}$, donde el operador lineal es dado explícitamente como

$$\mathbf{J}_\theta(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & -s_\psi & 0 \\ c_\theta s_\psi & c_\psi & 0 \\ -s_\theta & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente, el cálculo de la velocidad lineal $\mathbf{v} = \mathbf{v}^{(1)} = [u, v, w]^T$ y la velocidad angular $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}^{(1)} = [p, q, r]^T$ del vehículo, expresadas en el marco no inercial, se puede obtener por medio el siguiente conjunto de ecuaciones, nombrado aquí como cinemática del vehículo

$$\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{v} \quad (2.1.4)$$

$$\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \mathbf{W}^{-1}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\omega} \quad (2.1.5)$$

donde $\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta}) = [\mathbf{J}_\theta^{-1}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{R}(\boldsymbol{\theta})]$, y $\boldsymbol{\Theta} = [\phi, \theta, \psi]^T$ y $\mathbf{d} = [x, y, z]^T$ representan la expresión inercial en componentes cartesianos de la posición angular y posición del vehículo respectivamente.

2.1.2. Dinámica de un cuerpo rígido

Si el vehículo (avión) se considera rígido, i.e., no hay deformación debido a la naturaleza del material, entonces las distancias entre cada partícula permanece constante.

Bajo esta consideración, el vehículo puede ser caracterizado con parámetros concentrados, los cuales son constantes cuando están expresados en el marco referencial local. Entonces, las leyes de conservación de cantidad de movimiento lineal y angular, ambas expresiones dinámicas para fuerzas (Newton) y momentos (Euler), las cuales representan la dinámica del cuerpo libre se expresan de la siguiente manera (ver [28]):

$$m(\dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) - m\mathbf{R}^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{g} = \mathbf{f} \quad (2.1.6)$$

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{n} \quad (2.1.7)$$

donde el vector de fuerza $\mathbf{f} = (F_X, F_Y, F_Z)^T$, en la ecuación dinámica (2.1.6), se compone mediante los componentes cartesianos de las fuerzas externas expresadas en el marco referencial adjunto al vehículo, y aplicadas al centro de masas. El vector de momentos $\mathbf{n} = (F_L, F_M, F_N)^T$ es de igual modo expresado en el marco referencial local y aplicado al centro de masas. El vector de gravedad $\mathbf{g} = [0, 0, g]^T$ expresa la dirección de la aceleración debida a la gravedad en coordenadas inerciales.

Además, los parámetros concentrados dinámicos del vehículo son la masa m y el tensor de inercia $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ (también conocido como la matriz de momentos de inercia). Este tensor de inercia es una matriz cuadrada simétrica definida positiva ($\mathbf{I} = \mathbf{I}^T > 0$) de la forma:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Partiendo de la suposición, que el vehículo aéreo no tripulado de ala fija, es simétrico con

respecto a su eje longitudinal [17]. Entonces, el tensor de inercia se reduce a la siguiente forma

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, el conjunto de ecuaciones (2.1.4)-(2.1.5)-(2.1.6)-(2.1.7) representa el movimiento de los 6 grados de libertad (gdl) de cualquier objeto rígido en el espacio tridimensional. Por otro lado, los componentes de fuerzas y momentos externos actuando en las ecuaciones dinámicas (2.1.6)-(2.1.7) representan las fuerzas y momentos del vehículo que inyectan energía al sistema, en el caso de un avión las fuerzas y momentos aerodinámicos, conocidas como *aerodinámica* del avión.

2.2. Aerodinámica

Las ecuaciones deducidas en la sección anterior, describen el comportamiento de un cuerpo rígido moviéndose libremente a través de un espacio tridimensional. Las fuerzas aerodinámicas son parte de las fuerzas externas que se describieron en la sección pasada. Entonces, para representar el comportamiento de un avión, es necesario considerar los efectos aerodinámicos, estos proporcionan las características propias del avión.

2.2.1. Perfil de un ala

El ala es la superficie que proporciona sustentación a las aeronaves, generando la fuerza debida a la dinámica de la circulación del aire [29]. Por esta razón, el ala es la superficie aerodinámica más importante del avión. El perfil del ala que se muestra en la Figura 2.2 se utiliza para analizar la respuesta de la aerodinámica del ala. A continuación, se proporcionan algunos conceptos básicos que definen un perfil de ala.

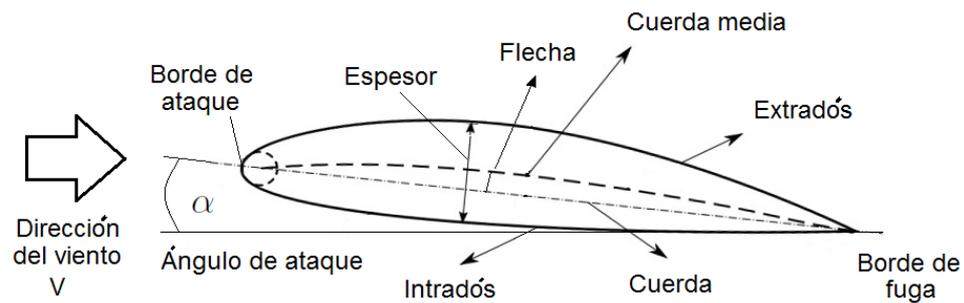


Figura 2.2. Perfil de un ala.

- Como se puede apreciar en la Figura 2.2, el viento entra al ala por el *borde de ataque* y sale por el *borde de fuga*.
- El perfil superior se le conoce como *extradós* y el inferior *intradós*.
- El segmento de línea recta que une el borde de ataque con el borde de fuga se llama *perfil de cuerda*.
- La distancia entre las superficies superior e inferior es *el espesor*.
- El *perfil de cuerda media* es la curva equidistante entre las superficies superior e inferior.
- La distancia máxima entre el perfil de cuerda y la flecha se llama *perfil medio*.
- La relación entre la flecha y el perfil de cuerda se llama *curvatura*.
- *El ángulo de ataque α* es el ángulo entre el perfil de cuerda y el vector de velocidad de la zona o dirección de flujo, este ángulo también se llama ángulo de incidencia.

Recordando que en este trabajo se consideran UAVs de ala fija de talla pequeña, el régimen de vuelo se restringe a una altura no mayor a 200 metros y el radio de operación será menor a

100 *km*. Este dominio de vuelo supone que la masa y la temperatura del aire son constantes (se definen constantes bajo el supuesto de una atmósfera estándar).

Por otra parte, el aire es un gas ligero cuyo peso propio se desprecia con respecto a otras fuerzas. La consideración de parámetros adimensionales, respetando las reglas de similitud, permite obtener más simplificaciones. En lo siguiente, se denota como U_{fluido} la velocidad del fluido, i.e., la velocidad del aire.

El número de Reynolds R_e es el parámetro que representa el efecto de escalamiento. Se representa físicamente como la relación de fuerzas de inercia y fuerzas viscosas que actúan sobre una partícula de fluido. Definiendo, por ejemplo, la cuerda media aerodinámica \bar{c} de un perfil de ala como la variable de referencia física, podemos escribir el número de Reynolds de la siguiente manera:

$$R_e = \frac{\bar{c}U_{fluido}}{v_f} \quad (2.2.1)$$

donde v_f es la viscosidad del fluido, en este caso del aire.

Por otro lado, el número de Mach M es la relación de la velocidad relativa del sistema en relación con la velocidad del sonido:

$$M = \frac{U_{fluido}}{V_{son}} \quad (2.2.2)$$

Esto se traduce en los efectos de compresibilidad del aire. Este trabajo se realiza bajo la hipótesis de que el aire es un fluido incompresible, tal que, fluye de una manera cuasi-estacionaria en torno a una pala o un perfil de ala. En este contexto particular, las ecuaciones de Navier-Stokes se simplifican considerablemente para generar la ecuación de Bernoulli. Esta ecuación permite expresar la presión total:

$$P_0 = p + \frac{1}{2}\rho |U_{fluido}|^2 \quad (2.2.3)$$

donde P_0 es la presión total, p es la presión estática y ρ corresponde a la densidad del aire. La ecuación de Bernoulli (2.2.3) describe lo siguiente: Cuando el aire está en movimiento varía la

presión estática, que disminuye a medida que aumenta la velocidad, y viceversa. Pero esquemáticamente, el aire es mayor en el camino superior del perfil de ala que en el inferior. Para compensar, se debe acelerar el lado de la parte superior (lento en la parte inferior). Así que, se produce una disminución de la presión en la superficie superior, y un aumento en la parte inferior, dando como resultado la fuerza aerodinámica de sustentación.

La ecuación fundamental en el resto de este estudio consiste en la densidad del aire ρ . Este último depende, en sí, de la temperatura y la altitud. Con el fin de tomar en cuenta este fenómeno, se utiliza el modelo ISA [30] (Atmósfera Estándar Internacional) donde la ecuación de la densidad del aire está dada por

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T_0 + \lambda z}{T_0} \right)^{-\frac{g}{R_{aire}\lambda} - 1} \quad (2.2.4)$$

donde ρ_0 es la densidad a $0m$, T_0 es la temperatura a $0m$, λ es el gradiente térmico, R_{aire} constante de la masa molecular del aire M_{aire} y z es la altitud. Para el régimen dentro de la tropósfera (*altura* $< 11000m$) los valores son:

$$\begin{aligned} T_0 &= 288.15K \\ \rho_0 &= 1,225 \frac{kg}{m^3} \\ \lambda &= -6.5 \cdot 10^{-3} \frac{K}{m} \\ R_{aire} &= \frac{R_{gasperf}}{M_{aire}} = \frac{8.31}{28.9 \cdot 10^{-3}} = 287 \frac{m^2}{s^2 \cdot K} \\ M_{aire} &= 28.9 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{mol} \\ g &= 9.8 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Tomando en cuenta las suposiciones anteriores, lo siguiente se trata con la definición de las fuerzas y momentos aerodinámicos que actúan sobre un aeroplano.

2.2.2. Fuerzas y momentos aerodinámicos.

La dinámica de movimiento está regida por las fuerzas y momentos que actúan en el centro de masa del avión. Las fuerzas y momentos aerodinámicos sobre un avión se producen por el movimiento relativo con respecto al aire y dependen de la orientación del avión con respecto al flujo de aire.

En un flujo de aire uniforme estas fuerzas y momentos no cambian después de una rotación alrededor del flujo libre del vector de velocidad. Más aún, solamente se necesitan 2 ángulos de orientación (con respecto al viento relativo) para especificar las fuerzas y momentos aerodinámicos. Los ángulos que se usan para especificar estas fuerzas son el ángulo de ataque α y el ángulo de deslizamiento β . Estos son conocidos como los ángulos aerodinámicos [27] y se definen mediante rotaciones de coordenadas en tres dimensiones. Note que las fuerzas y momentos aerodinámicos también dependen de la velocidad angular p, q y r .

El ángulo de ataque, usualmente especificado en los datos aerodinámicos para un avión, se mide con respecto a la línea de referencia del fuselaje y denotado por α_{frl} . En nuestro caso, consideramos que los ejes de referencia fijo al cuerpo del avión son alineados con esta línea de referencia del fuselaje; de otra manera, el ángulo α usado en las ecuaciones de movimiento en el sistema fijo al cuerpo podría diferir por una constante con respecto del ángulo α usado en los datos aerodinámicos.

En la Figura 2.3 se muestra un avión, el cual es afectado por un viento relativo sobre su costado, y los ejes se representan usando el sistema cartesiano convencional. El vector de viento relativo es igual y opuesto al vector del centro de masa, relativo al vector de velocidad $\mathbf{V}_b = \mathbf{v} = [u, v, w]^T$, el cual se usa en las ecuaciones de movimiento.

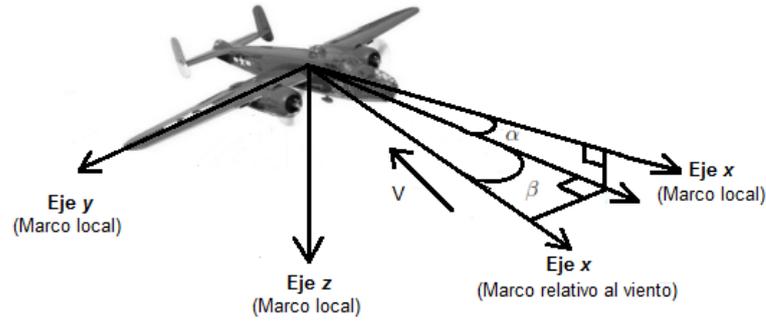


Figura 2.3. Definición de los ejes y ángulos de un avión.

Se define una matriz de rotación que depende del ángulo de ataque α , el cual está definido como el ángulo entre el eje x del sistema fijo al cuerpo; el ángulo α es positivo si la rotación alrededor del eje y del sistema fijo al cuerpo resultó ser negativo; así un ángulo α positivo, esto se muestra en la Figura 2.3. Esta transformación está dada por

$$\mathbf{X}_\alpha = \begin{bmatrix} c_\alpha & 0 & s_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

donde c_x y s_y corresponde a $\cos(x)$ y $\sin(y)$ respectivamente. Ahora, una segunda rotación del avión define un conjunto de ejes relativos al viento, el cual es también un sistema cartesiano, i.e. sistema de referencia relativo al viento, y depende del ángulo de deslizamiento β , este ángulo se define mediante una rotación en el eje z del sistema relativo al vehículo. Esta matriz está dada por

$$\mathbf{X}_\beta = \begin{bmatrix} c_\beta & s_\beta & 0 \\ -s_\beta & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.6)$$

Finalmente, para una transformación de coordenadas del sistema fijo asociado al cuerpo, al sistema de referencia relativo de viento, resulta en

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_\alpha \mathbf{X}_\beta = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & s_\beta & s_\alpha c_\beta \\ -c_\alpha s_\beta & c_\beta & -s_\alpha s_\beta \\ -s_\alpha & 0 & c_\alpha \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

Esta transformación $\chi \in SO_3$ significa que $\chi^{-1} = \chi^T$ y que $|\chi| = 1$. Los ángulos de ataque α y deslizamiento β se definen mediante una rotación alrededor del eje y , en el sistema fijo al cuerpo, seguido de una rotación del plano sobre el nuevo eje z , tal que el eje x final está alineado directamente al viento relativo.

Para el vuelo equilibrado de un avión, este debe volar dentro del viento aparente (viento relativo) para disminuir el arrastre. Más aún, el ángulo β es usualmente pequeño en condiciones de vuelo equilibrado (recto nivelado). El ángulo α debe ser suficientemente grande para generar la fuerza de sustentación requerida para que el avión vuele. Usualmente los valores que son suficientes para satisfacer esta condición son pequeños [27].

Mediante una transformación de coordenadas entre el vector de velocidad $\mathbf{V}_b = [u, v, w]^T$ del sistema fijo al cuerpo y la velocidad del aire $\mathbf{V}_v = [V, 0, 0]^T$ del sistema relativo al viento, se obtienen las siguientes expresiones para los ángulos α , β y la velocidad relativa V .

$$\tan(\alpha) = \frac{w}{u} \quad (2.2.8)$$

$$\text{sen}(\beta) = \frac{v}{V} \quad (2.2.9)$$

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (2.2.10)$$

Vale la pena recalcar que α , β y V son las tres más importantes variables que determinan las fuerzas y momentos aerodinámicos. Entonces, las ecuaciones anteriores (2.2.2) y (2.2.7) junto con las ecuaciones de movimiento del sistema fijo al cuerpo (2.1.4)-(2.1.7), definen el sistema de ecuaciones que representa la dinámica de movimiento del avión.

Por otro lado, las fuerzas y momentos aerodinámicos se representan por medio de coeficientes, los cuales se explican a continuación.

Fuerza de arrastre

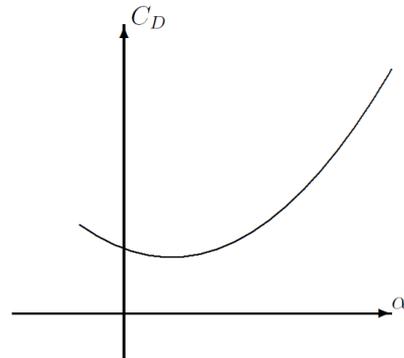


Figura 2.4. Curva típica del coeficiente de arrastre [31].

La componente de la fuerza aerodinámica que se opone al movimiento del ala sobre el aire es llamada *resistencia o arrastre* (drag). En la Figura 2.4 se observa el comportamiento típico del coeficiente de arrastre respecto al ángulo de ataque α , y está dado por la siguiente expresión

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D(\cdot) \quad (2.2.11)$$

donde $C_D(\cdot)$ es el coeficiente de arrastre (adimensional), ρ es la densidad del aire, V es la velocidad relativa del aire y S es la superficie de ala.

El coeficiente de arrastre es una función que depende en gran medida del ángulo de ataque α , pero también influyen otros factores como la altura y la velocidad. Entonces, el coeficiente de arrastre se puede expresar como, [27],

$$C_D = C_D(\alpha, \beta, M, z) + \Delta C_D(\delta a) + \Delta C_D(\delta e) + \Delta C_D(\delta r) \quad (2.2.12)$$

donde M es el número Mach, β es el ángulo de deslizamiento, δa representa la deflexión de los alerones, δe la deflexión del elevador y δr la deflexión del timón de dirección. La fuerza de arrastre es la suma de los arrastres del ala y el empenaje [27], que se puede calcular de la siguiente forma

$$F_D = \left[C_{Dw}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{Dt}(\alpha_t, \delta e) \right] \frac{\rho V^2}{2} S \quad (2.2.13)$$

donde S_t es el área del estabilizador horizontal situada en el empenaje, η_t es la eficiencia del estabilizador horizontal, α_t es el ángulo de ataque del estabilizador horizontal y C_{Dt} es el coeficiente de arrastre del estabilizador horizontal.

Una aproximación del coeficiente de arrastre usada en los simuladores de vuelo [32] está dada por

$$C_D = C_{D0} + \frac{(C_L - C_{L0})^2}{\pi e AR} + C_{D\delta f} \delta f + C_{D\delta e} \delta e + C_{D\delta a} \delta a + C_{D\delta r} \delta r + C_{LM} M \quad (2.2.14)$$

donde e es la eficiencia de Oswald, $AR = \frac{b^2}{S}$, y δf son los flaps. El caso de estudio no cuenta con ellos. Note que depende del coeficiente de sustentación que se describe enseguida.

Fuerza de sustentación

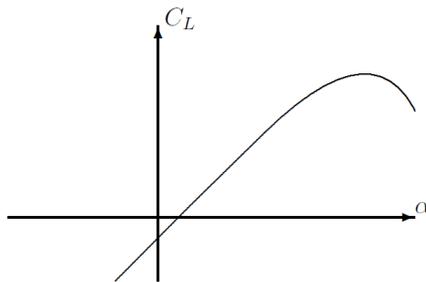


Figura 2.5. Curva típica del coeficiente de sustentación [31].

La *sustentación* o Lift \bar{L} se define como la componente de la fuerza aerodinámica perpendicular a la dirección de la velocidad de desplazamiento relativo V . En la Figura 2.5 se muestra un comportamiento típico del coeficiente de sustentación contra el ángulo de ataque y la fuerza de sustentación, la cual está dada por

$$\bar{L} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L(\cdot) \quad (2.2.15)$$

donde, $C_L(\cdot)$ es el coeficiente de sustentación (adimensional), que depende del perfil de configuración y el ángulo de ataque. Para el avión, dicho coeficiente es una combinación de la

sustentación del ala, fuselaje y el empenaje. Su variación en relación con el ángulo de ataque α es casi lineal en la zona central de la curva. La pendiente de la curva de elevación no depende del número de Reynolds Re cuando se encuentra entre $Re \approx 10^6$ y 10^7 , pero se reduce cuando el número de Reynolds está cerca a $Re \approx 10^5$, como es el caso de un modelo de avión pequeño. El modelo general para el coeficiente de sustentación viene dada por, [27],

$$C_L(\cdot) = C_L(\alpha, \beta, M) + \Delta C_L(\delta e) + \Delta C_{Lge}(h) \quad (2.2.16)$$

donde $\Delta C_L(\delta e)$ y $\Delta C_{Lge}(h)$ son las variaciones del elevador δe y del efecto suelo h , respectivamente. Para el caso de un avión pequeño, la fuerza de sustentación se puede modelar como la suma de la sustentación producida por el ala y la sustentación generada por el empenaje [18]. Entonces, el coeficiente de la fuerza de sustentación se puede escribir como

$$C_L = C_{Lw}(\alpha) \frac{\rho V^2}{2} S + \eta_t C_{Lt}(\alpha_t, \delta e) \frac{\rho V^2}{2} S_t \quad (2.2.17)$$

donde C_{Lw} es el coeficiente de sustentación del ala, C_{Lt} es el coeficiente de sustentación del estabilizador horizontal y η_t es la eficiencia de la cola, que representa la relación entre la velocidad relativa eficaz en el empenaje V'_{rel} y la velocidad relativa en el ala V_{rel} , dada por

$$C_L = \left[C_{Lw}(\alpha) + \frac{S_t}{S} \eta_t C_{Lt}(\alpha_t, \delta e) \right] \frac{\rho V^2}{2} S \quad (2.2.18)$$

que depende de la sustentación generada en el ala C_{Lw} y el estabilizador horizontal C_{Lt} . Una expresión general del coeficiente de sustentación está dada por

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + C_{L\delta f}\delta f + C_{L\delta e}\delta e + \frac{\bar{c}}{2V}(C_{L\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + C_{Lq}q) + C_{LM}M \quad (2.2.19)$$

donde $\dot{\alpha}$ es la variación del ángulo α con respecto al tiempo, la cual es comúnmente usada en los simuladores de vuelo [32].

Fuerza lateral Y

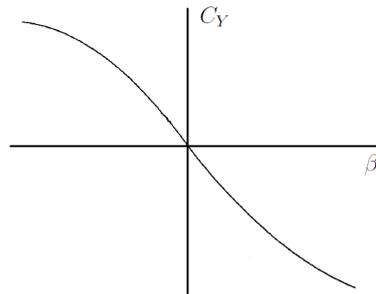


Figura 2.6. Curva típica del coeficiente de fuerza lateral [27].

Esta fuerza Y se puede estimar de la siguiente forma,

$$Y = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_Y \quad (2.2.20)$$

En la dinámica longitudinal, suponiendo que se tiene un avión simétrico, con ángulo de deslizamiento β igual a cero y la deflexión de los alerones en posición neutral, da como resultado la cancelación de esta fuerza. Sin embargo, si tomamos en cuenta la dinámica lateral completa, esta fuerza Y no es nula. La fuerza lateral depende esencialmente del movimiento del ángulo de deslizamiento $C_Y(\alpha, M, \beta)$, y varía con la deflexión del timón y de los alerones así como los términos $\Delta C_{Y\delta r}(\delta r)$ y $\Delta C_{Y\delta a}(\delta a)$. El coeficiente de la fuerza lateral se puede calcular como, [27],

$$C_Y = C_Y(\alpha, M, \beta) + \Delta C_{Y\delta r}(\delta r) + \Delta C_{Y\delta a}(\delta a) + \frac{b}{2V} [C_{Yp}(\alpha)p + C_{Yr}(\alpha)r] \quad (2.2.21)$$

donde b es la envergadura del ala y el último término de la ecuación anterior es la contribución debido a las velocidades angulares de alabeo y guiñada (ver Figura 2.6).

El coeficiente de fuerza lateral usado en el simulador [32] está dado por,

$$C_Y = C_{Y0} + C_{Y\beta}\beta + C_{Yp}\frac{bp}{2V} + C_{Yr}\frac{br}{2V} + C_{Y\delta a}\delta a + C_{Y\delta r}\delta r \quad (2.2.22)$$

donde C_{Y0} es el coeficiente estático del momento, $C_{Y\beta}$ es la contribución debido al ángulo de deslizamiento β ; C_{Yp} es el coeficiente debido a la velocidad p , C_{Yr} es el coeficiente debido a la velocidad r , $C_{Y\delta a}$ se produce con la deflexión en los alerones, $C_{Y\delta r}$ se produce con la deflexión en el timón de dirección.

Fuerzas en el sistema de referencia local

Las fuerzas en el sistema referencial adjunto al vehículo se expresan a partir de las coordenadas en el marco relativo al viento, mediante la transformación χ , esto mediante

$$F_A = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \chi(\alpha, \beta)^{-1} \begin{pmatrix} -D \\ Y \\ -\bar{L} \end{pmatrix} \quad (2.2.23)$$

de esta manera las fuerzas aerodinámicas quedan expresadas en un marco no inercial.

Momento del ángulo de alabeo L

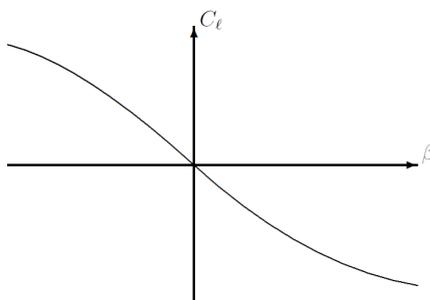


Figura 2.7. Curva típica del coeficiente del momento de alabeo [31].

El momento de alabeo para un avión se puede calcular generalmente de la siguiente manera, [27],

$$L = \frac{1}{4} \rho V^2 S b C_l \quad (2.2.24)$$

y en la Figura 2.7 se observa la curva típica respecto al ángulo de deslizamiento. El momento de alabeo es generado por el movimiento de deslizamiento β , el cambio de la posición de los alerones, $\Delta C_{l\delta a}(\delta a)$ y del timón de dirección, $\Delta C_{l\delta r}(\delta r)$. El momento del alabeo se puede interpretar como el momento de amortiguamiento que se resiste al cambio en el alabeo. Una aproximación para determinar el coeficiente de este momento está dado por

$$C_l = C(\alpha, \beta, M) + \Delta C_{l\delta a}(\delta a) + \Delta C_{l\delta r}(\delta r) \quad (2.2.25)$$

Por otra parte, el coeficiente de alabeo en el simulador se determina de la siguiente forma, [32],

$$C_l = C_{l0} + C_{l\beta}\beta + C_{lp}\frac{bp}{2V} + C_{lr}\frac{br}{2V} + C_{l\delta a}\delta a + C_{l\delta r}\delta r \quad (2.2.26)$$

donde C_{l0} es el coeficiente estático del momento, $C_{l\beta}$ es la contribución debido al ángulo de deslizamiento β , C_{lp} es el coeficiente debido a la velocidad p , C_{lr} es el coeficiente debido a la velocidad r , $C_{l\delta a}$ se produce con la deflexión en los alerones, $C_{l\delta r}$ se produce con la deflexión en el timón de dirección.

Momento del ángulo vertical M

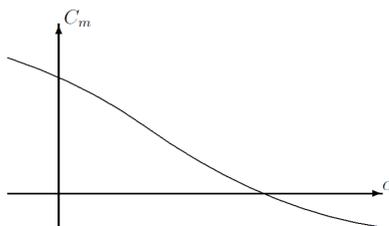


Figura 2.8. Curva típica del coeficiente del momento de cabeceo [31].

El momento que actúa sobre el avión, en torno al eje transversal y , es llamado *momento de cabeceo* (pitch), donde la dirección de este momento es determinada de acuerdo con la regla de la mano derecha, se relaciona con el ángulo de ataque α , sin embargo, difieren por una

constante. Este momento es calculado por la siguiente ecuación

$$M = \frac{1}{2}V^2\rho S\bar{c}C_m \quad (2.2.27)$$

donde \bar{c} es la cuerda media aerodinámica y $C_m(\cdot)$ es el coeficiente del momento en y . Para el caso de un avión pequeño, el momento está dado por la suma de los momentos producidos por el ala m_w , la cola m_t y la velocidad angular $m_{\dot{\theta}}$ en el sentido del cabeceo. De esta forma (2.2.27) se puede obtener con la siguiente ecuación

$$M = m_w + m_t + m_{\dot{\theta}} = C_m \frac{V^2\rho S\bar{c}}{2} \quad (2.2.28)$$

cuya curva se puede ver en la Figura 2.8. Por otro lado, el coeficiente del momento del ángulo de cabeceo es

$$C_m = C_m(\alpha, M, z) + \Delta C_{m\delta e}(\alpha, \delta e) \quad (2.2.29)$$

está en función del ángulo de ataque y de la posición del control del elevador [27].

El coeficiente adimensional del momento de cabeceo usado para simulación está dado por, [32],

$$C_m = C_{mac} + C_{m\alpha}(\alpha) + C_{m\delta e}(\delta e) + C_{mq}q\frac{\bar{c}}{V} \quad (2.2.30)$$

donde C_{mac} es el coeficiente del momento del ángulo de cabeceo en el centro aerodinámico del ala, $C_{m\alpha}(\alpha)$ es el coeficiente que se produce en el ala debido a una variación en el ángulo α , el coeficiente $C_{m\delta e}$ representa las variaciones del momento debido al timón de profundidad, \bar{c} es la cuerda media aerodinámica, V es la velocidad del avión y C_{mq} es el coeficiente que se produce debido a una variación en la velocidad q del avión.

Momento del ángulo de guiñada N

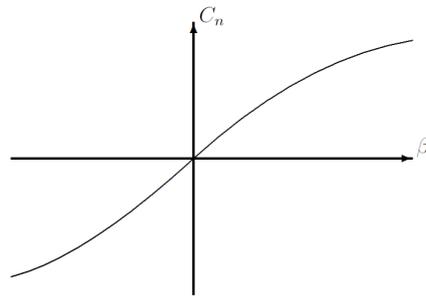


Figura 2.9. Curva típica del coeficiente del momento de guiñada [31].

El momento de guiñada está dado por, [27],

$$N = \frac{1}{4} \rho V^2 S b C_n \quad (2.2.31)$$

donde la curva típica del momento respecto al ángulo de deslizamiento se muestra en la Figura 2.9. El momento de guiñada es generado por el movimiento de deslizamiento, por la acción de los alerones y por el timón de dirección. Un cálculo para determinar el coeficiente aerodinámico de este momento está dado por

$$C_n = C_n(\alpha, \beta, M) + \Delta C_{n\delta r}(\alpha, \beta, M, \delta r) + \Delta C_{n\delta a}(\alpha, \beta, M, \delta r). \quad (2.2.32)$$

Con el objetivo de hacer el simulador, el coeficiente del momento de guiñada se calcula de la siguiente forma [32]:

$$C_n = C_{n0} + C_{n\beta}\beta + C_{np}\frac{bp}{2V} + C_{nr}\frac{br}{2V} + C_{n\delta a}\delta a + C_{n\delta r}\delta r \quad (2.2.33)$$

donde C_{n0} es el coeficiente estático del momento, $C_{n\beta}$ es la contribución debido al ángulo de deslizamiento β , C_{np} es el coeficiente debido a la velocidad p , C_{nr} es el coeficiente debido a la velocidad r , $C_{n\delta a}$ se produce con la deflexión en los alerones, $C_{n\delta r}$ se produce con la deflexión en el timón de dirección.

Las fuerzas aerodinámicas determinan el desempeño del avión, estas fuerzas y momentos, representan las entradas al modelo dinámico general de un avión, las cuales serán estudiadas en lo subsecuente. Una forma de expresar las fuerzas aerodinámicas es mediante el cálculo de los coeficientes aerodinámicos, que se obtienen de forma aproximada, por medio de un programa de computo especializado (ver [16] para más detalles).

En la presente tesis, estos coeficientes fueron calculados para un avión pequeño modelo B-25 Mitchell. Estos coeficientes se pueden obtener experimentalmente mediante pruebas con el avión en un túnel de viento.

En la siguiente subsección, se muestran los valores que se obtuvieron de los coeficientes aerodinámicos del avión de prueba. El modelo B-25 Mitchell; para posteriormente completar el modelo dinámico del avión bajo estudio.

2.2.3. Cálculo de coeficientes aerodinámicos

El cálculo de los coeficientes aerodinámicos está basado en la estructura física del UAV modelo B-25 Mitchell, que se muestra en la Figura 2.10.



Figura 2.10. Modelo del avión a escala B-25 Mitchell ARF.

Un análisis computacional es desarrollado para estimar la aerodinámica del avión. En este caso, se hace uso del programa de computo *Tornado*, para determinar los coeficientes numéricamente. Este software utiliza el Vortex Lattice Method, que es un método de mallado para resolver el flujo de aire en las superficies de sustentación del avión.

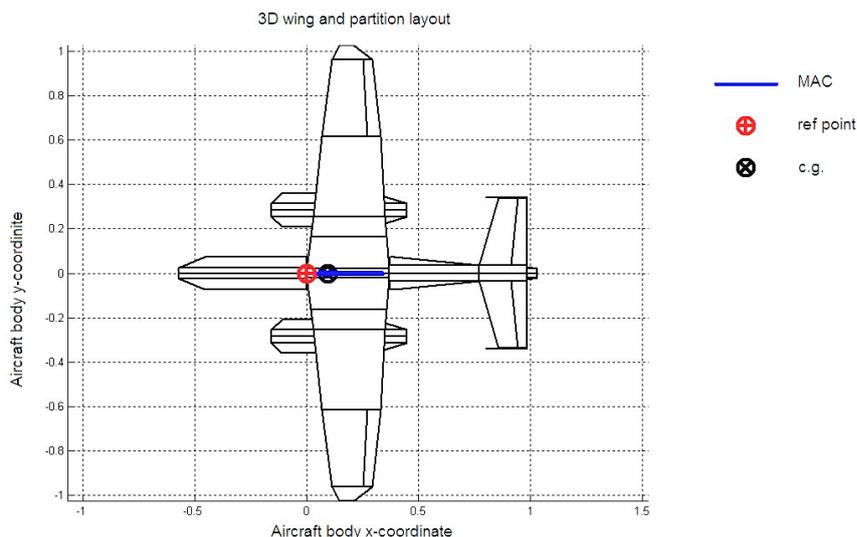


Figura 2.11. Configuración de alas del UAV de ala fija.

Para el trazado del avión en este software, se considera cada parte del avión como una ala, por lo tanto se modela con base en las especificaciones de un ala, es decir, cuerda, envergadura, curvatura, perfil NACA del ala, longitud, área del ala, ángulo de inclinación del ala con respecto a la horizontal, entre otras especificaciones. En la Figura 2.11 se muestra la distribución de las alas utilizadas en este trabajo.

En el siguiente paso se realiza el trazado completo de la geometría del avión en diferentes perspectivas, frontal, lateral, de planta y un isométrico como se puede observar en la Figura 2.12.

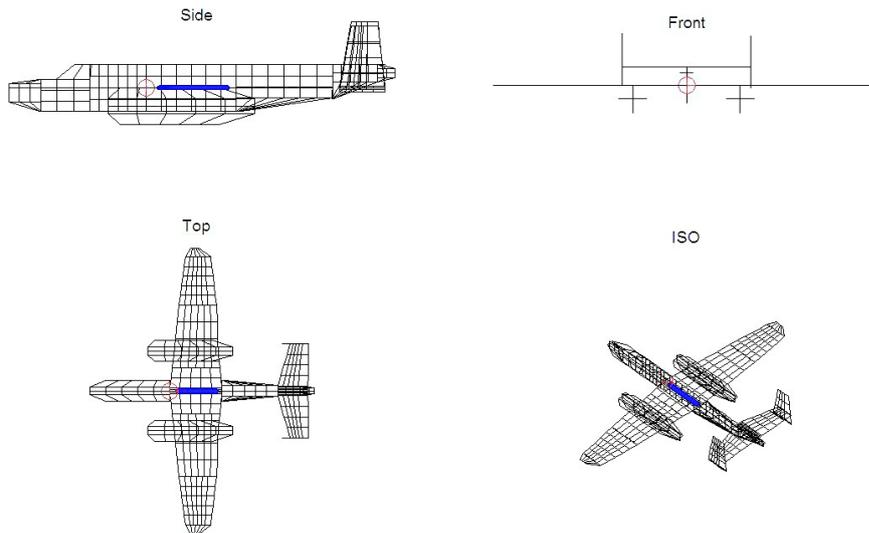


Figura 2.12. Perspectivas del UAV de ala fija.

Una vez caracterizada la geometría del UAV de ala fija, se determinan el número de paneles por sección del avión, esto significa que en cada panel se obtienen las fuerzas que actúan en ese panel para la condición de vuelo especificada. Por lo tanto, el resultado de acuerdo con la geometría que representa al B-25 Mitchell, se muestra en la Figura 2.13, donde se representan tanto las superficies de sustentación, como los motores y el fuselaje para una mayor aproximación. Además, se muestra el punto de referencia donde se calculan las fuerzas aerodinámicas.

Para el análisis de la aerodinámica del avión se considera que el flujo de aire es incompresible, lo cual es ciertamente apropiado para las condiciones de vuelo de este avión asumidas en la presente tesis. El análisis también considera que el flujo de aire no tiene viscosidad. Sin embargo, esta hipótesis en la práctica introduce algunos errores en la solución de los coeficientes. Por otro lado, la presión sin viscosidad está representada como se aprecia en la Figura 2.14, donde se observa que en el ala se concentra en mayor medida la presión.

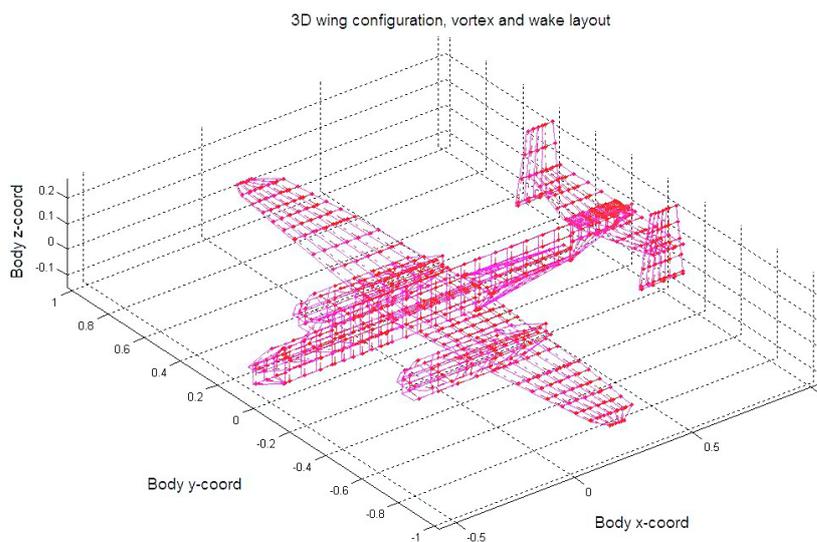


Figura 2.13. Puntos de evaluación de fuerzas.

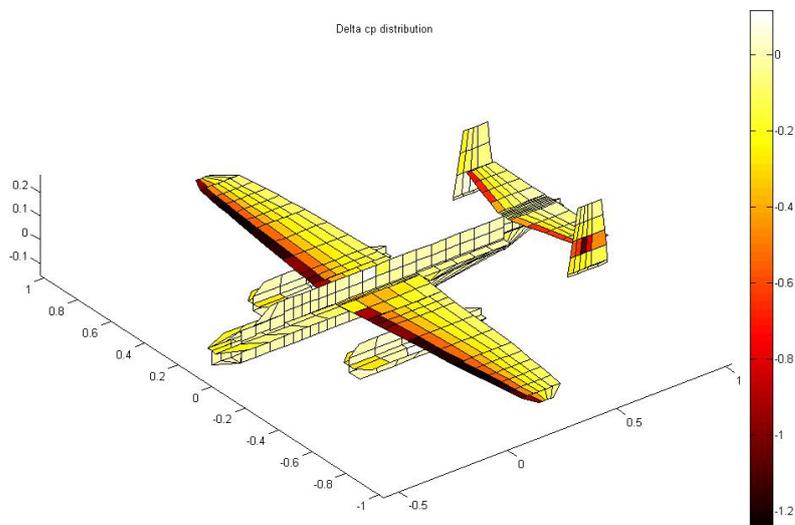


Figura 2.14. Presión.

El conjunto de coeficientes aerodinámicos se calculan alrededor de una condición de vuelo

equilibrado. Los datos resultantes contienen la mayoría de los coeficientes necesarios para formar un modelo completo de la dinámica. Algunos parámetros, como C_{Lu} , C_{mu} y C_{Du} fueron despreciados debido a que no tienen variación respecto al número de $Mach$, el cual se define como.

$$M = \frac{V}{V_{son}} \quad (2.2.34)$$

donde V es la velocidad relativa de la aeronave y $V_{son} = 343.2m/s$ es la velocidad del sonido. Los valores de los coeficientes aerodinámicos obtenidos del análisis se muestran en la Tabla 2.1, las cuales presentan una variación de error. Existen diferentes fuentes de error tales como la geometría exacta del vehículo y la forma del ala, ya que es muy difícil representarlas exactamente, debido a la constitución del software.

Tabla 2.1. Coeficientes aerodinámicos

Coeficiente	Valor	Coeficiente	Valor
$C_{L\alpha}$	4.9776	$C_{D\delta e}$	0.0001
C_{L0}	0.045454	C_{lp}	-0.50201
C_{Lq}	11.2434	$C_{Y\beta}$	-0.8043
C_{D0}	0.011903	C_{Yr}	-0.4664
$C_{D\alpha}$	0.00013	C_{Yp}	0.01256
C_{Dq}	0.000008	$C_{n\delta a}$	0.00848
C_{mq}	-18.4358	$C_{n\delta r}$	0.059
$C_{m\alpha}$	-3.5685	$C_{l\delta a}$	0.207
$C_{n\beta}$	0.16133	$C_{l\delta r}$	0.0116
C_{nr}	-0.1821	$C_{Y\delta a}$	0.01462
C_{np}	-0.00468	$C_{Y\delta r}$	-0.1565
$C_{l\beta}$	0.15875	$C_{m\delta e}$	-1.6459
C_{lr}	0.0394	$C_{L\delta e}$	0.58448

Por otro lado, la condición de vuelo considera que $\alpha = 5$, $\beta = p = q = r = 0$, esto con la finalidad de obtener los coeficientes aerodinámicos para un régimen de vuelo en equilibrio que

servirán para la construcción del simulador en el ambiente Matlab Simulink del UAV de ala fija B-25 Mitchell.

Tabla 2.2. Propiedades B-25 Mitchell.

Parámetro	Valor	Unidad
Peso máximo	8	<i>kg</i>
Span (envergadura)	2.05	<i>m</i>
Area de el ala	0.55	<i>m²</i>
Cuerda media aerodinámica	0.28	<i>m</i>
Longitud	1.6	<i>m</i>
Momento de inercia I_{xx}	0.5528	<i>kgm²</i>
Momento de inercia I_{yy}	0.6335	<i>kgm²</i>
Momento de inercia I_{zz}	1.0783	<i>kgm²</i>
Momento de inercia I_{xz}	0.0015	<i>kgm²</i>

Los coeficientes aerodinámicos calculados anteriormente proporcionan las características propias del avión que se está modelando, como es el caso del UAV modelo B-25 Mitchell, y junto con las especificaciones mostradas en la Tabla 2.2.3, complementan el modelo dinámico del UAV.

2.3. Ecuaciones dinámicas de un UAV de ala fija

Las ecuaciones que representan el comportamiento dinámico de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija de acuerdo a (2.1.4)-(2.1.7) están descritos por las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 \dot{\mathbf{d}} &= \mathbf{R}(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{v} \\
 \dot{\boldsymbol{\Theta}} &= \mathbf{W}^{-1}(\boldsymbol{\Theta})\boldsymbol{\omega} \\
 \mathbf{f} + \mathbf{T} &= m(\dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) - m\mathbf{R}^T(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g} \\
 \mathbf{n} &= \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}
 \end{aligned} \tag{2.3.1}$$

con \mathbf{f} y \mathbf{n} contienen toda la aerodinámica (2.2.14)-(2.2.33) que se parametriza a partir de una condición de vuelo equilibrado por los coeficientes aerodinámicos mostrados en la Tabla 2.1. Note que, en los momentos aerodinámicos \mathbf{n} se encuentran las entradas de control $\delta a, \delta e, \delta r$ (como se explica en la sección 2.2.2) que comandan la orientación del vehículo. Por otro lado, en $\mathbf{T} = [T_x, 0, 0]^T$ se encuentra el empuje, que es la entrada de control para la velocidad del avión.

Dada la ecuación (2.3.1) se concluye el modelado matemático de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija. Sin embargo, el objetivo es controlar dicha aeronave. Por lo tanto, en el siguiente Capítulo se abordan las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, las cuales serán utilizadas para diseñar los controladores para los UAVs.

Capítulo 3

Control y Observación de sistemas dinámicos

El objetivo de este capítulo es introducir los conceptos básicos de las técnicas de control por modos deslizantes. Dicha metodología es aplicable a sistemas con incertidumbres en el modelo y son robustos ante perturbaciones externas [33]. En la primera sección, se aborda el control por modos deslizantes cuya principal desventaja es el efecto chattering debido a la alta frecuencia de conmutación, lo que representa en sistemas de vuelo un gran problema, puesto que puede desestabilizar la aeronave.

Se describen dos técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, el control cuasi-continuo y el control super twisting adaptativo, los cuales serán aplicados a un UAV de ala fija y a un sistema doble rotor de 3gdl. Esto gracias a sus propiedades de robustez. Finalmente, se revisa el uso de observadores basados en modos deslizantes. Estos serán utilizados para proporcionar el estado necesario para el control de los sistemas de vuelo.

3.1. Control por modos deslizantes

Las técnicas de control por modos deslizantes se utilizan cuando se necesita un esquema de control robusto, es decir, que el sistema presenta incertidumbres internas y externas en el modelado. El control por modos deslizantes es un esquema de control robusto basado en el concepto de una estructura variable del control en respuesta a los cambios de estado del sistema con el fin de obtener una respuesta deseada (ver para más detalles [33]).

Se usa una acción de control con alta velocidad de conmutación entre diferentes estructuras y la trayectoria del sistema es forzada a moverse a través de una determinada superficie de conmutación o variedad en el espacio de estado. El comportamiento del sistema en lazo cerrado se determina por la superficie deslizante. El control por modos deslizantes permite la separación del movimiento del sistema completo en componentes parciales independientes de dimensiones inferiores, y reduce la sensibilidad a las variaciones de los parámetros de la planta y perturbaciones.

Estas propiedades convierten a los modos deslizantes en una herramienta eficiente para controlar sistemas con dinámicas de alto orden operando bajo condiciones inciertas, presentes en muchos procesos. La principal desventaja de los modos deslizantes estándar es la presencia de oscilaciones de alta frecuencia llamadas *chattering* causado por alta frecuencia de conmutación en el control.

Considerando una superficie dada por la ecuación $s = y - h(t) = 0$, donde y es una variable medible de salida de un sistema dinámico incierto de una entrada y una salida SISO, y $h(t)$ es una entrada continuamente diferenciable a ser seguida en tiempo real. Entonces, el control por

modos deslizantes estándar $u = -k \text{sign}(s)$, donde

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

debe ser considerado como un controlador universal aplicable, si el grado relativo es 1, es decir, si \dot{s} depende del control u y $\dot{s}_u \rightarrow 0$.

3.2. Control por modos deslizantes de orden superior

Como se describe en la sección anterior, el principal problema del control por modos deslizantes estándar es el efecto *chattering*. Sin embargo, han surgido nuevas técnicas para dar solución a este problema. La idea principal es cambiar la dinámica en una pequeña vecindad de la superficie de discontinuidad con el fin de evitar la discontinuidad real y al mismo tiempo preservar las propiedades principales de todo el sistema [34].

No obstante, la exactitud y robustez del último modo deslizante se pierde parcialmente. Recientemente [34], se desarrollaron modos deslizantes de orden superior (HOSM). Estos generalizan la idea básica de modo deslizante, actuando sobre las derivadas temporales de orden superior de la desviación del sistema a partir de las restricciones impuestas por la influencia de la desviación de la primera derivada como ocurre en modos deslizantes estándar. Preservando las principales ventajas del enfoque original, al mismo tiempo que eliminan totalmente el efecto de *chattering* y además, proporcionan una mayor precisión en la realización. Algunos controladores se han descrito en la literatura, por ejemplo en [25, 35].

El control por modos deslizantes de orden superior es realmente un movimiento sobre un conjunto discontinuo de un sistema dinámico entendido en el sentido de Filippov [36]. El orden deslizante caracteriza el grado de suavidad en la dinámica dentro de la vecindad del modo deslizante. Si la tarea es mantener una restricción dada por la igualdad de una función suave s

a cero, el orden de deslizamiento es un número de derivadas totales continuas de s (incluyendo el cero) en la vecindad del modo deslizante. Por lo tanto, el r -ésimo orden del modo deslizante se determina por la igualdad

$$s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$$

formando una condición r -dimensional, sobre el estado del sistema dinámico.

Los modos deslizantes estándar, sobre los cuales la mayoría de los sistemas de estructura variable están basados son de primer orden (\dot{s} es discontinua). Mientras que los modos deslizantes estándar cuentan con convergencia en tiempo finito, la convergencia de HOSM puede ser asintótica. La realización del r -modo deslizante puede proporcionar hasta el r -ésimo orden de precisión de deslizamiento con respecto al intervalo de medición.

El principal problema en la implementación de los HOSM, es que se incrementa la demanda de información. De manera general, cualquier controlador r -modo deslizante manteniendo $s = 0$ necesita que $s = \dot{s} = \ddot{s} = \dots = s^{(r-1)}$ estén disponibles. Una excepción es el llamado Super Twisting, un controlador de segundo orden, el cual sólo necesita mediciones de s .

Por otro lado, un diferenciador robusto con convergencia en tiempo finito permite resolver de forma teórica el problema de encontrar las derivadas de la superficie deslizante.

Entonces, con el objetivo de controlar el vuelo de vehículos aéreos no tripulados, en esta tesis se consideran las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, como lo son, el control Cuasi-continuo y el Super Twisting Adaptativo. El diseño de estos controladores se presentan en lo subsecuente.

3.2.1. Control Super Twisting Adaptativo

En esta sección, se introduce el algoritmo de control super twisting adaptativo [26].

Considere el algoritmo de control super twisting ST (para mas detalle, ver [35]) descrito por

$$\begin{aligned} u_s &= -K_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) + v, \\ \dot{v} &= -\frac{K_2}{2} \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

donde K_1 y K_2 son las ganancias, y s es la superficie deslizante. El objetivo de la técnica de control super twisting adaptativo, es hacer las ganancias adaptables, y se definen como

$$K_1 = K_1(t, s, \dot{s}), \quad K_2 = K_2(t, s, \dot{s}). \quad (3.2.2)$$

Ahora, considere el sistema no lineal en la siguiente forma

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u, \quad (3.2.3)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u \in \mathbb{R}$ la entrada de control, $f(x, t) \in \mathbb{R}^n$ es una función continua y $g(x, t) \in \mathbb{R}^m$ es un vector que multiplica al control.

Entonces, se introducen las siguientes suposiciones:

H1. Existe una superficie deslizante $s = s(x, t) \in \mathbb{R}$ tal que, la dinámica deseada del sistema (3.2.3) se alcanza dentro del modo deslizante $s = s(x, t) = 0$.

H2. El sistema (3.2.3) es considerado de grado relativo 1 con respecto a la superficie deslizante s . Entonces, la dinámica de entrada-salida puede ser escrita como

$$\dot{s} = a(x, t) + b(x, t)u. \quad (3.2.4)$$

donde $a(x, t) = \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s}{\partial x} f(x, t)$, $b(x, t) = \frac{\partial s}{\partial x} g(x, t)$.

H3. La función $b(x, t) \in \mathbb{R}$ es desconocida y diferente de cero $\forall x$ y $t \in [0, \infty)$. Además, $b(x, t) = b_0(x, t) + \Delta b(x, t)$, donde $b_0(x, t)$ es la parte nominal de $b(x, t)$ la cual es conocida, y existe δ_1 una constante positiva desconocida tal que $\Delta b(x, t)$ satisface la siguiente desigualdad

$$\left| \frac{\Delta b(x, t)}{b_0(x, t)} \right| \leq \delta_1.$$

H4. Existe una constante δ_2 positiva desconocida tal que la derivada de la función $a(x, t)$ es acotada *i.e.*

$$|\dot{a}(x, t)| \leq \delta_2. \quad (3.2.5)$$

Así, mediante la metodología de super twisting adaptativo, un controlador se puede diseñar sin sobreestimación de la ganancia. Más aún, controlar la variable deslizante s y su derivada \dot{s} a cero en tiempo finito, bajo perturbaciones acotadas del tipo aditivas y multiplicativas con cotas desconocidas δ_1 y δ_2 .

Entonces, el sistema en lazo cerrado (3.2.4) llega a ser

$$\begin{aligned} \dot{s} &= a(x, t) - K_1 b(x, t) |s|^{1/2} \text{sign}(s) + b(x, t)v, \\ \dot{v} &= -K_2 \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Además, considere el siguiente cambio de variable

$$\boldsymbol{\varsigma} = (\varsigma_1, \varsigma_2)^T = (|s|^{1/2} \text{sign}(s), b(x, t)v + a(x, t))^T. \quad (3.2.7)$$

entonces, el sistema (3.2.4), en las nuevas coordenadas, se puede escribir como sigue

$$\dot{\boldsymbol{\varsigma}} = \tilde{\mathbf{A}}(\varsigma_1)\boldsymbol{\varsigma} + \tilde{\mathbf{g}}(\varsigma_1)\bar{\varrho}(x, t), \quad (3.2.8)$$

donde

$$\tilde{\mathbf{A}}(\varsigma_1) = \frac{1}{2|\varsigma_1|} \begin{bmatrix} -b(x, t)K_1 & 1 \\ -2b(x, t)K_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{g}}(\varsigma_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

con $\bar{\varrho}(x, t) = \dot{b}(x, t)v + \dot{a}(x, t) = 2\varrho(x, t)\frac{\varsigma_1}{|\varsigma_1|}$.

Con el objetivo de probar la estabilidad del sistema en lazo cerrado, se hace la siguiente consideración.

H5. $\dot{b}(x, t)v$ es acotada con cotas desconocidas δ_3 *i.e.* $|\dot{b}(x, t)v| < \delta_3$.

Entonces, el sistema (3.2.8) puede ser escrito como sigue

$$\dot{\boldsymbol{\varsigma}} = \frac{1}{2|\varsigma_1|} \bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\varsigma}, \quad \bar{\mathbf{A}}(\varsigma_1) = \begin{bmatrix} -b(x, t)K_1 & 1 \\ -2b(x, t)K_2 + 2\varrho(x, t) & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.2.9)$$

con $|\varsigma_1| = |s|^{1/2}$, es llamado a considerar la función cuadrática

$$V(s) = \varsigma^T \tilde{\mathbf{P}} \varsigma, \quad (3.2.10)$$

donde $\tilde{\mathbf{P}}$ es una matriz constante, simétrica y positiva, como una estricta función candidata de Lyapunov para (3.2.1)-(3.2.2). Tomando la derivada con respecto al tiempo de $V(s)$ a través de las trayectorias de (3.2.1), tenemos

$$\dot{V}(s) = -|s|^{1/2} \varsigma^T \tilde{\mathbf{Q}} \varsigma, \quad (3.2.11)$$

casi donde sea, y para cada $\tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{Q}}^T > 0$, existe una solución única $\tilde{\mathbf{P}} = \tilde{\mathbf{P}}^T > 0$ de la Ecuación Algebraica de Lyapunov

$$\overline{\mathbf{A}}^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \overline{\mathbf{A}} = -\tilde{\mathbf{Q}}, \quad (3.2.12)$$

Puesto que $\overline{\mathbf{A}}$ es Hurwitz para $b(x, t)K_1 > 0$, $2b(x, t)K_2 + 2\rho > 0$, entonces $V(s)$ es un función de Lyapunov estricta.

Nota 3.2.1. *La estabilidad del equilibrio $\varsigma = 0$ de (3.2.8) es completamente determinada por la estabilidad de la matriz $\overline{\mathbf{A}}$. Sin embargo, versiones clásicas del teorema de Lyapunov [36] no puede ser usado, puesto que requiere una función continuamente diferenciable, o al menos un función de Lyapunov continua localmente Lipschitz, aunque $V(s)$ (3.2.10) es continua pero no localmente Lipschitz. Sin embargo, como se explica en el teorema 1 en [37], es posible mostrar las propiedades de convergencia por medio del teorema de Zubov, que requiere solamente funciones de Lyapunov continuas. Este argumento es válido en la prueba del presente controlador. De modo que, más discusión de esas cuestiones no serán requeridas.*

A partir de la Consideración **H4** y **H5**, sigue que

$$0 < \varrho(x, t) < \delta_2 + \delta_3 = \delta_4.$$

Note que, mientras ς_1 y ς_2 converge a 0 en tiempo finito, sigue que s y \dot{s} converge a 0 en tiempo finito, también. El diseño del control basado en la técnica Super Twisting Adaptativo está formulado en el siguiente teorema.

Teorema 1. [26] Considerando el sistema (3.2.4) satisfaciendo las consideraciones **H3**, **H4** y **H5** para ganancias desconocidas $\delta_1, \delta_2 > 0$. Entonces, para cualquier condición inicial $x(0)$, y $s(0)$, existe un tiempo finito $0 < t_F$ y un parámetro μ , mientras la condición

$$K_1 > \frac{\delta_1 (\lambda + 4\epsilon_*^2) + \epsilon_*}{\lambda} + \frac{[2\epsilon_*\delta_1 - \lambda - 4\epsilon_*^2]^2}{4\epsilon_*\lambda},$$

se cumple, si $|s(0)| > \mu$, de modo que un modo deslizante, i.e. $|s| \leq \eta_1$ y $|\dot{s}| \leq \eta_2$, es establecido $\forall t \geq t_F$, bajo la acción del control STA (3.2.1) con las ganancias adaptativas

$$\begin{aligned} \dot{K}_1 &= \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \text{sign}(|s| - \mu), & \text{si } K_1 > K_*, \\ K_*, & \text{si } K_1 \leq K_*, \end{cases} \\ K_2 &= 2\epsilon_* K_1, \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

donde $\epsilon_*, \lambda, \gamma_1, \omega_1, \mu$ son constantes positivas arbitrarias, y $\eta_1 \geq \mu, \eta_2 > 0$.

Prueba 1. Para profundizar en el análisis de estabilidad del sistema en lazo cerrado (3.2.8), considere la siguiente función candidata de Lyapunov

$$V(\varsigma, K_1, K_2) = V_0 + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{1}{2\gamma_i} (K_i - K_i^*)^2 \right\} \quad (3.2.14)$$

donde

$$V_0 = \varsigma^T \tilde{\mathbf{P}} \varsigma, \quad \text{donde } \tilde{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \lambda + 4\epsilon_*^2 & -2\epsilon_* \\ -2\epsilon_* & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.15)$$

y $\lambda, \epsilon_*, \gamma_2, K_1^*$ y $K_2^* > 0$. Note que la matriz $\tilde{\mathbf{P}}$ es positiva definida si $\lambda > 0$ y $\epsilon_* \in \mathbb{R}$. Entonces, tomando la derivada con respecto al tiempo de la función candidata de Lyapunov (3.2.14), resulta que

$$\dot{V}(\varsigma, K_1, K_2) = \dot{V}_0 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_i} (K_i - K_i^*) \dot{K}_i, \quad (3.2.16)$$

donde

$$\dot{V}_0 = \varsigma^T \{ \tilde{\mathbf{A}}(\varsigma_1)^T \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{A}}(\varsigma_1) \} \varsigma \leq -\frac{1}{|\varsigma_1|} \varsigma^T \tilde{\mathbf{Q}} \varsigma. \quad (3.2.17)$$

Además, la matriz simétrica $\tilde{\mathbf{Q}}$ está dada por

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} 2\lambda K_1 + 4\epsilon_*(2\epsilon_* K_1 - K_2) - 2(\lambda + 4\epsilon_*^2)\delta_1 & * \\ (K_2 - 2\epsilon_* K_1 - \lambda - 4\epsilon_*^2) + 2\epsilon_*\delta_1 & 4\epsilon_* \end{bmatrix} \quad (3.2.18)$$

Mediante la selección de la ganancia K_2 como sigue

$$K_2 = 2\epsilon_* K_1, \quad (3.2.19)$$

entonces, la matriz $\tilde{\mathbf{Q}}$ será definida positiva con un valor propio mínimo $\lambda_{\min}(\tilde{\mathbf{Q}}) \geq 2\epsilon_*$, si la siguiente desigualdad se mantiene

$$K_1 > \frac{\epsilon_* \delta_1^2 + (\lambda + 4\epsilon_*^2)(2\epsilon_* + \delta_1) + \epsilon_*}{\lambda} \quad (3.2.20)$$

Ahora, considerando que

$$\dot{V}_0 \leq -\frac{1}{|\varsigma_1|} \varsigma^T \tilde{\mathbf{Q}} \varsigma \leq -\frac{2\epsilon_*}{|\varsigma_1|} \|\varsigma\|^2, \quad (3.2.21)$$

y

$$\lambda_{\min}(\tilde{\mathbf{P}}) \|\varsigma\|^2 \leq \varsigma^T \tilde{\mathbf{P}} \varsigma \leq \lambda_{\max}(\tilde{\mathbf{P}}) \|\varsigma\|^2, \quad (3.2.22)$$

donde $\|\varsigma\|^2 = |s| + \varsigma_2^2$, $|\varsigma_1| = |s|^{1/2} \leq \|\varsigma\| \leq \sqrt{\frac{V_0(\varsigma)}{\lambda_{\min}(\tilde{\mathbf{P}})}}$. Entonces, con una apropiada selección de las ganancias de acuerdo a (3.2.19), (3.2.20), resulta que

$$\dot{V}_0 \leq -rV_0^{1/2}, \quad r = 2\epsilon_* \frac{\sqrt{\lambda_{\min}(\tilde{\mathbf{P}})}}{\lambda_{\max}(\tilde{\mathbf{P}})}. \quad (3.2.23)$$

De acuerdo a las ecuaciones (3.2.16) y (3.2.23), tenemos

$$\dot{V}(\varsigma, K_1, K_2) \leq -rV_0^{1/2} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{\gamma_i} \epsilon_{K_i} \dot{K}_i^*, \quad (3.2.24)$$

donde $\epsilon_{K_i} = (K_i - K_i^*)$ para $i=1,2$. Puesto que $(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \leq |x| + |y| + |z|$, la siguiente desigualdad se mantiene

$$-rV_0^{1/2} - \sum_{i=1}^2 \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} |\epsilon_{K_i}| \leq \eta_0 \sqrt{V(\varsigma, K_1, K_2)}, \quad (3.2.25)$$

con $\omega_2 > 0$, $\eta_0 = \min(r, \omega_1, \omega_2)$. De acuerdo a la desigualdad (3.2.25), la ecuación (3.2.24) se puede reescribir como

$$\dot{V}(\varsigma, K_1, K_2) \leq -\eta_0 \sqrt{V(\varsigma, K_1, K_2)} + \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{1}{\gamma_i} \epsilon_{K_i} \dot{K}_i^* + \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} |\epsilon_{K_i}| \right\}. \quad (3.2.26)$$

Ahora, recordando la definición de las ganancias adaptativas (3.2.13), una solución en el dominio $\mu < |s| \leq \eta_1$ puede ser construida como

$$K_1 = K_1(0) + \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} t, \quad 0 \leq t \leq t_F. \quad (3.2.27)$$

K_1 es así acotada, como $K_2 = 2\epsilon_* K_1$, es acotada también.

Dentro del dominio $|s| \leq \mu$, las ganancias de control K_1 y K_2 son decrecientes. Por lo tanto, las ganancias K_1 y K_2 son acotadas en el modo deslizante. Entonces, existen unas constantes

positivas K_1^* y K_2^* tal que $K_i - K_i^* < 0$, $\forall t \geq 0$, y para $i = 1, 2$. Por lo tanto, la ecuación (3.2.26) satisface la siguiente desigualdad

$$\dot{V}(\mathfrak{s}, K_1, K_2) \leq -\eta_0 \sqrt{V(\mathfrak{s}, K_1, K_2)} + \hat{\epsilon}, \quad (3.2.28)$$

donde

$$\hat{\epsilon} = - \sum_{i=1}^2 |\epsilon_{K_i}| \left(\frac{1}{\gamma_i} \dot{K}_i - \frac{\omega_i}{\sqrt{2\gamma_i}} \right).$$

Entonces, si $|s| > \mu$ y $K_1 > K_1^*$, $\forall t \geq 0$, tenemos

$$\hat{\epsilon} = - |\epsilon_{K_2}| \left(\frac{1}{\gamma_2} \dot{K}_2 - \frac{\omega_2}{\sqrt{2\gamma_2}} \right).$$

Así, seleccionando $\epsilon_* = \frac{\omega_2}{2\omega_1} \sqrt{\frac{\gamma_2}{\gamma_1}}$, resulta que

$$\dot{K}_2 = \omega_2 \sqrt{\frac{\gamma_2}{2}}. \quad (3.2.29)$$

A partir de (3.2.29), el término $\hat{\epsilon}$ en (3.2.28) llega a ser $\hat{\epsilon} = 0$. Finalmente, tenemos

$$\dot{V}(\mathfrak{s}, K_1, K_2) \leq -\eta_0 \sqrt{V(\mathfrak{s}, K_1, K_2)}. \quad (3.2.30)$$

Por otra parte, cuando $|s| < \mu$, K_1 está dada por (3.2.13), y el término $\hat{\epsilon}$ llega a ser

$$\hat{\epsilon} = \begin{cases} 2 |K_1 - K_1^*| \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}}, & K_1 > K_*, \\ - |K_* - K_1^* + \eta t| \left(\frac{\eta}{\gamma_1} - \frac{\omega_1}{\sqrt{2\gamma_1}} \right), & K_1 \leq K_*, \end{cases} \quad (3.2.31)$$

Por lo tanto, durante el proceso de adaptación, la superficie deslizante s alcanza el dominio $|s| \leq \mu$ en tiempo finito. Si s deja el dominio en un tiempo finito, es garantizado que se mantendrá en un dominio más largo $|s| \leq \eta_1$, $\eta_1 > \mu$ en un modo deslizante.

Dentro del dominio $|s| \leq \mu$, el valor $|s|$ puede ser estimado de acuerdo a (3.2.1), (3.2.13) y (3.2.19) como

$$|s| \leq \{(1 - \gamma_1)K_1 + \delta_1\} \mu^{\frac{1}{2}} + \epsilon_* K_1 (1 - \gamma_1)(t_2 - t_1) = \bar{\eta}_1, \quad (3.2.32)$$

donde t_1 y t_2 son el tiempo cuando s entra y sale el dominio $|s| \leq \mu$, respectivamente. Si $\mu < |s| \leq \eta_1$, entonces

$$|\dot{s}| \leq (1 + \gamma_1)(\sqrt{\eta_1} + \epsilon_*)(K_1(t_2) + \omega_1 \sqrt{\frac{\eta_1 \gamma_1}{2}})(t_3 - t_2) + \delta_1 \sqrt{\eta_1} = \bar{\eta}_2, \quad (3.2.33)$$

donde $t_2, t_3, t_3 > t_2$, son los instantes de tiempo cuando s salen y entra el dominio $|s| \leq \mu$ respectivamente.

A partir de estas condiciones (3.2.32)-(3.2.33), obtenemos

$$|\dot{s}| \leq \max(\bar{\eta}_1, \bar{\eta}_2) = \eta_2, \quad (3.2.34)$$

y así es probada la existencia del domino del modo deslizante

$$W = \{s, \dot{s} : |s| \leq \eta_1, |\dot{s}| \leq \eta_2, \eta_1 > \mu\} \quad (3.2.35)$$

QED

3.2.2. Control cuasi-continuo por modos deslizantes

Los modos deslizantes de orden superior son aplicables a sistemas inciertos SISO de grado relativo arbitrario [25]. Estos controladores convergen en tiempo finito y requieren conocer el grado relativo r del sistema. El control que se obtiene es una función discontinua del error de seguimiento s y sus derivadas sucesivas calculadas en tiempo real $s, \dot{s}, \ddot{s}, \dots, s^{(r-1)}$.

Considere una clase de sistemas no lineales representado por

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x(t_0) = x_0, \quad (3.2.36)$$

donde $t_0 \geq 0, x \in B_x \subset \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $u \in \mathbb{R}^p$ es el vector de la entrada de control, los campos vectoriales f y g se suponen acotados, con sus componentes siendo funciones suaves de x . Siendo el sistema entendido en el sentido de Filippov (ver [36]). El grado relativo r del sistema se supone conocido y constante, *i.e.*, el control aparece en la r -ésima derivada total con respecto al tiempo de s , y una función suave de salida s , en la que

$$s^{(r)} = h(t, x) + m(t, x)u \quad (3.2.37)$$

donde $h(t, x) = s^{(r)}|_{u=0}$, $m(t, x) = (\partial/\partial u)s^{(r)} \neq 0$. Se considera que para K_m, K_M y C son positivos

$$0 < K_m \leq \frac{\partial}{\partial u}s^{(r)} \leq K_M \quad |s^{(r)}|_{u=0} \leq C \quad (3.2.38)$$

lo cual es cierto, al menos localmente. Las trayectorias de (3.2.36) son supuestas infinitamente extendibles en el tiempo para cualquier control u acotado, y medible en el sentido de Lebesgue.

Con el objetivo de diseñar un control por modos deslizantes de alto orden para el sistema, se considera la superficie no lineal definida por:

$$s = s(x - x_d(t)) \quad (3.2.39)$$

donde $x_d(t)$ es el punto de equilibrio del sistema, y cada función s es un función C^1 tal que $s(0) = 0$. Entonces, dado que las derivadas sucesivas de tiempo $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ son funciones continuas de las variables en el espacio de estado del sistema, y el movimiento de

$$s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0 \quad (3.2.40)$$

es llamado r -modo deslizante.

Cualquier control continuo $u = U(s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)})$ que lleve a $s \equiv 0$, satisface la igualdad $U(0, 0, \dots, 0) = -h(x, t)/m(x, t)$, siempre que la ecuación (3.2.40) se cumpla. Por ello, el control se comporta de manera discontinua, al menos sobre el conjunto (3.2.40) y es r -deslizante homogéneo, lo cual significa que la identidad $U(s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}) \equiv U(k^r s, k^{r-1} \dot{s}, \dots, k s^{(r-1)})$ se cumple para $k > 0$.

A partir de (3.2.2) y (3.2.38), se tiene que

$$s^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M]u \quad (3.2.41)$$

La inclusión diferencial cerrada es entendida en el sentido de Filippov, lo cual significa que el conjunto de vectores al lado derecho de la ecuación (3.2.36) es agrandado en forma especial, con el objetivo de satisfacer convexidad y condiciones de semi-continuidad. Esta inclusión no se aplica al sistema (3.2.36) excepto las constantes r, C, K_m y K_M . Así, la estabilización en tiempo finito de (3.2.41) en el origen. Por lo tanto, resuelve el problema simultáneamente para (3.2.36) satisfaciendo (3.2.38).

Para $i = 0, \dots, r - 1$, sean

$$\varphi_{0,r} = s, \quad N_{0,r} = |s|, \quad \Psi_{0,r} = \varphi_{0,r}/N_{0,r} = \text{sign}(s), \quad (3.2.42)$$

y

$$\varphi_{i,r} = s^{(i)} + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)} \Psi_{i-1,r} \quad (3.2.43)$$

$$N_{i,r} = |s^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)} \quad (3.2.44)$$

$$\Psi_{i,r} = \varphi_{i,r}/N_{i,r} \quad (3.2.45)$$

donde $\beta_i, \dots, \beta_{r-1}$ son numeros positivos.

Teorema 2. [38] *A condición de que $\beta_i, \dots, \beta_{r-1}, \alpha > 0$ sean seleccionados suficientemente grandes, el controlador*

$$u_{qc} = -\alpha \Psi_{r-1,r}(s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}) \quad (3.2.46)$$

es homogéneo r -modo deslizante y provee estabilidad en tiempo finito para (3.2.46) y (3.2.41). También, se establece la estabilidad en tiempo finito de r -modo deslizante $s = 0$ en el sistema (3.2.36) y (3.2.46).

La prueba del teorema anterior se puede encontrar en [38].

Cada selección de parámetros $\beta_i, \dots, \beta_{r-1}$ determina una familia de controladores aplicables a todos los sistemas (3.2.36) de grado relativo r . El parámetro α se selecciona específicamente para cualquier C, K_m, K_M fijo. Además $\alpha < 0$ con $(\partial/\partial u)s^{(n)} < 0$.

Los siguientes controladores son elegibles para sistemas con grado relativo $r \leq 4$, el cual se propuso en [35].

$$u = -\alpha \text{sign}(s) \quad (3.2.47)$$

$$u = -\alpha \text{sign}(\dot{s} + |\sigma|^{1/2} \text{sign}(s)) / (|\dot{s}| + |s|^{1/2}) \quad (3.2.48)$$

$$u = -\alpha [\ddot{s} + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{-1/2} (\dot{s} + |s|^{2/3} \text{sign}(s))] / [|\ddot{s}| + 2(|\dot{s}| + |s|^{2/3})^{1/2}] \quad (3.2.49)$$

$$\varphi_{3,4} = \ddot{s} + 3[\ddot{s} + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3} (\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s))] [|\ddot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{2/3}]^{-1/2}$$

$$N_{3,4} = |\ddot{s}| + 3[|\ddot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{2/3}]^{1/2}$$

$$u = -\alpha \varphi_{3,4}/N_{3,4} \quad (3.2.50)$$

Entonces, esta claro que es necesario conocer las derivadas del modo deslizante s para los controladores de segundo orden y siguientes. Una solución es calcular dichas derivadas por

medio de un diferenciador robusto. A continuación, se presenta la combinación del controlador y diferenciador para obtener un esquema de control basado en la retroalimentación de la salida.

3.2.3. Esquema de control-observador cuasi-continuo [39]

Aquí solamente se da la forma general para construir un controlador combinado del control cuasi-continuo y un diferenciador para un sistema de una entrada una salida SISO.

$$\begin{aligned}
u &= -\alpha \text{sign}(\phi_{r-1,r}(z_0, z_1, \dots, z_{r-1})) & (3.2.51) \\
\dot{z}_0 &= v_0, \\
v_0 &= -\lambda_{0,0} L^{1/r} |z_0 - s|^{(r-1)/r} \text{sign}(z_0 - s) + z_1 \\
\dot{z}_1 &= v_1, \\
v_1 &= -\lambda_{0,1} L^{1/(r-1)} |z_1 - v_0|^{(r-2)/(r-1)} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{r-2} &= v_{r-2}, \\
v_{r-2} &= -\lambda_{0,r-2} L^{1/2} |z_{r-2} - v_{r-3}|^{1/2} \text{sign}(z_{r-2} - v_{r-3}) + z_{r-1} \\
\dot{z}_{r-1} &= -\lambda_{0,r-1} L \text{sign}(z_{r-1} - v_{r-2}) & (3.2.52)
\end{aligned}$$

donde los parámetros $\lambda_i = \lambda_{0,i} L^{1/(r-1)}$ del diferenciador se seleccionan de acuerdo a la condición $|\sigma^r| \leq L, L \geq C + \alpha K_M$.

De aquí en adelante, los parámetros λ_{0i} se seleccionan de antemano para $L = 1$. De este modo, los parámetros del controlador (3.2.51) se seleccionan por separado del diferenciador. En caso que C y K_M sean conocidos, solamente el parámetro α es necesario sintonizar, de otra forma L y α deben ser determinados heurísticamente.

Por otro lado, sean las condiciones iniciales del diferenciador pertenecientes a un conjunto compacto. Entonces, para cualquier 2 discos embebidos, con centro en el origen, del espacio de

$\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$, los parámetros del controlador combinado pueden ser tomados tal que una ruta de todas las trayectorias comenzando en un pequeño disco no alcance un disco grande durante su convergencia al origen en tiempo finito.

Con mediciones discretas, en la ausencia de alguna entrada de ruido, el controlador produce para el orden r -ésimo deslizante real $\sup|\sigma| \sim \tau^r$ [40], donde τ es un intervalo de muestreo. Más aún, el diferenciador no evita que el r -deslizante sea asintótico si la entrada de ruido está ausente. También produce un controlador robusto con una exactitud proporcional al error máximo de la medición de la entrada (la magnitud de la entrada de ruido).

3.3. Observadores por modos deslizantes

Los observadores por modos deslizantes se han utilizado en sistemas lineales y no lineales y en muchas aplicaciones como en robótica [41], motores AC [42], convertidores [43]. Este tipo de observadores se ha usado y desarrollado ampliamente por las siguientes razones [34]:

- Trabajar con una dinámica del error de observación reducida.
- Convergencia en tiempo finito de los estados observables.
- Diseñar bajo algunas condiciones, un observador para sistemas no suaves.
- Robustez ante variaciones paramétricas es posible, si la condición (dualidad de la bien conocida *matching condition*) se satisface.

Históricamente, en la teoría de control no lineal, se ha investigado el problema de diseñar un observador con la linealización de la dinámica del error de observación para una clase de sistemas no lineales, llamada forma de inyección de la entrada [44]. Algunas condiciones necesarias

y suficientes para obtener tal forma se dan en [45]. A partir de esta forma, es relativamente fácil diseñar un observador.

Desafortunadamente, las condiciones geométricas para obtener esta forma son frecuentemente muy restrictivas con respecto al sistema considerado. Así, en [46] se proporciona una extensión de los resultados obtenidos en [44, 45], para sistemas que pueden ser escritos en una forma de inyección de la salida y la inyección de la derivada de la salida. Primero recordamos este resultado y entonces tratamos con un caso más general, el cual es la forma observable triangular [47].

En lo subsecuente se presentan dos técnicas para diseñar observadores por modos deslizantes propuestas en [40, 48], estas serán consideradas para el desarrollo de este trabajo, las cuales son el observador Super Twisting y el Diferenciador robusto.

3.3.1. Observador super twisting [48]

Considerando un sistema no lineal de una entrada y una salida SISO en la forma observable:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n \\
 \dot{x}_n &= f(x) + g(x)u
 \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

donde $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estado, $y = x_1 \in \mathbb{R}$ es la salida y $u \in \mathbb{R}$ es la entrada desconocida. $f(x)$ y $g(x)$ son funciones escalares suaves acotadas. Considerando que el estado del sistema es uniformemente acotado, i.e. para todo $t > 0$, $|x_i(t)| < d_i$, y para todo

$t > 0$:

$$\begin{aligned} |f(x)| &< C_1, |\dot{f}(x)| < \bar{C}_1 \\ |g(x)| &< C_2, |\dot{g}(x)| < \bar{C}_2, \\ |u| &< C_3, |\dot{u}| < \bar{C}_3, \end{aligned}$$

donde C_i y \bar{C}_i son constantes positivas. El diseño del siguiente observador propuesto por [48] es:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \tilde{x}_2 + G_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= g_1 \text{sign}(e_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 &= E_1 [\tilde{x}_3 + G_2 |e_2|^{1/2} \text{sign}(e_2)] \\ \dot{\hat{x}}_3 &= E_1 g_2 \text{sign}(e_2) \\ \dot{\hat{x}}_3 &= E_2 [\tilde{x}_4 + G_3 |e_3|^{1/2} \text{sign}(e_3)] \\ &\vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} &= E_{n-3} g_{n-2} \text{sign}(e_{n-2}) \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} &= E_{n-2} [\tilde{x}_n + G_{n-1} |e_{n-1}|^{1/2} \text{sign}(e_{n-1})] \\ \dot{\hat{x}}_n &= E_{n-2} g_{n-1} \text{sign}(e_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n &= E_{n-1} [\Lambda + G_n |e_n|^{1/2} \text{sign}(e_n)] \\ \dot{\hat{\Lambda}} &= E_{n-1} g_n \text{sign}(e_n) \end{aligned} \tag{3.3.2}$$

donde, $e_i = \tilde{x}_i - \hat{x}_i$ para $i = 1, \dots, n$ con $\tilde{x}_1 = x_1$ y $[\tilde{x}, \tilde{\Lambda}]^T = [\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n, \tilde{\Lambda}]^T$ es la salida del observador. Para $i = 1, \dots, n-1$, las funciones escalares E_i son definidas como

$$E_i = \begin{cases} 1, & \text{si } |e_j| = |\tilde{x}_j - \hat{x}_j| \leq \epsilon_0 \\ 0, & \text{si } |e_j| > \epsilon_0, \end{cases} \tag{3.3.3}$$

donde ϵ_0 es una pequeña constante positiva. Las ganancias del observador G_i y g_i son escalares positivas.

3.3.2. Diferenciador robusto exacto de orden arbitrario

Un nuevo tipo de controladores por modos deslizantes ha sido propuesto en [40], en donde la ley de control está expresada en función de s y de sus $r - 1$ derivadas. Entonces, es necesario conocer las mediciones de estas derivadas. Más aún, para evitar el uso de sensores, un diferenciador robusto que converge en tiempo finito es combinado con el control para proporcionar las estimaciones de las $r - 1$ derivadas de s . De esta forma se obtiene un controlador por retroalimentación de salida para aplicarlo al seguimiento de trayectorias.

Como ventajas más notables cabe destacar que se consigue un diferenciador que es exacto en ausencia de ruidos y robusto en presencia de ruidos [40]. A continuación se muestra como construir un diferenciador robusto por modos deslizantes arbitrario. Lo único que necesitamos es la salida deseada del sistema.

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_0 &= v \\
 v &= -\lambda_0 |z_0 - f(t)|^{n/(n+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\
 \dot{z}_1 &= v_1 \\
 v_1 &= -\lambda_1 |z_1 - v_0|^{(n-1)/n} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{n-1} &= v_{n-1} \\
 v_{n-1} &= -\lambda_{n-1} |z_{n-1} - v_{n-2}|^{1/2} \text{sign}(z_{n-1} - v_{n-2}) + z_n \\
 \dot{z}_n &= -\lambda_n \text{sign}(z_n - v_{n-1})
 \end{aligned} \tag{3.3.4}$$

Teorema 3. [40] *Los parámetros siendo apropiadamente escogidos, las siguientes igualdades se satisfacen en la ausencia de entradas de ruido después de un tiempo finito de un proceso transitorio*

$$z_0 = f_0(t); \quad z_i = v_{i-1} = f_0^i(t), \quad i = 1, \dots, n \tag{3.3.5}$$

Por otra parte, las soluciones correspondientes de los sistemas dinámicos son estables en el sentido de Lyapunov, es decir, estables en tiempo finito.

El teorema significa que las igualdades $z_i = v_{i-1} = f_0^i(t)$ se mantiene dentro del segundo modo deslizante, $i = 1, \dots, n - 1$.

Teorema 4. *Sea la entrada de ruido que satisface la desigualdad $|f(t) - f_0(t)| \leq \epsilon$. Entonces, las desigualdades siguientes se cumplen en tiempo finito, para alguna constante positiva μ_i, ν_i dependiendo exclusivamente de los parámetros del diferenciador.*

$$\begin{aligned} |z_i - f_0^i(t)| &\leq \mu_i \epsilon^{(n-i+1)/(n+1)}, i = 0, \dots, n. \\ |v_i - f_0^{i+1}(t)| &\leq \nu_i \epsilon^{(n-i)/(n+1)}, i = 0, \dots, n - 1. \end{aligned}$$

Considere el caso de muestreo discreto cuando $z_0(t_j) - f(t_j)$ se sustituye por $z_0 - f(t)$ con $t_j \leq t \leq t_{j+1}$, $t_{j+1} - t_j = \tau > 0$.

Teorema 5. *Sea $\tau > 0$ la entrada del intervalo de muestreo constante en la ausencia de ruidos. Entonces, las desigualdades siguientes son establecidas en tiempo finito para alguna constante positiva μ_i, ν_i dependiendo exclusivamente de los parámetros del diferenciador.*

$$\begin{aligned} |z_i - f_0^i(t)| &\leq \mu_i \tau^{(n-i+1)}, i = 0, \dots, n \\ |v_i - f_0^{i+1}(t)| &\leq \nu_i \tau^{(n-i)}, i = 0, \dots, n - 1 \end{aligned}$$

En particular el error de la n -ésima derivada es proporcional a τ . El último teorema significa que existe un número real de modo deslizante de ordenes diferentes. Sin embargo, nada puede decirse de las derivadas de v_i y \dot{z}_i porque no son funciones continuamente diferenciables.

Homogeneidad de los diferenciadores. Los diferenciadores son invariantes, con respecto a la transformación

$$(t, f, z_i, v_i, w_i) \mapsto (\eta t, \eta^{n+1} f, \eta^{n-i+1} z_i, \eta^{n-i} v_i, \eta^{n-i} w_i)$$

Los parámetros α_i, λ_i son escogidos recursivamente en forma tal que $\alpha_1, \lambda_1, \alpha_2, \lambda_2, \dots, \alpha_n, \lambda_n, \lambda_n$ proporciona la convergencia del diferenciador $(n - 1)$ -ésimo orden con la misma constante de Lipschitz L y α_0, λ_0 son suficientemente grandes (α_0 se escoge primero). La mejor forma para seleccionarlos es calcularlos por simulación. La demostración de los teoremas se pueden consultar en [25].

Nota 3.3.1. *Cabe mencionar, que gracias a la convergencia en tiempo finito de los observadores por modos deslizantes, es posible diseñar el observador y la ley de control por separado, es decir, el principio de separación se satisface. Si el controlador aplicado es conocido por estabilizar el sistema, una de las maneras admisibles es seleccionar la dinámica del observador lo suficientemente rápida para garantizar el cálculo de las variables estimadas antes de salir de la región de convergencia, donde la estabilidad es asegurada.*

Con lo anterior concluimos este Capítulo, donde se trataron las técnicas de control y observación por modos deslizantes de orden superior, las cuales se utilizarán en el siguiente Capítulo con el fin de diseñar los controladores para manipular el vuelo de algunos vehículos aéreos no tripulados.

Capítulo 4

Control de un vehículo aéreo no tripulado ala fija

En el presente capítulo, se aborda el control de vuelo para un vehículo aéreo no tripulado de ala fija. Utilizando el principio de separación en escalas de tiempo, es posible disminuir la dimensión del problema de control, resultando en dos problemas de orden menor. Por lo tanto, los controladores para manipular la orientación y la velocidad del UAV de ala fija se realizan independientemente. Adicionalmente, los controladores propuestos se comparan con un control de rechazo de perturbaciones basados en un PID. Finalmente, se muestran los resultados en simulación.

4.1. Análisis del modelo

Con el objetivo de distinguir la dinámica traslacional y la rotacional, las ecuaciones que representan la dinámica de un avión (2.3.1), pueden ser reescritas como

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ \ddot{d} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_i \\ \frac{1}{m} \mathbf{R}(\Theta) (\mathbf{f}_{aero} + \mathbf{T} + m \mathbf{R}^T(\Theta) \mathbf{g} + \mathbf{f}_{ext} + \Upsilon \delta) \\ \mathbf{W}^{-1}(\Theta) \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{K} \delta + \mathbf{n}_{aero} + \mathbf{n}_{ext} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}) \end{bmatrix} \quad (4.1.1)$$

donde las fuerzas externas se definen como $\mathbf{f}_{aero} = \bar{q}S[C_x, C_y, C_z]^T$, esta fuerza representa las fuerzas aerodinámicas, \mathbf{f}_{ext} modela una perturbación externa (debida a la acción del viento principalmente),

$$\mathbf{\Upsilon} = \bar{q}S \begin{bmatrix} C_{x\delta a} & C_{x\delta e} & C_{x\delta r} \\ C_{y\delta a} & C_{y\delta e} & C_{y\delta r} \\ C_{z\delta a} & C_{z\delta e} & C_{z\delta r} \end{bmatrix}$$

es una matriz que acopla la dinámica de rotación con la dinámica de traslación de la aeronave,

$$\mathbf{K} = \bar{q}S \begin{bmatrix} bC_{l\delta a} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}C_{m\delta e} & 0 \\ 0 & 0 & bC_{n\delta r} \end{bmatrix}$$

es una matriz que multiplica directamente las entradas de control de la dinámica de rotación, $\boldsymbol{\delta} = [\delta a, \delta e, \delta r]^T$ y representan las entradas de control de la dinámica de rotación, $\mathbf{n}_{aero} = \bar{q}S[C_l, C_m, C_n]^T$ corresponde a los momentos aerodinámicos del vehículo en función de su estructura física. Finalmente, $\mathbf{n}_{ext} = sk(\cdot)\mathbf{f}_{ext}$ representa el efecto de las perturbaciones externas sobre la dinámica de rotación.

Note que el sistema (4.1.1) es triangular, es decir, que la dinámica del i -ésimo estado depende sólo del estado $i + 1$. Entonces, la dinámica del UAV se puede describir de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_2) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_2, x_3, u_1, u_2, u_3, u_4) \\ \dot{x}_3 &= f_3(x_3, x_4) \\ \dot{x}_4 &= f_4(x_2, x_3, x_4, u_1) + I^{-1}\mathbf{\Upsilon}[u_2, u_3, u_4]^T \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

donde $x_1 = \mathbf{d}$, $x_2 = \mathbf{V}_i$, $x_3 = \boldsymbol{\Theta}$, $x_4 = \boldsymbol{\omega}$, $u_1 = [T_x, 0, 0]^T$ y $[u_2, u_3, u_4]^T = \boldsymbol{\delta}$. Esta propiedad permite, por ejemplo determinar fácilmente el grado relativo del sistema como parte de un

sistema de seguimiento de trayectoria $x_1(d)$:

$$\begin{aligned}
\delta &= x_1 - x_1(d) \\
\dot{\delta} &= f_1(x_2) - \dot{x}_1(d) \\
\ddot{\delta} &= \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \dot{x}_2 - \ddot{x}_1(d) = \frac{\partial f_1}{\partial x_2} f_2(x_2, x_3, u_1, u_2, u_3, u_4) - \ddot{x}_1(d) \\
&\dots
\end{aligned} \tag{4.1.3}$$

$$\delta^{(4)} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, u_1, \dot{u}_1, \ddot{u}_1) + G(x_1, x_2, x_3, x_4)[u_2, u_3, u_4]^T \tag{4.1.4}$$

A partir de la segunda derivada, se observa el surgimiento del término $[u_2, u_3, u_4]^T$ a través de la función f_2 que corresponde a un acoplamiento entre la dinámica de la traslación y el sistema que genera los momentos de rotación.

Este término, representa la dinámica cero en el sistema a través de un lazo de anticipación. Los vehículos aéreos son sistemas estrictamente de fase no-mínima [49]. Entonces, para generar una ley de control acoplado $[u_2, u_3, u_4]^T$, el control crea un término parásito que provoca un acoplamiento dinámico entre la dinámica de traslación y la de rotación.

Este término parásito $\mathbf{R}(\Theta)A[u_2, u_3, u_4]^T$, introducido en un lazo de anticipación en la dinámica de traslación, da origen a la dinámica de cero, [50], revela la importancia del término de acoplamiento. Por otro lado, en [51], se calcula la dinámica cero inducida a partir del modelo (4.1.1), esto de la siguiente manera.

Suponiendo que el centro de gravedad x_1 sigue perfectamente la trayectoria de referencia $x_1(d)$, se obtiene:

$$x_1 - x_1(d) = 0_{3 \times 3}, \quad x_2 - x_2(d) = 0_{3 \times 3}, \quad \dot{x}_2 - \dot{x}_2(d) = 0_{3 \times 3} \tag{4.1.5}$$

Sustituyendo esta relación en las dos primeras ecuaciones del modelo (4.1.1), se deduce:

$$\Upsilon \delta = m \mathbf{R}^T(\Theta) \dot{V}_i - m \mathbf{R}^T(\Theta) \mathbf{g} - \mathbf{f}_{aero} - \mathbf{T} - \mathbf{f}_{ext} \tag{4.1.6}$$

Multiplicando la última ecuación de (4.1.1) por $\bar{\Upsilon} = \Upsilon \mathbf{K}^{-1}$ y sustituyendo $\Upsilon \delta$ de la ecuación (4.1.6), se tiene

$$\bar{\Upsilon} \mathbf{I} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \bar{\Upsilon} (-\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} + \mathbf{n}_{aero} + \mathbf{n}_{ext}) - \mathbf{f}_{aero} - \mathbf{T} - \mathbf{f}_{ext} - m \mathbf{R}^T(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{g} + m \mathbf{R}^T(\boldsymbol{\Theta}) \dot{\mathbf{V}}_i \quad (4.1.7)$$

Entonces, la orientación \mathbf{R}_e se relaciona con el punto de equilibrio $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}_{3 \times 3}$ y $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{0}_{3 \times 3}$ se obtiene a partir de (4.1.7)

$$m \mathbf{R}_e^T \mathbf{a}_e = \bar{\Upsilon} (\mathbf{n}_{aero} + \mathbf{n}_{ext}) - \mathbf{f}_{aero} - \mathbf{T} - \mathbf{f}_{ext} \quad (4.1.8)$$

donde $\mathbf{a}_e = \mathbf{g} - \dot{\mathbf{V}}_i(d)$. Teniendo en cuenta que el error de posición $\mathbf{e}_R = \mathbf{R}^T(\boldsymbol{\Theta}) \mathbf{R}^e$ pueda ser linealizado por $\mathbf{e}_R = \mathbf{I} d_{3 \times 3} + \delta \alpha sk(\boldsymbol{\Lambda})$ donde $\boldsymbol{\Lambda} \in \mathbb{R}^3$ corresponde al eje de rotación y $\delta \alpha \in [0, 2\pi]$ al ángulo de rotación (pequeño). Entonces, combinando (4.1.1), (4.1.7) y (4.1.8), la dinámica de rotación que resulta, se linealiza alrededor del punto de equilibrio $\mathbf{R}(\boldsymbol{\Theta}) = \mathbf{R}^e$ y $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}_{3 \times 3}$, y está dada por

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\boldsymbol{\Lambda}}} &= \boldsymbol{\omega} \\ \bar{\Upsilon} \dot{\boldsymbol{\omega}} &= \bar{\Upsilon} (\mathbf{n}_{aero} + \mathbf{n}_{ext}) - \mathbf{f}_{aero} - \mathbf{T} - \mathbf{f}_{ext} - m \mathbf{e}_R \mathbf{R}^{eT} \mathbf{a}_e \\ \Leftrightarrow \bar{\Upsilon} \mathbf{I} \ddot{\bar{\boldsymbol{\Lambda}}} &= m sk(\mathbf{R}^{eT} \mathbf{a}_e) \bar{\boldsymbol{\Lambda}} \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

con $\bar{\boldsymbol{\Lambda}} = \delta \alpha$.

Ahora, descomponiendo la matriz simétrica $\bar{\Upsilon} \mathbf{I}^T (\bar{\Upsilon} \mathbf{I})$ en valores singulares i.e.

$$(\bar{\Upsilon} \mathbf{I})^T (\bar{\Upsilon} \mathbf{I}) = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V},$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son las matrices de transición y \mathbf{S} es una matriz diagonal, donde los elementos de la diagonal son positivos, y en orden descendente). Entonces, se obtiene la expresión que representa la dinámica cero

$$\begin{aligned} \mathbf{S} \ddot{\bar{\boldsymbol{\Lambda}}} &= -\mathbf{A} \bar{\boldsymbol{\Lambda}} \\ \bar{\boldsymbol{\Lambda}} &= \mathbf{V} \bar{\boldsymbol{\Lambda}}, \quad \mathbf{A} = m \mathbf{U}^{-1} (\bar{\Upsilon} \mathbf{I})^T sk(\mathbf{R}^{eT} \mathbf{a}_e) \mathbf{V}^{-1} \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

La matriz \mathbf{A} depende sólo de la geometría y de la distribución de peso del vehículo. Si los valores propios de \mathbf{A} son estrictamente no negativos, entonces la orientación diverge. Las técnicas convencionales de control no lineal, tales como la dinámica inversa no lineal son muy sensibles a una dinámica cero inestable. Una aplicación directa de la inversión dinámica para un sistema de fase no mínima puede causar oscilaciones no deseadas o una salida inestable. En el caso en que \mathbf{A} sea Hurwitz, la orientación oscila periódicamente alrededor del equilibrio \mathbf{R}^e . Esta oscilación no deseada no se amortiza, pero la amplitud baja.

Por lo tanto, una solución es diseñar una ley de control robusta, la cual permanezca estable a pesar de la dinámica parásita. Si se desprecia esta dinámica de acoplamiento bajo el supuesto de que es estable, es posible establecer por separado la dinámica de rotación y la dinámica de traslación [17, 52].

4.1.1. Principio de separación en escalas de tiempo

El principio de separación en escalas de tiempo está basado en la teoría de perturbaciones singulares que ha sido propuesta por [52]. La idea es que el sistema se puede desacoplar en dos subsistemas de orden menor, estos subsistemas poseen una dinámica lenta y una rápida. En [53] se ha extendido la arquitectura del control clásico PID en cascada, en el caso no lineal separa las ecuaciones de movimiento en una dinámica de traslación y una de rotación, en el ejemplo de un PVTOL en el plano vertical. Entonces, aplica un control lineal para el control de la traslación y un control backstepping no lineal para la rotación.

En esta tesis, se propone aplicar este principio al modelo tridimensional de 6 gdl de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija, que se planteó en el Capítulo 2. Para lograr esto, es suficiente por ejemplo, determinar las ganancias del control que rigen la dinámica de traslación en lazo cerrado diez veces más pequeños que los que actúan en la dinámica de rotación.

La constante de tiempo de la dinámica de traslación es entonces 10 veces más lenta que la de rotación. Definimos $\mu = 1/10$ como la constante de tiempo entre las las dinámicas rápida y lenta, resultando

$$\dot{x}_l = f_l(x_l, x_r, \mu) \quad (4.1.11)$$

$$\mu \dot{x}_r = f_l(x_l, x_r, u, \mu) \quad (4.1.12)$$

donde, $x_l = [d, v_i]^T$ corresponden al estado que tiene una dinámica lenta y $x_r = [\Theta, \omega]^T$ es el estado que posee la dinámica rápida. Si $\mu = 0$, se dice que, las variables de estado correspondientes a la dinámica rápida converge instantáneamente a los estados cuasi-estacionarios.

$$\dot{\bar{x}}_l = f_l(\bar{x}_l, \bar{x}_r, 0) \quad (4.1.13)$$

$$0 = f_l(\bar{x}_l, \bar{x}_r, \bar{u}) \quad (4.1.14)$$

Por lo tanto, obtenemos $\bar{x}_r = F_r(\bar{x}_l, \bar{u})$ y que $\dot{\bar{x}}_l = F_l(\bar{x}_l, \bar{u})$ un sistema autónomo. La idea es seleccionar \bar{x}_r este estado, como entrada de control (en este caso virtual), de tal manera que el sistema autónomo fuerza al vector de estado \bar{x}_l a seguir el vector de referencia. Entonces, el control u permite que \bar{x}_r converja cuasi-instantáneamente a x_r , valor estabilizante para la dinámica lenta x_l .

A partir de esta hipótesis de trabajo, el problema de seguimiento de trayectoria para un vehículo aéreo no tripulado de ala fija que posee un sistema de grado relativo 4, se transforma en dos sistemas de grado relativo igual a 2. El primer sistema de orden 2 de dinámica lenta, transforma el problema de seguimiento de trayectoria en una sucesión cuasi-estática de consignas angulares. Estas consignas aparecen entonces como el objetivo a seguir por el segundo sistema, el de dinámica rápida, es decir, la rotación. Entonces, el problema inicial se convirtió en dos sub problemas:

Guiado

Llamaremos *Guiado* al hecho de encontrar un control estabilizante \mathbf{T} para la dinámica de traslación, dado por

$$\dot{\mathbf{d}} = \mathbf{V}_i \quad (4.1.15)$$

$$\ddot{\mathbf{d}} = \frac{1}{m} \mathbf{R}(\Theta) (\mathbf{f} + \mathbf{T} + m \mathbf{R}^T(\Theta) \mathbf{g}) \quad (4.1.16)$$

Con el objetivo de alcanzar la referencia de rotación Θ_d , ésta asegure que la posición \mathbf{d} converja a la posición deseada \mathbf{d}_d después de la trayectoria de referencia en la navegación deseada local.

Pilotaje

Llamaremos *Pilotaje* el hecho de encontrar un control δ para la dinámica de rotación, representada por

$$\dot{\Theta} = \mathbf{W}^{-1}(\Theta) \omega \quad (4.1.17)$$

$$\dot{\omega} = \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{K} \delta + \mathbf{n}_{aero} + \mathbf{n}_{ext} - \omega \times \mathbf{I} \omega) \quad (4.1.18)$$

que mediante la entrada de control u garantizamos la convergencia de Θ a Θ_d .

Por otra parte, llamaremos *Localización* al hecho de estimar a partir de las mediciones disponibles, las variables físicas necesarias para el control del guiado y pilotaje respectivamente.

Finalmente, la *Navegación* es el cálculo de la trayectoria de referencia para así realizar la misión.

Con el objetivo de entender los conceptos mencionados, la Figura 4.1 muestra cómo están relacionados el guiado, pilotaje, localización y navegación.

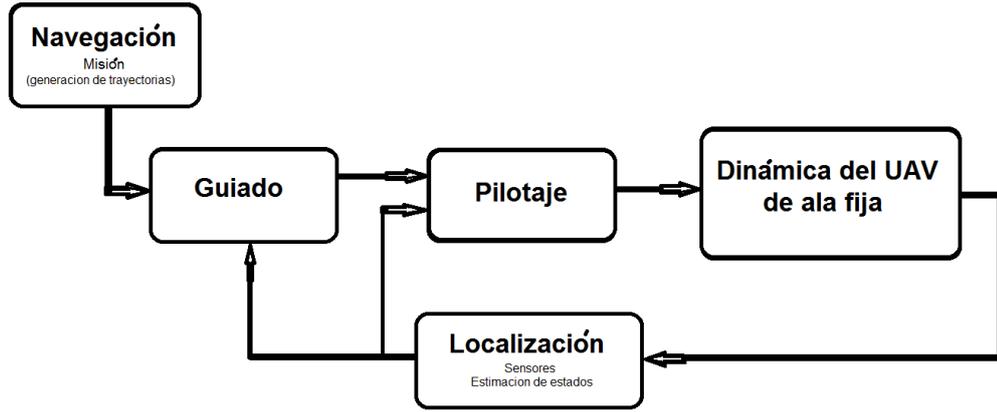


Figura 4.1. Estructura de control

4.2. Diseño del control de pilotaje

Con el fin de obtener una expresión inercial de la orientación, la ecuación (4.1.17) se reescribe como

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta})\dot{\boldsymbol{\Theta}} \quad (4.2.1)$$

y su derivada es

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta})\ddot{\boldsymbol{\Theta}} + \frac{d}{dt}\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta}) \quad (4.2.2)$$

Ahora, se sustituye la ecuación (4.1.18) en (4.2.2) y se despeja la aceleración de la orientación, representada por

$$\ddot{\boldsymbol{\Theta}} = (\mathbf{I}\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta}))^{-1} \left[-\mathbf{I}\mathbf{N} - \left(\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta})\dot{\boldsymbol{\Theta}} \times \mathbf{I}\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta})\dot{\boldsymbol{\Theta}} \right) + \bar{q}\mathbf{S}\mathbf{C} + \mathbf{K}\boldsymbol{\delta} \right]. \quad (4.2.3)$$

donde

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} bC_{l\delta a} & 0 & 0 \\ 0 & cC_{m\delta e} & 0 \\ 0 & 0 & bC_{n\delta r} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} bC_l \\ \bar{c}C_m \\ bC_c \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N} = \frac{d}{dt}\mathbf{W}(\boldsymbol{\Theta})\dot{\boldsymbol{\Theta}} = \begin{bmatrix} -C_\theta\dot{\theta}\dot{\psi} \\ -S_\theta\dot{\phi}\dot{\psi} + C_\phi C_\theta\dot{\phi}\dot{\psi} - S_\phi S_\theta\dot{\theta}\dot{\psi} \\ -C_\theta\dot{\phi}\dot{\psi} - S_\phi C_\theta\dot{\phi}\dot{\psi} + C_\phi S_\theta\dot{\theta}\dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad u = \boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \end{bmatrix}.$$

Entonces, el objetivo es controlar la orientación definida mediante los ángulos de Euler $[\phi, \theta, \psi]^T$ tal que converja a las trayectorias deseadas (acotadas) $[\phi_d(t), \theta_d(t), \psi_d(t)]^T$. Por lo tanto, a partir de la ecuación (4.2), se definen las siguientes variables de estado

$$x \triangleq \begin{pmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (4.2.4)$$

Ahora, la representación en espacio de estados, se expresa de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + g(x)u + \Phi(t) \end{aligned} \quad (4.2.5)$$

donde $\Phi(t) = [\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3]^T$ se considera un vector de perturbaciones externas, el vector de entradas de control es $u = \delta = [u_\phi, u_\theta, u_\psi]^T$, el vector $f(x)$ es

$$f(x) = (\mathbf{IW}(x_1))^{-1} (-\mathbf{IN} - (\mathbf{W}(x_1)x_2 \times \mathbf{IW}(x_1)x_2) + \bar{q}S\mathbf{C}) \quad (4.2.6)$$

y finalmente la matriz $g(x)$ está definida como

$$g(x) = (\mathbf{IW}(x_1))^{-1}\mathbf{K} \quad (4.2.7)$$

Una vez planteado el problema de control, se necesitan las siguientes condiciones:

- Las señales de Θ y $\dot{\Theta}$ se pueden medir o estimar ya sea por sensores a bordo o mediante el uso de observadores.
- Las trayectorias deseadas $x_d(t)$ y sus primera y segunda derivada están acotadas.

Nota 4.2.1. *De acuerdo con la definición de $W(x_1)$, esta matriz tiene una singularidad en $\theta = \pm\pi/2$. Por lo tanto, en este trabajo no se consideran vuelos con maniobras que involucren los valores mencionados.*

Entonces, el diseño del controlador para la orientación de un UAV de ala fija, utilizando las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior (cuasi-continuo y super twisting adaptivo) se presentan a continuación.

Control cuasi-continuo

El objetivo, es aplicar un controlador robusto ante incertidumbre paramétrica y perturbaciones externas para la orientación de un UAV de ala fija. Por lo tanto, la siguiente ecuación debe ser satisfecha.

$$\lim_{t \rightarrow t_\infty} |x_1 - x_{1d}(t)| = 0$$

donde $x_1(d)$ es la trayectoria deseada. Entonces, la superficie deslizante se define como

$$s = [s_1, s_2, s_3]^T = [x_1 - x_{1d}(t)] = [\phi - \phi_d, \theta - \theta_d, \psi - \psi_d]^T \quad (4.2.8)$$

Obviamente, $s = 0$ describe la dinámica del sistema que se pretende. Considerando el controlador cuasi-continuo de segundo orden basado en modos deslizantes de orden superior para una entrada y una salida (SISO), con el objetivo de controlar cada ángulo de orientación de un UAV de ala fija, dado por la siguiente ecuación [38]:

$$u_{qci} = -\kappa_i \frac{\dot{s}_i + \varsigma_i |s_i|^{1/2} \text{sign}(s_i)}{|\dot{s}_i| + \varsigma_i |s_i|^{1/2}} \quad (4.2.9)$$

para $i = \phi, \theta, \psi$, de tal manera que el control queda definido como $u = [\delta a, \delta e, \delta r]^T = [u_{qc\phi}, u_{qc\theta}, u_{qc\psi}]^T$. Además, las ganancias κ_i y ς_i para $i = \phi, \theta, \psi$ determinan el comportamiento del sistema. Más aún, debido a la complejidad para medir \dot{s} de este sistema, se usa un diferenciador de primer orden para la estimación de \dot{s} . Entonces, el diferenciador de primer orden es

$$\begin{aligned} \dot{z}_{0,i} &= -\lambda_{1,i} |z_{0,i} - s_i|^{1/2} \text{sign}(z_{0,i} - s_i) + z_{1,i} \\ \dot{z}_{1,i} &= L \text{sign}(z_{1,i} - z_{0,i}) \end{aligned} \quad (4.2.10)$$

donde $z_{0,i}$ y $z_{1,i}$ son las estimaciones de s_i y \dot{s}_i , para $i = \phi, \theta, \psi$; respectivamente. Por otro lado, la selección de las ganancias del controlador y diferenciador están dados en la Tabla 4.1.

Control super twisting adaptativo

Considerando el controlador super twisting adaptativo, es necesario definir otra superficie deslizante, esta debe satisfacer la condición de grado relativo del sistema igual a 1 con respecto a la variable deslizante. Por lo tanto, la superficie deslizante se define como

$$s = \begin{bmatrix} s_\phi \\ s_\theta \\ s_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\phi}_d(t) + \lambda_\phi (\phi - \phi_d(t)) \\ \dot{\theta} - \dot{\theta}_d(t) + \lambda_\theta (\theta - \theta_d(t)) \\ \dot{\psi} - \dot{\psi}_d(t) + \lambda_\psi (\psi - \psi_d(t)) \end{bmatrix} \quad (4.2.11)$$

a diferencia del control cuasi-continuo este control no necesita las derivadas sucesivas de la superficie deslizante, por lo tanto el controlador esta descrito por [26]:

$$\begin{aligned} u_{si} &= -K_{1i} |s_i|^{1/2} \text{sign}(s_i) + \nu_i, \\ \dot{\nu}_i &= -\frac{K_{2i}}{2} \text{sign}(s_i), \end{aligned} \quad (4.2.12)$$

con las ganancias adaptativas definidas por

$$\begin{aligned} \dot{K}_{1i} &= \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \text{sign}(|s| - \mu), & \text{si } K_1 > K_*, \\ K_*, & \text{si } K_1 \leq K_*, \end{cases} \\ K_{2i} &= 2\epsilon_* K_1, \end{aligned}$$

para $i = \phi, \theta, \psi$ respectivamente, de tal manera que el control está dado por $u = [\delta a, \delta e, \delta r]^T = [u_{s\phi}, u_{s\theta}, u_{s\psi}]^T$ y la selección de las ganancias K_{1i} y K_{2i} para $i = \phi, \theta, \psi$ determinan el desempeño de la orientación del UAV de ala fija.

Observador super twisting [48]

Por otro lado, como ya se mencionó sólo se considera medible la posición angular Θ . Entonces, se propone usar un observador para estimar las velocidades angulares necesarias para la implementación del controlador. En este caso se usan dos alternativas, la primera basada en

un observador super twisting el cual se utiliza para obtener la velocidad angular y está descrito por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_{1i} &= \tilde{x}_{2i} + G_{1i} |e_{1i}|^{1/2} \text{sign}(e_{1i}) \\ \dot{\hat{x}}_{2i} &= g_{1i} \text{sign}(e_{1i})\end{aligned}\quad (4.2.13)$$

para $i = \phi, \theta, \psi$ donde, $e_i = \tilde{x}_i - \hat{x}_i$ para $i = 1, \dots, n$ con $\tilde{x}_1 = x_1$ y \tilde{x} es la salida del observador.

Diferenciador robusto

Otra manera de estimar las variables de estado no medibles es por medio de un diferenciador robusto dado por la ecuación (4.2.10). Para el caso de la estimación de velocidades angulares, dado por:

$$\begin{aligned}\dot{z}_{0,i} &= -\lambda_{1,i} |z_{0,i} - x_i|^{1/2} \text{sign}(z_{0,i} - x_i) + z_{1,i} \\ \dot{z}_{1,i} &= L \text{sign}(z_{1,i} - z_{0i})\end{aligned}\quad (4.2.14)$$

para $i = \phi, \theta, \psi$ donde z_i es la estimación del estado.

Hasta aquí, se han aplicado los controladores de orientación de un UAV de ala fija. Sin embargo, típicamente no se considera la dinámica de los dispositivos encargados de realizar la acción de control. En el presente trabajo, estas dinámicas se toman en cuenta con el fin de representar lo más aproximadamente la dinámica real del UAV. A continuación, se describe brevemente los actuadores encargados de mover las superficies móviles del UAV de ala fija, *i.e.*, los alerones, el elevador y el timón.

4.2.1. Actuadores para las superficies móviles de un UAV de ala fija



Figura 4.2. Servomotor [54]

Las superficies de control en un avión son deflexiones que se efectúan por medio de unas extensiones en el ala. Sin embargo, estas superficies móviles deben ser accionadas por medio de un actuador, usualmente se utilizan actuadores de segundo orden. No obstante, también existen actuadores de primer orden para controlar superficies móviles. En este trabajo, se consideran actuadores de segundo orden tipo servomotor (ver Figura 4.2) para posicionar las superficies móviles del avión. El comportamiento lineal de un servomotor Futaba modelo 300 está dado por la siguiente ecuación

$$G(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2w_n\zeta s + w_n^2} \quad (4.2.15)$$

donde $w_n = 150\text{rad/s}$ es la frecuencia natural y $\zeta = 0.6$ es el coeficiente de amortiguamiento. Adicionalmente, el rango de voltaje aplicado es $[4.8\text{v}, 6\text{v}]$. Más aún, los límites físicos, es decir, las máximas deflexiones posibles por las superficies móviles del UAV Mitchell B-25 son: para el elevador $\pm 7\text{deg}$, para los alerones $\pm 13\text{deg}$ y para el timón $\pm 17\text{deg}$. Esto se traduce, en una saturación en la posición de la flecha del motor.

Cabe mencionar que esta dinámica no se considera en el control de orientación. Sin embargo, se aplica en el simulador con el objetivo de asegurar que la señal de control generada se realice por el actuador.

4.3. Diseño del control de velocidad.

Partimos de la ecuación que representa la dinámica traslacional en el marco de referencia adjunto al vehículo, la cual está dada por

$$\frac{1}{m}(\mathbf{f} + \mathbf{T}) = \dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - mR^T(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g} \quad (4.3.1)$$

Ahora, recordando también que existe una matriz de rotación $\boldsymbol{\chi}$ definida en el Capítulo 2 y está en función de los ángulos α y β ángulo de ataque y deslizamiento respectivamente, esta matriz transforma las coordenadas del marco referencial adjunto al vehículo a un marco de referencia relativo al viento. Entonces se puede deducir que

$$\mathbf{V}_v = \boldsymbol{\chi}\mathbf{v} \quad (4.3.2)$$

Reemplazando los elementos de la velocidad \mathbf{v} de la ecuación (4.3.1) por su correspondiente valor en coordenadas relativas al viento, se obtiene

$$\frac{1}{m}\boldsymbol{\chi}(\mathbf{f} + \mathbf{T}) = \boldsymbol{\chi}\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\chi}^T\mathbf{V}_v) + \boldsymbol{\chi}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\chi}\mathbf{v} - m\boldsymbol{\chi}R^T(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g} \quad (4.3.3)$$

Ahora, las ecuaciones expresadas en el marco de referencia relativo al viento, se deducen

$$\frac{1}{m}(\mathbf{f}_v + \mathbf{T}_v) = \left(\boldsymbol{\chi}\boldsymbol{\chi}^T\dot{\mathbf{V}}_v\right) + \boldsymbol{\omega}_v \times \mathbf{V}_v - m\boldsymbol{\chi}R^T(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g} \quad (4.3.4)$$

Finalmente, desarrollando la ecuación anterior, se tiene

$$\frac{1}{m}(\mathbf{f}_v + \mathbf{T}_v) = \left(\dot{\mathbf{V}}_v + \boldsymbol{\Omega}_v\mathbf{V}_v\right) + \boldsymbol{\omega}_v \times \mathbf{V}_v - m\boldsymbol{\chi}R^T(\boldsymbol{\Theta})\mathbf{g} \quad (4.3.5)$$

donde

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_v &= \boldsymbol{\chi}\dot{\boldsymbol{\chi}}^T \\ &= \boldsymbol{\chi}_\beta\boldsymbol{\chi}_\alpha(\boldsymbol{\chi}_\beta\dot{\boldsymbol{\chi}}_\alpha + \dot{\boldsymbol{\chi}}_\beta\boldsymbol{\chi}_\alpha)^T \end{aligned} \quad (4.3.6)$$

el cual está dado explícitamente por

$$\mathbf{\Omega}_v = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\beta} & -\dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{\beta} & 0 & \dot{\alpha} \sin \beta \\ \dot{\alpha} \cos \beta & -\dot{\alpha} \sin \beta & 0 \end{bmatrix}$$

El vector \mathbf{V}_v no tiene componente en y y z y la componente en x corresponde a la velocidad relativa del avión V , el término $(\dot{\mathbf{V}}_v + \mathbf{\Omega}_v \mathbf{V}_v)$ se puede reducir a

$$(\dot{\mathbf{V}}_v + \mathbf{\Omega}_v \mathbf{V}_v) = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\beta} & -\dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{\beta} & 0 & \dot{\alpha} \sin \beta \\ \dot{\alpha} \cos \beta & -\dot{\alpha} \sin \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\beta} V \\ \dot{\alpha} V \cos \beta \end{bmatrix} \quad (4.3.7)$$

Entonces, las ecuaciones que representan la dinámica de la velocidad relativa del vehículo V , el ángulo de ataque α y el ángulo de deslizamiento β son

$$m\dot{V} = T_x \cos \alpha \cos \beta - D - mg_1 \quad (4.3.8)$$

$$m\dot{\beta}V = -T_x \cos \alpha \sin \beta + Y + mV(r_v) + mg_2 \quad (4.3.9)$$

$$m\dot{\alpha}V \cos \beta = -T_x \sin \alpha - L + mV(q_v) + mg_3 \quad (4.3.10)$$

donde

$$\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} = \chi R^T(\Theta) \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g[-c\alpha c\beta s\theta + s\beta s\phi c\theta + s\alpha c\beta c\phi c\theta] \\ g[c\alpha s\beta s\theta + c\beta s\phi c\theta - s\alpha c\beta c\phi c\theta] \\ g[s\alpha s\theta + s\alpha c\phi c\theta] \end{bmatrix}$$

Una vez que se obtienen las ecuaciones dinámicas en el marco de referencia relativo al viento, se selecciona la ecuación (4.3.8), dada por

$$\dot{V} = \frac{1}{m} (T_x \cos \alpha \cos \beta - D) - g_1 \quad (4.3.11)$$

donde V es la velocidad relativa del UAV, m la masa total del vehículo, D es la resistencia de la aeronave, y T_x es el empuje generado por un motor y la entrada de control.

Entonces, el objetivo es controlar que la velocidad relativa del UAV de ala fija V converja a la velocidad deseada (acotada) $V_d(t)$. Por lo tanto, a partir de la ecuación (4.3.11), se define

la siguiente variable de estado

$$x \triangleq V \in \mathbb{R} \quad (4.3.12)$$

Ahora, la ecuación (4.3.11) se puede expresar de la siguiente manera

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + P(t) \quad (4.3.13)$$

donde $P(t)$ se considera una perturbación externa, la entrada de control es $u = T_x$, el vector $f(x)$ es

$$f(x) = \frac{D}{m} - g_1 \quad (4.3.14)$$

y finalmente $g(x)$ resulta

$$g(x) = \frac{\cos \alpha \cos \beta}{m}. \quad (4.3.15)$$

Una vez planteado el problema de control, se requieren las siguientes condiciones:

- Las señal de V se puede medir por sensores a bordo.
- Las trayectorias deseadas $V_d(t)$ y su derivada están acotadas.

Con el objetivo de diseñar un controlador robusto, basado en las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, se define una superficie deslizante como sigue

$$s = (V - V_d). \quad (4.3.16)$$

Entonces, el propósito es que s tienda a cero y se mantenga. Con base en lo anterior, se proponen dos controladores por modos deslizantes de orden superior. En primera instancia, el controlador cuasi-continuo y después el controlador super twisting adaptativo.

Controlador cuasi-continuo

Dado que (4.3.11) es un sistema de primer orden, el control cuasi-continuo para sistemas de primer orden es

$$u_{qc} = -\kappa \text{sign}(s) \quad (4.3.17)$$

el cual es el modo deslizante estándar. Sin embargo, con el objetivo de reducir el efecto chattering, se aplica un control para sistemas de segundo orden, dado por la siguiente ecuación

$$u_{qc} = -\kappa \frac{\dot{s} + \varsigma |s|^{1/2} \text{sign}(s)}{|\dot{s}| + \varsigma |s|^{1/2}} \quad (4.3.18)$$

donde s es la superficie deslizante, κ y ς son las ganancias del controlador. Como puede observarse el controlador necesita la información de s y de \dot{s} . Por lo tanto, las derivadas de la superficie deslizantes se obtienen por medio de un diferenciador robusto por modos deslizantes, el cual está dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= -\lambda_1 |z_0 - s|^{1/2} \text{sign}(z_0 - s) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= L \text{sign}(z_1 - z_0) \end{aligned} \quad (4.3.19)$$

donde z_0 y z_1 son las estimaciones de s y \dot{s} respectivamente.

Considere la dinámica de la velocidad relativa del avión (4.3.11) en lazo cerrado con el controlador cuasi-continuo de segundo orden (4.3.18) junto con un diferenciador robusto (4.3.22) mediante retroalimentación de la salida. Entonces, la velocidad del avión V sigue la velocidad deseada V_d en tiempo finito, en presencia perturbaciones externas e incertidumbres en el modelado.

Super twisting adaptativo

Para el caso del controlador super twisting adaptativo, se usa la superficie deslizante (4.3.16), a diferencia del control cuasi-continuo, en esta ocasión el sistema (4.3.11) de primer orden cumple la condición de grado relativo del sistema igual a 1 con respecto a la superficie deslizante. Además, este controlador no necesita las derivadas sucesivas. Por lo tanto, se utiliza el controlador super twisting adaptativo (4.3.20).

$$\begin{aligned} u_s &= -K_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) + \nu, \\ \dot{\nu} &= -\frac{K_2}{2} \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (4.3.20)$$

con las ganancias adaptivas definidas como

$$\begin{aligned} \dot{K}_1 &= \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \text{sign}(|s| - \mu), & \text{si } K_1 > K_*, \\ K_*, & \text{si } K_1 \leq K_*, \end{cases} \\ K_2 &= 2\epsilon_* K_1, \end{aligned}$$

Por otro lado, se utiliza un observador para estimar la velocidad del vehículo. Para este fin, se usan dos alternativas; la primera basada en un observador super twisting, el cual se diseña para obtener la velocidad del avión, y está descrito por

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= \tilde{x}_2 + G_1 |e_1|^{1/2} \text{sign}(e_1) \\ \dot{\tilde{x}}_2 &= g_1 \text{sign}(e_1) \end{aligned} \quad (4.3.21)$$

donde, \hat{x}_1 es el estado estimado de V .

Otra opción es por medio de un diferenciador robusto, el cual está dado por la ecuación (4.3.22). Entonces, para la estimación de la velocidad el diferenciador está, dado por

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= -\lambda_1 |z_0 - x|^{1/2} \text{sign}(z_0 - x) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= L \text{sign}(z_1 - z_0) \end{aligned} \quad (4.3.22)$$

donde z_0 es la estimación de la velocidad relativa V .

Considere la dinámica de la velocidad relativa del avión (4.3.11) en lazo cerrado con el controlador super twisting adaptativo (4.3.20) combinado con un observador super twisting (4.3) o un diferenciador robusto (4.3.22) mediante retroalimentación de la salida. Entonces, la velocidad del avión V sigue la velocidad deseada V_d en tiempo finito, en presencia de perturbaciones externas e incertidumbres en el modelado.

En este trabajo no se considera el comportamiento dinámico de los dispositivos encargados de realizar la acción de control. Puesto que, se supone una relación entre el voltaje aplicado al motor y el empuje generado por el mismo. A continuación, se describe brevemente lo anterior.

4.3.1. Actuador para la generación de empuje en un UAV de ala fija



Figura 4.3. Motor con hélice de un UAV de ala fija [55].

En los vehículos aéreos no tripulados de ala fija de talla pequeña, se utilizan frecuentemente motores sin escobillas puesto que proporcionan más potencia a menor consumo de energía. Estos motores a su vez hacen girar una hélice que produce una aceleración en el vehículo y básicamente depende de la velocidad angular del motor y de la hélice. En la Figura 4.3 se observa un motor y una hélice del tipo mencionado.

En este trabajo se considera que existe una constante de proporcionalidad entre el empuje que genera la hélice y el voltaje aplicado a los motores. Esto se puede describir por

$$T_x = K_h V_a \quad (4.3.23)$$

donde T_x es el empuje, V_a es el voltaje aplicado al motor, y la constante K_h está definida en función de las características aerodinámicas de la hélice, es decir, el radio, el ángulo de ataque, etc.

Puesto que el UAV de ala fija Mod. Mitchell B-25 posee dos motores, la fuerza de empuje T_x es la suma de los empujes generados por cada uno de los motores. Por lo tanto, los voltajes

se obtienen de la siguiente manera

$$V_1 = \frac{1}{2K_h}(T_x), \quad V_2 = \frac{1}{2K_h}(T_x) \quad (4.3.24)$$

Hasta ahora, se aplicaron los algunos controladores por modos deslizantes de orden superior para controlar un UAV de ala fija, esto mediante las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior. Sin embargo, se propone una comparación con un controlador de rechazo de perturbaciones basado en un PID llamado aquí ADRC (por sus siglas en inglés Active Disturbance Rejection Control). Esta técnica se seleccionó debido a que reporta [56] el mismo problema abordado en esta tesis. Además, dicha técnica presenta un comparativo con el típico PID mostrando ventajas respecto al esfuerzo de control y robustez. Este controlador se explica a continuación.

4.4. Control de rechazo de perturbaciones

En este apartado, se propone un control activo de rechazo de perturbaciones ADRC [57], con el fin de comparar las técnicas de control propuestas anteriormente. Algunas ventajas de ADRC son: a) No es necesario conocer el modelo completo del sistema puesto que se basa en un observador extendido, el cual estima la información del sistema, así como las perturbaciones externas por medio de un estado extendido, y b) Además, utiliza un controlador PID que es conocido por su simplicidad.

Entonces, el diseño se realiza a partir de lo siguiente.

Observador extendido no lineal [57]

Partiendo de la ecuación general afin en el control

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n \\
 \dot{x}_n &= x_{n+1} + b_0 u, \\
 \dot{x}_{n+1} &= \eta(x)
 \end{aligned} \tag{4.4.1}$$

donde $[x_1, \dots, x_{n+1}]^T$ es el estado, b_0 representa el valor nominal de b , con $b = b_0 + \Delta b$ y la variable de estado adicional $x_{n+1} = F(x_{n+1}) + \frac{\Delta b}{b_0} u$ estima la *perturbación total* del sistema.

Puesto que el grado relativo para los subsistemas del UAV de ala fija es igual a 2, considere un sistema de segundo orden como

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + b_0 u, \\
 \dot{x}_3 &= \eta(x) \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{4.4.2}$$

A continuación se presentan las siguientes hipótesis de trabajo:

H6. $F(\cdot)$, u y sus derivadas $\eta(x) = \dot{F}(x_{n+1}) + \frac{\Delta b}{b_0} \dot{u}$, son localmente Lipschitz en sus argumentos y acotados con el dominio de interés. Además, las condiciones iniciales se suponen como $F(\cdot)|_{t=0} = 0$, y $\dot{F}(\cdot)|_{t=0} = 0$.

H7. La salida $y = x_1$; y sus derivadas hasta el 4-ésimo orden son acotadas.

Entonces, el siguiente sistema

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - G_1 f(\tilde{x}, \kappa_1, \zeta), \\ \dot{\hat{x}}_2 &= \hat{x}_3 - G_2 f(\tilde{x}, \kappa_2, \zeta) + b_0 u, \\ \dot{\hat{x}}_3 &= -G_3 f(\tilde{x}, \kappa_3, \zeta),\end{aligned}\tag{4.4.3}$$

es un observador que estima los estados no medibles de (4.4.2) donde: G_1 a G_3 son las ganancias del observador, $\tilde{x}(t) = y - \hat{x}_1$ es el error de estimación del estado $x_i, i = 1, 3$, b_0 representa un valor constante, una aproximación de b , y \hat{x}_1 a \hat{x}_3 son las estimaciones de los estados. El término $f(\tilde{x}, \kappa, \zeta)$ es una función no lineal que se usa para incrementar la velocidad de convergencia de las señales observadas, y está definida como

$$f(\tilde{x}, \kappa, \zeta) = \begin{cases} |\tilde{x}|^\kappa \text{sign}(\tilde{x}), & \text{si } |\tilde{x}| > \zeta \\ \frac{\tilde{x}}{\tilde{x}^{1-\kappa}}, & \text{si } |\tilde{x}| \leq \zeta \end{cases}\tag{4.4.4}$$

donde κ y ζ son parámetros de diseño.

Note que la función no lineal $f(\tilde{x}, \kappa, \zeta)$ se relaciona frecuentemente con la asignación actual. Sin embargo es opcional. Por ejemplo, para $\hat{\kappa}_1 = \hat{\kappa}_2 = \hat{\kappa}_3 = 1$, el observador se reduce al observador Luenberger. Algunos métodos se usan para encontrar los parámetros G_1, G_2, \dots, G_n , del observador. Por ejemplo, comenzando con una ganancia lineal $f(\tilde{x}, \kappa, \zeta) = e$, el método por ubicación de polos se usa en [58] para el diseño inicial de este observador.

Para simplificar, los polos de la ecuación característica, estos se colocan en un término ($\hat{\omega}_i$) y las ganancias del observador se pueden expresar como

$$G_j = l_j \hat{\omega}^j, \quad j = 1, 2, \dots, n\tag{4.4.5}$$

donde los parámetros $l_j, j = 1, 2, \dots, n$; se seleccionan tal que el polinomio característico $p(s) = s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3$ sea Hurwitz. $\hat{\omega} > 0$ es un parámetro de diseño, el ancho de banda de la señal de salida del observador. Es común seleccionar el parámetro $\hat{\omega}$ como una compensación entre la velocidad de convergencia de la estimación del estado y la influencia de ruido y el periodo de muestreo. Un estudio de convergencia de este observador se presenta en [57] y [59].

PID

Por otro lado, el diseño del controlador PID está dado por

$$u_{pid} = K_p e + K_i \int_{t_0}^t e d\tau + K_d \frac{de}{dt} \quad (4.4.6)$$

donde e , es el error de seguimiento, K_p , K_i , y K_d son las ganancias del control PID. En la Figura 4.4 se aprecia un esquema de la metodología ADRC.

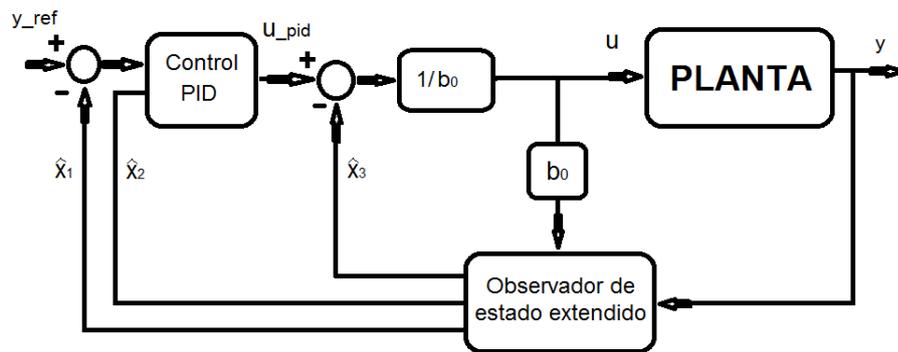


Figura 4.4. Esquema de control ADRC

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en simulación numérica para el control de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija.

4.5. Resultados en Simulación.

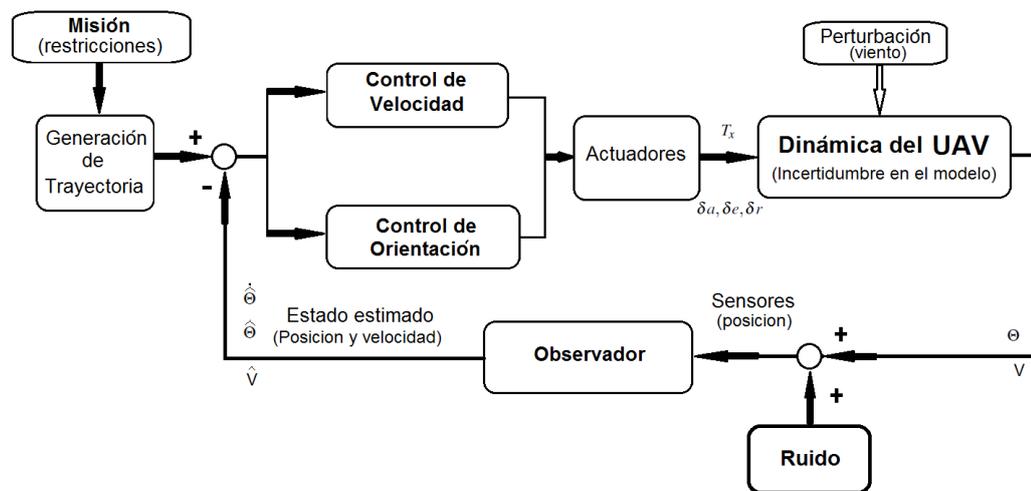


Figura 4.5. Estructura de simulación

Los resultados en simulación muestran la efectividad de los esquemas de control propuestos, cuasi-continuo y super twisting adaptativo, ambos controladores usados para el control de vuelo de UAVs. Estas metodologías de control se implementaron en el ambiente MATLAB/SIMULINK (ver diagrama general en Figura 4.5), así como el modelo dinámico completo del aeroplano a escala Mitchell-B25. El modelado dinámico de este vehículo aéreo de ala fija incluye:

- Modelo del UAV de ala fija de 6-gdl.
- Aerodinámica.
- Dinámica de los actuadores de segundo orden que manipulan las superficies de control de un avión.
- Una señal ruidosa aplicada al estado que se supone medible, con el objetivo de simular una medición real.

Las simulaciones se enfocan en los siguientes aspectos:

1) Demostrar la capacidad de los esquemas de control propuestos para controlar un UAV de ala fija para el seguimiento de trayectorias.

2) Comprobar la robustez de los controladores para el control de orientación y de velocidad ante incertidumbres en el modelado, dinámica acoplada y perturbaciones externas.

3) Ilustrar el desempeño de los controles propuestos mediante la comparación con otras técnicas.

Por otra parte, las ganancias que definen el comportamiento del controlador de orientación, y de ambos observadores están definidos en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Ganancias de los controladores de orientación

Control de alabeo	κ_1	ς	λ_1	L	λ	ω_1	γ_1	μ	ϵ_*	G_1	g_s
Cuasi-continuo + diferenciador	.06	.001	5	9							
Super twisting Adaptativo-Diferenciador			3	1	1	.1	.01	.01	1		
Super twisting Adaptativo-Observador ST					2	.3	0.01	.01	.2	5	.1
Control de cabeceo											
Cuasi-continuo + diferenciador	.08	.001	5	9							
Super twisting Adaptativo-Diferenciador			4	.1	1	.2	.01	.01	1		
Super twisting Adaptativo-Observador ST					1	.1	.01	.01	1	5	.1
Control de guiñada											
Cuasi-continuo + diferenciador	.6	.001	5	9							
Super twisting Adaptativo-Diferenciador			4	4	1	.001	.01	.01	1		
Super twisting Adaptativo-Observador ST					1	.2	.01	.01	.2	10	1

y las ganancias que definen el comportamiento de ambos controladores de velocidad están definidos en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Ganancias del control de velocidad

Control de velocidad	κ_1	ς	λ_1	L	λ	ω_1	γ_1	μ	ϵ_*	G_1	g_s
Cuasi-continuo + diferenciador	8	.001	5	1							
Super twisting Adaptativo-Diferenciador			1		1	1	.1	.01	0.1		
Super twisting Adaptativo-Observador ST					1	1	.01	.1	.1	1	.1

4.5.1. Resultados del control cuasi-continuo.

Los resultados del control cuasi-continuo se presentan a continuación, donde en la Figura 4.6 se observa el esquema de control correspondiente a dicha técnica.

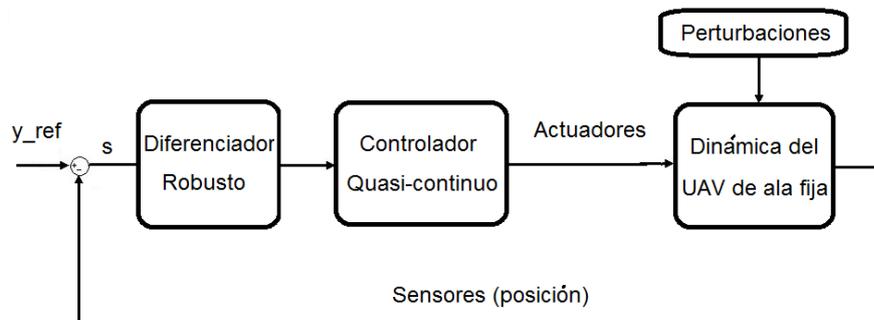


Figura 4.6. Diagrama del control cuasi-continuo

En la Figura 4.7 se aprecia la trayectoria deseada a seguir por el UAV de ala fija, la cual consiste de un círculo seguido de un óvalo con cambios en la velocidad a partir de $15m/s$ a $20m/s$. Más aún, se consideran también cambios en altitud partiendo de una altura de $100m$, el UAV se eleva a $120m$ a los $20s$, asciende a $140m$ a los $90s$ y otro ascenso a $180m$ a los $130s$. Esta trayectoria tiene 3 componentes espaciales $x_d(t), y_d(t), z_d(t)$ inerciales y 3 componentes rotacionales $\phi_d(t), \theta_d(t), \psi_d(t)$, donde la traslación deseada se mapea a $V_d(t)$ en una sola variable que representa la velocidad relativa del vehículo deseada y las componentes rotacionales corresponden a los ángulos de Euler deseados.

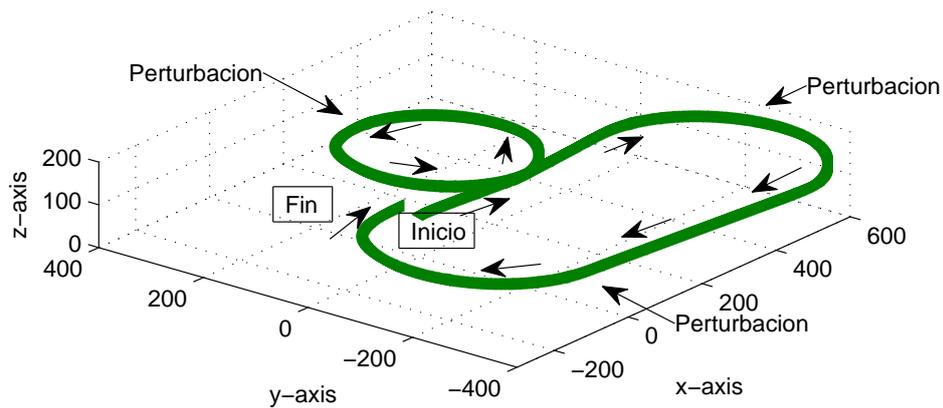


Figura 4.7. Trayectoria deseada. Caso cuasi-continuo

Por otro lado, en este caso se consideran las siguientes perturbaciones externas:

- Una perturbación externa representada mediante una entrada escalón, se aplica directamente al eje longitudinal del UAV x de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 35s$.
- Una perturbación externa aplicada directamente al eje transversal del UAV y de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 75s$.
- Una perturbación externa aplicada directamente al eje vertical del UAV z de magnitud $1m/s$ en el instante $t \geq 105s$.

La respuesta de los ángulos de orientación se muestra en la Figura 4.8, donde se obtiene el seguimiento de los ángulos de alabeo ϕ , cabeceo θ y de guiñada ψ a los ángulos deseados $\phi_d(t)$, $\theta_d(t)$, $\psi_d(t)$ respectivamente.

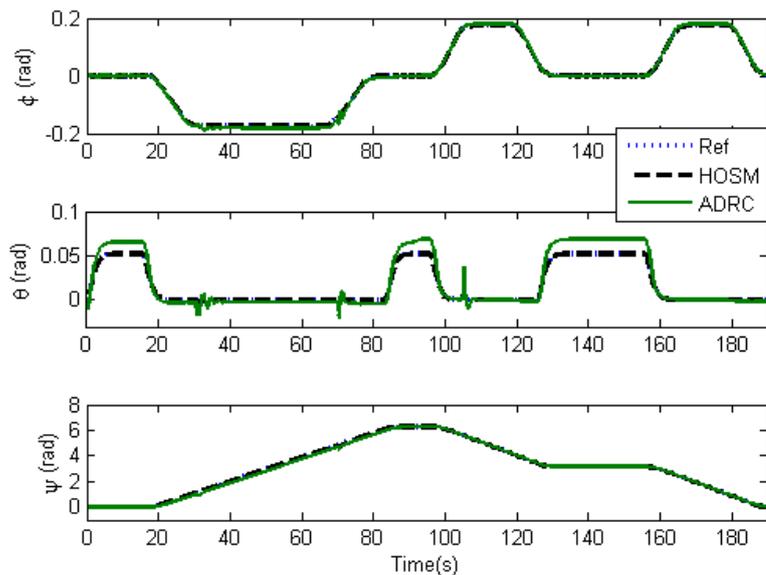


Figura 4.8. Orientación del UAV. Caso cuasi-continuo.

Las señales de control se pueden observar en la Figura 4.9. Estas señales representan la posición de las superficies móviles que controlan la orientación del UAV de ala fija.

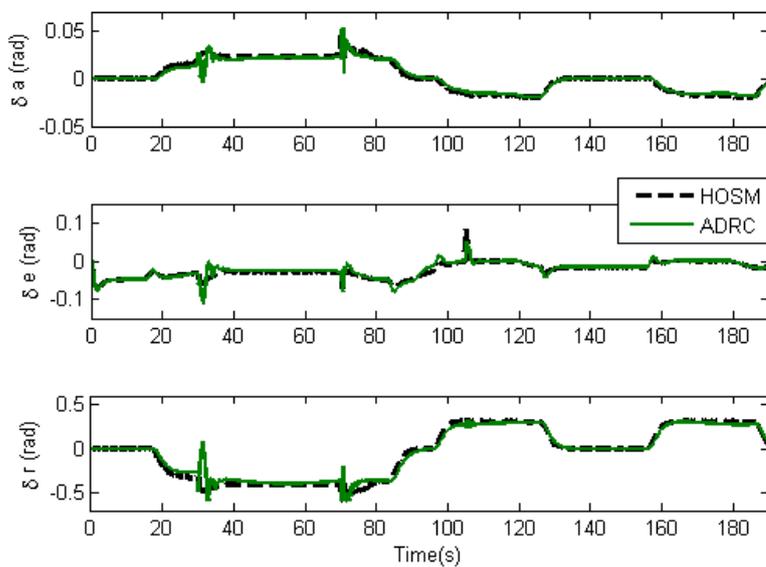


Figura 4.9. Entradas de control. Caso cuasi-continuo.

El error de seguimiento con respecto a los ángulos deseados se ilustra en la Figura 4.10,

donde el control cuasi-continuo tiende a cero y la diferencia más notoria con respecto al control ADRC se muestra en el error del ángulo de guiñada.

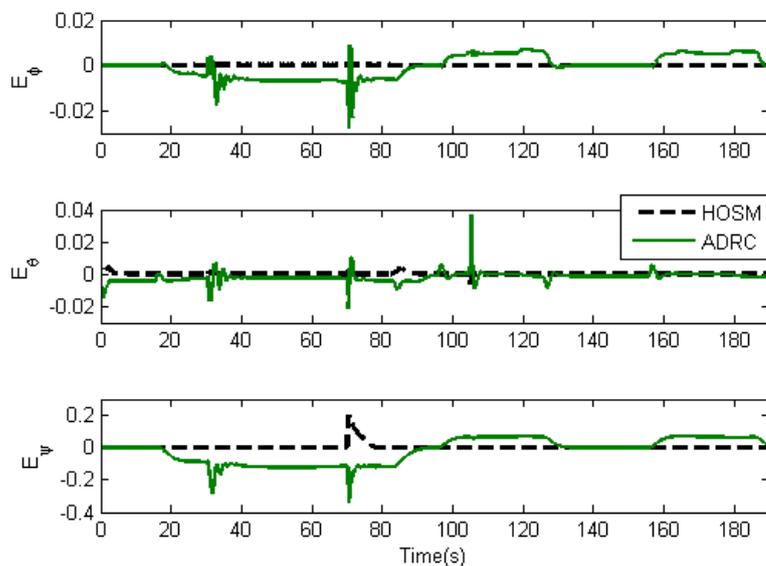


Figura 4.10. Error de seguimiento. Caso cuasi-continuo.

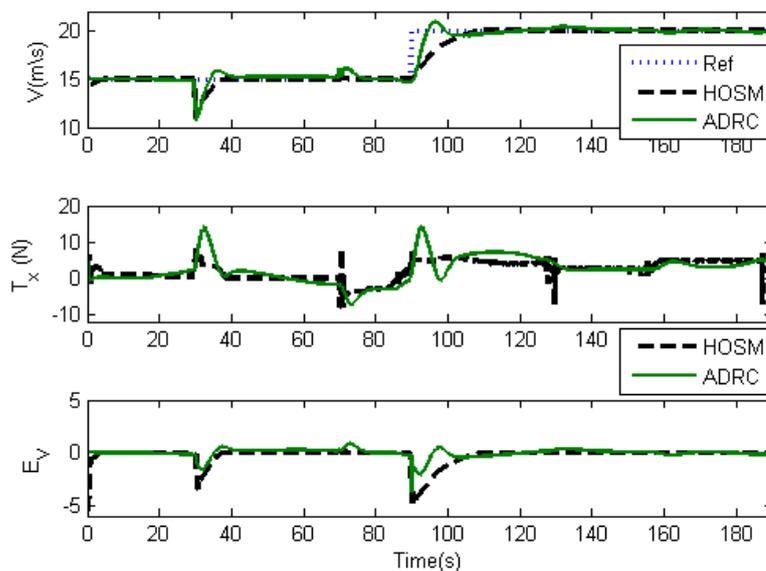


Figura 4.11. Control de velocidad. Caso cuasi-continuo.

Los resultados de la velocidad del vehículo se muestran en la Figura 4.11. En la primera subgráfica se observa la convergencia de la velocidad del avión a la velocidad comandada. En

la subgráfica intermedia se muestra el empuje que se debe generar en este caso por un par de hélices. Finalmente en la subgráfica inferior se traza el error de seguimiento.

Discusión.

La sintonización de estos controladores fué una tarea muy importante. Puesto que este hecho significa una reducción del efecto *chattering*, por esta razón en las gráficas de las respuestas del control no se aprecia este efecto indeseado. Desde el punto de vista de control de vuelo, el *chattering* representa una gran demanda a los actuadores, provocando movimientos indeseados en las superficies de control del UAV de ala fija, esto significa que puede desestabilizar la aeronave. Por lo tanto, la sintonía de los controladores propuestos se realizaron por métodos heurísticos hasta lograr una respuesta suave.

Por otro lado, el desempeño del controlador propuesto depende del periodo de muestreo usado en la implementación, es decir, existe un compromiso entre el muestreo y los resultados obtenidos. Considerando que no sea un factor que impida la implementación del controlador en una tarjeta electrónica. Además, el método numérico para dar solución a esta implementación es un factor importante a tomar en cuenta, logrando los mejores resultados con el método numérico Runge-Kutta con paso de integración fijo a $0.001s$.

Con respecto al control ADRC con el que el control propuesto fue comparado, este esquema de control se selecciono ya que se encontró en la literatura se utiliza para una aplicación similar a la de la presente tesis, este tiene algunas ventajas como que no necesita conocer el modelo de forma exacta, puesto que estima tanto la información de la dinámica no conocida como la de las perturbaciones externas, esto mediante el uso de un observador extendido. Este controlador completa el lazo mediante un control PID y resulta en una técnica robusta. Sin embargo, por el hecho que calcula dinámica no conocida y perturbaciones en un estado extendido por consecuencia lo hace sensible al ruido en las mediciones y dificulta la sintonización.

4.5.2. Resultados del control Super twisting Adaptativo.

Se presentan dos casos del control Super Twisting Adaptativo basado en:

- Un observador super twisting.
- Un diferenciador robusto.

A continuación se desglosan los resultados.

Super twisting Adaptativo basado en Observador Super Twisting

La Figura 4.12 muestra el esquema de control.

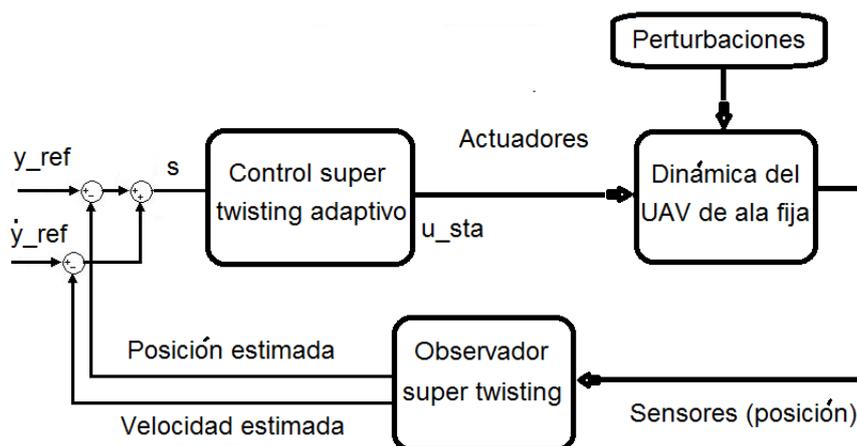


Figura 4.12. Diagrama del control super twisting adaptativo + observador

En la Figura 4.13 se muestra la trayectoria deseada a seguir por el UAV de ala fija, la cual consiste de un círculo seguido de un óvalo con cambios en la velocidad a partir de $15m/s$ a $20m/s$. Más aún, se consideran cambios en altitud, la condición inicial es de vuelo a una altura de $100m$, de inmediato desciende a $80m$, posteriormente asciende a $100m$ a los $85s$, y finalmente se eleva a $140m$ a los $125s$.

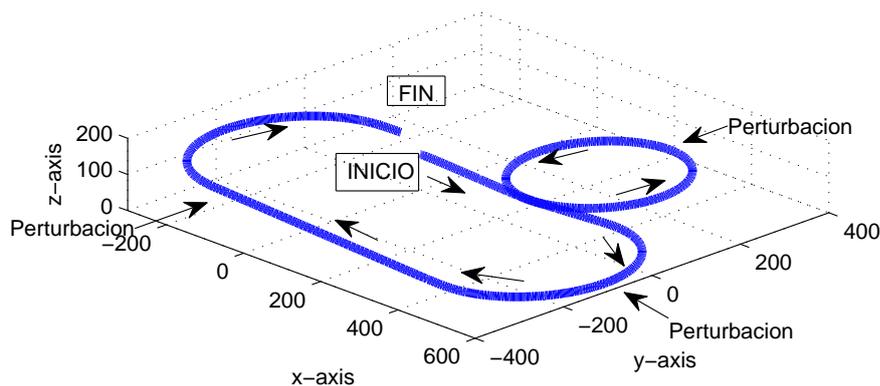


Figura 4.13. Trayectoria deseada. Caso STA+Observador ST

Por otro lado, en este caso se consideran perturbaciones externas, las cuales se representan mediante una entrada escalón y se aplican de la siguiente manera:

- En el eje longitudinal del UAV x de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 50 \leq 55s$.
- En el eje transversal del UAV y de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 110 \leq 115s$.
- En el eje vertical del UAV z de magnitud $-1m/s$ en el instante $t \geq 140 \leq 145s$.

La respuesta de los ángulos de orientación se grafica en la Figura 4.14, donde se muestra la convergencia de cada uno de los ángulos de orientación del vehículo aéreo no tripulado de ala fija a los ángulos de referencia, de esta forma garantizamos el seguimiento de la trayectoria del vehículo.

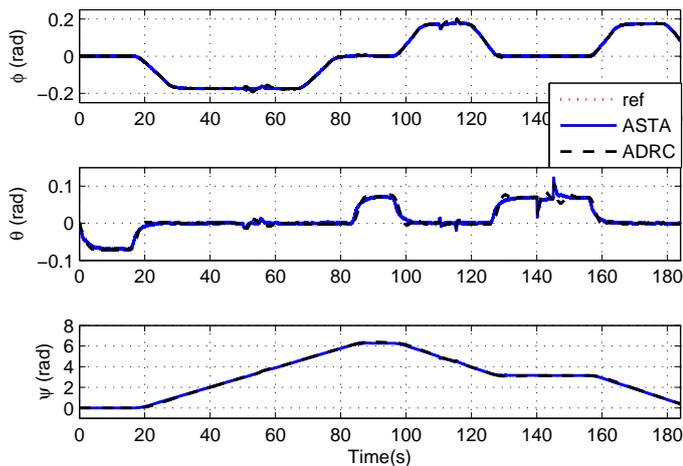


Figura 4.14. Orientación del UAV. Caso STA + Observador ST

Las señales de control se pueden observar en la Figura 4.15, estas señales representan la posición de las superficies móviles que controlan la orientación del UAV de ala fija, mostrando magnitud dentro del rango de operación de los actuadores electromecánicos.

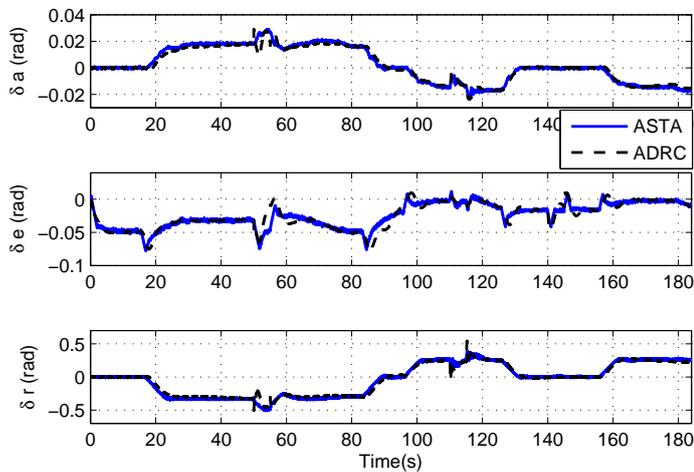


Figura 4.15. Entradas de control. Caso STA + Observador ST.

El error de seguimiento con respecto a los ángulos deseados se ilustra en la Figura 4.16.

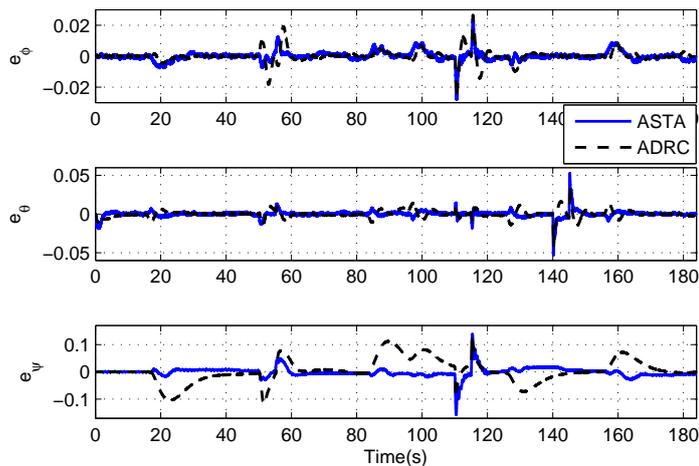


Figura 4.16. Error de seguimiento. Caso STA + Observador ST.

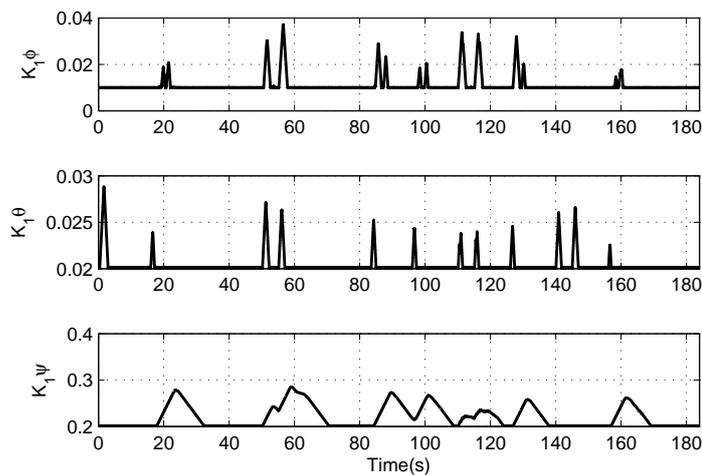


Figura 4.17. Ganancias adaptativas. Caso STA + Observador ST.

El comportamiento dinámico de las ganancias adaptativas se observa en la Figura 4.17, donde se aprecia la actividad cuando existen perturbaciones externas.

Los resultados de la velocidad del vehículo se trazan en la Figura 4.18. En la primera subgráfica se observa la convergencia de la velocidad del avión a la velocidad comandada. En

la subgráfica intermedia se muestra el empuje. Finalmente, en la subgráfica inferior se traza el error de seguimiento.

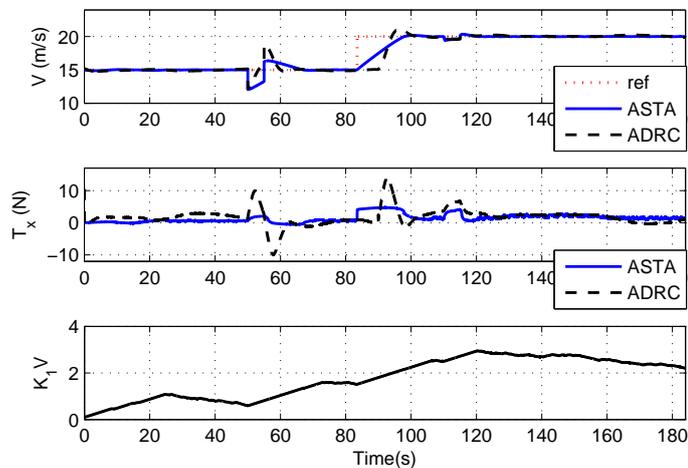


Figura 4.18. Control de velocidad. Caso STA + Observador ST.

Por otro lado, en la Figura 4.19 se observa una animación donde se traza la trayectoria del UAV de ala fija. Dicha representación se realizó por medio de *Simulink 3D animation*.

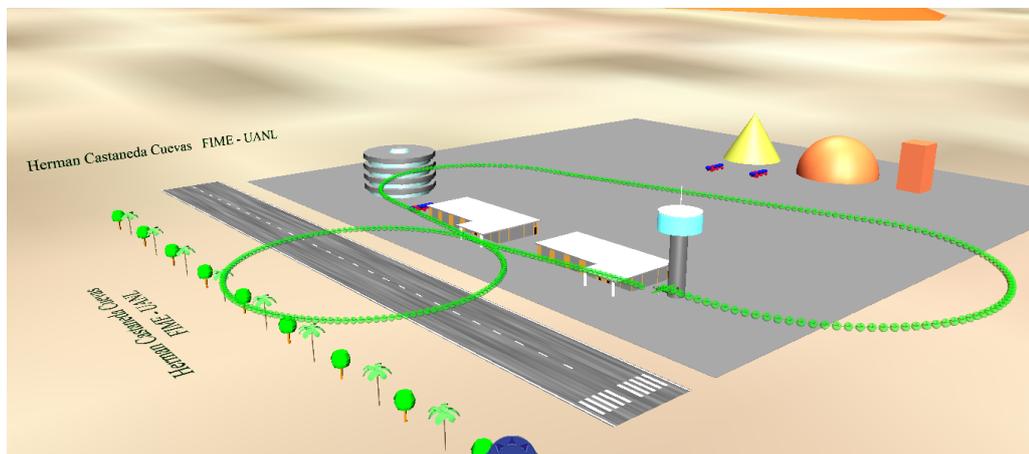


Figura 4.19. Animación de la trayectoria. Caso STA + Observador ST.

Discusión

La sintonización de estos controladores se realizó heurísticamente. Puesto que este hecho representa buen desempeño, uno de los factores a tomar en consideración en la sintonía del controlador, es la selección adecuada de la velocidad de adaptación de la ganancia adaptativa. Este factor es muy importante, puesto que regula que tan rápido se adapta la ganancia del controlador. Sin embargo, existe un compromiso entre la rapidez con que controla y/o rechaza una perturbación y el desempeño adecuado de la aeronave, en otras palabras, para la selección adecuada de la velocidad de adaptación es indispensable conocer la rapidez de la dinámica que se está controlando.

Una de las ventajas de este control es que no presenta chattering. Este efecto puede dañar o en su caso desestabilizar el UAV. Además, no necesita un periodo de muestro tan pequeño para funcionar adecuadamente, para este trabajo se utilizaron 10 milisegundos de periodo de muestreo. Lo que representa que se puede implementar con un equipo electrónico no muy poderoso, y por lo tanto no tan costoso. Ahora, el hecho de usar un observador super twisting, reduce la cantidad de sensores en el vehículo, ya que estima sobre todo las velocidades angulares. Este hecho representa un posible ahorro tanto en la instrumentación del UAV de ala fija como en el costo del mismo. Este observador al ser de primer orden no representa una gran dificultad en la sintonización, además obtiene las estimaciones a pesar de mediciones ruidosas lo que sucede con los dispositivos de medición (giroscopios).

Con respecto a control ADRC con el que el control propuesto fue comparado, este tiene algunas ventajas como que no necesita conocer el modelo de forma exacta, puesto que estima tanto la información de la dinámica no conocida como la de las perturbaciones externas, esto mediante el uso de un observador extendido. Este controlador completa el lazo mediante un control PID y resulta en una técnica robusta. Sin embargo, por el hecho que estima la dinámica

desconocida junto con perturbaciones externas dentro de un estado extendido, por consecuencia lo hace sensible al ruido en las mediciones y dificulta la sintonización.

Super twisting Adaptativo basado en diferenciador

La Figura 4.20 ilustra el diagrama de control.

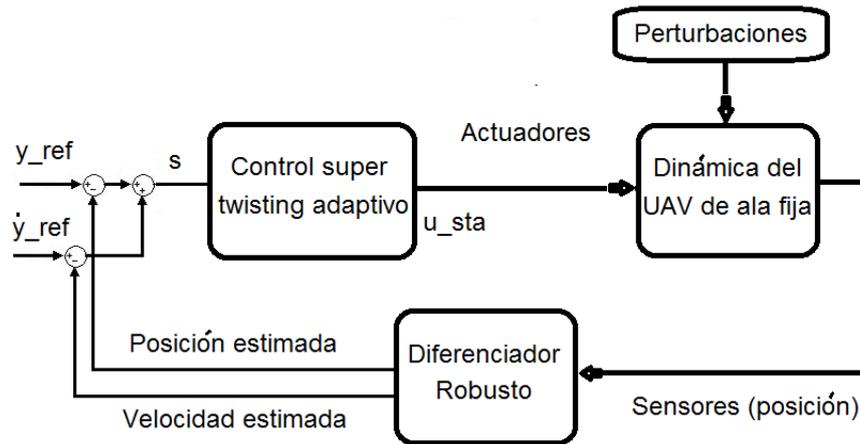


Figura 4.20. Diagrama del control STA + diferenciador

En la Figura 4.21 se aprecia la trayectoria deseada a seguir por el UAV de ala fija, la cual consiste de dos círculos a semejanza de un ocho, con cambios en la velocidad a partir de $15m/s$ a $20m/s$, y en altitud, con la condición inicial de vuelo a una altura de $100m$, a los $10s$ se comienza a elevar hasta alcanzar $180m$, después a los $90s$ desciende hasta llegar a $120m$ de altura.

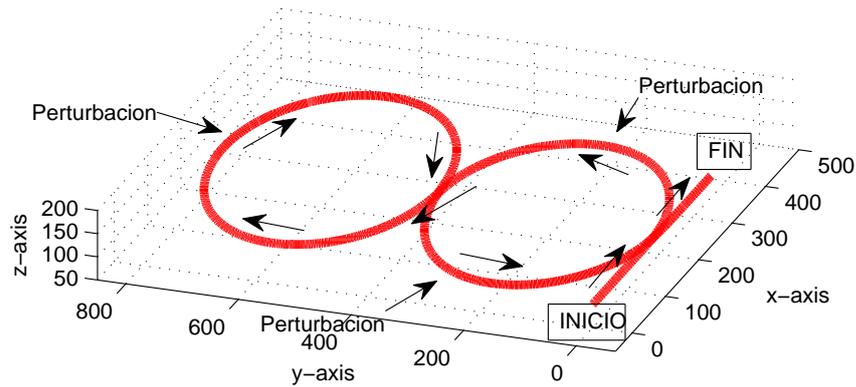


Figura 4.21. Trayectoria deseada. Caso STA + diferenciador.

Por otro lado, en este caso se aplican al UAV de ala fija las siguientes perturbaciones externas:

- En el eje longitudinal del UAV x de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 30s$.
- En el eje transversal del UAV y de magnitud $4m/s$ en el instante $t \geq 70s$.
- En el eje vertical del UAV z de magnitud $-1m/s$ en el instante $t \geq 105s$.

La respuesta de los ángulos de orientación del UAV de ala fija se observa en la Figura 4.22, donde se obtiene el seguimiento de los ángulos de alabeo, cabeceo y de guiñada a los ángulos deseados.

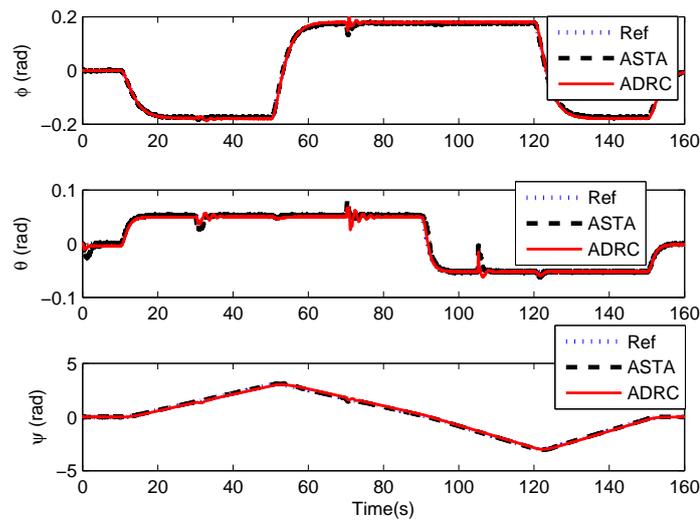


Figura 4.22. Orientación del UAV. Caso STA + diferenciador.

Las señales de control de este esquema de control se pueden ver en la Figura 4.23.

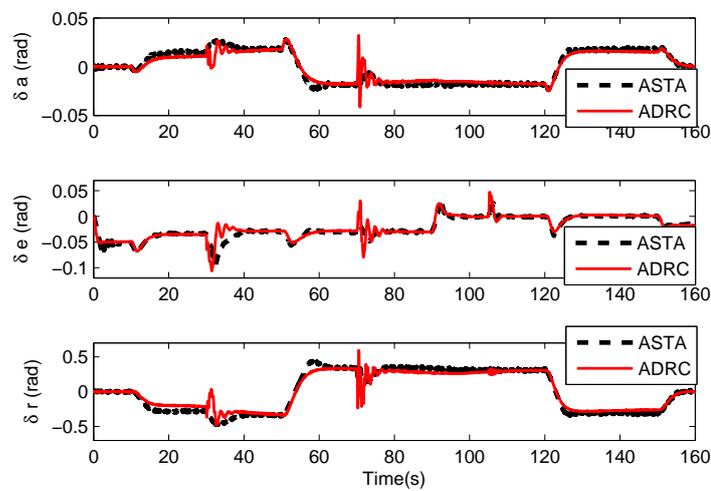


Figura 4.23. Respuestas del control. Caso STA + diferenciador.

El error de seguimiento con respecto a los ángulos deseados se ilustra en la Figura 4.24, donde el control super twisting adaptativo por modos deslizantes mantiene una superioridad

notoria en el error de seguimiento del ángulo de guiñada.

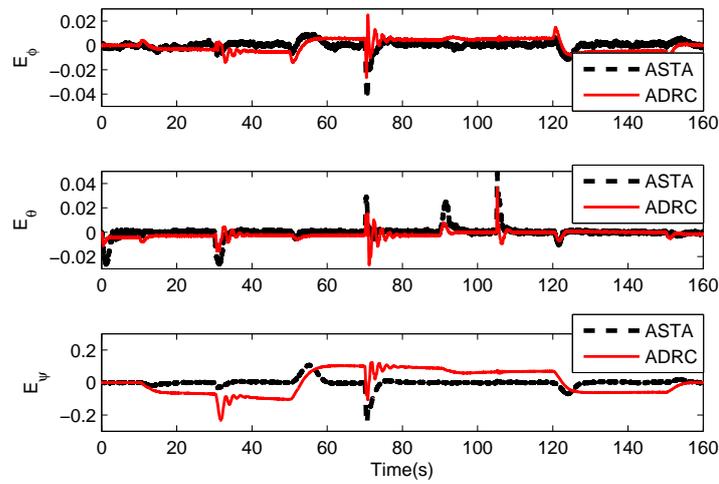


Figura 4.24. Error de seguimiento. Caso STA + diferenciador.

El comportamiento dinámico de las ganancias adaptativas se observa en la Figura 4.25, donde se aprecia la actividad cuando existen perturbaciones externas.

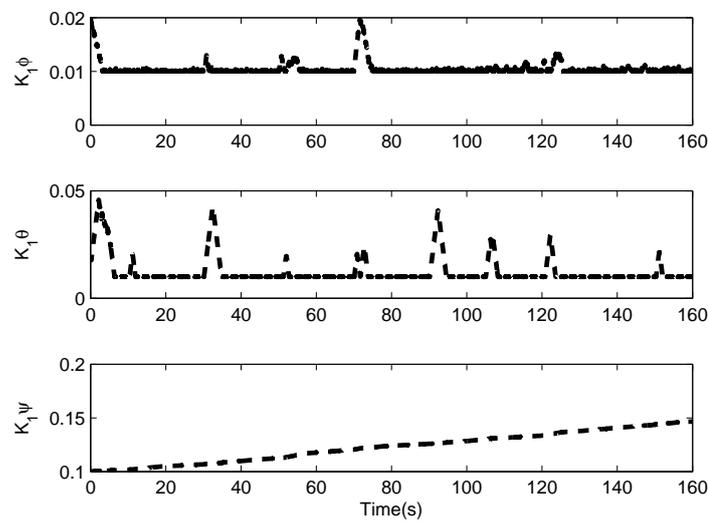


Figura 4.25. Ganancias adaptativas. Caso STA + diferenciador.

Los resultados de la velocidad del vehículo son mostrados en la Figura 4.26. En la primera subgráfica se observa la convergencia de la velocidad del avión a la velocidad comandada. En la subgráfica intermedia se muestra el empuje que se debe generar por las hélices. Por último, en la subgráfica inferior se traza la dinámica de la ganancia adaptativa del control de velocidad.

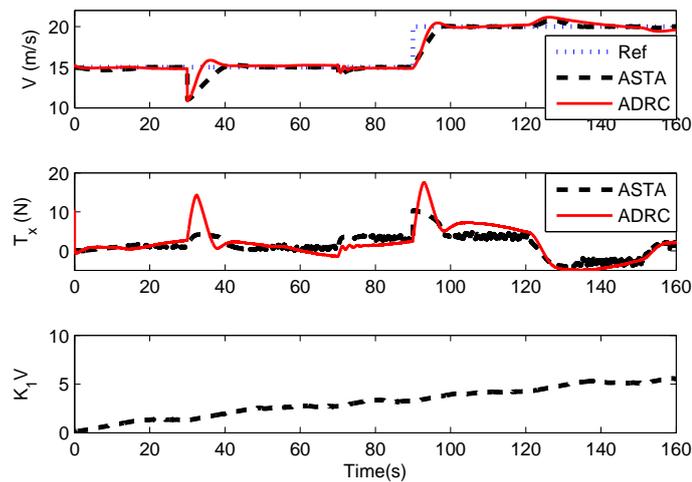


Figura 4.26. Control de velocidad. Caso STA + diferenciador.

Adicionalmente, en la Figura 4.27 se observa el recorrido del UAV de ala fija, esto mediante la recreación digital del vuelo.



Figura 4.27. Animación del UAV de ala fija. Caso STA + diferenciador.

Discusión

En el esquema de control super twisting adaptativo basado en un diferenciador para el vuelo de un UAV de ala fija, se consideró una trayectoria diferente, este hecho implica un ajuste relativamente pequeño en la sintonía de las ganancias del controlador, esto debido a que se utiliza un observador distinto. En este caso el diferenciador robusto que tiene como objetivo estimar las variables de velocidad necesaria para la implementación del controlador.

Como se mencionó en el caso anterior, la sintonía adecuada depende principalmente de la selección correcta de la velocidad de adaptación en la ganancia adaptativa del controlador, de otro modo el control puede desestabilizar el UAV, dado que si es muy rápida, se incrementa tanto la ganancia del controlador que no puede regresar a la zona de estabilidad. Por otro lado, las respuestas obtenidas muestran que este esquema de control es viable para implementación, teniendo precisión en el seguimiento de trayectorias, y robustez ante perturbaciones externas. Además, el control trabaja adecuadamente bajo condiciones de ruido en las mediciones (no se cuenta con la magnitud de ruido que tolera el diferenciador), considerando niveles de ruido típicos en los dispositivos de medición.

4.6. Conclusiones

Las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, específicamente el control cuasi-continuo y el control super twisting adaptativo, fueron aplicados para controlar el vuelo de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija, con el fin de seguir trayectorias en presencia de incertidumbres en el modelado, dinámicas acopladas y perturbaciones externas. Estas técnicas mostraron un gran desempeño puesto que cumplen con los objetivos de control.

Por otro lado, la aplicación de los controladores propuestos en sistemas de vuelo es novedosa,

puesto que estas técnicas no han sido aplicadas a UAVs de ala fija, una razón es debido al chattering que produce el control por modos deslizantes tradicional. Sin embargo, al utilizar las técnicas de modos deslizantes de orden superior se reduce notoriamente este efecto no deseado.

Aunque ambas técnicas cuasi-continuo y super twisting adaptativo satisfacen los requerimientos de control de vuelo, éstas poseen características distintas: desde el periodo de muestreo necesario para su correcta implementación, donde el control super twisting adaptativo mostró superioridad, tanto en esquema con el observador super twisting como con el diferenciador. Cada uno de los controladores tienen distintas dificultades. El control cuasi-continuo con menos parámetros de sintonía, el principal problema radica en ajustar el diferenciador que calcula las derivadas de la superficie deslizante. Por otro lado el control super twisting adaptativo cuenta con más parámetros, esto resulta en una sintonización más versátil, pero con un incremento en la complejidad.

Además, los esquemas de control propuestos fueron comparados con la técnica de control conocida como control activo de rechazo de perturbaciones, el cual consta de un controlador PD o PID que usa la información de un observador extendido. Este observador estima la dinámica del sistema y las perturbaciones externas juntas. Con esta información el controlador puede cerrar el lazo de control. Esta comparación, se hizo con el objetivo de mostrar el desempeño de los esquemas de control propuestos.

Como conclusión, en este trabajo se aplican el control cuasi-continuo y el control super twisting adaptativo al problema de vuelo de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija para el seguimiento de trayectorias deseadas, bajo condiciones de incertidumbre en el modelado, dinámica acoplada y perturbaciones externas. Resultados en simulación demuestran la efectividad y desempeño de los esquemas de control propuestos.

Capítulo 5

Control de un sistema doble rotor de 3GDL

En este capítulo, se muestra el control de orientación para un sistema doble rotor de 3 grados de libertad (TROS de 3gdl). El objetivo es controlar cada uno de los ángulos de la orientación. Para lograr esta consigna, se trabaja con el modelo matemático proporcionado por el fabricante. Posteriormente, se implementa una estrategia de control virtual. Puesto que el TROS tiene 2 entradas de control y como salida presenta 3 variables.

A partir de esta premisa, se procede con el diseño de los controladores Super Twisting Adaptativos. Además, un control PID se propone con el fin de medir el desempeño del esquema de control propuesto. Por otra parte, los resultados experimentales se ilustran, haciendo dos pruebas: estabilización y seguimiento de trayectoria deseada.

5.1. Modelo de un sistema doble rotor de 3 GDL

En esta sección, se considera el modelo matemático para representar la dinámica de un sistema doble rotor de 3 grados de libertad (TROS 3gdl). Considere la Figura 5.1 la cual consiste en una base sobre la cual un brazo es montado. El brazo carga el cuerpo del helicóptero 3gdl

de Quanser compuesto por 2 hélices controladas por motores en uno de los extremos, y un contrapeso en el otro extremo. Las 3 partes están conectadas mediante eslabones giratorios, dando los siguientes 3 grados de libertad: el ángulo de dirección ψ , el ángulo de elevación ϵ y el ángulo de cabeceo θ .

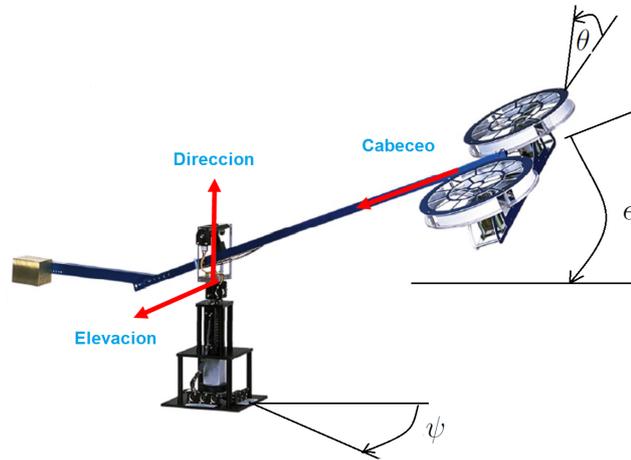


Figura 5.1. Sistema doble rotor de 3gdl Quanser [7].

La orientación del helicóptero se controla por medio de las fuerzas de empuje F_b y F_f las cuales se generan por medio de 2 hélices. Esto significa que este sistema es un sistema subactuado dado que hay 2 entradas de control mientras que hay 3 grados de libertad, los 3 ángulos de orientación. En el siguiente modelo la dinámica de los motores de corriente directa DC se desprecia con respecto a la dinámica del helicóptero 3gdl. La relación entre los voltajes aplicados a los motores y el empuje producido es proporcional, es decir

$$\begin{bmatrix} F_f \\ F_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_F V_f \\ K_F V_b \end{bmatrix} \quad (5.1.1)$$

donde K_F es la constante de fuerza-empuje de la hélice.

Modelado dinámico

La estructura cinemática de los 3 grados de libertad del sistema doble rotor admite tres grados de libertad rotacionales. Los primeros dos ejes, *i.e.* los de dirección y elevación (ver Figura 5.2), son mutuamente perpendiculares y cruzan el tercer eje, el eje de cabeceo en el origen del marco de coordenadas global.

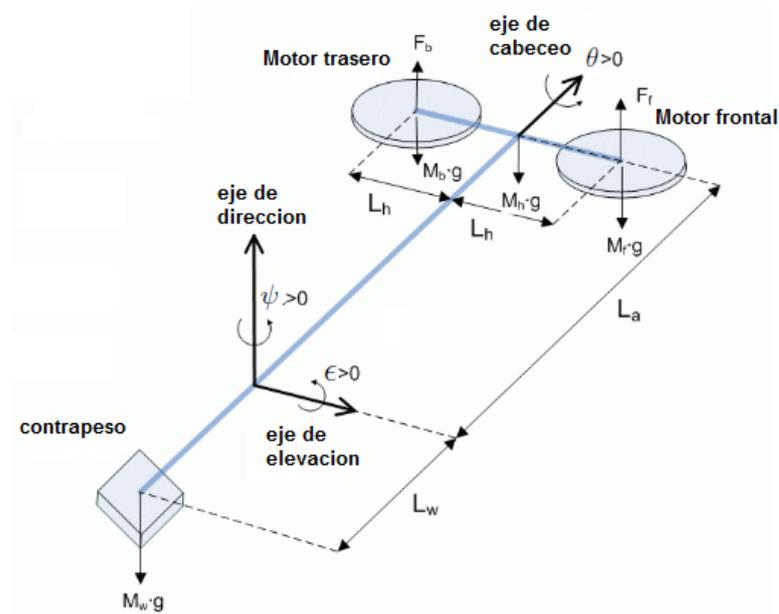


Figura 5.2. Diagrama de cuerpo libre del helicóptero 3gdl [7].

Las ecuaciones dinámicas de movimiento se obtienen mediante técnicas clásicas usadas en robótica. Primero de todo, los sistemas de coordenadas son definidos para cada eslabón usando la notación del algoritmo modificado Denavit-Hartenberg (MDH) [60]. Entonces, las transformaciones se calculan y se usan para evaluar las fuerzas, las cuales actúan sobre el sistema doble rotor de 3gdl. Finalmente, se obtiene un modelo dinámico no lineal. Considere las siguientes suposiciones

1. Los ejes de dirección y elevación son perpendiculares.

2. Todos los ejes se intersectan en el mismo punto, el origen del marco de coordenadas global.
3. El marco del TROS de 3gdl y el centro de masa del contrapeso son colineales con el eje de cabeceo.
4. La fricción en la articulación, la resistencia del aire y las fuerzas centrífugas se desprecian para simplificar el modelo.
5. La fuerza de empuje es proporcional al voltaje del motor y las dinámicas de las hélices se desprecian.

Note que los segundo y tercer puntos se utilizan para simplificar el modelo. En efecto, hay una distancia (algunos centímetros) entre el eje de cabeceo, y la intersección de los ejes de dirección y elevación. Además, como se muestra en la Figura 5.1, el marco del TROS de 3gdl y el centro de masa del contrapeso no están exactamente colineales con el eje del cabeceo. Por lo tanto, se requiere un control robusto para controlar el TROS de 3gdl en presencia de esas consideraciones. Así, el modelo dinámico se describe mediante

$$J_\epsilon \ddot{\epsilon} = g(M_h L_a - M_w L_w) \cos \epsilon + L_a \cos \theta u_1 \quad (5.1.2)$$

$$J_\theta \ddot{\theta} = L_h u_2 \quad (5.1.3)$$

$$J_\psi \ddot{\psi} = L_a \cos \epsilon \sin \theta u_1 \quad (5.1.4)$$

donde

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_f + F_b \\ F_f - F_b \end{bmatrix}, \quad (5.1.5)$$

Debido a las restricciones mecánicas, el espacio de trabajo se define como

- Ángulo de cabeceo θ es tal que $-45^\circ \leq \theta \leq +45^\circ$.
- Ángulo de elevación ϵ es tal que $-27.5^\circ \leq \epsilon \leq +30^\circ$.

En la Tabla 5.1 se muestran la definición y los valores correspondientes de las variables del helicóptero de 3gdl.

Símbolo	Descripción	Valor	Unidad
V_f y V_b	Voltaje de los motores frontal y trasero.	$[-24;+24]$	V
K_f	Constante de fuerza-empuje de la hélice.	0.1188	N/V
g	Constante de gravedad.	9.81	$m.s^2$
M_h	Masa del helicóptero.	1.426	Kg
M_w	Masa del contrapeso.	1.87	Kg
L_a	Distancia entre el eje de dirección al cuerpo del helicóptero.	0.660	m
L_w	Distancia entre el eje de dirección al contrapeso.	0.470	m
L_h	Distancia entre el eje de cabeceo a cada motor.	0.178	m
J_ε	Momento de inercia sobre la elevación.	1.0348	$Kg.m^2$
J_θ	Momento de inercia sobre el cabeceo.	0.0451	$Kg.m^2$
J_ψ	Momento de inercia sobre la dirección.	1.0348	$Kg.m^2$

Tabla 5.1. Especificaciones del TROS de 3gdl [7].

Note que la dinámica de ψ es tal que no es posible controlar el ángulo de dirección cuando $\theta = 0$. Esta característica significa que para hacer un cambio en el ángulo de dirección, es necesario cambiar el ángulo de cabeceo.

5.2. Estrategia de control para un sistema doble rotor de 3 GDL

Esta sección describe el esquema para diseñar el controlador, considerando que

- Las dinámicas de elevación y dirección dependen directamente del valor del cabeceo, y se

controlan mediante una sola entrada de control.

- La segunda entrada de control actúa sobre la dinámica de cabeceo.
- El sistema es subactuado al contar con solo 2 entradas de control.

Estas consideraciones previas implican la necesidad de diseñar un esquema de control para comandar los 3 grados de libertad con sólo 2 entradas de control. A partir del conocimiento de las trayectorias deseadas (definidas por el usuario) para la dirección y la elevación, se obtiene una trayectoria deseada para el cabeceo. Esta trayectoria de cabeceo tendrá un impacto, tanto en la dinámica de dirección como en la dinámica de elevación. Entonces, se presenta a continuación una estrategia llamada control virtual para el diseño de la trayectoria de cabeceo deseada.

5.2.1. Diseño del control virtual

Considere el sistema como un punto de masa localizado en el extremo del eslabón, situado en el centro del segmento definido por los dos rotores. En tal caso, su posición puede ser completamente definida en un espacio de trabajo esférico de dos dimensiones (ψ, ϵ) . Se define lo siguiente: un vector de control *virtual* [61] $\nu(u_1, \epsilon, \theta) = [\nu_1 \ \nu_2]^T$ tal que

$$\begin{aligned}\nu_1 &= u_1 \cos \epsilon \sin \theta \\ \nu_2 &= u_1 \cos \theta - G \cos \epsilon\end{aligned}\tag{5.2.1}$$

con $G = -\frac{g}{L_a}(M_h L_a - M_w L_w)$. A partir de (5.1.2), se logra

$$\ddot{\psi} = \frac{L_a}{J_\psi} \nu_1\tag{5.2.2}$$

$$\ddot{\epsilon} = \frac{L_a}{J_\epsilon} \nu_2\tag{5.2.3}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{L_h}{J_\theta} u_2.\tag{5.2.4}$$

Significa que, si la entrada virtual existe, el sistema se transforma en un sistema desacoplado, *i.e.* ψ , ϵ y θ son controladas respectivamente por ν_1 , ν_2 y u_2 . A partir de (5.2.1), se obtiene

$$u_1^2 \sin^2 \theta = \frac{\nu_1^2}{\cos^2 \epsilon}, \quad (5.2.5)$$

$$u_1^2 \cos^2 \theta = (\nu_2 + G \cos \epsilon)^2. \quad (5.2.6)$$

y se deduce que

$$u_1^2 = \frac{\nu_1^2}{\cos^2 \epsilon} + (\nu_2 + G \cos \epsilon)^2 \quad (5.2.7)$$

Entonces, se tiene

$$u_1 = S \cdot \sqrt{\frac{\nu_1^2}{\cos^2 \epsilon} + (\nu_2 + G \cos \epsilon)^2} \quad (5.2.8)$$

con S que se define como

$$S = \begin{cases} \text{sign}(\nu_2 + G \cos \epsilon) & \text{si } \nu_2 \neq 0 \\ 0 & \text{si } \nu_2 = 0 \end{cases} \quad (5.2.9)$$

Además, θ tiene que satisfacer, de (5.2.5),

$$\tan \theta = \frac{\nu_1}{\cos \epsilon (\nu_2 + G \cos \epsilon)} \quad (5.2.10)$$

Entonces, una manera para desacoplar el sistema (5.2.2) consiste en forzar el ángulo θ a seguir la trayectoria deseada definida por

$$\theta_d(t) = \tan^{-1} \left(\frac{\nu_1}{\cos \epsilon (\nu_2 + G \cos \epsilon)} \right), \quad (5.2.11)$$

mientras la entrada de control u_1 se define (5.2.8). Esta estrategia de control permite definir el esquema de piloto automático como sigue (ver Figura 5.3)

- La primera parte del piloto automático permite calcular las entradas de control ν_1 y ν_2 a partir de los errores de seguimiento entre ψ y ϵ y sus trayectorias deseadas $\psi_d(t)$ y $\epsilon_d(t)$.
- Partiendo del punto anterior, primero se obtiene la entrada de control u_1 de (5.2.8), y después provee una trayectoria deseada para el cabeceo $\theta_d(t)$ de (5.2.11). A partir de esta última trayectoria deseada, el control de cabeceo permite proporcionar u_2 .

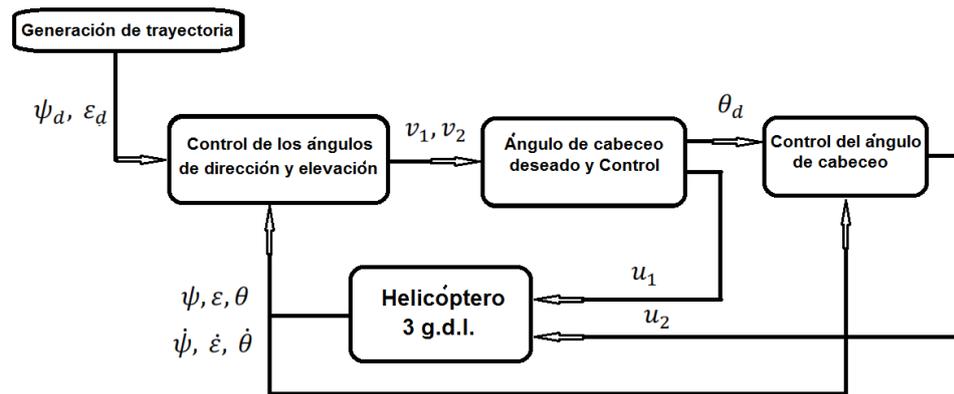


Figura 5.3. Esquema del piloto automático.

5.2.2. Trayectorias deseadas y voltajes de control

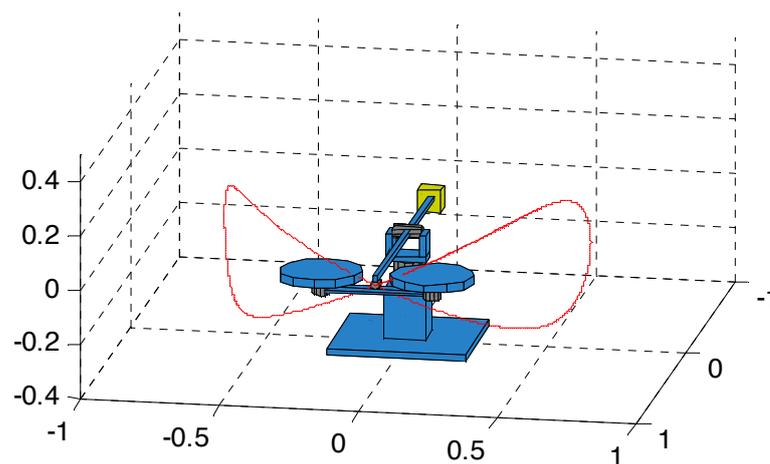


Figura 5.4. Trayectoria deseada.

Con el objetivo de validar los controladores diseñados, se usan trayectorias para elevación y dirección, la trayectoria deseada del ángulo de cabeceo es calculada *en tiempo real* mediante el control virtual. Las trayectorias deseadas (ver Figura 5.4) se definen mediante dos ondas sinusoidales.

El periodo de la onda de elevación es dos veces más grande que el periodo de la onda

de dirección; de esta manera, la trayectoria deseada en el espacio de trabajo (ψ, ϵ) es cíclica. Note que esas trayectorias se pueden diseñar tomando en cuenta las restricciones de los valores máximos de velocidad, aceleración y entradas de control.

Los voltajes de control para los motores frontal y trasero se obtienen de (5.1.1) y (5.1.5)

$$V_f = \frac{1}{2K_F} (u_1 + u_2), \quad V_b = \frac{1}{2K_F} (u_1 - u_2) \quad (5.2.12)$$

5.3. Diseño de los controladores para la orientación

En esta sección, las entradas de control ν_1 , ν_2 y u_2 se diseñan para seguir las trayectorias deseadas $\psi_d(t)$, $\epsilon_d(t)$ y $\theta_d(t)$ respectivamente, siendo u_1 obtenida a partir de (5.2.8). Lo mostrado anteriormente, las entradas de control ν_1 , ν_2 y u_2 están basadas en el algoritmo de control Super Twisting Adaptativo para lograr un seguimiento de trayectoria robusto de los ángulos de elevación, dirección y cabeceo.

5.3.1. Diseño del control Super Twisting Adaptativo

El control Super twisting adaptativo está descrito por

$$\begin{aligned} u_{sta} &= -K_1 |s|^{1/2} \text{sign}(s) + \nu, \\ \dot{\nu} &= -\frac{K_2}{2} \text{sign}(s), \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

con las ganancias definidas como

$$\begin{aligned} \dot{K}_1 &= \begin{cases} \omega_1 \sqrt{\frac{\gamma_1}{2}} \text{sign}(|s| - \mu), & \text{si } K_1 > K_*, \\ K_*, & \text{si } K_1 \leq K_*, \end{cases} \\ K_2 &= 2\epsilon_* K_1, \end{aligned}$$

El primer paso del diseño consiste en definir las variables deslizantes, conociendo que el grado relativo del sistema, con respecto a la variable deslizante, es 1, para lo cual

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_\psi \\ s_\epsilon \\ s_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d(t)) + \lambda_\psi (\psi - \psi_d(t)) \\ (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_d(t)) + \lambda_\epsilon (\epsilon - \epsilon_d(t)) \\ (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d(t)) + \lambda_\theta (\theta - \theta_d(t)) \end{bmatrix} \quad (5.3.2)$$

los cuales dan, a partir de (5.2.2),

$$\dot{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \frac{L_a}{J_\psi} \nu_1 - \ddot{\psi}_d(t) + \lambda_\psi (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d(t)) \\ \frac{L_a}{J_\epsilon} \nu_2 - \ddot{\epsilon}_d(t) + \lambda_\epsilon (\dot{\epsilon} - \dot{\epsilon}_d(t)) \\ \frac{L_h}{J_\theta} u_2 - \ddot{\theta}_d(t) + \lambda_\theta (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d(t)) \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

Todas las entradas de control, ν_1 , ν_2 y u_2 , se obtienen de (5.3.1). La selección de estos parámetros se hace con el fin de obtener resultados para la orientación del sistema doble rotor de 3gdl y robustos ante perturbaciones externas. Además, esta elección permite hacer la dinámica del error de seguimiento para el cabeceo más rápida con respecto a las de elevación y dirección, este hecho para generar primero el ángulo de cabeceo deseado, el cual definirá la elevación y dirección.

5.3.2. Diseño del control PID

Con el objetivo de mostrar la eficiencia y robustez de la metodología propuesta, una comparación entre el control Super Twisting Adaptativo y un Proporcional Integral Derivativo se presenta a continuación. Para el diseño del control PID, la entrada de control $v = [v_1, v_2]^T$, está dada por

$$v = K_p e + K_i \int_{t_0}^t e d\tau + K_d \frac{de}{dt} \quad (5.3.4)$$

con $e = [e_\psi, e_\epsilon]^T$, el error de seguimiento de los ángulos de dirección y elevación respectivamente, K_p , K_i , y K_d son las ganancias del control PID. Puesto que, la trayectoria deseada del ángulo

de cabeceo es generada mediante los controles virtuales v_1 y v_2 , se diseña un controlador PD (u_2). Este control se selecciona con el objetivo de obtener una respuesta más rápida que el PID, y está determinado por

$$u_2 = K_{p\theta}e_\theta + K_{d\theta}\frac{de_\theta}{dt}, \quad (5.3.5)$$

donde e_θ , es el error de seguimiento del ángulo de cabeceo, $K_{p\theta}$, y $K_{d\theta}$ son las ganancias del controlador PD.

Además, las ganancias de los controladores PID se sintonizan tomando en cuenta las reglas por ubicación de polos. Las ganancias del PID son definidas a partir de lo siguiente

$$K_p = 3A\omega_2^2, \quad K_d = 3A\omega_2, \quad K_i = \varsigma A\omega_2^3$$

donde $A = \text{diag} \left[\frac{J_\psi}{L_a}, \frac{J_\epsilon}{L_a} \right]$, $\omega_2 = [0.6, 1.6]^T$, y $\varsigma = [0.25, 0.15]^T$ han sido definidas.

Por otra parte, las ganancias del controlador PD, son dadas por

$$K_{p\theta} = A_\theta\omega_\theta^2, \quad K_{d\theta} = 2A_\theta\omega_\theta,$$

con $A_\theta = \frac{J_\theta}{L_h}$ y $\omega_\theta = 6$.

Además, las ganancias de los controladores PID y PD han sido determinadas como en la tabla 5.3.2.

Tabla 5.2. Ganancias de los controladores PID y PD.

Control	K_p	K_i	K_d
De dirección ψ	1.6933	0.0677	2.8222
De elevación ϵ	12.0413	0.9633	7.5258
De cabeceo θ	9.1213	0	3.0404

5.4. Simulación

Los parámetros de las ganancias adaptativas del controlador Super Twisting Adaptativo para el control de los ángulos de elevación, dirección y cabeceo (ver (5.3.1) se definen respectivamente como en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3. Ganancias de los controladores STA.

Control	ω_1	λ	μ	γ_1	ϵ_*
De dirección ψ	0.1	3	0.1	0.1	0.1
De elevación ϵ	0.1	2	0.1	0.1	0.1
De cabeceo θ	0.1	1	0.1	0.1	0.1

La Figura 5.5 muestra los resultados de seguimiento de ondas sinusoidales de los ángulos de orientación del sistema doble rotor de 3 grados de libertad. Es claro que los controladores siguen la referencia.

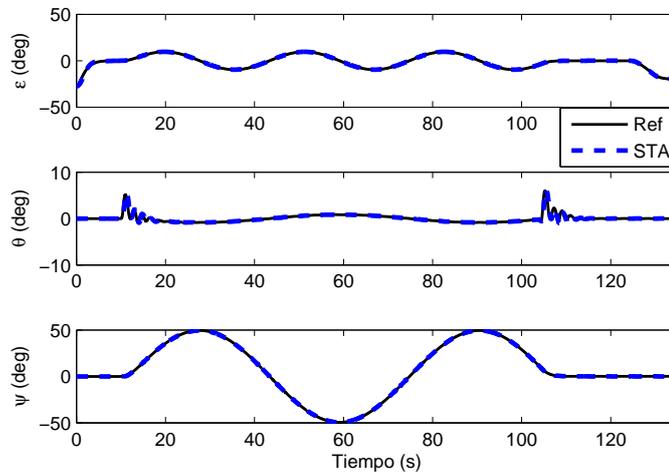


Figura 5.5. Orientación del sistema doble rotor 3gdl.

La Figura 5.6 grafica las entradas de control V_f y V_b , estas representan los voltajes aplicados a los rotores frontal y trasero respectivamente. Además, es posible apreciar el consumo de energía.

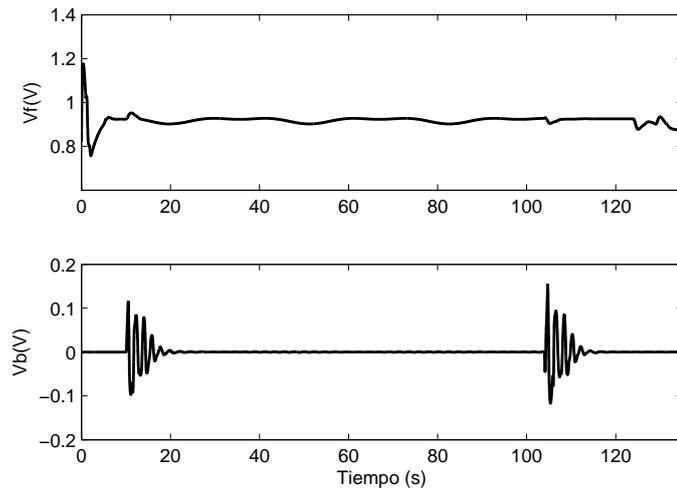


Figura 5.6. Voltaje aplicados a los motores dc.

Por otra parte, el error de seguimiento se puede apreciar en la Figura 5.7, donde el error tiende a mantenerse en cero.

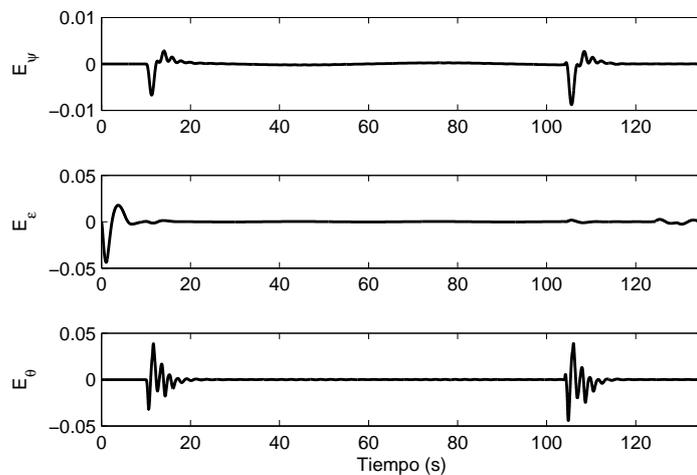


Figura 5.7. Error de seguimiento (deg).

Finalmente, en la Figura 5.8 se observa la evolución de las ganancias $K_{1\psi}$, $K_{1\epsilon}$ y $K_{1\theta}$; note que las ganancias tienden a permanecer en un valor mínimo.

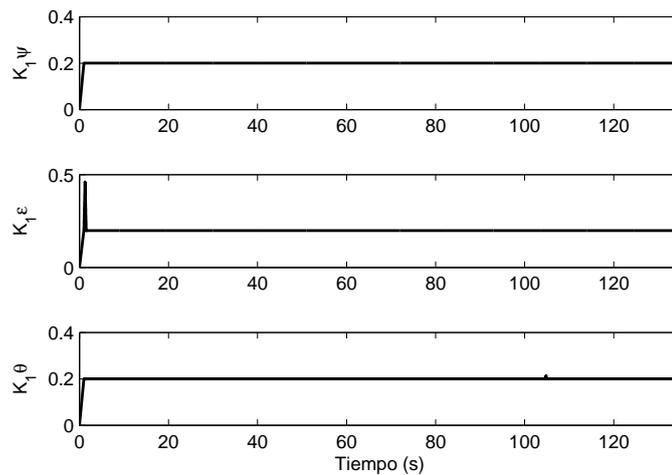


Figura 5.8. Ganancias adaptativas.

5.5. Validación Experimental

Con el fin de mostrar el desempeño del controlador, se propone un esquema de experimentación, el cual consiste en una comparación entre un controlador PID y un Super Twisting Adaptativo. Las condiciones del experimento son las siguientes:

- Se proponen dos pruebas, estabilización y la trayectoria que muestra la Figura 5.4.
- Una perturbación externa es aplicada al Helicóptero de *3gdl*, la cual consiste en una corriente de viento generada por un ventilador, este abanico se localiza de tal manera que produce una corriente de aire lateral al helicóptero, i.e., el ángulo de dirección es el más afectado.

El equipo donde se realizó el experimento tiene las siguientes características:

- PC IBM modelo MT-M 8183-D7G, procesador Pentium 4 a *3Ghz*, RAM *1.5G*.

- Sistema doble rotor de *3gdl* Quanser (ver [?]).
- Matlab 2009a, y Matlab Simulink.
- Sensores (encoders) y actuadores (motor Pitman) proporcionados por Quanser.
- Tiempo de muestreo $\tau = 0.01s$.

Finalmente, en la Figura 5.9 se puede ver la plataforma de experimentación. Con respecto a la perturbación externa, esta se genera mediante un ventilador colocado a un costado del sistema doble rotor.



Figura 5.9. Plataforma de experimentación

5.5.1. Estabilización

Ambos controladores deben mantener cero las variables de dirección ψ y elevación ϵ . La Figura 5.10 gráfica la regulación de las variables de orientación del sistema doble rotor de 3 gdl, donde se observa que el control Super Twisting Adaptativo rechaza mejor la perturbación.

El ángulo de dirección es el más afectado por la perturbación. Entonces, para rechazar dicha perturbación es necesario producir un ángulo de cabeceo proporcional.

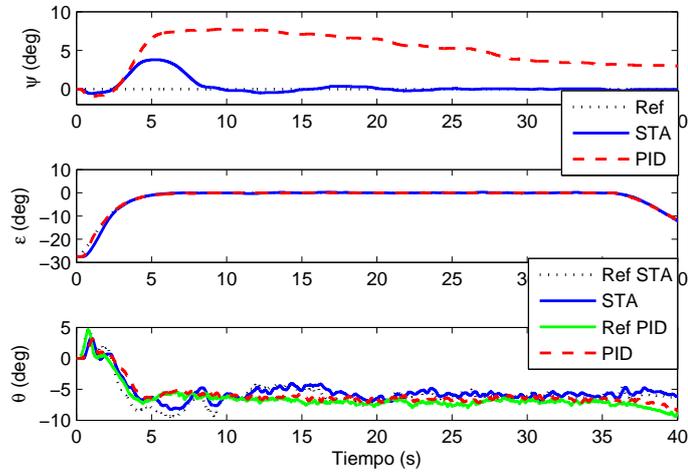


Figura 5.10. Resultados experimentales de regulación.

Por otra parte, en la Figura 5.11 se muestran los voltajes aplicados a los motores frontal y trasero, tanto para el controlador super twisting adaptativo como para el PID.

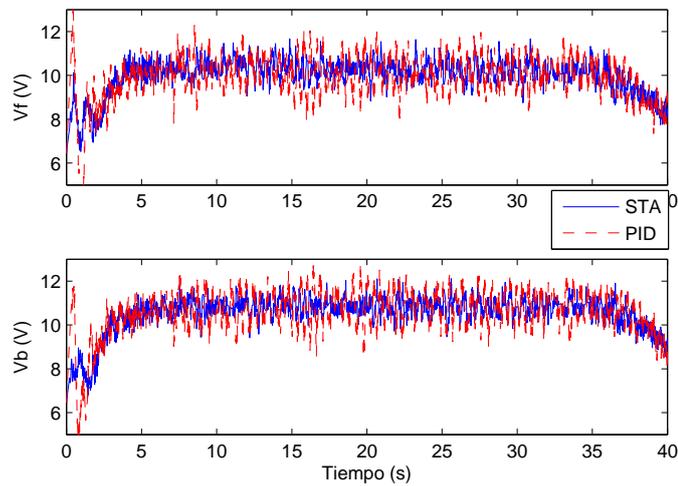


Figura 5.11. Regulación. Voltajes aplicados.

Las respuestas del error de seguimiento de cada una de las variables de orientación definidos como $E_\psi = \psi - \psi_d$ error del ángulo de dirección, $E_\epsilon = \epsilon - \epsilon_d$, de elevación, y $E_\theta = \theta - \theta_d$ es el error del ángulo de cabeceo se muestran en la Figura 5.12, donde el controlador STA presenta un error menor. Note que, el ángulo de cabeceo que genera al controlador PD no es suficiente para rechazar la perturbación, es por eso que el error de seguimiento del ángulo de dirección es más grande con el control PID.

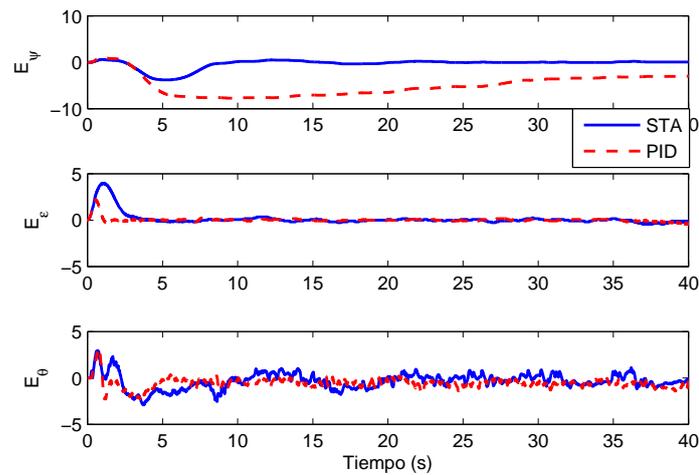


Figura 5.12. Regulación. Error de seguimiento

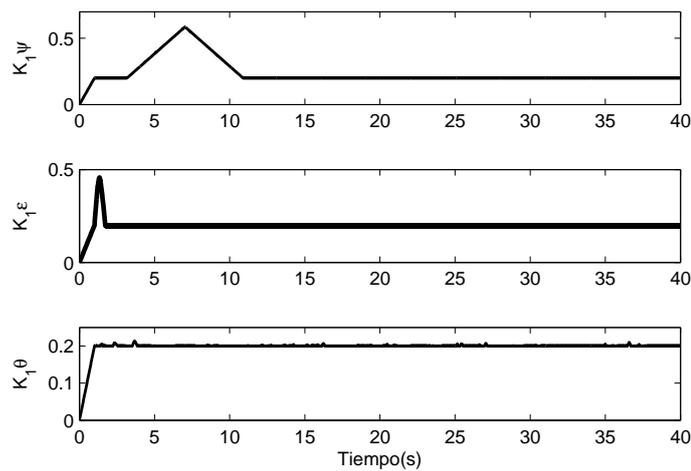


Figura 5.13. Regulación. Ganancias adaptivas

Se puede observar el comportamiento de las ganancias en la Figura 5.13. Note que las ganancias siempre mantienen el valor mínimo establecido, pero si aparece una perturbación se incrementan, y después de que haya pasado la perturbación regresa al nivel mínimo, lo cual garantiza la no sobreestimar las ganancias del controlador.

5.5.2. Trayectoria deseada

En esta sección, se presentan los resultados del controlador Super twisting Adaptativo para una trayectoria deseada (ver Figura 5.4). Se propone una trayectoria sinusoidal para los ángulos de dirección y elevación respectivamente. Note que la perturbación está localizada de tal manera que interfiere al ángulo de dirección. Entonces, un movimiento en el ángulo de cabeceo es necesario para rechazar dicha perturbación. Esto se puede observar en la Figura 5.14.

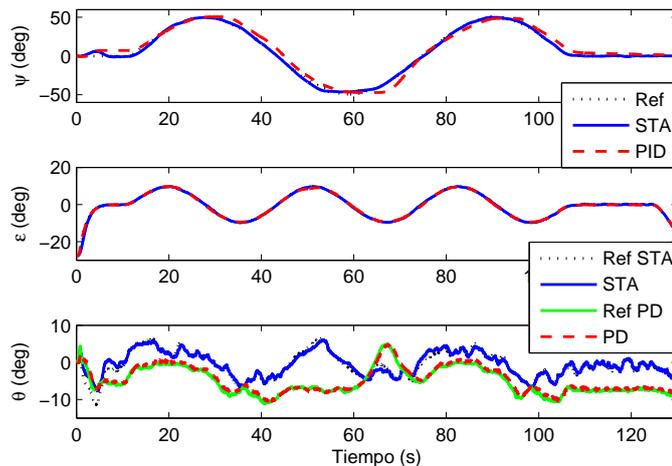


Figura 5.14. Seguimiento de trayectoria del sistema doble rotor de 3gdl.

En la Figura 5.15, se aprecian los voltajes aplicados a los motores frontal y trasero, donde el voltaje V_b del control Super Twisting Adaptativo tiene una magnitud mayor respecto al voltaje V_b del PID. Este hecho, es debido a que el controlador STA genera un ángulo de cabeceo tal que rechaza la perturbación.

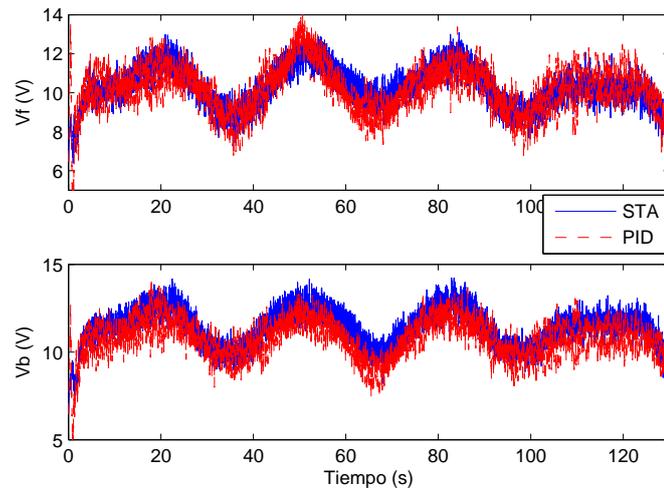


Figura 5.15. Seguimiento. Voltajes aplicados a los motores

En la Figura 5.16 se grafican los errores de seguimiento de ambos controladores. Los resultados son similares con respecto a la prueba de estabilización, donde el control Super Twisting Adaptativo del ángulo de dirección ψ presenta una mayor precisión.

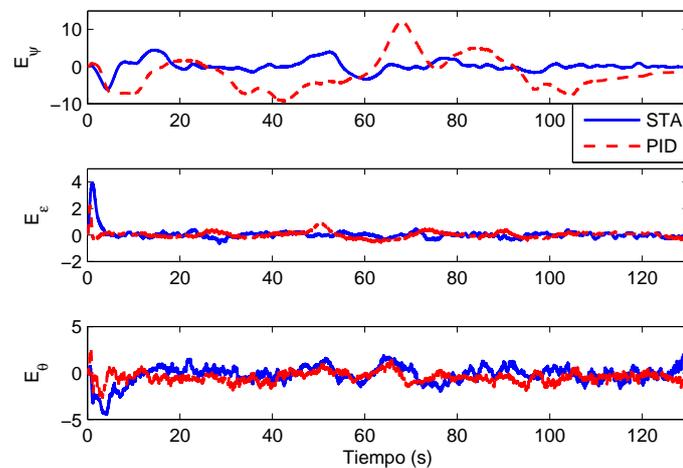


Figura 5.16. Seguimiento. Error de seguimiento (deg)

Las ganancias adaptativas de los controladores de cada uno de los ángulos de orientación

del helicóptero de *3gdl* se muestran en la Figura 5.17, donde se puede ver que se ajustaron al valor necesario para mantener la superficie deslizante a cero.

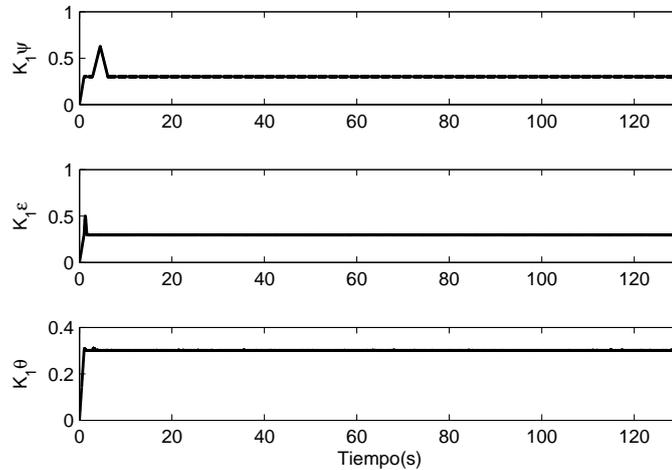


Figura 5.17. Seguimiento. Ganancias adaptativas

5.6. Conclusión

La técnica de control super twisting adaptativo se aplicó al sistema doble rotor de 3 grados de libertad, con el objetivo validar la nueva técnica para el control de un artefacto volador. Esta metodología está comenzando en este tipo de aplicaciones debido a sus características de robustez. Más aún, al tener las ganancias adaptativas se garantiza no sobreestimar las ganancias, lo cual tiene como consecuencia que no se desaproveche energía y que no necesite conocer la cota de la perturbación.

Se realizaron pruebas experimentales con el fin de medir el desempeño del controlador super twisting adaptativo, para tal propósito, una perturbación directamente al ángulo de dirección del sistema doble rotor de *3gdl* fué aplicada mediante un ventilador. Entonces, el control se somete a realizar una trayectoria deseada y así observar el desempeño del mismo.

Además, se realizó una comparación entre el control propuesto y un control proporcional integral derivativo. Se observó mejor respuesta para el control super twisting adaptativo, puesto que, el seguimiento de trayectorias fue más preciso que el PID, i.e., la perturbación fue rechazada mejor por el STA. Note, que para generar un movimiento en el ángulo de dirección es necesario un movimiento en el ángulo de cabeceo. Entonces, el controlador PID no fue capaz de producir suficiente ángulo de cabeceo para rechazar la perturbación. Debido a lo anterior, el desempeño global del sistema doble rotor de *3gdl* es mejor con el controlador super twisting adaptativo.

Como conclusión, el control super twisting adaptativo demostró ser viable en esta aplicación. El control de vuelo de un sistema doble rotor y debido a estos resultados, se plantea la posibilidad de expandir las aplicaciones en el campo de Aeronáutica.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo, se presentaron varios esquemas de control robusto para el control de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija y un sistema doble rotor de 3 grados de libertad en presencia de incertidumbres en el modelado, y perturbaciones externas tales como el viento.

Estos esquemas de control se diseñaron usando las técnicas de control por modos deslizantes de orden superior, como lo son el control cuasi-continuo y el control super twisting adaptativo, dichas técnicas se aplicaron al modelo completo de 6 grados de libertad de un ala fija, tomando en cuenta la complejidad aerodinámica, donde se consideraron medibles únicamente la posición angular, por lo que se usaron observadores por modos deslizantes para estimar el estado necesario para implementar dichos controladores. Resultados en simulación verifican la efectividad de los esquemas de control propuestos ante incertidumbre en el modelo, y perturbaciones externas.

Por otro lado, se realizaron pruebas experimentales en una plataforma de doble rotor de $3gdl$, con el objetivo de medir el desempeño del controlador Super Twisting Adaptativo, donde una perturbación directamente al ángulo de dirección del sistema doble rotor de $3gdl$ se aplicó mediante un ventilador. Además, se realizó una comparación con un controlador clásico Proporcional Integral Derivativo, el cual es conocido por su simplicidad. El desempeño global del sistema doble rotor de $3gdl$ fué superior con el controlador Super Twisting Adaptativo.

Las técnicas de control utilizadas en esta tesis. Debido a su estructura, no se han usado para aplicaciones en aeronáutica. Puesto que las técnicas de control por modos deslizantes estandar presenta el fenómeno del *chattering*, el cual puede causar daños a los vehículos. Sin embargo, en los resultados presentes en este trabajo no se observó tal fenómeno. Por lo que la presente tesis contribuye con la introducción de estas metodologías de control en aplicaciones aeronáuticas.

Entonces, de los resultados obtenidos y haciendo una comparación con los objetivos trazados se puede concluir lo siguiente.

- Se deduce el modelo matemático completo de 6 grados de libertad que representa la dinámica de un avión.
- Se calcularon algunos de los coeficientes aerodinámicos de forma analítica mediante el uso de un software especializado, esto es una forma de obtener los coeficientes al no disponer de un túnel de viento para experimentación. Dichos coeficientes contribuyeron a completar el modelo matemático del avión.
- Se implemento el modelo dinámico proporcionado por el fabricante de un sistema doble rotor de *3gdl*.
- Con base en el modelado matemático, se construyó una plataforma de simulación de un UAV de ala fija, esto bajo el ambiente Matlab/Simulink.
- Se diseñaron los controladores con base en las técnicas de modos deslizantes de orden superior, que por sus propiedades de robustez ante incertidumbres internas y externas, propiedades muy importantes cuando se trata de diseñar controles con modelos con incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas. Estos controladores se implementaron según distintos esquemas de control-observador, para el caso del UAV de ala fija:
 - Cuasi-continuo + diferenciador Robusto.

- Super twisting Adaptativo + Observador Super Twisting.
 - Super twisting Adaptativo + Diferenciador Robusto.
- Se comprobaron mediante simulación la efectividad de los controladores propuestos, los controles fueron capaces de seguir la trayectoria de vuelo deseada en presencia de perturbaciones externas.
 - Se validó experimentalmente el control Super Twisting Adaptativo en la plataforma de experimentación Sistema doble rotor de 3 grados de libertad, fabricado por Quanser.

Trabajo a futuro

Para darle continuidad a este trabajo de tesis se recomienda los siguientes trabajos de investigación:

- Aplicación de turbulencia como perturbaciones externas y verificar el desempeño de los controladores.
- Diseñar trayectorias de vuelo con alto grado de maniobrabilidad.
- Realizar pruebas experimentales, dotando de los dispositivos necesarios para la automatización del UAV de ala fija modelo B-25 Mitchell.
- Proveer un control de navegación que calcule las trayectorias en tiempo real, con el objetivo que el vehículo aéreo sea capaz de evitar obstáculos y recalcular su trayectoria óptima.
- Expandir las aplicaciones en aeronáutica de los controladores por modos deslizantes de orden superior.
- Considerar los efectos del retardo existente en los medios de comunicación en el UAV.

Apéndice A

Publicaciones

Durante el desarrollo de esta tesis se realizaron las siguientes publicaciones:

A.1. Artículos en Revista

1. **Herman Castañeda**, Jesús de León Morales, Ernesto Olguín-Díaz, Oscar Salas. *Control de orientación de un vehículo aéreo no tripulado de ala fija*. Revista de divulgación científica y tecnológica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, Vol 16, No 3, pp 63-73, 2013.
2. Oscar Salas, **Herman Castañeda**, Jesus De Leon-Morales, *Attitude Observer-Based Robust Control for a Twin Rotor System*. Kybernetika Vol. 59, Issue 5, pp 809-828, 2013.
3. **Herman Castañeda**, Oscar S. Salas-Peña, Jesús de León Morales. *Robust Flight Control for a Fixed wing UAV using Adaptive Super Twisting approach*. Aceptado (Noviembre 2013) en: Proceedings of Mechanical Engineering Part G, Journal of Aerospace Engineering, DOI:10.1177/0954410013516253
4. **Herman Castañeda**, Oscar S. Salas-Peña, Jesús de León Morales. *Adaptive Super Twisting Flight Control based on High Order Robust Differentiator for a Fixed-wing UAV*. Sometido (Marzo 2013) a: International Journal of Control, Automation, and Systems.
5. Abdelhamid Chriette, Franck Plestan, **Herman Castañeda**, Mario Guillo, Marcin Odelga, Sujit Rajappa, Rohit Chandra. *Modeling and robust control of a 3DOF helicopter*. Sometido (Febrero 2013) a: IEEE Transactions on Robotics.
6. Oscar S. Salas, **Herman Castañeda**, Jesús de León-Morales. *Autopilot Control based on Adaptive Super-Twisting for a 2-DOF Helicopter*. Sometido (Febrero 2013) a: Journal of Control Engineering and Applied Informatics.
7. Oscar Salas, **Herman Castañeda**, Jesús de León-Morales. *Observer based Adaptive Super Twisting Attitude Control of a 2-DOF Helicopter*. Sometido (Marzo 2013) a: Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control ASME.

A.2. Artículos en Congreso Internacional

1. **Herman Castañeda**, Jesus de León Morales, Ernesto Olguín–Díaz, *Path Tracking of a Fixed-Wing Autonomous Aerial Vehicle by High Order Sliding Mode Control*, The 7th ASME/IEEE International Conference on Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA 2011) August 29-31, Washington DC, USA, 2011.
2. **Herman Castañeda**, Oscar S. Salas, Jesús de León Morales, *Adaptive super twisting flight control-observer for a fixed wing UAV*, International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), pp.1004-1013, May 28-31, Atlanta GA., USA, 2013.
3. Oscar S. Salas, **Herman Castañeda**, Jesús de León Morales, *Observer-based Adaptive Super Twisting strategy for a 2 DOF Helicopter*, International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), pp 1061-1070, May 28-31, Atlanta GA., USA, 2013.
4. **Herman Castañeda**, Oscar S. Salas, Jesús de León Morales, *Robust Autopilot for a fixed wing UAV using Adaptive Super Twisting Technique*, 6th International Conference on Physics and Control, August 26-29, San Luis Potosí, S.L.P., Mex, 2013.
5. Oscar S. Salas, **Herman Castañeda**, Jesús de León Morales, *Observer-based attitude control for a two-rotor aerodynamical system*, 6th International Conference on Physics and Control, August 26-29, San Luis Potosí, S.L.P., Mex, 2013.

A.3. Artículos en Congreso Nacional

1. **Herman Castañeda**, Jesús de León Morales, Ernesto Olguín–Díaz. *Quasi-Continuous Sliding Mode Flight Control for a Fixed-Wing UAV.*, Congreso Nacional de Control Automático AMCA 2013, October 16-18, Ensenada B.C., Mex., 2013.

Bibliografía

- [1] Kimon P. Valavanis. *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*, 1st ed. Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2007.
- [2] Reg Austin, *Unmanned Aircraft Systems, UAVs Design, Development and Deployment*, John Wiley and Sons, Ltd, 2010.
- [3] Manual de usuario, *B-25 Mitchell ARF*, Horizonhobby, Inc. 2007.
- [4] RC airplanes simplified, descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.rc-airplanes-simplified.com/image-files/rc-helicopter-5.jpg>
- [5] RC Helicopters, descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.airsofttrc.com/rc-toys/rc-helicopters.html>
- [6] Descargado 25 Noviembre de 2013: http://www.freefever.com/wallpaper/1600x900/helicopters_wallpapers_the_future_of_helicopter_aircraft_aircraft_photo_58465.html
- [7] Quanser, *3-dof helicopter reference manual*, Quanser Consulting Inc., Markham, Tech. Rep., 2006.
- [8] Descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.rcgroups.com/forums/showthread.php>
- [9] Descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.rcheliresource.com/product-review-parrot-ar-drone/>
- [10] Trajectory Generation for Effective Sensing, descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www2.mae.ufl.edu/rick/rick-pro/traj/>
- [11] Robot Unmanned Aerial Vehicles to Monitor Our Weather and Climate, descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.dailygalaxy.com/my-weblog/2008/01/robot-uavs-to-m.html>
- [12] Draganfly Innovations, Inc. descargado 25 Noviembre de 2013: <http://illum.in.usc.edu/assets/media/149/DFX4-31.jpg>
- [13] Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.fas.org/irp/program/collect/uav.htm>

- [14] Futuristic News, descargado 25 Noviembre de 2013: <http://psipunk.com/lasermotive-demonstrates-laser-powered-uav-helicopter/>
- [15] Puma AE: An All Environment Mini-UAV descargado 25 Noviembre de 2013: <http://www.defenseindustrydaily.com/puma-ae-an-all-environment-mini-uav-04962/>
- [16] Thomas Melin., *A Vortex Lattice Matlab Implementation for linear Aerodynamic Wing Applications*, Tesis de maestria, Royal Institute of Technology (KTH), Suecia, 2000.
- [17] Robert Stengel, *Flight Dynamics*, Princeton University press November, Nueva York, USA. 2004.
- [18] Bernard Etkin, *Dynamics of Flight Stability and Control*, Third Edition, John Wiley and Sons Inc., 1996.
- [19] Jiaming Zhang, Qing Li, Nong Cheng and Bin Liang, *Non-linear flight control for unmanned aerial vehicles using adaptive backstepping based on invariant manifolds*, Proc. IMechE Part G: J. Aerospace Engineering. Vol. 227 no. 1 33-44 2012.
- [20] Isidori, A. *Nonlinear control systems*, 3rd edition, Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [21] Enns, D., Bugajski, D., Hendrick, R., and Stein, G. *Dynamic inversion: an evolving methodology for flight control design*. International Journal of Control, Vol. 59(1), pp 71-91, 1994.
- [22] Astolfi, A. and Ortega, R. *Energy-based stabilization of angular velocity of rigid body in failure configuration*, AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 25(1), pp184-187, 2002.
- [23] D.Karagiannis and A. Astolfi, *Non-linear and adaptative flight control of autonomous aircraft using invariant manifolds*, Proc. IMechE Vol. 224 Part G: J. Aerospace Engineering. 2010.
- [24] Arie Levant, *Homogeneous High-Order Sliding Modes*, Applied Mathematics Department, Tel-Aviv University 17th IFAC World Congress Seoul July 2008.
- [25] Arie Levant *Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control*, International Journal Control, VOL. 76, NOS 9/10, 924 941, 2003.
- [26] Shtessel Y, Taleb M and Plestan F. *A novel adaptive-gain supertwisting sliding mode controller: methodology and application*. Automatica, Vol. 48, Issue 5: pp 759-769, 2012.
- [27] Brian L. Stevens and Frank L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, Second Edition, Wiley, 2003.
- [28] Herbert Goldstein, *Classical Mechanics* 2nd ed. Addison Wesley 1980.
- [29] Ira H. Abbott and Albert E. Von Doenhoff, *Theory of wing sections*, Dover publications inc., 1959.

- [30] Atmosfera estandard internacional descargado 26 Noviembre de 2013 de: http://es.wikipedia.org/wiki/International-Standard_Atmosphere
- [31] Wayne Durham, *Aircraft Flight Dynamics and Control*, John Wiley and Sons Ltd., 2013.
- [32] Manual de usuario, *Aerosim Aeronautical Simulation Blockset v 1.2*, unmanned dynamics <http://www.u-dynamics.com>
- [33] Vadim Utkin, Jurgen Guldner, Jingxin Shi *Sliding mode control in electro-mechanical systems*, second edition, Taylor & Francis Group, 2009.
- [34] Wilfrid Perruquetti and Jean Pierre Barbot *Sliding Mode Control in Engineering*, Marcel Dekker, Inc., 2002.
- [35] Levant A. *High-order sliding modes: differentiation and output-feedback control*, International Journal of Control Vol. 76, Issue 9/10: 924-941, 2003.
- [36] Filippov, A. F., *Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 1988.
- [37] Moreno J. and Osorio M. *Strict Lyapunov Functions for the Super-Twisting Algorithm*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 57, Issue 4: pp 1035-1040, 2012.
- [38] Levant Arie, *Quasi-Continuous High-Order Sliding-Mode Controllers*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, No. 11, 2005.
- [39] Levant, A., *Universal SISO output feedback controller*. Proceedings of IFAC 2002, Barcelona, Spain, July 21-26, 2002.
- [40] A. Levant, *Robust Exact Differentiation via Sliding Mode Technique*, Automatica, Vol. 34, No. 3, pp 379-384, 1998.
- [41] C. Canudas de Wit and J.J.E. Slotine, *Sliding observers in robot manipulators*, Automatica, Vol. 27, No. 5, pp 859-864, 1991.
- [42] M. Djemai, T. Boukhobza, J-P. Barbot, J-L. Thomas and S. Poullain, *Rotor speed and flux nonlinear observer for speed sensorless induction motor*, in Proc. of IEEE-Conf. on Control Application, 1998.
- [43] A. Sabanovic, N. Sabanovic and K. Ohnishi, *Sliding modes in power converters and motion control systems*, International Journal of Control, Vol. 57, No. 5, pp 1237-1259, 1993.
- [44] A.J. Krener and A. Isidori, *Linearization by output injection and nonlinear observers*, System and Control Letters 3, pp 47-52, 1983.
- [45] X. Xia and W. Gao, *Nonlinear observer design by observer error linearization*, SIAM J. Cont. and Opt., Vol 27, No. 1, pp 199-213, 1989.

- [46] T. Boukhobza, M. Djemai and J-P. Barbot, *Nonlinear sliding observer for systems in output and output derivative injection form*, in Proc. of IFAC World Congress, Vol. E, pp 299-305, 1996.
- [47] J-P. Barbot, T. Boukhobza and M. Djemai, *Triangular input observer form and sliding mode observer*, IEEE CDC 96, pp 1489-1491, 1996.
- [48] Floquet T and Barbot J. *Super twisting algorithm based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs*, International Journal of Systems Science; Vol. 38, Issue 10, 2007.
- [49] T.J. Koo and S. Sastry, *Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization*, Proc. IEEE Conference on Decision and Control CDC, Tampa, Florida, 1998.
- [50] J. Hauser, S. Sastry and G. Meyer, *Non linear control design for slightly non minimum phase systems : Application to v/stol aircraft*, Automatica, Vol. 28, No. 4, pp 651-670, 1992.
- [51] Thibault Cheviron. *Contribución al modelado, el control y la observación de sistemas con entradas desconocidas en el marco de sistemas de vuelo autónomos*. Tesis de doctorado (en Francés), Ecole central de Nantes 2008.
- [52] Kokotovic P and Khalil H. *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, 1st ed. London: Academic Press 1986.
- [53] Reza Olfati-Saber *Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles*, PhD Thesis Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [54] Futaba digital servos, descargado de (29 de Noviembre de 2013) de: <http://www.futabarc.com/servos/digital.html>
- [55] hangar 9 mitchell b-25, descargado (29 Noviembre de 2013) de: <http://www.hangar-9.com/Products/RelatedPartsSummary.aspx?ProdID=HAN4450>
- [56] Hua X, Ruyi Y, Jianqiang Y, et al. *Disturbance Rejection in UAVs Velocity and Attitude Control: Problems and Solutions*, In: Proceedings of the 30th Chinese Control Conference 2011.
- [57] Han J. *Active disturbance rejection control technique-the technique for estimating and compensating the uncertainties*, Beijing: National Defense Industry Press, 2008.
- [58] Gao Z., *Scaling and bandwidth - parametrization based controller tuning*, IEEE Proceedings of American Control Conference, pp. 4989-4996, Denver, 2003.
- [59] Guo B.Z. and Z.L. Zhao, *On convergence of non-linear extended state observer for multi-input multi-output systems with uncertainty*, IET Control Theory & Applications, Volume 6, Issue 15, pp. 2375 – 2386, Oct 2012.

- [60] Khalil, Wisama and Dombre, Etienne, *Modeling, Identification and Control of Robots*, Third Edition, Taylor & Francis, Inc., Bristol, Pennsylvania, USA, 2002.
- [61] Odelga, M. Chriette, A. and Plestan, F., *Control of a 3 DOF helicopter: a novel auto-pilot scheme based on adaptive sliding mode control*, American Control Conference ACC, Montreal, Canada, 2012.