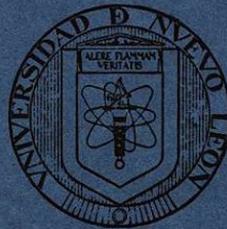


UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE ECONOMIA



ANALISIS DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO  
EN MEXICO

1951 - 1972

(UNA APLICACION DEL MODELO DE BOX & JENKINS)

TESIS

QUE EN OPCION AL TITULO DE  
LICENCIADO EN ECONOMIA  
PRESENTA

*Abelardo Gómez Shears*

MONTERREY, N. L.

AGOSTO DE 1974

T  
HF3236  
.5  
G6  
c.1

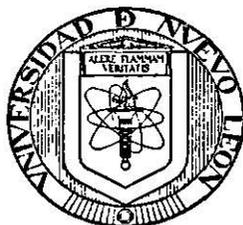
80



1080064137

# UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE ECONOMIA



## ANALISIS DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO EN MEXICO

1951 - 1972

(UNA APLICACION DEL MODELO DE BOX & JENKINS)

## TESIS

QUE EN OPCION AL TITULO DE  
LICENCIADO EN ECONOMIA

PRESENTA

*Abelardo Gómez Shears*

MONTERREY, N. L.

AGOSTO DE 1974

T  
HF3236  
.5  
96



Biblioteca Central  
Magna Solidaridad

*Tesis*



BU Raúl Rangel Frías  
UANL  
FONDO  
TESIS LICENCIATURA

A MIS PADRES

Sr. Gonzalo Gómez Loor

Sra. Carmen María Shears de Gómez

Como un humilde testimonio de veneración  
y gratitud a su inagotable esfuerzo para  
ayudarme a vencer todos los obstáculos  
hasta llegar a la culminación de mi carre  
ra profesional.

A MI TIO

C.P. Roberto Gómez Loor

Por sus valiosos consejos de superación

AL DR. GABRIEL VERA

Con respeto y agradecimiento  
por sus enseñanzas

A mis maestros que con sus valiosos consejos me ayudaron a la elaboración de este trabajo.

LIC. RICARDO H. CAVAZOS  
LIC. LEONCIO DURANDEAU  
DR. JESUS MARCOS Y.  
LIC. EDUARDO SUAREZ.

A mi asesor con agradecimiento

DR. RICHARD LABARGE

AL DR. ERNESTO MARCOS G.

Con admiración y respeto

## INTRODUCCION.

Se observa en el mundo actual una creciente interdependencia comercial y financiera que impide a los gobierno de los distintos países, elaborar sus políticas económicas haciendo a un lado sus relaciones económicas internacionales.

Los resultados de la balanza de pagos constituyen una limitación importante en las decisiones de política económica de cualquier país. Las importaciones y exportaciones se traducen en el elemento que trasmite de un país a otro los efectos de la política económica que sigue un gobierno. Además, las importaciones de un país están ligadas a su nivel de actividad económica y sus exportaciones al nivel de ingreso de los países que los demandan.

Los países en proceso de desarrollo requieren de la expansión de su capacidad productiva y de la adopción de nuevas técnicas de producción para aumentar o mantener su tasa de crecimiento. Las restricciones que surgen de la estructura productiva del país implican la necesidad de importar, al menos parte de los bienes de capital requeridos para ampliar su capacidad productiva. Además, los patrones de consumo y sus cambios implican importaciones, tanto de bienes de consumo, como de los insumos que son escasos en el país. En consecuencia, los países en proceso de desarrollo muestran una creciente necesidad de importación de mercancías y servicios, que es la principal causa de sus problemas en

balanza de pagos.

El objetivo de esta tesis, es tratar de encontrar un modelo matemático y estadístico que nos explique el comportamiento de las importaciones de mantenimiento en México (materias primas y auxiliares orincipalmente), que son un rubro muy importante dentro del total de - sus importaciones.

La secuencia seguida en este trabajo fue:

En el capítulo primero, se hace patente la importancia del comercio internacional en el desarrollo económico de los países, así como las principales causas de los problemas que surgen debido a unas relaciones comerciales desfavorables.

En el segundo capítulo, se analiza la balanza de pagos mexicana, del cual se deduce que al caso de México no es una excepción a dichos problemas.

En una tercera parte, se hace una descripción teórica de las herramientas utilizadas para el análisis univariado de las importaciones del mantenimiento y de la inversión nacional de México que se presenta en el capítulo cuarto.

En el capítulo quinto, el análisis univariado de las series elaborado en el capítulo anterior, se utiliza como un paso intermedio para la elaboración de un modelo dinámico de las importaciones.

Y por último, se hace un resumen del trabajo, así como las conclusiones principales que se derivan del mismo.

Conviene aclarar que dada la metodología utilizada, la falta de información adecuada, fue una limitación muy importante en el desarrollo del presente trabajo.

# INDICE

## CAPITULO I.

|                                                       |   |
|-------------------------------------------------------|---|
| Antecedentes Teóricos                                 | 1 |
| 1.1 Teoría y Generalidades del Comercio Internacional | 1 |
| 1.2 Papel de las Importaciones en el Desarrollo       | 4 |
| 1.3 Papel de las Exportaciones en el Desarrollo       | 6 |
| 1.4 Objetivos                                         | 9 |

## CAPITULO II.

|                                                  |    |
|--------------------------------------------------|----|
| Análisis de Balanza de Pagos Mexicana            | 11 |
| 2.1 La Balanza de Pagos                          | 11 |
| 2.2 Cuenta corriente de la Balanza de Pagos      | 12 |
| 1) Tendencia de las Importaciones                | 14 |
| 2) Comportamiento Histórico de las Exportaciones | 19 |
| 2.3 Cuenta de Capital de la Balanza de Pagos     | 20 |

## CAPITULO III.

|                                                         |    |
|---------------------------------------------------------|----|
| Conceptos del Modelo Univariado de Box & Jenkins        | 24 |
| 3.1 Introducción                                        | 24 |
| Modelos Estacionarios                                   | 29 |
| a) Modelos Autorregresivos                              | 29 |
| b) Modelos de promedios móviles                         | 30 |
| c) Modelos Mixtos Autorregresivos de promedios Móviles. | 31 |

|                                                    |    |
|----------------------------------------------------|----|
| Modelos no Estacionarios                           | 31 |
| 3.2 Etapas Iterativas en la Selección de un Modelo | 32 |
| 3.3 Análisis Univariado de las Series              | 34 |
| 3.4 Principales características de los Modelos     | 36 |
| 3.5 Estimación inicial de los parámetros           | 41 |

#### CAPITULO IV

|                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------|----|
| Análisis Univariado de las Importaciones de Mantenimiento | 43 |
| 4.1 Identificación de los Modelos                         | 43 |
| 1. Importaciones de mantenimiento                         | 43 |
| 2. Inversión Nacional                                     | 44 |
| 4.2 Estimación de los Modelos                             | 46 |
| 4.3 Importaciones de Mantenimiento                        | 50 |
| 4.4 Inversión Nacional                                    | 53 |

#### CAPITULO V

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| El Modelo Dinámico de Box & Jenkins                                                    | 57 |
| 5.1 Conceptos del Modelo Dinámico de Box & Jenkins                                     | 57 |
| 1) Identificación del Modelo Dinámico                                                  | 58 |
| 2) Estimación del Modelo Dinámico                                                      | 68 |
| 3) Revisión del Modelo Dinámico                                                        | 68 |
| 5.2 Análisis Dinámico de las Importaciones de Mantenimiento en función de la Inversión | 70 |

#### CAPITULO VI.

|                        |    |
|------------------------|----|
| Resumen y Conclusiones | 74 |
| 6.1 Resumen            | 74 |
| 6.2 Conclusiones       | 76 |

# CAPITULO I

## ANTECEDENTES TEORICOS

### 1.1. Teoría y Generalidades del Comercio Internacional

Mucho se ha escrito sobre las ventajas y desventajas que trae consigo la apertura del comercio internacional a un país, así es que sólo trataré de hacer un resumen breve acerca del tema.

Los economistas neoclásicos, tales como Jacob Viner,<sup>1/</sup> James Meade,<sup>2/</sup> etc., nos dicen que debido a la aparición de la división del trabajo en un terreno internacional le permiten, a cada país una especialización y comercialización de aquellos bienes que pueden producir a menor costo, a cambio de lo que otros pueblos puedan suministrarle en las mismas circunstancias.

Al aplicar la teoría clásica de los costos comparativos se producen ciertos cambios en los países, cambios que consisten en mejoras graduales en habilidad, educación, adiestramiento de obreros, campesinos, ingenieros y empresarios; mejoramiento que

---

<sup>1/</sup> Viner, J. (1937), *Studies in the Theory of International Trade*, New York

<sup>2/</sup> Meade, J. E. (1951), *The Theory of International Economic Policy*, Vol. 1. *The Balance of Payments*; Vol. II *Trade and Welfare* (1955)

resulta de inventos y descubrimientos y de la acumulación de capital, derivados de la iniciativa individual y de las asociaciones privadas - pero también posiblemente de políticas estatales conscientes.

Estos cambios ocurren gradualmente y repercuten aumentando la producción de bienes anteriormente producidos, o bien creando artículos que no existían en épocas anteriores. Analíticamente, dicho desarrollo puede representarse como un movimiento exterior de la curva de posibilidades de producción. (Curva de transformación o de sustitución) <sup>3/</sup>

Por encima de las ganancias estadísticas directas en las que hace hincapié la doctrina tradicional de los costos comparativos, el comercio produce, en los países participantes, beneficios indirectos muy importantes que pueden calificarse como dinámicos. Analíticamente se pueden describir estos beneficios dinámicos indirectos del mercado como un movimiento (con dirección al noroeste) de la curva de posibilidades de producción, motivada por el comercio. Estos beneficios indirectos son los siguientes:

Primeramente, el comercio suministra medios materiales (bienes fundamentales, maquinaria, materias primas y artículos

---

<sup>3/</sup> Samuelson, P.A. The Gains from International Trade Once Again, The Economic Journal Dic. 1962

elaborados a medias) indispensables para el desarrollo económico. En segundo término, lo cual resulta aún más importante, el comercio es el medio y vehículo para diseminar conocimientos tecnológicos, transmisión de ideas, importación de técnicas, habilidades, talentos directivos y de empresa. En tercer término, también es el comercio un vehículo para el movimiento internacional de capitales, especialmente de los países desarrollados a los subdesarrollados.

Ahora bien, cabe hacer notar, que si el comercio internacional de un país no es un comercio bien organizado y dinámico no todo se traduce en beneficios para dicho país, sino que puede llevarlo a situaciones que afectan su grado de crecimiento; un ejemplo de estas situaciones está representado por la mayor parte de los países subdesarrollados, los cuales en general tienen un comercio internacional desfavorable, por lo que hace que su tasa de crecimiento se vea frenada. <sup>4/</sup> Las principales causas de esto, son el comportamiento de las importaciones y exportaciones de mercancías, para las cuales, se tratará de ver a continuación su función en el desarrollo de los países.

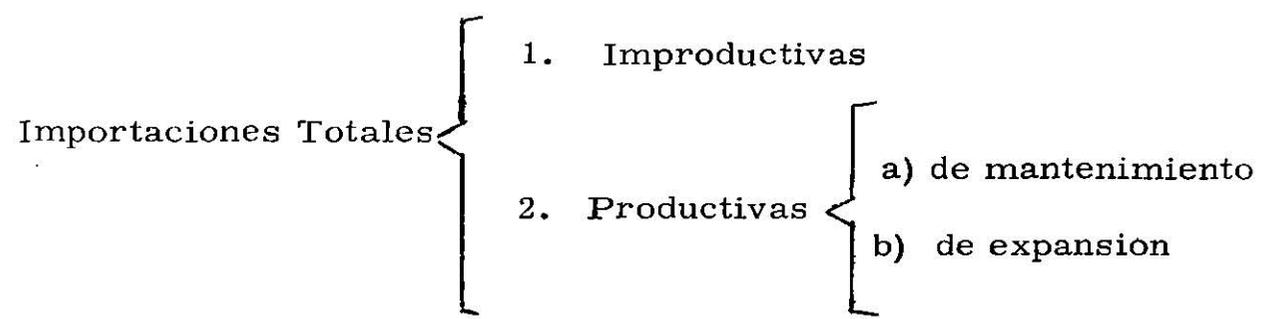
---

<sup>4/</sup> "Los desequilibrios externos en el desarrollo económico." Comercio Exterior, Julio, 1957. pp. 347

## 1.2 El Papel de las Importaciones en el Desarrollo

Las importaciones en su carácter de oferta interna, han venido desempeñando un papel primordial en el proceso de crecimiento de los países en desarrollo. Cualquiera que sea el grado de avance de estas naciones, existe un mínimo de materias primas y refacciones necesarias para mantener el equipo productivo en operación (importaciones de mantenimiento). Así como la adquisición de bienes de capital en el exterior es fundamental para continuar la expansión de la capacidad productiva y hacer que ésta sea eficiente y competitiva por la adopción de nuevas técnicas (importaciones de expansión). Por otra parte, los patrones de consumo de la población hacen necesario las importaciones de bienes de consumo con el fin de mantener en buen estado a la fuerza productiva del país; el resto serían importaciones improductivas -consumo de lujo, por ejemplo-<sup>5/</sup>

Resumiendo, las importaciones que un país subdesarrollado tiene que hacer son las siguientes:




---

<sup>5/</sup> Linder, Staffan Burenstam. "Teoría del Comercio y Política Comercial para el Desarrollo".

El monto de importaciones en los países subdesarrollados básicamente está determinado por su capacidad de importación. Esta capacidad, a su vez, está estrechamente relacionada con los medios internacionales de pagos que un país en un momento dado, pueda tener a su disposición, ya sea que provengan de sus exportaciones, por empréstitos con el exterior, afluencia de capital por el uso de sus reservas internacionales.

El endeudamiento externo es limitado y tiene para el país el costo que corresponde al servicio de la deuda. La disminución de las reservas también tiene un tope, a partir del cual se considera en peligro la estabilidad cambiaria. Una inversión extranjera sana debe tener en cuenta el grado de preponderancia en la economía, campos de acción, participación de las empresas, rentabilidad, etc. El medio más idóneo para allegarse recursos, lo constituye la exportación de mercancías y servicios, sin embargo, como se verá más adelante, existe la limitación de la estructura productiva reflejada en la calidad, costos y precios de los productos que concurren al exterior.

En cuanto a la composición de las importaciones, sus cambios se ven ligados a aquellos experimentados en la estructura productiva de los países. Es decir, la expansión y diversificación

del aparato productivo doméstico coincide en la composición de las importaciones por medio de la satisfacción interna de requerimientos de bienes de consumo y la importación derivada de materias primas y bienes de capital para producir lo que antes se adquiría del exterior y aún para exportación.

Así, el volumen y la estructura de las importaciones deben verse en el contexto cambiante de la economía, donde un patrón de importación puede llevar a que un país se enfrente a graves problemas de balanza de pagos, ante la alternativa de tener capacidad de producción ociosa por la ausencia de materias primas y refacciones, o bien, ver estancado el proceso de desarrollo por la escasez de bienes de capital.

### 1.3 Papel de las Exportaciones en el Desarrollo

Las exportaciones de mercancías constituye la fuente más importante para la obtención de medios de pagos internacionales necesarios para financiar la adquisición de mercancías y servicios en el exterior, mismos que pueden ser imprescindibles para el desarrollo del país.

Además de la función de financiamiento de las importaciones, los ingresos procedentes de las exportaciones generan actividad

económica. Si bien una parte de estos ingresos se dedica a la importación y al ahorro, otra parte constituye gastos en bienes de consumo, que a su vez se transforma e ingreso para los vendedores de estas mercancías, lo que comenzará de nuevo un nuevo ciclo de gasto e ingreso. En otras palabras, el ingreso que proviene de las exportaciones genera un efecto multiplicador que incrementa el ingreso del país y su nivel de actividad económica. <sup>6/</sup>

Debe tomarse en consideración que un mayor nivel de actividad económica resulta en mayor utilización de los recursos productivos del país, incluyendo la mano de obra. En un país como México, en que se estima una elevada proporción de desempleo y subempleo, el crecimiento de las exportaciones tendrá como efecto una elevación del nivel de empleo, con los beneficios económicos, políticos y sociales que derivan de la ampliación de las fuentes de trabajo y del aumento de ingreso del factor de mano de obra.

En vista de que un país exporta aquellas mercancías en que tiene ventaja comparativa es decir, los que tienen un costo de producción inferior al de otros países, mientras importa aquellos bienes que le son más caros producir que adquirir del exterior, se puede decir que, para el país, la exportación constituye un medio de lograr reducir el costo real de las mercancías que consumo y adquiere

---

<sup>6/</sup> Charles P. Kindleberger: "Economía Internacional". El Multiplicador del Comercio Exterior, Apéndice E. pp. 645.

del exterior. Además de esta forma, un país tiene la posibilidad de utilizar sus recursos productivos en las actividades en que se considera son más eficientes.

Sin embargo, a pesar de la importancia de las exportaciones en el desarrollo económico de un país, los países subdesarrollados se han visto limitados en sacar provecho de sus exportaciones. Raúl Prebisch <sup>7/</sup> nos dice que el comercio internacional de las economías latinoamericanas a partir de la crisis mundial de 1929 ha sido un comercio desfavorable siendo causa principal la ineficiencia de las exportaciones tradicionales de dichos países derivándose ésto de una estructura industrial defectuosa que impide al país lograr un desarrollo adecuado, es decir, dada una demanda, la estructura industrial de los países en desarrollo es incapaz de satisfacerla en términos competitivos.

Resumiendo, se puede observar por una parte, que existe para los países en desarrollo una necesidad de importar bienes y servicios, y por otra, una insuficiencia en sus ingresos por concepto de exportaciones, de tal manera que este ingreso es insuficiente para compensar las compras que se ven obligados a hacer en el exter

---

<sup>7/</sup> Prebisch Raúl: Nueva Política Comercial para el Desarrollo. F.C.E. México, 1967

rior y, consecuentemente, se vean en la necesidad de recurrir al financiamiento externo que es una presión más a la Balanza de Pagos, ya que se adquieren más obligaciones con el exterior (pago de intereses, amortizaciones, etc.) <sup>8/</sup>

#### 1.4 Objetivos

Se ha mencionado hasta ahora, las ventajas y desventajas que el comercio internacional trae consigo. Que en general los países en proceso de desarrollo tienen por un lado una necesidad creciente de importaciones debido principalmente al deseo de aumentar o mantener su tasa de crecimiento, y por otro lado la estructura productiva de dichos países hacen que sus exportaciones no sean suficientes para financiar la cantidad de importaciones que requiera el proceso productivo del país, por lo que se ven en la necesidad de utilizar otras fuentes de financiamiento tales como endeudamiento externo o la utilización de las reservas de divisas.

Como se ha visto, el comercio internacional representa para los países subdesarrollados (también para los desarrollados) una importante fuente de crecimiento para sus economías. Sin embargo, dado lo extenso del tema se tratará de analizar para el caso de

---

<sup>8/</sup> Véase: Avramovic Dragoslav, Economic Growth and External Debt.

México sólo la parte correspondiente a los requerimientos de importaciones de mantenimiento dado el desarrollo observado de economía mexicana.

## CAPITULO II

### ANALISIS DE LA BALANZA DE PAGOS MEXICANA, 1960-1972

#### 2.1 La Balanza de Pagos

Entre 1960 y 1972, de acuerdo con cifras oficiales del Banco de México, el saldo en cuenta corriente de balanza de pagos pasó de -300.5 a -853.3 millones de dólares, lo que significa un incremento del déficit anual promedio de 9.0% que contrasta con el crecimiento en el período de 1967-1972 de un 11% (pasó de -506 a -853 millones de dólares). En términos de su participación en las exportaciones de mercancías y servicios, pasó de 1967 a 1972 (período considerado como crítico dado que el déficit en cuenta corriente en estos años supera el saldo promedio registrado en el período 1960-1972) de 22.8 a 21.4%, lo que da cuenta que los ingresos en cuenta corriente tuvieron mayor dinamismo que los pagos al exterior.

En una perspectiva más amplia puede afirmarse que el saldo en la cuenta corriente se ha comportado en forma proporcional a la trayectoria de crecimiento seguida por la economía. Si se analiza el período de 13 años comprendido entre 1960 y 1972 se distinguen claramente dos etapas: En la que va de 1960 a 1963, la tasa promedio de crecimiento del producto fue de 5.8% en términos reales y el saldo en cuenta corriente fluctuó alrededor de 200 millones de dólares.

En 1964 se registra un incremento record del producto, de 11.7% en términos reales, y la economía se coloca en una nueva trayectoria de crecimiento. Para el período de ocho años comprendido entre 1965 y 1972, el crecimiento promedio del producto fue de 6.5% anual y el saldo en cuenta corriente, que crece en proporción directa con el producto, se sitúa en un promedio de 587 millones de dólares.

El saldo en cuenta de capital, definido como la suma algebraica de capital a largo plazo más errores y omisiones y movimientos de capital a corto plazo, más derechos especiales de giro, que debe ser igual al saldo en cuenta corriente más la variación en la reserva del Banco de México, S.A., se incrementó entre 1967 y 1972, de acuerdo con las cifras oficiales, de 546 a 1,118 millones de dólares, lo que significó un incremento anual promedio de 15.4%. El mayor crecimiento de saldo en cuenta de capital, por comparación de la cuenta corriente significó aumentos en las reservas del Banco Central de 40 a 265 millones de dólares en el período considerado. Esto significa que el financiamiento fue en base al endeudamiento exterior, tanto a corto como a largo plazo.

## 2.2 Cuenta corriente de la Balanza de Pagos.

### Saldo en Cuenta Corriente.

El saldo en cuenta corriente de balanza de pagos aumen

tó entre 1967 y 1972, de \$ -506.3 a \$ -853.3 millones de dólares

Como se ha expresado, la relación entre el déficit en cuenta corriente y los ingresos de divisas por exportación de mercancías y servicios se ha reducido del 22.8% a 21.4% en el mismo período. Esto es indicativo del mayor dinamismo que registraron las exportaciones de mercancías y servicios que los demás renglones de cuenta corriente.

Para propósitos de análisis, el saldo en cuenta corriente puede dividirse en tres componentes: El saldo en cuenta de mercancías, el saldo en cuenta de servicios excluido el pago de los factores y los pagos a los factores.

#### Cuadro 2.1

#### COMPONENTES DEL SALDO EN CUENTA CORRIENTE

(Millones de dólares)

| Concepto                         | 1967    | 1972     | Tasa media anual de crecimiento |
|----------------------------------|---------|----------|---------------------------------|
| a) Cuenta de mercancías -        | 591.6   | -1 075.4 | 12.7%                           |
| 1. Exportaciones <u>1/</u>       | 1 156.7 | 1 861.4  | 10.0%                           |
| 2. Importaciones                 | 1 748.3 | 2 936.8  | 10.9%                           |
| b) Cuenta de servicios <u>2/</u> | 423.1   | 899.3    | 16.3%                           |
| 1. Ingresos                      | 1 059.3 | 2 112.0  | 14.8%                           |
| 2. Gastos                        | 636.2   | 1 212.7  | 13.8%                           |
| c) Pagos a factores <u>3/</u> -  | 337.8   | - 677.2  | 14.9%                           |
| Saldo en cuenta corriente -      | 506.3   | - 853.3  | 11.0%                           |

1/ Incluye producción de oro y plata

2/ Incluye turismo, transacciones fronterizas y otros conceptos

3/ Incluye remesas por inversiones extranjeras e intereses sobre deudas oficiales.

El incremento en el déficit en cuenta corriente de 11.0% anual para el período analizado, encerró un crecimiento en el déficit de mercancías de 12.7%, un aumento de 16.3% en el superávit por servicios y un incremento de 14.9% en el déficit en los pagos a factores.

Dentro de los ingresos en cuenta corriente, el renglón de crecimiento más dinámico fue el turismo con 14.9%, seguido por las transacciones fronterizas con un 12.1% y las exportaciones de mercancías con un 10.5%. Excluyendo la producción de oro y plata; que fue el único rubro donde se registraron descensos. (Ver Cuadro 2.2)

En las importaciones de mercancías y servicios, los renglones más dinámicos fueron: el de pagos de intereses sobre deudas oficiales, con un 16.9% anual promedio para el quinquenio, el de remesas al exterior por inversiones extranjeras directas con 13.5%, y las salidas por transacciones fronterizas, 13.5%. Las importaciones de mercancías crecieron a un ritmo menor que el total, 10.9% anual, y el turismo, considerando solamente el período 1969-1972, <sup>9/</sup> al 12.8%.

#### 1) Tendencia de las Importaciones

---

<sup>9/</sup> Los datos de egresos de divisas por turismo al extranjero para los años anteriores a 1969 no son comparables con los últimos tres años, ya que en 1969 se cambió el método de cálculo para este renglón y no se ajustaron los años anteriores.

## BALANZA DE PAGOS DE MEXICO, 1967-1972

( millones de dólares )

|                                                                     | 1967    | 1968    | 1969    | 1970    | 1971    | 1972    | Estructura |        | Tasa de<br>crecimiento<br>1967<br>1971<br>to 67-72 |
|---------------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|------------|--------|----------------------------------------------------|
|                                                                     |         |         |         |         |         |         | 1967       | 1971   |                                                    |
| I.- Balanza de mercancías y Servicios                               | - 506.3 | - 632.2 | - 472.7 | - 908.8 | - 714.2 | - 853.3 |            |        | 11.0                                               |
| A.- Exportación de mercancías y servicios                           | 2 216.0 | 2 514.6 | 2 976.1 | 3 147.7 | 3 390.7 | 3 973.4 | 100.0%     | 100.0% | 12.4                                               |
| 1. Exportación de mercancías                                        | 1 103.8 | 1 180.7 | 1 385.0 | 1 373.0 | 1 473.7 | 1 873.7 | 49.8       | 45.6   | 10.5                                               |
| 2. Producción de oro y plata                                        | 52.9    | 77.5    | 68.7    | 66.4    | 46.9    | 47.7    | 2.3        | 1.2    | - 2.0                                              |
| 3. Turismo                                                          | 363.1   | 431.9   | 527.8   | 554.8   | 616.3   | 726.0   | 16.3       | 18.2   | 14.9                                               |
| 4. Transacciones fronterizas                                        | 599.6   | 713.5   | 761.2   | 878.9   | 966.9   | 1 061.1 | 27.0       | 26.7   | 12.1                                               |
| 5. Otros conceptos                                                  | 96.6    | 111.0   | 233.4   | 274.6   | 286.9   | 324.9   | 4.3        | 8.1    | 28.0                                               |
| B.- Importación de mercancías y servicios                           | 2 722.3 | 3 146.8 | 3 448.8 | 4 056.5 | 4 104.9 | 4 826.7 | 122.8      | 121.8  | 12.2                                               |
| 1. Importación de mercancías                                        | 1 748.3 | 1 960.1 | 2 078.0 | 2 460.8 | 2 407.3 | 2 936.8 | 78.9       | 74.0   | 10.9                                               |
| 2. Turismo                                                          | 162.6   | 193.4   | 153.0   | 169.7   | 172.2   | 220.4   | 7.3        | 5.5    | 6.3                                                |
| 3. Transacciones fronterizas                                        | 359.1   | 450.4   | 501.5   | 585.0   | 612.5   | 669.0   | 16.2       | 17.0   | 13.5                                               |
| 4. Remesas por inversión extranjera<br>directa                      | 216.1   | 265.7   | 315.8   | 351.5   | 376.3   | 411.0   | 9.7        | 10.3   | 13.7                                               |
| 5. Intereses sobre deudas oficiales                                 | 121.7   | 160.7   | 174.6   | 231.6   | 238.1   | 266.2   | 5.5        | 6.7    | 16.9                                               |
| 6. Otros conceptos                                                  | 114.5   | 116.5   | 225.0   | 257.9   | 298.5   | 323.3   | 5.2        | 8.1    | 23.0                                               |
| II. Movimientos de capital a corto plazo y<br>errores y comisiones. | 200.1   | 302.2   | - 177.3 | 505.5   | 374.9   | 377.5   | 9.0        | 9.5    | 13.5                                               |
| III. Capital a largo plazo                                          | 346.0   | 379.0   | 692.9   | 460.0   | 499.7   | 690.6   | 15.6       | 17.4   | 14.8                                               |
| 1. Inversiones extranjeras directas (neto)                          | 22.4    | 116.8   | 177.8   | 200.7   | 196.1   | 169.0   | 1.0        | 4.2    | 50.0                                               |
| 2. Operaciones con valores                                          | 53.5    | 35.1    | 60.0    | - 7.2   | 52.0    | 6.0     | 2.4        | 0.15   | .0                                                 |
| 3. Cuentas del Exterior                                             | 223.9   | 136.6   | 468.2   | 280.4   | 281.2   | 496.1   | 10.1       | 12.5   | 17.2                                               |
| 3.1 Disposiciones                                                   | 670.3   | 686.8   | 967.5   | 836.9   | 758.1   | 996.0   | 30.2       | 25.0   | 8.3                                                |
| 3.2 Amortizaciones                                                  | - 446.4 | - 550.2 | - 499.3 | - 556.5 | - 476.9 | - 499.9 | 20.1       | 12.6   | 2.3                                                |
| 4. Deuda gubernamental (neto)                                       | 13.8    | 79.3    | 5.7     | - 2.3   | - 28.9  | 35.6    | 0.62       | 0.9    | 21.0                                               |
| 5. Crédito del Exterior (neto)                                      | 30.6    | 11.2    | - 18.8  | - 11.6  | - 0.7   | - 16.3  | 1.4        | 2.41   | 11.9                                               |
| IV. Derechos especiales de giro                                     | -       | -       | -       | 45.4    | 39.6    | 49.9    | -          | 1.3    | -                                                  |
| V. Variación de la Reserva del Banco de<br>México                   | 39.9    | 49.0    | 47.9    | 102.1   | 200.0   | 264.7   | 1.8        | 6.6    | 46.0                                               |

Fuente: Banco de México, S.A.

Durante las últimas décadas, el país inició un proceso de industrialización con base a la sustitución de importaciones (Desarrollo "hacia adentro") con el fin de reducir la dependencia con respecto a los bienes importados. Esto dió como resultado, una mayor dependencia del proceso de desarrollo respecto a otro tipo de bienes importados. Se ha observado que la estructura de los bienes importados ha sido alterada. Este fenómeno se tratará de explicar en los párrafos siguientes.

En las últimas décadas, el país ha logrado una estructura productiva más diversificada, la cual ha hecho que la producción entre las diferentes ramas de actividad, ya sea que se dedique a la elaboración de materias primas, bienes de consumo duradero, consumo no duradero y bienes de capital, haya ido modificándose, pasando de la producción de bienes de consumo no duradero a una producción de bienes de mayor elaboración. Esto ha tenido impacto en la estructura de las importaciones. "... así de una estructura de importaciones que proporcionaba gran parte de las necesidades de bienes de consumo claborados a la población se pasa a una estructura de importaciones que proporciona gran parte de las materias primas, bienes intermedios y partes y equipo del capital de reposición que demanda el funcionamiento de la planta industrial, y de los equipos y maquinaria que reclama

la expansión de esa misma planta industrial. <sup>10/</sup>

Así pues, la estructura de las importaciones ha cambiado de la siguiente manera:

Cuadro 2.3  
ESTRUCTURA DE LAS IMPORTACIONES DE MERCANCIAS  
(Por ciento)

|                        | 1958         | 1965         | 1970         |
|------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Total                  | <u>100.0</u> | <u>100.0</u> | <u>100.0</u> |
| Bienes de consumo      | <u>19.8</u>  | <u>19.1</u>  | <u>21.4</u>  |
| a) No duraderos        | <u>9.4</u>   | <u>5.7</u>   | <u>8.4</u>   |
| b) Duraderos           | 10.4         | 13.4         | 13.0         |
| Bienes de producción   | <u>80.2</u>  | <u>80.9</u>  | <u>78.5</u>  |
| a) Materias primas     | <u>34.1</u>  | <u>35.4</u>  | <u>32.4</u>  |
| b) Bienes de Inversión | 46.1         | 45.5         | 46.1         |

Fuente: Banco de México, S.A.

La participación de los bienes de consumo dentro de la importación total ha permanecido en el mismo nivel, de 19 al 20% entre 1958 y 1965; sin embargo, en 1970, este coeficiente ascendió a 21.4% lo cual estuvo relacionado con las compras extraordinarias de maíz.

<sup>10/</sup> Ver Jorge Eduardo Navarrete: Desequilibrio y Dependencia de las relaciones económicas internacionales de México en los años sesentas.

El porcentaje que representan las compras de bienes de consumo duradero ascendió de 10.4% en 1958 a 13% en 1970, aumento que está relacionado con la producción nacional de manufacturas y se ve alentada por el ingreso interno.

En cuanto a las importaciones de bienes de producción, materias primas y bienes de inversión su participación en el período (1958-1970) ha permanecido casi inalterable.

Es importante hacer notar que en el cuadro anterior, el cambio en la estructura de importaciones en el período considerado - aparentemente no es de mucha importancia, sin embargo, se observa en la Tabla número 1, el año de 1970 fue un año en el cual las importaciones de bienes de consumo crecieron de una manera extraordinaria debido a factores no económicos tales como fenómenos meteorológicos (un año de sequía) lo cual hizo que la producción nacional de trigo principalmente se viera fuertemente afectada.

Es así como la evolución de la estructura productiva mexicana ha venido configurando la composición de las importaciones. - La industrialización por sustitución ha reducido la importación de bienes de consumo en favor de los insumos intermedios y bienes de capital.

Tabla No. 1

PRINCIPALES DETERMINANTES DE CAMBIOS EN LAS  
CUENTAS DE MERCANCIAS\*

| <u>Años</u> | <u>Exportaciones</u>                                                                                                                                          | <u>Importaciones</u>                                                       |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 1967        | Decrecimiento en la producción y exportación de algodón                                                                                                       | Aumento de importaciones del Sector Público para el fomento económico.     |
| 1968        | Mayores ventas de algodón y café                                                                                                                              | Aumento del gasto del sector privado                                       |
| 1969        | Mayor volumen exportado aumentos de precios de exportación                                                                                                    | Menores importaciones del sector privado                                   |
| 1970        | Ciclo agrícola desfavorable que origina una baja en la producción y en las exportaciones                                                                      | Incremento en la inversión fija pública en el último año de administración |
|             |                                                                                                                                                               | Aumento en las importaciones para el complemento de la oferta interna      |
| 1971        | Se ponen en efecto medidas de fomento de exportaciones (marzo de 1971)                                                                                        | El sector público y privado bajan sus importaciones                        |
|             | Fortalecimiento de la demanda de los Estados, Estados Unidos en el último trimestre del año                                                                   |                                                                            |
| 1972        | Aumento de la demanda mundial de países industrializados (en especial EE. UU.)<br>Expansión de la producción interna (especialmente la producción industrial) | Un alto ritmo de crecimiento económico                                     |
|             | Ampliación del margen de devolución de impuestos (CEDIS) para las industrias exportadoras                                                                     | Un aumento en los precios de importación                                   |
|             | Mejoría en la posición competitiva de México debido a la revaluación de algunas monedas                                                                       |                                                                            |

\* FUENTE: Informe Anual del Banco de México, S. A. (1967-1972)

## 2) Comportamiento histórico de las exportaciones

Entre 1967 y 1972 las exportaciones de mercancías pasaron de 1, 103.8 a 1, 813.8 millones de dólares, lo que significó una tasa media de incremento anual del 10.9%, tasa menor a la registrada por las importaciones de mercancías.

Durante estos mismos años, se modificó en forma muy sustancial la estructura de las exportaciones. Los productos agrícolas que sólo crecieron al 2.2% anual, perdieron participación al pasar del 40.9% del total en 1967 al 28% en 1972. Los productos de industrias extractivas y de pesca cuyas tasas de crecimiento anual fueron de -0.5% y 6.5%, respectivamente también perdieron participación. En el primer caso ésta descendió del 18.8% al 11.1%, en el segundo del 5.8% al 4.8%.

Las que mayor participación ganaron fueron en consecuencia, las manufacturas que pasó del 28.4% en 1967 al 45.7% en 1972. Su tasa media de incremento anual fue del 21.0%. Otro grupo que ganó participación fue el de ganadería y agricultura cuyas exportaciones, fundamentalmente por alzas de precios, crecieron a razón del 23.0% anual. Su significación se llegó del 6.0% en 1967 al 10.4% en 1972. (Véase Cuadro No. 2.4)

Cuadro 2.4

## EXPORTACIONES DE MERCANCIAS

(Millones de Dólares)

|                   | 1967    | %     | 1972    | %     | Tasa Media Anual<br>de Crecimiento (%) |
|-------------------|---------|-------|---------|-------|----------------------------------------|
| 1. Agropecuarios  | 66.3    | 6.0   | 188.5   | 10.4  | 23.0                                   |
| 2. Pesqueros      | 64.1    | 5.8   | 88.0    | 4.8   | 6.5                                    |
| 3. Agrícolas      | 451.9   | 40.9  | 504.4   | 28.0  | 2.2                                    |
| 4. Minerales      | 207.2   | 18.8  | 201.9   | 11.1  | -0.5                                   |
| 5. Manufacturados | 312.9   | 28.4  | 827.7   | 45.7  | 21.0                                   |
| T o t a l         | 1 102.4 | 100.0 | 1 810.5 | 100.0 | 10.5                                   |

NOTA: Los totales no corresponden a los del Cuadro 2.2 a causa del redondeo.

### 2.3 Cuenta de Capital de la Balanza de Pagos

Para propósitos prácticos, en lo que sigue, el renglón de errores y omisiones se ha interpretado como indicativo de los movimientos de capital de corto plazo.

Entre 1967 y 1972, de acuerdo con las cifras publicadas, el saldo en cuenta de capital pasó de 546 a 1, 118 millones de dólares.

Como el déficit en cuenta corriente pasó de 506 a 853 millones de dólares, 11.0% anual, lo anterior significó aumentos en las reservas de 40 a 265 millones de dólares. Esto se logró a base de un mayor endeudamiento con el exterior tanto a corto como a largo plazo.

De estos dos, el más importante ha sido el capital a largo plazo, adicionado por los derechos especiales de giro, cuya participación en la cuenta de capital fluctuó alrededor del 78% entre 1967 y 1972.

Los movimientos de capital de corto plazo -el renglón de errores y omisiones- así como su participación en la cuenta de capital entre 1970 y 1972, evolucionaron como sigue:

|      |   |       |       |
|------|---|-------|-------|
| 1970 | + | 505.5 | 50 %  |
| 1971 | + | 374.9 | 41 %  |
| 1972 | + | 377.5 | 33.7% |

Esto muestra la elevada significación de los movimientos de capital a corto plazo, que pueden explicarse fundamentalmente en términos de tres factores: primero, el diferencial en el rendimiento neto para el inversionista entre los valores de renta fija en México y en el exterior; segundo, las necesidades de endeudamiento del sector público con fines de balanza de pagos, y el tercero, el endeudamiento por parte de instituciones no financieras y subsidios de empresas extranjeras con bancos del exterior. El segundo de estos factores es importante únicamente en años de comportamiento "anormal" de balanza de pagos. Así el elevado nivel alcanzado por los flujos de corto plazo en 1970 resulta explicable fundamentalmente por endeudamientos del sector público durante ese años. Con respecto a los otros dos factores, el diferencial de intereses actúa en la misma dirección para ambos.

El renglón que más dinámicamente ha crecido en la cuenta de capital es el de largo plazo, que presenta un incremento de 14.8% entre 1967 y 1972.

La deuda externa a plazo de un año o más, pasó de un nivel de cerca de 2,200 millones de dólares a finales de 1967 a uno de 4,100 millones de dólares en 1972, o sea a un ritmo de incremento del 13.4% anual. Esta tasa fue, en consecuencia, ligeramente ma-

yor a la de exportaciones de mercancías y servicios. Sin embargo, la capacidad de endeudamiento externo a largo plazo entre 1967 y 1972 ha mostrado un mejoramiento, pero sin que por ello pueda decirse que existe una posición ventajosa.

Cuadro 2.5

## CAPACIDAD DE ENDEUDAMIENTO EXTERNO

|      | Servicio al Capital<br>del Exterior* | Ingresos en Cuenta<br>Corriente | Relación<br>% |
|------|--------------------------------------|---------------------------------|---------------|
| 1967 | 784                                  | 2 216.0                         | 35.3          |
| 1972 | 1 177                                | 3 973.4                         | 29.6          |

\* Definido como la suma de intereses, más amortizaciones, más remesas por inversiones extranjeras directas.

## RESUMEN

Se dejó establecido en el Capítulo I, que en general los países en vías de desarrollo, pueden ver frenada su tasa de crecimiento debido a problemas en su balanza de pagos.

En el análisis sobre la balanza de pagos, visto en este segundo capítulo, se puede observar que México ha venido sufriendo

fuertes problemas en su balanza de pagos, principalmente debido al mayor crecimiento en las importaciones en relación al crecimiento de las exportaciones.

De aquí, que es entonces importante tratar de hacer un análisis de las importaciones de mantenimiento que son las que más peso tienen actualmente en el total de importaciones.

En los siguientes capítulos se tratará de elaborar un - modelo matemático que nos permitirá establecer una serie de hipótesis sobre el comportamiento de este tipo de importaciones.

## CAPITULO III

### CONCEPTOS DEL MODELO UNIVARIADO DE BOX & JENKINS<sup>11/</sup>

#### 3.1 Introducción

El propósito de esta tesis es establecer un modelo matemático y estadístico que explique el comportamiento de las importaciones de mantenimiento en México.

La capacidad de importar de un país depende del ingreso del mismo. En el caso particular de las importaciones de mantenimiento (ya definidas) es conocido de todos que la variable principal que determina su comportamiento es la inversión bruta del país; es decir, la clase de modelo que se desea encontrar es aquel que nos relaciona la variable importaciones de mantenimiento con la inversión bruta del país.

El tipo de relación que se espera encontrar entre dichas variables es el siguiente: el valor actual y los pasados de la inversión, influyen en el valor actual de las importaciones.

La razón de esperar este tipo de relación se deduce del siguiente hecho: si un país realiza una inversión, ya sea nacional o ex

---

<sup>11/</sup> George E. P. Box y Gwilyn M. Jenkins: Time Series Analysis Forecasting and Control. (Holden-Day, 1970).

tranjera, es lógico pensar que entre mayor sea el uso por ejemplo de una maquinaria, mayor será la necesidad de importar material de mantenimiento, es decir, la relación de la variable dependiente (importaciones de mantenimiento)  $M_t$  y la variable independiente (inversión bruta fija)  $I_t$ , es una relación dinámica en el sentido de que el efecto en "M" debido a un cambio en "I" no es instantáneo, sino que afecta la serie dependiente en forma dinámica en el tiempo. En otras palabras, el valor actual  $I_t$  influye no sólo en  $M_t$ , sino también en  $M_{t+1}$ , etc. Se sigue de esta condición, que  $M_t$  depende de valores pasados de  $I_t$ , o sea de  $I_{t-1}$ ,  $I_{t-2}$ , ... Por lo tanto, podemos escribir el modelo dinámico general con errores ( $e_t$ ) como sigue:

$$M_t = v_0 I_t + v_1 I_{t-1} + \dots + e_t \quad (3.1.1)$$

con la ayuda del operador de retraso B definido como  $BI_t = I_{t-1}$  y de aquí  $B^m I_t = I_{t-m}$ ;  $B^0 I_t = I_t$

$$\begin{aligned} M_t &= (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) I_t + e_t \\ M_t &= v(B) I_t + e_t \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

donde

$$v(B) = \sum_{j=0}^{\infty} v_j B^j \quad (3.1.3)$$

En econometría se le conoce a este modelo como "Distributed lag model" (Modelo de los rezagos distribuidos) y a  $v(B)$  se le conoce como "distributed lag function". Esta función tiene un número infinito de parámetros, y para propósitos de estimación, con el uso del --

concepto de parsimonia, podemos representar este modelo de la siguiente forma: <sup>12/</sup>

$$(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \dots - \lambda_m B^m) M_t = (\alpha_0 + \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_k B^k) I_{t-b} + N_t \quad (3.1.4)$$

donde  $N_t = \lambda(B) e_t$  y  $b$  es un parámetro de retraso en la inversión.

En este modelo se supone los errores son variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas con media cero y varianza constante. Sin Embargo los datos de importación de mantenimiento y de inversión bruta, se presentan en forma de serie de tiempo, donde la unidad de tiempo es anual, y en los cuales las observaciones son dependientes y la naturaleza de su dependencia es en sí misma, es decir, la inversión en el año  $t$ , depende en parte de la inversión en el año  $t - 1$ , por lo que es de esperar que los errores ( $e_t$ ) no sean independientes, lo cual nos llevaría a serios problemas de estimación, que con el modelo de rezagos distribuidos como se ha presentado, no sería posible solucionarlo, es decir, es importante considerar una estructura de errores más general, que con independencia de los mismos. Por lo tanto es necesario otro tipo de técnicas para el análisis de tales series de observaciones dependientes. Una de las principales ventajas del modelo de los rezagos -

<sup>12/</sup> Véase Zvi Griliches: Distributed Lags: A survey, econométrica - vol. 35, No. 1 (enero, 1967). También: Pierce A. David: "Fitting dynamic time Series Models: Some considerations and examples". Federal Reserve Bank of Cleveland.

distribuidos es la manera de solucionar el problema de estimación (depende sólo de un parámetro adicional). Sin embargo, el costo de hacerlo de esta manera es forzando a una forma particular los rezagos en los datos, lo cual es cuestionable en la práctica, a menos que se tengan --- ciertas bases teóricas o físicas que aseguren que la distribución de los rezagos sea la correcta.

Si fuera posible derivar un modelo de este tipo, es decir, basado en leyes físicas o económicas de tal manera que nos permitiera calcular el valor de una cantidad dependiente en el tiempo casi con exactitud y en cualquier momento en el tiempo, el modelo sería completamente determinístico.

Sin embargo, probablemente ningún fenómeno es totalmente determinístico. En muchos problemas se tienen que considerar fenómenos dependientes en el tiempo, tal como importaciones anuales de mantenimiento, en el cual hay muchos factores desconocidos y por lo tanto no es posible escribir un modelo determinístico que nos permita el cálculo de la conducta en el futuro de tal fenómeno; es decir, el modelo de la distribución de los rezagos como se ha presentado no sería adecuado para el análisis de este fenómeno; dicho de otra manera, no es posible a priori determinar la forma de la distribución de los rezagos en la inversión que afectarán el valor presente de las importaciones de mantenimiento. No obstante, puede ser posible construir empíricamente un modelo que pueda ser usado para calcular la probabilidad de un valor futuro que descansa entre dos límites específicos. Un

modelo de este tipo es llamado modelo estocásticos, o modelo probabilístico. Los modelos para series de tiempo que son necesarios, por ejemplo, para alcanzar proyecciones con el mayor grado de seguridad posible, son dichos modelos estocásticos, por tanto, para el análisis de las importaciones de mantenimiento se requieren técnicas más sofisticadas que el modelo de la distribución de los rezagos; el modelo sugerido es el modelo general de Box & Jenkins <sup>13/</sup>, del cual se hará a continuación, un breve resumen de su metodología y herramientas matemáticas y estadísticas que utiliza, las cuales en apartados posteriores se explicarán con mayor detalle.

El modelo de Box & Jenkins más conocido, es el que sirve para analizar series de tiempo univariadas. Hay una generalización del modelo para analizar dos o más series interrelacionadas que se conoce como modelo dinámico de Box & Jenkins.

Una clase de modelos estocásticos para describir series de tiempo a los que se les ha dado mucha atención son los llamados modelos estacionarios, en los que se supone que el proceso está en equilibrio alrededor de un nivel medio fijo. Sin embargo, gran cantidad de series de tiempo económicas, son no estacionarias, es decir, no varían alrededor de un nivel medio fijo.

<sup>13/</sup> Box & Jenkins : Op. Cit.

A continuación se describirán brevemente los posibles modelos que pueden representar muchas clases de situaciones particulares.

## MODELOS ESTACIONARIOS

### a) Modelos autorregresivos

Un modelo estocástico que puede ser muy útil en la representación de series de tiempo, es el llamado modelo autorregresivo. En este modelo el valor de la serie al tiempo  $t$ , se expresa como una suma finita de valores anteriores de la serie. Si anotamos por  $Z_t$  el valor de la serie al tiempo  $t$  y por  $\dot{Z}_t$  el valor de la serie al tiempo  $t$  y por  $\dot{Z}_t$  las desviaciones de la serie respecto a la media  $\mu$  esto es, --  $\dot{Z}_t = Z_t - \mu$  entonces el modelo se escribe de la siguiente forma:

$$\dot{Z}_t = \phi_1 \dot{Z}_{t-1} + \phi_2 \dot{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \dot{Z}_{t-p} + a_t \quad (3.1.5)$$

y es el modelo autorregresivo de orden  $p$ . La razón de este nombre es el modelo lineal.

$$Z = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_2 + \dots + \phi_p X_p + a_t$$

se dice que es la regresión de la variable dependiente  $Z$  y de las variables independientes  $X_1, X_2, \dots, X_p$  y el error  $a$ . Se dice que es un modelo autorregresivo porque es la regresión de  $Z_t$  con respecto a valores anteriores de la misma  $Z_t$ .

Con la ayuda del operador  $B$  podemos definir un operador

autorregresivo  $\phi(B)$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Entonces se puede escribir el modelo en forma condensada

$$\phi(B) \dot{Z}_t = a_t \quad (3.1.6)$$

El modelo tiene  $p + 2$  parámetros,  $\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  y  $\sigma_a^2$ , que se tienen que estimar a partir de los datos.

b) Modelo de promedios móviles.

Otra clase de modelos de gran importancia en la representación de series de tiempo, es el proceso de promedios móviles. En este modelo las  $\dot{Z}_t$  dependen linealmente de un número finito  $q$  de  $a$ 's anteriores, esto es:

$$\dot{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3.1.7)$$

y se dice que es un proceso de promedios móviles de orden  $q$ .

El nombre de promedios móviles es engañoso, ya que las ponderaciones  $1, -\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q$  que se multiplican las  $a$ 's no necesariamente suman la unidad, ni son necesariamente positivos. Con la ayuda del operador  $B$  podemos definir un operador de promedios móviles  $\theta(B)$  de la siguiente forma:

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) a_t$$

por lo que (3.1.7) se reduce a  $\dot{Z}_t = \theta(B) a_t$

que tiene  $q + 2$  parámetros,  $\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_a^2$

## c) Modelos Mixtos Autorregresivos de promedios móviles.

Se puede obtener fácilmente ahora un modelo mixto autorregresivo de promedios móviles al considerar los dos tipos de operadores ya definidos en un mismo modelo

$$\phi(B) \dot{Z}_t = \theta(B) a_t \quad (3.1.8)$$

que tiene  $p + q + 2$  parámetros,  $\mu, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma_a^2$

### Modelos No-estacionarios

Como ya mencionamos muchas series de tipo económico muestran una conducta no estacionaria, crecen o decrecen sin ningún patrón de conducta, en general, no varían alrededor de un valor medio fijo. Se puede demostrar que este tipo de series se pueden presentar por medio de un operador autorregresivo generalizado  $\phi(B)$ , el cual se puede escribir como <sup>14/</sup>

$$\psi(B) = \phi(B) (1 - B)^d \quad (3.1.9)$$

Es de notar que  $(1 - B) Z_t = Z_t - Z_{t-1}$  es decir,  $(1 - B)$  es un operador de diferencia. Entonces el operador generalizado autorregresivo nos permite tener modelos estacionarios o no estacionarios y el modelo es entonces

$$\psi(B) Z_t = \phi(B) (1 - B)^d Z_t = \theta(B) a_t$$

$$\phi(B) W_t = \theta(B) a_t \quad (3.1.10)$$

donde  $W_t = (1 - B)^d Z_t$  (La serie diferenciada)

Este proceso se define como

$$W_t = \phi W_{t-1} - \dots - \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Nótese que si  $d = 0$ , entonces reemplazamos  $W_t$  por  $Z_t - \mu$  y tenemos el modelo estacionario.

Como se puede observar, el uso del concepto de parsimonia en la utilización de los modelos matemáticos es de importancia fundamental para una representación adecuada del modelo; es decir, los modelos que necesitamos emplear, contienen cierto número de parámetros los cuales tienen que estimarse a partir de los datos y es importante en la práctica que se utilicen el menor número de parámetros posibles.

### 3.2. Etapas iterativas en la selección de un modelo

Cuando el mecanismo físico de un fenómeno es completamente entendido, es posible escribir una expresión matemática la cual lo describe con exactitud, se obtiene así un Modelo Teórico o Mecanicista. Sin embargo, en muchos casos (como el caso de las importacio-

nes de mantenimiento), no es posible tener un conocimiento completo de los recursos que se necesitan para producir un modelo teórico, de bemos entonces recurrir a la elaboración de modelos empíricos 15/, es decir, debemos usar un conocimiento teórico incompleto para esta blecer una clase adecuada de funciones matemáticas, las cuales debe rán ser ajustadas empíricamente; esto es, el número de términos ne cesitados en el modelo y los valores de los parámetros deberán ser es timados a partir de los datos. Los modelos estocásticos y dinámicos ya descritos podrán ser justificados al menos parcialmente con bases teóricas. Este es el enfoque con el cual se analizarán las importaciones de mantenimiento en México.

El proceso iterativo que se seguirá para la construcción de un modelo dinámico que nos explique el comportamiento de las importaciones de mantenimiento en México consta de tres etapas:

- i) Identificación
- ii) Estimación
- iii) Verificación o revisión del diagnóstico del modelo

La primera etapa consiste en el uso de los datos y cualquier conocimiento adicional, para sugerir el tipo de parámetros que se necesitan y su tipo, así como determinar si la serie es estacionaria o no estacionaria. Así el proceso de identificación puede ser usado para

---

15/ J.S. Cramer: *Econometría Empírica* (Fondo de Cultura Económica, 1973.)

una estimación preliminar de los parámetros.

Las técnicas de identificación diseñadas para sugerir qué modelo particular puede ser conveniente considerar, se basan principalmente en el uso de las funciones de autocorrelación <sup>16/</sup>.

En la segunda etapa el modelo tentativo considerado en la etapa de identificación es ajustado a los datos y sus parámetros son estimados. Las estimaciones brutas obtenidas durante la primera etapa pueden ahora ser utilizados como punto de partida en métodos iterati - vos más refinados para la estimación de los parámetros y finalmente, en la última etapa, se verifica que el modelo sea el adecuado, mediante el análisis del cumplimiento de los supuestos bajo los cuales se ha - ce la estimación. Si no se encuentra ningún problema en el ajuste, - termina el proceso de construcción y el modelo está listo para usarse (ya sea para plantear hipótesis o proyección) de lo contrario el ciclo - iterativo de identificación, estimación y revisión del modelo empieza otra vez, hasta lograr una representación adecuada.

Como el análisis que se desea hacer de las importaciones de mantenimiento es en una forma dinámica, un primer paso es el de establecer modelos univariados de series de tiempo.

### 3.3 Análisis univariado de las series

#### 1. Identificación del Modelo

---

<sup>16/</sup> Estos conceptos serán explicados ampliamente en apartados poste - riores.

En esta etapa, se usan métodos para elegir de una familia de modelo, el que "mejor" represente los datos. Los métodos de identificación son procedimientos aplicados a un conjunto de datos para indicar la clase de modelo representativo a los datos, el cual servirá para investigaciones posteriores. El objetivo específico aquí es obtener una idea de los valores  $p$ ,  $d$  y  $q$  necesitados en el modelo general lineal ARIMA (autorregresivo integrado de promedios móviles) y obtener una estimación inicial de los parámetros, donde  $p$  es el número de parámetros de modelos autorregresivos;  $q$  es el número de parámetros de promedios móviles y  $d$  es el grado de diferenciación necesario para que la serie sea estacionaria.

El problema es entonces, identificar una sub-clase de modelo apropiada en la familia ARIMA.

El procedimiento es el siguiente:

- a) diferenciar  $Z_t$  tantas veces como sea necesario para producir estacionalidad;
- b) identificar el proceso ARIMA resultante del punto anterior; esto es, determinar  $p$  y  $q$ .

La principal herramienta para llevar (a) y (b) a cabo, será la función de autocorrelación, la cual es usada no sólo para identificar la forma del modelo, sino que también para obtener estimaciones -

iniciales de los parámetros. Tales estimaciones son necesarias en la etapa de estimación para proveer valores iniciales para los procedimientos iterativos utilizados en esta etapa.

### 3.4 Principales características de los modelos estacionarios.

#### Estacionalidad

Se dice que un proceso estocástico es estrictamente estacionario si su distribución no es afectada por un cambio en el origen (tiempo); esto es, si la distribución de probabilidad conjunta asociada con sus observaciones  $Z_{t1}, Z_{t2}, \dots, Z_{tm}$ , hecha en cualquier momento en el tiempo  $t1, t2, \dots, tm$ , es la misma que la asociación con  $\underline{m}$  observaciones  $Z_{t1+k}, Z_{t2'+k}, \dots, Z_{tm+k}$ .

#### Media y varianza de un Proceso Estacionario

Cuando  $m = 1$ , el supuesto de estacionalidad implica que la distribución de probabilidad  $P(Z_t)$  es la misma en cualquier momento en el tiempo  $t$  y puede escribirse como  $p(Z_t)$ , de aquí, el proceso estocástico tiene una media constante.

$$\mu = E(Z_t) = \int_{-\infty}^{\infty} Z p(Z) d_Z \quad (3.4.1)$$

la cual define el nivel en el cual fluctúa la serie, y la varianza constante

$$\sigma_Z^2 = E(Z_t - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (Z - \mu)^2 p(Z) d_Z \quad (3.4.2)$$

la cual mide su dispersión en el nivel  $\mu$ .

La media  $\mu$  de un proceso estocástico puede ser estimada por la media de la serie de tiempo.

$$\bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Z_t \quad (3.4.3)$$

y su varianza puede ser estimada por la varianza de la serie de tiempo.

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2 \quad (3.4.4)$$

### Coefficientes de Autocovarianza y Autocorrelación

La covarianza entre  $Z_t$  y  $Z_{t+k}$ , es llamada autocovarianza, y es definida como

$$\gamma_k = \text{cov}(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) \quad (3.4.5)$$

similarmente la autocorrelación es definida como

$$\begin{aligned} \rho_k &= \frac{E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)}{\sqrt{E(Z_t - \mu)^2 E(Z_{t+k} - \mu)^2}} \\ &= \frac{E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)}{\sigma_Z^2} \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

de aquí, para un proceso estacionario, la varianza  $\sigma_Z^2 = \gamma_0$  que no depende de  $t$ .

Entonces la autocorrelación de orden  $k$  es

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (3.4.7)$$

El conjunto de los coeficientes de autovarianza es la llamada función de autocovarianza del proceso estocástico  $(\gamma_k)$ . Simultáneamente, los coeficientes de autocorrelación es la llamada función de autocorrelación del proceso  $(\rho_k)$ .

Se puede demostrar<sup>17/</sup> que cuando un proceso estacionario es normal, queda especificado por la media y la función de autocorrelación. Generalmente, se supone lo anterior, y por lo tanto estudiando la función de autocorrelación podemos identificar a los procesos estacionarios normales.

### Estimación de las Funciones de Autocorrelación y Autocovarianza

En la práctica, tenemos una serie de tiempo finita  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , de los cuales se pueden obtener sólo estimaciones de las autocorrelaciones

$$r_k = \frac{C_k}{C_0} \quad (3.4.8)$$

donde

$$C_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \quad k = 0, 1, 2, \dots, k \quad (3.4.9)$$

### Uso de la Función de Autocorrelación en la Identificación

i) Identificando el grado de diferenciación

Se sugiere no estacionalidad, cuando la función de autocorrelación no decrece rápidamente para  $k$  grande. Cuando la función de autocorrelación refleja no estacionalidad, se toman diferencias de la serie hasta poder identificar un modelo en la serie diferenciada (generalmente se reduce a un modelo ARMA). Es claro que también del estudio de la gráfica de la serie se puede sospechar estacionalidad o no estacionalidad.

ii) Identificación del proceso estacionario (ARMA).

Teniendo tentativamente decidido la  $d$  de (3.1.10), el paso siguiente es estudiar la forma de la función de autocorrelación estimada de la serie diferenciada adecuada con el propósito de proveer una indicación para escoger los valores  $p$  y  $q$  para los operadores autorregresivos y de promedios móviles. Para hacer esto, es necesario conocer la conducta característica de la función de autocorrelación teórica de los procesos de promedios móviles, autorregresivos y del mixto (ARMA).

iii) Características de las funciones teóricas de autocorrelación<sup>18/</sup>

La función de autocorrelación teórica de un modelo de promedios móviles de orden  $q$ ,  $Z_t = \theta(B) a_t$  se trunca después de un retraso (lag) de orden  $q$ , y la de uno de tipo autorregresivo se caracteri

<sup>18/</sup> Box & Jenkins. Op. Cit. pág. 79-80.

za por un decremento paulatino de la misma función.

En general, esa es la manera de detectar estos tipos de parámetros; si hay una truncación de la función de autocorrelación es posible que sean parámetros de promedios móviles; si decrece en forma oscilatoria o exponencial, es posible que se trate de un parámetro autorregresivo.

Ahora bien, es importante tener alguna indicación de qué tanto difiere el valor estimado de la correlación y cero. En particular, se necesitan algunos medios para juzgar si las autocorrelaciones son efectivamente cero después de cierto lag  $q$ . Para retrasos grandes, se puede calcular el error estandar de las autocorrelaciones estimadas a través de la fórmula simplificada de Bartlett<sup>19/</sup>.

Se ha demostrado que para una  $n$  ponderada, la distribución de los estimadores de los coeficientes de autocorrelación es aproximadamente normal, de aquí que la hipótesis que la autocorrelación teórica es cero, se puede hacer mediante la siguiente estadística:

$$k \sum_{i=1}^k r_i^2$$
 se distribuye como una cuadrada ( $X^2$ ) con  $n-k-p$  grados de libertad. Si este valor es mayor que la  $X^2$  de las tablas se rechaza la hipótesis de que  $(p_k)$  es cero; de lo contrario, se acepta la hipótesis y el proceso queda identificado.

<sup>19/</sup> M. S. Bartlett, "On the theoretical Specification of Sampling properties of Autocorrelated time series", Jour. Royal Stat Soc., B8, 27, 1946.

### 3.5 Estimación inicial de los parámetros

El método a seguir para la estimación preliminar de los parámetros conocido como el Método de los Momentos.

Una vez identificado el modelo a través de la función de autocorrelación ( $r_k$ ), el paso siguiente es calcular las estimaciones preliminares de los parámetros por medio del método de los momentos, que aunque no es muy preciso, nos da una idea aproximada del valor de los mismos, que en la segunda etapa de la construcción del modelo (estimación) se estimarán por métodos más refinados.

Dado que cada proceso estocástico tiene una función de autocorrelación teórica ( $\rho_k$ ) en función de los parámetros, se igualan esta función y los estimadores de ella ( $r_k$ ); se despejan los parámetros en función de ( $r_k$ ) y estos valores se toman como iniciales.

#### Ejemplo

En un proceso autorregresivo

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + A_t$$

su función de autocorrelación es

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}; \quad k > 0$$

si se tratase de un proceso autorregresivo de orden 1 ( $Z_t = \phi_1$

$Z_{t-1} + A_t$ ), su función de autocorrelación sería

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} \quad k > 0$$

la cual, con  $\rho_0 = 1$  tiene la solución

$$\rho_k = \phi_1^k \quad k \geq 0$$

igualando con los momentos muestrales ( $r_k$ )

$$\rho_k = r_k$$

$$\phi_k = r_k$$

es claro que con la primera ecuación tenemos un estimador de

$$\hat{\phi}_1 = r_1$$

## CAPITULO IV

### ANALISIS UNIVARIADO DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO Y DE LA INVERSION NACIONAL EN MEXICO

1951 - 1972

En este capítulo, las técnicas a las cuales nos referimos en el capítulo anterior son aplicadas a las series de Importaciones de Mantenimiento y de la Inversión Nacional.

#### 4.1 Identificación de Modelos

##### 1. Importaciones de Mantenimiento

Los datos de la serie, así como su representación gráfica son mostrados en el Cuadro 4.1.

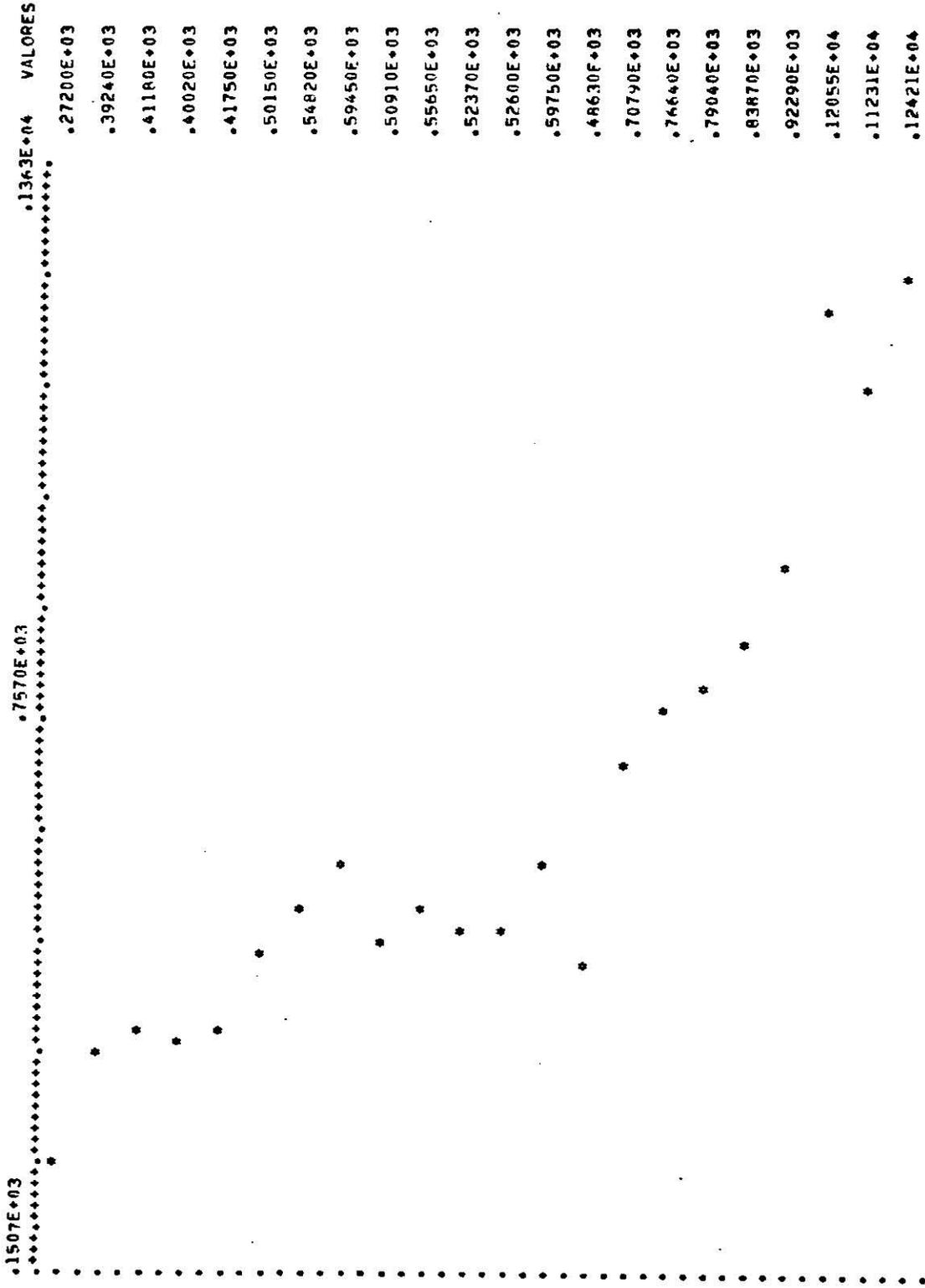
Del análisis de la gráfica se ve que la serie posee características no estacionarias, es decir, no varía alrededor de un nivel fijo.

Esto se puede corroborar con el análisis de las autocorrelaciones mostradas en el Cuadro 4.2. Las autocorrelaciones de la serie original no decrecen en forma exponencial u oscilatoria.

Así pues, ésto nos indica que al menos una diferencia es necesaria para generar una serie estacionaria.

CUADRO 4.1

GRAFICA DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO (1951-1972)



CUADRO 4.2

AUTOCORRELACIONES, IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO

|                                                                  |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
|------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|
| SERIE ORIGINAL                                                   |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .65155E+04                                   |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA MEDIA = .57679E+03:                              |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 22                                     |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | .77  | .63  | .42  | .29  | .19  | .07  | .00 | -.06 | -.06 | -.09 | -.13 | -.14 |
| D.S.E.                                                           | .21  | .31  | .37  | .39  | .40  | .40  | .40 | .40  | .40  | .40  | .40  | .41  |
| 13- 18                                                           | -.17 | -.23 | -.30 | -.33 | -.35 | -.33 |     |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .41  | .41  | .42  | .43  | .44  | .45  |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .11296E+02                        |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR                |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| .29506E+02                                                       |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| DIFERENCIA 1                                                     |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .46195E+03                                   |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA SERIE = .20314E+03:                              |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 21                                     |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | -.34 | .12  | .02  | .00  | .33  | -.43 | .19 | -.16 | -.04 | .02  | -.24 | .00  |
| D.S.E.                                                           | .22  | .24  | .24  | .24  | .24  | .27  | .30 | .30  | .31  | .31  | .31  | .32  |
| 13- 18                                                           | .03  | .05  | -.09 | -.05 | .01  | .10  |     |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .32  | .32  | .32  | .32  | .32  | .32  |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .22741E+01                        |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR                |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| .11490E+02                                                       |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| DIFERENCIA 2                                                     |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .70000E+00                                   |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA SERIE = .34497E+03:                              |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 20                                     |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | -.64 | .15  | .00  | -.14 | .43  | -.54 | .36 | -.15 | .01  | .13  | -.20 | .10  |
| D.S.E.                                                           | .72  | .30  | .30  | .30  | .31  | .34  | .38 | .39  | .40  | .40  | .40  | .40  |
| 13- 18                                                           | -.03 | .07  | -.07 | -.02 | -.01 | .07  |     |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .41  | .41  | .41  | .41  | .41  | .41  |     |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .20291E-02                        |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR                |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |
| .22844E+02                                                       |      |      |      |      |      |      |     |      |      |      |      |      |

Al obtener la primera diferencia de la serie, el comportamiento de las autocorrelaciones de la misma, nos indica que posiblemente se trate de un modelo de promedios móviles ( $M_t - M_{t-1} = \theta_1 A_{t-1} + \dots + \theta_q A_{t-q} + A_t$ ), ya que la función de autocorrelación se trunca después de ciertos retrasos.

La manera de probar que la función de autocorrelación estimada efectivamente es cero, es por medio de la prueba ji cuadrada. Si la  $\chi^2$  calculada ( $\chi^2_c$ ) es mayor que la  $\chi^2$  de tablas ( $\chi^2_t$ ) se rechaza la hipótesis de ( $\rho_k = 0$ ); en nuestro caso, para un nivel de confianza del 95 %,  $\chi^2_c > \chi^2_t$  ( $11.49 > 5.22$ ), por lo tanto, esto prueba que existe correlación en la serie diferenciada.

Las autocorrelaciones tentativamente significativas son para los retrasos 1, 5 y 6, lo que implica que los valores iniciales para los parámetros de promedio móviles correspondientes (aplicando el método de los momentos) son: .34, -.33 y .43 respectivamente, así, el modelo tentativo a estimar es:

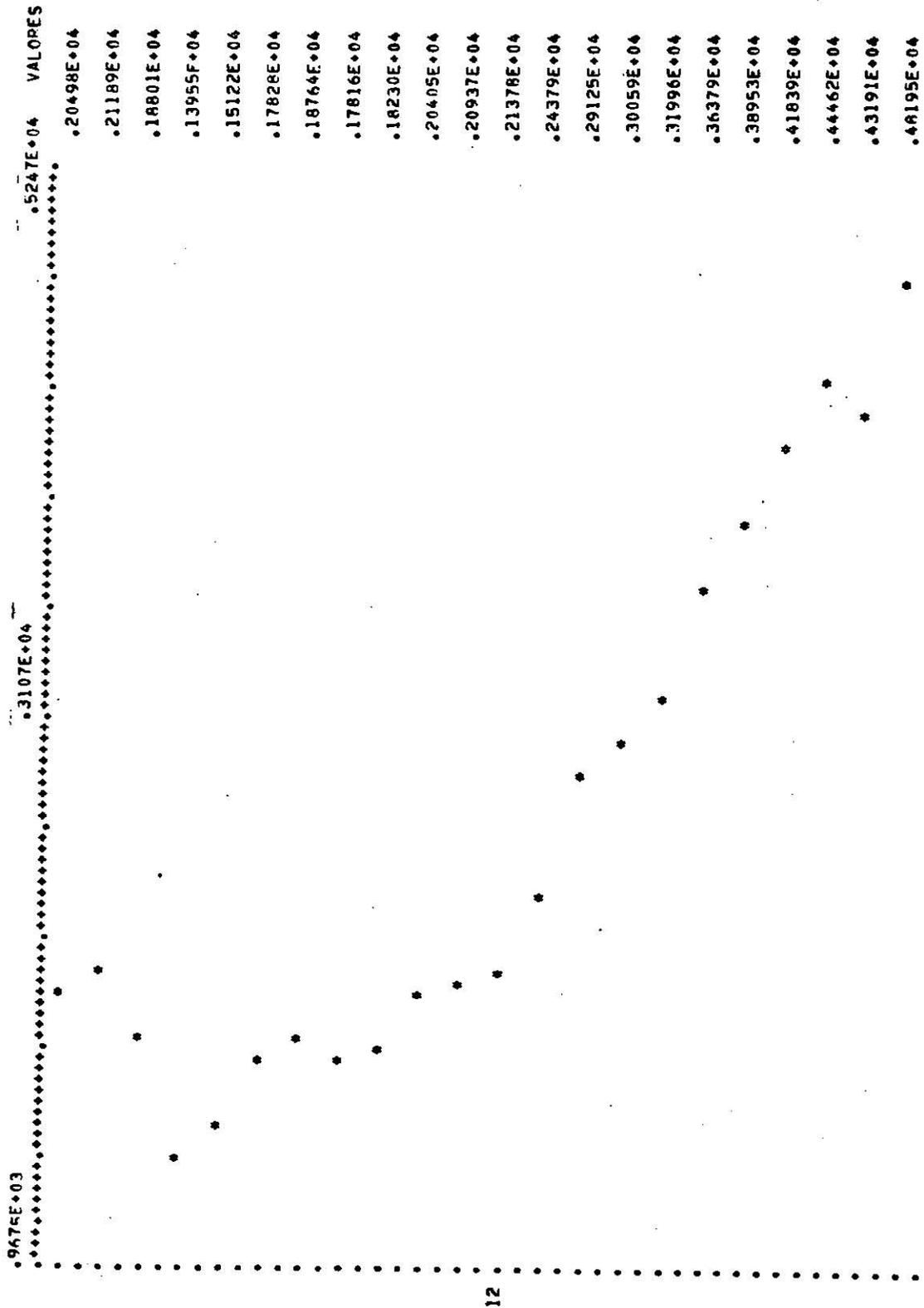
$$M_t - M_{t-1} = .34A_{t-1} - .33A_{t-5} + .43A_{t-6} + A_t \quad (4.1.1)$$

## 2. Inversión Nacional.

La serie de datos de la Inversión Nacional son graficadas en el Cuadro 4.3, al igual que el caso de las importaciones, el comportamiento de la gráfica nos indica que se trata de un proceso no-esta

CUADRO 4.3

GRAFICA DE INVERSION NACIONAL (1951-1972)



cionario. La prueba de ello la tenemos analizando las autocorrelaciones de la serie original.

Tomando la primera diferencia de la serie (Cuadro 4.4), como en el caso de las Importaciones ( $d = 1$ ), las autocorrelaciones se truncan después de ciertos retrasos, por lo que es posible que se trate de un proceso de promedios móviles, es decir, existen valores aislados que son significativos.

Utilizando la prueba de la  $\chi^2$  con el propósito de probar que la función de autocorrelación efectivamente es cero, vemos que el valor de la  $\chi^2$  calculada (6.05) para un nivel de confianza de 95 % y 12 grados de libertad, es mayor que el valor de tablas (5.22), por lo que se rechaza la hipótesis de  $\rho(k) = 0$ , o lo que es lo mismo, se demuestra que existe correlación en la serie diferenciada.

Aplicando el método de los momentos para los valores iniciales de los parámetros tenemos que los modelos tentativos a estimar son:

$$I_t - I_{t-1} = -.24A_{t-1} - .23A_{t-4} + .28A_{t-10} + A_t \quad (4.1.2)$$

ó

$$I_t - I_{t-1} = -.24A_{t-1} - .23A_{t-4} + A_t \quad (4.1.3)$$

En este caso, las autocorrelaciones que pueden ser significativas son las de orden 1, 4 y 10, sin embargo, es posible que la orden 10 pueda estar influida por la de orden 1 y 4, por lo que se tienen dos mo

CUADRO 4.4  
AUTOCORRELACIONES INVERSION NACIONAL

|                                                                  |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| SERIE ORIGINAL                                                   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .26977E+04                                   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA MEDIA = .22757E+03;                              |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 22                                     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | .07  | .75  | .61  | .45  | .30  | .15  | .03  | -.08 | -.20 | -.28 | -.32 | -.36 |
| D.S.E.                                                           | .21  | .34  | .41  | .45  | .47  | .48  | .48  | .44  | .48  | .44  | .49  | .50  |
| 13- 18                                                           | -.40 | -.40 | -.38 | -.36 | -.32 | -.25 |      |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .51  | .52  | .54  | .55  | .56  | .57  |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .11854E+02                        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR .52129E+02     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| DIFERENCIA 1                                                     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .13189E+03                                   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA SERIE = .51830E+02;                              |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 21                                     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | .24  | -.04 | .14  | .23  | .17  | -.02 | -.04 | .14  | -.06 | -.28 | -.16 | -.01 |
| D.S.E.                                                           | .22  | .23  | .23  | .24  | .25  | .25  | .25  | .25  | .25  | .26  | .27  | .27  |
| 13- 18                                                           | -.15 | -.22 | -.19 | -.08 | .08  | -.12 |      |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .27  | .28  | .29  | .29  | .29  | .29  |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .25447E+01                        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR .60518E+01     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| DIFERENCIA 2                                                     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DE LA SERIE = .21565E+02                                   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| ERROR ST. DE LA SERIE = .64187E+02;                              |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| NUMERO DE OBSERVACIONES = 20                                     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 1- 12                                                            | -.21 | -.45 | .09  | .11  | .04  | -.08 | -.11 | .18  | .04  | -.19 | -.01 | .17  |
| D.S.E.                                                           | .22  | .23  | .27  | .28  | .28  | .28  | .28  | .28  | .29  | .29  | .29  | .29  |
| 13- 18                                                           | -.02 | -.04 | -.09 | -.09 | .30  | -.02 |      |      |      |      |      |      |
| D.S.E.                                                           | .30  | .30  | .30  | .30  | .30  | .32  |      |      |      |      |      |      |
| MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .3597E+00                         |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR .77499E+01     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |

delos tentativos a estimar.

#### 4.2 Estimación de los Modelos

El proceso de identificación del modelo, nos permitió obtener un modelo tentativo de las series de Inversión y de Importaciones de Mantenimiento. El paso siguiente, es obtener estimadores eficientes de los parámetros. Después que los parámetros han sido estimados, el ajuste del modelo será sujeto a la tercera etapa antes mencionada, o sea el diagnóstico y prueba de la bondad del ajuste del modelo.

En nuestro caso particular, las ecuaciones (4.1.1) - (4.1.2) y (4.1.3) serán los modelos para los cuales se utilizarán métodos más refinados para la estimación de los parámetros.

Entonces, nosotros estamos interesados en obtener estimaciones para los parámetros de los modelos antes mencionados. En estos casos usualmente se intenta maximizar la función de verosimilitud o minimizar la suma de cuadrados de los errores, procedimientos equivalentes, si el error se distribuye normalmente.

Como se dejó indicado en los capítulos anteriores, en estos tipos de modelos no-lineales la estimación de los parámetros no es posible hacerla por los métodos usados en regresión lineal simple. A continuación se describirá el método de estimación utilizado para la estimación de los parámetros en modelos no-lineales. 19/

---

19/ De Alba Guerra Enrique. Estimación de Parámetros de Modelos No-Lineales (Tesis, UNAM).

Supongamos que tenemos una función de la forma

$$\eta = \eta ( \xi_1 , \xi_2 , \dots , \xi_3 ) = f ( \xi , \theta )$$

donde  $\xi$  es un vector de variables independientes,  $\eta$  es la variable dependiente o respuesta y  $\theta$  es un vector de parámetros. Ahora bien, se sabe que la respuesta observada está sujeta a un error, es decir, dicha respuesta nunca podrá ser igual a la verdadera producida por la relación propuesta. Si se denota la  $u$ -ésima respuesta observada por la relación entre esta respuesta y la verdadera  $\eta_u$  es la siguiente:

$$Y_u = \eta + \varepsilon = f ( \xi , \theta ) + \varepsilon \quad u = 1, 2, \dots, n$$

donde  $\varepsilon$  es el error entre la respuesta real y la observada, es un error aleatorio, con media igual a cero y varianza  $\sigma^2$ .

El supuesto de que el error es aditivo, aún cuando el modelo es no lineal, es la diferencia fundamental con respecto a la técnica de reparametrización. Por ejemplo, con la técnica de reparametrización el modelo

$$y = a e^{bx} \varepsilon$$

se convierte

$$\log y = \log a + bx + \ln \varepsilon$$

es decir el error en la función original es multiplicativo.

En estimación no-lineal el modelo es:

$$y = ae^{bx} + \varepsilon$$

El método más conocido para obtener los estimadores de los parámetros en la función  $f(\xi, \theta)$  es el de mínimos cuadrados, el cual consiste en "ajustar" los parámetros hasta que se obtenga un mínimo para:

$$S(\theta) = \sum_{\mu=1}^n \epsilon_{\mu}^2 = \sum_{\mu=1}^n \left[ Y_{\mu} - f(\xi, \theta) \right]^2$$

Los valores de los parámetros en este punto serán entonces los estimadores de mínimos cuadrados para  $\theta$ .

El problema ahora consiste en que  $f(\xi, \theta)$  no es lineal.

La técnica consiste en desarrollar  $\eta_u = f(\xi, \theta)$  por medio de una serie de Taylor <sup>20/</sup> hasta las primeras derivadas parciales en una vecindad de un valor para  $\theta$  que se denotará por  $\theta^0$

Se tiene por tanto:

$$\eta_u = \eta_u^0 + \sum_{i=1}^p (\theta_i - \theta_i^0) \left( \frac{\delta f(\xi, \theta)}{\delta \theta_i} \right)_{\theta^0}$$

con

$$\eta_u^0 = ( \xi \theta^0 ) \quad u = 1, 2, \dots, n$$

La expresión anterior se puede escribir usando notación matricial, en la siguiente fórmula:

$$\eta = \eta^0 + X_0 (\theta - \theta^0) = \eta^0 + X_0 \delta$$

---

<sup>20/</sup> Véase Yamane Taro: Matemáticas para Economistas, p.

donde

$$\delta = \theta - \theta^0$$

$$y \quad X_0 = \left[ \left( \frac{\partial f(\xi_u, \theta)}{\partial \theta_i} \right) \theta^0 \right] \quad \begin{array}{l} u = 1, 2, \dots, n \\ i = 1, 2, \dots, p \end{array}$$

a la ecuación anterior, se le aplica ahora el método lineal para obtener un estimador de mínimos cuadrados de  $\delta$ .

Dicho valor será aquél que minimiza

$$S'(\theta) = \sum_{u=1}^n \left[ (Y_u - n_u^0 - \sum_{i=1}^p (\theta_i - \theta_i^0) \left( \frac{\partial f(\xi_u, \theta)}{\partial \theta_i} \right) \theta^0) \right]^2$$

$$= (Y - n^0 - X_0 \delta)' (Y - n^0 - X_0 \delta) = (\epsilon_0 - X_0 \delta)' (\epsilon_0 - X_0 \delta)$$

por medio de la fórmula general:  $\hat{\theta} = (x'x)^{-1} X'Y$

(Estimador de mínimos cuadrados)

se obtiene:  $\hat{\delta} = (X_0' X_0)^{-1} X_0' \epsilon_0$

pero como  $\delta = \theta - \theta^0$  entonces  $\hat{\theta}^{(1)} = \theta^0 + \hat{\delta}$  es el valor de  $\theta$  que minimiza  $S'(\theta)$

El valor  $\hat{\theta}^{(1)}$  puede usarse como nuevo valor inicial, el proceso se repita hasta que el valor de  $\hat{\delta}$  en la  $j$ -ésima interacción sea relativamente pequeños comparado con  $\theta^{(j)}$ , es decir, si se denota por  $\hat{\delta}^{(j)}$  el valor de  $\hat{\delta}$  obtenido a partir de  $\theta^{(j)}$  se puede fijar un valor  $\epsilon$  tal que si

$$\frac{\hat{\delta}^{(j)}}{\theta_i^{(j)}} < \varepsilon \quad i = 1, 2, \dots, p$$

la diferencia entre  $\theta^{(j)}$  y  $\theta^{(j+1)}$  no se considera importante. El método como se ve, es iterativo. Tiene la desventaja de que no necesariamente converge, por lo que se ha propuesto controlar en alguna forma la magnitud de  $\hat{\delta}$ . En particular, si  $S'(\theta^{(1)}) > S(\theta^{(i)} - \hat{\delta}^{(i)})$  hacer  $\hat{\delta} = \hat{\delta}^{(i)}/2$  y si  $S'(\theta^{(i)}) \leq S'(\theta^{(i)} + \hat{\delta}^{(i)})$  hacer  $\hat{\delta} = 2\hat{\delta}^{(i)}$

Con esta forma de escoger  $\hat{\delta}$ , se alivia en la mayoría de los casos el problema de rapidez de convergencia.

#### 4.3 Importaciones de Mantenimiento

El modelo identificado tentativamente, aplicando el método de los momentos, para la serie de importaciones de mantenimiento fue

$$M_t - M_{t-1} = .34 M_{t-1} - .33 M_{t-5} + .43 M_{t-6} + A_t \quad (4.1.1)$$

Para este modelo se obtendrán estimaciones de mínimos cuadrados no-lineales para los parámetros, por medio del método de estimación expuesta por E. de Alba Guerra (mínimos cuadrados no-lineales).

En este caso, los valores de los parámetros así estimados fueron:

$$M_t - M_{t-1} = .034M_{t-1} - .44M_{t-5} + .26M_{t-6} + A_t \quad (4.3.1)$$

la suma de cuadrados del error fue de 165 647, con una desviación estándar de 95.9

Estos resultados son sometidos a la tercera etapa de la metodología de construcción de modelos, revisión y diagnóstico del mismo.

De la revisión de la matriz de correlación de los parámetros en el Cuadro A se observa la inexistencia de correlación en tre los parámetros.

#### CUADRO A

##### MATRIZ DE CORRELACION ENTRE LOS PARAMETROS

|   | 1      | 2     | 3     |
|---|--------|-------|-------|
| 1 | 1.000  |       |       |
| 2 | -.4810 | 1.000 |       |
| 3 | .2405  | .0706 | 1.000 |

Por otro lado, los intervalos de confianza calculados, - se presentan en el Cuadro 4.5a

Con respecto a los residuales, para probar que la serie es ruido blanco, o lo que es lo mismo, que la serie sea independiente entre sí ( $\rho = 0$ ), el valor 7.1172 debe ser comparado con un JI - cuadrada con 18 grados de libertad. Si este valor es mayor que el valor de tablas se rechaza la hipótesis, de lo contrario, se acepta -

. CUADRO 4.5 a  
RESUMEN DEL MODELO UNIVARIADO DE IMPORTACIONES DE  
MANTENIMIENTO

1aa. Diferencias Regulares

```

*****
NUMERO DE PARAMETROS          TIPO PARAMETROS          ORDEN PARAMETROS          VALOR ESTIMADO          LIMITE INFERIOR          LIMITE SUPERIOR
*****
1          PROMEDIOS MOVILES REGULAR          1          -.34046E-01          -.52622E+00          .55813E+00
2          PROMEDIOS MOVILES REGULAR          5          -.44623E+00          -.11192E+01          .22672E+00
3          PROMEDIOS MOVILES REGULAR          6          .26746E+00          -.36054E+00          .89546E+00
*****

```

OTROS RESULTADOS E INFORMACION

```

*****
SUMA DE CUADRADOS DE LOS RESIDUALES          .16565E+06          1861.          CUADRADO MEDIO DE LOS RESIDUALES          .92026E+04
NUMERO DE RESIDUALES          21          DESVIACION ESTANDAR DEL ERROR          .95930E+02
*****

```

EN LA SUMATORIA ESTIM, EL VALOR MIT = -0FS ILEGAL,  
SE CAMBIO A 50

la hipótesis y la serie sería independiente entre sí:

$$X_c^2 = 7.1172 < X_{tab}^2 = 9.390$$

Por lo tanto se acepta la hipótesis de que no hay correlación.

Sin embargo, analizando la serie de autocorrelaciones, de los residuales, existen valores individuales muy altos, los cuales podrían ser eliminados agregando algunos parámetros, así el modelo final a estimar es:

$$M_t - M_{t-1} = -.20M_{t-1} - .46M_{t-5} - .23M_{t-7} + .50Z_{t-11} + A_t \quad (4.3.2)$$

el cual una vez estimado queda como sigue:

$$M_t - M_{t-1} = -.19M_{t-1} - .46M_{t-5} - .36M_{t-7} + .60M_{t-11} + A_t \quad (4.3.3)$$

donde la suma de cuadrados después de la regresión es 141,044, y la desviación estándar del error fue de 91.0.

La desviación estándar del error pasa de 95.9 en el primer modelo estimado(4.3.1) a 91.0 en(4.3.3), lo que nos indica el beneficio obtenido con la nueva estimación.

La matriz de correlación en el Cuadro B de los parámetros nos indica la inexistencia de un problema de correlación.

CUADRO B  
MATRIZ DE CORRELACION ENTRE LOS PARAMETROS

|   | 1      | 2      | 3      | 4      |
|---|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 10 000 |        |        |        |
| 2 | .0195  | 10 000 |        |        |
| 3 | -.1310 | -.4162 | 10 000 |        |
| 4 | -.0369 | -.1980 | -.0043 | 10 000 |

Los intervalos de confianza se presentan en el Cuadro 4.5 con respecto a los residuales, para probar que la serie es ruido blanco, el valor 3.8448 debe ser comparado con una  $\chi^2$  cuadrada con 17 grados de libertad. Si este valor es mayor que el valor en tablas, se rechaza la hipótesis que  $\rho = 0$ , de lo contrario se acepta la hipótesis y la serie sería ruido blanco.

$$X_c^2 = .844 < X_t^2 = 8.672$$

Por lo tanto la serie es ruido blanco. (Analizando las autocorrelaciones individuales no se encontró ninguna irregularidad).

#### 4.4 Inversion Nacional

Para la inversión nacional los modelos identificados fueron:

$$(a) \quad I_t - I_{t-1} = -.24 A_{t-1} - .23 A_{t-4} + A_t \quad (4.1.3)$$

CUADRO 4.5 b  
RESUMEN DEL MODELO UNIVARIADO DE IMPORTACIONES DE  
MANTENIMIENTO

1aa. Diferencias Regulares

| MULTI-<br>PARAMETROS | TIPO<br>PARAMETROS           | ORDEN<br>PARAMETROS | VALOR<br>ESTIMADO | LIMITE INFERIOR<br>95 POR CIENTO | LIMITE SUPERIOR |
|----------------------|------------------------------|---------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------|
| 1                    | PROMEDIOS<br>MOVILES REGULAR | 1                   | -.19128E+00       | -.56251E+00                      | .17995E+00      |
| 2                    | PROMEDIOS<br>MOVILES REGULAR | 5                   | -.46196E+00       | -.93442E+00                      | .10492E+01      |
| 3                    | PROMEDIOS<br>MOVILES REGULAR | 7                   | -.36326E+00       | -.94058E+00                      | .21407E+00      |
| 4                    | PROMEDIOS<br>MOVILES REGULAR | 11                  | .60116E+00        | .16030E-01                       | .11863E+01      |

OTROS RESULTADOS E INFORMACION

SUMA DE CUADRADOS DE LOS RESIDUALES .14104E+06 176.0 CUADRADO MEDIO DE LOS RESIDUALES .82967E+04  
 NUMERO DE RESIDUALES 21 DESVIACION ESTANDAR DEL ERROR .91086E+02

$$(b) I_t - I_{t-1} = -.34 A_{t-1} -.23 A_{t-4} + .28 A_{t-10} + A_t \quad (4.1.2)$$

Repitiendo el proceso seguido para el caso de las importaciones de mantenimiento, en el primer caso (a) el modelo estimado a través del método de mínimos cuadrados no lineales fue:

$$I_t - I_{t-1} = -.32 A_{t-1} -.71 A_{t-4} + A_t \quad (4.4.1)$$

y la suma de cuadrados del error es de 1 113 260.

Su matriz de correlación entre los parámetros nos indica la inexistencia de multicolinealidad entre los parámetros:

CUADRO C  
MATRIZ DE CORRELACION ENTRE LOS PARAMETROS

|   | 1      | 2     |
|---|--------|-------|
| 1 | 1 000  |       |
| 2 | -.2125 | 1 000 |

Los intervalos de confianza calculados se muestran en el Cuadro 4.6.a

Para comprobar que la serie de los residuales es ruido blanco ( $\rho = 0$ ), se comparó el valor 3.9636 con una  $\chi^2$  cuadrada con 18 grados de libertad a un nivel de confianza de 95%.

$$\chi_c^2 = 3.9636 < \chi_t^2 = 10.117$$

CUADRO 4.6 a  
RESUMEN DEL MODELO UNIVARIADO DE LA INVERSION NACIONAL

1as. Diferencias Regulares

| NUMERO<br>PARAMETROS                | TIPO<br>PARAMETROS | ORDEN<br>PARAMETROS | VALOR<br>ESTIMADO | LIMITE INFERIOR<br>95 POR CIENTO | LIMITE SUPERIOR |
|-------------------------------------|--------------------|---------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------|
| 1                                   | PROMEDIOS          | MOVILES REGULAR     | 1                 | -0.32780E+00                     | -0.43159E-01    |
| 2                                   | PROMEDIOS          | MOVILES REGULAR     | 4                 | -0.71167E+00                     | -0.41546E+00    |
| OTROS RESULTADOS E INFORMACION      |                    |                     |                   |                                  |                 |
| SUMA DE CUADRADOS DE LOS RESIDUALES |                    |                     |                   |                                  |                 |
|                                     |                    | 11138E+07           | 196.L.            | CUADRADO MEDIO DE LOS RESIDUALES | .58593E+05      |
| NUMERO DE RESIDUALES                |                    | 21                  |                   | DESVIACION ESTANDAR DEL ERROR    | .24206E+03      |

por lo que se acepta la hipótesis  $\rho = 0$  (la serie es ruido blanco, analizando las autocorrelaciones individuales, no se encontró ninguna irregularidad).

Para el segundo modelo (b), la estimación de mínimos cuadrados no lineales para sus parámetros fue:

$$I_t - I_{t-1} = -.71 A_{t-1} - .53 A_{t-4} - .50 A_{t-10} + A_t \quad (4.4.2)$$

con una suma de cuadrados del error de 918 451 (menor que en el modelo anterior); la desviación estándar del error también es menor, en el modelo anterior (a) fue de 242.0 y en éste (b) de 225.8. Esto indica el beneficio obtenido en la estimación con el segundo modelo.

La matriz de correlación de los parámetros no indica problema alguno de correlación entre los mismos.

#### CUADRO D

##### MATRIZ DE CORRELACION ENTRE LOS PARAMETROS

|   | 1      | 2     | 3     |
|---|--------|-------|-------|
| 1 | 1.000  |       |       |
| 2 | -.1134 | 1.000 |       |
| 3 | -.2514 | .3714 | 1.000 |

Los intervalos de confianza calculados se presentan en el Cuadro 4.6.b.

CUADRO 4.6 b  
RESUMEN DEL MODELO UNIVARIADO DE LA INVERSION NACIONAL

1as. Diferencias Regulares

| ORDEN<br>PARAMETROS | TIPO<br>PARAMETROS | ORDEN<br>PARAMETROS | VALOR<br>ESTIMADO | LIMITE INFERIOR<br>95 POR CIENTO | LIMITE SUPERIOR |
|---------------------|--------------------|---------------------|-------------------|----------------------------------|-----------------|
| 1                   | PROMEDIOS          | MOVILES REGULAR     | 1                 | -0.71395E+00                     | -0.95275E+00    |
| 2                   | PROMEDIOS          | MOVILES REGULAR     | 4                 | -0.53136E+00                     | -0.25792E+00    |
| 3                   | PROMEDIOS          | MOVILES REGULAR     | 10                | -0.50033E+00                     | -0.20078E+00    |

OTROS RESULTADOS E INFORMACION

SUMA DE CUADRADOS DE LOS RESIDUALES 0.91845E+06 186.1. CUADRADO MEDIO DE LOS RESIDUALES 0.51025E+05  
 NUMERO DE RESIDUALES 21 DESVIACION ESTANDAR DEL ERROR 0.22589E+03

En cuanto a los residuales, el valor 5.4414 comparado con una JI cuadrada con 18 grados de libertad, a un nivel de confianza del 95%, nos demuestra que la serie es independiente entre sí.

$$X_c^2 = 5.4414 < X_t^2 = 9.390$$

Hasta aquí hemos visto el análisis univariado de las series, el cual es necesario para la elaboración del modelo Bivariado o dinámico, es decir, el análisis univariado es un paso intermedio para obtener la relación final entre las dos series, y su utilidad quedará - demostrada en los capítulos siguientes.

## CAPITULO V

### EL MODELO DINAMICO DE BOX & JENKINS

#### 5.1 Conceptos del Modelo Dinámico de Box & Jenkins

Habíamos dicho que la relación entre la variable dependiente M (importaciones de mantenimiento) y la variable independiente I (inversión nacional), es una relación dinámica en el sentido que el efecto de M de un cambio en I no es instantáneo, sino que le afecta en forma dinámica en el tiempo, y se definió de la siguiente forma:

$$(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \lambda_m B^m) M_t = (\alpha_0 + \alpha_1 B + \alpha_2 B^2 + \dots + \alpha_k B^k) I_{t-b} - e_t \quad (5.1.1.)$$

Por otro lado, se había aclarado que dada la relación dinámica entre las dos variables, era de esperarse que los errores  $e_t$  no fueran independientes entre sí, por lo que se incluirán otros parámetros para que el modelo sea más flexible, la idea consiste en suponer que los errores  $e_t$  pueden ser representados por un modelo ARMA (auto-regresivo de promedios móviles); es decir,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) e_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q) a_t$$
$$\phi(B) e_t = \theta(B) a_t$$
$$e_t = \phi^{-1}(B) \theta(B) a_t \quad (5.1.2)$$

o sea que el modelo se convierte en:

$$(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \dots - \lambda_m B^m) M_t = (\phi_0 + \phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_k B^k) I_{t-b} + \phi^{-1}(B) \theta(B) a_t$$

$$\lambda(B) M_t = \alpha(B) I_{t-b} + \phi^{-1}(B) \theta(B) a_t$$

$$M_t = \lambda^{-1}(B) \alpha(B) I_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} a_t \quad (5.1.3)$$

donde las  $(a_t)$  son independientes con media cero y varianza  $\sigma^2$ .

El proceso de construcción de modelos está dividido en - las mismas etapas que ya describimos, aunque se utilizan otras he - rramientas:

- 1) Identificación del modelo dinámico
- 2) Estimación del modelo
- 3) Verificación y revisión del diagnóstico del mode - lo dinámico

#### 1) Identificación del Modelo Dinámico

El objetivo de esta etapa es obtener alguna idea de la es - tructura de los polinomios de la ecuación (5.1.3); derivar estimacio - nes iniciales para los parámetros  $\lambda$  y  $\alpha$  y el parámetro de retra - so  $b$  y por último obtener una primera estimación de los parámetros  $p$ ,  $d$  y  $q$  del proceso ARMA que describe los residuales, así como - estimaciones iniciales para los parámetros  $\theta$  y  $\phi$  en este modelo.

Las estimaciones iniciales tanto del modelo como de los residuales se utilizarán como punto de partida de métodos de estimación más eficientes en la segunda etapa de la construcción del modelo, como lo hicimos en el modelo univariado.

Las herramientas que se utilizan para la identificación son, además de posibles condiciones teóricas, la función de correlación cruzada para identificar un posible modelo, junto con la autocorrelación para identificar una posible estructura del error.

La función de correlación cruzada, nos indica la estructura de los polinomios  $\lambda(B)$  y  $\alpha(B)$ , así como el retraso con que "responde"  $\underline{M}$  a los cambios en  $\underline{I}$ .

Se estableció en capítulos anteriores que un proceso estacionario puede ser descrito por la media  $\mu$  y su función autocovarianza  $\gamma_k$ , o por su media  $\mu$  varianza  $\sigma^2$  y en función de autocorrelación  $\rho_k$ .

Los coeficientes de autocovarianza para cada serie individual a un retraso  $k$  son definidos por la fórmula usual

$$\begin{aligned} \gamma_{xx}(k) &= E \left[ (X_t - \mu_x)(X_{t+k} - \mu_x) \right] = E \left[ (X_t - \mu_x)(X_{t-k} - \mu_x) \right] \\ \gamma_{yy}(k) &= E \left[ (Y_t - \mu_y)(Y_{t+k} - \mu_y) \right] = E \left[ (Y_t - \mu_y)(Y_{t-k} - \mu_y) \right] \end{aligned}$$

Las únicas covarianzas aparte de las ya definidas que pueden aparecer en la matriz de covarianza, son los coeficientes de covarianza cruzados entre  $\underline{X}$  y  $\underline{Y}$  al retraso  $k$ .

$$\gamma_{xy} = E \left[ (X_t - \mu_x)(Y_{t+k} - \mu_y) \right] \quad K = 0, 1, 2, \dots$$

y los coeficientes de covarianza entre  $\underline{y}$  y  $\underline{x}$  al retraso  $K$

$$\gamma_{yx} = E \left[ (y_t - \mu_y)(X_{t+k} - \mu_x) \right] \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Nótese que, en general  $\gamma_{xy}(k)$  no es la misma que  $\gamma_{yx}(k)$ .

Sin embargo,

$$\begin{aligned} \gamma_{xy}(k) &= E \left[ (X_{t-k} - \mu_x)(Y_t - \mu_y) \right] = E \left[ (Y_t - \mu_y)(X_{t-k} - \mu_x) \right] \\ &= \gamma_{yx}(-k) \end{aligned}$$

por lo tanto sólo se necesita definir la función  $\gamma_{xy}(k)$  para

$K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , la función  $\gamma_{xy}(k)$  es llamada función de

covarianza cruzada de un proceso Bivariado.

Por otro lado, calculando

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sigma^x \sigma^y} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

se obtiene el llamado coeficiente de correlación cruzada al retraso  $k$ , y la función  $\rho_{xy}(k)$  definida para  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  es la función de correlación cruzada del proceso Bivariado.

Ahora bien, las estimaciones de los coeficientes de covarianza y de correlación cruzados pueden hacerse a través de:

$$C_{xy}(k) \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y}) & k = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (Y_t - \bar{Y})(X_{t-k} - \bar{X}) & k = 0, -1, -2, \dots \end{cases}$$

$$r_{xy}(k) = \frac{C_{xy}(k)}{S_x S_y} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Para comprobar que ciertos valores de la función de correlación cruzada  $\rho_{xy}(k)$  sean efectivamente cero, se comparan las correspondientes estimaciones de correlación cruzada con su aproximado error estándar obtenido a través de la fórmula de Bartlett. <sup>21/</sup>

Dadas las series de datos, la correlación cruzada de las series no es única, a menos que los dos procesos sean independientes

---

<sup>21/</sup> Box & Jenkins, Op. cit.

y uno de ellos sea ruido blanco. Aquí se ve la utilidad del análisis univariado de las series, donde las series son preblanqueadas, es decir, son transformadas en ruido blanco mediante el ajuste del modelo.

Bartlett nos muestra que si éste es el caso, la covarianza entre dos estimaciones de correlación cruzada  $r_{xy}(k)$  y

$r_{xy}(k + L)$  es

$$\text{cov} \left[ r_{xa}(k), r_{xa}(k+L) \right] \approx (n-k)^{-1} \rho_{xx}(L)$$

$$\text{var} = \left[ r_{xa}(k) \right] \approx (n-k)^{-1}$$

donde se supone que  $Y_t - A_t$  es generada por un proceso independiente entre sí (ruido blanco), pero  $X_t$  está autocorrelacionado. De aquí que

$$\rho \left[ r_{xa}(k), r_{xa}(k+L) \right] \approx \rho_{xx}(L)$$

En este caso la correlación cruzada tiene la misma función de autocorrelación que el proceso  $X$ . Entonces, aún pensando que  $A_t$  y  $X_t$  no tienen correlación cruzada, puede esperarse que la función de correlación cruzada varíe alrededor de cero con una desviación  $(n-k)^{\frac{1}{2}}$  con un típico patrón sistemático de la conducta de la función de autocorrelación  $\rho_{xx}(L)$ .

PROCESO DE IDENTIFICACION DEL MODELO DINAMICO

Habíamos definido un modelo de los rezagos distribuidos de la siguiente manera:

$$M_t = v_0 I_t + v_1 I_{t-1} + v_2 I_{t-2} + \dots$$

$$M_{t-1} = v_0 I_{t-1} + v_1 I_{t-2} + v_2 I_{t-3} + \dots$$

$$= (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) I_t$$

$$M_t - M_{t-1} = v_0 (I_t - I_{t-1}) + v_1 (I_{t-1} - I_{t-2}) + v_2 (I_{t-2} - I_{t-3}) + \dots$$

$$= v(B) I_t$$

$$\nabla = v(B) \nabla I_t$$

$$M_t = v(B) I_t \quad (5.1.4)$$

donde

$M_t$  = Importaciones de mantenimiento

$I_t$  = Inversión nacional

El cual contiene un número infinito de parámetros ( $v_j$ ), por lo que para propósitos de estimación e interpretación, el operador  $v(B)$  se aproximó a la razón de dos polinomios  $\alpha(B)/\lambda(B)$  de grado infinito.

$$\text{donde} \quad \alpha(B) = \alpha_0 + \alpha_1 B + \dots + \alpha_5 B^5$$

$$\text{y} \quad \lambda(B) = 1 - \lambda_1 B - \dots - \lambda_r B^r$$

por lo que el modelo quedó de la siguiente forma

$$M_t = \frac{\alpha(B)}{\lambda(B)} I_t - b + N_t$$

$$M_t = \lambda^{-1} (B) \alpha (B) I_{t-b} + N_t \quad (5.1.5)$$

El proceso de identificación consiste en:

- 1o. Derivar estimaciones  $\hat{V}_k$  de las ponderaciones del modelos rezagos distribuidos ( $M_t = V(B) I_t$ ).
- 2o. Usando los valores así definidos, encontrar los órdenes tentativos de  $r$  y  $s$  de los operadores del lado izquierdo y derecho del modelo dinámico general antes definido, y el parámetro de retraso  $\underline{b}$ .

Suponiendo que después de una adecuada diferenciación en la variable independiente ( $I_t$ ), se convierte en una serie estacionaria y es posible representarla por un miembro de la clase ARMA. Entonces, dado un conjunto de datos, se pueden utilizar los métodos de identificación y estimación ya vistos, para obtener un modelo para  $I_t$ .

$$\phi_I(B) \theta_I^{-1} (B) I_t = W_t \quad (5.1.6)$$

la cual transforma la serie correlacionada  $I_t$  a ruido blanco  $W_t$ . Al mismo tiempo se puede obtener una estimación de  $S_w^2$  y  $\sigma_w^2$  de la suma de cuadrados de los  $\hat{W}$ 's. Si se aplica esta misma transformación a la variable dependiente  $M_t$ , se obtiene

$$z_t = \phi_I(B) \theta_I^{-1} (B) M_t \quad (5.1.7)$$

Entonces el modelo (5.1.4) puede ser escrito

$$z_t = V(B) W_t + E_t \quad (5.1.8)$$

$$\text{donde } E_t = \phi_I(B) \theta_I^{-1}(B) N_t$$

los coeficientes  $v$  pueden ser calculados a través de

$$V_k = \frac{\rho_{wz}(k) \sigma_z}{\sigma_w} \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.1.9.)$$

de aquí, después de preblanquear la serie independiente, la función de correlación cruzada entre la serie preblanqueada y la correspondiente transformación de la variable dependiente, es directamente proporcional a las  $v$ .

Estudiando la correlación cruzada, se escogen los órdenes  $\underline{r}$  y  $\underline{s}$  de los polinomios  $\alpha(B)$  y  $\lambda(B)$  con sus apropiados coeficientes, por ejemplo, si  $r_0$  y  $r_1$  (correlación cruzada muestral entre  $w$  y  $z$ ) son irregulares y  $r_k$  para  $k \geq 2$  declina geométricamente, entonces  $\lambda(B)$  debe ser de grado 2 y  $\alpha(B)$  de grado 1. Si  $r_k$  tiene un comportamiento oscilatorio, entonces  $\lambda(B)$  es de grado 2.

Ahora bien, sustituyendo la ecuación 5.1.3 en 5.1.5 obtenemos la identidad

$$(1 - \lambda_1 B - \lambda_2 B^2 - \dots - \lambda_r B^r) (V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots) = (\alpha_0 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_s B^s) B^b$$

igualando los coeficientes de  $B$  se encuentra

$$\begin{array}{ll}
 V_j = 0 & J < b \\
 V_j = \lambda_1 V_{j-1} + \lambda_2 V_{j-2} + \dots + \lambda_r V_{j-r} + \alpha_0 & J = b \\
 V_j = \lambda_1 V_{j-1} + \lambda_2 V_{j-2} + \dots + \lambda_r V_{j-r} + \alpha_{j-b} & J = b+1, b+2, \dots, b+s \\
 V_j = \lambda_1 V_{j-1} + \lambda_2 V_{j-2} + \dots + \lambda_r V_{j-r} & J > b+s
 \end{array}$$

Las ponderaciones  $V_{b+s}, V_{b+s-1}, \dots, V_{b+s-r+1}$

ofrecen  $r$  valores iniciales para la ecuación en diferencia

$$\lambda(B) V_j = 0 \quad J > b+s$$

la solución

$$V_j = f(\lambda_1, \alpha_1, j)$$

Entonces, en general los coeficientes de la función de impulso,  $V_j$  consiste en

- i) los valores  $V_0, V_1, \dots, V_{b-1}$  son cero;
- ii) para valores mayores de  $S - r + 1$ , los valores  $V_b, V_{b+1}, \dots, V_{b+S-r}$  no siguen un patrón fijo.

iii) los valores de  $V_j$  con  $j \geq b+s-r+1$  siguen un patrón de comportamiento dictado por  $r$ -ésimo orden de la ecuación en diferencia la -

cual tiene  $r$  valores iniciales  $V_{b+s}, V_{b+s-1}, \dots, V_{b+S-r-1}$ . Los valores  $V_j$  para  $j < b$ , serán cero.

El tercer paso para la identificación del modelo es sustituir las estimaciones  $V_j$  en las ecuaciones anteriores con valores de  $r, S$  y  $b$  obtenidos del paso número (2) para obtener estimaciones iniciales de los parámetros  $\lambda$  y  $\alpha$  en el modelo dinámico.

#### Identificación de error ( $N_t$ )

Volviendo al caso general, supongamos que después de diferenciar la serie, el modelo podría escribirse como sigue:

$$M_t = V(B) I_t + n_t$$

donde

$$n_t = \nabla^d N_t$$

dado que en el apartado anterior ha sido obtenida una estimación de  $\hat{V}(B)$ , entonces una estimación de los residuales es hecha por

$$\hat{n}_t = M_t - \hat{V}(B) I_t$$

esto es

$$\hat{n}_t = M_t - \hat{V} I_t - \hat{V}_1 I_{t-1} - \hat{V}_2 I_{t-2} - \dots$$

En otras palabras, una vez obtenido el modelo, sus residuales son identificados a través del análisis univariado ya explicado en apar

tados anteriores. 23/

### ESTIMACION DEL MODELO DINAMICO

Una vez identificado el modelo, los parámetros son estimados por el método de mínimos cuadrados no-lineales, ya descrito en el capítulo cuarto.

### REVISION DEL MODELO DINAMICO

Box & Jenkins han demostrado que si la correlación cruzada (muestral)  $\hat{r}_k^*$  entre los residuales  $(E_t)$  e  $(I_t)$  son significativamente diferentes de cero, es una probable indicación de que el modelo dinámico no es adecuado; esto es, el grado de  $\alpha(B)$  y/o de  $\lambda(B)$  no es correcto. Los patrones particulares de comportamiento mostrado por la correlación cruzada pueden indicar cuales términos adicionales - pueden ser necesitados (en la misma forma que en el procedimiento de identificación).

Similarmente, cuando existen valores altos de las autocorrelaciones  $\hat{r}_k$  de los residuales sugiere un problema de ajuste (valores muy pequeños de  $P$  y/o  $q$ ) en el error (modelo ARMA); y el patrón observado de las autocorrelaciones puede sugerir cuáles y cómo pueden ser añadidos otros términos al modelo, de la misma manera que se hizo en la identificación de un modelo UNIVARIADO.

Se ha encontrado que para un modelo perfectamente especificado

$$N \sum_{j=1}^h \hat{r}_j^2 \quad , \quad n \sum_{j=0}^h (\hat{r}_j^*)^2$$

se distribuye aproximadamente como  $\chi^2$  con  $V_1 = h-p-q$  y  $V_2 = h - r - s$  grados de libertad respectivamente, y puede dar la base para saber si el modelo es el adecuado a los datos.

## 5.2 ANALISIS DINAMICO DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO EN FUNCION DE LA INVERSION NACIONAL

De las estimaciones de las funciones de autocorrelación y correlación cruzada de  $M_t$  e  $I_t$  se confirma la necesidad de que al menos una diferencia es necesaria para producir estacionalidad.

Siguiendo el proceso de identificación del modelo dinámico, es necesario utilizar la transformación hecha a la serie indepen-diente para preblanquearla, o lo que es lo mismo, utilizar los resulta-dos del modelo univariado de la serie de inversión, el cual indica que la serie es descrita como un proceso de promedio móvil de orden 10.

$$I_t - I_{t-1} = -\theta_1 a_{t-1} - \theta_4 a_{t-4} - \theta_{10} a_{t-10}$$

$$I_t - I_{t-1} = (1 - .71B - .53 B^4 - .50 B^{10}) a_t$$

Aplicando esta misma transformación a la variable depen-diente tenemos:

$$M_t - M_{t-1} = (1 - .71 B - .53 B^4 - .50 B^{10}) \epsilon_t$$

Observando la función de correlación cruzada entre  $a_t$  y  $\epsilon_t$  mostrada en el Cuadro 5.1 junto con las estimaciones de las  $\hat{V}_j$  que son mostradas en el cuadro 5.2, para el cual el valor  $\hat{V}_0$  no es signifi-cativamente diferente de cero, por lo que se sugiere que  $b = 1$  (que el período de retraso en la inversión es de un año). Además, el hecho de

CUADRO 5.1  
CORRELACIONES CRUZADAS

Correlaciones cruzadas hacia adelante

Serie original  
 Media de la serie = 75.6  
 Error estándar de la media = 45.2  
 Número de observaciones = 21

| Rezagos | 1   | 2    | 3   | 4    | 5    | 6   | 7    | 8   | 9    |
|---------|-----|------|-----|------|------|-----|------|-----|------|
| 1 - 9   | .35 | -.25 | .20 | -.17 | .12  | .08 | -.12 | .30 | -.38 |
| D.S.E.  | .22 | .11  | .13 | .15  | .15  | .16 | .16  | .16 | .19  |
| 10 - 15 | .54 | -.39 | .02 | .20  | -.28 | .27 |      |     |      |
| O.S.E.  | .22 | .28  | .30 | .30  | .31  | .32 |      |     |      |

Correlaciones cruzadas hacia atrás

| Rezagos | 1   | 2   | 3    | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   |
|---------|-----|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 - 9   | .03 | .00 | -.01 | .01 | .00 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| D.S.E.  | .22 | .11 | .13  | .15 | .15 | .16 | .16 | .16 | .19 |
| 10-15   | .00 | .00 | .00  | .00 | .00 | .00 |     |     |     |
| D.S.E.  | .22 | .28 | .30  | .30 | .31 | .32 |     |     |     |

El coeficiente de correlación de orden cero es igual a -.1313

CUADRO 5.2

ESTIMADORES INICIALES DE LAS V'S DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION DE LOS REZAGOS

| Rezagos | 0    | 1   | 2    | 3   | 4    | 5   | 6   | 7    | 8   | 9    | 10  |
|---------|------|-----|------|-----|------|-----|-----|------|-----|------|-----|
| 1 - 10  | -.16 | .41 | -.19 | .23 | -.20 | .14 | .09 | -.14 | .36 | -.45 | .65 |
|         | 0.00 | .22 | .1   | .13 | .15  | .15 | .16 | .16  | .16 | .19  | .22 |

Función acumulativa de las V's

| Rezagos | 0    | 1   | 2    | 3   | 4    | 5   | 6   | 7   | 8   | 9    | 10  |
|---------|------|-----|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|
|         | -.16 | .26 | -.03 | .20 | -.00 | .13 | .23 | .09 | .45 | -.01 | .64 |

AUTOCORRELACIONES. RESIDUALES DE LAS IMPORTACIONES DE MANTENIMIENTO

SERIE ORIGINAL  
 MEDIA DE LA SERIE = -.15529E+01  
 ERROR ST. DE LA MEDIA = .19308E+02:  
 NUMERO DE OBSERVACIONES = 17

|        |      |     |     |      |     |      |     |      |      |      |      |     |
|--------|------|-----|-----|------|-----|------|-----|------|------|------|------|-----|
| 1- 12  | -.10 | .17 | .04 | -.02 | .07 | -.35 | .05 | -.37 | -.03 | -.02 | -.25 | .01 |
| D.S.E. | .24  | .24 | .25 | .25  | .25 | .28  | .28 | .28  | .31  | .31  | .31  | .32 |

13- 15 .01 .17 .02  
 D.S.E. .32 .32 .33

MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST. = .80429E-01

PARA PROBAR SI LA SERIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR .63107+01  
 DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD

DIFERENCIA 1  
 MEDIA DE LA SERIE = .15625E+00  
 ERROR ST. DE LA SERIE = .29196+02:  
 NUMERO DE OBSERVACIONES = 16

|        |      |     |     |      |     |      |     |      |      |     |      |     |
|--------|------|-----|-----|------|-----|------|-----|------|------|-----|------|-----|
| 1- 12  | -.60 | .11 | .10 | -.29 | .28 | -.43 | .38 | -.21 | -.00 | .15 | -.22 | .11 |
| D.S.E. | .25  | .33 | .33 | .33  | .33 | .35  | .38 | .40  | .41  | .41 | .41  | .42 |

13- 15 -.06 .01 -.02  
 D.S.E. .42 .42 .42

MEDIA DIVIDIDA POR ERROR ST.= .53517E-02

PARA PROBAR SI LA RESIE ES RUIDO BLANCO, EL VALOR .14753E+02  
 DEBE SER COMPARADO CON UNA JI-CUADRADA CON 12 GRADOS DE LIBERTAD

que las correlaciones cruzadas "hacia atrás" no sean significativas, nos demuestran que no hay retroalimentación en el proceso, es decir, las importaciones de mantenimiento no inducen inversión, lo cual viene a comprobar la hipótesis planteada al principio (las importaciones de mantenimiento como una función de la inversión).

Ahora bien, dado el comportamiento oscilatorio decreciente de la función de correlación cruzada, aparentemente se necesitaba al menos, un parámetro del lado derecho de la ecuación; sin embargo, esto no funcionó, la suma de cuadrados de los residuales resultó excesivamente grande, es decir, el ajuste fue malo, por lo que se intentó hacer el ajuste con varios modelos con rezagos sólo en las I's.

El modelo identificado finalmente fue:

$$(1-B) M_t = (W_0 - W_1 B - W_2 B^2 - W_3 B^3 - W_4 B^4) (1 - B) I_{t-1} + \theta a_{t-1} + a_t$$

$$\text{con } b = 1$$

para el cual los valores iniciales fueron calculados a través del índice:

$$V_t = \frac{S_e}{S_a} r_{IM}(t)$$

y el modelo a estimar queda de la manera siguiente:

$$(1 - B)M_t = (-.16 - .41B - .29B^2 - .23 B^3 - .20 B^4) (1 - B) I_{t-1} + n_t$$

Cabe advertir que la correlación cruzada nos indica que el

parámetro de orden 10 es muy significativo, sin embargo, no se incluyó dado que la serie de datos es muy pequeña (véase apéndice sobre la construcción de series estadísticas al final) y se perderían más del 50% de las observaciones.

En este caso, para identificar la estructura del error se corrió primero el modelo

$$(1 - B)M_t = (W_0 - W_1B - W_2B^2 - W_3B^3)(1 - B)I_{t-1} + n_t$$

y después se identificó el error  $n_t$  utilizando el análisis univariado descrito en los Capítulos II y III.

Es importante hacer notar que también en este caso resultan significativos los parámetros de orden 6 y 8 (véase Cuadro 5.3), sin embargo, como en el caso de la identificación del modelo, que no es posible desechar muchas observaciones, se consideró sólo el orden uno, que resultó ser de promedio móvil.

#### Estimación

Utilizando el método de mínimos cuadrados no-lineales, se encontraron los valores finales de los parámetros.

$$W_0 = .193; W_1 = .039; W_2 = .058; W_3 = -.041 \text{ y } \theta_1 = .563$$

donde  $\theta_1$  es un parámetro de promedios móviles, por lo que el modelo final queda como sigue:

$$M_t - M_{t-1} = .193 I_{t-1} + .039 I_{t-2} + .058 I_{t-3} - .041 I_{t-4} + 563 A_{t-1}$$

### Verificación del Modelo

Al analizar los datos de los residuales, la función de autocorrelación nos indica que los parámetros de orden 6 y 8, son significativos, pero no fueron utilizados para evitar más pérdidas de observaciones.

Revisando el modelo, se puede observar que algunos parámetros no son significativos, sin embargo, la función de correlación cruzada indica que son necesarios.

Ahora bien, la suma de cuadrados del error es relativamente grande, posiblemente como resultado de la gran variabilidad de las diferencias de las series.

Observando la correlación entre los parámetros (Cuadro 5.4) es importante notar que los parámetros contiguos están fuertemente correlacionados en forma negativa, lo que se podría racionalizar como "autoajustes" de las importaciones.

Así pues, el modelo quedó terminado, y las conclusiones que se deriven del mismo se analizarán en el siguiente capítulo.

CUADRO 5.4

MATRIZ DE CORRELACION DE LOS PARAMETROS

|   | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 1.0000 |        |        |        |        |        |
| 2 | -.7148 | 1.0000 |        |        |        |        |
| 3 | .2479  | .6948  | 1.0000 |        |        |        |
| 4 | -.2993 | .5739  | -.8212 | 1.0000 |        |        |
| 5 | -.0186 | -.3532 | .4512  | -.7152 | 1.0000 |        |
| 6 | -.2613 | .0377  | .0583  | -.0601 | .0473  | 1.0000 |

Desviación estándar del error = 96.09 con 11 grados de libertad.

## CAPITULO VI

### RESUMEN Y CONCLUSIONES

#### 6.1 Resumen

En los países en desarrollo existe, por una parte, la necesidad de importar bienes y servicios y por la otra, una insuficiencia en sus ingresos por concepto de exportaciones, para compensar las compras que se ven obligados a hacer al exterior. Mexico no es una excepción a esta afirmación.

El mayor crecimiento registrado por las importaciones en comparación con las exportaciones, ha traído como consecuencia que el déficit corriente de la balanza de pagos mexicana, haya aumentado rápidamente, el cual ha sido financiado a través de endeudamiento externo, - tanto a corto como a largo plazo.

La estructura de las importaciones mexicanas ha venido cambiando a través del tiempo. En años recientes, los principales conceptos se refieren a materias primas, bienes intermedios y equipo de capital (incluyendo el de reposición) que reclama la expansión de la planta industrial; mientras que anteriormente lo eran los bienes de consumo elaborados.

El objetivo de la tesis ha sido elaborar un modelo estadístico que explique el comportamiento de las importaciones de mantenimiento en México.

Dado que no se cuenta con un modelo teórico que nos defina el comportamiento de las importaciones de mantenimiento, se optó por utilizar el modelo de Box & Jenkins. En éste, primeramente se analizan los datos, y luego se adapta un modelo a los mismos, que posteriormente se puede justificar al menos parcialmente en teoría, y que dará las bases para formular hipótesis; mientras que los métodos tradicionales normalmente parte de una hipótesis basada en leyes económicas o físicas.

En el enfoque adoptado aquí, primeramente se discutieron modelos suficientemente flexibles para describir situaciones prácticas. Las series de tiempo pueden ser a menudo mejor representadas por modelos no-estacionarios, en los cuales tendencias y otras características que pueden cambiar en el tiempo, son tratadas estadísticamente en lugar de considerarse como fenómenos determinísticos.

Posteriormente se desarrollaron las técnicas de identificación para sugerir qué clase particular de modelos podría ser usado. Aquí se utilizaron la función de autocorrelación en el caso univariado y la correlación cruzada en el bivariado.

El ajuste o estimación del modelo identificado se hizo a través de mínimos cuadrados no lineales. El modelo inicialmente estimado, no necesariamente nos da una representación adecuada de los datos, de aquí, que se utilizaran técnicas de revisión o diagnóstico del modelo, con el propósito de sugerir modificaciones al mismo. Si fueran és

tas necesarias, el ciclo iterativo de identificación, estimación y revisión del modelo volvería a empezar.

## 6.2 Conclusiones del Modelo

El modelo univariado de la serie de Inversión Nacional se utilizó como paso intermedio para la elaboración del modelo dinámico.

Del modelo dinámico se pueden derivar las siguientes conclusiones:

Una conclusión importante es que no existe retroalimentación en el proceso, es decir, las importaciones de mantenimiento no inducen inversión, lo cual metodológicamente simplifica el problema de construcción del modelo.

Normalmente, la demanda de importaciones de un país, para un año determinado  $t$  se estima suponiendo que es una función de su capacidad de importación en ese mismo año  $t$ , sea medida ésta por variables como el ingreso, la inversión, etc.; en nuestro caso particular, se demuestra estadísticamente que las importaciones de Mantenimiento están influenciadas por la inversión de años anteriores (hipótesis general planteada al principio), específicamente el cambio en las importaciones en el año  $t$ , se debe al cambio en las inversiones en los años  $t-1$ ,  $t-2$ ,  $t-3$  y  $t-4$ , dónde el parámetro más significa-

tivo fue el del rezago de orden uno ( $I_{t-1}$ ).

Este se puede racionalizar pensando que las importaciones no responden rápidamente a cambios en la demanda, es decir, si se invierte en una maquinaria en el año  $t$  (inversión en el año  $t$ ), las importaciones de mantenimiento necesarias para esta maquinaria normalmente no son en ese mismo año, sino en años posteriores, en este caso se demuestra que son en el año  $t+1$ ; en otras palabras, las inversiones en el año  $t-1$  son los que tienen una mayor influencia en las importaciones del año  $t$ .

Por otro lado, habíamos dicho la importancia que tenía el parámetro de orden 10, que no fue incluido debido a la limitación de los datos, sin embargo, es importante hacer notar que éste se podría racionalizar pensando que en la Ley del Impuesto sobre la Renta, el período de depreciación que se les concede a las empresas es de 10 años, por lo que en el caso de haberse incluido se podría considerar como la influencia de la depreciación en las importaciones de mantenimiento.

Aunque no fue incluido este parámetro, se hace este comentario dado que, conforme existan posibilidades de enriquecer las series de datos, es posible mejorar el modelo.

La estructura complicada del error, es decir, el parámetro

de promedios móviles se puede racionalizar de la siguiente manera:

Con el propósito de tomar en cuenta las restricciones cuantitativas a las importaciones, muchos estudios incluyen medidas como el nivel internacional de las reservas, ingresos por exportaciones, etc. El supuesto (detrás del uso de las medidas alternativas) es que las autoridades varían las restricciones inversamente con la capacidad de importar del país, y esta "capacidad" puede ser medida por unas de las variables antes mencionadas. El uso de las "medidas" (proxies) reduce el grado de sesgo en las estimaciones, comparado a la situación cuando las variables no cuantificables son omitidas completamente. <sup>24/</sup>

Aún si las restricciones no están correlacionadas con las variables explicatorias, si sus efectos varían sistemáticamente sobre el tiempo, no se podría suponer que el término del error es independiente. Sin embargo, se puede aproximar el efecto de las restricciones suponiendo un proceso de promedios móviles en el término del error. En vista del comportamiento de los residuales, en este caso resultó ser un proceso de promedios móviles de orden uno.

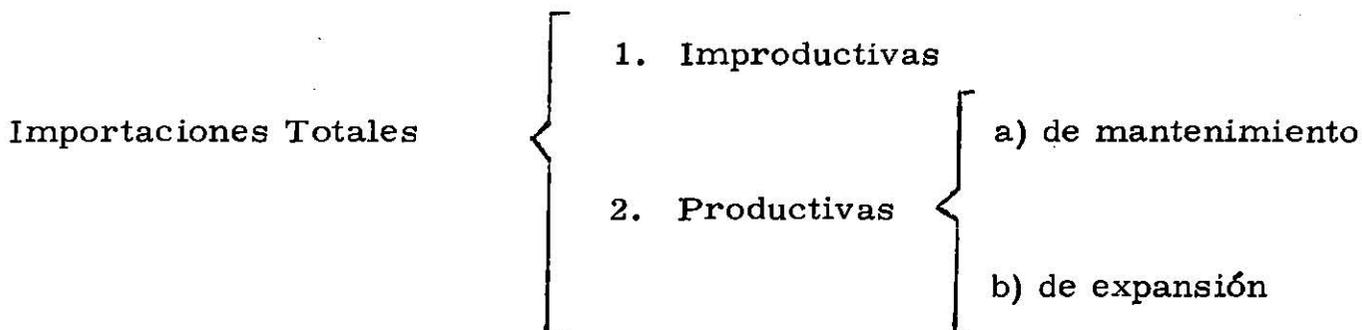
---

<sup>24/</sup> Wickes, M. R., "A note on the use of proxy variable", Econometría, 40, (julio 1972).

## APENDICE I

### Clasificación de las importaciones y formulación de series estadísticas

Dado el enfoque que se ha dado al presente trabajo, se juzgó conveniente tomar (con ciertas limitaciones) como base para la formulación de series estadísticas, la clasificación de las importaciones de mercancías propuesta por el economista sueco Staffan Burenstam Linder <sup>25/</sup> y se tomó como fuente la clasificación de importaciones presentada por el Banco de México, S. A., "Valor de las Importaciones por Grupos Económicos". La clasificación es la siguiente:



Dentro de las importaciones improductivas, se encuentran las importaciones de bienes de consumo, menos las importaciones de alimentos por considerarse necesarios para mantener a la fuerza productiva en buen estado.

Las importaciones de mantenimiento incluyen: bienes de producción no duradero (materias primas y auxiliares), más bienes -

---

<sup>25/</sup> Linder, op. cit.

de inversión agropecuarios ( semillas y animales para cría), más herramientas, accesorios, refacciones y partes sueltas, más 10% de importaciones de expansión ( como indicativo de la reposición de equipo), más alimentos ( restados de bienes de consumo).

Las importaciones de expansión, incluyen el 90% de materiales para construcción e instalaciones similares, más el 90% de maquinaria, equipo y vehículos, (los 10% restantes se atribuyen a importaciones de mantenimiento, como indicativo de la reposición de equipo).

Debido a que los volúmenes de mercancías que importa un país contienen diversas características y se registran en distintas unidades unas de otras, el único denominador común a todos ellos es su valor monetario. Esto implica serias dificultades en el análisis de series de tiempo, ya que este valor monetario puede aumentar como efecto de un aumento en los precios, sin que se modifique realmente el volumen demandado. En estos casos, para que el valor de la importación sea representativo de la cantidad demandada, se requiere hacer ajustes para contrarrestar el efecto del cambio en el precio.

El valor de las importaciones a precios constantes resulta de deflacionar por medio del índice de precios de las importaciones el valor corriente de las mismas. Para esto, se utilizó el índice de precios de importaciones elaborado por CEPAL.

## BIBLIOGRAFIA

1. Viner, J. (1937), *Studies in the Theory of International Trade*, - New York.
2. Meade, J. E. (1951), *The Theory of International Economic Policy*, Vol. I. *The Balance of Payments*; Vol. II *Trade and Welfare* (1955).
3. Samuelson, P. A. *The Gains From International Trade Once Again*, *The Economic Journal*, Dic. 1962.
4. "Los Desequilibrios Externos en el Desarrollo Económico". *Comercio Exterior*, Julio, 1957. pp. 347.
5. Linder, Staffan Burenstain. "Teoría del Comercio y Política Comercial para el Desarrollo". CEMLA.
6. Kindleberger, P. Charles. "Economía Internacional". *El Multiplicador del Comercio Exterior*, Apéndice E. pp. 645.
7. Prebisch, Raúl. *Nueva Política Comercial para el Desarrollo*. F. C.E. México, 1967.
8. Auramovic Dragoslav. *Economic Growth and External Debt*.
9. *Informe Anual del Banco de México*, S. A. 1960-1972.
10. Navarrete, Jorge Eduardo. *Desequilibrio y Dependencia de las Relaciones Económicas Internacionales de México en los Años Sesentas*.
11. Box, George E. P. y Jenkins, Gwilyn M. "Time Series Analysis - Forecasting and Control". (Holden-Day, 1970).
12. Zvi Griliches. *Distributed Lags: A Survey*, *Econometría*, Vol. 35, No. 1. (Enero, 1967).
13. Cramer, J. S. *Econometría Empírica*. (F.C.E., 1973).
14. Bartlett, M. S. "On The Theoretical Specification of Sampling - Properties of Autocorrelated Time Series", *Jour. Royal Stat. Soc.*, B8, 27, 1946.

15. Pierce, A. David. "Fitting Dynamic Time Series Models: Some Considerations and Examples". Federal Reserve Bank of Cleveland.
16. De Alba Guerra, Enrique. "Estimación de Parámetros de Modelos No-Lineales. (Tesis, UNAM)
17. Yamane, Taro. "Matemáticas para Economistas".
18. Wickens, M. R., "A Note on the Use of Proxy Variable". *Econometría*, 40, (Julio, 1972).

