

Julius 8 12 M.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE ECONOMIA



PROBLEMA DE AREA DE APLICACION
A LA ECONOMIA

TEORIA APLICADA DE DEMANDA
Y METODOS ECONOMETRICOS

ESTIMACION DEL SISTEMA DE DEMANDA DEL CONSUMIDOR
EL CASO DE MEXICO

TRABAJO

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN ECONOMIA
PRESENTA

Sergio L. Rodríguez Medrano

MONTERREY, N. L.

OCTUBRE DE 1990

F
HR801
R6
C. 1

15



1080064257

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON

FACULTAD DE ECONOMIA



PROBLEMA DE AREA DE APLICACION
A LA ECONOMIA

TEORIA APLICADA DE DEMANDA
Y METODOS ECONOMETRICOS

ESTIMACION DEL SISTEMA DE DEMANDA DEL CONSUMIDOR
EL CASO DE MEXICO

TRABAJO

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN ECONOMIA
PRESENTA

Sergio H. Rodríguez Medrano

MONTERREY, N. L.

OCTUBRE DE 1990

T
H3802
R6



Biblioteca Central
Magna Solidaridad
F-1011



FONDO
TESIS LICENCIATURA

ESTE TRABAJO CORRESPONDE A UNO DE -
LOS REQUISITOS PARA OBTENER EL TITU
LO DE LICENCIADO EN ECONOMIA CON LA
ALTERNATIVA "B" DEL REGLAMENTO DE -
EXAMENES PROFESIONALES EN VIGOR Y -
CONSTITUYE LA SOLUCION A UN PROBLE-
MA PRACTICO DESARROLLADO DENTRO DE-
UN LAPSO MAXIMO DE 25 DIAS.

FACULTAD DE ECONOMIA

A MIS PADRES Y HERMANOS.

A ELODINA GUERRA DAVILA.

HAGO PRESENTE MI MAS SINCERO AGRADECIMIENTO
A TODAS AQUELLAS PERSONAS QUE DE ALGUNA U
OTRA FORMA PARTICIPARON EN MI FORMACION COMO
ECONOMISTA. ESPECIALMENTE AL LIC. RODRIGO
MORALES ELCORO POR LA ASESORIA DIRECTA QUE
ME BRINDO EN LA ELABORACION DE ESTE TRABAJO.
ASI MISMO REITERO MI GRATITUD AL DR. JORGE
VALERO Y AL LIC. LEONCIO DURANDEAU POR LOS
VALIOSOS COMENTARIOS EXPRESADOS TENDIENTES A
MEJORAR ESTA INVESTIGACION.

INDICE.

I.- INTRODUCCION.

II.- MARCO TEORICO.

A.- TEORIA DE LA DEMANDA.

B.- MODELO DE ELASTICIDADES CONSTANTES.

C.- SISTEMA DE GASTO LINEAL.

D.- MODELO DE ROTTERDAM.

E.- MODELO TRANSLOG.

F.- SISTEMA DE DEMANDA CASI IDEAL.

III.- ESPECIFICACION ESTOCASTICA Y METODOS DE ESTIMACION.

A.- ESPECIFICACION ESTOCASTICA.

B.- METODOS DE ESTIMACION.

IV.- DATOS Y RESULTADOS.

A.- AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES.

MODELO DE ELASTICIDADES CONSTANTES.
MODELO DE ROTTERDAM.
SISTEMA DE GASTO LINEAL.

B.- AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES.

MODELO DE ROTTERDAM.
MODELO TRANSLOG.
SISTEMA DE DEMANDA CASI IDEAL.

C.- CONTRASTACION DE LA TEORIA DE LA DEMANDA.

D.- CONTRASTACION DE LA FORMA FUNCIONAL.

V.- APLICACION.

A.- EFECTOS SUSTITUCION E INGRESO.

B.- SISTEMA ALTERNATIVO PROPUESTO.

VI.- CONCLUSIONES.

VII.- BIBLIOGRAFIA.

VIII.- APENDICE ESTADISTICO.

TEORIA APLICADA DE DEMANDA Y METODOS ECONOMETRICOS.

El siguiente ensayo representa la respuesta al **Problema de Area de Aplicación a la Economía**, que me fue aplicado como requisito de titulación en esta escuela. Dicho problema consistía en lo siguiente:

"Utilizando los datos disponibles del **Sistema de Cuentas Nacionales de México** - publicados por el INEGI -, estime el sistema de demanda del consumidor.

Su ensayo deberá incluir los siguientes elementos:

1.- Un análisis de la información disponible a fin de construir una serie consistente de datos. Deberá proponer, al mismo tiempo, un nivel de agregación que sea a la vez compatible con la disponibilidad de información y de utilidad en el análisis del comportamiento del consumidor.

2.- Dada la serie compatible de información obtenida en el punto anterior:

a) Estime y evalúe comparativamente algunos de los siguientes sistemas de demanda

- i) Doble logarítmico.
- ii) Sistema de Gasto Lineal.
- iii) Modelo de Rotterdam.
- iv) Modelo Translog.
- v) Sistema de Demanda Casi Ideal.

Defina cuidadosamente su criterio de evaluación.

b) Estime las elasticidades precio e ingreso para cada bien. Interprete sus resultados.

c) Discuta y defienda detalladamente el método econométrico elegido para realizar la estimación de cada modelo.

3.- Utilizando los modelos de Rotterdam, Translog y Sistema de Demanda Casi Ideal ponga a prueba las hipótesis de **homogeneidad** y de **simetría** del sistema de demanda. Interprete sus resultados cuidadosamente y compárelos con resultados para otras economías.

4.- Utilizando el modelo translog ponga a prueba las hipótesis sobre la **forma funcional** del sistema de demanda. Específicamente, dada la validéz de la teoría de la demanda:

i) Pruebe la hipótesis de aditividad de la función de utilidad.

ii) Pruebe la hipótesis de homoteticidad.

iii) Pruebe conjuntamente aditividad y homoteticidad.

iv) Si se acepta aditividad pero no homoteticidad, pruebe aditividad explícita.

v) Si se acepta homoteticidad pero no aditividad, pruebe homogeneidad.

vi) Dada aditividad y homoteticidad, pruebe aditividad explícita.

vii) Dada aditividad y homoteticidad, pruebe homogeneidad.

viii) Pruebe finalmente la hipótesis de que la función directa de utilidad es lineal en logaritmos.

5.- Replique los resultados de García Alba y evalúe la metodología del autor a la luz de sus propios resultados.

6.- A partir de la implemetación del régimen de precios administrados asociados con el Pacto de Solidaridad Económica y la apertura comercial, se ha iniciado un proceso de contracción del precio relativo de los alimentos y de otros bienes manufacturados y un incremento del precio relativo de los servicios. Basado en sus resultados evalúe el resultado del efecto sustitución e ingreso de este fenómeno.

NOTA: Asegurese de fundamentar cada uno de estos puntos en la bibliografía relevante."

I.- INTRODUCCION.

Desde fines del siglo XIX se construyeron elementos específicos relacionados con la teoría de preferencias en economía, mismos que proporcionaban una formulación axiomática que pretendía modelar el equilibrio de mercado propuesto por A. Smith. Una parte central de este desarrollo argumentaba un valor negativo a la pendiente de la curva de demanda.

Durante los siglos XVIII y XIX se tuvo poco o nulo desarrollo en la medición de curvas de demanda. Esto se atribuye a que las técnicas de correlación y regresión se desarrollaron hasta fines del siglo XIX.

Sin embargo, es hasta los últimos años del siglo pasado cuando los trabajos de Marshall fusionan los enfoques teórico y empírico. La gran contribución de Marshall fue la clarificación y elaboración del concepto de elasticidad de la demanda, la cual ofreció un marco donde las medidas numéricas de algunas características del mercado se vieron afectadas.

En 1914 Lehfeldt estimó la elasticidad de la demanda de trigo en Inglaterra. Entre 1914 y 1929 Moore discutió explícitamente el problema de los desplazamientos en las curvas de oferta y demanda y la posición del equilibrio de mercado en el corto y largo plazo. Durante los 30's la teoría moderna de muestreo realizó contribuciones al problema de medición, específicamente en la estimación y pronóstico del error, (Brown y Deaton, 1972).

Ya para 1939 habían sido probadas la fortaleza (o debilidad) de lo que se podría llamar el análisis clásico de la teoría de la demanda. Se podría caracterizar dicho enfoque clásico por la aplicación de variantes en el ajuste uniecuacional con mínimos cuadrados, utilizando series de tiempo y datos de corte transversal, con modelos basados en los resultados teóricos de Slutsky, Allen y Hicks. Sin embargo, debido a la Segunda Guerra Mundial fue hasta los 50's cuando se publicaron los estudios realizados anteriormente.

Los sistemas completos de funciones de demanda se han convertido en una herramienta comúnmente aplicada al llevar a cabo política económica. Sin embargo, la aplicación de esos modelos se encuentra con problemas teóricos y empíricos.

Se sabe, en general, que algunas implicaciones de la teoría de la demanda no se mantienen para un nivel agregado, según muestran los resultados de Christensen, Jorgenson y Lau (1975), Deaton y Muellbauer (1980a), Theil (1971) y Barnett (1981). En otros estudios se han probado los supuestos acerca de la forma funcional, sin imponer las restricciones de teoría de la demanda, Deaton (1974).

Sin embargo, en la práctica, los datos con un detallado grado de agregación son escasos, y la variación de precios es insuficiente para dar buenas respuestas en las demandas estimadas, ante cambios en precios, como lo señala Klevmarken (1979).

A pesar de esos problemas, en el presente estudio se aplican cinco modelos de sistemas de demanda del consumidor a datos provenientes del Sistema de Cuentas Nacionales de México. Se pretende hacer un estudio comparativo de los mismos, siguiendo el análisis desarrollado por Klevmarken (1979), de tal manera que ambos trabajos puedan ser comparados.

Los modelos analizados son: el Modelo de Elasticidades Constantes, el Sistema de Gasto Lineal (LES), el Modelo de Rotterdam, el Modelo Translog y el Sistema de Demanda Casi Ideal (AIDS). Dichos modelos son comparados, tomando como criterio base, el valor de las elasticidades reportadas por cada uno de ellos.

El modelo de elasticidades constantes, el de Rotterdam y el sistema de gasto lineal son estimados con una agregación a nivel de seis bienes: alimentos, textiles, productos químicos, otras manufacturas, vivienda y servicios financieros y otros servicios; el de Rotterdam, el translog y el sistema de demanda casi ideal se estiman con una agregación a nivel de tres bienes: alimentos, servicios y otros bienes manufacturados.

Para el grupo de modelos estimados con una agregación a nivel de tres bienes, se imponen y prueban las restricciones de teoría económica: simetría y homogeneidad, rechazándose ambas en cada caso. Para el modelo translog se llevan a cabo las pruebas referentes a la forma funcional, dada la validez de la teoría económica, para la función de utilidad directa e indirecta.

Por otra parte se hace una evaluación de los efectos sustitución e ingreso, sobre las cantidades consumidas de alimentos y servicios, para niveles de agregación a tres y seis bienes. Para llevar a cabo tal evaluación se utilizan

las elasticidades calculadas en el último año de la muestra, 1983. Los modelos empleados son el de Rotterdam, el sistema de gasto lineal y el modelo de elasticidades constantes.

Finalmente, se procede a comparar los resultados obtenidos por García Alba (1986), con los encontrados en este ensayo. Los modelos sujetos a comparación son el sistema alternativo propuesto por García Alba, el sistema de gasto lineal y el sistema de demanda casi ideal.

El ensayo se encuentra organizado de la siguiente manera: el punto dos presenta el marco teórico del mismo, mencionando los principales postulados de la teoría de la demanda, así como la versión determinística de cada modelo estudiado, con sus principales características. En el punto tres se da la versión estocástica de cada modelo y los métodos de estimación utilizados.

El apartado cuatro da las características más importantes de la información utilizada y los principales resultados encontrados al estimar los modelos con los distintos niveles de agregación; se someten a prueba las características impuestas por la teoría de la demanda y las hipótesis sobre la forma funcional de la función de utilidad.

En la sección cinco se presentan los resultados obtenidos al evaluar los efectos ingreso y sustitución, así como los comentarios respecto al trabajo de García Alba. La parte seis comprende las principales conclusiones encontradas, mencionado también las debilidades de la investigación. Se anexa una sección de apéndice estadístico y de cuadros.

II.- MARCO TEORICO.

A.- LA TEORIA DE LA DEMANDA.

La existencia de una función de demanda presupone un orden de preferencias; sin embargo para que dicho sistema de preferencias exista deben de cumplirse los axiomas de selección. Una formulación de tales axiomas es:

- 1.- Reflexividad.
- 2.- Complementariedad o Comparabilidad.
- 3.- Transitividad o Consistencia.
- 4.- Continuidad.
- 5.- No Saciedad.
- 6.- Convexidad.

Una vez que se garantiza la existencia de un sistema de preferencias, y se combinan éstas con la restricción presupuestal, el problema se reduce al problema de maximización de utilidad estándar. Las funciones de demanda se obtienen como solución de:

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & U(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ \text{s.a.} & \sum p_k q_k = X \end{array}$$

donde

U(.)	Utilidad.
p_k	precio del bien k.
q_k	cantidad del bien k
x	gasto total

La solución a dicho problema da la función de demanda marshalliana:

$$q_i = q_i(x, p_1, \dots, p_n).$$

Cuando la función es continua el mismo problema puede ser expresado como:

$$\text{Max.} \quad Z = u(q_1, \dots, q_n) + \lambda [x - \sum p_k q_k]$$

siendo la solución: $\frac{\partial u(\dots)}{\partial q_i} = \lambda p_i$ $i=1, \dots, n.$

$$x = \sum p_k q_k$$

el sistema de demanda marshaliano.

Sin embargo existen dos formas de llegar al mismo resultado:

$$\text{Max. } U = U(q_1, \dots, q_n)$$

$$\text{s. a. } \sum p_k q_k = X$$

o

$$\text{Min. } X = \sum p_k q_k$$

$$\text{s.a. } U = U(q_1, \dots, q_n)$$

donde las soluciones son:

$$q_i = q_i(x, p_1, \dots, p_n) = h_i(u, p_1, \dots, p_n); \quad i=1, \dots, n$$

por lo que podemos escribir:

$$U = v[q_1(x, p), q_2(x, p), \dots, q_n(x, p)] = \psi(x, p)$$

$$X = c(u, p)$$

encontrando de esta forma la función indirecta de utilidad.

$$\psi(x, p) = \text{Max}_q [v(q_1, \dots, q_n) : \sum p_k q_k = X]$$

y la función de costos.

$$c(u, p) = \text{Min}_q [\sum p_k q_k : v(q_1, \dots, q_n) = u]$$

La función de costos debe de cumplir con ciertas propiedades, las cuales son: homogeneidad de grado uno en precios; debe de ser creciente en U, no decreciente en P y creciente en al menos un precio. Finalmente las derivadas con respecto al precio en la función de costos son las demandas hicksianas o compensadas.

Con todo lo anterior se pueden mencionar las propiedades que deben de cumplir los sistemas de demanda:

1.- Suma.

El valor total de la demanda hicksiana y la marshaliana es el gasto total, esto es,

$$\sum p_k h(u, p) = \sum p_k q_k(x, p) = X$$

2.- Homogeneidad.

La demanda hicksiana es homogénea de grado cero en precios; la marshalliana en precios e ingreso.

3.- Simetría.

Las derivadas precio cruzadas de las demandas hicksianas son simétricas:

$$\frac{\partial h_i(u, P)}{\partial P_j} = \frac{\partial h_j(u, P)}{\partial P_i} \quad ; \quad \forall i \neq j$$

4.- Negatividad.

La matriz cuadrada (nxn) formada por los elementos $\partial h_i / \partial p_j$ es negativa semidefinida:

$$\sum_i \sum_j \xi_i \xi_j \partial h_i / \partial p_j \leq 0$$

tal que si S es la matriz de Slutsky $s_{ii} < 0. \quad \forall i.$

Existen entonces cuatro propiedades generales básicas para las funciones de demanda: la de suma, homogeneidad de grado cero en precios y gasto total y que sus respuestas en precios compensadas son simétricas, formando una matriz negativa semidefinida. La propiedad de suma y de homogeneidad son consecuencia de la restricción de presupuesto.

Sin embargo la de simetría es una garantía y prueba de la consistencia en la elección del consumidor; sin ella se elige en forma inconsistente. La negatividad proviene de la concavidad de la función de costos, misma que se deriva de la minimización de costos o de la maximización de utilidad. Simetría y negatividad son consecuencia directa de los axiomas 1 a 5 o del supuesto de selección racional.

Además, la simetría de la matriz de sustitución de Slutsky es la condición fundamental de integrabilidad de la teoría de la demanda. La función de costos que resulta de la integración debe ser cóncava y lineal homogénea. Lo anterior se da automáticamente si la matriz de sustitución además de ser simétrica es negativa semidefinida.

Aunque las condiciones de agregación, homogeneidad, simetría y negatividad son completas, si se trabaja con primeras diferencias se requiere la condición de integrabilidad. El significado económico de la idea matemática de integrabilidad es la consistencia en la selección del consumidor.

B.- MODELO DE ELASTICIDADES CONSTANTES.

El modelo de elasticidades constantes resulta ser uno de los más sencillos para estimar; sin embargo no permite probar las restricciones de teoría de la demanda, debido a que se estima ecuación por ecuación. Su especificación viene dada por:

$$\ln q_i = \alpha_0 + \alpha_i \ln (p_i/p) + \beta_i \ln (x/p)$$

donde

\ln logaritmo natural

q_i cantidad consumida del bien i.

p_i precio del bien i.

x gasto total.

P índice de precios.

$$P = \sum w_k \ln p_k$$

w_k participación del bien k dentro del gasto.

p_k precio del bien k.

La característica principal de este modelo es que los coeficientes estimados representan elasticidades, pero sólo permite probar homogeneidad y no simetría.

C.- SISTEMA DE GASTO LINEAL. (LES).

Stone (1953), resolvió el problema de disponibilidad de datos utilizando una forma logarítmica para la función de utilidad, y aplicando las restricciones de homogeneidad para reducir el número de parámetros a estimar. Cuando se imponen las restricciones de suma, homogeneidad y simetría resulta el sistema de gasto lineal, donde el gasto en el bien i es una función del gasto total:

$$v_i = p_i q_i = p_i \gamma_i + \beta_i (v - \sum p_j \gamma_j)$$

donde

x gasto total

q_i cantidad del bien i .

p_i precio del bien i .

v_i gasto en el bien i .

γ_i mínimo de subsistencia en el bien i .

β propensión marginal a gastar.

El LES se deriva de una función de utilidad aditiva de la forma

$$u(q) = \sum f_i(q_i)$$

$$y \quad f_i(q_i) = \beta_i \log(q_i - \gamma_i)$$

$$q_i > \gamma_i \quad ; \quad \beta_i > 0 \quad ; \quad \sum \beta_i = 1 \quad ; \quad i = 1, \dots, n$$

Bajo el LES pueden existir bienes inferiores sólo cuando su correspondiente β_i es negativo, pero esto viola la concavidad de la función de costos y podría resultar con elasticidad precio positiva. Por lo tanto, si todos los β_i son positivas, no pueden existir bienes complementarios, todos son sustitutos. Otra característica del LES es la proporcionalidad existente entre el valor de la elasticidad ingreso y la elasticidad precio directa.

D.- MODELO DE ROTTERDAM.

Una de las ventajas de este modelo es que, a diferencia del doble logaritmo, nos permite estimar elasticidades variables. Además, es relativamente fácil imponer y probar de restricciones implicadas por la teoría de la demanda.

$$\begin{aligned} & \text{Si max. } U(q_1, q_2, \dots, q_n) \\ & \text{s. a. } \sum p_i q_i = x \end{aligned}$$

donde $U(\cdot)$ función de utilidad.

p_i = precio.

q_i = cantidad.

x = ingreso.

n = bienes.

obtenemos la función de demanda

$$q_i = q_i(x, p_1, \dots, p_n)$$

de donde si diferenciamos y multiplicamos por la participación del bien dentro del gasto resulta:

$$w_i d \log q_i = b_i d \log x + \sum_j C_{ij} d \log p_j$$

$$b_i = w_i e_i = p_i \frac{\partial q_i}{\partial x}$$

$$C_{ij} = w_i e_{ij} = \frac{p_i p_j}{x} s_{ij}$$

donde

s_{ij} es el término (i, j) de la matriz de sustitución.

e_i es la elasticidad ingreso del bien i .

e'_{ij} es la elasticidad precio compensada del bien i con respecto al precio j .

w_i es la participación del bien i dentro del gasto total.

Las restricciones que impone este modelo son la de Engel:

$$\sum_k b_k = 1$$

la de suma:

$$\sum_k C_{kj} = 0$$

la de homogeneidad

$$\sum_k C_{jk} = 0$$

y la de simetría

$$C_{ij} = C_{ji}$$

Para este modelo se imponen las restricciones de la ley de Engel y las de suma. Se pueden imponer y probar las de homogeneidad y simetría.

E.- MODELO TRANSLOG.

El modelo translog forma parte del tipo de trabajos que consisten en aproximar la función de utilidad directa, la función de utilidad indirecta o la función de costos por alguna forma funcional específica que puede ser una aproximación a cualquier función de utilidad. Esta función permite que las participaciones en el gasto de cada bien varíen con el nivel de gasto total, así como una mayor variedad de los patrones de sustitución entre los bienes, en comparación con las funciones basadas en elasticidades de sustitución iguales y constantes entre todos los pares de bienes.

La característica principal del modelo translog es que permite desarrollar las pruebas de la teoría de la demanda de tal forma que no se emplea aditividad u homoteticidad como parte de la hipótesis mantenida. De igual forma permite someter a prueba la hipótesis sobre la existencia de una forma funcional determinada.

Función de Utilidad Translog Directa.

La función de utilidad directa U puede ser representada en la forma de

$$\ln U = \ln U(X_1, X_2, \dots, X_m)$$

donde X_i es la cantidad consumida del i -ésimo bien. El consumidor maximiza utilidad sujeto a la restricción de presupuesto:

$$\sum p_i x_i = M$$

donde p_i es el precio del i -ésimo bien y M es el valor del gasto total.

Siguiendo a Christensen, Jorgenson y Lau (1975), se aproxima el negativo del logaritmo de la función de utilidad directa a una función cuadrática en el logaritmo de las cantidades consumidas:

$$-\ln U = \alpha_0 + \sum \alpha_i \ln x + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln x \ln x$$

obteniendo

$$\frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ji} \ln X_j}{\alpha_m + \sum \beta_{mj} \ln X_j}$$

$$j = 1, 2, 3 \dots m$$

La restricción de presupuesto implica que

$$\sum p_i x_i / M = 1$$

tal que, dados los parámetros de cualesquiera $m - 1$ ecuaciones, por las participaciones dentro del presupuesto, los parámetros de la m -ésima ecuación α_m y β_{mj} pueden ser determinados por las definiciones de α_m y β_m , donde

$$\alpha_m = \sum \alpha_k = -1$$

$$\beta_{mi} = \sum \beta_{mi} \quad i=1, 2, 3 \dots m$$

Función de Utilidad Translog Indirecta.

La función indirecta de utilidad es representada por funciones que son cuadráticas en los logaritmos de las razones de precios a gasto total. Estas funciones indirectas de utilidad no son requeridas a ser aditivas u homotéticas, y se las maneja posteriormente como las funciones de utilidad translog (trascendental logarítmica) indirectas.

La función de utilidad indirecta puede ser representada en la forma:

$$\ln V = \ln V(p_1/M, \dots, p_m/M)$$

Utilizando la identidad de Roy en términos logarítmicos y partiendo de la función de utilidad indirecta, aproximada por una función cuadrática en las razones de precios a gasto total

$$\ln V = \alpha_0 + \sum \alpha_i \ln p_i / M + 1/2 \sum_{i,j} \beta_{ij} \ln p_i / M \ln p_j / M$$

y definiendo como antes

$$\alpha_m = \sum \alpha_k$$

$$\beta_{mi} = \sum \beta_{ij} \quad (i=1, 2, \dots, m)$$

llegamos a que:

$$\frac{p_j x_j}{M} = \frac{\alpha_j + \sum \beta_{ij} \ln \left(\frac{p_j}{M} \right)}{\alpha_m + \sum \beta_{mi} \ln \left(\frac{p_i}{M} \right)} \quad (j=1, 2, \dots, m)$$

La restricción de presupuesto implica que dados los parámetros de $m-1$ ecuaciones para las participaciones dentro del presupuesto, los parámetros de la m -ésima ecuación, α_m y β_{mj} ($j=1, 2, \dots, m$), pueden ser determinados de las definiciones de α_m y β_{mj} ($j=1, 2, \dots, m$).

Igual que antes se puede normalizar los parámetros tal que

$$\alpha_m = \sum \alpha_k = -1$$

Restricciones en la Función Translog.

En la función translog se estiman $m-1$ ecuaciones para las participaciones dentro del presupuesto, sujeto a la normalización de que $\sum \alpha_k = -1$. Si las ecuaciones son generadas mediante la maximización de utilidad, los parámetros β_{mj} ($j = 1, 2, \dots, m$) que aparecen en cada ecuación son los mismos. Esta es conocida como la restricción de igualdad. Por otra parte, para que el Hesiano del logaritmo de la función de utilidad sea simétrico, se debe de cumplir la condición $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ ($i \neq j; i, j, = 1, 2, \dots, m$). Esta es la restricción de simetría.

Si la función de utilidad es aditiva, se puede escribir como

$$\ln U = F \left[\sum \ln U^i (x_i) \right]$$

Bajo aditividad los parámetros satisfacen la restricción

$$\beta_{ij} = \theta \alpha_i \alpha_j$$

donde

$$\theta = - F'' / (F')^2$$

F'' , F' son derivadas implícitas de la función de utilidad.

La función de utilidad translog satisface la condición de aditividad explícita si $\ln U$ se puede escribir como la suma de m funciones, cada una dependiendo sólo de una cantidad demandada, eso implica que $\theta = 0$.

Si la función de utilidad translog es homotética, se puede escribir como

$$\ln u = F [\ln H(x_1, \dots, x_m)]$$

donde H es homogénea de primer grado. Además se puede definir

$$- \frac{\partial \ln u}{\partial \ln x_i} = \alpha_i \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$- \frac{\partial^2 \ln u}{\partial \ln x_j \partial \ln x_i} = \beta_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, m$$

tal que bajo homoteticidad se satisface con

$$\beta_{mi} = \sigma \alpha_i$$

donde

$$\sigma = \frac{\partial^2 F}{\partial \ln H^2}$$

Además, cuando fijamos $\sigma=0$ se impone la restricción de homogeneidad.

Los parámetros de la aproximación translog a una función de utilidad aditiva y homotética satisfacen las restricciones de aditividad y homoteticidad dadas antes, si

$$\beta_{ij} = \theta \alpha_i \alpha_j \quad (i \neq j, i, j = 1, \dots, m)$$

$$\beta_{ii} = (\sigma + \theta) \alpha_i + \theta \alpha_i$$

Para la agregación a nivel de tres bienes, las restricciones sobre teoría de la demanda y la forma funcional se impusieron como sigue:

Restricción de Igualdad. Los parámetros $\beta_{m1}, \beta_{m2}, \beta_{m3}$, de las ecuaciones estimadas toman los mismos valores. Tres restricciones.

Restricción de Simetría. Una de las restricciones es explícita al momento de estimar:

$$\beta_{12} = \beta_{21}$$

derivándose de ésta las siguientes:

$$\beta_{31} = \beta_{m1} - \beta_{11} - \beta_{21}$$

$$\beta_{32} = \beta_{m2} - \beta_{12} - \beta_{22}$$

tal que dos restricciones adicionales de simetría son implícitas en las ecuaciones estimadas

$$\beta_{13} = \beta_{M1} - \beta_{11} - \beta_{21}$$

$$\beta_{23} = \beta_{M2} - \beta_{12} - \beta_{22}$$

Existen tres restricciones.

Restricción de Aditividad. Dadas las restricciones de igualdad y simetría, la restricción de aditividad toma la forma

$$\beta_{12} = \theta \alpha_1 \alpha_2$$

$$\beta_{13} = \theta \alpha_1 (-1 - \alpha_1 - \alpha_2)$$

$$\beta_{23} = \theta \alpha_2 (-1 - \alpha_1 - \alpha_2)$$

Existen dos restricciones independientes debido a la introducción del parámetro θ .

Restricción de Homoteticidad. Dadas las restricciones de igualdad y simetría, homoteticidad implica

$$\beta_{M1} = \sigma \alpha_1$$

$$\beta_{M2} = \sigma \alpha_2$$

$$\beta_{M3} = \sigma (-1 - \alpha_1 - \alpha_2)$$

Al introducir el parámetro adicional σ , existen dos restricciones independientes.

Restricción de Aditividad Explícita. Dadas las restricciones de igualdad, simetría y aditividad, la función de utilidad translog es explícitamente aditiva bajo la siguiente restricción:

$$\theta = 0$$

Restricción de Homogeneidad. Dadas las restricciones de igualdad, simetría y homoteticidad, la restricción de homogeneidad toma la forma:

$$\sigma = 0$$

Restricción de la Linealidad en el Logaritmo de la Función de Utilidad. Dadas las restricciones de igualdad, simetría, aditividad y homoteticidad, la función de utilidad translog se reduce a una forma lineal logarítmica si:

$$\sigma = \theta = 0.$$

F.- SISTEMA DE DEMANDA CASI IDEAL.

Partiendo de la relación entre la participación del bien dentro del gasto y el logaritmo del gasto total

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \log x$$

y definiendo una función de costos

$$\log c(u, p) = a(p) + u b(p)$$

donde

$$a(p) = \alpha_0 + \sum_k \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \gamma_{kj} \log p_k \log p_j$$

$$b(p) = \beta_0 \prod p_k^{\beta_k}$$

α , β , γ son parámetros y las restricciones de homogeneidad en precios implican

$$\sum_1^n \alpha_k = 1 ; \sum_k \gamma_{ki} = \sum_i \gamma_{ki} = 0 ; \sum_1^n \beta_k = 0$$

podemos obtener

$$w_i = \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \log (x/p)$$

donde P es un índice de precios definido por

$$\log P = \alpha_0 + \sum_k \alpha_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \gamma_{kj} \log p_k \log p_j$$

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (\gamma_{ij} + \gamma_{ji}) = \gamma_{ji}$$

Las restricciones de Teoría Económica se aplican sobre los parámetros. La de suma requiere que, para todo j,

$$\sum_k \alpha_k = 1 \quad \sum_k \beta_k = 0 \quad \sum_k \gamma_{kj} = 0$$

la de homogeneidad,

$$\sum_k \gamma_{jk} = 0$$

la de simetría,

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$$

La estimación no restringida del modelo satisface automáticamente la restricción de suma tal que el Sistema de Demanda Casi Ideal (AIDS) ofrece la oportunidad de probar homogeneidad y simetría.

Dadas las restricciones de suma, homogeneidad y simetría, el sistema de funciones de demanda, mismo que sumado nos da el gasto total, es homogéneo de grado cero en precios y gasto total, satisfaciendo la simetría de la matriz de Slutsky.

Con todo eso, en el AIDS, en ausencia de cambios en precios relativos y gasto real, las participaciones dentro del presupuesto son constantes. Cambios en precios relativos trabajan a través de los términos γ_{ij} ; dichos parámetros tienen aproximadamente el mismo signo que las elasticidades precio cruzadas compensadas.

El parámetro β_i del AIDS determina si los bienes son lujos o necesidades. con $\beta_i > 0$, w_i crece con el gasto tal que i es un lujo. Si $\beta_i < 0$ es una necesidad. El parámetro γ_{ij} mide el cambio en la participación del i -ésimo bien dentro del presupuesto dado un cambio proporcional en p_j , manteniendo constante (x/p) . (Al momento de estimar p fue calculado como $\sum w_k \log p_k$ según lo proponen Deaton y Muellbauer, 1980a).

III.- ESPECIFICACION ESTOCASTICA Y METODOS DE ESTIMACION.

A.- ESPECIFICACION ESTOCASTICA.

Las anteriores ecuaciones de los modelos expuestos representan versiones no estocásticas de los mismos, debido a que no se incluye ningún término de error dentro de cada modelo. El término de error se incluye debido a la existencia de un efecto aleatorio de todas las variables diferentes a precios e ingreso.

Para el Modelo de Elasticidades Constantes la versión estocástica viene dada por

$$\ln q_{it} = \alpha_0 + \alpha_i \ln (P_{it}/P_t) + \beta_i \ln (X/P) + \varepsilon_{it}$$

suponiendo primeramente que los errores son homocedásticos y no autocorrelacionados, es decir

$$E(\varepsilon_{it}) = 0 \quad ; \quad \bar{c}(\varepsilon_{is}, \varepsilon_{it}) = \begin{cases} \sigma_{is} & \forall s = t \\ 0 & \forall s \neq t \end{cases}$$

Después de examinar la autocorrelación de los residuos, al modelo se le incluyó el supuesto de autocorrelación de los errores

$$\varepsilon_{it} = \rho_i \varepsilon_{i,t-1} + u_{it}$$

La técnica utilizada para estimar los parámetros consistió en mínimos cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados corregidos por autocorrelación.

Para el Modelo de Rotterdam la especificación empírica viene dada por la ecuación:

$$w_{it} d \log q_{it} = b_i d \log X + \sum_j c_{ij} d \log P_j + \varepsilon_{it}$$

El último término (ε_{it}) es la perturbación en la demanda, el cual es visto como el efecto aleatorio de todas las variables diferentes a precios e ingreso. Supongo que dicho término aleatorio tiene esperanza cero, cumple con el postulado de homocedasticidad y no autocorrelación y además proviene de una distribución normal multivariada, es decir:

$$\varepsilon_{it} \sim N(0, \Omega)$$

donde la matriz Ω (nxn) de los ε_{it} es la matriz de Var-Cov.

Al momento de hacer estimaciones, debido a que el modelo además de ser lineal en los parámetros, satisface la restricción de presupuesto, encontramos que la matriz de Var-Cov es singular de rango $(n-1)$. Esto nos indica que una ecuación de demanda es combinación lineal del resto, por lo que resulta redundante.

El sistema de gasto lineal, en una versión mas completa, cuando se toma en cuenta el ahorro, se convierte en el Sistema de Gasto Lineal Extendido (ELES). Una explicación mas detallada al respecto se encuentra en Lluch, Powell y Williams (1977). La representación estocástica del ELES puede ser escrita como:

$$V_{it} = p_{it} \gamma_i + \beta_i (X_t - \sum_j p_{jt} \gamma_j) + \epsilon_{it}$$

$$E(\epsilon_{it}) = 0; E(\epsilon_t \epsilon_t') = 0 \quad t \neq t'; E(\epsilon_t \epsilon_t') = \Omega$$

donde i denota bienes ($i=1, 2, \dots, n$), t denota muestra de observaciones, ϵ_t es un vector de términos de error $(\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \dots, \epsilon_{nt})$, y Ω es una matriz positiva definida de Var-Cov de los errores de las ecuaciones. Además ϵ_t se supone que proviene de una distribución multivariada normal. Se supone que se mantienen los supuestos clásicos de comportamiento de los errores. (Lluch, Powell y Williams 1977).

La representación estocástica del LES se representa como:

$$V_{it} = p_{it} \gamma_i + \beta_i (X_t - \sum_j p_{jt} \gamma_j) + u_{it}$$

$$E(u_{it}) = 0; E(u_t u_t') = \Lambda; E(u_t u_{t'}) = 0 \quad t \neq t'$$

donde $i=1, \dots, n; t, t'=1, \dots, T; u_t = (u_{1t}, \dots, u_{nt})'$ y Λ es una matriz singular de Var-Cov de errores de orden (nxn) . La singularidad de Λ se deriva de la propiedad $\sum u_{it} = 0$. Se supone nuevamente que los errores se distribuyen normalmente en forma conjunta.

Se puede demostrar que determinísticamente el ELES puede ser descompuesto en el LES, mediante el uso de una función de consumo agregada.

El término de error en el LES queda ahora:

$$u_{it} = \epsilon_{it} - \beta_i \epsilon_t$$

de donde se puede deducir que con el LES existe correlación contemporánea entre u_{it} y la variable explicativa estocástica, esto es:

$$plim T^{-1} \sum_t V_t u_{it} \neq 0$$

El método de estimación de ecuaciones aparentemente no relacionadas o de máxima verosimilitud aplicado al LES, puede no ser apropiado, por lo que los resultados deben de interpretarse con sus respectivas reservas.

En el modelo translog, dadas las perturbaciones en cualesquiera $m-1$ ecuaciones, la perturbación de la ecuación restante puede ser determinada de la restricción de presupuesto. Se requieren sólo $m-1$ ecuaciones para un modelo econométrico completo de sistemas de demanda.

Incluyendo el término estocástico al modelo translog, las ecuaciones a estimar vienen dadas por

$$w_{it} = \frac{\alpha_i + \sum_j \beta_{ij} \ln(p_j/M)}{-1 + \sum_j \beta_{mj} \ln(p_j/M)} + \varepsilon_{it}$$

donde $E(\varepsilon_{it}) = 0$

$$E(\varepsilon_{is}, \varepsilon_{it}) = \begin{cases} \sigma_{\varepsilon} & s = t \\ 0 & s \neq t \end{cases}$$

B.- METODO DE ESTIMACION.

Para llevar a cabo la estimación de todos los modelos, excepto el doble logarítmico, se utilizó el Método de Zellner de Ecuaciones Aparentemente No Relacionadas (SURE). Dicho método de mínimos cuadrados multivariados, resulta ser un método de mínimos cuadrados generalizados.

Bajo el SURE las varianzas de las perturbaciones son diferentes en varias ecuaciones, aunque los supuestos de homocedasticidad y cero autocorrelación se mantienen dentro de cada una de las ecuaciones y se asigna una covarianza cero entre las perturbaciones de diferentes ecuaciones, suponiendo que para cualquier par de ecuaciones, la covarianza es la misma dentro de cualquier punto dentro de la muestra.

Las ganancias de eficiencia dadas por la estimación del Método de Zellner sobre los estimadores de mínimos cuadrados ordinarios, se incrementa directamente con la correlación entre las perturbaciones de distintas ecuaciones, y se reduce conforme la correlación entre diferentes conjuntos de variables explicatorias se incrementa.

La selección de la ecuación a omitir es una decisión arbitraria, sin embargo, los estimadores SURE no son invariantes respecto a la ecuación omitida, aunque el proceso iterativo de este método produce parámetros estimados que convergen a los parámetros estimados bajo máxima verosimilitud, los cuales son únicos e independientes de la ecuación que se omite para estimar el modelo.

Sin embargo, cuando el conjunto de variables explicatorias es el mismo para cada una de las ecuaciones dentro del conjunto de ecuaciones, el estimar bajo SURE da los mismos resultados que se obtendrían aplicando, mínimos cuadrados ordinarios, a cada ecuación en forma separada.

En este ejercicio, tal situación se presenta para todos los modelos estimados, excepto el doble logarítmico. Pero se insiste en estimar los conjuntos de ecuaciones, mediante la técnica de ecuaciones aparentemente no relacionadas, debido a que, primeramente, para el conjunto de estimaciones con una agregación a nivel de tres bienes, sólo con SURE pueden ser sometidas a contrastación empírica, las restricciones impuestas por la teoría de la demanda.

Para el conjunto de estimaciones con una agregación a nivel de seis bienes, se utilizó el Método de Zellner ya que se desea obtener los valores de las elasticidades ingreso y precio directas, cuando se imponen las restricciones de teoría económica. Con mínimos cuadrados ordinarios la falsación de los postulados de teoría de la demanda no puede llevarse a cabo, debido a que implica restricciones entre ecuaciones.

El método iterativo utilizado fue el de Bard (Hall, 1983), intenta maximizar la función de verosimilitud, evaluando las derivadas de las ecuaciones con respecto a los parámetros, observando si el valor de la función máximo verosimil cambia significativamente, una vez establecido un limite de tolerancia.

IV.- DATOS Y RESULTADOS.

A.- AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES.

El período muestral seleccionado al realizar este ejercicio es el de 1960 a 1983. Los datos de 1970 a 1983 provienen del **Sistema De Cuentas Nacionales De México** publicados por el INEGI y estimados en base de la matriz de insumo producto de 1970. La serie de datos disponibles a partir de 1984 no es compatible con los datos anteriores ya que a partir de esa fecha se calculan usando la matriz de insumo-producto de 1980. Para el período de 1960 a 1969 se utilizan las estimaciones de **García Alba(1986)** quien transforma los antiguos datos de las cuentas nacionales basados en la matriz de 1960 a la base de la matriz de 1970.

En un primer experimento se descompone el consumo privado en seis bienes de acuerdo a la clasificación por sector de origen. La agregación correspondiente se presenta en el Cuadro 1 en tanto que las series se presentan en Apéndice Estadístico.

Sobre la base de esta agregación se estiman los modelos doble logarítmico, el de gasto lineal y el de Rotterdam.

MODELO DE ELASTICIDADES CONSTANTES.

Este modelo se eligió a fin de que sirviera como marco de referencia al evaluar los modelos alternativos. Entre las ventajas de esta formulación podemos mencionar la fácil estimación e interpretación de sus parámetros así como el uso generalizado del cual ha sido objeto.

Sin embargo, los resultados que arroja la aplicación de este modelo, presentados en el cuadro 2, no son aceptables. En este caso se realiza la estimación ecuación por ecuación, utilizando mínimos cuadrados corregidos por autocorrelación.

Las elasticidades-ingreso son estimadas con un alto nivel de confianza y con el signo esperado. Para el caso del grupo de bienes 2, 3, y 6 los coeficientes correspondientes a la elasticidad precio directa resultaron ser con el signo contrario al esperado y no significativos, excepto para el grupo 6.

Unicamente los grupos de bienes 4 y 5 observaron una elasticidad precio directa negativa y significativamente distinta de cero. En general, los valores de los parámetros estimados parecen reflejar la omisión de variables relevantes.

Particularmente, los resultados de este modelo se podrían atribuir a la exclusión de los efectos precio cruzados. Sin embargo, el pobre desempeño del modelo de elasticidades constantes se debe a la ausencia de la imposición de las restricciones básicas de teoría económica, simetría y las condiciones de agregación.

MODELO DE ROTTERDAM.

Una de las críticas del modelo doble logarítmico es que no permite que las elasticidades varíen. Esta restricción no es impuesta en el modelo de Rotterdam, donde las elasticidades estimadas varían con cambios en la participación del gasto del bien dentro del gasto total.

Un inconveniente del modelo de Rotterdam en su forma no restricta es el relacionando al número de parámetros a estimar. Para el caso de seis grupos de bienes, el no imponer restricciones implica la estimación de 42 parámetros, que dada la disponibilidad de información resulta para fines prácticos, no operable.

Una vez que se imponen las restricciones correspondientes a las elasticidades ingreso, simetría, homogeneidad y de suma ponderada de los efectos compensados, se tienen que estimar sólo 20 parámetros. El método de estimación utilizado fue el desarrollo por Zellner de Ecuaciones Aparentemente No Relacionadas (SURE). El valor de los parámetros estimados son presentados en el cuadro 3.

Los parámetros b_i representan participaciones marginales en el presupuesto reflejando la asignación del ingreso adicional en el gasto de cada mercancía. Aquellos bienes donde la participación marginal en el presupuesto (b_i) excede a su participación total (w_i), pueden considerarse bienes de lujo, al incrementarse el ingreso, su participación en el total del gasto se incrementa. En cambio, bienes cuya participación marginal es inferior a su participación total pueden considerarse bienes necesarios.

Como lo muestra el cuadro 3, todos los b_i estimados resultaron ser significativos y con el signo esperado. El efecto sustitución respecto al precio propio resulta ser

negativo para los primeros cinco grupos de bienes, y significativamente distinto de cero para los bienes tres y cinco. El bien seis observó un efecto sustitución directo positivo, sin embargo no resultó significativo.

El cuadro 4 representa el cálculo de las elasticidades ingreso y precio directas para el año inicial y final de la muestra. Se observa una elasticidad ingreso menor a la unidad aunque creciente, para el grupo de los alimentos, al igual que para el grupo de vivienda y de electricidad, lo que les da una categoría de "necesarios". El grupo de otros bienes manufacturados observa la mayor elasticidad ingreso, en tanto los de productos químicos y textiles cuentan con mayor sensibilidad respecto al precio propio.

SISTEMA DE GASTO LINEAL (LES).

Al igual que en el modelo de Rotterdam, los parámetros del LES se estimaron mediante el método propuesto por Zellner. El problema que se presentó al llevar a cabo dicha estimación fue el imponer la restricción de que las cantidades mínimas de subsistencia fuesen menores a la cantidad consumida del bien en cuestión, de tal manera que se corrieron dos modelos del LES.

El primer modelo sin imponer la restricción antes mencionada, en tanto que en el segundo se fijan las cantidades mínimas de subsistencia en el nivel mínimo observado de la cantidad consumida dentro del período muestral. En el primer caso, Modelo I, se estimaron tanto mínimos de subsistencia como propensiones marginales a gastar, en el segundo; Modelo II, se estimaron únicamente las propensiones marginales a gastar. Los resultados aparecen en el cuadro 5.

La restricción sobre los mínimos de subsistencia se impuso debido a que, sin imponerla, las elasticidades compensadas resultaban positivas para los primeros años de la muestra, en todos los bienes. Una vez impuesta dicha restricción cambiaron los signos de las elasticidades directas compensadas.

Todos los parámetros estimados en ambos modelos resultaron ser significativamente distintos de cero y con el signo esperado. Además, existe poca diferencia entre los mínimos de subsistencia estimados y los impuestos para cada uno de los bienes. Al mismo tiempo, las propensiones marginales a gastar estimadas en el Modelo I difieren muy poco de las estimadas en el Modelo II.

Para probar si se aceptaba o no la restricción impuesta se calculó:

$$2 \left[\log L(\hat{\theta}) - \log L(\tilde{\theta}) \right]$$

donde $\log L(\hat{\theta})$ Logaritmo de la función de Máxima Verosimilitud sin imponer restricciones.
 $\log L(\tilde{\theta})$ Logaritmo de la función de Máxima Verosimilitud con las restricciones impuestas.

El valor de la chi-cuadrada calculada fue de 35.662, que al compararla con la chi-cuadrada crítica, con seis grados de libertad y un 95 por ciento de confianza, con un valor de 12.592, se rechazó la hipótesis nula.

En cuanto al valor de las elasticidades aparecieron todas con el signo esperado, calculándose mediante las fórmulas propuestas por Lluch, Powell y Williams (1977). La elasticidad ingreso del grupo de alimentos son menores a la unidad y crecientes a lo largo del tiempo; las del grupo de textiles son menores a la unidad y decrecientes. El grupo de otras manufacturas presenta la mayor sensibilidad ante cambios en el ingreso.

Las elasticidades precio directas resultaron ser con el signo esperado y menores a la unidad para los bienes 1,3,4,5 y 6, cuando no se imponen los mínimos de subsistencia, contando con la elasticidad precio directa del bien dos positiva.

Este problema se corrige cuando se impone el mínimo de subsistencia. El cuadro 6 muestra los valores de la elasticidad gasto y precio directas para los años primero y último de la muestra, para el caso en que se imponen las restricciones sobre mínimos de subsistencia.

El evaluar hasta este punto, la superioridad o inferioridad de los tres modelos expuestos, involucra ciertos juicios subjetivos, sin embargo existen algunas conclusiones a las que es fácil llegar. Observando los valores de las elasticidades calculadas el modelo doble logarítmico o de elasticidades constantes resulta ser inferior, tanto al modelo de Rotterdam como al LES, debido a que presenta parámetros no significativos y con signo contrario al esperado.

El modelo de Rotterdam y el LES presentan un buen desempeño en lo que a elasticidades ingreso se refiere, ya que reportan elasticidades positivas para todos los bienes así como dentro del rango esperado; es decir, valores menores a la unidad para alimentos y mayores a la unidad para bienes como manufacturas, productos químicos y textiles, que es lo esperado dada la Teoría Económica.

Cuando se evalúan las elasticidades precio directas, el modelo de Rotterdam parece ser inferior al modelo de Gasto Lineal, ya que presenta una elasticidad precio directa positiva para el bien seis; esto no sucede para el LES. Sin embargo, a priori no podemos saber si este buen desempeño del LES sea atribuible a los supuestos implicados por la forma funcional adoptada.

Una conclusión sería que los modelos de demanda tienden a ser superiores al modelo más sencillo adoptado, el doble logarítmico, pero no existe nada que nos proponga la existencia de un modelo mejor que otro.

B.- AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES.

Debido a la disponibilidad de los datos fue necesario aumentar el nivel de agregación de los bienes con el fin de probar las restricciones implicadas por la Teoría de la Demanda: Simetría y Homogeneidad. De este modo se agregaron los gastos en consumo dentro de tres grandes bienes: alimentos, servicios y otros bienes manufacturados. La correspondencia entre nuestros grupos y los de las Cuentas Nacionales se presentan en el cuadro 7.

MODELO DE ROTTERDAM.

Con este nivel de agregación, el modelo de Rotterdam implica estimar dos ecuaciones, debido a que se cumple con la restricción de presupuesto, con un total de cuatro parámetros cada una. La tercera ecuación, correspondiente a servicios se estimó dados los resultados obtenidos al estimar la de alimentos y otros bienes manufacturados.

Los coeficientes correspondientes al término ingreso resultaron ser significativos con un nivel de confianza del 95 por ciento. Sin embargo el efecto precio directo para el bien 2 resultó significativo pero con el signo contrario al esperado. Los resultados de esta estimación no restringida se presentan en el cuadro 8. Tales resultados son esperados debido a que no son impuestas las restricciones de Teoría Económica.

Una vez que se impone simetría y homogeneidad los resultados cambian favorablemente. Los parámetros estimados correspondientes al término de ingreso continúan siendo significativos y con el signo esperado. Además, los efectos precio directo aparecen ya con signo negativo, pero sólo el del bien dos es significativo con un nivel de confianza del 95 por ciento. De la ecuación excluida sólo fue significativo el coeficiente del ingreso. Los parámetros estimados para este modelo son presentados en el cuadro 8.

Las elasticidades ingreso, obtenidas dividiendo el parámetro i por la participación w_i , para los alimentos fué positivo, menor a la unidad y creciente a lo largo del tiempo; se observa una reducción en su valor una vez que son impuestas las restricciones de simetría y homogeneidad. Las manufacturas presentan una elasticidad ingreso mayor a la unidad y decreciente. El cuadro 9 presenta las elasticidades ingreso para el primer y último año del período muestral, para ambos modelos, restringido y no restringido.

El resultado correspondiente a las elasticidades precio no puede decirse sea o no mejor en alguno de los dos modelos. En el modelo no restringido, la elasticidad precio directa es positiva y mayor a la unidad para el bien dos, mientras que se observa el mismo signo para el bien tres en el modelo restringido.

Los efectos cruzados calculados en el modelo no restringido no son simétricos, en tanto esta restricción es impuesta en el modelo restringido. El cuadro 9 expone las elasticidades precio directas para el primer y último año de la serie, para el modelo restringido y no restringido.

MODELO TRANSLOG.

Al igual que en el modelo de Rotterdam, en el caso del translog, sólo se requiere estimar dos ecuaciones con un total de 14 parámetros cuando no se impone ningún tipo de restricción, tanto para la versión de la función de utilidad directa como en la indirecta.

Una vez que se imponen las propiedades de igualdad y simetría, el número de parámetros a estimar en el modelo I (función de utilidad directa) y II (función de utilidad indirecta), se reduce a 8 para cada modelo. Los resultados de los parámetros estimados se presentan en el cuadro 10 para la función de utilidad indirecta.

El modelo translog se estimó mediante el método de Zellner (SURE) mencionado anteriormente, sin embargo se presentaron problemas de singularidad de los datos al estimar la versión no restringida de cada modelo, así como al momento de imponer algunas restricciones sobre la forma funcional.

Para el cálculo de elasticidades tanto precio directas y cruzadas como ingreso, se siguió el procedimiento utilizado por Berndt, Darrough y Diewert (1977), mediante el uso de la identidad de Roy. Los resultados encontrados en lo que respecta a elasticidades son contrarios a los esperados; se observan elasticidades precio directas positivas y elasticidades ingreso negativas para cada uno de los bienes.

Los resultados obtenidos pueden reflejar el carácter muy irregular de la función translog.

SISTEMA DE DEMANDA CASI IDEAL.

Al igual que en los modelos anteriores, los parámetros del modelo se estiman utilizando sólo dos ecuaciones, dado el cumplimiento de la restricción de presupuesto, mediante el método de Zellner para ecuaciones aparentemente no relacionadas.

Se estiman dos modelos, el Modelo I o modelo que no incluye las restricciones de Teoría Económica y el Modelo II que incluye las restricciones de simetría y homogeneidad.

Al estimar el modelo no restringido resultan significativos once parámetros de los quince que conforman el modelo. Los términos independientes fueron positivos y significativamente distintos de cero, a un nivel de confianza del 95 por ciento. Los coeficientes correspondientes al término de ingreso también fueron significativos al mismo nivel de confianza, y además con el signo esperado.

Los alimentos y servicios aparecen como bienes necesarios, en tanto los otros bienes manufacturados son considerados como lujos. El efecto directo tiene el signo esperado para el bien dos y significativo. Los bienes uno y tres poseen un efecto precio directo positivo y significativo para el bien uno.

Cuando se imponen las restricciones de simetría y homogeneidad el signo y la significación de los términos independientes se mantienen; lo mismo pasa con la categoría de alimentos, continúan siendo una necesidad, en tanto los servicios y otros bienes manufacturados pasan a ser lujos. Sin embargo, el signo y la significación de los efectos directos también se mantienen. Los parámetros estimados se presentan en el cuadro 11.

C.- CONTRASTACION DE LA TEORIA DE DEMANDA.

Para probar la validez de las restricciones implicadas por la teoría de la demanda se emplea la prueba estadística basada en la razón de verosimilitud. La razón de verosimilitud es la razón del valor máximo de la función de verosimilitud para el modelo econométrico de demanda sujeto a las restricciones, al valor máximo de la función de verosimilitud del modelo sin restricciones. La razón de verosimilitud también se puede expresar en términos logarítmicos como:

$$2 \left[\log L(\hat{\theta}) - \log L(\tilde{\theta}) \right]$$

dónde $\log L(\hat{\theta})$ Logaritmo de la función de máxima verosimilitud del modelo no restringido.

$\log L(\tilde{\theta})$ Logaritmo de la función de máxima verosimilitud del modelo restringido.

Bajo la hipótesis nula, esta prueba estadística se distribuye asintóticamente como una chi-cuadrada con un número de grados de libertad igual al número de restricciones a ser probadas. Si el valor resultante de la chi-cuadrada excede al valor crítico preseleccionado, la hipótesis de que la teoría de la demanda es válida se rechaza.

Para los tres modelos sujetos a contrastación empírica se rechazó la teoría de la demanda, es decir, no se aceptaron los postulados de simetría y homogeneidad en el modelo de Rotterdam y en el sistema de demanda casi ideal, y de simetría e igualdad en el translog.

Para todos los casos la chi-cuadrada calculada excedió al valor crítico preseleccionado, con un nivel de confianza del 95 por ciento. El cuadro 12 muestra los resultados obtenidos. Los resultados aquí encontrados concuerdan con los hallazgos de Theil (1971) para los Países Bajos; de Christensen, Jorgenson y Lau (1975) para Estados Unidos; y Deaton y Muellbauer (1980) para el Reino Unido; en todos ellos se rechaza la teoría de la demanda.

D.- CONTRASTACION DE LA FORMA FUNCIONAL.

Para llevar a cabo las contrastaciones referentes a la forma funcional de la función de utilidad, se realizaron dos series de pruebas, para la función de utilidad directa y para la indirecta del modelo translog, asignando un nivel de significación total de .05 para cada serie de pruebas. Primero se asigna un nivel de significación de .01 para probar las restricciones de igualdad y simetría implicadas por la teoría de la demanda.

Posteriormente se asigna un nivel de significación de .04 para probar las restricciones sobre la forma funcional. Siguiendo a Christensen, Jorgenson y Lau (1975), bajo la hipótesis nula la suma de los niveles de significación proporciona una aproximación al nivel de significación total, para ambos conjuntos de pruebas.

Se asigna un nivel de significación de .01 para las cuatro hipótesis: aditividad, aditividad explícita, homoteticidad y homogeneidad, de tal forma que la suma de los niveles de significación proporcione un límite superior al nivel de confianza para las cuatro pruebas.

Se prueba nuevamente la teoría de la demanda con un nivel de significación de .01, rechazándose los postulados de simetría e igualdad. Posteriormente se prueba la hipótesis de aditividad y homoteticidad en forma independiente, partiendo de la validéz de la teoría de la demanda; de igual forma se prueba conjuntamente aditividad y homoteticidad. Si se acepta aditividad pero no homoteticidad, se prueba aditividad explícita; si se acepta homoteticidad pero no aditividad, se prueba homogeneidad.

Dada aditividad y homoteticidad se prueba primero, aditividad explícita y después homogeneidad. Finalmente, dada aditividad y homoteticidad se prueba la linealidad en la función de utilidad. El cuadro 13 presenta los valores críticos de la chi-cuadrada así como los grados de libertad correspondientes; el cuadro 14, presenta las pruebas estadísticas sobre teoría de demanda y forma funcional.

Dada la validéz de la teoría de la demanda se acepta aditividad en la función de utilidad directa, al igual que homoteticidad. Sin embargo, al imponer ambas restricciones la chi-cuadrada calculada excede al valor crítico. Para la función de utilidad indirecta se rechazan todas la pruebas anteriores.

Pensando en que aditividad se mantiene, aditividad explícita es rechazada para ambas funciones. Dada homoteticidad, homogeneidad es rechazada en ambas series de pruebas. Dada aditividad y homoteticidad, la propiedad de aditividad explícita es rechazada para ambas especificaciones en la función de utilidad. Sin embargo, fijando aditividad y homoteticidad, la propiedad de homogeneidad es aceptada para ambas funciones de utilidad. La linealidad en la función de utilidad es rechazada.

El objetivo central con el modelo translog fue probar la teoría de la demanda, sin imponer los supuestos de aditividad y homoteticidad como parte de la hipótesis mantenida. Para cada una de las series de pruebas, directa e indirecta, se concluye que la teoría de la demanda no es consistente con la evidencia disponible.

Por otra parte, si la teoría de la demanda fuera válida, las formas doble logarítmicas para los sistemas de demanda implicarían que la función de utilidad es lineal logarítmica. De igual manera, la validez de la teoría de la demanda conjuntamente con una forma para el sistema de demanda como el modelo de Rotterdam, implicaría una función de utilidad lineal logarítmica.

Con los resultados obtenidos no se acepta la integridad del modelo de Rotterdam. Para que esto suceda todas las participaciones del bien dentro del gasto deben ser constantes, y las elasticidades de sustitución entre todos los pares de bienes deben ser constantes e iguales a la unidad. Los resultados encontrados rechazan el supuesto de linealidad en la función de utilidad; se rechaza sin ambigüedad la teoría de la demanda.

Manteniendo la validez de la teoría de la demanda, fue aceptada la hipótesis de aditividad dentro de la serie directa de pruebas. Dicho supuesto, aditividad en la función de utilidad directa, es empleado como hipótesis mantenida por Houtakker en el sistema de demanda aditivo logarítmico, por Stone en el sistema de gasto lineal (Christensen, Jorgenson y Lau, 1975). De esta forma, resulta aceptable utilizar sistemas de demanda con la forma del sistema de gasto lineal.

Homoteticidad es aceptada, condicional a la validez de la teoría de la demanda, es decir, se acepta la proposición de que las participaciones del bien dentro del gasto son independientes del gasto total. Tal resultado es consistente con el uso de funciones de utilidad del tipo Cobb-Douglas, así como con el modelo doble logarítmico.

Nuevamente, dada la aceptación de la teoría de la demanda, la hipótesis de aditividad y homoteticidad es rechazada cuando se prueba conjuntamente para la serie directa de pruebas. Aditividad y homoteticidad implica que las elasticidades de sustitución entre todos los pares de bienes son constantes e iguales. Estas características son poseídas por las funciones de demanda doble logarítmicas y por el modelo de Rotterdam.

Procediendo condicionalmente sobre la teoría de la demanda, no es aceptada la hipótesis de aditividad explícita, es decir, en general no podemos aceptar que la función de utilidad se exprese como la suma de funciones, cada una dependiendo sólo de una de las cantidades demandadas. Este es el caso para la función de utilidad Cobb-Douglas y para el sistema de gasto lineal.

Finalmente, es aceptado el postulado de homogeneidad en la función de utilidad directa e indirecta. Esta es una condición necesaria y suficiente para que se mantenga la homoteticidad en la función de utilidad translog, ya que la aproximación translog a una función de utilidad homotética, no es necesariamente homotética. En este caso, resulta consistente el aceptar homogeneidad, debido a que ya se había aceptado homoteticidad para la serie directa de pruebas.

V.- APLICACION.

A.- EFECTOS SUSTITUCION E INGRESO.

Tomando los modelos de elasticidades constantes, de Rotterdam y sistema de gasto lineal, estimados con una agregación a nivel de seis bienes, como marco de referencia, se evaluaron los efectos de cambios en precios relativos sobre las cantidades consumidas de alimentos procesados.

Para llevar a cabo tal evaluación se utilizaron las elasticidades precio directas calculadas, para el año de 1983, para los modelos de Rotterdam y sistema de gasto lineal; las del modelo de elasticidades constantes corresponden a las estimadas para todo el período de la muestra, así como el cambio en el precio relativo de los alimentos observado durante el período que va del primer trimestre de 1988 al primer trimestre de 1990.

Utilizar este procedimiento implica restringir los resultados a obtener, debido a que implícitamente se está suponiendo que, a la fecha, se han mantenido constantes las elasticidades precio directas estimadas con modelos que permiten, a lo largo del tiempo, la variación de las mismas.

Esta forma de evaluar se utilizó también para calcular el efecto, sobre cantidades consumidas, del cambio en el precio relativo de los servicios. Esta resulta ser una manera sencilla, aunque burda, de evaluar el efecto sustitución para el grupo de bienes antes mencionados.

Un procedimiento similar se llevó a cabo con el modelo de Rotterdam, en su versión estimada con una agregación a nivel de tres bienes, para el grupo de alimentos. Cabe aclarar que el grupo de alimentos, correspondiente a los modelos estimados con agregación a los niveles de tres y seis bienes, es el mismo; de ahí el efecto casi idéntico sobre dichas cantidades consumidas.

A partir de 1988 se ha observado un incremento en el precio relativo de los servicios y una contracción en el de los alimentos, medidos ambos en relación al Índice General de Precios al Consumidor, publicados por el Banco de México.

Específicamente, los servicios han observado un incremento en su precio relativo de 34.52 por ciento, en tanto el de los alimentos se ha reducido en 7.93 por ciento. Esto con datos sobre precios al primero y segundo trimestre de 1990, para alimentos y servicios respectivamente.

Dada la reducción en el precio relativo de los alimentos del 7.93 por ciento y las elasticidades precio directas estimadas en los modelos de Rotterdam y sistema de gasto lineal, se pronostica un incremento en las cantidades consumidas, del bien mencionado anterioremente, de 0.88 por ciento bajo el modelo de Rotterdam y de 4.82 por ciento con el de gasto lineal.

Llevando a cabo el mismo ejercicio con el modelo de elasticidades constantes, la respuesta en la cantidad consumida resultó ser de 1.48 por ciento. El modelo de Rotterdam estimado con una agregación a nivel de tres bienes, reporta un aumento en las cantidades consumidas de 0.82 por ciento.

Para calcular el efecto del cambio en el precio relativo de los servicios, se utilizó el sistema de gasto lineal, debido a que fue el único modelo que reportó una elasticidad precio directa negativa, para el bien en cuestión, con una agregación a nivel de seis bienes. La reducción en la cantidad consumida de servicios, que reflejó esta estimación, fue del orden de 31.41 por ciento.

Para evaluar el efecto de cambios en el ingreso, sobre las cantidades consumidas de bienes, se siguió un procedimiento similar al utilizado en la evaluación del efecto sustitución. Se tomó el crecimiento en el gasto en consumo privado, reportado por el Sistema de Cuentas Nacionales de México, para el año de 1989, como una variable aproximada al cambio en el ingreso.

Los cambios en cantidades, para el grupo de alimentos, se evaluaron con las elasticidades ingreso o gasto, según corresponda, estimadas con una agregación de seis bienes para los modelos de Rotterdam, sistema de gasto lineal y de elasticidades constantes.

Las respuestas en cantidades fueron de 5.8 por ciento para el modelo de Rotterdam; 6.04 por ciento para el sistema de gasto lineal y de 4.7 por ciento para el modelo doble logarítmico. La reacción sobre la cantidad consumida de servicios, evaluadas en base al sistema de gasto lineal, resultó ser de 4.21 por ciento.

Tomando en cuenta únicamente el efecto precio directo e ingreso, con una agregación a nivel de seis bienes, el modelo de Rotterdam reporta un incremento en la cantidad consumida de alimentos del 6.7 por ciento; utilizando el sistema de gasto lineal como referencia el incremento es de 10.86 por ciento, en tanto para el modelo de elasticidades constantes resulta ser de 6.26 por ciento.

El modelo de Rotterdam, con una agregación a nivel de tres bienes, pronostica un incremento en la cantidad consumida de alimentos de 6.48 por ciento. Finalmente, en lo correspondiente a servicios, el sistema de gasto lineal reporta una reducción en las cantidades consumidas de servicios de 27.19 por ciento.

B.- SISTEMA ALTERNATIVO PROPUESTO.

García Alba (1986), expone su Sistema Alternativo Propuesto (SAP), comparándolo con el Sistema de Gasto Lineal y el Sistema de Demanda Casi Ideal (AIDS). Se encuentra que el SAP posee ventajas sobre el LES, puesto que este último es un caso especial del primero. Cualquier característica satisfactoria del LES también lo es del SAP.

Ninguno de los dos sistemas acepta la existencia de bienes inferiores, ni de bienes sustitutos, cuando los niveles de subsistencia son no negativos. El SAP, en comparación con el LES, elimina la restricción ex ante de proporcionalidad cercana entre las elasticidades ingreso y las elasticidades precio respecto al precio propio.

En cuanto al AIDS, el SAP puede ser superior cuando menos en dos aspectos, uno práctico y otro teórico. Primero, El AIDS requiere de la estimación de un número de parámetros relativamente grande. Segundo, se asegura la simetría de la matriz de Slutsky, más no que sea negativa semidefinida. Para más detalles de la relación entre el sistema de gasto lineal, el sistema de demanda casi ideal y el sistema alternativo propuesto ver a García Alba (1986).

La característica principal de la metodología seguida por García Alba, es en lo correspondiente al método de estimación utilizado. A diferencia de métodos de máxima verosimilitud, él aplica un procedimiento iterativo para estimar los parámetros del sistema de gasto lineal y del sistema alternativo propuesto, mediante la técnica de mínimos cuadrados ordinarios, a cada una de las ecuaciones que componen el modelo.

Dicho procedimiento resulta atractivo cuando se pretenden estimar sistemas completos de funciones de demanda con un alto grado de desagregación. En circunstancias similares, los modelos manejados en este trabajo, excepto el de elasticidades constantes, no pueden ser estimados mediante métodos de máxima verosimilitud debido a la disponibilidad de los datos.

Con el procedimiento seguido por García Alba, los parámetros estimados continúan siendo insesgados, sin embargo ya no son los más eficientes. Con la pérdida de eficiencia, debido a que al estimar iterativamente se ignora

información contenida dentro del sistema de ecuaciones, las pruebas t se vuelven débiles. Esto conduce en ocasiones a aceptar parámetros como significativos, mismos que en condiciones con eficiencia en los parámetros, serían rechazados.

Entonces, las comparaciones que en determinado momento pudiesen llevarse a cabo, tanto en el número y tipo de parámetros que resultaron significativos, así como en el signo observado, debe de ser hecha con cautela.

Por otra parte, los resultados presentados en el trabajo de García Alba consideran un nivel de agregación de catorce bienes, en tanto los realizados en este estudio toman en cuenta agregaciones a niveles de tres y seis bienes. Por este motivo, los resultados encontrados pueden no ser compatibles con los obtenidos por García Alba.

A diferencia de los resultados encontrados por García Alba, los parámetros aquí estimados no reflejaron el signo correcto en todos los parámetros estimados. Por tanto, las diferencias contenidas en los métodos de estimación utilizados, así como en el nivel de agregación manejado, provocan diferencias en el valor, y principalmente en el signo, de los parámetros estimados; de la misma manera se afecta el cálculo de elasticidades.

A priori, la diferencia en el desempeño de los modelos que en este ensayo se manejan, pueden ser atribuidas a las variantes ya mencionadas, que existen al estimar el sistema de gasto lineal y el sistema alternativo propuesto por García Alba: método de estimación y nivel de agregación.

VI.- CONCLUSIONES.

Las estimaciones en este estudio se llevaron a cabo para cinco modelos, el de elasticidades constantes, de Rotterdam, sistema de gasto lineal, translog y sistema de demanda casi ideal. Dichas estimaciones se hicieron a dos niveles de agregación: seis y tres bienes. La primera fue con el fin de realizar el cálculo de elasticidades ingreso y precio directas principalmente.

En esta parte, el modelo doble logarítmico resultó ser inferior, tanto al modelo de Rotterdam como al LES, debido a que presenta un gran número de parámetros no significativos y con el signo contrario al esperado. El modelo de Rotterdam y el LES presentan un buen desempeño en lo que se refiere a elasticidades ingreso.

Las elasticidades precio directas resultan ser más consistentes, bajo el LES que con el modelo de Rotterdam, dado lo pronosticado por la teoría; sin embargo, esta característica en el LES, se debe a los supuestos implícitos en la forma funcional adoptada para el orden de preferencias.

Para el grupo de modelos estimados con una agregación a nivel de tres bienes, también se calcularon elasticidades y se sometieron a prueba los postulados de la teoría económica. En ningún caso las restricciones de simetría y homogeneidad fueron aceptadas, y de simetría e igualdad en el modelo translog. Los resultados concuerdan con los encontrados para otros países.

Un experimento adicional, consiste en la contrastación empírica de las principales hipótesis en cuanto a la forma funcional. Dada la validez de la teoría de la demanda, se aceptó aditividad en la función de utilidad directa, al igual que homoteticidad. Sin embargo al imponer ambas restricciones la hipótesis nula fue rechazada.

Pensando en que aditividad se mantiene, aditividad explícita es rechazada para ambas funciones. Dada homoteticidad, homogeneidad es rechazada en ambas series de pruebas. Dada aditividad y homoteticidad, la propiedad de aditividad explícita se rechaza para ambas especificaciones en la función de utilidad.

Sin embargo, fijando aditividad y homoteticidad, la propiedad de homogeneidad es aceptada para ambas funciones de utilidad. La linealidad en la función de utilidad es rechazada.

Dada la reducción en el precio relativo de los alimentos y el incremento en el de los servicios, se evaluó el efecto sustitución sobre el consumo de tales cantidades de bienes. El modelo de Rotterdam, en las dos versiones estimadas, a un nivel de agregación de tres y seis bienes, dieron resultados similares sobre el efecto en cantidades consumidas de alimentos; 0.82 por ciento para el primero y 0.88 por ciento para el segundo.

Se evaluaron los efectos de cambios en el ingreso sobre las cantidades consumidas de los bienes ya mencionados, utilizando el crecimiento en el gasto en el consumo privado, como variable aproximada al cambio en el ingreso.

Al evaluar el efecto total sobre cantidades consumidas de alimentos, derivadas de cambios en el ingreso y precios relativos, el modelo de Rotterdam y el de elasticidades constantes casi coinciden en los resultados pronosticados, 6.7 por ciento y 6.26 por ciento, respectivamente. El modelo de gasto lineal prevee un incremento en las cantidades consumidas de 10.86 por ciento.

El análisis de sistemas de demanda del consumidor, presentado en las páginas anteriores, debe ser interpretado con muchas reservas. Esto debido a que posee un número de supuestos importantes que no fueron discutidos y mucho menos justificados. Además de contener severas restricciones en lo correspondiente a la cantidad y calidad de la información utilizada.

Este trabajo intenta ser una investigación exploratoria y un ejercicio metodológico en el área de análisis del consumidor. Trataré de hacer a continuación un esbozo de las restricciones enfrentadas, mismas que en un determinado momento pueden servir para futuro trabajo de investigación.

La disponibilidad y calidad de los datos resulta ser el primer problema. Se utilizó un conjunto de información públicamente disponible, tomándose como dada la metodología que emplea el INEGI para generar esos datos, así como la usada por García Alba en la transformación de los datos de cuentas nacionales basados en la matriz de insumo producto de 1960 a la base de la matriz de 1970.

El haber procedido de esta manera implica suponer que, la estructura económica en México se ha mantenido sin cambio de 1960 a 1983, debido a que se utilizan durante todo ese período, las ponderaciones de la matriz de insumo producto de 1970 para calcular las series sobre precios y cantidades utilizadas al hacer la estimación de los distintos modelos. Esto reduce el número de grados de libertad al calcular los sistemas de demanda.

Por otra parte, la teoría económica hace predicciones, mismas que son empíricamente falsificables, sobre un consumidor específico. Sin embargo, las series de datos disponibles se encuentran a nivel agregado, de tal manera que al generar las variables en términos per cápita, adoptamos el supuesto del consumidor representativo.

Dicho consumidor representativo, y hasta cierto punto inventado, no tiene porqué comportarse como el consumidor al que hace referencia la teoría económica. De esta manera, los resultados correspondientes a la evaluación de los postulados de simetría y homogeneidad, deben de interpretarse dentro del contexto de la unidad consumidora que estamos manejando.

El hecho de utilizar series de tiempo también genera problemas al momento de estimar cada uno de los modelos. Esto es debido a que no se incluyen variables que capten cambios en los atributos demográficos, como pueden ser cambios en la distribución por edades, por sexo, etcétera. Además, cambios en la distribución del ingreso puede inducir problemas adicionales.

Del mismo modo, y debido a que se está estimando el sistema de demanda del consumidor, suponemos que los precios están constantes. Sin embargo, como los precios están determinados por participaciones agregadas, no podemos suponer que los precios que enfrenta el consumidor están dados; sería necesario utilizar un modelo que elimine dicha variación de precios. Para resolver este problema es recomendable emplear métodos de variables instrumentales.

Las anteriores restricciones podrían clasificarse como de tipo operativo. Sin embargo, existe otro conjunto de ellas que caería dentro de las de índole teórico.

Primeramente, el modelo teórico utilizado como marco, presentado en la segunda parte del ensayo, aparece incompleto debido a que no se hacen consideraciones sobre la determinación de la demanda de ocio u oferta de trabajo.

A este respecto, puede seguirse el desarrollo utilizado por Barnett (1981), quien encuentra para el caso de Estados Unidos, que las estimaciones realizadas utilizando el modelo de Rotterdam, no cambian significativamente cuando se incluye el ocio en relación a cuando no es tomado en cuenta.

Además, el marco teórico aquí considerado se abstrae por completo de aspectos intertemporales, ya que no se mencionan los determinantes del comportamiento de la riqueza, el ingreso, la tasa de interés, etc.. Del mismo modo, no se pone atención a aspectos relacionados con el ahorro o a los problemas que surgen cuando se emplean bienes durables, cuyo período de vida útil es mayor que la unidad de tiempo utilizada.

En este caso, cuando se utilizan datos sobre bienes durables, se supone implícitamente, que alcanzan su depreciación total en un año. La exclusión de aspectos de este tipo, provoca que no se tomen en cuenta los efectos sustitución que se derivan de incluir un bien más (el ocio), así como de los efectos sustitución intertemporales.

Se ignoran aspectos relacionados a la calidad, y en general, a un conjunto de características o atributos de los bienes en cuestión. El tipo de modelos que toman en cuenta estos aspectos, conducen a la generación de precios sombra para cada una de las características que posee algún tipo de bien; ésta idea ha jugado un papel central en lo que se ha llamado "la nueva economía de las unidades familiares"; a este respecto G. S. Becker (1976) ofrece una explicación más detallada.

No se dice nada acerca de la incertidumbre; esto puede afectar seriamente el comportamiento del ahorro o el de las compras de bienes durables. Las fuentes de incertidumbre en el corto plazo pueden provenir del desconocimiento por parte del consumidor, de la calidad de los bienes que desea comprar, o de la falta de información sobre los precios contemporáneos de los bienes que desea adquirir.

Finalmente, son ignoradas plenamente las restricciones correspondientes a la agregación de bienes. A este respecto Deaton y Muellbauer (1980) presenta el desarrollo teórico correspondiente.

CUADRO 1

AGREGACION DE MERCANCIAS A NIVEL DE SEIS BIENES
PARA LA ESTIMACION DE LOS SISTEMAS DE DEMANDA
CORRESPONDENCIA DE BIENES Y SERVICIOS

AGREGACION UTILIZADA	EQUIVALENTE CON LAS CUENTAS NACIONALES
1.- Alimentos	Sector Primario. Alimentos, Bebidas y Tabaco.
2.- Textiles	Textiles, Ropa e Industrias del Cuero.
3.- Productos Químicos	Productos Químicos.
4.- Otras Manufacturas	Productos Metálicos, Minerales No Metálicos, Papel y Madera y Otras Manufacturas.
5.- Vivienda y Servicios Financieros	Electricidad, Bienes Raíces y Servicios Financieros.
6.- Servicios	Comercio, Restaurantes y Hoteles, Servicios Comunales, Personales y Sociales.

CUADRO 2

AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES
MODELO DE ELASTICIDADES CONSTANTES
PARAMETROS ESTIMADOS

BIEN	Ao	Ai (1)	Bi (2)
1	-0.5448 * (0.074)	-0.1872 ** (0.1192)	0.7981 * (0.0388)
2	-3.0318 * (0.2264)	-0.1291 (0.2419)	1.4257 * (0.1205)
3	-4.3260 * (0.2632)	0.1233 (0.1482)	1.8467 * (0.1423)
4	-2.8778 * (0.2318)	-1.0935 * (0.3791)	1.3419 * (0.1225)
5	-1.1284 * (0.0733)	-0.1648 * (0.0553)	0.4567 * (0.0398)
6	-0.9374 * (0.2034)	0.2558 (0.1503)	0.6560 * (0.1104)

NOTAS:

(1) Ai : Elasticidad Precio Directa.

(2) Bi : Elasticidad Ingreso.

* Parámetros significativos con un nivel de confianza del 95 %.

** Parámetros significativos con un nivel de confianza del 90 %.

Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.

$$\text{MODELO: } \ln q_i = \alpha_0 + \alpha_i \ln (P_i/P) + \beta_i \ln (X/P)$$

AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES
 MODELO DE ROTTERDAM

RESPECTO A SIMETRIA Y HOMOGENEIDAD

PARA METROS ESTIMADOS

BIEN	B _i	C _{ij}					
		1	2	3	4	5	6
1	0.34448 * (0.03227)	-0.03972 (0.0295)					
2	0.17430 * (0.02065)	0.005714 (0.01582)	-0.02211 (0.01545)				
3	0.06495 * (0.01143)	-0.000442 (0.00829)	0.01545 * (0.007087)	-0.01520 * (0.00831)			
4	0.25547 * (0.0260)	0.08363 * (0.01908)	-0.00397 (0.01708)	-0.02128 * (0.01019)	-0.01687 (0.02882)		
5	0.02024 ** (0.01116)	-0.01783 (0.00883)	0.01842 * (0.007123)	-0.02057 * (0.0058)	0.02689 * (0.00975)	-0.01388 * (0.006718)	
6	0.14055 (0.09692)	-0.03135 (0.0527)	-0.01351 (0.03766)	0.04205 (0.0224)	-0.06839 (0.05291)	0.00698 (0.02121)	0.06423

NOTAS:

* Parámetros Significativos con un Nivel de Confianza del 95%.
 ** Parámetros Significativos con un Nivel de Confianza del 90%.
 Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.

MODELO: w_i d LOG $q_i = B_i$ d log $x + \sum_j C_{ij}$ d log P_j

CUADRO 4

AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES
 MODELO DE ROTTERDAM
 RESTRICTO A SIMETRIA Y HOMOLGENEIDAD
 ELASTICIDADES INGRESO Y PRECIO DIRECTAS

BIEN	ELASTICIDAD INGRESO		ELASTICIDAD PRECIO DIRECTA	
	1960	1983	1960	1983
1	0.77037	0.97005	-0.0888	-0.111
2	2.01332	1.5518	-0.2554	-0.1969
3	1.108	0.8332	-0.2594	-0.19501
4	2.6067	2.4933	-0.17219	-0.1647
5	0.1581	0.2546	-0.10850	-0.1746
6	0.77366	0.5154	0.3535	0.23556

NOTAS: ELASTICIDAD INGRESO = B_i / w_i . ELASTICIDAD PRECIO = C_{ij} / w_i .

CUADRO 5

AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES
 SISTEMA DE GASTO LINEAL (1)
 PARAMETROS ESTIMADOS

BIEN	M O D E L O I		M O D E L O I I (2)	
	A _i	B _i	A _i	B _i
1	2.6789 * (0.0838)	0.3414 * (0.0097)	1.91316	0.35781 * (0.0079)
2	0.77043 * (0.0379)	0.14612 * (0.0046)	0.43032	0.15255 * (0.0035)
3	0.44474 * (0.0305)	0.11498 * (0.0041)	0.24005	0.08916 * (0.0022)
4	0.75515 * (0.0431)	0.16653 * (0.0066)	0.41871	0.1552 * (0.0040)
5	0.78711 * (0.0144)	0.05238 * (0.0016)	0.65596	0.05381 * (0.0016)
6	1.4123 * (0.0458)	0.17859 * (0.0098)	1.02216	0.19146 * (0.0130)

NOTAS:

- (1) Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.
 (2) Los parámetros A_i fueron impuestos.
 * Parámetros significativos con un nivel de confianza del 95 %.

$$\text{MODELO: } w_i = \gamma_i (P_i/X) + \beta_i (1 - \sum \gamma_i P_i / X)$$

CUADRO 6

AGREGACION A NIVEL DE SEIS BIENES
 SISTEMA DE GASTO LINEAL
 MODELO RESTRICTO EN LAS A_i
 ELASTICIDADES GASTO Y PRECIO DIRECTAS

BIEN	ELASTICIDAD GASTO		ELASTICIDAD PRECIO DIRECTA	
	1960	1983	1960	1983
1	0.80037	1.00759	-0.35781	-0.60890
2	1.62914	1.35828	-0.17774	-0.58851
3	1.47502	1.14376	-0.66638	-0.87906
4	1.58709	1.51478	-0.69512	-0.82974
5	0.43892	0.6768	-0.92233	-0.94448
6	1.0728	0.70222	-0.84555	-0.91013

NOTA: Las fórmulas para el cálculo de elasticidades se encuentran en Luch, Powell y Williams, 1977.

CUADRO 7

AGREGACION DE MERCANCIAS A NIVEL DE TRES BIENES
 PARA LA ESTIMACION DE LOS SISTEMAS DE DEMANDA
 CORRESPONDENCIA DE BIENES Y SERVICIOS

AGREGACION UTILIZADA	EQUIVALENTE CON LAS CUENTAS NACIONALES
1.- Alimentos	Sector Primario. Alimentos, Bebidas y Tabaco.
2.- Servicios	Electricidad, Bienes Raíces, Servicios Financieros, Comercios, Restaurantes, Hoteles, Servicios Comunales, Personales y Sociales.
3.- Otros Bienes Manufacturados	Productos Químicos, Metálicos, Minerales No Metálicos, Papel y Madera, Otras Manufacturas.

CUADRO 8

AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES

MODELO DE ROTTERDAM

PARAMETROS ESTIMADOS

M O D E L O N O R E S T R I C T O				
BIEN	β _i	C _{ij}		
		1	2	3
1	0.35083 * (0.0394)	-0.36854 (0.3805)	-0.19741 (0.3138)	-0.30328 (0.3075)
2	0.41817 * (0.0315)	1.0419 * (0.3040)	0.69898 * (0.2507)	0.79009 * (0.2457)
3	0.2310 (0.4014)	-0.6733 (0.6918)	-0.50157 * (0.1661)	-0.48681

M O D E L O R E S T R I C T O (1)				
BIEN	β _i	C _{ij}		
		1	2	3
1	0.33552 * (0.2956)	-0.03702 (0.0319)		
2	0.46687 * (0.0295)	0.07717 * (0.0272)	-0.09449 * (0.0316)	
3	0.19761 * (0.0214)	-0.04015 (0.0560)	0.01732 (0.0553)	0.02284

NOTAS:

(1) Se impusieron restricciones de simetría y homogeneidad.

* Parámetros significativos con un nivel de confianza del 95 %.

Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.

$$\text{MODELO: } w_i \text{ d log } q_i = \beta_i \text{ d log } X + \sum_j C_{ij} \text{ d log } P_j$$

CUADRO 9

AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES

MODELO DE ROTTERDAM

ELASTICIDADES INGRESO Y PRECIO DIRECTAS

E L A S T I C I D A D I N G R E S O				
BIEN	MODELO NO RESTRICTO		MODELO RESTRICTO *	
	1960	1983	1960	1983
1	0.7846	0.9879	0.7503	0.9448
2	1.7197	1.4285	1.9199	1.5948
3	0.7469	0.6560	0.6381	0.5611

E L A S T I C I D A D P R E C I O D I R E C T A				
BIEN	MODELO NO RESTRICTO		MODELO RESTRICTO *	
	1960	1983	1960	1983
1	-0.8242	-1.0378	-0.0827	-0.1043
2	2.8745	2.3878	-0.3886	0.3228
3	-1.5720	-1.3824	0.0737	0.0648

NOTAS:

* Restricciones de simetría y homogeneidad impuestas.

Elasticidad Ingreso = β_i/w_i

Elasticidad Precio = c_{ij}/w_i

PARAMETROS	A L I M E N T O S									
	ESTIMACION NO RESTRICTA	IGUALDAD Y SIMETRIA	ADITI- VIDAD	HOMOTE- TICIDAD	ADITIVIDAD Y HOMOTETICIDAD	DADA ADITIVIDAD EXPLICITA	DADA HOMOTETICIDAD HOMOGENEIDAD	DADA ADITIVIDAD EXPLICITA	DADA HOMOTETICIDAD, HOMOGENEIDAD, ADITIVIDAD	DADA ADITIVIDAD Y FUNCION LINEAL
	-0.4523 *	-0.470 *	2.74 *	0.922 *	-0.404 *	-0.370 *	-0.461 *	1.095 *	-0.393 *	-0.409 *
	(0.0090)	(0.0090)	(0.0022)	(0.0170)	(0.0060)	(0.0710)	(0.0036)	(0.0711)	(0.0078)	(0.0055)
B	0.0041	-0.165 *	5.28	-0.775 *	-32.314	-0.141 *	-0.257 *	1.111 *	- 0 -	- 0 -
	(0.0440)	(0.0114)		(0.0350)	(13,314)	(0.0320)	(0.026)	(0.0930)		
B	0.0309	-0.012	5.18	-0.899 *	-12,192	- 0 -	0.016	- 0 -	-0.054 *	- 0 -
	(0.0570)	(0.0121)		(0.0326)			(0.0220)		(0.0082)	
B	-0.2880 *	0.0009	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(0.0580)									
B	0.1556	-0.176 *	- 0 -	0.933 *	- 0 -	-0.141 *	- 0 -	1.111 *	- 0 -	- 0 -
	(0.1204)	(0.0100)		(0.0190)		(0.0320)		(0.0930)		
B	0.0360	-0.057 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	-0.039 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(0.1534)	(0.0160)				(0.0160)				
B	-0.7512	-0.122 *	3.041	- 0 -	- 0 -	-0.284 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(0.1379)	(0.0170)				(0.0720)				
O T R O S B I E N E S M A N U F A C T U R A D O S										
	84.44	-0.210 *	2.737	1.050 *	-0.270 *	-0.157 *	-0.2396 *	1.1204 *	-0.2627 *	-0.2738 *
	(77.109)	(0.015)		(0.014)	(0.006)	(0.037)	(0.0038)	(0.0038)	(0.0034)	(0.0038)
B	567.53	-0.0119	5.180	-0.899 *	-12,192	- 0 -	0.0159	- 0 -	-0.0543 *	- 0 -
	(555.71)	(0.0121)		(0.0326)			(0.022)		(0.0082)	
B	-547.53	-0.206 *	5.336	-1.0336 *	- 0 -	-0.0392 *	0.1332 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(492.4)	(0.016)		(0.034)		(0.016)	(0.02434)			
B	121.33 *	0.1609	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(55.97)									
B	1811.9	-0.176 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	-0.1411 *	- 0 -	1.111 *	- 0 -	- 0 -
	(1795.8)	(0.010)				(0.032)		(0.093)		
B	-1757.2	-0.057 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	-0.0392 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
	(1575)	(0.016)				(0.016)				
B	234.78	-0.122 *	3.041	- 0 -	- 0 -	-0.284 *	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -
		(0.017)				(0.072)				

NOTAS:
 * Parámetros significativos con un nivel de confianza del 95 %.
 Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.

MODELO: $P_j X_j / M = \alpha_j + \sum \beta_{ij} \ln \left(\frac{P_i}{M} \right)$; $(j = 1, 2, \dots, m)$.
 $\alpha_m + \sum \beta_{mi} \ln \left(\frac{P_i}{M} \right)$

CUADRO 11

AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES

SISTEMA DE DEMANDA CASI IDEAL

PARAMETROS ESTIMADOS

M O D E L O N O R E S T R I C T O					
BIEN	A _i	C _{ij}			B _i
		1	2	3	
1	0.4685 * (0.0044)	0.1887 * (0.0182)	0.0226 (0.0169)	-0.2187 * (0.0179)	-0.0016 * (0.0051)
2	0.2226 * (0.0072)	-0.0943 * (0.0299)	-0.1126 * (0.0278)	0.2043 * (0.0295)	0.0020 * (0.0008)
3	0.3089 * (0.0105)	-0.0944 * (0.03)	0.9002 * (0.0387)	0.0044	-0.0004 (0.0012)

M O D E L O R E S T R I C T O (1)					
BIEN	A _i	C _{ij}			B _i
		1	2	3	
1	0.4753 * (0.0052)	0.2676 * (0.0202)			-0.0020 * (0.0007)
2	0.2295 * (0.0066)	0.0016 (0.0179)	-0.1676 * (0.0182)		0.0016 * (0.0009)
3	0.2952 * (0.0079)	-0.2692 * (0.0354)	0.1660 * (0.0221)	0.0228	0.0005 (0.0013)

NOTAS:

* Parámetros significativos con un nivel de confianza del 95 %.
 Las cifras entre paréntesis corresponden a los errores estándar.
 (1) Se impusieron restricciones de simetría y homogeneidad.

$$\text{MODELO: } w_i = \alpha_i + \sum C_{ij} \log P_j + B_i \log (X/P)$$

CUADRO 12

AGREGACION A NIVEL DE TRES BIENES
CONTRASTACION DE LA TEORIA DE DEMANDA

MODELO	RESTRICCIONES IMPUESTAS	CHI-CUADRADA CALCULADA	CHI-CUADRADA CRITICA	HIPOTESIS NULA *
ROTTERDAM	6	15.034	12.592	RECHAZADA
TRANSLOG FUNCION DE UTILIDAD DIRECTA	6	22.76	12.592	RECHAZADA
FUNCION DE UTILIDAD INDIRECTA	6	38.118	12.592	RECHAZADA
CASI IDEAL	6	34.596	12.592	RECHAZADA

NOTA:

* Se consideró un nivel de significación del 5 %.

CUADRO 13

VALORES CRITICOS DE LA CHI-CUADRADA
Y GRADOS DE LIBERTAD

GRADOS DE LIBERTAD	NIVEL DE SIGNIFICACION			
	0.10	0.05	0.02	0.01
1	2.71	3.841	5.412	6.635
2	4.60	5.991	7.824	9.21
4	7.77	9.488	11.668	13.277
6	10.645	12.592	15.033	16.812

CUADRO 14

PRUEBAS ESTADISTICAS PARA LA FUNCION DE UTILIDAD TRANSLOG
DIRECTA E INDIRECTA

HIPOTESIS	GRADOS DE LIBERTAD	DIRECTA	INDIRECTA
TEORIA DE LA DEMANDA =====			
Igualdad y Simetría	6	22.76	38.118
DADA LA TEORIA DE LA DEMANDA =====			
Aditividad	2	3.794	667.796
Homoteticidad	2	11.252	372.796
Aditividad y Homoteticidad	4	40.656	108.228
DADA ADITIVIDAD =====			
Aditividad Explícita	1	166.452	446.726
DADA HOMOTETICIDAD =====			
Homogeneidad	1	6.994	324.6056
DADA ADITIVIDAD Y HOMOTETICIDAD =====			
Aditividad Explícita	1	8.45	485.226
Homogeneidad	1	0.604	5.204
Linealidad en la Función de Utilidad	2	40.27	0.058

VII.- BIBLIOGRAFIA.

- Becker, G. S. **The Economic Approach to Human Behaviour**. Chicago: University of Chicago Press. 1976.
- Brown, Deaton A. **Surveys in Applied Economics: Models of Consumer Behaviour**. The Economic Journal. Dic. 1972.
- Barnett W. A. **Consumer Demand and Labor Supply: Goods, Monetary Assets and Time**. North-Holland, Amsterdam. 1981. Caps. 1, 2, 3, 4, 5.
- Barten A. P. **The Systems of Consumer Demand Functions Approach: A Review**. Econometrica. Vol 45. 1977.
- Berndt E. R. Darrough M. N. Diewert W. E. **Flexible Functional Forms and Expenditure Distributions: An Application to Canadian Consumer Demand Functions**. Internacional Economic Review. Vol. 18. 1977.
- Christensen L., Jorgenson D., Lau L. **Transcendental Logarithmic Utility Functions**. American Economic Review. 1975.
- Cooper R., McLaren K. **Specification and Estimation of ELES**. The Economic Record. Vol. 57. Marzo 1981.
- Deaton A. **Demand Analysis**. Handbook of Econometrics. Volumen III. Editado por Z. Griliches y M. D. Intriligator. 1986.
- Deaton A. **Estimation of Own- and Cross- Price Elasticities from Household Survey Data**. Journal of Econometrics. 1987.
- Deaton A. **The Analisis of Consumer Demand in the United Kingdom, 1900-1970**. Econometrica 42.
- Deaton A. y Muellbauer J. (1980a). **An Almost Ideal Demand System**. The America Economic Review. Vol. 70.
- Deaton A. y Muellbauer J. (1980). **Economics and Consumer Behavior**. Cambridge University Press.

- García A., P. **Especificación de un Sistema de Demanda y su Aplicación a México.** Estudios Económicos. 1986.
- Hall Bronwyn **Times Series Processor, User's Manual.** 1983.
- Jarque C. **An Application of LDV Models to household Expenditure Analysis in Mexico.** Journal of Econometrics. 1987.
- Johnston J. **Econometrics Methods.** International Student Edition. Tercera Edición. 1985. Caps. 6, 7, 11.
- Klevmarken N. **A Comparative Study of Complete Systems of Demand Functions.** Journal of Econometrics. 1979.
- Lau L. **Functionals Forms in Econometric Model Building** Handbook of Econometrics. Volumen III. Editado por Z. Griliches y M. D. Intriligator. 1986.
- Llunch C. Powell A. Williams R. **Patterns in Household Demand and Saving.** Oxford University Press. 1977
- Llunch c. Williams R. **Cross Country Demand and Saving Patterns: An Applications of the Extended Linear Expenditure System.** The Review of Economics and Statistics. 1974.
- Stone J. R. N. **The Measurement of Consumer's Expenditure and Behavior in the United Kingdom, 1920-1938.** Cambridge University Press. 1953.
- Theil H. **Principles of Econometrics.** John Wiley and Sons. Nueva York, 1971. Cap. 7.

VIII.- APENDICE ESTADISTICO.

Consumo privado nominal por tipo de mercancías
Primera parte. (millones de pesos)

Año	1	2	3	4	5
1960	16 923.9	529.8	5 109.8	5 938.3	14 609.9
1961	17 901.4	555.3	5 676.6	6 387.9	16 532.6
1962	18 798.3	680.9	6 400.3	6 635.5	18 556.5
1963	20 837.8	786.9	6 901.8	7 219.6	19 601.9
1964	23 989.5	916.4	7 739.8	8 135.9	21 057.5
1965	24 779.5	1 017.5	8 675.8	9 027.7	23 294.9
1966	26 173.2	1 138.1	9 335.8	9 594.7	25 508.2
1967	28 577.8	1 228.4	10 400.9	10 437.9	28 755.5
1968	30 215.4	1 350.1	12 406.9	11 650.5	30 759.4
1969	32 135.3	1 512.0	13 213.8	12 450.7	34 302.9
1970	35 541.3	1 681.7	15 299.9	13 445.7	37 661.3
1971	43 316.9	1 704.0	18 823.4	14 968.2	41 524.1
1972	47 761.7	1 942.0	24 112.6	17 758.7	45 780.7
1973	58 817.6	2 247.0	28 978.0	20 489.5	51 572.1
1974	76 418.1	2 912.0	38 112.1	28 324.6	59 261.6
1975	90 529.1	3 462.0	46 149.3	38 759.3	70 768.9
1976	103 989.7	4 165.0	57 145.1	53 420.8	87 693.6
1977	137 688.1	5 691.0	73 699.6	70 623.9	110 176.6
1978	168 308.8	6 430.0	95 134.8	98 860.2	140 198.4
1979	217 000.2	8 423.0	123 776.2	120 879.5	172 381.2
1980	295 892.8	11 098.0	167 686.9	163 945.0	222 794.1
1981	386 721.4	15 084.9	236 766.0	221 986.0	304 036.0
1982	594 593.2	23 206.0	411 123.6	402 221.6	470 151.6
1983	1 075 734.2	36 141.0	763 541.5	858 584.9	812 326.0

Consumo privado nominal por tipo de mercancías.
Segunda parte (millones de pesos).

Año	6	7	8	9	10
1960	10 992.4	38 285.3	11 564.3	3 458.0	1 100.9
1961	12 188.0	41 792.7	11 557.2	3 239.5	1 260.0
1962	13 929.4	43 639.5	12 164.4	8 608.7	1 340.4
1963	15 576.1	48 015.3	12 783.4	3 676.5	1 168.0
1964	17 972.9	56 369.2	16 948.5	4 539.1	1 758.4
1965	19 903.6	61 374.2	18 932.8	4 497.5	1 962.2
1966	22 536.2	66 795.4	20 999.1	4 426.1	2 233.8
1967	24 403.8	70 874.1	24 902.1	4 320.6	2 297.3
1968	27 353.8	77 761.7	27 510.9	4 211.4	2 473.9
1969	30 172.0	85 811.5	32 715.0	4 599.4	2 699.0
1970	33 963.0	94 908.3	37 769.2	5 074.0	3 063.7
1971	38 379.8	107 755.6	42 591.2	5 087.1	3 447.8
1972	43 216.9	118 400.5	50 004.5	5 769.3	4 208.1
1973	50 389.8	144 999.9	61 169.0	6 929.3	4 571.1
1974	62 509.9	196 216.3	74 388.8	9 791.9	5 692.6
1975	77 964.5	233 315.9	83 936.0	12 633.5	7 117.6
1976	100 926.6	285 240.3	104 392.4	15 574.7	8 862.4
1977	134 014.7	384 218.0	133 242.2	21 530.1	11 708.3
1978	169 717.3	464 562.3	172 150.0	26 818.1	14 516.4
1979	225 597.3	553 749.2	229 643.3	35 264.9	20 568.1
1980	311 697.2	706 323.8	311 396.9	52 723.3	28 116.8
1981	438 108.1	933 000.2	411 227.9	71 649.8	39 350.5
1982	723 218.7	1 471 273.9	667 510.0	119 772.6	76 970.6
1983	1 287 675.5	2 714 045.4	1 198 631.5	178 289.3	105 467.8

Consumo privado nominal por tipo de mercancías.
Tercera parte (millones de pesos).

Año	11	12	13	14
1960	7 465.2	827.6	4 975.4	1 714.8
1961	7 822.0	854.5	5 788.8	1 940.2
1962	8 366.9	923.8	5 751.9	1 979.2
1963	9 051.4	958.4	7 043.7	2 334.2
1964	10 517.8	1 212.5	8 636.3	2 832.0
1965	11 578.8	1 358.7	9 505.4	3 117.9
1966	12 795.8	1 666.7	11 661.7	3 581.3
1967	13 789.0	1 839.9	11 990.8	3 950.7
1968	15 598.3	2 105.5	14 909.3	4 593.8
1969	17 619.6	2 305.6	16 222.9	5 063.1
1970	19 527.1	2 490.4	18 521.0	6 072.2
1971	21 727.6	2 747.1	19 192.5	6 512.5
1972	24 899.4	2 827.7	22 213.0	7 167.3
1973	30 583.5	3 401.7	29 035.9	9 009.0
1974	44 441.5	4 306.8	36 999.7	11 395.6
1975	46 232.8	5 448.5	43 567.7	12 300.9
1976	57 488.3	6 897.5	52 044.6	15 800.8
1977	76 904.1	9 172.6	67 774.3	23 880.6
1978	89 945.2	11 495.4	98 460.8	31 286.3
1979	114 422.6	14 863.6	136 567.9	47 367.9
1980	161 684.1	19 845.0	182 391.5	60 332.8
1981	213 174.8	24 267.9	240 644.9	79 631.0
1982	390 388.6	41 281.7	360 879.2	138 518.3
1983	831 956.1	80 730.0	498 155.3	230 808.6

Consumo privado real por tipo de mercancías.
Primera parte (millones de pesos de 1970)

Año	1	2	3	4	5
1960	21 736.8	568.5	7 189.1	7 157.0	23 731.4
1961	22 221.3	593.8	7 769.4	7 428.7	24 853.8
1962	22 847.5	689.7	8 443.9	7 714.4	25 878.2
1963	24 898.7	794.8	8 961.0	8 338.8	26 711.6
1964	27 748.2	924.5	9 770.1	8 962.4	28 030.9
1965	28 480.7	1 022.7	10 781.4	9 607.3	29 249.3
1966	29 886.7	1 135.5	11 169.5	10 192.5	30 820.1
1967	31 709.7	1 237.5	12 084.7	10 808.0	32 614.5
1968	33 648.6	1 361.8	13 749.5	11 854.0	34 874.1
1969	34 367.4	1 525.2	13 923.4	12 600.3	36 932.8
1970	35 541.3	1 681.7	15 299.9	13 445.7	37 661.3
1971	42 574.2	1 726.0	16 279.1	13 996.6	39 153.1
1972	43 250.0	1 955.7	19 706.3	15 506.7	40 706.9
1973	45 780.8	2 138.0	21 052.7	16 847.8	42 225.2
1974	47 182.0	2 362.3	21 588.2	19 683.1	43 967.5
1975	50 177.9	2 612.8	22 368.5	21 205.6	45 569.5
1976	50 339.9	2 900.1	22 766.3	23 379.3	47 454.7
1977	52 252.8	3 199.9	22 582.7	24 573.9	49 306.1
1978	55 827.5	3 570.1	24 847.0	26 984.6	51 233.7
1979	58 193.4	3 944.9	26 912.5	30 338.8	53 497.8
1980	62 125.9	4 313.0	28 519.0	33 083.5	55 854.5
1981	65 394.7	4 845.1	30 416.2	34 721.7	58 201.3
1982	66 811.7	6 211.2	31 456.6	35 662.5	60 220.3
1983	67 925.1	6 427.9	29 743.0	36 099.2	62 010.5

Consumo privado real por tipo de mercancías.
 Segunda parte (millones de pesos de 1970)

Año	6	7	8	9	10
1960	23 548.6	49 189.4	16 441.8	5 026.3	1 456.2
1961	24 196.6	52 734.4	16 663.2	4 282.3	1 618.5
1962	24 835.6	53 892.7	17 074.0	4 350.4	1 680.7
1963	26 057.1	57 869.7	17 552.7	4 134.2	1 805.8
1964	27 133.8	65 016.6	21 973.6	5 142.1	2 122.2
1965	28 388.5	69 653.0	23 574.8	5 057.0	2 319.8
1966	29 082.8	74 613.2	25 298.4	4 939.5	2 565.1
1967	29 992.4	77 076.5	28 166.4	4 845.8	2 584.0
1968	31 082.2	83 053.0	30 268.2	4 711.3	2 808.1
1969	32 641.8	89 959.3	33 239.9	4 747.1	2 947.2
1970	33 963.0	94 908.3	37 769.2	5 074.0	3 063.7
1971	35 299.5	96 945.3	41 336.5	5 082.1	3 111.4
1972	36 856.9	102 964.9	45 465.1	5 325.4	3 609.9
1973	38 538.5	110 206.2	48 177.6	5 734.5	3 491.5
1974	40 103.5	115 489.3	48 276.9	6 412.3	3 379.6
1975	42 545.4	120 739.8	49 948.7	6 794.5	3 530.7
1976	45 042.4	125 442.4	51 283.0	6 908.8	3 818.6
1977	47 303.7	129 814.8	54 802.5	7 941.9	3 662.2
1978	50 517.4	135 938.0	58 216.1	8 313.8	3 898.8
1979	54 653.6	145 188.3	64 744.0	9 463.6	4 248.7
1980	57 582.9	154 845.3	66 988.0	10 290.1	4 800.6
1981	61 012.2	162 418.0	71 533.7	10 611.1	5 591.4
1982	63 193.7	169 366.8	73 623.7	10 923.0	6 735.2
1983	62 715.9	166 530.1	66 141.4	8 391.1	4 576.6

Consumo privado real por tipo de mercancías.
Tercera parte (millones de pesos de 1970).

Año	11	12	13	14
1960	9 024.8	1 077.2	6 161.6	2 222.1
1961	9 187.3	1 086.2	6 974.7	2 474.4
1962	9 504.5	1 115.1	6 881.6	2 479.6
1963	9 919.0	1 166.8	8 312.5	2 764.9
1964	11 293.9	1 422.1	9 502.4	3 288.6
1965	12 315.9	1 563.2	10 399.6	3 495.4
1966	13 617.7	1 865.6	12 307.1	3 706.0
1967	14 521.3	2 020.1	12 701.9	4 211.5
1968	16 415.9	2 227.6	15 675.5	4 744.8
1969	18 283.1	2 412.0	16 785.4	5 210.6
1970	19 527.1	2 490.4	18 521.0	6 072.2
1971	20 992.6	2 595.4	18 800.8	6 306.5
1972	23 875.5	2 732.7	20 618.0	6 211.9
1973	26 757.8	2 757.5	25 400.5	6 511.2
1974	27 899.8	2 798.9	28 590.4	5 906.7
1975	29 331.0	3 005.8	29 782.8	6 181.7
1976	32 195.4	3 033.6	30 420.4	6 294.3
1977	33 454.7	3 308.9	30 538.7	6 496.2
1978	36 103.2	3 590.9	37 268.1	7 217.0
1979	39 941.9	3 876.6	43 568.0	8 881.9
1980	44 068.7	4 136.3	47 805.5	8 842.4
1981	48 649.9	4 046.2	52 088.2	9 192.7
1982	54 779.3	4 201.4	48 012.7	10 270.9
1983	50 119.1	3 989.7	33 378.8	7 137.5

Agregación de mercancías para la estimación de los sistemas de demanda.

División de las Cuentas Nacionales

1.	Sector primario	Gran División 1:	Agricultura, ganadería silvicultura y pesca.
		Gran División 2:	Minería.
2.	Electricidad	Gran División 5:	Electricidad.
3.	Restaurantes y hoteles	Gran división 6:	Comercio, restaurantes y hoteles.
4.	Transporte	Gran División 7:	Transporte, almacenamiento y comunicaciones
5.	Servicios financieros y vivienda.	Gran División 8:	Servicios financieros, seguros y bienes raíces
6.	Otros servicios	Gran División 9:	Servicios comunales, sociales y personales.
7.	Alimentos procesados	División I:	Alimentos, bebidas y tabaco.
8.	Textiles	División II:	Textiles, ropa y cuero.
9.	Productos de madera	División III:	Industria de la madera productos de madera.
10.	Papel	División IV:	Papel, productos de papel, edición.
11.	Productos químicos	División V:	Derivados del petróleo, hule y plástico.
12.	Minerales no metálicos.	División VI:	Minerales no metálicos.
13.	Productos metálicos	División VII: División VIII:	Metales básicos. Metales, maquinaria y equipo.
14.	Otras manufacturas.	División IX:	Otras industrias manufactureras.

IX.- APENDICE MATEMATICO.

Derivación de elasticidades precio, directas y cruzadas, e ingreso, para el caso del Modelo Translog.

Siguiendo a Berndt, Darrough y Diewert (1977), quienes utilizan la función de utilidad indirecta desarrollada por Christensen, Jorgenson y Lau (1975), definida como:

$$\ln h(v) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \ln v_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln v_i \ln v_j$$

dónde $\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad \forall i, j$
 $v = v_i / y$

podemos definir la elasticidad del bien i con respecto al argumento j de la función de demanda, ya sea ordinaria o compensada, en términos de derivadas parciales de la función de utilidad.

Berndt, Darrough y Diewert (1977), normalizando precios en términos de ingreso, define la derivada parcial del h evaluada en v^* como: $h_i^* = \partial h(v^*) / \partial v_i$ y $h_{ij}^* = \partial^2 h(v^*) / \partial v_i \partial v_j$. Define también una suma ponderada de derivadas parciales de h:

$$d^* = \sum_{i=1}^n v_i^* h_i^*$$

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n v_j^* h_{ij}^*$$

de tal forma que, utilizando la Identidad de Roy, la elasticidad precio de la i-ésima función de demanda con respecto a un cambio en el precio del bien j, puede ser expresada como:

$$E_{ij}^* = \frac{h_{ij}^* v_j^*}{h_i^* d^*} - v_j^* h_j^* - \frac{v_j^* d_j^*}{d^*} \quad i, j = 1, \dots, n$$

Ya que las funciones de demanda derivadas, partiendo de la función de utilidad indirecta mediante el uso de la identidad de Roy, son homogéneas de grado cero en precios e ingreso, la elasticidad ingreso del i-ésimo bien es igual a menos la suma de todas las elasticidades precio del bien i,

$$E_{Ii} = - \sum_{j=1}^n E_{ij}^*$$

Sin embargo, es necesario llevar a cabo una serie de transformaciones, una vez que las fórmulas iniciales se encuentran en términos de $h(v)$, siendo nuestra función de utilidad empleada $\ln h(v)$. La transformación a seguir es expresar las derivadas parciales de $h(v)$, en términos de $h(v)$ y de derivadas parciales de $\ln h(v)$.

De esta manera tenemos que:

$$\frac{\partial h(v)}{\partial v_i} = h(v) \frac{\partial \ln h(v)}{\partial v_i}$$

dónde:

$$\frac{\partial^2 h(v)}{\partial v_i \partial v_j} = \left[\frac{h(v)}{h(v)-1} \right]^{2i} \frac{\partial^2 \ln h(v)}{\partial v_i \partial v_j}$$

$$\frac{\partial \ln h(v)}{\partial v_i} = \frac{1}{v_i} \left[\alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln v_j \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln h(v)}{\partial v_i^2} = \frac{1}{v_i^2} \left[\gamma_{ii} - \alpha_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln v_j \right]$$

$$\frac{\partial^2 \ln h(v)}{\partial v_i \partial v_j} = \frac{\gamma_{ij}}{v_i v_j}$$

Sustituyendo las expresiones de las derivadas parciales de $\ln h(v)$, dentro de las derivadas parciales de $h(v)$, y éstas a su vez en las fórmulas de elasticidades que presentan Berndt, Darrrough y Diewert (1977), se llega a las fórmulas de elasticidades para el caso de la función de utilidad indirecta translog. El valor numérico de las mismas se obtiene, sustituyendo los parámetros estimados al calcular el Modelo Translog, dentro de las fórmulas finales de elasticidades.

